

UNIVERZITET U BEOGRADU
RUDARSKO-GEOLOŠKI FAKULTET

Srđan D. Kostić

NELINEARNO DINAMIČKO
MODELOVANJE POTRESA IZAZVANIH
PROMENOM NAPONSKOG STANJA PRI
IZRADI HORIZONTALNIH PODZEMNIH
PROSTORIJA

Doktorska disertacija

Beograd, 2013.g.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MINING AND GEOLOGY

Srđan D. Kostić

NONLINEAR DYNAMICAL MODELING OF
SEISMIC EVENTS INDUCED BY STRESS
CHANGE DUE TO EXCAVATION OF
HORIZONTAL UNDERGROUND
CHAMBERS

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2013.

Mentor:

Dr Nebojša Vasović, vanr. prof.,

Uža naučna oblast: Mehanika

Univerzitet u Beogradu Rudarsko-geološki fakultet

Članovi komisije:

1. Dr Slobodan Trajković, red. prof.

Uža naučna oblast: Eksploatacija čvrstih mineralnih sirovina i mehanika stena

Univerzitet u Beogradu Rudarsko-geološki fakultet

2. Dr Nebojša Gojković, red. prof.

Naučna oblast: Eksploatacija čvrstih mineralnih sirovina i mehanika stena

Univerzitet u Beogradu Rudarsko-geološki fakultet

3. Dr Dragutin Jevremović, red. prof.

Naučna oblast: Mehanika tla i fundiranje, mehanika stena i inženjerska geologija

Univerzitet u Beogradu Rudarsko-geološki fakultet

4. Dr Nikola Burić, naučni savetnik

Uža naučna oblast: Kvantna i matematička fizika

Univerzitet u Beogradu Institut za fiziku

Datum odbrane:

IZRAZI ZAHVALNOSTI

Najveće zasluge za uspešan završetak doktorskih studija pripadaju mentoru, dr. Nebojši Vasoviću, van.prof. Rudarsko-geološkog fakulteta, i dr Dragutinu Jevremoviću, red.prof. Rudarsko-geološkog fakulteta. Njihova posvećenost, požrtvovanost, agilnost i gotovo očinska briga, omogućili su mi napredak, kako na profesionalnom, tako i na ličnom planu, na čemu sam im beskrajno zahvalan.

Zahvaljujem se članovima Komisije, dr. Slobodanu Trajkoviću, red. prof. Rudarsko-geološkog fakulteta, dr. Nebojši Gojkoviću, red.prof. Rudarsko-geološkog fakulteta i dr. Nikoli Buriću, naučnom savetniku Instituta za Fiziku, na korisnim i dobronamernim sugestijama i primedbama, koje sam sa zadovoljstvom prihvatio i usvojio.

Tokom izrade disertacije posebno su mi pomogli Dr Kristina Todorović, van. prof. Farmaceutskog fakulteta Univerziteta u Beogradu i mr Igor Franović, dipl.fiz., sa Fizičkog fakulteta Univerziteta u Beogradu. Njihova pomoć je nemerljiva, i dugujem im veliku zahvalnost.

Naročito sam zahvalan dr Vlatici Cvetkoviću, red. prof. Rudarsko-geološkog fakulteta, dopisnom članu SANU-a, koji mi je, angažovanjem na svom projektu, omogućio nesmetan rad na disertaciji.

U radu na disertaciji, svojim mudrim savetima baziranim na decenijskom iskustvu, posebno su mi pomogli: dr Duško Sunarić, red.prof. Rudarsko-geološkog fakulteta u penziji, dr Boban Marinković, van.prof. Rudarsko-geološkog fakulteta, dr Dragoslav Kuzmanović, red. prof. Saobraćajnog fakulteta, dr. Marinko Toljić, van.prof. Rudarsko-geološkog fakulteta i mr Slobodan Nedeljković, dipl.inž.geol. Svima im se zahvaljujem.

NELINEARNO DINAMIČKO MODELOVANJE POTRESA IZAZVANIH PROMENOM NAPONSKOG STANJA PRI IZRADI HORIZONTALNIH PODZEMNIH PROSTORIJA

REZIME

U ovoj disertaciji, cilj istraživanja bio je određivanje dinamičkih svojstava potresa izazvanih promenom naponskog stanja pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija. Analiza potresa izvedena je sa dva aspekta – u prvom delu istraživanja izučavane su vremenske serije oscilovanja tla za vreme potresa, a u drugom delu vršena je analiza stabilnosti fenomenološkog Baridž-Knopof modela bloka sa oprugom. Vremenske serije oscilovanja tla proučavane su primenom postupka analize surogat podataka, kao i korišćenjem metoda analize nelinearnih vremenskih serija (primena teoreme o razvijanju skalarne vremenske serije). Analiza vremenskih serija izvedena je za potrese izazvane reaktiviranjem kretanja duž raseda usled napredovanja rudarskih radova, registrovanih na tri lokacije (rudnika) u Poljskoj: rudnici bakra Rudna i Legnic-Glogov, i rudnik uglja Gornja Silezija. Rezultati izvedene analize pokazali su da registrovane vremenske serije oscilovanja tla u pravcu sever-jug i u vertikalnom pravcu pripadaju nelinearnim vremenskim serijama, dok oscilovanja tla u pravcu istok-zapad pripadaju klasi stacionarnih stohastičkih procesa sa Gausovom raspodelom stohastičkog dela, koji mogu biti modifikovani nepoznatom nelinearnom funkcijom. Međutim, iako su oscilovanja tla u pravcu sever-jug i u vertikalnom pravcu nelinearna, primenom teoreme o razvijanju potvrđena je njihova stohastička priroda, i to malom vrednošću determinističkog faktora κ (<1) i niskom greškom unakrsnog predviđanja kod testa stacionarnosti. U drugom delu istraživanja, vršena je analiza stabilnosti kretanja nekoliko varijanti Baridž-Knopof modela, i to: Madariaga modela jednog bloka sa Diterih-Ruina zakonom trenja zavisnim od brzine i stanja, potom Karlson-Langer modela sa jednim i dva bloka i sa zakonom trenja zavisnim samo od brzine, kao i Beker modela sa jednim blokom, Diterih-Ruina zakonom trenja zavisnim od brzine i stanja i sa dve promenljive stanja. Analiza stabilnosti izvedena je numeričkim i analitičkim putem. Numerički je izvršena analiza stabilnosti Karlson-Langer i Beker modela, posmatranjem ponašanja rešenja u blizini ravnotežnog stanja, dok je u slučaju Madariaga modela, bifurkaciona analiza izvedena analitički (standardna lokalna bifurkaciona analiza), a

rezultati su potvrđeni numerički u programskom paketu DDE-BIFTOOL. Analiza dinamike ovih modela vršena je u uslovima promene uvedenih parametara i to: parametra jačine trenja c u Karlson-Langer modelu, kao i parametra vremenskog kašnjenja τ u izrazu za trenje u Karlson-Langer i Madariaga modelu. Pored toga, dinamika modela je osmatrana i za periodičnu perturbaciju pojedinih parametara sistema, u Madariaga i Bekerovom modelu. Opravdanje za uvođenje novih parametara, kao i za njihovu oscilatornu promenu može se pronaći u sledećem. Parametar vremenskog kašnjenja τ na kvalitativan način modeluje „zakasneli” uticaj napredovanja iskopa podzemne prostorije i promene naponskog stanja na reaktivaciju kretanja duž raseda. Takođe, ovim parametrom se opisuje uticaj stanja površi kontakta između bloka i hrapave podloge na dinamiku kretanja. Parametar jačine trenja c vezan je za inherentna svojstva rasedne površi – debljinu rasedne zone, njenu dubinu, mineralni sastav i svojstva minerala, i sl. Periodična perturbacija parametara odražava uticaj napredovanja rudarskih radova na reaktiviranje kretanja duž raseda i pojavu seizmičke aktivnosti (vibracija rudarskih mašina, efekti miniranja, i sl.). Izvedena analiza je pokazala da, sa uvedenim vremenskim kašnjenjem, izučavani modeli pokazuju determinističko haotično ponašanje, koje predstavlja tipičnu (generičku) pojavu u Madariaga modelu, dok se, u Karlson-Langer modelu javlja samo kao tranzijentna pojava. Neophodno je naglasiti da uvođenje vremenskog kašnjenja, osim indukovanja kompleksnijeg ponašanja, može uzrokovati i stabilizaciju kretanja bloka, i njegov povratak u ravnotežno stanje (oscilatorna smrt). U pogledu ponašanja sistema pri periodičnoj perturbaciji parametara, i u Madariaga i u Beker modelu, ovakva promena izaziva pojavu determinističkog haotičnog ponašanja, i to za mnogo manje vrednosti parametara u odnosu na vrednosti dobijene prethodnim istraživanjima. Pri tome, generisanje kompleksnog ponašanja uočeno je pri oscilacijama malih amplituda, što odgovara mogućem uticaju napredovanja rudarskih radova (vibracija rudarskih mašina, i sl.). Takođe, kompleksna dinamika sistema osmatrana je za vrednosti frekvencija oscilacija koje su bliske frekvenciji oscilacija bloka u neperturboavnom stanju. Drugim rečima, do reaktiviranja kretanja duž raseda može doći i usled oscilacija čije su amplitude male, a frekvencije približno iste sa frekvencijom aseizmičkog kretanja duž raseda. Opšte posmatrano, izvedeno istraživanje je pokazalo da je vremenski interval između iskopa podzemne prostorije, promene naponskog stanja i reaktiviranja kretanja duž raseda od ključne

važnosti za karakter dinamike kretanja duž raseda. Neophodno je naglasiti da se prividni nesklad između stohastičke prirode oscilacija tla za vreme potresa i determinističkog haotičnog modela mehanizma nastanka potresa može objasniti činjenicom da procesi nastanka potresa i kretanja talasa kroz Zemljinu koru predstavljaju disipativne procese. Dakle, pri nastajanju potresa, jedan deo energije se troši na savlađivanje trenja duž raseda, frikciono zagrevanje, i dr., dok samo mali deo biva emitovan u vidu seizmičkih talasa. Potom se energija tih talasa, pre registrovanja na površini terena, rasipa na svom putu kroz Zemljinu koru, usled složenih tektonskih odnosa, geološke građe, morfološki izraženih struktura, distorzije talasa na tom putu, i sl. Izvedeno istraživanje predstavlja čvrstu osnovu za nastavak daljih istraživanja, kroz primenu savremenih tehnologija i povećanjem broja osmatračkih stanica, sa jedne strane, kao i kroz uspešniju analizu dobijenih podataka i ponašanja predloženih fenomenoloških modela, sa druge strane.

KLJUČNE REČI: potres, naponsko stanje, podzemne prostorije, bifurkacije, vremenska serija, deterministički kaos, stohastičnost, perturbacije, vremensko kašnjenje, jačina trenja

NAUČNA OBLAST: Rudarsko inženjerstvo

UŽA NAUČNA OBLAST: Eksploatacija čvrstih mineralnih sirovina i mehanika stena

UDK broj: 512.643:519.245/.856/.87:534:64:550.8:616.232

622.1//.261.2/.268.8/.273/.33/.83

624.075/.121.5/.131.55

(043.3)

NONLINEAR DYNAMICAL MODELING OF SEISMIC EVENTS INDUCED BY STRESS CHANGE DUE TO EXCAVATION OF HORIZONTAL UNDERGROUND CHAMBERS

ABSTRACT

In this dissertation, the aim of the research was to determine the dynamics of seismic events induced by the stress change due to excavation of horizontal underground chambers. The conducted analysis was twofold – in the first part of the research, time series of strong ground motion during the seismic event are analyzed, while in the second part, the stability analysis of phenomenological Burridge-Knopoff spring-block model is conducted. For this purpose, different methods are engaged. The time series analysis was performed using the surrogate data testing and nonlinear time series analysis (delay embedding theorem). These analyzes were performed for the strong ground motion recordings at three different mines in Poland: copper mines Rudna and Legnic-Glogov and coal mine Upper Silezia. In all the examined cases, the results of the analysis indicated that the time series of strong ground motion in north-south and vertical direction, induced by the excavation of underground chambers, belong to nonlinear processes, while the strong ground motion in east-west direction belongs either to a class of stationary linear stochastic processes with Gaussian inputs, or to a class of stationary Gaussian linear processes transformed by some nonlinear function. The nonlinear time series analysis confirmed stochastic nature of strong ground motion, recorded in all directions, by performing the deterministic test ($\kappa < 1$) and stationarity test (low cross-prediction error). In the second part of the research, the stability analysis is performed for several types of the Burridge-Knopoff model: for Madariaga single-block model with Dieterich-Ruina rate and state dependent friction law, for Carlson-Langer model with one and two blocks and velocity dependent friction law, and for Becker single-block model with Dieterich-Ruina rate and state dependent friction law and two state variables. The stability analysis for these models is conducted numerically and analytically. The numerical analysis was performed for Carlson-Langer and Becker model, by applying the Runge-Kutta fourth-order method. In the case of Madariaga model, the analysis is performed analytically (standard local bifurcation analysis), and the results are later confirmed numerically, using the DDE-BIFTOOL software package.

The analysis of the dynamics of the models under study is performed under the perturbation of the introduced parameters: frictional strength parameter c in Carlson-Langer model, and time delay parameter τ in Carlson-Langer and Madariaga model. Besides this, dynamics of the model is observed for periodic perturbation of parameters in Madariaga and Becker model. The motivation for the introduction of new parameters, and their periodic or linear perturbation is following. Firstly, time delay parameter τ qualitatively describes the delayed effect of the underground chamber excavation, and, consequently, stress change, on the movement reactivation along the fault. Secondly, frictional strength parameter c describes the inherent properties of the fault zone – its width, depth, mineral composition, etc. Thirdly, periodic perturbation of parameter values mimics the mining effect (mining equipment vibrations, blasting effects, etc.). The performed analysis shows that, by including the time delay, models under study show deterministically chaotic behavior, which represents generic feature of Madariaga model, while, in Carlson-Langer model, it only appears as a transient feature. It is necessary to emphasize that, besides the more complex behavior, introducing time delay could induce the transition from periodic to equilibrium state, suppressing, in that way, fault motion, and, consequently, the seismic activity. On the other hand, frictional strength parameter c only destabilizes the block motion in Carlson-Langer model, by inducing the onset of periodic or quasi-periodic motion. Regarding the periodic perturbation of control parameters, both models, Madariaga and Becker, exhibit, in this case, deterministically chaotic behavior, for the much smaller parameter values in comparison to some previous research. Moreover, complex dynamical behavior arises due to small amplitude perturbations, which corresponds well to the effect of mining (mining equipment vibrations, blasting effects, etc.). In the same time, perturbation frequencies are similar to the frequency of block oscillation in an unperturbed state. In other words, the reactivation of motion along the fault is possible under the effect of small amplitude oscillation, with frequencies approximately the same as the frequency of aseismic creeping. Generally, the performed research showed that the time delay among the excavation of underground chambers, stress change and fault reactivation is of primary importance for the motion dynamics along the fault. It is necessary to emphasize that the apparent incompatibility between the stochastic nature of the strong ground motion during the seismic event and its model of nucleation could be explained

by the fact that both the process of nucleation and propagation of seismic waves represent dissipative systems. In other words, in the process of seismic nucleation, one part of energy is "spent" to overcome friction, in the process of friction heating, etc, while only a part of energy is released in a form of seismic waves. These waves travel through the Earth's crust, and dissipate the energy due to complex tectonics, geological composition, various morphological structures, distortion of seismic waves, etc. The performed research represents solid ground for the further exploration in the area of mining induced seismic events, by applying modern technology and increasing the number of seismological stations, on one side, and through more accurate analysis of obtained data and the behavior of the suggested phenomenological models, on the other side.

KEYWORDS: seismic event, stress, underground chambers, bifurcations, time series, deterministic chaos, stochasticity, perturbations, time delay, frictional strength

SCIENTIFIC FIELD: Mining Engineering

FIELD OF ACADEMIC EXPERTISE: Exploration of hard mineral resources and rock mechanics

UDK number: 512.643:519.245/.856/.87:534:64:550.8:616.232

622.1//.261.2/.268.8/.273/.33/.83

624.075/.121.5/.131.55

(043.3)

SADRŽAJ

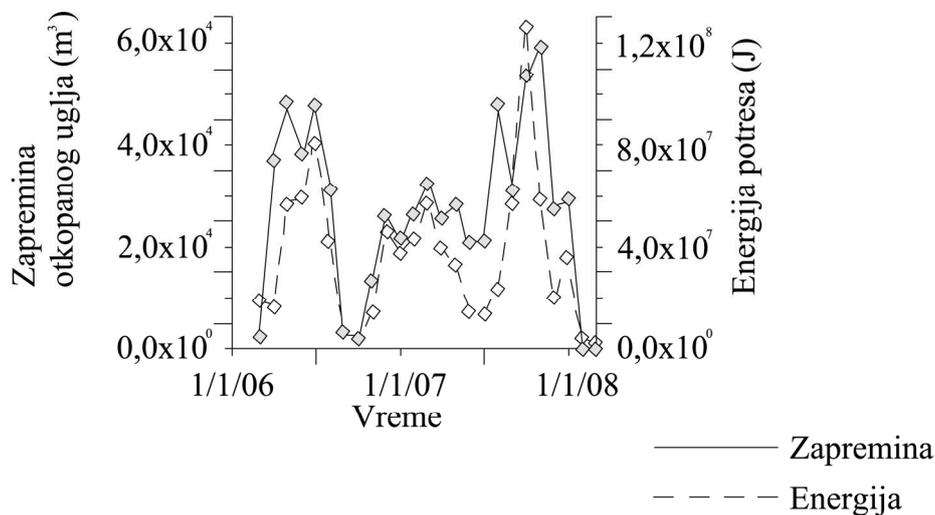
1. UVOD.....	1
2. PREGLED REZULTATA PRETHODNIH ISTRAŽIVANJA.....	12
3. MEHANIZAM NASTANKA RUDARSKI GENERISANIH POTRESA.....	17
4. MODELOVANJE MEHANIZMA NASTANKA RUDARSKI GENERISANIH POTRESA DUŽ RASEDA.....	36
5. NELINEARNA DINAMIKA I TEORIJA HAOSA – PREGLED OSNOVNIH POJMOVA.....	51
6. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA.....	70
7. REZULTATI ISTRAŽIVANJA.....	105
8. ZAKLJUČAK.....	183
LITERATURA.....	189
PRILOG 1. Rudarske oblasti u svetu u kojima su registrovani potresi izazvani različitim rudarskom aktivnošću.....	206
PRILOG 2. Algoritam metodologije nelinearnog dinamičkog modelovanja potresa izazvanih promenom naponskog stanja pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija.....	207
PRILOG 3. Rezultati analize vremenske serije registrovanog potresa u basenu uglja u Gornjoj Sileziji u Poljskoj.....	208
PRILOG 4. Rezultati analize vremenske serije registrovanog potresa u basenu bakra Legnica-Glogov u Poljskoj.....	219

1. UVOD

Rudarsko inženjerstvo, kao naučna oblast, predstavlja sintezu različitih naučnih disciplina, pre svega prirodnih i tehničkih, tako da se tokom poslednjih godina sve više nameće potreba za primenom savremenih matematičkih metoda i tehnika, koje mogu doprineti boljem razumevanju geoloških pojava i procesa, među kojima i rudarski izazvanih potresa, kao najvažnijih prirodnih faktora koji utiču na uslove izgradnje i eksploatacije rudarskih objekata. Tradicionalni pristupi, koji podrazumevaju primenu empirijskih formula, ne daju zadovoljavajuće rezultate, imajući u vidu činjenicu da su pomenute formule izvedene za pojedine vrste stenskih masa, i, samim tim, imaju ograničenu primenu u drugim geološkim sredinama. U tom smislu, prateći, pre svega svetske trendove u oblasti izučavanja zemljotresa, došlo se do saznanja da bi tehnike i metode izučavanja ovih pojava mogle biti primenjene i na potrese izazvane promenom naponskog stanja pri izradi podzemnih prostorija, što bi dovelo do boljeg razumevanja samog mehanizma nastanka procesa, kao i dinamičkih karakteristika njihovih pojava, i na taj način dalo osnovu za racionalnije projektovanje uslova i tehnologije iskopa, načina podgrađivanja, vrste i karakteristika podgrade, kao i adekvatnih preventivnih i sanacionih mera. Do sada obavljena ispitivanja u svetu, na primeru definisanja mehanizma prirodnih zemljotresa, kao i u drugim oblastima geološke i rudarske nauke, samo potvrđuju hipotezu da je neophodno primeniti moderne matematičke metode i u oblasti rudarski generisanih potresa, među kojima i metode nelinearne dinamike.

Za potrebe eksploatacije mineralnih sirovina, ili tokom izvođenja podzemnih radova za potrebe izrade podzemnih skladišta, skloništa, i drugih vrsta podzemnih objekata, naročito na većim dubinama, remeti se postojeće naponsko stanje u okolnoj stenskoj masi. U slučaju postojanja raseda ili sličnog mehaničkog (ili litološkog) diskontinuiteta u širem području izvođenja rudarskih radova, realno je očekivati da promena napona uzrokuje kretanje duž postojećih diskontinuiteta, čime bi se stvorili uslovi za nastanak potresa. Intenzitet ovih potresa postaje veći i njihovi efekti značajniji sa daljim napredovanjem iskopa i povećanjem dubine, čime se povećavaju i njihove posledice kako po sam proces rada, tako i na materijalna dobra na površini terena. Ova veza između napredovanja rudarske aktivnosti i pojave potresa utvrđena je u mnogim

rudarskim oblastima u svetu. Tako, na primer, očigledna je veza između količine iskopanog uglja i registrovane energije seizmičke aktivnosti u Rurskoj rudarskoj oblasti u Nemačkoj (slika 1-1).

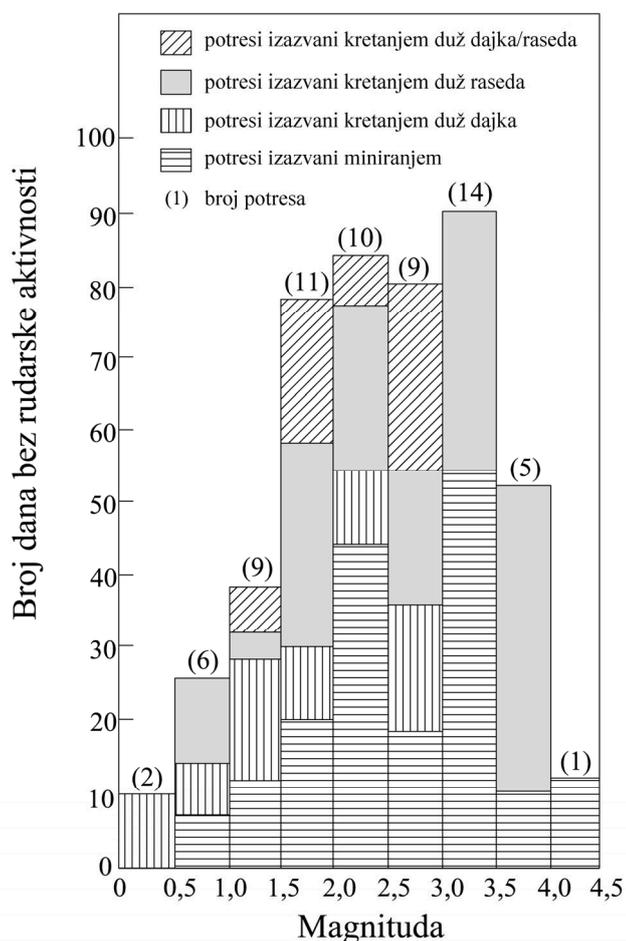


Slika 1-1. Seizmička energija i zapremina otkopanog uglja po mesecima za Rursku oblast u Nemačkoj [Fritschen, 2010; modifikovano].

Ovakva uzročno-posledična veza između tehnogenih potresa i napredovanja rudarskih radova od posebnog je značaja za teritoriju naše zemlje, s obzirom na to da se pojedina ležišta mineralnih sirovina, u kojima se vrši ili se predviđa podzemna eksploatacija, nalaze u seizmički aktivnim zonama (Baljevac, Jarando, Bela stena, Rudnik, Suvo rudište, Zajača, Krupanj, i dr.). U ovim zonama realno je očekivati da usled povećanog obima eksploatacije mineralnih sirovina i ubrzanog napredovanja radova dođe do pojačane frekvencije potresa, ili do povećanja njihovih magnituda, a što upravo može biti uslovljeno promenom naponskog stanja u stenskoj masi i reaktiviranjem kretanja duž postojećih ruptura u Zemljinoj kori. Neophodno je naglasiti da do sada u našoj zemlji nisu zabeleženi potresi ovog tipa. Jedino su u rudniku uglja u Zenici, u jami „Raspotočje”, u dva navrata, rokom 2010.g. i 2012.g. zabeleženi gorski udari, izazvani naglim oslobađanjem velike količine stenske mase iz čela iskopa. S druge strane, postoji veliki broj primera ovakvih potresa u svetu, naročito u zemljama sa razvijenom rudarskom aktivnošću, poput Poljske, Nemačke, SAD-a i Južne Afrike, gde

usled intenzivne rudarske aktivnosti često dolazi do pojave potresa različitih magnituda. U Prilogu br.1 dat je pregled registrovanih rudarski generisanih potresa, po kontinentima, državama, rudarskoj oblasti, vrsti sirovine koja se eksploatiše, mehanizmu nastanka i rasponu magnituda.

Izučavanje rudarski izazvanih potresa takođe je značajno i zbog velikih materijalnih šteta koje uzrokuje ovaj tip potresa. Na slici 1-2 dat je primer šteta, izraženih u brojevima dana bez rudarske aktivnosti u rudniku zlata Klerksdorp u Južnoj Africi, u zavisnosti od magnitude i vrste potresa. Kao što se može videti, značajan udeo rudarski izazvanih potresa predstavljaju potresi nastali reaktiviranjem kretanja duž raseda.



Slika 1-2. Veza između pricinjene štete, izražene u brojevima dana bez rudarske aktivnosti, i magnitude različitih tipova potresa u rudniku zlata Klerksdorp u Južnoj Africi [Gay, 1993; modifikovano].

U ovoj disertaciji, predmet istraživanja predstavljaju potresi izazvani promenom naponskog stanja pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija. Naglasak na promeni naponskog stanja kao uzročnika pojave potresa proizilazi iz činjenice da i deformacija stenske mase dovodi do pojave potresa. Međutim, potresi ovakvog tipa su manje magnitude i mogu se izbeći pravilnim izborom tehnologije iskopa, definisanjem odgovarajućih parametara fizičko-mehaničkih svojstava stenske mase, i dr. Naime, ukoliko usvojimo podelu rudarski izazvanih potresa predloženu u radu [Hasegawa, i dr., 1989], izdvajaju se šest osnovnih modela nastanka potresa indukovanih podzemnom eksploatacijom: potresi izazvani provaljivanjem krovine podzemnih prostorija, lomom zaštitnih stubova, prekoračenjem čvrstoće na zatezanje povlatne stenske mase, kao i reaktiviranjem kretanja duž normalnog, reversnog i transkurentnog raseda. Ovi modeli se obično razmatraju pri opštoj analizi rudarski izazvane seizmičnosti [Gibowicz, Kijiko, 1994]. Pri tome, pojava prva tri tipa potresa može biti izbegnuta, ili njihova veličina može biti u značajnoj meri redukovana, primenom odgovarajućeg načina eksploatacije, pravilnim odabirom vrste podgrade, pre svega u zavisnosti od vrste i fizičko-mehaničkih svojstava stenske mase. S druge strane, potresi izazvani reaktiviranjem kretanja duž raseda ne mogu se kontrolisati, što ih čini jednim od najznačajnijih geoloških hazarda u područjima sa podzemnom eksploatacijom mineralnih sirovina. Ovakva kompleksnost rudarski generisanih potresa duž postojećih raseda proizilazi i iz njihove „haotične” dinamike mehanizma nastanka potresa, kao i iregularnog kretanja (oscilovanja) tla za vreme potresa.

Neophodno je naglasiti da je kod svih predloženih modela nastanka rudarski izazvane seizmičnosti u radu [Hasegawa, i dr., 1989] razmatrana promena naponskog stanja izazvana izradom horizontalnih podzemnih prostorija za potrebe daljeg napredovanja rudarskih radova, zbog čega je ovaj vid rudarskih radova i predmet doktorske disertacije. U daljem tekstu, ovi potresi biće nazivani „rudarski izazvanim potresima”, pod kojima će se podrazumevati potresi nastali promenom naponskog stanja pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija.

Izučavanje potresa, u ovoj disertaciji, izvodi se na dva načina: analizom dinamike registrovanih vremenskih serija potresa, i njihovog mehanizma nastanka, oko nepodgrađene podzemne prostorije kružnog poprečnog preseka i u neposrednoj blizini

čela otkopa. Cilj istraživanja je dvostruk: (1) određivanje područja u parametarskom prostoru sistema sa različitim dinamičkim ponašanjem, uz pretpostavku periodičnih promena posmatranih parametara i još vremenskog kašnjenja između promene naponskog stanja i reaktiviranja kretanja duž raseda; (2) ispitivanje dinamike oscilovanja tla za vreme potresa.

Metode koje su korišćene u istraživanju već su potvrđene u oblasti izučavanja zemljotresa, s obzirom na to da do nastanka ovih potresa dolazi kretanjem duž postojećeg raseda, a što predstavlja mehanizam koji odgovara tektonskim zemljotresima [Gibowicz, Kijiko, 1994]. Ispitivanje je izvedeno korišćenjem metoda nelinearne dinamike, i to u dve faze. U prvoj fazi, izvršena je analiza nelinearnih vremenskih serija registrovanih potresa na nekoliko izabranih lokacija (rudnika). Analiza je izvedena primenom modernih metoda analize nelinearnih vremenskih serija, kao i postupka ispitivanja surogat podataka. Potom, u drugoj fazi, za potrebe modelovanja mehanizma nastanka rasednih potresa izazvanih napredovanjem rudarskih radova u Zemljinoj kori, pristupilo se analitičkom i numeričkom ispitivanju dinamike modela nastanka potresa. Međutim, neophodno je naglasiti da još uvek ne postoji konsensus oko jedinstvenog modela koji opisuje kretanje duž seizmogenog raseda, a samim tim i nastanak potresa. Stoga, vrlo je korisno izučavati različite modele, razmatrajući pri tom uticaje različitih parametara sistema na dinamiku ispitivanih modela. U ovom istraživanju polazi se od Baridž-Knopof modela bloka sa oprugom¹ [Burrige, Knopoff, 1967], čija se dinamika definiše pomoću tri različita sistema diferencijalnih jednačina – prvi predložen u radu [Erickson, i dr. 2008], drugi predložen u radu [Carlson, Langer, 1989], odnosno u radu [Vieira, 1999] i treći predložen u radu [Becker, 2000]. Cilj izvođenja analize jeste utvrđivanje karaktera procesa koji dovodi do pojave potresa. Drugim rečima, neophodno je utvrditi da li je proces koji izaziva pojavu potresa determinističke ili stohastičke prirode. Ukoliko se potvrdi deterministička priroda procesa, onda je moguće nastanak potresa modelovati determinističkim jednačinama, koje su vrlo primenljive u inženjerskoj praksi. S druge strane, u slučaju da analiza dinamičkog ponašanja ukaže na prisustvo determinističkog haosa, to bi direktno ukazivalo na postojanje mogućnosti

¹ *spring-block Burridge-Knopoff model* (ang.) – u daljem tekstu za Baridž-Knopof model koristi se uobičajena skraćenica BK model

kratkoročne predvidivosti procesa za određene vrednosti parametara sistema, sa kvalitativnim korelacijama između teorijsko ispitivanih vrednosti i realno osmatranih podataka.

Analiza dinamike kretanja modela nastanka potresa izvedena je za tri varijante BK modela, i to:

- 1) sa jednim i dva bloka, i zakonom trenja samo u funkciji brzine bloka (Karlson-Langer sistem);
- 2) sa jednim blokom i Diterih-Ruina zakonom trenja [Dieterich, 1979; Ruina, 1983] u funkciji brzine bloka i stanja kontaktne površi (Madariaga sistem);
- 3) sa jednim blokom i Diterih-Ruina zakonom trenja [Becker, 2000], i dve promenljive stanja (Bekerov sistem).

Izučavanju ovih modela pristupilo se na sledeći način:

- a) uvodeći dva nova parametra:
 - vremensko kašnjenje τ u izraz za trenje u prvom i drugom modelu;
 - parametar jačine trenja c u izraz za trenje u prvom modelu.
- b) periodičnom perturbacijom parametara u prvom i trećem modelu.

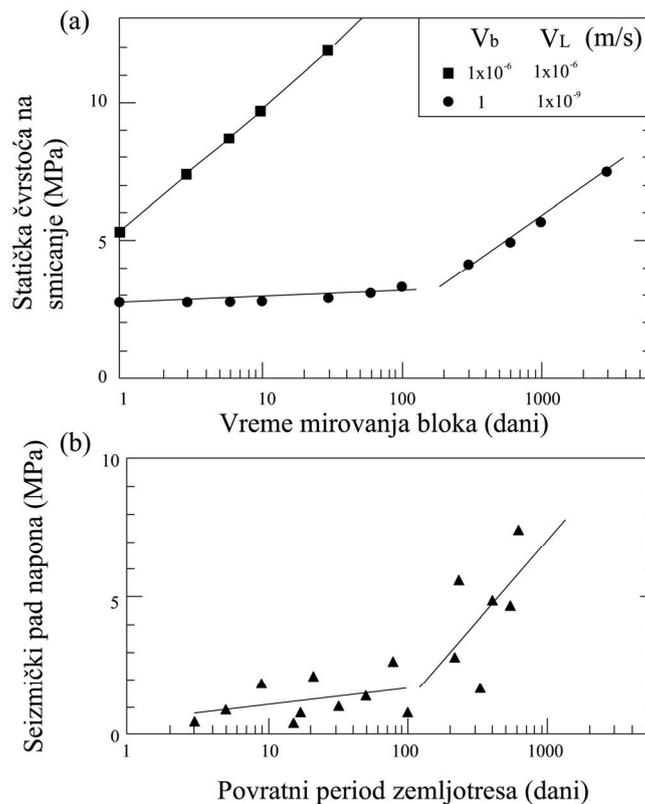
Razlozi za uvođenje vremenskog kašnjenja τ su višestruki:

- 1) vremensko kašnjenje τ kvalitativno odražava zakasneli uticaj napredovanja rudarskih radova na reaktiviranje kretanja duž raseda. Naime, promenom naponskog stanja napredovanjem čela iskopa (i time uklanjanjem dela stenske mase), dolazi do promene naponskog stanja i duž rasedne zone. Da bi došlo do kretanja duž raseda, a time i pojave nestabilnosti, potrebno je da, u određenom vremenskom intervalu, promena napona postane veća od koeficijenta trenja duž raseda. Upravo ovaj vremenski interval, „hijatus”, između vremena iskopa i vremena potresa kvalitativno se može modelovati uvođenjem vremenskog kašnjenja τ ;
- 2) uvođenjem τ u izraz za trenje kod modela sa jednim blokom, javljaju se tipovi dinamičkog ponašanja osmatrani u modelima sa više blokova. Na taj način, broj blokova modela se redukuje, bez kvalitativnih promena dinamičkog ponašanja;
- 3) povećanje statičkog koeficijenta trenja sa vremenom (a time i čvrstoće na smicanje), od ključne je važnosti za pojavu nestabilnosti trenja, a, time i za pojavu

potresa. Opšte posmatrano, čvrstoća na smicanje (koeficijent trenja) predstavlja dinamičku promenljivu, koja je suštinski povezana sa brzim procesima tokom kretanja blokova, i sporim procesima tokom stanja mirovanja blokova [Ben-David, i dr., 2010]. Ovaj spori proces „zaceľjenja raseda”, koji započinje po prestanku kretanja bloka, obično se naziva „starenjem” raseda, i odvija se tokom vremena koje je određeno „lokalnom memorijom” sistema o efektivnom kontaktu između bloka i hrapave površi. Drugim rečima, proces „starenja” raseda, koji podrazumeva obnavljanje kontakta između bloka i hrapave podloge, kao i logaritamski porast koeficijenta statičkog trenja u dužem vremenskom intervalu, primarno je određen dužinom i karakterom kontakta između bloka u kretanju i hrapave površi donje ploče u prethodnoj brznoj fazi kretanja. Vremensko kašnjenje τ , kao dopuna članu za trenje, opisuje ovaj složeni odnos dve susedne faze kretanja bloka, koje su od posebnog značaja za proces trzanja, i, stoga, nastanak nestabilnosti trenja. Preciznije, vremensko kašnjenje τ daje vezu trenja u stenskoj masi sa „istorijom” kretanja bloka pre nego što se blok zaustavio. Direktna posledica ove zavisnosti procesa „starenja” raseda od prethodnog stanja kontaktne zone ogleda se u početnom periodu relativno nepromenjene vrednosti statičkog koeficijenta trenja (čvrstoće na smicanje). Naime, do porasta čvrstoće na smicanje dolazi tek nakon određenog vremenskog intervala od trenutka zaustavljanja bloka. Ovo ponašanje je utvrđeno u laboratorijskim opitima na blokovima granita, koji su klizali preko kataklastičnog, zdrobljenog tektonskog materijala kvarcnog sastava [Marone, 1998]. Opiti su sprovedeni za brzine bloka $V_b=0,01-10\text{m/s}$ i pri stalnoj brzini celog sistema ($V_L=30\text{mm/god.}\approx 3\times 10^{-9}\text{m/s}$). Na slici 1-3a jasno se uočava početni period „stagniranja” u porastu čvrstoće na smicanje. Za $V_b=V_L=1\mu\text{m/s}$, statička čvrstoća se linearno povećava sa $\log t$. Međutim, za $V_b=1\text{m/s}$, i $V_L=10^{-9}\text{m/s}$ efektivna brzina regenerisanja raseda „kasni” u vremenskom intervalu odmah nakon dogođenog potresa. Dužina ovog kašnjenja zavisi od krutosti materijala u rasednoj zoni i od veličine rupture koje nastaje usled pojave potresa. Parametri trenja $a=0,01$; $b=0,02$; i $D_c=5\text{mm}$, u saglasnosti su sa laboratorijskim i terenskim procenama [Marone, 1998]. Pored ovih laboratorijskih rezultata, slično ponašanje je osmatrano i u slučaju realnih

raseda, gde se takođe javlja početni period kašnjenja u povećanju čvrstoće na smicanje (<100 dana od poslednjeg zemljotresa), sa malim promenama u seizmičkom stresu (naponu), reda veličine 1MPa, nakon čega dolazi do povećanja napona duž raseda, reda veličine nekoliko MPa (slika 1-3b).

- 4) uvođenjem vremenskog kašnjenja u izraz za trenje samo se pojačava efekat kompleksne prirode trenja na sam proces kretanja bloka (a i proces kretanja duž raseda *in situ*). Naime, u rasednoj zoni, usled kretanja, dolazi do pojave zagrevanja i topljenja stenske mase, termalnih pritisaka, stvaranja silika-gela koji deluje kao lubrikant („podmazuje rasednu zonu”), kao i efekata granularnog trenja (trenja između zdrobljenih delova stenske mase). U drugom modelu (Madariaga), vremensko kašnjenje τ se može smatrati dopunom parametru stanja θ . Naime, vrlo često se u modelima koji uzimaju u obzir Diterih-Ruina zakon trenja, javljaju dva ili više parametara stanja. U ovom slučaju, koristi se samo jedan parametar stanja, ali uz dopunu vremenskim kašnjenjem. Na taj način, pojačavaju se tzv. memorijski efekti kontaktne površine, koja „kao da pamti” prethodne cikluse kretanja, tako da pri svakom novom kretanju, kontaktna površ ima nova, drugačija svojstva;
- 5) još jedna motivacija za uvođenje vremenskog kašnjenja τ proizilazi iz sličnosti BK modela sa relaksacionim oscilatorom. Naime, trzajuće kretanje predstavlja inherentnu karakteristiku relaksacionih oscilatora, čija je glavna odlika postojanje dve vremenske skale - „brze” tokom koje dolazi do oslobađanja akumulirane energije („*slip*” faza) i „spore” tokom koje se akumulira napon u stenskoj masi („*stick*” faza). S obzirom na to da je vremensko kašnjenje τ inherentno svojstvo relaksacionih oscilatora, u ovom slučaju se uvodi i u BK model, i razmatra se uticaj ovog parametra na dinamiku modela;



Slika 1-3. Vremensko kašnjenje τ , osmatrano u laboratorijskim uslovima (a), i *in situ* (b). Rezultati numeričke simulacije i poređenje sa terenskim podacima [Marone, 1998].

6) u radu [Kijko, i dr., 1993] ukazano je na vremensku zavisnost rudarski izazvanih potresa, u smislu da se parametri stenske mase menjaju tokom vremena, pre i posle seizmičkog događaja. Takva njihova promena uslovljena je rastojanjem od epicentra potresa, veličinom potresa i svojstvima i stanjem stenske mase. S tim u vezi, razmatranje trenja kao funkcije sa usporenim argumentom, omogućava bolje sagledavanje procesa tokom i nakon potresa.

Neophodno je naglasiti da je ovo prvi slučaj uvođenja parametra τ u BK model u dosadašnjim istraživanjima. Iako svesni da njegova prava priroda možda i nije egzaktno definisana, imajući u vidu uticaj ovog parametra na dinamiku modela, smatramo da će njegova tačna uloga u realno osmatranim potresima biti određena budućim empirijskim istraživanjima (*in situ* ili u laboratorijskim uslovima).

Razlozi za uvođenje parametra jačine trenja c u Karlson-Langer model slične su prirode kao i za uvođenje vremenskog kašnjenja τ , s tom razlikom da variranjem parametra c , dolazi samo do direktnog smanjenja ili povećanja uticaja trenja (trenje se pojačava ili smanjuje). Ova varijacija jačine trenja u Zemljinoj kori obično je uzrokovana nastankom i svojstvima zdrobljenog materijala duž rasedne zone, koji predstavlja nekonsolidovani materijal bez kohezije, gotovo u potpunosti sastavljen od fino zdrobljenih delova, kao finalnog produkta trenja na kontaktu dva bloka stenske mase [Sibson, 1977]. Postoje dokazi da ovaj materijal ima značajan efekat na stabilnost prirodnih raseda [Scholz, i dr., 1969; Marone, Scholz, 1988] i trenja stenske mase [Byerlee, 1967; Engelder, i dr., 1975; Byerlee, Summers, 1976; Das, dr. 1986], uzrokujući promenu čvrstoće na smicanje duž raseda, u zavisnosti od mineralnog sastava, pre svega prisustva minerala glina u zasićenom stanju [Morrow, i dr., 2000; Behnsen, Faulkner, 2012], zatim u zavisnosti od debljine rasedne zone [Marone, i dr., 1990], kao i od dubine raseda [Mizoguchi, i dr., 2007].

S druge strane, ove promene u jačini trenja mogu biti izazvane i dejstvom nekih spoljašnjih faktora – u ovom slučaju usled napredovanja rudarskih radova. Naime, promenom naponskog stanja, menja se i uticaj trenja duž raseda na početak i sam proces kretanja.

Periodična perturbacija parametara u Karlson-Langer i Bekеровom sistemu ima za cilj modelovanje spoljašnjih uticaja, u ovom slučaju promena naponskog stanja usled napredovanja rudarskih radova (vibracije rudarskih mašina, efekti miniranja, i dr.). U ovom slučaju, spoljašnje perturbacije napona se uvode implicitno, pretpostavljajući da uzrokuju male oscilacije oko ravnotežnih vrednosti nekih od parametara sistema. U opštem slučaju, ovakvi spoljašnji uticaji mogu se pripisati efektima plime i oseke ili velikih akumulacija [Perfettini i dr., 2001], ili, pak, udaljenih zemljotresa [Gomberg i dr., 1998; Parsons, 2005].

Opšte posmatrano, disertacija se sastoji iz sledećih poglavlja. U prvom delu, u poglavljima „Pregled rezultata prethodnih istraživanja”, „Mehanizam nastanka rudarski generisanih potresa”, i „Modelovanje mehanizma nastanka rudarski generisanih potresa duž raseda” dat je opšti presek stanja istraživanja u ovoj oblasti, sa prikazom relevantnih podataka o rudarskim potresima i načinu njihovog modelovanja. U okviru

poglavlja „Nelinearna dinamika i teorija haosa-pregled osnovnih pojmova” dat je pregled opštih pojmova iz ove oblasti. U poglavlju „Metodologija istraživanja” dat je prikaz korišćenih metoda, dok se poglavlje „Rezultati istraživanja” sastoji iz dva dela: „Analiza vremenskih serija rudarski generisanih potresa” i „Analiza dinamike Baridž-Knopof modela”. U poglavlju „Zaključak” dat je kritički osvrt na dobijene rezultate, sa predlozima daljih istraživanja.

2. PREGLED REZULTATA PRETHODNIH ISTRAŽIVANJA

U ovom poglavlju dat je samo opšti pregled rezultata najznačajnijih istraživanja u okviru predmetne naučne oblasti. Detaljan opis rezultata pojedinih istraživanja prikazan je, po potrebi, u okviru svakog poglavlja disertacije.

Istraživanja u oblasti rudarski generisanih potresa uglavnom su zasnovana na proceni hazarda i rizika od njihovog dejstva na sam proces iskopa, zatim napredovanja rudarskih radova, ekonomičnosti eksploatacije, kao i na primenjenu mehanizaciju, objekte rudnika na površini terena i ljudstvo [Gibowicz, Kijko, 1994]. Matematičko modelovanje mehanizma nastanka potresa i njihovih efekata u terenu bili su do sada predmet malobrojnih razmatranja.

Prva veza između nelinearne dinamike i haosa i rudarski izazvanih potresa data je u radu [Morrison, Swan, Scholz, 1993], gde autori, metodom diskretnih elemenata, izučavaju pojavu kretanja duž raseda (a samim tim i potresa) u zavisnosti od rastojanja od čela iskopa. Rezultati njihovog istraživanja upućuju na sledeće zaključke: da raspored potresa (kretanja duž raseda) ima samoslična (fraktalna) svojstva, kao i da je deterministički model u slučaju potresa prihvatljiv samo do izvesne granice, odnosno da je poboljšanje modela moguće ukoliko pođemo od pretpostavke da je nastanak potresa „haotični” sistem.

Kortas [2005] istraživao je seizmogramе 5 jačih potresa zabeleženih u Poljskoj i Južnoj Africi. Dva su registrovana u basenu bakra Legnica-Glogow (u rudnicima Polkovice-Sieroszovice i Rudna), dva u basenu uglja u Gornjoj Sileziji (u rudnicima Katowice i Vujek), dok peti seizmogram predstavlja registrovane oscilacije tla za vreme potresa u jednom rudniku zlata u Južnoj Africi. Istraživanjem je obuhvaćen raspored registrovane energije, vremena registrovanja, koordinata epicentara i hipocentara potresa. Koristeći Grasberger-Prokačia algoritam za određivanje veličine fraktalne dimenzije, Kortas je ukazao na to da distribucija vremena pojave, energije i koordinata epicentara ima svojstvo multifraktala (0,69-1,60 za rudnike bakra, 0,62-2,56 za rudnike uglja, i 0,87-2,07 za rudnik zlata u Južnoj Africi). Takođe, Kortas je pristupio izračunavanju vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta, pri čemu je u 4 od proučavanih 20 slučajeva (pet rudnika sa četiri različite distribucije registrovanih

parametara) maksimalni Ljapunovljev eksponent imao pozitivnu vrednost, ukazujući na visokodimenzionalno determinističko haotično ponašanje sistema.

S druge strane, Huang, Yin i Dai [2010] istraživali su model dva bloka sa oprugom, u cilju simulacije rudarski generisanih potresa, i pri tome utvrdili determinističko haotično ponašanje, koje ukazuje na to da je dinamika modela rudarski generisanih potresa deterministička, nasuprot često zastupanom stavu o stohastičkoj dinamici modela potresa.

Neophodno je naglasiti da je primena ovih metoda vrlo zastupljena u ispitivanju tektonskih, prirodnih zemljotresa. Imajući u vidu činjenicu da je sam proces kretanja duž raseda, ukoliko zanemarimo razlike u načinu pobude, gotovo isti kod tektonskih i rudarski generisanih potresa, postojeća saznanja iz oblasti seizmologije se analogno primenjuju i u oblasti rudarske seizmologije¹ [Gibowicz, Kijko, 1994], poput Gutenberg-Rihter zakona, fokalnih mehanizama i fenomenoloških modela. S obzirom na to da ovaj deo istraživanja obuhvata analizu fenomenoloških modela, u daljem tekstu daćemo pregled rezultata dosadašnjih istraživanja u ovoj oblasti.

Empirijska osnova za kreiranje fenomenološkog BK modela postavljena je u radu [Brace, Byerlee, 1966], pri čemu su autori vršili ispitivanja čvrstoće na smicanje poremećenog i neporemećenog uzorka granita u triaksijalnom aparatu. Rezultati njihovih ispitivanja ukazali su na to da u neporemećenom uzorku, kada vertikalna sila prevaziđe čvrstoću na smicanje stenske mase i dođe do pojave loma, dalje kretanje jednog dela uzorka u odnosu na drugi postaje trzajuće². Naime, neposredno nakon loma, duž kontaktne površi dva dela uzorka formira se jedna zona zdrobljene stenske mase, sa velikom vrednošću koeficijenta trenja, odnosno čvrstoće na smicanje. Daljim delovanjem sile u triaksijalnom aparatu, dolazi do povećanja čvrstoće na smicanje, pri čemu nema kretanja duž kontaktne površi dva dela uzorka. Onog momenta kada sila u triaksijalnom aparatu „prevaziđe” veličinu statičkog koeficijenta trenja, dolazi do ponovnog kretanja. Imajući u vidu ove rezultate, u radu [Brace, Byerlee, 1966] predloženo je da bi ovakvo kretanje moglo da opiše nastanak zemljotresa u Zemljinoj kori. Nedugo zatim, oslanjajući se na ove rezultate, Baridž i Knopof [Burridge,

¹ *mine (mining) seismology (ang.)*

² *stick-slip motion (ang.)*

Knopoff, 1967] konstruisali su model bloka sa oprugom, koji je oponašao trzajuće kretanje, pri čemu su pretpostavili da je zakon trenja duž kontaktne površi funkcija samo brzine. Detaljan opis BK modela dat je u poglavlju „Mehanizam nastanka rasednih potresa”. Do sličnih rezultata došli su i Karslon i Langer [Carlson, Langer, 1989]. Međutim, naredna istraživanja su pokazala da je trenje duž kontakta dva bloka stenske mase isuviše kompleksno da bi se moglo opisati jednostavnim zakonom trenja zavisnim samo od jedne promenljive (brzine). Shodno tome, Diterih [Dieterich, 1979] je izveo niz laboratorijskih opita, čije je rezultate opisao čuvenim Diterih zakonom trenja, gde je trenje zavisno ne samo od brzine, već i od stanja površi duž koje se blok kreće. Ovaj zakon trenja je danas najčešće poznat kao Diterih-Ruina zakon trenja, zbog značajnog doprinosa A. Ruine [Ruina, 1983] daljem matematičkom razvijanju predloženog zakona.

Sa razvojem brzih računara složenije numeričke kalkulacije postale su moguće, što je i otvorilo put za primenu znanja iz oblasti nelinearne dinamike u istraživanju zemljotresa. Tako još Karlson i Langer [Carlson, Langer, 1989] ukazuju na mogućnost pojave „haotičnog” ponašanja u BK modelu. Potom, Vieira [Vieira, 1999] dokazuje prisustvo determinističkog haosa u modelu sa jednim i tri bloka, pretpostavljajući zakon trenja zavisan od brzine. Beker [Becker, 2000] proučavajući model jednog bloka sa oprugom, i zakonom trenja zavisnim od brzine i stanja, dolazi da zaključka da varirajući krutost opruge dolazi do pojave determinističkog haosa i to preko niza bifurkacija sa udvajanjem perioda (Fajgenbaumov put u kaos). Erikson i dr. [Erickson, i dr., 2008], na osnovu analize Madariaga sistema, koji matematički opisuje kretanje BK modela sa jednim blokom, takođe pokazuju da za određene vrednosti parametara dolazi do pojave deterministički haotičnog ponašanja. Takođe, isti autori [Erickson, i dr., 2011] dalje pokazuju, da, u slučaju diskretnog BK modela, sistem ispoljava i periodično i „haotično” ponašanje, pri čemu je prelaz ka „haotičnom” ponašanju uslovljen brojem posmatranih blokova. Iz diskretnog modela autori dalje izvode nelinearnu talasnu jednačinu, čijim rešavanjem se ukazuje na postojanje prostorno-vremenskog haotičnog ponašanja modela. Rezultati istraživanja upućuju na zaključak da je vrednost kritičnog parametra potrebna za pojavu haosa u kontinualnom modelu mnogo manja od vrednosti

u slučaju samo jednog bloka. Oni takođe dolaze do zaključka da je usvojeni Diterih-Ruina zakon trenja zavisen od posmatrane razmere.

S druge strane, haotično ponašanje osmatrano u fenomenološkim modelima, ispitivano je i kod vremenske distribucije registrovanih potresa. Tako su Beltrami i Marešal [Beltrami, Mareschal, 1993] pokušali da rekonstruišu strani atraktor za vremensku seriju registrovanih potresa u seizmičkoj oblasti Parkfield u Kaliforniji, u periodu 1969-1987.g. Pri tome, došli su do zaključka da je serija potresa ili potpuno slučajna, ili ima strani atraktor („haotična”), sa dimenzijom atraktora većom od 12. Tivari i dr. [Tiwari, i dr., 2004] primenili su postupak nelinearnog predviđanja u rekonstruisanom faznom prostoru pri proučavanju frekvencije pojave potresa u oblasti Centralnih Himalaja, i pri tome su utvrdili nisku pozitivnu korelaciju između predviđenih i realno osmatranih podataka, ukazujući na zajedničku stohastičku i „haotičnu” prirodu. Rezultati Iljopulosa i dr. [Iliopoulos, i dr. 2008] ukazuju na prostorno-vremensku „haotičnu” prirodu seizmičkog procesa, i na postojanje globalnog „zemljotresnog” stranog atraktora, kao osnovnog fizičkog procesa seizmogeneze u oblasti Grčke. De Santis i dr. [De Santis, i dr., 2010] pokazali su da se niz zabeleženih prethodnih udara, koji su kulminirali potresom magnitude $M_w = 6.3$ u oblasti Akvila u centralnoj Italiji 2009.g., razvijao kao „haotični” proces. Pri tome, primenili su metodu zasnovanu na ubrzanom oslobađanju napona u vremenu³, uz nelinearni pristup u rekonstruisanom faznom prostoru.

Pojedini autori imaju različite stavove u pogledu uzroka pojave determinističkog haosa u zabeleženim vremenskim serijama. Tako jedna grupa autora smatra da je deterministički haotična priroda posledica samog mehanizma nastanka potresa [Vieira, 1992; Erickson, i dr., 2008; Carlson, Langer, 1989], dok drugi smatraju da se „haos” javlja usled propagacije seizmičkih talasa kroz heterogene stenske mase [Abdullaev, Zaslavskii, 1991; McCloskey i dr., 1991; Urquizu, Correig, 1998].

Neophodno je naglasiti da koncept potresa kao deterministički haotičnih pojava nije podržan od strane pojedinih autora. Tako pojedini autori smatraju da seizmičnost predstavlja čisto slučajan (nasumičan) proces [Rundle, i dr., 1989; Huang, Turcotte, 1990; Kagan, 1997; Wyss, Toya, 2000], dok druga grupa autora smatra da su

³ *Accelerated Strain Release analysis (ang.)*

zemljotresi u stvari predstavnici klase samo-organizovanih kritičnih pojava [Bak, i dr., 1988; Malamud, Turcotte, 2000; Lise, Paczuski, 2001; Caruso, i dr., 2007].

U pogledu analize zabeleženih oscilovanja tla, metode nelinearne analize i analize surogat podataka nisu do sada primenjivane u oblasti rudarskog inženjerstva. S druge strane, pojedine metode su primenjivane u istraživanju oscilovanja tla tokom tektonskih zemljotresa. Tako su Pavlos, i dr. [1994], analizirajući vremenske serije zemljotresa na području Japana, ustanovili da mehanizam nastanka potresa, koji je opisan registrovanom vremenskom serijom, predstavlja niskodimenzionalni haotični proces. Takođe, u radu [Yang et al., 2012] izučavane su vremenske serije zabeleženog oscilovanja tla tokom Či-Či zemljotresa, magnitude 7,6, koji je 1999.g. pogodio centralni Tajvan. Pri tome, analiza registrovanih potresa na 24 stanice ukazala je na „haotičnu” i fraktalnu prirodu oscilovanja tla tokom potresa.

3. MEHANIZAM NASTANKA RUDARSKI GENERISANIH POTRESA

Potresi nastali rudarskom aktivnošću pri iskopu podzemnih prostorija za potrebe eksploatacije mineralnih sirovina, ili u toku same eksploatacije, spadaju u grupu zemljotresa tehnogenog porekla. Pri tome, razlikuju se dve osnovne grupe potresa: indukovani i pobuđeni, u zavisnosti od seizmičnosti datog područja. Ukoliko se potresi usled rudarske aktivnosti¹ jave u seizmički aktivnim područjima, onda je reč o pobuđenim zemljotresima. U suprotnom, u slučaju pojave potresa u aseizmičkim područjima, zemljotresi se nazivaju indukovanim.

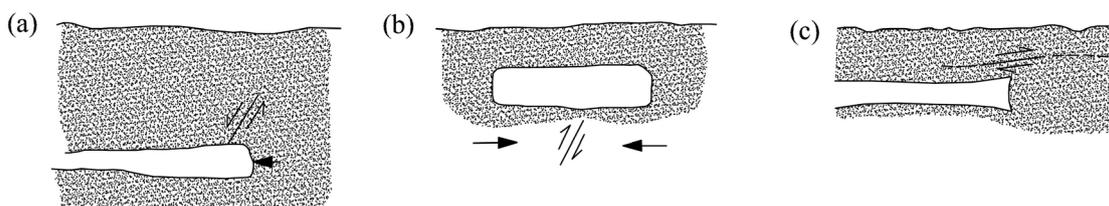
Seizmičnost izazvana dubokim podzemnim radovima u rudarstvu (eksploatacijom mineralnih sirovina, izgradnjom velikih podzemnih prostorija) predstavlja najznačajniji geološki hazard, koji direktno utiče kako na sam proces eksploatacije, tako i na bezbednost ljudi i opreme.

Izradom podzemnih prostorija za potrebe eksploatacije mineralnih sirovina, kao i tokom samog procesa otkopavanja rude, dolazi do poremećaja primarnog naponskog stanja, pri čemu su novonostale promene veće i složenije, ukoliko su inženjerskogeološki uslovi u stenskoj masi pre izrade podzemne prostorije bili složeni, a takođe i ukoliko proces otkopavanja, kao i veličina i oblik prostorija nisu prilagođeni prirodnim uslovima koji vladaju u tom delu stenske mase [Cabala, i dr., 2004]. Ova preraspodela napona, u pojedinim slučajevima, može dovesti do pojave potresa, pri čemu potresi najveće magnitude ($M \geq 4$) po pravilu bivaju izazvani preraspodelom tektonskih napona u neposrednoj blizini otkopa. Prethodna istraživanja [Smith, i dr., 1974] ukazuju na to da rudarska aktivnost u Zemljinoj kori, u opštem slučaju, dovodi do smanjenja veličine litostatičkog pritiska, putem rasterećenja stenske mase. Istovremeno, horizontalni naponi su takođe izmenjeni, kao posledica rasterećenja i Puasonovog efekta [Wong, 1985]. U kompresionom tektonskom polju, koje preovladava u Zemljinoj kori,

¹ *mine seismic events, minequakes (ang.)* – u daljem tekstu, potresi izazvani izradom podzemnih prostorija ili samom eksploatacijom mineralne sirovine nazivaće se rudarski generisanim potresima.

efekat rudarske aktivnosti izazvaće kretanja duž postojećih mehanički oslabljenih zona (raseda) pre pojave loma, i to smanjenjem vertikalno orijentisanog maksimalnog glavnog napona, i povećanjem smičućeg napona duž raseda. Kao rezultat toga, može doći do stvaranja seizmički aktivne rupture, u zavisnosti od veličine koeficijenta trenja duž pukotina, i njihove orijentacije u odnosu na pravac maksimalnog glavnog napona.

U opštem slučaju, rudarski izazvani potresi javljaju se u područjima sa srednjim do visokim horizontalnim kompresionim tektonskim poljem, koji se istovremeno odlikuju srednjom do visokom tektonskom seizmičnošću. Najjači potresi među njima, za koje su dostupni fokalni mehanizmi, u opštem slučaju nastaju kao rezultat reverznog ili transkurentnog rasedanja. U znatno manjem broju slučajeva, i normalni tip rasedanja može dovesti do pojave potresa (slika 3-1). Ovakav tip deformacije predstavlja posledicu povećanja napona smicanja duž postojećih oslabljenih zona (raseda), usled rasterećenja stenske mase. U slučaju kada litostatički pritisak određuje naponsko stanje, tektonski naponi mogu delovati kao „okidač” za pojavu rudarski izazvanih potresa.

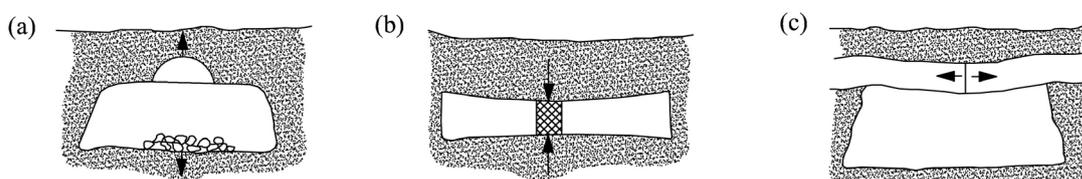


Slika 3-1. Shematizovani prikaz osnovnih mehanizama nastanka rudarski izazvanih potresa usled kretanja duž raseda (promena napona): a) kretanje duž normalnog raseda; b) kretanje duž reversnog raseda; c) kretanje duž transkurentnog raseda [Hasegawa, i dr., 1989].

Neophodno je napomenuti da je lom smicanjem najčešći uzrok nastanka potresa i u aseizmičkim oblastima, odnosno područjima u kojima prethodno nisu zabeleženi tektonski zemljotresi. Tada, usled redistribucije napona u netaknutoj stenskoj masi, u prvoj fazi dolazi do formiranja tenzionih pukotina, s obzirom na to da je čvrstoća na

zatezanje najmanja kod stenskih masa. U sledećoj fazi, preraspodela napona prevazilazi i čvrstoću na smicanje, kada dolazi do pojave pukotina smicanja. Na kraju, daljim napredovanjem otkopavanja, dolazi do kretanja duž formirane pukotine smicanja, pri čemu akumulirana potencijalna energija biva delom transformisana u kinetičku, a delom se oslobađa putem toplote i seizmičkih talasa, kada se stvaraju uslovi za pojavu potresa.

Promena naponskog stanja, pored toga što direktno može da dovede do pojave potresa, često uzrokuje pojavu deformacija stenske mase, kada takođe dolazi do slabijih potresa (slika 3-2). Naime, kao posledica deformacija stenske mase može doći do gorskih udara², razaranja zaštitnih stubova³, iznenadnog klizanja kvazi-viskozno g rudonosnog sloja na velikim dubinama⁴ (pri čemu ovaj termin obuhvata i potrese nepoznatog porekla), kao i do naglog izbacivanja ugljenog proslojka u otkopani prostor⁵. Pored toga, do potresa izazvanih deformacijama stenske mase može doći i primenom miniranja na čelu otkopa, kada usled posledica razaranja stenskog materijala i brze konvergencije stvorenog prostora dolazi do formiranja zdrobljenih zona klizanja⁶, duž kojih može doći do kretanja stenske mase i pojave potresa.



Slika 3-2. Shematizovani prikaz osnovnih mehanizama nastanka rudarski izazvanih potresa usled deformacije stenske mase: a) prolom krovine podzemnih prostorija; b) lom zaštitnih stubova; c) formiranje tenzionih pukotina u krovini. Strelice označavaju pravac dejstva napona (stresa) [Hasegawa, i dr., 1989].

² *rockburst (ang.)*

³ *pillar burst (ang.)*

⁴ *bump (ang.)*

⁵ *outburst (ang.)*

⁶ *comminuted faults (ang.)*

Ovakva podela potresa izazvanih izradom horizontalnih podzemnih prostorija predstavlja opštu podelu, i moguće je izdvojiti nekoliko podtipova. Šest modela rudarski indukovane seizmičnosti, originalno razvijenih na osnovu zabeleženih potresa u rudnicima u Kanadi [Hasegava, i dr. 1989], prihvaćeni su kao opšti tipovi mehanizma nastanka potresa izazvanih podzemnim radovima:

- potresi izazvani zarušavanjem krovine tokom procesa otkopavanja;
- potresi nastali usled loma zaštitnih stubova;
- potresi nastali usled formiranja tenzionih pukotina u krovini podzemnih prostorija;
- potresi izazvani kretanjem duž normalnog (gravitacionog) raseda;
- potresi nastali pomeranjem duž reversnog raseda;
- potresi izazvani kretanjem duž transkurentnog raseda.

Pored ove klasifikacije mehanizma nastanka rudarski generisanih potresa, u radu [Ortlepp, 1992] predloženo je pet osnovnih tipova potresa prema mehanizmu nastanka (Tabela 3-1), u zavisnosti od tipičnog kretanja stenske mase, pravca kretanja koji se najpre registruje instrumentalno, kao i približnog raspona magnituda potresa.

Predloženi mehanizmi odgovaraju lomovima u stenskoj masi velikih razmera. U opštem slučaju, međutim, više od 90% seizmičke aktivnosti predstavlja manje lomove u stenskoj masi od onih prethodno opisanih od strane Hasegave i Ortlepa. Takvi mehanizmi mikrosezmičkih događaja (mikropotresa) u rudnicima obuhvataju sve prethodne mehanizme predložene u radu [Ortlepp, 1992], ali takođe i sledeće mehanizme:

- krti lom intaktne stenske mase [Lynch, i dr., 2005];
- srastanje pukotina u stenskoj masi [Trifu, Urbancic, 1996];
- koncentraciju napona na krajevima otkopa [Andrieux, Simser, 2001];
- lom zaštitnih stubova drobljenjem i smicanjem [Hedley, 1992], i
- smicanje duž kontakta litološki različitih vrsta stenskih masa [Mollison i dr., 2001].

Tabela 3-1. Osnovni mehanizmi nastanka razornih potresa izazvanih rudarskom aktivnošću [Ortlepp, 1992].

Tip potresa	Mehanizam nastanka	Magnituda M_L
gorski udari ⁷	naglo izbacivanje fragmenata stenske mase	-0,2 – 0*
kolapsni ⁸	ispadanje većih proslojaka stenske mase koji već postoje paralelno otkopu	0 - 1,5
lom stuba ili čela otkopa ⁹	iznenadni lom zaštitnog stuba, ili iznenadno ispadanje stenske mase iz čela iskopa	1 - 2,5
smičući ¹⁰	nagli pad čvrstoće na smicanje intaktne stenske mase i stvaranje pukotina	2 - 3,5
rasedni ¹¹	iznenadno reaktiviranje kretanja duž postojećeg raseda	2,5 - 5,0

*negativna vrednost magnituda označava događaje vrlo male razmere (s obzirom na to da se magnituda izražavaju u logaritamskoj razmeri u odnosu na amplitudu, desetostruko smanjenje amplitude odgovara smanjenju magnituda od 1; tako da ukoliko amplituda kretanja tla od 20mm odgovara magnitudi 2, onda će 1000 puta manja amplituda (0,02mm) odgovarati magnitudi od -1; intuitivno je jasno da se potresi ove jačine instrumentalno ne mogu registrovati).

U radu [Hudyma, 2004] dat je ilustrativni primer mogućih mehanizama nastanka rudarski generisanih potresa, sa priloženim fotografijama realnih događaja *in situ* (slika 3-3).

Prethodna istraživanja su pokazala da su potresi u rudnicima izazvani reaktivacijom kretanja duž raseda jedna od najčešćih pojava rudarski indukovane seizmičnosti [Donnelly, Reddish, 1994; Donnelly, 2006; Cui, i dr. 2004; Li, i dr. 2004]. Štaviše, ovi potresi uglavnom predstavljaju najveće događaje sa najtežim posledicama. Najjači potresi često dostižu magnitudu $M=5$, u izuzetnim slučajevima i do $M=6$. Udari ovakvih magnituda sa dubinom žarišta od 1-2km mogu izazvati potrese intenziteta VI-VIII stepeni po Modifikovanoj Merkalijevoj skali [Zembaty, 2011].

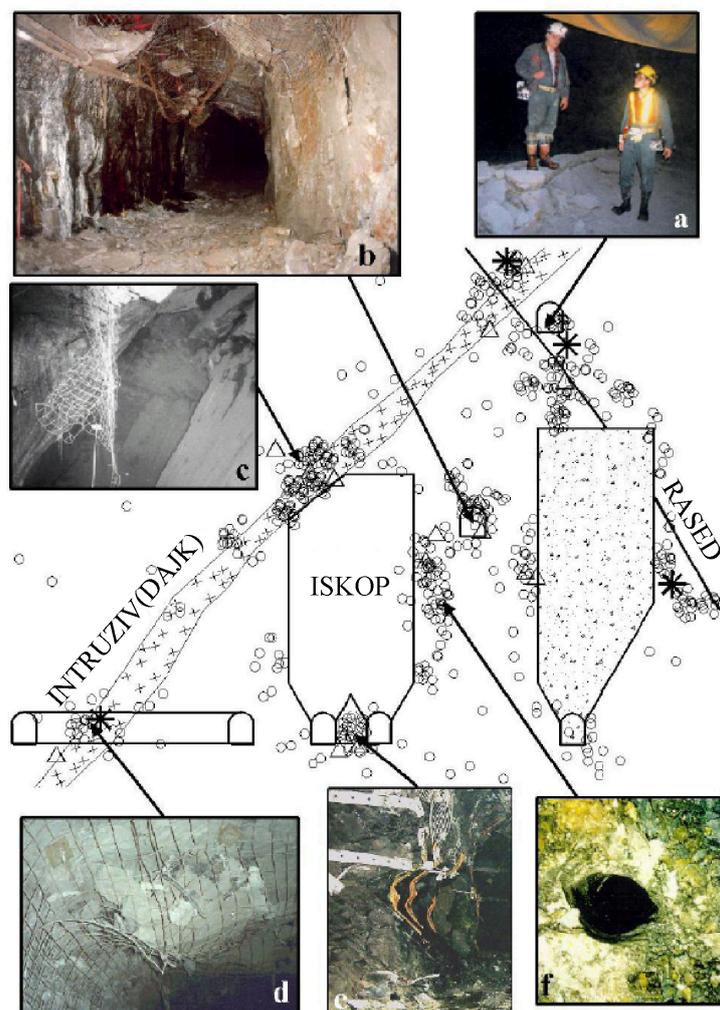
⁷ strain-bursting (ang.)

⁸ Buckling (ang.)

⁹ pillar or face crush (ang.)

¹⁰ shear rupture (ang.)

¹¹ fault-slip (ang.)



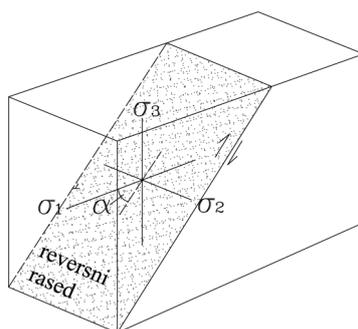
Slika 3-3. Opšti primeri loma u stenskoj masi koji mogu uzrokovati potrese: (a) kretanje duž raseda; (b i f) promena napona koja uzrokuje deformaciju stenske mase u blizini iskopa; (c) lom na krajevima čela otkopa; (d) razlika u litološkom sastavu stenske mase uzrokuje gorski udar; (e) lom zaštitnih stubova [Hudyma, 2007; prilagođeno].

3.1. RASEDNI POTRESI¹²

Kao što je već pomenuto, ovakav tip rudarski izazvanih potresa je najčešći i sa najvećim magnitudama. U ovom slučaju, gotovo da nema razlike između rudarski

¹² *fault-slip mining events (ang.)* – potresi izazvani (ponovnim) kretanjem duž raseda; u daljem tekstu se, zbog pogodnosti, koristi termin „rasedni potresi”.

generisanih i tektonskih zemljotresa u pogledu mehanizma nastanka – u oba slučaja do pojave potresa dolazi usled loma smicanjem u krtoj stenskoj masi [McGarr, 1971; Spottiswoode, McGarr, 1975; Wong, 1993). U radu [Brace, Byerlee; 1966] prvi put je predloženo „trzajuće kretanje”¹³ duž postojećih raseda kao glavni uzrok nastanka zemljotresa, zahvaljujući rezultatima laboratorijskih opita čvrstoće na smicanje na poremećenom i neporemećenom uzorku granita u triaksijalnom aparatu. U radu [McKenzie, 1969] tvrdi se da do kretanja duž postojećih raseda dolazi pri veoma niskim vrednostima smičućih napona, mnogo pre loma stenske mase i formiranja novih prslina i pukotina. U radu [Rayleigh, i dr., 1972] predloženo je da do seizmičkog kretanja duž postojećih oslabljenih zona dolazi pre loma intaktne stenske mase, ukoliko je ta oslabljena zona orijentisana pod uglom od 10-50⁰ u odnosu na pravac maksimalnog glavnog napona (slika 3-4). Ovaj zaključak je proistekao iz razmatranja pojave indukovane seizmičnosti usled injektiranja fluida na velikim dubinama na Rejndžli naftnom polju u Koloradu.

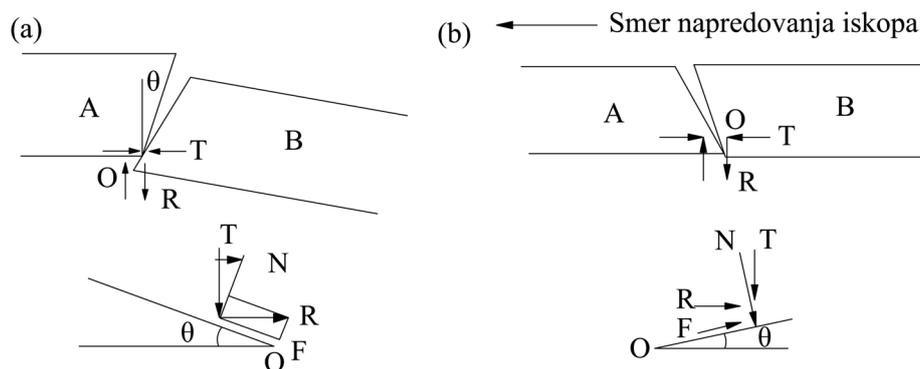


Slika 3-4. Blok dijagram reverznog raseda u polju kompresionog napona, gde su maksimalni (σ_1) i srednji glavni napon (σ_2) horizontalni. Minimalni glavni napon (σ_3), usled dejstva litostatičkog pritiska je vertikalni. Do kretanja duž raseda dolazi pre loma intaktne stenske mase, ukoliko je rased pod uglom 10-50⁰ u odnosu na pravac maksimalnog glavnog napona [Wong, 1993; prilagođeno].

¹³ *stick-slip motion (ang.)*

3.2. PROMENA NAPONA I POMERANJA DUŽ RASEDNE POVRŠI SA NAPREDOVANJEM RUDARSKIH RADOVA

Rezultati istraživanja potresa koji se dogodio 30. novembra 2004.g u rudniku uglja u oblasti Jining u Kini [Li i dr., 2008], ukazuju na značajan uticaj rudarskih radova na promenu napona duž rasedne površi, u zavisnosti od toga da li rudarski radovi napreduju sa podinskog krila (slika 3-5a) ili sa povlatnog krila raseda (slika 3-5b).



Slika 3-5. Raspored sila duž rasedne površi pri napredovanju rudarskih radova: (a) sa podinskog krila raseda; (b) sa povlatnog krila raseda. [Li i dr., 2008; prilagođeno]

Kada se iskop vrši sa podinskog krila raseda (slika 3-5a), normalna sila duž rasedne površi data je izrazom: $N=T\cos\theta-R\sin\theta$, a sila smicanja duž rasedne površi izrazom: $F=R\cos\theta+T\sin\theta$. U ovom slučaju, uslov stabilnosti (ravnoteže) glasi:

$$Ntg\varphi \geq F, \quad (3.1)$$

odnosno

$$R/T \leq tg(\varphi-\theta) \quad (3.2)$$

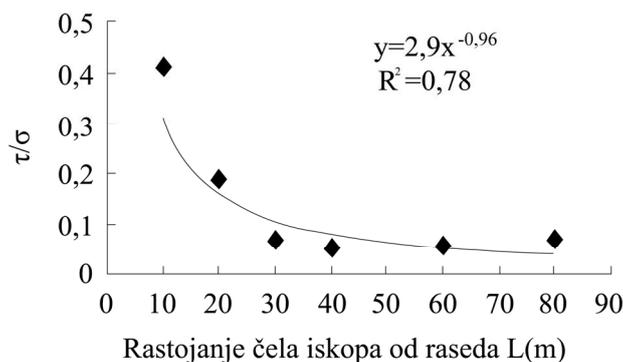
gde je T horizontalna sila, R vertikalna sila, φ ugao unutrašnjeg trenja, a θ padni ugao padne prave rasedne površi.

Kada iskop napreduje sa povlatnog krila, normalna sila duž rasedne površi data je izrazom $N=T\cos\theta+R\sin\theta$, a smičuća sila duž rasedne površi: $F=R\cos\theta-T\sin\theta$. U ovom slučaju, uslov stabilnosti (ravnoteže) glasi:

$$R/T \leq \operatorname{tg}(\varphi+\theta) \quad (3.3)$$

Sa napredovanjem rudarskih radova, dolazi do konvergencije podzemne prostorije, i krovina se polako spušta prema podu podzemne prostorije. Kako radovi napreduju, smanjuje se oslonac krovine u vidu ugljenog sloja, i pri tome dolazi do povećanja vertikalne sile R . Ukoliko zanemarimo promene u horizontalnoj sili T , onda u prvom slučaju (slika 3-5a), normalna sila se smanjuje, dok se smičuća sila povećava. U ovim uslovima, može doći do pojave kretanja duž raseda, a samim tim i do pojave potresa. S druge strane, kada iskop napreduje iz povlatnog krila, tada do pojave nestabilnosti dolazi takođe usled povećanja vertikalne sile R , a kada je čelo iskopa u blizini rasedne površi, tada dolazi do koncentracije napona duž raseda. Takođe, tada se stvaraju uslovi i za pojavu potresa.

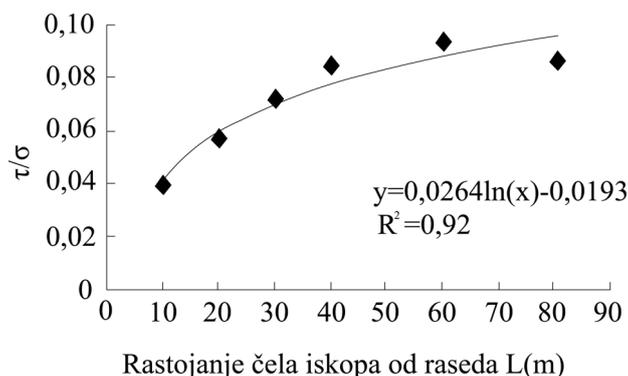
Rezultati dobijeni numeričkom analizom geološkog modela bušotine C8-9, u rudniku uglja u oblasti Jining, ukazuju na različiti karakter promene napona, u zavisnosti od rastojanja čela iskopa od rasedne površi. Naime, u slučaju kada rudarski radovi napreduju sa podinskog krila raseda, promena odnosa smičućeg i normalnog napona u zavisnosti od rastojanja iskopa od rasedne površi prikazana je na slici 3-6.



Slika 3-6. Promena odnosa smičućeg i normalnog napona u zavisnosti od rastojanja čela iskopa od rasedne površi. Napredovanje radova je sa podinskog krila. [Li i dr., 2008; prilagođeno]

Kao što se sa slike 3-6 može videti, kada je normalni napon oko 30MPa, a smičući napon 2MPa, čelo iskopa je na velikoj udaljenosti od raseda (40-80m). Normalni napon počinje da opada, a smičući napon polako raste, kada je čelo iskopa na rastojanju 30m od rasedne površi. Potom, smičući napon se naglo povećava kada je čelo iskopa oko 20m od raseda, pri čemu je veličina normalnog napona jednaka polovini početne vrednosti. Međutim, kada je čelo iskopa na udaljenosti oko 10m, smičući napon se takođe smanjuje, ali tada odnos smičućeg i normalnog napona pokazuje vrlo visoke vrednosti. Tada dolazi i do kretanja duž raseda, odnosno do pojave rudarski izazvanih potresa.

S druge strane, kada radovi napreduju sa povlatnog krila, dijagram zavisnosti odnosa smičućeg i normalnog napona u funkciji rastojanja od rasedne površi izgleda drugačije i prikazan je na slici 3-7.

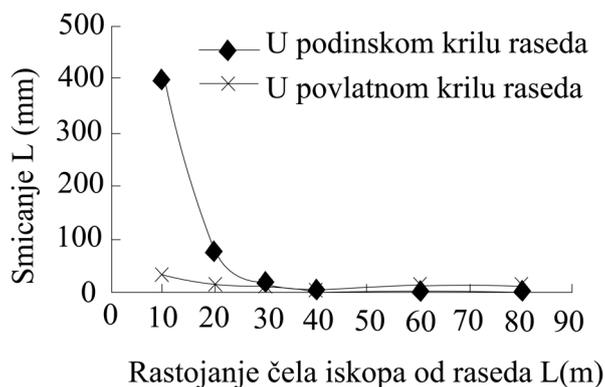


Slika 3-7. Promena odnosa smičućeg i normalnog napona u zavisnosti od rastojanja čela iskopa od rasedne površi. Napredovanje radova je sa povlatnog krila. [Li i dr., 2008; prilagođeno]

U ovom slučaju, normalni napon se postepeno povećava, dok se smičući napon najpre povećava, a potom počinje da opada. Kada je udaljenost čela iskopa od rasedne površi preko 30m, dolazi do povećanja i normalnog i smičućeg napona, ali njihov odnos ostaje gotovo konstantan i iznosi oko 0,09.

Numerička ispitivanja obuhvatila su takođe i procenu veličine pomeranja duž raseda, u zavisnosti od udaljenosti čela iskopa od rasedne površi. Na slici 3-8 prikazano je

poređenje veličine pomeranja duž rasedne površi, za slučajeve kada radovi napreduju sa podinskog i povlatnog krila raseda. Dve krive se gotovo podudaraju na rastojanju većem od 30m od čela iskopa do rasedne površi. Sa napredovanjem rudarskih radova, pomeranje duž raseda se u oba slučaja postepeno povećava. Međutim, sa daljim približavanjem iskopa rasednoj površi dolazi do naglog povećanja pomeranja za slučaj kada radovi napreduju iz podinskog krila raseda.



Slika 3-8. Poređenje pomeranja duž rasedne površi u zavisnosti od rastojanja čela iskopa, kada radovi napreduju iz podinskog i povlatnog krila raseda. [Li i dr., 2008; prilagođeno]

3.3. VELIČINA ZONE UTICAJA OKO PODZEMNE PROSTORIJE U KOJOJ MOŽE DOĆI DO POJAVE POTRESA

Promene naponskog stanja obično se razmatraju za slučaj ravnomernog (hidrostatičkog) opterećenja oko nepodgrađene podzemne prostorije, imajući u vidu efekat podgrade jedino u vidu smanjenja konvergencije profila, sprečavanje deformacija stenske mase i pojave podzemnih pritisaka na podgradu. Razmatranje promena naponskog stanja u stenskoj masi, izazvanih iskopom podzemnih prostorija, vrši se svođenjem posmatranog slučaja na neki od prihvaćenih fizičkih modela: elastični, plastični, nevezani, reološki, kao i njihove kombinacije. Međutim, stenska masa u terenu je heterogena i anizotropna sredina, tako da već postojeća rešenja iz teorijske mehanike ne odgovaraju uvek realno osmatranim podacima. U najvećem broju

slučajeva, pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija na većim dubinama, stenska masa pokazuje krto ponašanje, što uslovljava stvaranje tri zone oko izvedene podzemne prostorije: ispucale, plastične i elastične [Jovanović, 1994]. U praksi, raspored napona oko podzemne prostorije predstavlja kombinaciju ova tri slučaja. U zoni razaranja, deformacije su takvog obima da dolazi do stvaranja pukotina različitog obima i orijentacije, stvarajući oko prostorije jedan nestabilan prstenasti omotač, sklon obrušavanju. U ovoj zoni stenska masa je izdeljena mnogobrojnim pukotinama, tako da je moguće pretpostaviti da je kohezija jednaka nuli. Stenska masa se u ovom slučaju nalazi u stanju labilne ravnoteže, koja se održava samo zahvaljujući uglu unutrašnjeg trenja. Mala zaostala napreznja koja postoje na konturi zone razaranja se sa približavanjem plastičnoj zoni povećavaju, da bi na granici sa plastičnom zonom tangencijalni normalni napon dobio vrednost koja odgovara vrednosti čvrstoće stenske mase. U zoni plastičnih deformacija napreznje se i dalje povećava sve do granice sa elastičnom zonom, kada tangencijalni napon dostiže svoj maksimum, a radijalni sa nešto većom brzinom teži da se što pre približi naponu u neporemećenom stenskom masivu. U elastičnoj zoni, tangencijalni napon opada i asimptotski se približava prvobitnoj vrednosti napona, dok radijalni nastavlja da se povećava i asimptotski teži ka početnoj vrednosti napona, koja odgovara naponu kod neporemećenog masiva (slika 3-9). Neophodno je naglasiti da, iako se u praksi podzemne prostorije izvode sa kružnim, eliptičnim i pravougaonim oblikom poprečnog preseka, rešenja za elasto-plastične uslove data su samo za kružni oblik poprečnog preseka.

Veličina zone uticaja promene naponskog stanja oko horizontalne podzemne prostorije kružnog poprečnog preseka (poluprečnik R), u uslovima ravnomernog (hidrostatičkog) opterećenja za slučaj elasto-plastičnog ponašanja stenske mase, može se dati sledećim obrascem [Jovanović, 1994]:

$$R = r_k + r_p + r_e = a \left(5,47 \left[\sigma_p \left[\frac{1 + \sin \varphi}{(1 - \sin \varphi)^2 \gamma H} \right] \frac{1 - \sin \varphi}{2 \sin \varphi} + \left[\frac{1}{1 - \sin \varphi} \frac{\gamma H \left(\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \right) + \sigma_p}{\sigma_p} \right] \frac{1 - \sin \varphi}{2 \sin \varphi} \right] + 9,94 \right)$$

gde je:

r_k – poluprečnik krto-razorene zone,

r_p – poluprečnik uticaja plastične zone,

r_k – poluprečnik uticaja elastične zone,

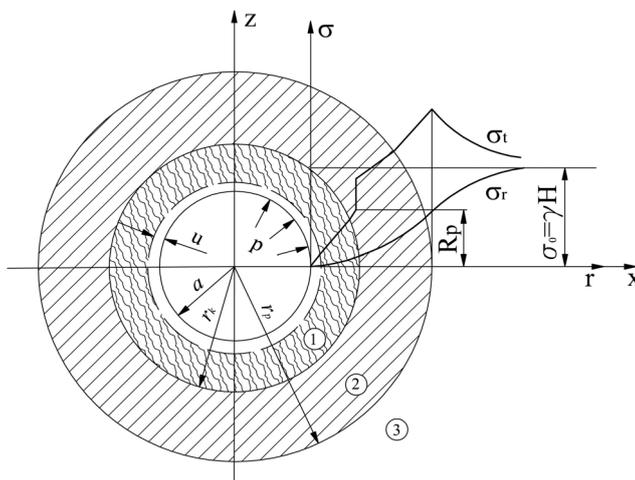
σ_p – čvrstoća na pritisak stenske mase,

φ – ugao unutrašnjeg trenja,

γ – zapreminska težina stenske mase,

H – dubina podzemne prostorije u odnosu na površinu terena.

Prema tome, na ovom maksimalnom rastojanju od podzemne prostorije (čela iskopa) može se očekivati i pojava potresa, ukoliko na toj udaljenosti postoje rasedne zone duž kojih može doći do reaktiviranja kretanja.



Slika 3-9. Shema elasto-plastičnog modela. 1 – zona razorenog materijala, 2 – plastična zona, 3 – elastična zona [Jovanović, 1994; prilagođeno].

Legenda: σ_r – radijalni napon; σ_t – tangencijalni napon; R_p - jednoaksijalna čvrstoća na pritisak stenske mase; r_k – poluprečnik zone razorenog materijala; r_p – poluprečnik plastične zone; p – podzemni pritisci; a – poluprečnik podzemne prostorije; u – deformacija konture, koja se javlja kao posledica uravnoteženja naponskog stanja oko podzemne prostorije.

3.4. REGISTROVANE POJAVE RASEDNIH POTRESA U SVETU

Za najveći broj jačih registrovanih potresa, izazvanih rudarskom aktivnošću, mehanizam nastanka može se objasniti reaktiviranjem kretanja duž raseda, ili lomom na smicanje intaktne stenske mase. U daljem tekstu dat je pregled značajnijih rudarskih oblasti u svetu, u kojima su registrovani potresi sa prikazom njihovog mehanizma nastanka.

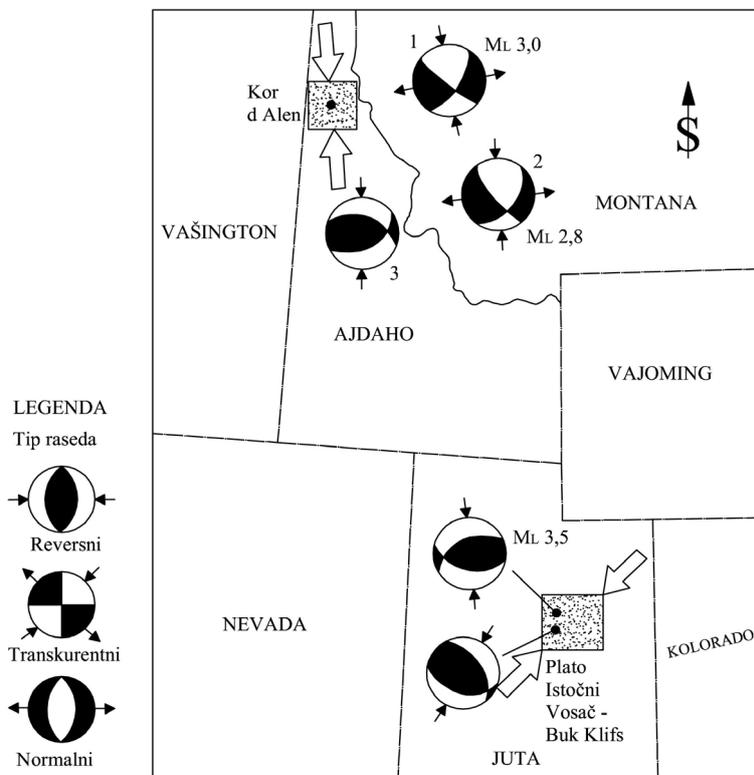
U Sjedinjenim Američkim državama najbolje dokumentovani slučajevi rasednih potresa registrovani su u rudnicima olova, srebra i cinka u oblasti Kor d' Alen¹⁴ u severnom delu države Ajdaho, kao i u rudnicima uglja u oblastima Vosač¹⁵ i Buk Klifs u centralnom delu države Juta (slika 3-10). Obe ove oblasti nalaze se na zapadnoj obali Severne Amerike, gde dominira nekoliko režima tektonskih napona [Zoback, Zoback, 1989], pre svega zbog blizine granice tektonskih ploča duž pacifičke obale i visokog stepena seizmičnosti. Fokalni mehanizmi za 106 rudarski generisanih potresa u rudniku Laki Frajdej¹⁶ u Kor d' Alen oblasti pokazuju predominantno transkurentno i reversno gravitaciono kretanje duž raseda sa pružanjem sever-jug (slika 3-10). Ovi mehanizmi nastanka u skladu su sa kompresionim naponskim poljem severozapadnog Pacifika. Merenja na jezgru takođe su pokazala da je maksimalni glavni napon u pravcu severozapad-jugoistok oko 1,3 puta veći od litostatičkog ili minimalnog glavnog napona (Lourence, i dr., 1993). Takođe, fokalni mehanizmi rudarski generisanih potresa se u ovom slučaju poklapaju sa mehanizmima tektonskih zemljotresa, što ukazuje na zajedničko, tektonsko poreklo. S druge strane, na Vosač platou, fokalni mehanizmi rudarski generisanih potresa, maksimalne magnitude $M=3,5$, pokazuju reversno rasedanje, pružanja zapad do severozapad (Wong, i dr., 1989). U ovom slučaju, Vosač Plato se nalazi u blizini intraplaninskog seizmičkog pojasa, u kojem su fokalni mehanizmi takođe pokazali reversno rasedanje. Prema tome, i tektonski zemljotresi i

¹⁴ *Couer d'Alene (ang.)*

¹⁵ *Wasatch Plateau (ang.)*

¹⁶ *Lucky Friday (ang.)*

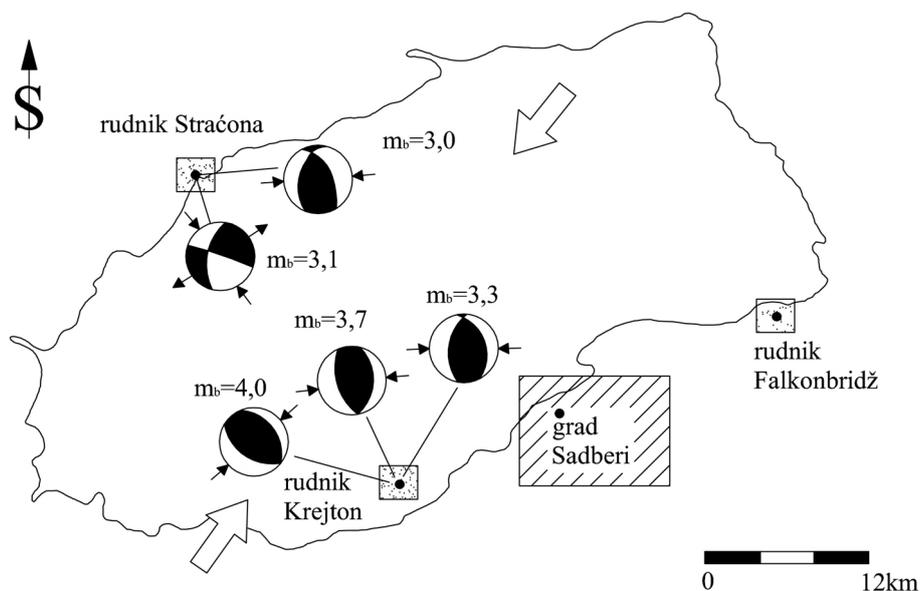
rudarski generisani potresi javljaju se u naponskom polju koje se karakteriše kompresionim naponima u pravcu severoistok-jugozapad.



Slika 3-10. Tipični fokalni mehanizmi rudarski izazvanih potresa u državi Ajdaho i Juta. Strelice orijentisane ka fokalnim mehanizmima označavaju horizontalne projekcije maksimalnog glavnog napona, a strelice orijentisane od fokalnih mehanizama - projekcije minimalnih glavnih napona. Mehanizmi 1-3 preuzeti su iz rada [Lourence, i dr. 1993], a 4-5 iz rada [Wong, i dr., 1989]. Krupne strelice pokazuju pravac regionalnog maksimalnog napona. [Wong, 1993; prilagođeno]

U istočnoj Kanadi, u Sadberi basenu, u dubokim rudnicima metaličnih mineralnih sirovina, registrovan je veći broj rudarski izazvanih potresa. Ovaj deo istočne Kanade takođe je seizmički aktivan, pri čemu fokalni mehanizmi registrovanih zemljotresa pokazuju reversno, a ponekad i transkurentno rasedanje u kompresionom tektonskom naponskom polju [Adams, Bell, 1991]. Maksimalni glavni napon u istočnoj Kanadi

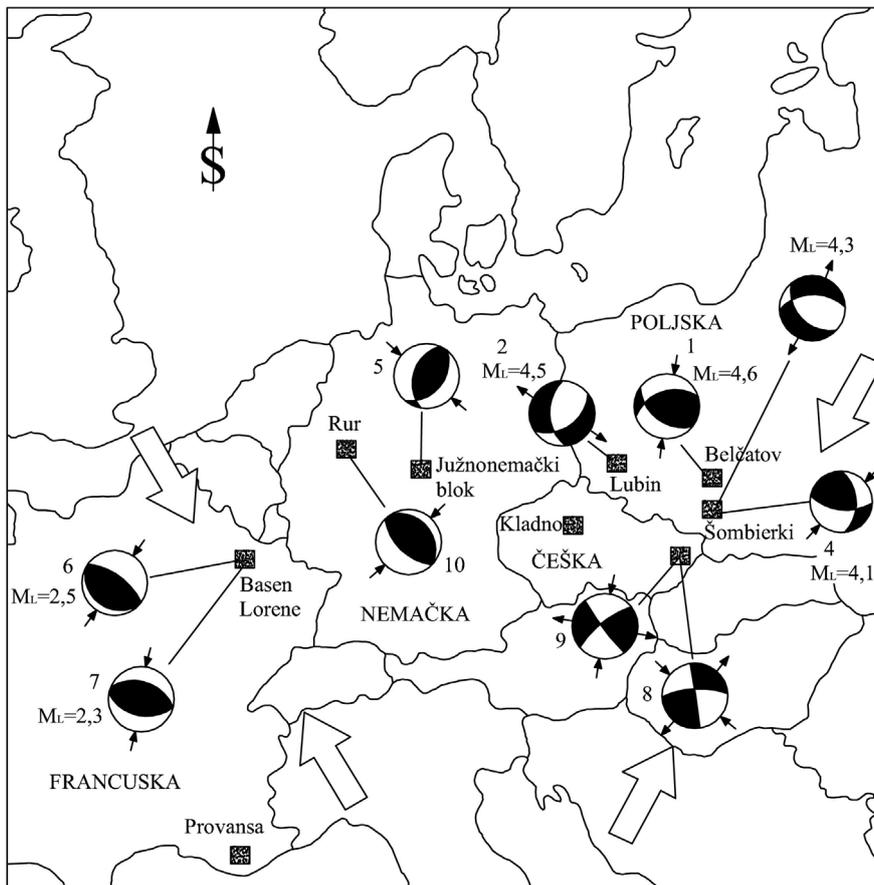
orijentisan je u pravcu severoistok do istok, mada može doći i do velikih lokalnih varijacija. Ovi horizontalni kompresioni naponi su vrlo visoki, čak i do dva puta veći od litostatičkog pritiska. U radu [Wetmiller, i dr., 1990] određeni su fokalni mehanizmi za pet većih rudarski izazvanih potresa u Sadberi basenu u periodu 1984-1987.g. (Slika 3-11). Mehanizmi dva potresa u Straćona rudniku, sa magnitudnim momentom $m_b=3,1$ i $3,0$, pokazuju transkurentno i reversno rasedanje, sa pružanjem severozapad-jugoistok i istok-zapad. Fokalni mehanizmi tri potresa registrovana u Krejton rudniku, sa magnitudnim momentom $m_b=4,0$; $3,3$ i $3,7$, pokazuju reversno rasedanje. Prema tome, četiri od pet ovih većih registrovanih potresa su jako slični tektonskim zemljotresima, pošto nastaju kao rezultat reversnog rasedanja u kompresionom tektonskom polju istočne Kanade (slika 3-11).



Slika 3-11. Tipični fokalni mehanizmi rasednih potresa u Sadberi basenu u istočnoj Kanadi (Wetmiller et al., 1990). [Wong, 1993; prilagođeno]

Za rudarski generisane potrese u Poljskoj, u radu [Gibowicz, 1984] određeni su fokalni mehanizmi za četiri velika potresa koji su registrovani u tri različite rudarske oblasti u Poljskoj. Dva potresa, prvi, magnitute $M_L=4,5$, koji se desio 24. juna 1977.g. između dva rudnika bakra u oblasti Lubin, i drugi, magnitute $M_L=4,3$, koji se desio 30.

septembra 1980.g., u Šombierki rudniku uglja u basenu Gornja Silezija, predstavljala su rezultat normalnog rasedanja, sa različitim pružanjem ka severu i severozapadu (Slika 3-12).



Slika 3-12. Važnije pojave rudarski generisanih potresa u Evropi i tipični fokalni mehanizmi (fokalni mehanizmi 1-4- [Gibowicz, 1984]; 5 – [Knoll, Kuhnt, 1990]; 6-7- [Hoang-Trang, i dr., 1988]; 8-9 – [Sileny, 1989] i 10 – [Hinzen, 1982]) [Wong, 1993; prilagođeno].

Potres magnitude $M_L=4,6$, koji se desio u Belčatov površinskom koku 29. novembra 1980.g., nastao je kao rezultat reversnog ili moguće transkurentnog rasedanja, kao odgovor na opšte kompresione napone pravca severoistok-jugozapad (slika 12). Fokalni mehanizam drugog po veličini potresa u Šombierki rudniku, magnitude $M_L=4,1$, koji je registrovan 12. jula 1981.g., pokazuje reversno rasedanje pružanja severoistok-

jugozapad, slično potresu u Belčatovu. Prema [Grunthal, Stromeyer, 1992], tektonsko naponsko polje u istočnoj Evropi karakteriše se kompresionim naponima u pravcu severoistok-jugozapad (krupne strelice na slici 3-12). Stoga, dva fokalna mehanizma (broj 1 i 4 na slici 3-12) ukazuju na to da su potresi u Belčatovu i Šombierki (1981) direktno pod uticajem tektonskog naponskog polja. S druge strane, normalna rasedanja za potrese broj 2 i 3 na slici 3-12, ukazuju na dominantnu ulogu litostatičkog pritiska. U svim slučajevima, međutim, s obzirom na to da se podzemne aktivnosti odvijaju na dubinama manjim od 1km, u radu [Gibowicz, 1984] predloženo je da tektonski naponi i u ovom slučaju moraju imati određenu ulogu, zbog male dubine, i, samim tim, malog litostatičkog pritiska. Sva četiri razmatrana potresa javila su se na dubini od 2km, ili manjoj, ukazujući na kompleksan odnos litostatičkog pritiska i tektonskih napona.

Ostale značajnije registrovane pojave rudarski generisanih potresa u Evropi uključuju (slika 3-12): (1) rudnike potaše u seizmički aktivnom južno-nemačkom bloku u Nemačkoj; (2) rudnike uglja u Rurskoj oblasti u zapadnoj Nemačkoj; (3) rudnike uglja u Provansi i basenu Lorene u Francuskoj; (4) rudnike uglja u oblasti Kladno, blizu Praga, i u oblasti Ostrava u severnoj Moravskoj (basen Gornja Silezija), u Češkoj. Svi registrovani potresi javljaju se u kompresionom naponskom polju orijentacije severoistok-jugozapad, u istočnoj Evropi, odnosno severozapad-jugoistok u zapadnoj Evropi [Miler, i dr., 1992].

U južnonemačkom bloku, fokalni mehanizam razornih rudarskih potresa pokazuje reversno rasedanje sa pružanjem severozapad-jugoistok [Knoll, Kuhnt, 1990], što je u skladu sa orijentacijom regionalnog maksimalnog glavnog napona (Slika 12). Kompozitni fokalni mehanizam 21 malog potresa ($M_L \leq 2,3$) u Rurskoj oblasti takođe otkriva reversno rasedanje, ali kao odgovor na maksimalni glavni napon u pravcu severoistok-jugozapad [Hinzen, 1982]. Reversno rasedanje je takođe dobijeno fokalnim mehanizmima za potrese registrovane u rudnicima uglja u Provansi [Revalor, i dr., 1990], koje takođe odražava uticaj tektonskog naponskog polja. *In situ* merenja u ugljonosnom basenu u Provansi ukazuju na to da je maksimalni glavni napon oko 1,5 puta veći od litostatičkog pritiska [Gaviglio, i dr., 1990]. Najveći deo rudarski

generisanih potresa u rudnicima uglja u basenu Lorene takođe je rezultat reversnog rasedanja [Hoang-Trang, i dr., 1988].

Analiza potresa u rudnicima Kladno i Ostrava Karvina u Češkoj [Sileny, 1989] ukazuje na predominantno normalno i transkurentno rasedanje. Seizmičnost registrovana u rudniku Kladno ne odražava uticaj tektonskog naponskog polja, s obzirom na to da normalno rasedanje ukazuje na ekstenzione uslove tektonskog polja. Relativno plitka žarišta ovih potresa (ispod 1km) mogu biti posledica relativnog malog uticaja tektonskih napona. S druge strane, potresi u Ostrava Karvina rudnicima pokazuju horizontalni položaj maksimalnog glavnog napona, što može odgovarati povećanom uticaju tektonskog polja na pojavu rudarski generisanih potresa (Slika 3-12).

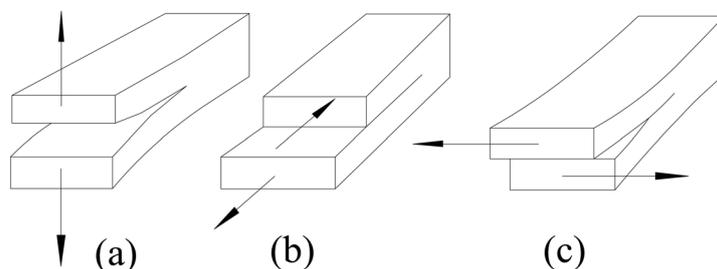
Što se tiče potresa u Južnoj Africi, kao oblasti sa najdubljom eksploatacijom mineralnih sirovina u svetu, u radu [Spottiswoode, i dr., 1971] autori su uočili da najveći deo registrovanih rudarski generisanih potresa u Vitvotersred oblasti predstavljaju rezultat loma na smicanje stenske mase. Ovi autori odredili su fokalne mehanizme za 11 potresa, magnitude $M_L=1-3,5$, u Ist Rend rudnicima, i utvrdili normalna rasedanja, što se poklapa sa fokalnim mehanizmima tektonskih zemljotresa. U radu [Potgeiter, Roering, 1984] određeni su fokalni mehanizmi za 10 potresa, magnitude $M_L=1,8-3,8$, koji su se desili u periodu 1980-1981.g. u oblasti Klerksdorp. Fokalni mehanizmi pet potresa registrovani su u blizini postojećeg raseda i na udaljenosti 25m od iskopa, i pokazivali su normalno rasedanje, sa vertikalnim maksimalnim glavnim naponom. U radu [Brummer, Rorke, 1990] analizirano je pet velikih potresa, magnitude $M_L=3,6-5,2$, koji su registrovani u periodu 1982-1988.g. na području Južne Afrike. Svi potresi predstavljali su rezultat smicanja duž postojećih raseda, dok su četiri od pet potresa za koje je pomeranje duž raseda bilo moguće osmatrati, pokazivali normalno rasedanje. Prema tome, na osnovu dostupnih podataka, može se zaključiti da tektonsko naponsko polje nema dominantan uticaj na pojavu rudarskih potresa. To je pre svega posledica male seizmičke aktivnosti na području Južne Afrike, ali i velikih dubina eksploatacije, gde litostatistički pritisak ima dominantnu ulogu u formiranju naponskog polja.

4. MODELOVANJE MEHANIZMA NASTANKA RUDARSKI GENERISANIH POTRESA DUŽ RASEDA

Danas je opšte prihvaćeno stanovište da potresi duž raseda u Zemljinoj kori, tektonski ili indukovani, nastaju usled iznenadnog pada napona smicanja, koje je praćeno nestabilnim klizanjem duž raseda. U radu [Brace, Byerlee, 1966] prvi put je ukazano na ovu činjenicu, na osnovu rezultata laboratorijskog ispitivanja uzoraka granita u triaksijalnom aparatu. Mehanizam nastanka rupture, pri padu smičućeg napona, može se modelovati na dva načina: kao krta lom ili kao posledica trzanja usled naizmeničnog povećanja i smanjenja jačine trenja duž kontakta dva bloka stenske mase. Oba ova modela su matematički ekvivalentna, s obzirom na to da relativno kretanje povezuju sa padom napona smicanja duž rasedne površi. Međutim, sam proces nastanka pukotine razmatra se drugačije [Scholz, 2002]. U slučaju krtog loma, pretpostavlja se da je za nastanak pukotine neophodna određena karakteristična energija po jedinici površine, koja predstavlja materijalno svojstvo posmatranog sistema (stenske mase). U ovom slučaju, smatra se da stenska masa izvan „područja“ pukotine ostaje idealno elastična. Za slučaj idealno ravne, savršeno oštre pukotine nulte debljine, postoje tri osnovna načina kretanja duž kontakta dva dela stenske mase (slika 4-1). Tip 1 predstavlja tenzioni (otvarajući) tip, kod kojeg su pomeranja zidova pukotine upravna na pukotinu (slika 4-1a). Tip 2 predstavlja tip smicanja duž postojeće ravni, gde se pomeranja javljaju u ravni pukotine i normalna su na krajeve pukotina (slika 4-1b). Tip 3 predstavlja sličan slučaj sa prethodnim tipom, s tim što su sada pomeranja u ravni pukotine, paralelno njenim krajevima (slika 1c).

S druge strane, u modelu trzajućeg kretanja¹, pukotina se javlja kada napon duž rasedne površi dostigne vrednost koeficijenta statičkog trenja, pri čemu dolazi do pojave dinamičke nestabilnosti. U ovoj disertaciji, analitičko i numeričko modelovanje nastanka rasednih potresa vršiće se upravo pomoću modela koji opisuje ovo trzajuće kretanje.

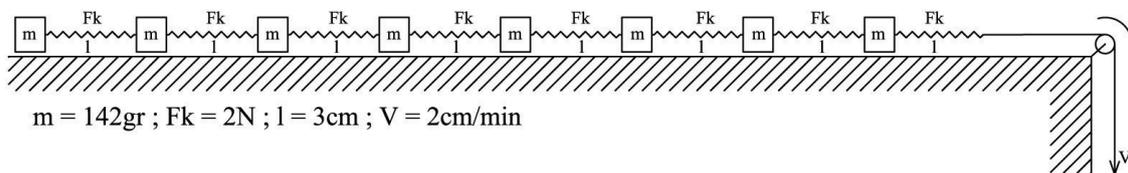
¹ *stick-slip model (ang.)*



Slika 4-1. Tri osnovna načina nastanka pukotina u modelu krtoq loma: (a) tenziona otvaranje; (b) smicanje u ravni pukotine upravno na njene krajeve; (c) smicanje u ravni pukotine, paralelno njenim krajevima [Gibowicz, Kijko, 1994].

4.1. MODEL TRZANJA KAO MEHANIZAM NASTANKA RASEDNIH POTRESA

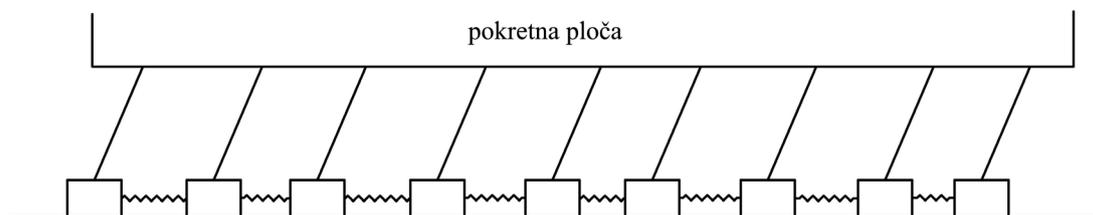
U opštem slučaju, trzanje predstavlja kretanje koje se javlja na kontaktu dva čvrsta tela, usled naizmeničnog smanjenja i povećanja jačine trenja. Osnovni fenomenološki model kojim se opisuje trzajuće kretanje predstavlja Baridž-Knopof model bloka sa oprugom² [Burridge, Knopoff, 1967]. U originalnom radu Baridža i Knopofa iz 1967.g., model se sastoji od osam blokova koji su međusobno povezani oprugama određene krutosti, i kreću se po hrapavoj površi, pri čemu je prvi blok, preko kotura povezan sa motorom, koji pokreće ceo sistem (slika 4-2).



Slika 4-2. Shematski prikaz laboratorijskog BK modela; m predstavlja masu bloka, F_k – silu u opruzi, l – dužinu opruge, a V – brzinu kretanja sistema [Burridge, Knopoff, 1967].

² *Burridge-Knopoff spring-block model (ang.)*

Model je konstruisan u cilju ispitivanja raspodele potencijalne energije u posmatranom sistemu, i poređenja te distribucije sa Gutenberg-Rihter³ i Omori-Utsu zakonom⁴ koji važe za tektonske zemljotrese. U tom smislu, razmatrana su dva slučaja: a) kada su blokovi povezani oprugama istih karakteristika; b) kada su blokovi povezani oprugama različitih karakteristika, pri čemu je uzeto da je krutost opruge proporcionalna zbiru masa svih blokova između opruge i slobodnog kraja. U datom opitu svi blokovi su imali masu od 142gr. Sila u oprugama u oba slučaja iznosila je 2N, pri čemu su u prvom opitu dužine svih opruga bile 3cm, dok su u drugom varirale od 1,5-12cm. Čitav sistem je povezan sa motorom koji uzrokuje njegovo kretanje. Brzina kretanja sistema iznosila je oko 2cm/min. U istom radu, Baridž i Knopof su odmah predložili i modifikaciju modela, tako da su umesto motora, sve blokove povezali oprugama određene krutosti za gornju pokretnu ploču (slika 4-3). Na taj način, postigli su kvalitativnu simulaciju kretanja na kontaktu tektonskih ploča ili duž rasedne zone. Upravo ovaj model se, u različitim varijantama, i danas koristi kao osnova u razmatranjima dinamike tektonskih zemljotresa.



Slika 4-3. BK model sa pokretnom pločom (umesto motora) koja uzrokuje kretanje sistema, simulirajući kontakt dve tektonske ploče ili dva bloka stenske mase duž raseda.

³ Gutenberg-Rihter zakon predstavlja odnos između magnitude M (količine oslobođene energije u žarištu) i ukupnog broja dogođenih zemljotresa N u određenoj oblasti i u određenom vremenskom periodu, i izražava se formulom $\log_{10}N=a-bM$.

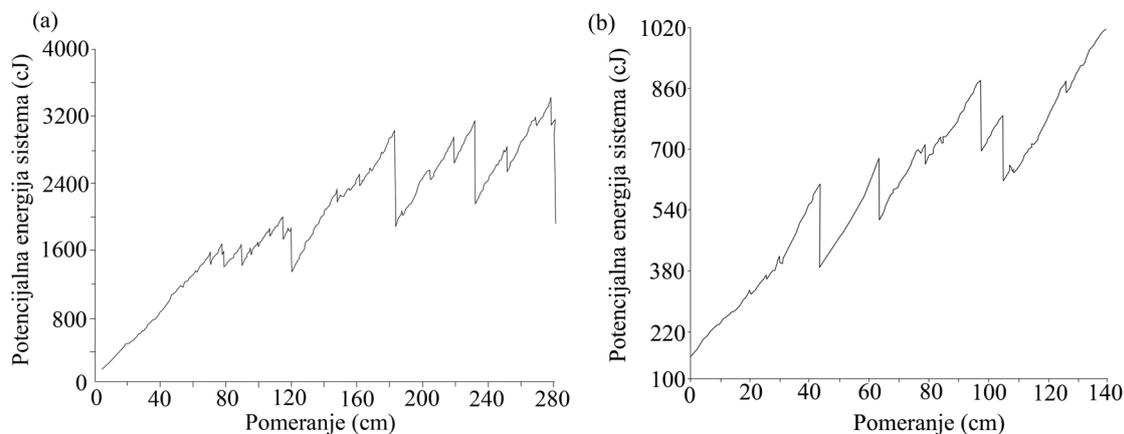
⁴ Omori-Utsu zakon predstavlja empirijsku relaciju kojom se izražava opadanje jačine naknadnih udara („afteršokova”), koje je obrnuto proporcionalno u odnosu na vreme proteklo od glavnog udara. Izražava se formulom $N(t)=K/(c+t)^p$, gde je K amplituda, t vremenski interval u odnosu na glavni udar, a c i p empirijski parametri.

Ukoliko usvojimo da je $x_{i,m}$ položaj i -tog bloka nakon kretanja čitavog sistema (tzv., „lavine”), a l_i dužina opruge u nezategnutom stanju, onda je potencijalna energija sistema odmah nakon m -te lavine data sledećim izrazom:

$$E = \frac{1}{2}k_1(x_0 - x_{1,m} - l_1)^2 + \sum_{n=2}^N \frac{1}{2}k_n(x_{n-1,m} - x_{n,m} - l_n)^2 \quad (4.1)$$

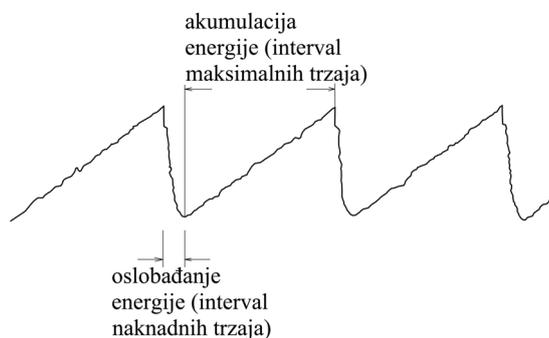
koji ne predstavlja ništa drugo do primenu Hukovog zakona elastičnosti. Ovde x_0 predstavlja položaj prvog bloka, koji je jedini izložen dejstvu spoljne sile motora F_p , i, kao takav, kreće se konstatnom brzinom tokom celokupnog trajanja eksperimenta. U tom smislu, može se smatrati da je proporcionalan vremenu.

Tokom trajanja eksperimenta, prvi blok deluje određenom silom F_1 na susedni blok preko opruge. Kada sila F_1 prevaziđe vrednost statičkog koeficijenta trenja, drugi blok počinje da se kreće, uzrokujući kretanje trećeg bloka, itd. Svaka promena energije nakon pomeranja blokova računa se po formuli (4.1). Shodno tome, moguće je odrediti količinu oslobođene energije u pojedinim vremenskim intervalima tokom kretanja sistema, kako je i prikazano na slici 4-4. U oba slučaja (kada su opruge jednake i različite dužine) jasno se uočava početni stadijum akumulacije potencijalne energije do trenutka kada pojedini blokovi počinju da se kreću. Međutim, za slučaj kada su opruge jednake dužine, vidimo da je početni stadijum akumulacije energije praćen kraćim intervalima oslobađanja energije (kada blokovi počinju da se kreću nezavisno) da bi od $x_0 = 120\text{cm}$ došlo do znatnog većeg oslobađanja akumulirane energije, što označava početak kretanja čitavog sistema. S druge strane, ukoliko su opruge nejednake dužine, jasno se uočava (slika 4-4b) da već od $x_0=40\text{cm}$ dolazi do kretanja celog sistema. Prema tome, može se zaključiti da je drugi slučaj znatno nepovoljniji po stabilnost sistema, i kao takav je često razmatran u savremenoj literaturi, najčešće putem variranja krutosti opruga.



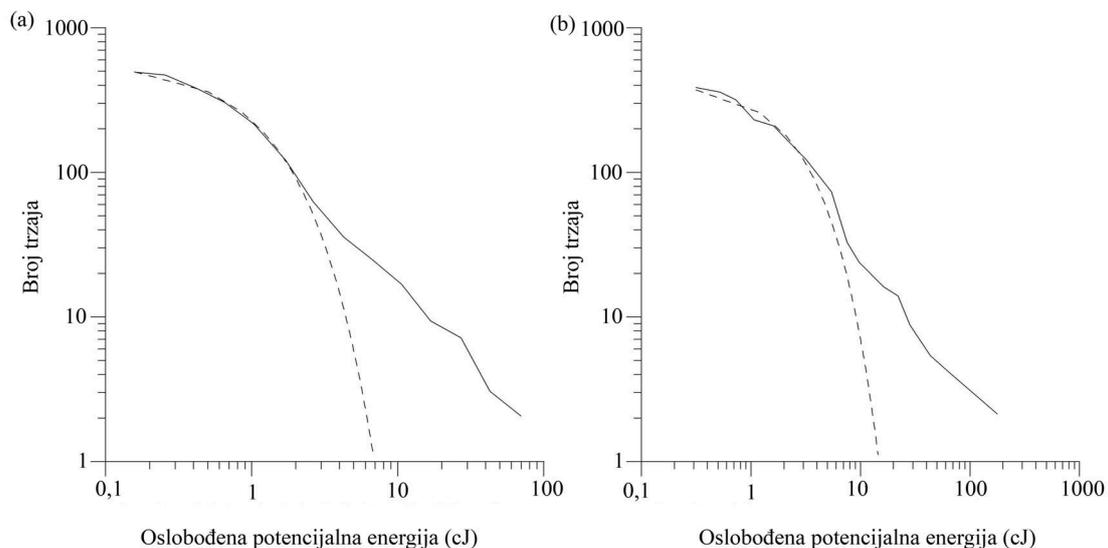
Slika 4-4. Potencijalna energija u funkciji pomeranja prvog bloka x_0 za model više blokova povezanih oprugama, kada su: (a) sve opruge jednake dužine; (b) opruge različite dužine. [Burrige, Knopoff, 1967].

Treba istaći da je pojava većih oslobađanja energije gotovo periodična, pri čemu se ta, gotovo, periodičnost može objasniti na sledeći način. Očigledno je da mora postojati određena gornja granica potencijalne energije, iznad koje je sistem uvek nestabilan, što je slučaj kada su sve opruge zategnute tako da su svi blokovi na granici stabilnosti i nestabilnosti. Stoga će bilo koji „okidač” dovesti do naglog oslobađanja velike količine energije (tj. potresa u realnim uslovima). U prilog ovoj činjenici ide i grafik potencijalne energije sistema tokom dužeg vremenskog intervala, prikazan na slici 4-5, koji sa jedne strane podseća na ponašanje relaksacionog oscilatora, a s druge strane, na cikluse akumulacije i oslobađanja energije u blokovima stenske mase za vreme potresa.



Slika 4-5. Skica oscilacija potencijalne energije u BK modelu u dužem vremenskom periodu.

Sada se logično nameće pitanje: na koji način su Baridž i Knopof povezali svoj model i mehanizam nastanka zemljotresa? Odgovor je prilično intuitivan. Pretpostavljeno je da se količina oslobođene energije za vreme opita i magnituda potresa mogu smatrati analognim veličinama, s obzirom na to da postoji veliki broj empirijskih korelacija između ove dve veličine [Glavatović, 2001; Sunarić i Nedeljković, 2008], a potom je vršeno poređenje sa Gutenberg-Rihter zakonom, čime su dobijeni zadovoljavajući rezultati (Slika 4-6).

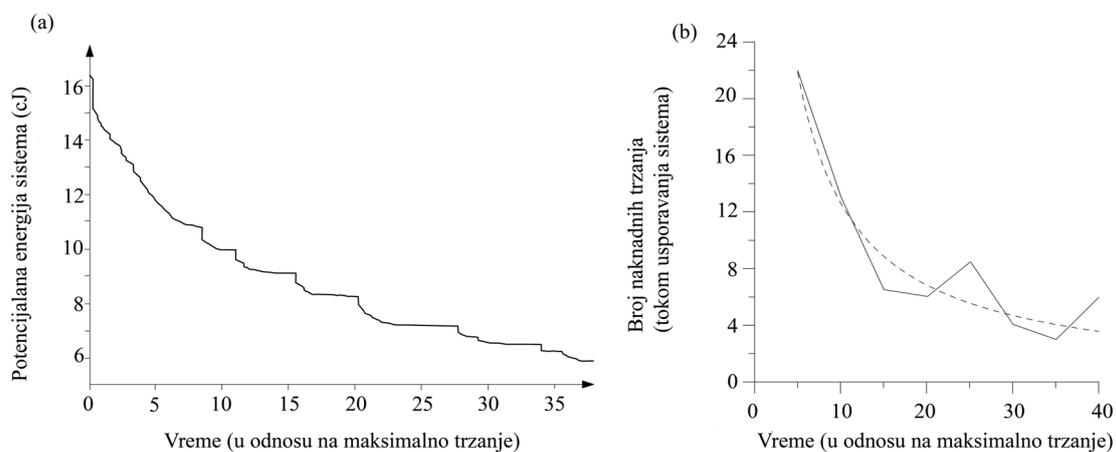


Slika 4-6. Dijagram broja trzaja prema količini oslobođene energije za BK model, kada su: (a) sve opruge jednake dužine ($R^2=0,99$); (b) opruge različite dužine ($R^2=0,98$). Puna linija označava eksperimentalno dobijene podatke; isprekidanom linijom je predstavljena aproksimacija rezultata Gutenberg-Rihter zakonom. Razlika između krivih je uvećana zbog logaritamске razmere [Burrige, Knopoff, 1967; dopunjeno].

Naime, u prvom slučaju, kada su opruge jednake dužine (slika 4-6a), dobijena je veoma dobra aproksimacija sa Gutenberg-Rihter zakonom ($R^2=0,99$), sa vrednostima parametara, $a=2,76$ i $b=0,42$, što je u skladu sa vrednostima za realno osmatrano tektonske zemljotrese. U drugom slučaju, kada su opruge nejednake dužine (slika 4-6b), kriva oslobođanja energije takođe je dobro aproksimirana Gutenberg-Rihter zakonom

($R^2=0,98$), sa vrednostima parametara $a=2,63$ i $b=0,18$, koje su, takođe, u skladu sa vrednostima za realne zemljotrese.

Osim poređenja sa Gutenberg-Rihter zakonom, Baridž i Knopof su takođe određivali količinu oslobođene potencijalne energije tokom usporavanja blokova do konačnog zaustavljanja sistema (slika 4-7a) za BK model sa 10 blokova i oprugama jednake dužine (iste krutosti). Dobijene rezultate poredili su sa Omori-Utsu zakonom opadanja energije naknadnih udara, čime su dobili zadovoljavajuću aproksimaciju, sa koeficijentom korelacije $R^2=0,92$ (slika 4-7b).



Slika 4-7. (a) Potencijalna energija u funkciji vremena određena tokom usporavanja blokova i konačnog zaustavljanja sistema. (b) Omori-Utsu zakon za ispitivani BK model. Na slici (b) puna linija označava eksperimentalno dobijene podatke; isprekidanom linijom je predstavljena aproksimacija rezultata Omori-Utsu zakonom [Burrige, Knopoff, 1967; dopunjeno].

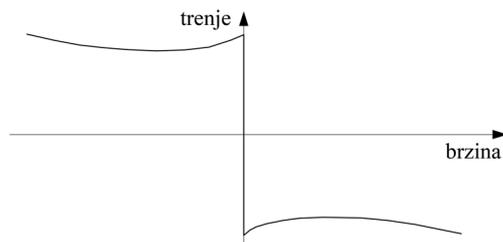
Ove teorijsko-kvalitativne korelacije sa realno osmatranim zemljotresima, predložene u originalnom radu Baridža i Knopofa [1967], privukle su pažnju mnogih fizičara i matematičara i navele ih da studioznije pristupe ovom problemu. U daljem tekstu biće prikazani osnovi fenomenološko-matematičko-fizički modeli koji se danas koriste za izučavanje mehanizma nastanka zemljotresa.

Ovakvim mehanizmom reaktiviranja kretanja duž raseda mogu se opisati i rudarski generisani potresi. Pre početka iskopa, teren se nalazi u stanju ravnoteže. Nakon iskopa, stenska masa u zoni rasedanja počinje da se deformiše usled promene napona. Kako proces iskopa dalje napreduje, smanjuje se rastojanje između čela iskopa i raseda, uzrokujući dalju promenu napona. U određenom trenutku, stanje deformacije prelazi u stanje nestabilne ravnoteže, što dovodi do kretanja duž raseda i do pojave potresa. Tada blokovi stenske mase počinju da se kreću duž raseda trzanjem⁵, što je već predloženo kao način kretanja [Daihua, i dr. 1989; Lorig, Hobbs, 1990; Hsiung, i dr., 1990; McGarr, i dr. 2009]. Dalje kretanje duž raseda, pojava potresa, i njegovi efekti u velikoj i maloj razmeri vrlo su slični tektonskim zemljotresima [Kijko i dr., 1983]. Naime, dosadašnja istraživanja ukazuju na to da nema suštinskih razlika u mehanizmu nastanka između rudarski izazvanih potresa duž raseda i tektonskih zemljotresa, tako da se većina tehnika i postupaka iz seizmologije mogu primeniti pri proučavanju takvih, rudarski izazvanih potresa [Gibowicz, 1984; McGarr, 1984].

4.2. TRENJE U STENSKOJ MASI KAO UZROK POJAVE NESTABILNOSTI

Baridž i Knopof [1967] su pretpostavili da je čitava potencijalna nestabilnost sistema uslovljena trenjem između blokova i hrapave podloge. Pri tome, ovi autori su smatrali da je trenje funkcija samo brzine bloka u odnosu na hrapavu površ po kojoj se kreće (slika 4-8). Ova pretpostavka (da je trenje glavni izvor nelinearnosti i nestabilnosti sistema) predstavljaće osnovu čitavog jednog pravca daljeg istraživanja, čije ćemo rezultate delimično predstaviti u okviru ovog poglavlja.

⁵ *stick-slip (ang.)*



Slika 4-8. Skica promene trenja u funkciji brzine u BK modelu.

Zakon trenja zavisn od brzine, predložen u radu [Carlson, Langer, 1989] dat je u sledećem obliku:

$$\phi(\dot{u}_i) = \begin{cases} (-\infty, 1], & \text{za } \dot{u}_i \leq 0 \\ \frac{1-\delta}{1+2\alpha\dot{u}_i/(1-\delta)}, & \text{za } \dot{u}_i > 0 \end{cases} \quad (4.5)$$

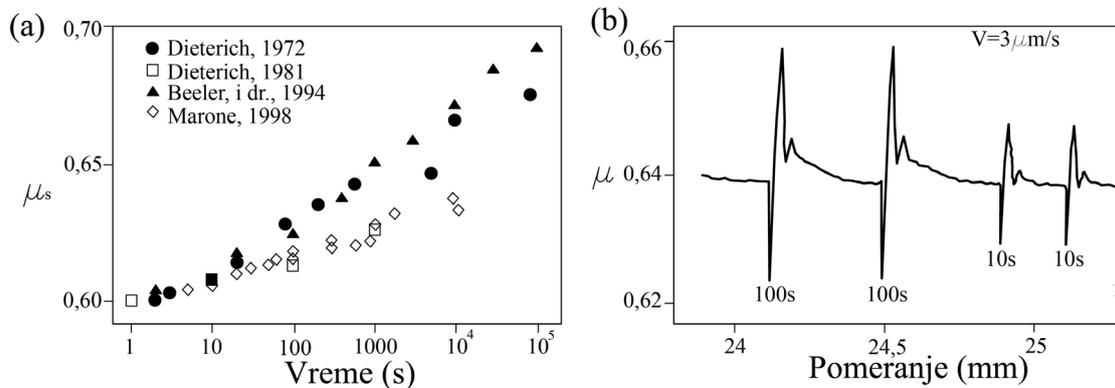
Kao što se može videti, sila trenja se karakteriše sa dva parametra: δ i α . Parametar δ , uveden u radu [Carlson, 1991], predstavlja trenutni pad sile trenja na početku kretanja, dok parametar α opisuje stepen opadanja sile trenja pri porastu brzine kretanja⁶.

4.3. ZAKONI TRENJA ZAVISNI OD BRZINE I STANJA

Dosadašnja razmatranja dinamike BK modela polazila su od činjenice da je trenje glavni izvor nelinearnosti sistema. Međutim, izraz za trenje dat jednačinom (4.5), ili prikazan na slici 4-8, i na prvi pogled deluje veoma jednostavno. S tim u vezi, nakon predloga modela bloka sa oprugom od strane Baridža i Knopofa, 1967.g., razvio se poseban pravac izučavanja prirode trenja između bloka i opruge. Ova istraživanja su naročito bila podstaknuta činjenicom da je bilo moguće izvoditi laboratorijske opite na uzorcima stenskih masa, i na taj način preciznije definisati zakone trenja. Upravo su eksperimentalna ispitivanja na uzorcima stenskih masa pokazala da trenje između bloka

⁶ *velocity-weakening friction law (ang.)*

i hrapave podloge ne zavisi samo od brzine kretanja bloka, već i od stanja kontaktne površi. Rezultati ispitivanja prikazani su na slici 4-9.



Slika 4-9. a) Promene vrednosti statičkog trenja u funkciji vremena kontakta dva bloka za inicijalno uglacane površine stenske mase (tamni simboli) i zdrobljeni kataklastični materijal (svetli simboli); b) Dijagram trenje-pomeranje koji ilustruje promenu koeficijenta statičkog trenja pri trzanju. Vreme statičkog kontakta (u stanju mirovanja blokova) izraženo je u sekundama, a brzina smicanja je $3 \mu\text{m/s}$ [Marone, 1998]

Na slici 4-9a jasno se uočava zavisnost veličine koeficijenta statičkog trenja od vremena kontakta bloka i podloge. U sva četiri eksperimenta, za uzorke različitih vrsta stenskih masa, evidentno je da trenje raste tokom vremena, iako je blok u stanju mirovanja. Ova činjenica se objašnjava boljim prijanjanjem kontakata između hrapavih površi⁷ blokova. Na slici 4-9b data je promena koeficijenta trenja tokom trajanja opita, kada se blokovi pomeraju trzajući. Jasno je da pri delovanju sile dolazi do naglog povećanja veličine trenja, i u momentu kada primenjena sila prevaziđe vrednost trenja, dolazi do kretanja blokova i naglog pada vrednosti trenja, koje sa usporavanjem blokova ponovo uspostavlja svoju prethodnu vrednost.

Prethodno pomenuta osmatranja opisana su empirijskim konstitutivnim zakonom od strane Dieteriha (1979) i Ruine (1983) u sledećem obliku:

⁷ „asperities” (ang.)

$$\mu(V, \theta) = \mu_0 + A \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + B \ln\left(\frac{V_0 \theta}{D_c}\right) \quad (4.6)$$

Parametri A i B su empirijske konstante. Prema [Rice, 1993, 2001], parametar A predstavlja meru direktne zavisnosti od brzine (koja se ponekad naziva „direktni efekat”), dok je $(A - B)$ mera zavisnosti trenja od brzine za vreme kretanja bloka. Parametar D_c predstavlja „kritično” rastojanje – ono rastojanje koje je potrebno da blok pređe da bi se opet uspostavio statički kontakt hrapavih površi bloka i podloge. Parametar θ predstavlja „promenljivu stanja”, koja oslikava uticaj hrapavosti podloge na kretanje bloka, i menja se na sledeći način:

$$\dot{\theta} = 1 - \left(\frac{V\theta}{D_c}\right) \quad (4.7)$$

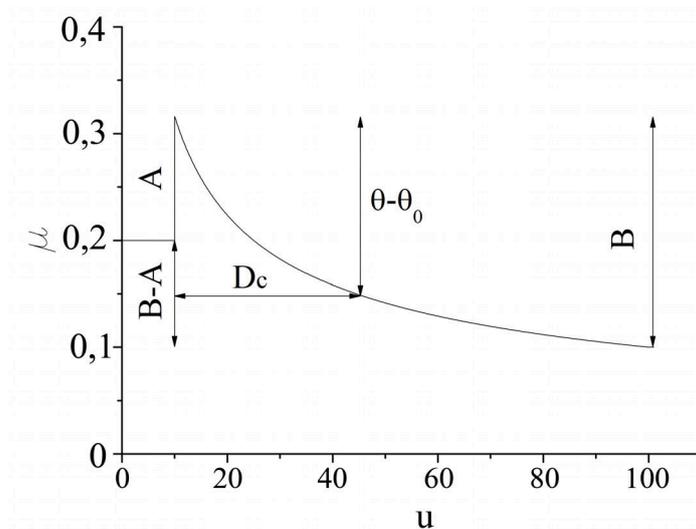
Jednačina (4.7) zajedno sa jednačinom (4.6) predstavlja tzv. Diterihov zakon ili zakon usporavanja, zato što trenje raste i tokom stanja mirovanja, kada je $V=0$. Neophodno je međutim istaći da jednačina (4.6) nije definisana za slučaj kada je $V=0$. Shodno tome, da bi veličina trenja bila utvrđena, mora doći do bar malog kretanja duž posmatrane površi [Scholz i dr., 1972; Baumberger i dr., 1994]. Na slici 4-10 data je grafička ilustracija Diterihovog zakona trenja.

U radu [Ruina, 1983] predložen je malo drugačiji zakon trenja, za koji su brzina i pomeranje od primarnog značaja (za razliku od Diterihovog zakona gde je vreme imalo primarnu ulogu):

$$\mu(V, \theta) = \mu_0 + A \ln\left(\frac{V}{V_0}\right) + B \ln\left(\frac{V_0 \theta}{D_c}\right)$$

$$\dot{\theta} = -\left(\frac{V\theta}{D_c}\right) \ln\left(\frac{V\theta}{D_c}\right) \quad (4.8)$$

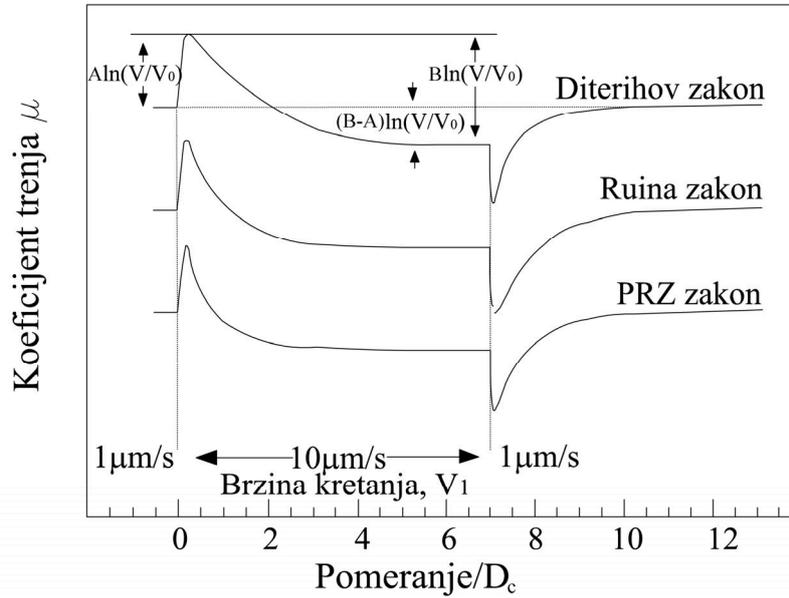
U ovom slučaju, Ruina smatra da bilo koja promena trenja zahteva kretanje duž površi. Drugim rečima, trenje se ne menja za vreme stanja mirovanja bloka, kao u Diterihovom zakonu trenja.



Slika 4-10. Dijagram zavisnosti koeficijenta trenja μ od pomeranja u i brzine kao ilustracija odgovora sistema na iznenadno povećanje brzine smicanja. Primenjena brzina, inicijalno održavana konstantnom, V_0 , iznenada se povećava za ΔV , i potom se održava konstantnom $V_0 + \Delta V$. Koeficijent trenja, μ , inicijalno konstantan, τ_0 , iznenada se poveća za vrednost A , a potom eksponencijalno opada, uzimajući novu vrednost B . Dužina D_c predstavlja rastojanje potrebno da se vrednost promenljive stanja promeni od θ_0 do θ .

Međutim, iako je razlika između zakona trenja Diteriha [1979] i Ruine [1983] fundamentalna u smislu mikromehaničke interpretacije procesa, oba zakona „reprodukuju” laboratorijske podatke na sličan način (slika 4-11). Drugim rečima, u oba slučaja zapaža se tzv. direktni efekat, kada, usled povećanja sile koja deluje na blok, raste i koeficijent trenja do neke vršne vrednosti, nakon čega dolazi do naglog pada vrednosti trenja, koje dostiže minimum kada se blok konačno zaustavi, a potom se ceo proces ponavlja. Zakoni se jedino razlikuju u karakteru i veličini promena koeficijenta trenja. Naime, kod Diterihovog zakona trenja, imajući u vidu značaj vremena kontakta između bloka i podloge, kriva promene trenja u zavisnosti od pomeranja je asimetrična (prva kriva na slici 4-11). S druge strane, kod Ruina zakona trenja, povećanje vrednosti

statičkog trenja u stacionarnom stanju je nezavisno od vremena, i, stoga je simetrično u odnosu na promene brzine (druga kriva na slici 4-11).



Slika 4-11. Trenje u zavisnosti od normalizovanog pomeranja za tri zakona trenja zavisna od brzine i stanja. Konstitutivni parametri definisani su na slici za prvu krivu, i važe i za ostale razmatrane slučajeve. Za početnu brzinu kretanja usvojeno je da je $V_0=1\mu\text{m/s}$. Krive su dobijene za sledeće vrednosti parametara: $A=0,01$; $B=0,015$; $D_c=20\mu\text{m}$, i $k=0,01\mu/\text{m}$.

Treći zakon trenja predložen je u radu [Perrin, Rice, Zheng, 1995], u sledećem obliku:

$$\mu(V, \theta) = \mu_0 + A \ln \left(\frac{V}{V_0} \right) + B \ln \left(\frac{V_0 \theta}{2D_c} \right)$$

$$\dot{\theta} = 1 - \left(\frac{V \theta}{2D_c} \right)^2 \quad (4.9)$$

Ovaj zakon trenja daje slične rezultate kao i drugi zakoni (slika 4-11), sa opadanjem vrednosti trenja do stacionarnog stanja po zakonu $e^{(-u/D_c)}$, gde je u pomeranje.

U ovoj disertaciji, pri razmatranju BK modela sa zakonom trenja zavisnim od brzine i stanja, usvaja se Diterihov zakon trenja, koji se vrlo često naziva i Diterih-Ruina zakonom trenja.

Neophodno je napomenuti da Diterihov zakon trenja opisuje promenu koeficijenta trenja ne samo za površi stenskih masa, već i za metale [Popov i dr., 2010], listove papira [Heslot, i dr., 1994], i dr.

Međutim, i pored široke univezalnosti i aplikativnosti ovog zakona ponašanja materijala⁸, jedan broj eksperimenata ukazuje na činjenicu da Diterihov zakon trenja ne važi u uslovima velike brzine klizanja, što se objašnjava različitim mehaničko-hemijskim reakcijama (zagrevanje tela⁹, frikciono topljenje¹⁰, stvaranje silikatne želatinske mase duž površi kontakta¹¹, stvaranje granularnog sloja na kontaktu, koji odgovara tektonski zdrobljenim stenskim masama¹²) koje nastaju usled frikcionog zagrevanja, koje „podmazuje” kontaktne površine do nekog stepena (Di Toro i dr., 2004; Mizoguchi, i dr., 2006;). Pojedini autori smatraju da je uloga frikcionog zagrevanja od velikog značaja pri kretanju duž raseda, s obzirom na to da su pritisci u seizmogenoj zoni reda veličine 100MPa. Međutim, naše znanje o ovim pojavama još uvek nije potpuno, tako da se smatra da je, u laboratorijskim uslovima, uzimajući u obzir razmeru posmatranja, Diterih-Ruina zakonom trenja moguće fenomenološki opisati glavni mehanizam nastanka potresa.

Pored Baridž-Knopof modela bloka sa oprugom, vrlo često se koriste i tzv. mrežni modeli sa spregnutim preslikavanjima¹³, poznatiji kao modeli samo-organizovane kritičnosti¹⁴ (Bak, Tang, Wiesenfeld, 1987; Nakanishi, 1990; Olami, Feder, Christensen, 1992; Hergarten, Neugebauer, 2000; Helmstetter, Hergarten, Sornette, 2004), sa najpoznatijim OFC modelom, potom model svežnja vlakana¹⁵ (Pradhan, i dr., 2010;

⁸ *constitutive law (ang.)*

⁹ *flash heating (ang.)*

¹⁰ *frictional melting and thermal pressurization (ang.)*

¹¹ *lubrication by silica-gel production (ang.)*

¹² *sub-micron grains worn out by high-speed friction (ang.)*

¹³ *coupled map lattice models (ang.)*

¹⁴ *self-organized criticality (ang.)*

¹⁵ *fiber bundle model (ang.)*

Hemmer, Hansen, 1992), kao i model preklapanja dve fraktalne površi¹⁶ (Bhattacharya, Chakrabarti, 2006; Pradhan, i dr., 2003; Kawamura i dr., 2012). Međutim ovi modeli ne opisuju trzajuće kretanje pri nastanku zemljotresa, tako da ne mogu služiti za modelovanje rasednih potresa razmatranih u ovoj disertaciji.

U ovoj disertaciji vrši se razmatranje Baridž-Knopof modela sa jednim i dva bloka, kod kojeg je trenje opisano sa dva zakona: (a) zakonom zavisnim od brzine, kao u originalnom radu Baridža i Knopofa, i (b) Diterih-Ruina zakonom trenja.

¹⁶ *two fractal overlap model (ang.)*

5. NELINEARNA DINAMIKA I TEORIJA HAOSA – PREGLED OSNOVNIH POJMOVA

S obzirom na to da su u ovoj disertaciji prvi put primenjene metode nelinearne dinamike u rudarskom inženjerstvu, u ovom poglavlju je dat kratak prikaz najvažnijih pojmova iz oblasti nelinearne dinamike i teorije haosa [Strogatz, 1994; Sprott, 2003].

NELINEARNI DINAMIČKI SISTEM – nelinearni dinamički sistem predstavlja dinamički sistem čije se ponašanje opisuje skupom nelinearnih jednačina. Drugim rečima, dinamičke promenljive koje opisuju svojstva sistema (položaj, brzina, ubrzanje, pritisak, i dr.) opisuju se jednačinama u nelinearnom obliku. Pri tome, postoje dva osnovna tipa dinamičkih sistema:

- diferencijalne jednačine, koje opisuju ponašanje sistema u kontinualnom vremenu;
- diferencne jednačine (iterativna preslikavanja), koje opisuju ponašanje sistema u diskretnim vremenskim intervalima.

Pored ove podele, u odnosu na karakter vremenskog intervala posmatranja sistema, i diferencijalne i diferencne jednačine mogu biti:

- autonomne, kada ne pokazuju eksplicitnu vremensku zavisnost;
- neautonomne, kod kojih ponašanje sistema eksplicitno zavisi od vremena.

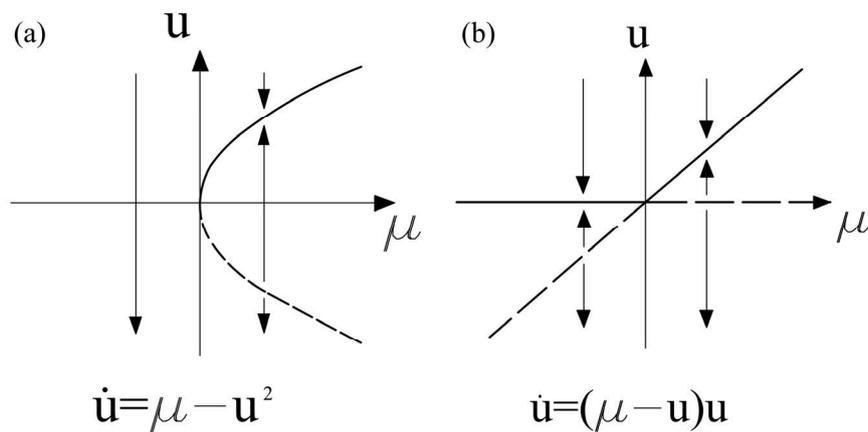
U ovoj disertaciji, mehanizam nastanka rudarski generisanih potresa opisan je sistemima običnih autonomnih diferencijalnih jednačina i diferencijalnih jednačina sa kašnjenjem prvog reda.

BIFURKACIJE – bifurkacije predstavljaju kvalitativne, topološke promene ponašanja dinamičkih sistema, pri promeni vrednosti kontrolnih parametara (koje se nazivaju bifurkacionim vrednostima) za vrednost u samoj bifurkaciji. Broj parametara, čijom promenom dolazi do pojave bifurkacija, predstavlja kodimenziju bifurkacije. Među bifurkacijama kodimenzije 1, kao najčešće, izdvajaju se sedlo-čvor bifurkacija,

transkritična i vilasta bifurkacija, Hopfova bifurkacija i bifurkacija sa udvajanjem perioda, dok među bifurkacijama kodimezije 2 obično razlikujemo homokliničku i heterokliničku bifurkaciju. Strogo matematički posmatrano, do pojave bifurkacija dolazi kada sopstvena vrednost karakteristične jednačine posmatranog sistema menja predznak (prolazi kroz nultu vrednost). U slučaju konjugovano-kompleksnih rešenja karakteristične jednačine, realni deo, $Re(\lambda)$ mora da promeni predznak da bi došlo do pojave bifurkacije.

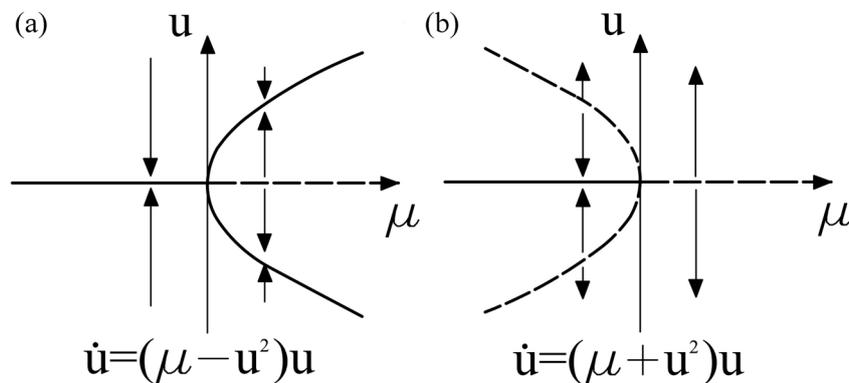
Karakteristični primeri lokalnih bifurkacija.

- *sedlo-čvor bifurkacija* – kod ovog tipa bifurkacije dolazi do pojave i nestanka fiksnih tačaka, pri promeni vrednosti kontrolnog parametra (slika 5-1a);
- *transkritična bifurkacija* – u ovom slučaju dolazi do pojave, spajanja i ponovnog razdvajanja fiksnih tačaka (slika 5-1b);



Slika 5-1. (a) sedlo-čvor bifurkacija; (b) transkritična bifurkacija.

- *vilasta bifurkacija* – u ovom slučaju razlikujemo:
 - *natkritičnu vilastu bifurkaciju*, kada sa promenom kontrolnog parametra fiksna tačka gubi stabilnost, uz formiranje dve nove stabilne fiksne tačke (slika 5-2a);
 - *potkritična vilasta bifurkacija*, kada fiksna tačka gubi stabilnost, uz nestajanje dve nestabilne fiksne tačke (slika 5-2b).



Slika 5-2. (a) natkritična vilasta bifurkacija; (b) potkritična vilasta bifurkacija.

U ovoj disertaciji razmatraju se lokalne bifurkacije (Hopfova bifurkacija, u prvom redu) koje se javljaju pri promeni kontrolnih parametara posmatranih matematičkih modela nastanka rudarski generisanih potresa.

FIKSNA (SINGULARNA) TAČKA – u matematici, tačka $x \in \mathbb{R}^n$ predstavlja fiksnu (ravnotežnu) tačku za diferencijalnu jednačinu $dx/dt=f(x)$, ukoliko je $f(x)=0$ za svako t . U fiksnoj tački, sistem se nalazi u ravnotežnom stanju. Obično se fiksne tačke klasifikuju prema predznaku sopstvenih (karakterističnih) vrednosti linearizovanog sistema diferencijalnih jednačina u blizini ravnotežnog stanja. Drugim rečima, stabilnost fiksne tačke se određuje nalaženjem Jakobijan matrice sistema u fiksnoj tački, a potom određivanjem njenih karakterističnih (sopstvenih) vrednosti. Fisknu tačku nazivamo hiperboličkom ukoliko su realni delovi sopstvenih rešenja različiti od nule:

- ukoliko realni delovi svih sopstvenih rešenja imaju negativan predznak, onda kažemo da je fiksna tačka nestabilna (izvor ili nestabilni fokus);
- ukoliko realni delovi svih sopstvenih rešenja imaju pozitivan predznak, onda kažemo da je fiksna tačka stabilna (atraktor ili stabilni fokus).

Klasifikacija fiksnih tačaka ima vrlo jednostavnu grafičku interpretaciju. Naime, posmatrajmo jedan linearni sistem zapisan u matričnom obliku:

$$\dot{x} = Ax, \quad A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Odgovarajuća karakteristična jednačina sistema glasi:

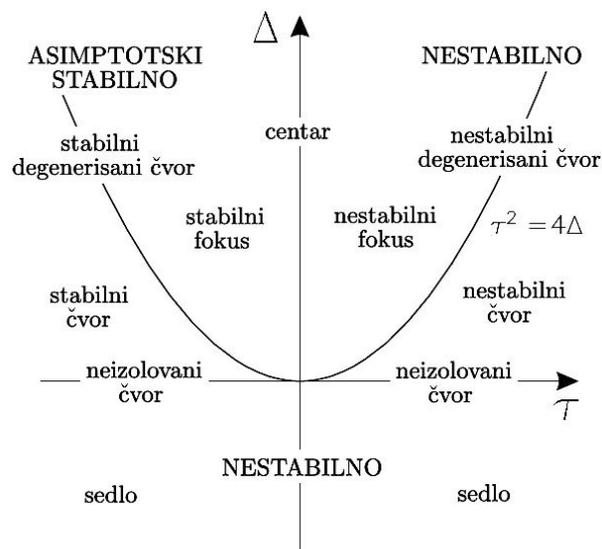
$$\lambda^2 - \tau\lambda + \Delta = 0 \quad (5.2)$$

gde je $\tau = a+d$, a $\Delta = ad - bc$.

Sopstvene vrednosti (rešenja karakteristične jednačine) u ovom slučaju imaju sledeći oblik:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left\{ \tau \pm \sqrt{\tau^2 - 4\Delta} \right\} \quad (5.3)$$

Lako se uočava da su u (τ, Δ) ravni parovi realnih i konjugovano-kompleksnih sopstvenih vrednosti odvojeni parabolom $\tau^2 = 4\Delta$, a da se granični slučajevi mogu pojaviti kada je $\Delta = 0$, odnosno $\tau = 0$ (slika 5-3).



Slika 5-3. Grafički prikaz klasifikacije fiksnih tačaka.

U zavisnosti od predznaka sopstvenih vrednosti, pojavljuju se različiti tipovi fiksnih tačaka:

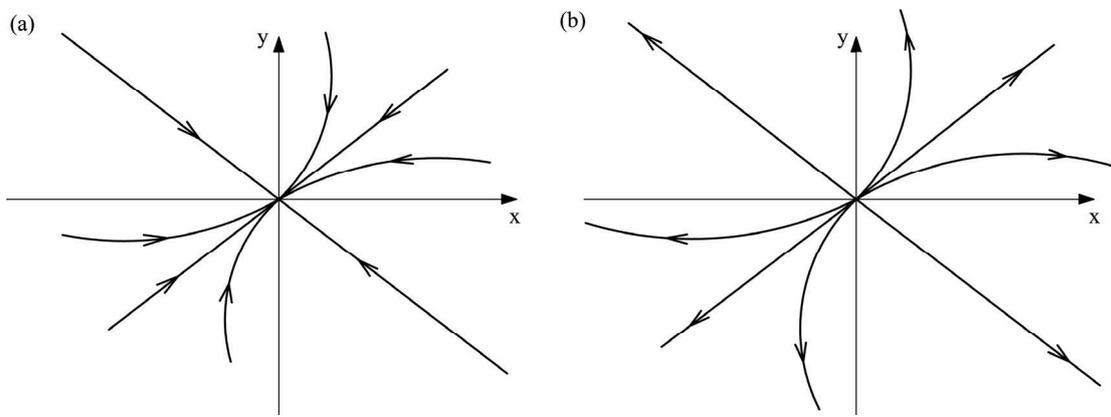
- Realne sopstvene vrednosti: $\tau^2 > 4\Delta$, kada se sopstvene vrednosti nalaze ispod parabole u (τ, Δ) ravni. Tada se mogu razlikovati dva karakteristična slučaja:

- *Slučaj I: $\Delta > 0$* , kada se može lako pokazati da su sopstvene vrednosti istog znaka, jer je:

$$\sqrt{\tau^2 - 4\Delta} < |\tau|$$

1. ako je $\tau < 0$, fiksna tačka je stabilni čvor (slika 5-4a);
2. ako je $\tau > 0$, fiksna tačka je nestabilni čvor (slika 5-4b).

Geometrijsko mesto ovih tačka ograničeno je parabolom $\tau^2 = 4\Delta$ i pravom $\Delta = 0$.

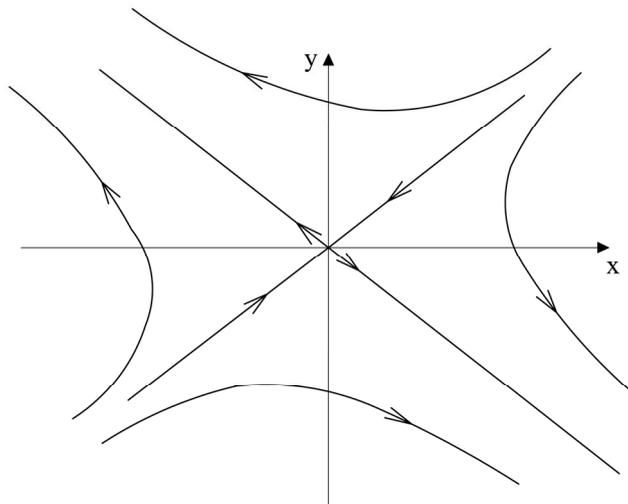


Slika 5-4. Tip fiksne tačke za $\Delta = 0$, kada su sopstvene vrednosti istog znaka: (a) stabilni čvor; (b) nestabilni čvor.

- *Slučaj II: $\Delta < 0$* . U ovom slučaju sopstvene vrednosti su različitog znaka jer je:

$$\sqrt{\tau^2 - 4\Delta} > |\tau|$$

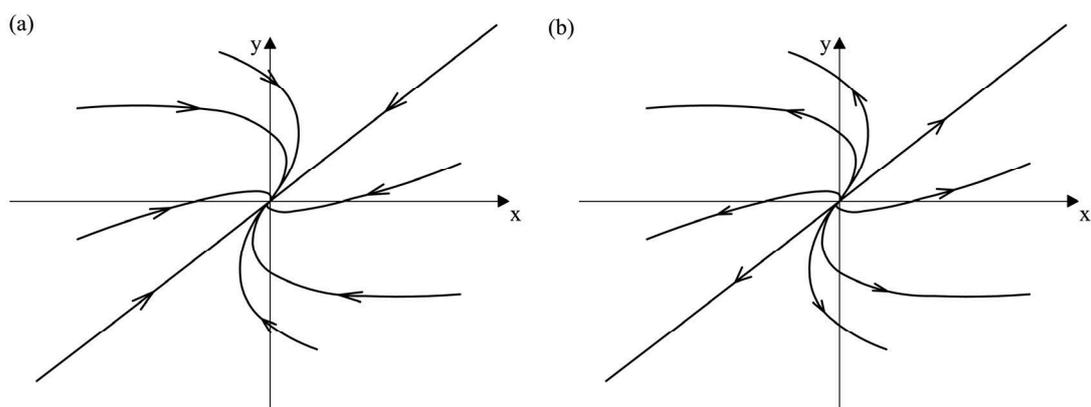
Tada stacionarna tačka predstavlja tačku-sedlo bez obzira na znak parametra τ (slika 5-5). Geometrijsko mesto ovih fiksnih tačaka ograničeno je pravom $\Delta = 0$, i obuhvata celu poluravan određenu sa $\Delta < 0$.



Slika 5-5. Tip fiksne tačke za $\Delta < 0$, kada su sopstvene vrednosti različitog znaka (tačka-sedlo).

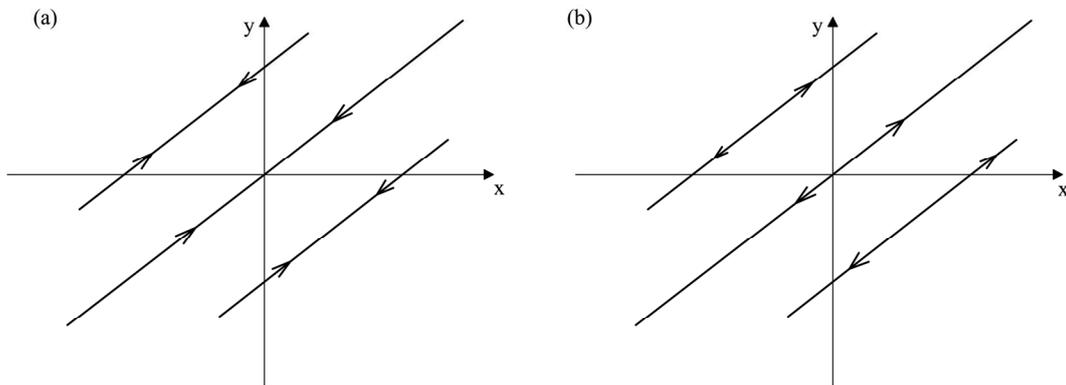
- *Granični slučajevi.* Ako se analiziraju realne sopstvene vrednosti, mogu se uočiti sledeći granični slučajevi:

- *Slučaj I:* $\tau^2 = 4\Delta$. U ovom slučaju dobijaju se parovi dvostrukih realnih sopstvenih vrednosti $\lambda_1 = \lambda_2 = \tau/2$, koje odgovaraju degenerisanim čvorovima, koji su stabilni kada je $\tau < 0$, a nestabilni kada je $\tau > 0$ (slika 5-6). Geometrijsko mesto ovih fiksni tačaka je parabola $\tau^2 = 4\Delta$.



Slika 5-6. Tip fiksne tačke za $\tau^2 = 4\Delta$, za parove dvostrukih realnih sopstvenih vrednosti: (a) stabilni degenerisani čvor ($\tau < 0$); (b) nestabilni degenerisani čvor ($\tau > 0$).

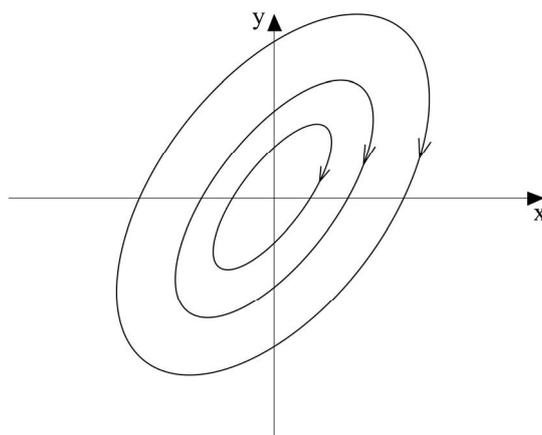
- *Slučaj II: $\Delta=0$.* U ovom slučaju, imamo sledeće sopstvene vrednosti: $\lambda_1=0$ i $\lambda_2=\tau$, koje odgovaraju neizolovanim čvorovima koji su stabilni kada je $\tau<0$, a nestabilni kada je $\tau>0$ (slika 5-7).



Slika 5-7. Tip fiksne tačke za $\Delta=0$, kada je $\lambda_1=0$ i $\lambda_2=\tau$: (a) stabilni neizolovani čvorovi ($\tau<0$); (b) nestabilni neizolovani čvorovi ($\tau>0$).

- *Slučaj III: $\Delta<0$, $\tau=0$.* U ovom slučaju dobija se par sopstvenih vrednosti $\lambda_{1,2}=\pm \Delta^{1/2}$, koje su realne i različite i odgovaraju tački-sedlu. Dakle, oblast ispod apscise u kojoj se nalazi ovaj tip stacionarnih tačaka ostaje nepodeljena.

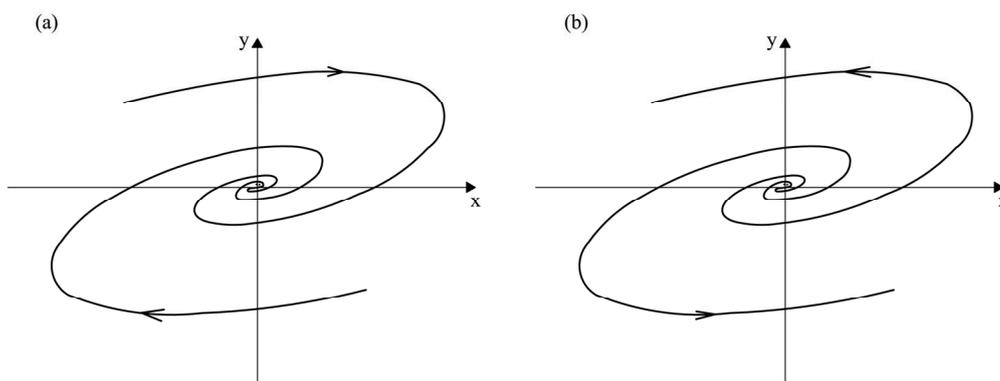
Ako se analiziraju konjugovano-kompleksne sopstvene vrednosti, granični slučaj se dobija za $\tau=0$. Tada imamo par imaginarnih sopstvenih vrednosti $\lambda_{1,2}=\pm i\Delta^{1/2}$, koje odgovaraju ravnotežnim tačkama tipa centra (slika 5-8). Njihovo geometrijsko mesto je pozitivni deo ordinate $\Delta > 0$, $\tau=0$.



Slika 5-8. Tip fiksne tačke za $\tau=0$, kada su sopstvene vrednosti $\lambda_{1,2}=\pm i\Delta^{1/2}$ (fiksna tačka tipa centra).

- Konjugovano-kompleksne vrednosti: $\tau^2 < 4\Delta$, kada se sopstvene vrednosti nalaze iznad parabole u (τ, Δ) ravni, čime je istovremeno zadovoljena i nejednakost $\Delta > 0$. U ovom slučaju, fiksne tačke se, s obzirom na znak parametra τ , mogu podeliti u dve grupe:
 1. ako je $\tau < 0$, fiksna tačka je stabilni fokus (slika 5-9a);
 2. ako je $\tau > 0$, fiksna tačka je nestabilni fokus (slika 5-9b).

Geometrijsko mesto ove dve grupe sopstvenih vrednosti ograničeno je parabolom $\tau^2 = 4\Delta$ i pravom $\Delta = 0$.



Slika 5-9. Tip fiksne tačke za $\tau^2 < 4\Delta$: (a) stabilni fokus ($\tau < 0$); (b) nestabilni fokus ($\tau > 0$).

U ovoj disertaciji, fiksne tačke se klasifikuju samo kao stabilne ili nestabilne, dok detaljnija klasifikacija, kao na slici 5-3, neće biti vršena.

GRANIČNI CIKLUS - granični ciklus predstavlja izolovanu zatvorenu trajektoriju, ka kojoj se susedne trajektorije ili približavaju (stabilni granični ciklus) ili se od nje udaljavaju (nestabilni granični ciklus). Granični ciklusi su karakteristična odlika nelinearnih sistema – ne mogu se javiti u linearnim. U ovoj disertaciji, granični ciklusi neće biti posebno razmatrani, s obzirom na to da predstavljaju promenu ponašanja sistema na većoj udaljenosti od fiksne tačke (dok je, u ovom slučaju, analiza dinamike ograničena samo na linearizaciju sistema i ispitivanju njegovog ponašanja za malu okolinu fiksne tačke, tzv. lokalnu analizu). Definicija graničnih ciklusa data je u ovom poglavlju, jer se javljaju pri prolasku sistema kroz Hopfovu bifurkaciju.

FAZNI PROSTOR – fazni prostor predstavlja višedimenzionalni prostor u kome su predstavljena sva moguća stanja sistema.

HOPFOVA BIFURKACIJA – Hopfova bifurkacija ili Andronov-Hopfova bifurkacija predstavlja lokalnu bifurkaciju kada fiksna tačka dinamičkog sistema gubi stabilnost i kada par konjugovano-kompleksnih sopstvenih vrednosti linearizovanog sistema u okolini fiksne tačke prelazi preko imaginarne ose kompleksne ravni.

U opštem slučaju, pođimo od obične diferencijalne jednačine prvog reda:

$$\dot{x} = f(x, \alpha), x \in R^n \quad (5.5)$$

koja zavisi od parametra $\alpha \in R$, gde je f glatka funkcija. Neka je $x_0(\alpha)$ fiksna (ravnotežna) tačka sistema. Pretpostavimo da Jakobijan matrica $J(\alpha) = f_x(x_0(\alpha), \alpha)$ ima jedan par konjugovano-kompleksnih svojstvenih vrednosti:

$$\lambda_{1,2}(\alpha) = \mu(\alpha) \pm i\omega(\alpha) \quad (5.6)$$

Kada α menja predznak (prolazi kroz tačku $\alpha=0$), ravnotežno stanje sistema menja stabilnost, i dolazi do pojave graničnog ciklusa.

U opštem slučaju, postoje dva osnovna tipa Hopf bifurkacije – natkritična i potkritična. Posmatrajmo sistem običnih diferencijalnih jednačina prvog reda, koje zavise od parametra μ :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f_1(x, y, \mu) \\ \dot{y} &= f_2(x, y, \mu)\end{aligned}\tag{5.7}$$

Pretpostavimo da je fiksna tačka sistema u koordinatnom početku za sve vrednosti μ . Pretpostavimo takođe da Jakobijan matrica sistema D_f ima dve imaginarne sopstvene vrednosti $\lambda_1(\mu)$ i $\lambda_2(\mu)$ kada je $\mu = \mu_c$. Ukoliko su realni delovi sopstvenih vrednosti pozitivni, i ukoliko je koordinatni početak asimptotski stabilna fiksna tačka, $\mu = \mu_c$, onda je:

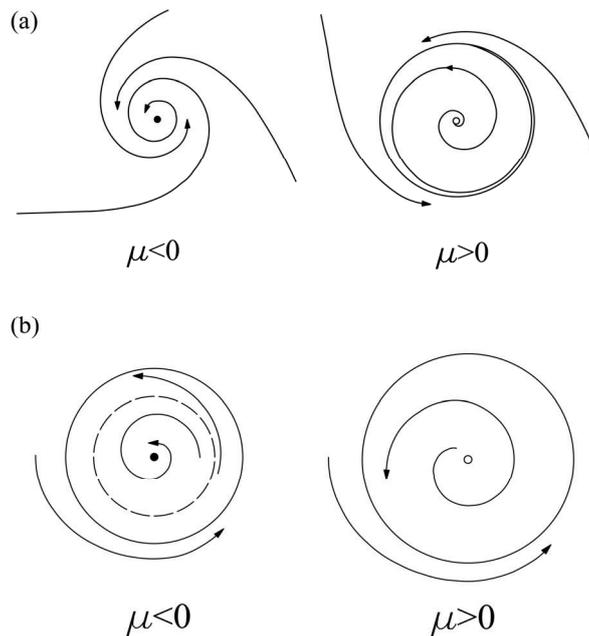
- μ_c bifurkaciona tačka;
- za neko μ_1 , takvo da je $\mu_1 < \mu < \mu_c$, koordinatni početak je stabilni fokus;
- za neko μ_2 , takvo da je $\mu_c < \mu < \mu_2$, koordinatni početak je nestabilan, okružen stabilnim graničnim ciklusom, čija se veličina povećava sa povećanjem vrednosti μ .

U ovom slučaju, Hopfova bifurkacija je natkritična (slika 5-10a).

S druge strane, ukoliko su realni delovi svojstvenih vrednosti negativni, i ukoliko je koordinatni početak asimptotski stabilna fiksna tačka, $\mu = \mu_c$, onda je:

- μ_c bifurkaciona tačka;
- za neko μ_1 , takvo da je $\mu_1 < \mu < \mu_c$, koordinatni početak je stabilni fokus, s tim da na većoj udaljenosti od koordinatnog početka postoje i nestabilni i stabilni granični ciklus;
- za neko μ_2 , takvo da je $\mu_c < \mu < \mu_2$, koordinatni početak je nestabilan, okružen stabilnim graničnim ciklusom, čija se veličina povećava sa povećanjem vrednosti μ , i koji je na znatno većem rastojanju od novostvorene nestabilne fiksne tačke, nego u slučaju natkritične Hopfove bifurkacije.

U ovom slučaju, Hopfova bifurkacija je potkritična (slika 5-10b)



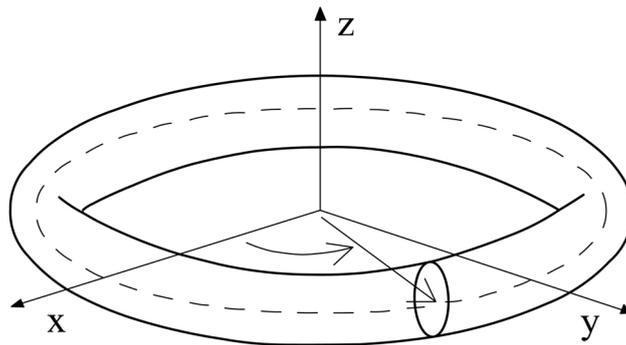
Slika 5-10. Hopfova bifurkacija: (a) natkritična; (b) potkritična.

TORUS – torus predstavlja površ koja nastaje neprekidnim rotacijama kruga k , poluprečnika r , oko jedne ose koja se nalazi u njegovoj ravni (slika 5-11). U parametarskom obliku, jednačine torusa su:

$$\begin{aligned}
 x(\theta, \phi) &= (R + r \cos \phi) \cos \theta \\
 y(\theta, \phi) &= (R + r \cos \phi) \sin \theta \\
 z(\theta, \phi) &= r \sin \phi
 \end{aligned}
 \tag{5.8}$$

gde su:

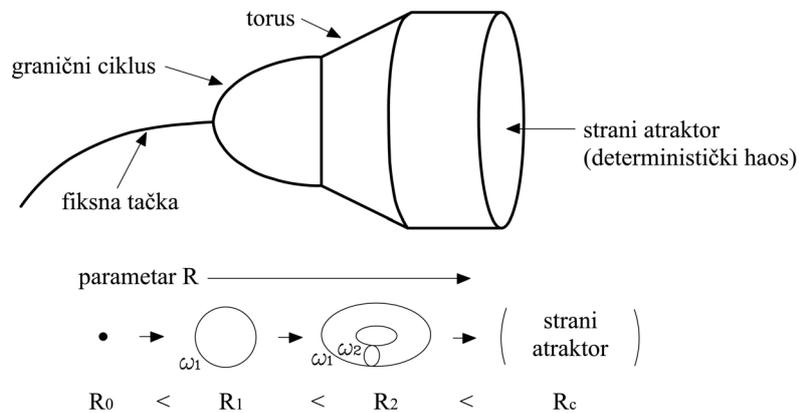
- θ, ϕ – uglovi koji prave pun krug, sa početkom u θ , i krajem u 2π , tako da njihove vrednosti počinju i završavaju se u istoj tački;
- R – rastojanje od centra „cevi“ do centra torusa (veliki poluprečnik torusa);
- r - radijus cevi (mali poluprečnik torusa).



Slika 5-11. Ilustracija nastanka torusa.

DETERMINISTIČKI HAOS – iako ne postoji opšte prihvaćena definicija termina haosa, većina istraživača je prihvatila sledeću grubu definiciju: „Deterministički haos predstavlja aperiodično dugoročno ponašanje u determinističkom sistemu, koje je osetljivo na male promene početnih uslova, i koje, u konačnom vremenskom intervalu konvergira ka stranom atraktoru”. Drugim rečima, za razliku od opšte prihvaćenog termina (razvijeni) haosa, kao sinonima za potpunu neuređenost (maksimalnu entropiju) sistema, deterministički haos predstavlja ponašanje koje ima određeni mehanizam „u pozadini” i koje je ograničeno na nekom konačnom skupu. Da bi došlo do pojave haotičnog ponašanja, sistem mora da prođe kroz niz bifurkacija. Lokalnim bifurkacijama se „do haosa” dolazi najčešće na tri osnovna načina: bifurkacijama sa udvajanjem perioda, kvaziperiodičnim i intermitentnim putem [Sprott, 2003]. Bifurkacije sa udvajanjem perioda javljaju se kod logističkog preslikavanja, gde stabilne fiksne tačke postaju nestabilne nakon niza flip bifurkacija (bifurkacija kroz koju fiksna tačka gubi stabilnost i dolazi do nestanka graničnog ciklusa, sa promenom vrednosti parametara). Kvaziperiodičnost se javlja kod Van der Polovog oscilatora, gde spiralni čvor postaje nestabilan i javlja se granični krug kroz Hopfovu bifurkaciju [Marsden, McCracken, 1976], koji potom prelazi u torus kroz drugu Hopfovu bifurkaciju, nakon čega dolazi do raspadanja torusa i pojave deterministički haotičnog ponašanja [Ruelle, Takens, 1971; Newhouse, i dr., 1978]. Ovaj „put u haos” je poznat kao Ruel-Takens-

Njuhaus put¹ u kaos, i pojava determinističkog haosa u modelima potresa istraživanim u ovoj disertaciji upravo će se odigravati na ovaj način (slika 5-12).



Slika 5-12. Ruel-Takens-Njuhaus put u kaos.

Treći, intermitentni put u kaos, karakteriše se sedlo-čvor bifurkacijom u višedimenzionalnim sistemima, pri kojoj se sedlo tačka i stabilni čvor spajaju i nestaju, dajući trajektoriju sa „haotičnim” periodima koja je u smeni sa regularnim oscilacijama [Pomeau, Manneville, 1980].

U ovoj disertaciji, u slučaju izučavanja Madariaga sistema sa jednim blokom, put u kaos je predstavljen upravo Ruel-Takens-Njuhaus „scenarijom”. Kod proučavanja drugog modela, sa jednim i dva bloka, kao i trećeg modela sa jednim blokom put u kaos se posebno ne definiše, već se samo osmatra vrednost kontrolnih parametara za koje dolazi do pojave determinističkog haotičnog ponašanja.

STRANI ATRAKTOR – strani atraktor predstavlja skup konačne veličine ka kojem sve susedne trajektorije (rešenja) sistema konvergiraju. Strogo posmatrano, strani atraktor se definiše kao zatvoreni skup A , sa sledećim svojstvima:

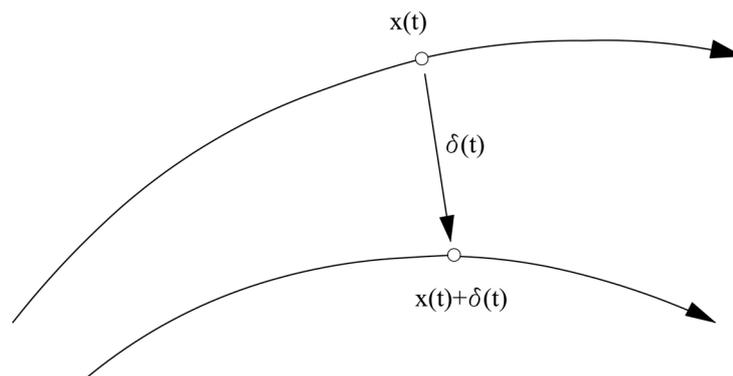
- A je invarijantni skup: bilo koja trajektorija $x(t)$ koja počinje u A ostaje u A sve vreme;

¹ Ruelle-Takens-Newhouse route to chaos (ang.)

- A privlači otvoreni skup početnih uslova: postoji otvoreni skup U koji sadrži A tako da ako je $x(0) \in U$, onda rastojanje od $x(t)$ do A teži nuli kada $t \rightarrow \infty$. To znači da A privlači sve trajektorije koje počinju dovoljno blizu skupu A . Najveći takav skup U naziva se bazom atrakcije skupa A ;
- Skup A je minimalan: ne postoji odgovarajući podskup skupa A koji zadovoljava uslove 1 i 2;
- Skup A pokazuje osetljivost na malu promenu početnih uslova;
- Skup A ima fraktalnu dimenziju.

Strani atraktor takođe može biti rekonstruisan iz skalarne vremenske serije, o čemu će biti više reči u poglavlju „Metodologija istraživanja”. U ovoj disertaciji, neće biti određivana vrsta ni dimenzija stranog atraktora, već je primarni naglasak stavljen na pojavu determinističkog haosa.

LJAPUNOVLJEV EKSPONENT – Ljapunovljev eksponent predstavlja veličinu eksponencijalne divergencije dve susedne trajektorije sistema. Pretpostavimo da je $x(t)$ tačka na stranom atraktoru u vremenskom trenutku t . Označimo sa $x(t)+\delta(t)$ početno blisku (susednu) tačku, gde δ predstavlja vektor rastojanja, početne dužine reda veličine $|\delta_0| = 10^{-15}$ (slika 5-13).



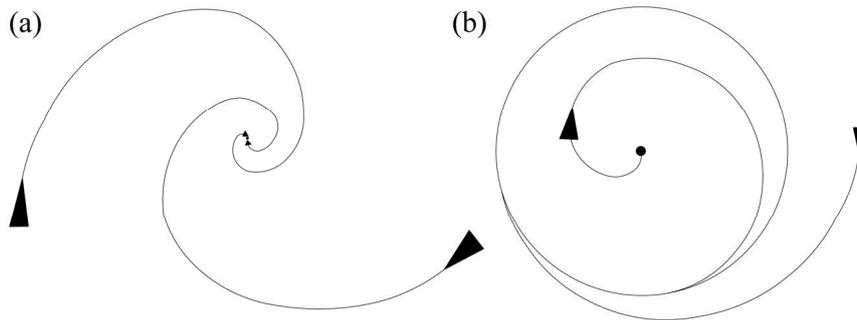
Slika 5-13. Eksponencijalna divergencija između dve susedne trajektorije (rešenja) sistema.

Ukoliko je atraktor strani (determinističko haotično ponašanje), promena rastojanja $\delta(t)$ tokom vremena može se opisati na sledeći način: $|\delta(t)| \approx |\delta_0| e^{\lambda t}$, gde λ predstavlja Ljapunovljev eksponent sistema. Zapravo, za n -dimenzionalni sistem postoji n različitih vrednosti Ljapunovljevog eksponenta. Naime, ukoliko razmatramo ponašanje infinitezimalno male sfere početnih uslova, tokom vremena će doći do deformacije početne sfere u infinitezimalni elipsoid. Neka $\delta_k(t)$, $k=1, \dots, n$ označava dužinu k -te ose elipsoida. Onda je $\delta_k(t) \approx \delta_k(0) e^{\lambda_k t}$, gde su λ_k Ljapunovljevi eksponenti. Za veliko t , prečnik elipsoida je određen najvećom pozitivnom vrednošću λ_k . Stoga, traženo λ zapravo predstavlja najveći (maksimalni) Ljapunovljev eksponent. Neophodno je takođe napomenuti da kada sistem ima pozitivan Ljapunovljev eksponent, postoji određeni vremenski interval nakon koga predviđanje ponašanja sistema više nije moguće. Ukoliko prepostavimo početno malu grešku u merenju determinističkog haotičnog sistema, tokom vremena ta greška će eksponencijalno brzo da raste ($|\delta(t)| \approx |\delta_0| e^{\lambda t}$). Ukoliko je a mera naše tolerancije, tada smatramo da kada je $|\delta(t)| \geq a$, onda predviđanje ponašanja sistema postaje nemoguće, što se događa nakon vremenskog intervala reda veličine:

$$t_{horizon} \approx 0 \left(\frac{1}{\lambda} \ln \frac{a}{|\delta_0|} \right). \quad (5.9)$$

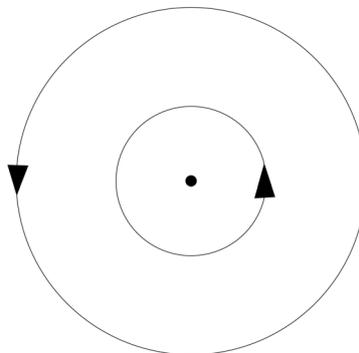
Vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta kvalitativno ukazuju na ponašanje posmatranog sistema:

- $\lambda < 0$ – trajektorije (rešenja) sistema teže stabilnoj fiksnoj tački ili stabilnom graničnom ciklusu (slika 5-14). Negativni Ljapunovljevi eksponenti su karakteristični za disipativne ili ne-konzervativne sisteme (prigušeni harmonijski oscilator). Takvi sistemi pokazuju asimptotsku stabilnost – što je „negativnija” vrednost eksponenta, veća je stabilnost sistema. Superstabilne fiksne tačke i superstabilni granični ciklusi imaju Ljapunovljev eksponent $\lambda \rightarrow -\infty$. Ova vrednost se, na primer, javlja kod prigušenog harmonijskog oscilatora koji teži ravnotežnom stanju najvećom mogućom brzinom.



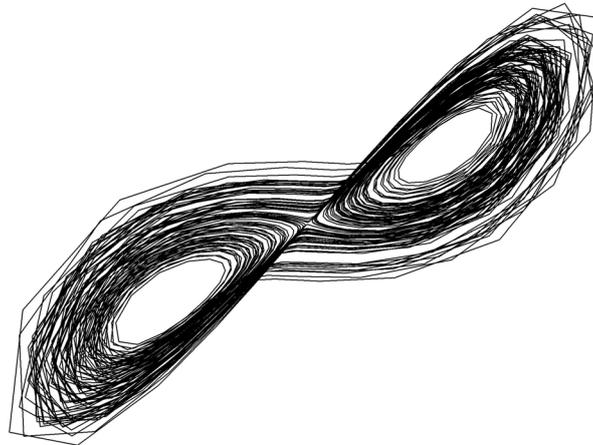
Slika 5-14. Skica trajektorija (rešenja) sistema za koje je $\lambda < 0$; a) stabilna fiksna tačka (spirala); b) stabilni granični ciklus.

- $\lambda = 0$ – trajektorija predstavlja neutralnu fiksnu tačku - centar (slika 5-15). Nulta vrednost Ljapunovljevog eksponenta ukazuje na to da je sistem u nekoj vrsti stacionarnog stanja. Fizički sistem sa nultom vrednošću ovog eksponenta je konzervativan. Ukoliko uzmemo primer dva identična harmonijska oscilatora sa različitim amplitudama, onda će njihovi fazni portreti biti predstavljeni u vidu koncentričnih krugova.



Slika 5-15. Skica trajektorija rešenja sistema za koje je $\lambda = 0$ – neutralna fiksna tačka (centar).

- $\lambda > 0$ – trajektorija rešenja sistema je nestabilna. Susedne vrednosti (tačke) ma koliko bile bliske, tokom vremena će pokazivati divergenciju, odnosno determinističko haotično ponašanje (slika 5-16).



Slika 5-16. Skica trajektorije rešenja za deterministički haotičan sistem (Lorencov sistem), za koji je $\lambda > 0$ (strani atraktor).

U ovoj disertaciji, Ljapunovljev eksponent se određuje pomoću dve metode - Vulfove i Rozenštajnovne, koje su detaljno opisane u poglavlju „Metodologija istraživanja”.

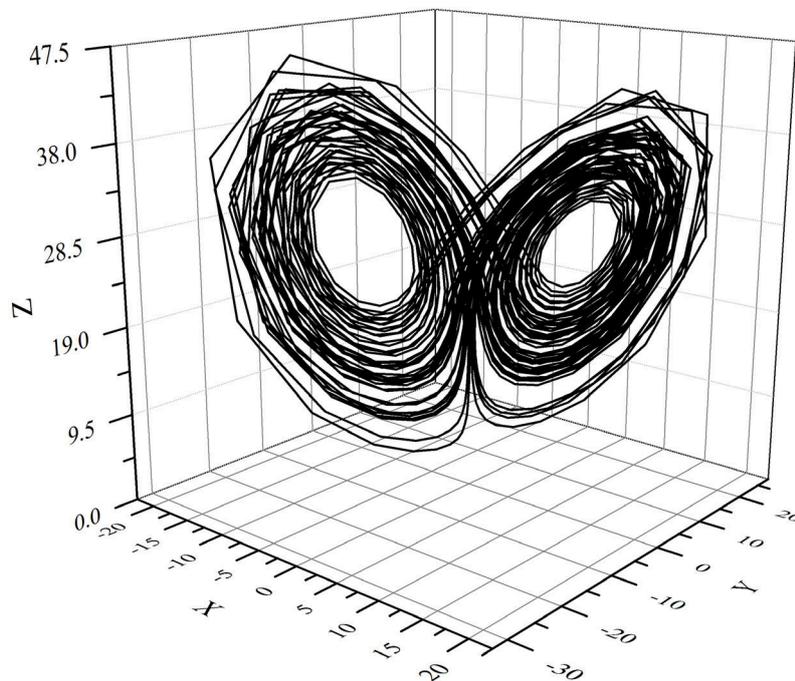
LORENCOV SISTEM – Lorencov sistem je sistem običnih diferencijalnih jednačina, predložen od strane Edvarda Lorenca, 1963.g., koji je, proučavajući pojednostavljeni model konvekcioni strujanja u atmosferi, došao do zaključka da rešenja njegovih jednačina nikada ne konvergiraju ravnotežnom ili periodičnom stanju – umesto toga, rešenja pokazuju dugotrajne, neregularne, aperiodične oscilacije. Kada strani atraktor Lorencovog sistema projektujemo na dvodimenzionalnu ravan, trajektorije (rešenja) podsećaju na krila leptira². Danas se Lorencov sistem smatra „svetim gralom” nelinearne dinamike i teorije haosa, a Edvard Lorenc jednim od najvažnijih istraživača-pionira u ovoj oblasti.

Lorencov sistem je dat u sledećem obliku:

² „butterfly effect” (ang.)

$$\begin{aligned}
\frac{dx}{dt} &= \sigma(y - x) \\
\frac{dy}{dt} &= x(r - z) - y \\
\frac{dz}{dt} &= xy - \beta z
\end{aligned}
\tag{5.10}$$

gde su σ , r i β parametri sistema, pri čemu je Lorenc utvrdio da za vrednosti parametara $\sigma=10$, $r=28$ i $\beta=8/3$ ispitivani sistem pokazuje deterministički haotično ponašanje. Strani atraktor sistema prikazan je u faznom prostoru na slici 5-17.



Slika 5-17. Strani atraktor Lorencovog sistema („krila leptira”).

DIFERENCIJALNE JEDNAČINE SA KAŠNJENJEM³ - diferencijalne jednačine sa kašnjenjem pripadaju grupi funkcionalnih diferencijalnih jednačina, opšteg oblika:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(t), \mathbf{x}(t-\tau_1), \mathbf{x}(t-\tau_2), \dots, \mathbf{x}(t-\tau_m), \mathbf{v})
\tag{5.11}$$

³ delay-differential equations (ang.)

gde je $\mathbf{x}(t) \in R^n$, i \mathbf{f} predstavlja nelinearnu glatku funkciju, koja zavisi od $(m+1)$ diskretnih vrednosti promenljivih \mathbf{x} , kao i od autonomnih (vremenski nezavisnih) parametara $\mathbf{v} \in R$. Vremenska kašnjenja $\tau_i(\mathbf{x}(t))$ mogu biti ili konstante ili kašnjenja zavisna od stanja. U ovoj disertaciji, proučavane diferencijalne jednačine imaju konstanto kašnjenje τ .

Za razliku od običnih diferencijalnih jednačina, gde je jedinstveno rešenje određeno vrednošću jedne tačke u Euklidskom prostoru za početni trenutak t_0 , za rešavanje diferencijalnih jednačina sa kašnjenjem, kao početni uslov potrebni su podaci o celom intervalu $[t_0-\tau, t_0]$. Drugim rečima, da bismo znali vrednost izvoda u trenutku t_0 , mora nam biti poznata vrednost početne funkcije na celom intervalu $[t_0-\tau, t_0]$. Shodno tome, da bi početni uslov u slučaju rešavanja diferencijalnih jednačina sa kašnjenjem imao smisla, potrebno je da početna funkcija ili početna istorija budu poznati – vrednost $\mathbf{x}(t_0)$ u intervalu $[t_0-\tau, t_0]$. Svaka takva početna funkcija određuje jedinstveno rešenje diferencijalne jednačine sa kašnjenjem.

6. METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

Metode korišćene u ovoj disertaciji mogu se svrstati u dve klase. U prvu klasu metoda spada matematičko modelovanje fenomenološkog modela mehanizma nastanka potresa (Baridž-Knopof modela), koje se operativno sprovodi analitičkim i numeričkim rešavanjem sistema običnih diferencijalnih jednačina, sa i bez kašnjenja, koje opisuju kretanje bloka. Drugim rečima, vrši se analiza ponašanja rešenja jednačina blizu ravnotežnog stanja (numerički), kao i standardna lokalna bifurkaciona analiza (analitički), dalje verifikovana numeričkim putem korišćenjem DDE-BIFTOOL-a. Pri tome, kvalitativne promene dinamike modela (bifurkacije) razmatraju se ili usled periodičnih perturbacija odabranih kontrolnih parametara, ili kao posledica uvođenja novih parametara (jačina trenja c i vremensko kašnjenje τ).

Druga klasa metoda pripada statističkim metodama. Primenom ovih metoda vrši se izučavanje registrovanih seizmograma oscilovanja tla za vreme rudarski generisanih potresa. Konkretno, primenjuju se dva različita postupka – analiza nelinearnih vremenskih serija i analiza surogat podataka.

U prilogu br.2 dat je algoritam metodologije nelinearnog dinamičkog modelovanja potresa izazvanih promenom naponskog stanja pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija.

U ovom poglavlju detaljno se opisane opšte metode ispitivanja, imajući u vidu činjenicu da se metode nelinearne dinamike prvi put praktično primenjuju u rudarskom inženjerstvu.

6.1. ANALIZA REGISTROVANIH OSCILOVANJA TLA ZA VREME POTRESA

6.1.1. ANALIZA SUROGAT PODATAKA

Imajući u vidu činjenicu da je priroda mehanizma nastanka rudarskih potresa (deterministička ili stohastička), čije se ponašanje izučava ispitivanjem odgovarajućih vremenskih serija, najvažniji preduslov primene adekvatne analize i validne interpretacije rezultata, tendencija savremenih istraživanja je da analizi vremenskih

serija gotovo uvek prethodi analiza surogat podataka, što je izvedeno i u okviru ovog istraživanja.

Grubo posmatrano, analizom surogat podataka vrši se određena transformacija posmatrane vremenske serije, tako da ona približno odgovara nekoj od poznatih funkcija, pa se potom sprovodi niz statističkih testova, kojima se postavljene nulte hipoteze o mogućoj linearnoj ili nelinearnoj prirodi vremenskih serija prihvataju ili odbacuju. Prema tome, nulte hipoteze predstavljaju početnu pretpostavku da je posmatrana vremenska serija ili potpuno nasumična, ili da pripada određenoj klasi linearnih procesa. Provera ovih nultih hipoteza operativno se sprovodi tako što se formira surogat vremenska serija, i to transformacijom početne vremenske serije (nasumičnom permutacijom, ili izmenama faze ili amplitude spektra snage), i upoređivanjem dobijenih surogat serija sa početnom vremenskom serijom. Kao statistički test, za upoređivanje početne i surogat vremenskih serija koristi se jednostavni algoritam nelinearnog predviđanja [Kantz, Schreiber, 2004].

Prema pojedinim autorima, analiza surogat podataka predstavlja i deo „preprocessing-a”, odnosno pripada postupcima kojima se posmatrana vremenska serija „priprema” za nelinearnu analizu. Naziva se još i tehnikom „reuzorkovanja” ili ponovnog uzorkovanja, s obzirom na to da se odgovarajućim transformacijama, od početne vremenske serije formiraju nizovi surogat podataka, koji se potom upoređuju sa podacima registrovanja oscilovanja tla [Kugiumtzis, Tsimpliris, 2010].

Opšti princip ove analize može se opisati na sledeći način. Najpre se pretpostavlja da vremenska serija vodi poreklo od određene klase linearnih procesa, odnosno postavlja se nulta hipoteza da izučavani niz podataka pripada nekom od poznatih linearnih sistema. Potom se za svaku nultu hipotezu generiše surogat vremenska serija i vrši niz statističkih testova radi poređenja surogat i početne vremenske serije. Ukoliko postoji statistički značajna razlika između surogat niza i početne vremenske serije, nulta hipoteza se odbacuje. Pri postavljanju nulte hipoteze obično se polazi od jednostavnih pretpostavki ka sve kompleksnijim i sofisticiranijim modelima, ukoliko rezultati statističke analize ne zadovoljavaju nultu hipotezu.

Surogat analiza podataka je neophodna pri analizi vremenskih serija, s obzirom na to da jednostavni haotični sistemi mogu pokazivati ponašanje slično nasumičnom

(proizvoljnom), i obratno [Sprott, 2003]. U opštem slučaju, pristupa se testiranju tri nute hipoteze [Perc et al., 2008]:

- (1) podaci su nezavisni slučajni brojevi sa određenom, ali nepoznatom raspodelom;
- (2) podaci vode poreklo od stacionarnog stohastičkog procesa sa Gausovom raspodelom stohastičkog dela;
- (3) podaci vode poreklo od stacionarnog Gausovog procesa koji je izmenjen nepoznatom nelinearnom funkcijom.

Testiranje ovih hipoteza vrši se na dovoljnom broju surogat vremenskih serija, kako bi nulte hipoteze sa sigurnošću mogle biti prihvaćene ili odbačene. U opštem slučaju, 20 surogat vremenskih serija se smatra dovoljnim brojem, pri čemu, ukoliko je više od jednog testa sa različitim ishodom, nulta hipoteza se odbacuje [Kantz, Schreiber, 2004].

Generisanje surogat vremenskih serija vršeno je u okviru Matlab programskog paketa MATS, razvijenog u radu [Kugiumtzis, Tsimpliris, 2010], a njihovo testiranje na osnovu algoritma *zeorpred.m* razvijenog na Mekalester koledžu u Mineapolisu (SAD) [www.macalester.edu/~kaplan/Software/Software/zeropred.m].

- Formiranje nultih hipoteza i nizova surogat podataka.

Za svaku od navedenih nultih hipoteza generiše niz od 20 surogat vremenskih serija, koje se potom upoređuju sa početnom vremenskom serijom, a potom vrši statistička analiza njihove sličnosti ili razlike.

1. **I nulta hipoteza** – vremenska serija predstavlja permutovanu („ispreturanu”) početnu vremensku seriju.

U ovom slučaju, od originalne (početne) vremenske serije, nizovi surogat podataka dobijaju se nasumičnim mešanjem postojećih podataka (bez ponavljanja).

2. **II nulta hipoteza** – vremenska serija vodi poreklo od stacionarnog stohastičkog procesa sa Gausovom raspodelom stohastičkog dela.

Surogat vremenske serije u okviru druge nulte hipoteze dobijaju se primenjujući postupak fazne randomizacije [Kantz, Schreiber, 2004]. Naime, ukoliko posmatrana

vremenska serija vodi poreklo od stacionarnog linearnog stohastičkog procesa sa Gausovom raspodelom stohastičkog dela (ARMA procesi), onda se surogat podaci formiraju Furijeovim transformacijama početne vremenske serije, pri čemu se faza transformacije za svaku surogat vremensku seriju razlikuje, što se postiže primenom tehnike fazne randomizacije. Preciznije, najpre se određuje diskretna Furijeova transformacija¹ s_k originalne vremenske serije s_n :

$$s_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^N s_n e^{i2\pi k / N} \quad (6.1)$$

Potom se vrši „randomizacija” diskretne Furijeove transformacije s_k , i to množenjem sa nasumično izabranim fazama:

$$s'_k = s_k e^{i\phi_k} \quad (6.2)$$

gde su ϕ_k nasumično izabrane vrednosti iz intervala $[0, 2\pi]$. Potom se pristupa određivanju inverzne Furijeove transformacije² od s'_k :

$$s'_n = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N s'_k e^{-i2\pi k / N} \quad (6.3)$$

čime se dobija surogat vremenska serija s'_n . Ovaj postupak se potom ponavlja za svaku sledeću surogat vremensku seriju, ali svaki put sa različitom fazom ϕ_k iz intervala $[0, 2\pi]$.

3. **III nulta hipoteza** – vremenska serija vodi poreklo od stacionarnog Gausovog procesa koji je izmenjen nepoznatom nelinearnom funkcijom s_n :

$$s_n = s(x_n), \quad x_n = \sum_{i=1}^{M_{AR}} a_i x_{n-i} + \sum_{j=0}^{M_{MA}} b_j \eta_{n-j}$$

gde x_n predstavlja ARMA³ proces, sa prvim sabirkom koji predstavlja autoregresivni deo (AR) i opisuje unutrašnju dinamiku procesa, i sa drugim sabirkom, koji se naziva pokretnim prosekom⁴ (MA), gde su η_n nezavisni brojevi sa Gausovom raspodelom.

¹ fast (discrete) Fourier transform (ang.)

² Inverse Fourier transform (ang.)

³ ARMA process – autoregressive-moving average process (ang.)

⁴ moving average (ang.)

S obzirom na to da je funkcija s_n u ovom slučaju nepoznata, postupak formiranja surogat vremenskih serija (AAFT postupak – postupak fazne randomizacije sa prilagođenom amplitudom) sastoji se u sledećem. Najpre se podaci početne vremenske serije skaliraju tako da odgovaraju Gausovoj raspodeli (efekat nepoznate nelinearne funkcije). Potom se primeni postupak fazne randomizacije, opisan u prethodnom koraku. Nakon primene inverzne Furijeove transformacije, dobijeni surogat podaci se na kraju opet skaliraju tako da odgovaraju raspodeli početne vremenske serije. Ovaj postupak se ponavlja za svaku surogat vremensku seriju, ali svaki put sa različitom fazom u postupku fazne randomizacije.

Međutim, s obzirom na to da se inverznom Furijeovom transformacijom ne dobija potpuno rekonstruisana vremenska serija, pre svega u pogledu spektra snage (koji je sa većom količinom šuma), vrši se i prilagođavanje amplitude Furijeovih transformacija na sledeći način (IAAFT postupak – iterativni postupak fazne randomizacije sa prilagođenom amplitudom). Neka su $|s_k|$ željene amplitude Furijeove transformacije početne vremenske serije. Izvršimo postupak fazne randomizacije, kada dobijenu surogat Furijeovu transformaciju s_k' dalje menjamo poređenjem amplituda Furijeove transformacije početne i surogat vremenske serije:

$$s_k'' = s_k' |s_k| / |s_k'|$$

Ovaj korak se ponavlja sve dok se količina šuma u spektru snage na svede na prihvatljivu meru. Nakon izvedene inverzne Furijeove transformacije za s_k'' , dobijena surogat vremenska serija poredi se sa početnom vremenskom serijom.

- Testiranje hipoteza.

Testiranje predloženih nultih hipoteza po pravilu se zasniva na proceni greške u predviđanju (predviđanje nultog reda⁵). Naime, formira se 20 surogat vremenskih serija od početne vremenske serije, a potom se za svaku od njih određuje greška u predviđanju za određeni broj koraka (10 jedinica). Nulta hipoteza se prihvata ukoliko je greška u predviđanju za početnu vremensku seriju veća od greške u predviđanju za surogat

⁵ *zeroth-order approximation of dynamics (ang.)*

vremenske serije, ili su one u korelaciji, u 95% ispitanih slučajeva (19 od 20). Drugim rečima, ukoliko ovaj uslov nije ispunjen za više od jedne surogat vremenske serije, onda se nulta hipoteza odbacuje.

U opštem slučaju, neka je s_1, \dots, s_N skalarna vremenska serija, τ vremenski interval razvijanja i m dimenzija razvijanja. Tehnikom razvijanja formiramo niz razvijenih vektora $s_{(m-1)\tau+1}, \dots, s_N$. Da bismo predvideli vrednost vremenske serije za Δn vremenskih jedinica unapred, biramo parametar ε , koji je reda veličine rezolucije merenja. Naime, da bi naše predviđanje bilo adekvatno i dovoljno precizno, ono ne može biti zasnovano samo na jednom najbližem stanju, pošto su međurastojanja između dva susedna podatka sa određenom greškom (šumom) reda veličine ε . Stoga, sve tačke u faznom prostoru u radijusu ε oko naše početne tačke moraju biti uzete u obzir kao dobri „prediktori”. Umesto proizvoljnog izbora bilo koje od tačaka iz navedenog radijusa, uzima se aritmetička sredina individualnih predviđanja vrednosti tačaka iz radijusa ε . Drugim rečima, formira se okolina $U_\varepsilon(s_N)$ radijusa ε oko tačke s_N . Za sve tačke $s_n \in U_\varepsilon(s_N)$, to jest, za sve tačke na manjem rastojanju od ε u odnosu na s_N , vrši se predviđanje $s_{N+\Delta n}$. Konačno predviđanje vrednosti na kraju predstavlja aritmetičku sredinu svih predviđanja baziranih na pojedinačnim tačakama:

$$\hat{s}_{N+\Delta n} = \frac{1}{|U_\varepsilon(s_N)|} \sum_{s_n \in U_\varepsilon(s_N)} s_{n+\Delta n} \quad (6.5)$$

gde $|U_\varepsilon(s_N)|$ označava broj elemenata u okolini $U_\varepsilon(s_N)$. U slučaju da nema elemenata u okolini s_N bližih od ε , onda povećavamo ε sve dok ne nađemo pogodno rastojanje sa dovoljnim brojem tačaka za predviđanje.

Drugim rečima, za sledeću (buduću) vrednost jedne određene tačke uzima se srednja vrednost budućih vrednosti svih tačaka s_n u okolini U izabrane tačke s_N .

Modifikovani pristup, u odnosu na prethodno predstavljen, podrazumeva beskonačno veliku okolinu U , ali sa težinskim rastojanjima susednih vrednosti:

$$s_{N+\Delta n} = \frac{\sum_{n \neq N} s_{n+\Delta n} \omega(|s_N - s_n|)}{\sum_{n \neq N} \omega(|s_N - s_n|)} \quad (6.6)$$

gde $\omega(|s_N - s_n|)$ predstavlja težinsko rastojanje tačaka s_n od tačke za koju se vrši predviđanje s_N .

Da bismo ocenili grešku predviđanja, za svaki predviđeni vremenski korak Δn , pristupamo izračunavanju srednje kvadratne greške:

$$e_{\Delta n} = \sqrt{\left(S_{n+\Delta n} - \hat{S}_{n+\Delta n} \right)^2} \quad (6.7)$$

koja određuje razliku između predviđenih i stvarno merenih vrednosti.

- Verifikacija predloženog postupka testiranja hipoteza.

U cilju verifikacije tačnosti predloženog postupka, koji podrazumeva određivanje greške u predviđanju početne (ε) i surogat vremenskih serija (ε_0), izvršena je provera koristeći opšte poznate primere izrazito linearnog stohastičkog sistema (ljubičasti šum⁶) i nelinearnog sistema (Lorensov sistem⁷). Kao što je opšte poznato, ljubičasti šum predstavlja primer linearnog stacionarnog stohastičkog procesa, sa frekventnim spektrom takvim da je spektar snage obrnuto proporcionalna frekvenciji (stoga se često ovakav obojeni šum naziva i $1/f$ šum). Za razliku od belog šuma, ljubičasti šum predstavlja niz korelisanih vrednosti, koje nisu međusobno nezavisne. S druge strane, Lorensov sistem reprezentuje model konvektivnih strujanja vazduha u atmosferi, predstavljen sistemom običnih diferencijalnih jednačina, čija su rešenja „haotična” za određene vrednosti parametara sistema.

Nizovi podataka koji simuliraju rešenja Lorensovog sistema diferencijalnih jednačina dobijeni su numeričkom integracijom u okviru programskog paketa WINPP. U cilju ispitivanja (ne)linearnosti, pristupilo se generisanju 20 surogat nizova podataka za svaki od ispitivanih sistema, a potom je izvršeno testiranje sve tri nulte hipoteze. Pre početka testiranja, za originalne (početne) nizove podataka (Lorensov sistem i ljubičasti šum), kao i za sve surogat nizove, bilo je potrebno odrediti optimalne vrednosti vremenskog intervala razvijanja, kao i minimalne vrednosti dimenzije razvijanja. Dok je postupak uzajamne informacije⁸ omogućio dobijanje optimalnog vremenskog intervala

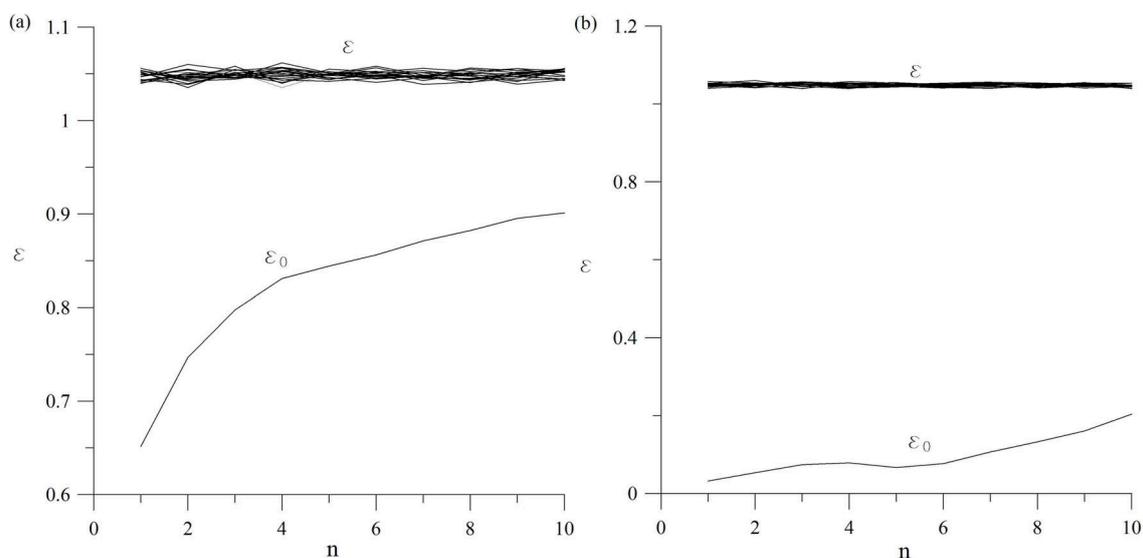
⁶ pink noise (ang.)

⁷ Lorenz system (ang.)

⁸ postupci uzajamne informacije i prividno najbliže vrednosti biće objašnjen u daljem tekstu, u okviru dela „Analiza nelinearnih vremenskih serija”

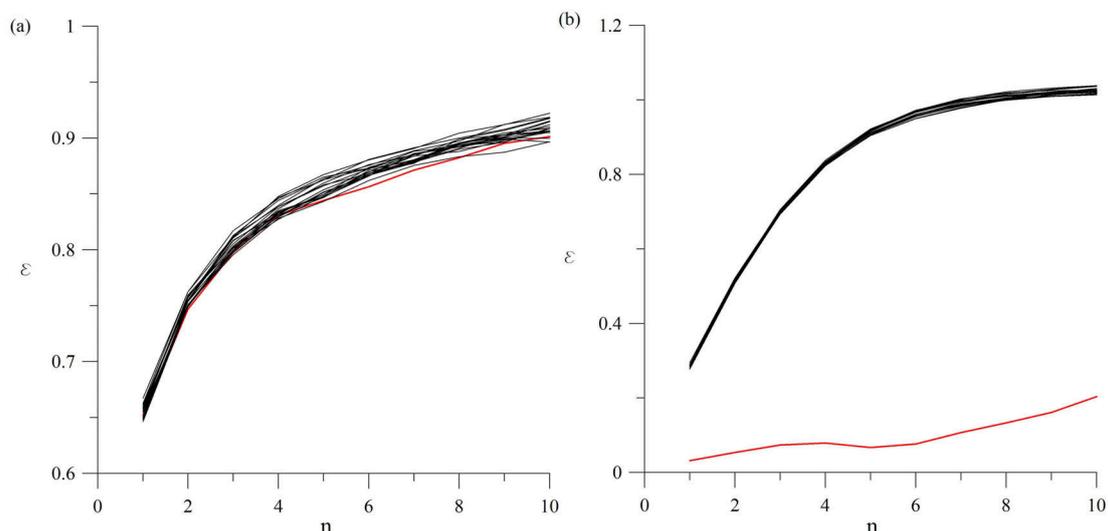
razvijanja, postupak „prividno najbliže (susedne) vrednosti”⁵ je dao rezultate jedino u slučaju ispitivanja originalnog Lorencovog sistema ($m=3$). U slučaju originalnog niza podataka koji predstavljaju ljubičasti šum, kao i u slučaju svih nizova surogat podataka za oba sistema, minimalna dimenzija razvijanja nije mogla biti određena, s obzirom na to da su rezultati analize ukazivali na povećanje procenta prividno najbližih vrednosti sa povećanjem dimenzije razvijanja. Međutim, probanjem se ustanovilo da nema kvalitativnih razlika u distribuciji greške predviđanja za vrednosti dimenzije razvijanja $m=1-10$, odnosno da je predloženi postupak određivanja greške u predviđanju robustan u odnosu na izbor minimalne dimenzije razvijanja, tako da je za sve analize usvojena vrednost $m=1$.

Kao prvi korak, izvedeno je testiranje nulte hipoteze (da je vremenska serija sastavljena od nasumično izabranih brojeva, bez međusobne korelacije). Rezultati testiranja prikazani na slici 6-1 omogućuju odbacivanje nulte hipoteze u oba posmatrana slučaja.



Slika 6-1. Testiranje I nulte hipoteze: (a) ljubičasti šum; (b) Lorencov sistem. Očigledno je da u oba slučaja nulta hipoteza može biti odbačena, s obzirom na to da je $\epsilon_0 < \epsilon$ za svako n i za svaki ispitivani niz surogat podataka.

Na slici 6-2 prikazani su rezultati testiranja druge hipoteze (podaci vode poreklo od stacionarnog stohastičkog procesa sa Gausovom raspodelom stohastičkog dela). I u ovom slučaju, nulta hipoteza sa sigurnošću može biti odbačena kod Lorencovog sistema.



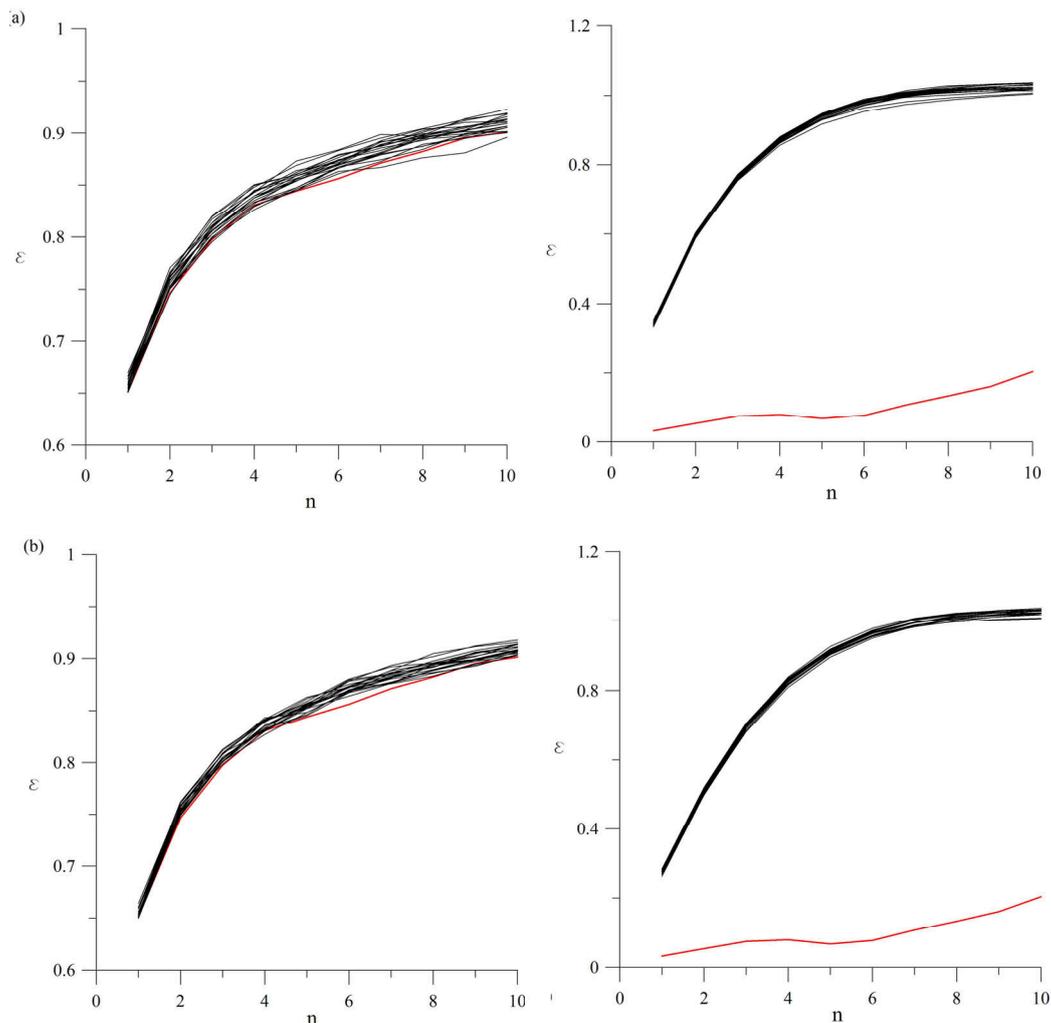
Slika 6-2. Testiranje II nulte hipoteze: (a) ljubičasti šum; (b) Lorencov sistem. Crvena linija označava grešku u predviđanju za originalnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za nizove surogat podataka (ε).

Rezultati testiranja II nulte hipoteze u slučaju ljubičastog šuma mogu se uporediti sa početnom vremenskom serijom pomoću testa linearne korelacije oblika $y=a+bx$, radi utvrđivanja statističke značajnosti međusobnog odstupanja. U Tabeli 6-1 date su vrednosti korelacionog koeficijenta (R^2) i praga značajnosti (p) za koeficijente a i b , za uporedni test svakog od 20 surogat nizova sa početnim nizom podataka. Da bi surogat vremenska serija i početna vremenska serija bili u korelaciji potrebno je da R^2 ima što veću vrednost (maksimalna vrednost iznosi jedan), a da vrednost praga značajnosti za koeficijent a bude što veća ($p>0,05$), odnosno statistički beznačajna, a za koeficijent b – što manja ($p\rightarrow 0$).

Tabela 6-1. Test korelacije distribucije greške predviđanja za 20 nizova surogat podataka i početnu vremensku seriju pri testiranju II hipoteze, kod ljubičastog šuma.

Surogat niz vs Početni niz	Koeficijent korelacije (R^2)	Prag značajnosti (p) za a	Prag značajnosti (p) za b
Surogat1 vs Početni niz	0,998	0,101	0
Surogat2 vs Početni niz	0,998	0,558	0
Surogat3 vs Početni niz	0,997	0,449	0
Surogat4 vs Početni niz	0,997	0,161	0
Surogat5 vs Početni niz	0,999	0,037	0
Surogat6 vs Početni niz	0,998	0,034	0
Surogat7 vs Početni niz	0,997	0,931	0
Surogat8 vs Početni niz	0,997	0,725	0
Surogat9 vs Početni niz	0,995	0,074	0
Surogat10 vs Početni niz	0,999	0,006	0
Surogat11 vs Početni niz	0,990	0,951	0
Surogat12 vs Početni niz	0,997	0,740	0
Surogat13 vs Početni niz	0,997	0,793	0
Surogat14 vs Početni niz	0,995	0,131	0
Surogat15 vs Početni niz	0,995	0,826	0
Surogat16 vs Početni niz	0,998	0,022	0
Surogat17 vs Početni niz	0,998	0,562	0
Surogat18 vs Početni niz	0,996	0,777	0
Surogat19 vs Početni niz	0,998	0,547	0
Surogat20 vs Početni niz	0,997	0,672	0

Kao što se iz Tabele 6-1 može videti, u 2 od posmatranih 20 slučajeva odsečak na y -osi (a) nije statistički zanemarljiv ($p < 0,05$), tako da možemo da odbacimo nultu hipotezu. Rezultati testiranja treće hipoteze (podaci vode poreklo od stacionarnog Gausovog procesa koji je izmenjen nepoznatom nelinearnom funkcijom) prikazani su na slici 6-3. Kao i kod testiranja prethodne dve hipoteze za Lorencov sistem, nulta hipoteza se može odbaciti za surogat nizove podataka dobijene primenom „običnog” i iterativnog postupka ispitivanja surogat nizova podataka sa „podešenom” amplitudom (AAFT i IAAFT). S druge strane, nulta hipoteza ne može biti odbačena u slučaju ljubičastog šuma.



Slika 6-3. Testiranje III hipoteze; (a) „običnim” i (b) iterativnim postupkom ispitivanja nizova surogat podataka sa „podešenom” amplitudom (AAFT i IAAFT). Leva kolona predstavlja rezultate ispitivanja ljubičastog šuma, desna kolona – Lorencovog sistema. Crvena linija označava grešku u predviđanju za početnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za nizove surogat podataka (ε).

Kao i u slučaju testiranja II hipoteze, rezultati testiranja III hipoteze mogu se uporediti sa početnom vremenskom serijom pomoću testa korelacije, radi utvrđivanja statističke značajnosti međusobnog odstupanja. U Tabeli 6-2 date su vrednosti korelacionog koeficijenta (R^2) i praga značajnosti (p) za uporedni test svakog od 20 surogat nizova (dobijenih AAFT i IAAFT postupkom) sa početnim nizom podataka. Rezultati testiranja III hipoteze AAFT postupkom pokazuju da se samo u jednom od

posmatranih 20 slučajeva hipoteza H_0 može odbaciti, s obzirom na to da odsečak na y -osi (a) nije statistički zanemarljiv ($p < 0,05$). U ostalim slučajevima, prag značajnosti $p > 0,05$, sa visokom vrednošću koeficijenta korelacije ($R^2 = 0,994-1$), tako da se nulta hipoteza H_0 ne može odbaciti. Prema tome, može se zaključiti da ljubičasti šum pripada klasi stacionarnih Gausovih stohastičkih procesa izmenjenih nepoznatom nelinearnom funkcijom. S druge strane, rezultati testiranja III hipoteze IAAFT postupkom pokazuju da se u tri od posmatranih 20 slučajeva hipoteza H_0 može odbaciti, s obzirom na to da je prag značajnosti $p < 0,05$. U ostalim slučajevima, prag značajnosti $p > 0,05$, sa visokom vrednošću koeficijenta korelacije ($R^2 = 0,994-0,998$), tako da se nulta hipoteza H_0 može odbaciti.

6.1.1. ANALIZA NELINEARNIH VREMENSKIH SERIJA

Matematičko modelovanje prirodnih procesa i njihovih pojava najčešće zahteva egzaktan matematički model izučavanog sistema, aproksimiran do određenog stepena. Međutim, u inženjerskoj praksi, jako je čest slučaj da ne raspolažemo matematičkim modelima posmatranih procesa, čime se u velikoj meri otežava izučavanje dinamike sistema. Razlog tome leži u činjenici da sam mehanizam procesa ili nije dovoljno dobro izučen da bi bio precizno definisan, ili je mehanizam nastanka procesa toliko kompleksan da ga nije moguće modelovati relativno jednostavnim matematičkim modelima (običnim diferencijalnim jednačinama). U tom slučaju, potrebno je okrenuti se raspoloživim podacima, koji su, u inženjerstvu, najčešće predstavljeni u obliku velikog broja podataka osmatranja samog procesa ili njegovih efekata. Drugim rečima, potrebno je na osnovu podataka osmatranja suditi o dinamičkim svojstvima posmatranog procesa.

Tabela 6-2. Test korelacije distribucije greške predviđanja za 20 nizova surogat podataka i početnu vremensku seriju pri testiranju III hipoteze (AAFT i IAAFT), kod ljubičastog šuma.

Surogat niz vs Početni niz	Koeficijent korelacije (R^2)		Prag značajnosti (p) za a		Prag značajnosti (p) za b	
	AAFT	IAAFT	AAFT	IAAFT	AAFT	IAAFT
Surogat1 vs Početni niz	0,997	0,998	0,126	0,083	0	0
Surogat2 vs Početni niz	0,997	0,996	0,349	0,128	0	0
Surogat3 vs Početni niz	0,991	0,996	0,665	0,620	0	0
Surogat4 vs Početni niz	0,994	0,998	0,335	0,275	0	0
Surogat5 vs Početni niz	1	0,998	0,001	0,013	0	0
Surogat6 vs Početni niz	0,998	0,994	0,852	0,627	0	0
Surogat7 vs Početni niz	0,996	0,998	0,995	0,893	0	0
Surogat8 vs Početni niz	0,997	0,996	0,919	0,993	0	0
Surogat9 vs Početni niz	0,997	0,996	0,825	0,581	0	0
Surogat10 vs Početni niz	0,997	0,998	0,417	0,871	0	0
Surogat11 vs Početni niz	0,997	0,997	0,101	0,003	0	0
Surogat12 vs Početni niz	0,997	0,996	0,797	0,196	0	0
Surogat13 vs Početni niz	0,996	0,995	0,831	0,671	0	0
Surogat14 vs Početni niz	0,998	0,997	0,354	0,788	0	0
Surogat15 vs Početni niz	0,998	0,998	0,473	0,689	0	0
Surogat16 vs Početni niz	0,998	0,995	0,567	0,251	0	0
Surogat17 vs Početni niz	0,997	0,995	0,360	0,922	0	0
Surogat18 vs Početni niz	0,997	0,997	0,623	0,566	0	0
Surogat19 vs Početni niz	0,997	0,997	0,178	0,03	0	0
Surogat20 vs Početni niz	0,997	0,997	0,333	0,674	0	0

Primenjene metode uglavnom su bazirane na analizi nelinearnih vremenskih serija ubrzanja oscilovanja tla za vreme potresa, uz potvrdu analizom surogat podataka. Analiza je izvršena koristeći teoremu razvijanja u određenom vremenskom intervalu¹⁰.

¹⁰ *delay embedding theorem (ang.)* – u domaćoj literaturi iz oblasti matematike usvojen je prevod „teorema o potapanju”; zbog pogodnosti, u ovoj disertaciji se koristi termin „teorema o razvijanju”

Ideja o rekonstrukciji faznog prostora iz vremenske serije potiče od H. Vitnija¹¹ (1936), koji je tvrdio da preslikavanje iz n -dimenzionalne mnogostrukosti u $2n+1$ -dimenzionalni Euklidski prostor predstavlja potapanje: „slika” n -dimenzionalne mnogostrukosti je u potpunosti razvijena u većem prostoru. Preciznije rečeno, bilo koje dve tačke u n -dimenzionalnoj mnogostrukosti se ne mogu preslikati u istu tačku u $2n+1$ -dimenzionalnom prostoru. Ako $2n+1$ nezavisnih signala sistema posmatramo kao preslikavanje skupa stanja u $2n+1$ dimenzionalnom prostoru, Vitnijeva teroma o razvijanju implicira da svako stanje može jednoznačno biti određeno vektorom dužine $2n+1$, čime se, u suštini, rekonstruiše fazni prostor. Potom su, gotovo istovremeno, ali međusobno nezavisno, grupa sa Univerziteta u Kaliforniji, Santa Kruz, predvođena Pakardom [1980] i Dejvid Ruel¹² predložili ideju korišćenja „vremenski pomenih” koordinata za rekonstrukciju faznog prostora posmatranog dinamičkog sistema. Naime, oni su pošli od činjenice da, ukoliko želimo da nađemo prvi izvod promenljive $s(n)$, oblika:

$$\dot{s}(n) = \left. \frac{ds(t)}{dt} \right|_{t=t_0 + n\tau_s} \quad (6.8)$$

onda moramo da izvršimo aproksimaciju konačnom razlikom, pošto smo merenja izvršili samo za vremenski interval τ_s . Aproksimacija prvog izvoda data je u sledećem obliku:

$$\dot{s}(n) \approx \frac{s(t_0 + (n+1)\tau_s) - s(t_0 + n\tau_s)}{\tau_s} \quad (6.9)$$

Imajući u vidu konačnu vrednost τ_s , prethodni izraz predstavlja samo grubi visokopropusni filter merenih podataka. Kada bismo hteli da procenimo vrednost drugog izvoda $ds^2(t)/dt^2$, dobili bismo samo grubu aproksimaciju, slično i sa trećim izvodom, itd. Ukoliko malo podrobnije pogledamo prethodni izraz za aproksimaciju izvoda, videćemo da se pri svakom koraku već poznatoj informaciji o izmerenoj vrednosti $s(n)$ dodaju merenja u sledećim vremenskim intervalima, dobijenim množenjem vrednosti τ_s . Glavna ideja proistekla iz ovog razmatranja je da izvodi uopšte nisu potrebni da bi se formirao koordinatni sistem u kojem bi se „otkrio” raspored

¹¹ Hassler Whitney (1907–1989), američki matematičar

¹² David Ruelle (1935), belgijsko-francuski matematički fizičar

trajektorija u faznom prostoru, već da vremenski „pomerene” promenljive $s(n+\tau)=s(t_0+(n+\tau)\tau_s)$ mogu biti direktno korišćene, gde je τ celobrojna vrednost koja treba da se odredi.

Zatim je F. Takens [1981] pokazao da se rekonstrukcija može izvesti samo sa jednom merenom veličinom. Naime, Takens je dokazao da je, umesto generisanja $2n+1$ signala, razvijanje signala u određenom vremenskom intervalu τ , oblika: $y(t), y(t-\tau), y(t-2\tau), \dots, y(t-2n\tau)$, dovoljno za razvoj n -dimenzionalne mnogostrukosti. Glavnu posledicu Takensove teoreme predstavlja mogućnost razvoja skalarne vremenske serije u višedimenzionalni fazni prostor. Pored ove teoreme, postoje i druge metode razvijanja skalarnih vremenskih serija u fazni prostor [Landa, Rosenblum, 1989; Mindlin i dr., 1991]. Međutim, razvijanje u određenom vremenskom intervalu je verovatno jedina sistematska metoda koja polazi od skalarnih podataka i vodi do multidimenzionalnog faznog prostora, i sigurno je najviše citirana i primenjivana u recentnim publikacijama. Sva testiranja u okviru analize nelinearnih vremenskih serija izvršena su u programskom paketu prof. M. Perca sa Univerziteta u Mariboru [Perc, 2012].

Izvedena analiza sastojala se iz tri sukcesivna koraka:

- I korak – analiza surogat podataka;
- II korak – izvođenje preliminarnih testova (konstrukcija faznog portreta i Furijeovog spektra snage);
- III korak – primena teoreme o razvijanju skalarne vremenske serije u faznom prostoru.

▪ PRELIMINARNI TESTOVI

Pre početka sprovođenja analize, vrlo često je korisno izvesti nekoliko jednostavnih testova, koji mogu kvalitativno ukazivati na dinamiku posmatranog sistema. U opštem slučaju, primenjuju se dva osnovna postupka:

- a. konstrukcija faznog portreta sistema – u slučaju rudarski generisanih potresa, na apscisu nanosimo vrednosti pomeranja, a na ordinatu vrednosti brzine

oscilovanja tla za vreme potresa. Na osnovu rasporeda trajektorija (rešenja) sistema, moguće je dati kvalitativnu ocenu dinamike sistema;

b. izračunavanje Furijeovog spektra snage – Furijeov spektar snage predstavlja vrlo koristan postupak kod ocene jednostavnih dinamičkih sistema:

- ravnotežno stanje predstavljeno je nezatnom fluktuacijom amplitude, koja već za male vrednosti frekvencija konvergira ka nultoj vrednosti;
- periodično (oscilatorno) ponašanje pokazuje jedan „pik” u spektru snage (s obzirom na to da ima jednu izraženu frekvenciju);
- kvaziperiodično ponašanje (torus) pokazuje najmanje dva jasno izražena „pika” u spektru snage, bez ikakvog kontinualnog šuma između pikova. U slučaju postojanja kvaziperiodičnog ponašanja u više dimenzija, broj pikova može biti veći od 2;
- deterministički haotično ponašanje se manifestuje širokopojasnim, kontinulanim šumom u spektru snage, bez jasno izraženih „pikova”.

▪ RAZVIJANJE VREMENSKE SERIJE U FAZNOM PROSTORU

Nakon primene preliminarnog testova pristupa se analizi nelinearnih vremenskih serija. Ključ ove analize leži u razvijanju skalarne vremenske serije u višedimenzionalnom faznom prostoru. Međutim, s obzirom na to da se, u ovom slučaju, osmatra samo jedna promenljiva (ubrzanje tla u vertikalnom pravcu z za vreme potresa), postavlja se pitanje validnosti analize. Drugim rečima, sistem nije u potpunosti definisan, tako da ni rezultati analize ne mogu biti pouzdani. Tako, u slučaju rudarski generisanih potresa, oscilovanje tla je u potpunosti definisano sa tri promenljive – ubrzanje u verikalnom pravcu i dva međusobno upravna horizontalna pravca (sistem sa tri stepena slobode). Imajući u vidu prethodno, analiza polazi od pretpostavke da su sve promenljive determinističkog dinamičkog sistema suštinski povezane, odnosno utiču jedna na drugu (međusobno spregnut sistem), što zapravo predstavlja suštinu Takensove teoreme o razvijanju. Posledica ove tvrdnje je sledeća: ako je u vremenskom trenutku t samo vrednost promenljive z poznata, onda sledeća izmerena vrednost z u vremenskom trenutku $t+\tau$ mora implicitno sadržati određenu količinu informacije i o promenljivama

x i y . Nastavljajući merenje promenljive z u vremenskim trenucima $t+2\tau$, $t+3\tau, \dots$, istovremeno prikupljamo informacije i o drugim dvema promenljivama, x i y . Zapravo, ukoliko vremenski interval τ pravilno odaberemo, onda su podaci o vrednostima promenljivih x i y dovoljni, i možemo vrednosti promenljive x u vremenskim trenucima $t+\tau$ i $t+2\tau$ koristiti kao njihovu zamenu. Naš konačni cilj je da, primenom ove tehnike, izvršimo rekonstrukciju faznog prostora, i to razvijanjem postojeće skalarne vremenske serije z u vremenskom intervalu $t+2\tau$. Da bismo to uradili, neophodno je da najpre odredimo minimalnu dimenziju i optimalni vremenski interval razvijanja¹³. Minimalna dimenzija razvijanja određuje se najčešće tehnikom „prividno najbliže (susedne) vrednosti”¹⁴, kada dve početno bliske vrednosti promenljive moraju ostati bliske nakon izvršenog razvijanja. Drugim rečima, dve udaljene vrednosti promenljive pre razvijanja ne smeju postati bliske nakon izvršene rekonstrukcije, jer bi to ukazivalo na činjenicu da skalarna vremenska serija nije u potpunosti razvijena. Shodno tome, ova metoda omogućuje određivanje minimalne dimenzije razvijanja, koja predstavlja onu vrednost za koju je procenat prividno najbližih vrednosti blizak nuli. S druge strane, optimalni vremenski interval razvijanja određuje se primenom metode „uzajamne informacije”¹⁵. Naime, uzajamna informacija kvantifikuje količinu podataka o promenljivoj $x_{t+\tau}$ pod uslovom da je poznata vrednost x_t . Smatra se da prvi lokalni minimum funkcije uzajamne informacije predstavlja optimalni vremenski interval razvijanja, imajući u vidu činjenicu da u tom slučaju $x_{t+\tau}$ daje najveću količinu informacija onome što već znamo na osnovu vrednosti promenljive x_t , bez potpunog gubitka korelacije između te dve vrednosti. Izračunavanjem minimalne dimenzije i optimalnog vremenskog intervala razvijanja, sada smo u mogućnosti da rekonstruišemo razvijeni fazni prostor skalarne serije z . U tom prostoru dalje možemo sprovesti deterministički test (radi ispitivanja determinističnosti izučavanog procesa) i test stacionarnosti (radi ispitivanja stacionarnosti procesa), koji su potrebni uslovi da bi izučavani sistem pokazivao deterministički haotično ponašanje. Takođe, možemo pristupiti izračunavanju

¹³ *minimum embedding dimension and optimal embedding delay (ang.)*

¹⁴ *false nearest neighbour method (ang.)*

¹⁵ *mutual information method (ang.)*

maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta, kao mere eksponencijalne divergencije dve početno bliske susedne vrednosti.

Prema tome, osnovne faze pri razvijanju skalarne vremenske serije u faznom prostoru su:

- određivanje optimalnog vremenskog intervala razvijanja;
- određivanje minimalne dimenzije razvijanja;
- rekonstrukcija razvijenog faznog prostora;
- test determinističnosti;
- test stacionarnosti;
- određivanje vrednosti najvećeg Ljapunovljevog eksponenta.

▪ ODREĐIVANJE OPTIMALNOG VREMENSKOG INTERVALA RAZVIJANJA

Prvi korak analize vremenskih serija rudarski generisanih potresa predstavlja određivanje optimalne vrednosti vremenskog intervala razvijanja. Kao što je već prethodno rečeno, neophodno je odrediti vremenski interval između dve susedne vrednosti posmatrane promenljive, koji je dovoljno veliki, a da pri tom ne dođe do potpunog gubitka međusobne korelacije posmatranih vrednosti. Ukoliko je τ isuviše malo, onda će dve susedne vrednosti biti toliko blizu da ih ne možemo razlikovati. Slično tome, ukoliko je τ suviše veliko, onda su dve susedne vrednosti, sa statističkog stanovišta, potpuno nezavisne jedna od druge [Perc, 2006]. Prema [Fraser, Swinney, 1986], za beskonačan niz podataka, bez šuma, vrednost τ može biti proizvoljno izabrana – drugim rečima, izabrana vrednost vremenskog intervala bitno ne utiče na dalji tok analize. Međutim, u praksi, vremenske serije su uvek ograničene, i sa određenom količinom šuma, koji „maskira” koristan signal. Stoga je neophodno usvojiti određeni postupak koji omogućava utvrđivanje optimalne vrednosti parametra τ . U opštem slučaju, primenjuju se dva postupka – konstrukcija autokorelacione funkcije i tehnika „obostrane (uzajamne) informacije”.

Autokorelaciona funkcija, u suštini, meri korelaciju signala sa samim sobom, pomerenim za neki vremenski interval τ , i definisana je na sledeći način:

$$a(\tau) = \frac{1}{T+1} \sum_{t=0}^T x_t x_{t+\tau} \quad (6.10)$$

gde je t vremenska jedinica (korak), a T ukupni vremenski interval. Smatra se da ona vrednost vremenskog intervala za koju autokorelaciona funkcija prvi put uzima negativnu vrednost, ili opada kao $1/e$, predstavlja optimalnu vrednost. Ovaj postupak se pokazao dobrim za regularne vremenske serije, dok za izrazito nelinearne serije, primena autokorelacione funkcije može dovesti do nepouzdanih rezultata, s obzirom na to da se bazira isključivo na linearnoj statistici, i ne uzima u obzir nelinearne korelacije.

Drugi postupak, koji se i primenjuje u ovom radu, jeste tehnika „obostrane (uzajamne) informacije” originalno predložena u radu [Fraser, Swinney, 1986], u kojem su autori predložili prvi minimum funkcije uzajamne informacije između vrednosti promenljive x_t i $x_{t+\tau}$ kao optimalnu vrednost vremenskog intervala razvijanja. Naime, uzajamna informacija između vrednosti promenljive x_t i $x_{t+\tau}$ određuje količinu informacije o stanju promenljive u trenutku $t+\tau$, pod uslovom da je stanje promenljive poznato u trenutku t . U opštem slučaju, pretpostavimo da imamo dva sistema, A i B , čije ponašanje osmatramo u nekom vremenskom intervalu. Neka su a_i i b_k rezultati merenja prvog odnosno drugog sistema. Količina informacija (u bitovima) o merenju a_i na osnovu merenja b_k data je, na osnovu informacione teorije [Gallager, 1968]:

$$I_{AB}(a_i, b_k) = \log_2 \left[\frac{P_{AB}(a_i, b_k)}{P_A(a_i)P_B(b_k)} \right] \quad (6.11)$$

gde je $P_A(a)$ verovatnoća osmatranja vrednosti a u skupu svih vrednosti sistema A , $P_B(b)$ – verovatnoća osmatranja vrednosti b u skupu svih vrednosti sistema B , i $P_{AB}(a, b)$ zajednička verovatnoća merenja a i b . Veličina I naziva se uzajamna informacija dva merenja a_i i b_k , i simetrična je, u smislu količine informacija koju možemo saznati o b_k na osnovu merenja a_i . Prosečna uzajamna informacija između merenja bilo koje vrednosti a_i sistema A i vrednosti b_k sistema B predstavlja srednju vrednost svih mogućih merenja, $I_{AB}(a_i, b_k)$:

$$I_{AB}(\tau) = \sum_{a_i, b_k} P_{AB}(a_i, b_k) I_{AB}(a_i, b_k). \quad (6.12)$$

U kontekstu posmatrane vremenske serije, $s(n)$, neka početna vremenska serija $s(n)$ predstavlja skup A , a rezultati merenja u vremenskom trenutku $t+\tau$, $s(n+\tau)$ – skup B . Prosečna uzajamna informacija između osmatranja u trenutku n i $n+\tau$, odnosno prosečna količina informacija o $s(n+\tau)$ na osnovu osmatranja $s(n)$ može se izraziti na sledeći način:

$$I(\tau) = \sum_{n=1}^N P(s(n), s(n+\tau)) \log_2 \left[\frac{P(s(n), s(n+\tau))}{P(s(n))P(s(n+\tau))} \right] \quad (6.13)$$

gde je $I(\tau) \geq 0$ (Gallager, 1968). Kada su merenja sistema A i B potpuno nezavisna, tada je $P_{AB}(a, b) = P_A(a)P_B(b)$, i $I_{AB}(a_i, b_k) = 0$.

Nakon određivanja distribucije $I(\tau)$ postavlja se pitanje: koju vrednost $I(\tau)$ možemo koristiti za rekonstrukciju skalarne vremenske serije u faznom prostoru? U radu [Fraser, Swinney, 1986] predlaže se izbor one vrednosti τ_m za koju funkcija $I(\tau)$ dostiže svoj prvi minimum. Vremenski interval τ_m izabran je kao interval u kojem su merene vrednosti skoro nezavisne, ali ne i statistički nezavisne:

$$P(s(n), s(n + \tau_m)) \neq P(s(n))P(s(n + \tau_m)). \quad (6.14)$$

Prethodno navedeni kriterijum je intuitivnog i empirijskog karaktera, predložen na osnovu numeričkih kalkulacija većeg broja nelinearnih dinamičkih sistema. Kasnije, u radu [Liebert, Schuster, 1989] potvrđen je kriterijum „prvog minimuma”, putem izračunavanja korelacionog integrala, koji pokazuje zadovoljavajuće numeričke rezultate za vrednost τ_m .

- MINIMALNO PRIHVATLJIVA DIMENZIJA RAZVIJANJA

Sledeći korak analize vremenskih serija predstavlja određivanje optimalne vrednosti dimenzije razvijanja, s obzirom na to da je primarni cilj teoreme razvijanja da „obezbedi” dovoljno veliki Euklidski prostor R_d , tako da niz tačaka dimenzije d_A može biti potpuno razvijen. Drugim rečima, dve početno bliske vrednosti posmatranog niza tačaka (vremenske serije) moraju ostati bliske (susedne) i nakon razvijanja u faznom prostoru. Naime, niz vrednosti osmatranja ispitivanog sistema možemo smatrati

trajektorijama (rešenjima) sistema. S obzirom na to da trajektorije na atraktoru ne smeju da se presecaju, to znači da posmatranu vremensku seriju moramo predstaviti u dovoljno velikom faznom prostoru u kojem će taj uslov biti ostvaren. Na primer, ukoliko je naš atraktor trodimenzionalan, može se desiti da u dve dimenzije i dalje postoje delovi prostora u kojem trajektorija sistema preseca samu sebe. Tako da ako povećamo dimenziju na 3, ispunićemo uslov o jedinstvenosti rešenja.

Neophodno je naglasiti da će uslov o jedinstvenosti rešenja („nepresecanju”) biti ispunjen i za sve veće dimenzije faznog prostora od prve koja ispunjava ovaj uslov. Sa čisto teorijskog stanovišta, ovo je potpuno prihvatljivo, tako da će bilo koja dimenzija veća od minimalno prihvatljive poslužiti za dalja izračunavanja. Međutim, sa aspekta primene dobijenih vrednosti, rad sa dimenzijom faznog prostora većom od potrebne može uzrokovati dve vrste problema: (1) vreme pojedinih izračunavanja povećava se eksponencijalno sa povećanjem dimenzije razvijanja; (2) u prisustvu „šuma” (nekorisnog signala), sav nepopunjen deo faznog prostora (pošto je njegov manji deo već u potpunosti pokriven atraktorom) biće ispunjen šumom i drugim tipovima nekorisnog signala. Imajući u vidu prethodno, pored određivanja potrebne dimenzije razvijanja, potrebno je odrediti i njenu minimalno dozvoljenu vrednost.

Takensova teroema predlaže da je prihvatljiva dimenzija razvijanja: $d_E > 2d_A$, gde je d_E optimalna dimenzija razvijanja, a d_A dimenzija atraktora. Ovaj kriterijum uvek omogućava dobijanje optimalne vrednosti, ali ne i najmanje prihvatljive, a što je jedan od dva uslova koji mora biti ispunjen.

U opštem slučaju, postoje četiri metode za određivanje potrebne dimenzije razvijanja: (1) dekompozicija kovarijantne matrice¹⁶; (2) „zasićenje” (saturacija) invarijanti sistema¹⁷; (3) metod prividno najbližih vrednosti¹⁸, i (4) metod „pravih” vektorskih polja¹⁹. U daljem radu, biće primenjen postupak prividno najbližih vrednosti [Kennel i dr., 1992].

¹⁶ *singular-value decomposition of the sample covariance matrix (ang.)*

¹⁷ *„saturation” with dimension of some system invariant (ang.)*

¹⁸ *method of false nearest neighbors (ang.)*

¹⁹ *method of true vector fields (ang.)*

Opšte posmatrano, postupak određivanja optimalne dimenzije razvijanja pomoću tehnike prividno najbliže vrednosti je prilično intuitivan – dve bliske vrednosti u posmatranoj vremenskoj seriji moraju ostati bliske nakon razvijanja; inače, u suprotnom, predložena dimenzija faznog prostora nije dovoljna za potpuno razvijanje atraktora. Naime, u dimenziji d , svaki vektor $y(k)=[s(k), s(k+\tau), \dots, s(k+(d-1)\tau)]$ ima najbliži vektor $y^{NN}(k)$, pri čemu se pod blizinom podrazumeva neka funkcija rastojanja, poput Euklidskog rastojanja, koje se može izraziti na sledeći način:

$$R_d(k)^2 = [s(k) - s^{NN}(k)]^2 + [s(k+\tau) - s^{NN}(k+\tau)]^2 + \dots \\ \dots + [s(k+\tau(d-1)) - s^{NN}(k+\tau(d-1))]^2 \quad (6.15)$$

$R_d(k)$ je verovatno malo u slučaju velikog broja podataka, a za skup od N podataka, Euklidsko rastojanje je reda veličine $1/N^{(1/d)}$. Za dimenziju $d+1$, rastojanje između najbližih vektora je:

$$R_{d+1}^2(k) = R_d^2(k) + [s(k+d\tau) - s^{NN}(k+d\tau)]^2 \quad (6.16)$$

Potrebna je neka granična vrednost R_τ kao kriterijum za određivanje procenta prividno najbližih vrednosti. Imajući to u vidu, ukoliko je:

$$\frac{|s(k+\tau d) - s^{NN}(k+\tau d)|}{R_d(k)} > R_\tau \quad (6.17)$$

onda su najbliže vrednosti u trenutku k (ili $t_o+k\tau_s$) prividne ili lažne. U praksi, za vrednosti $10 \leq R_\tau \leq 50$, broj prividno najbližih vrednosti je konstantan.

Međutim, ovaj kriterijum ima i jedan vrlo važan nedostatak. Problem se javlja zbog činjenice da, radeći sa konačnim skupom podataka, sve tačke će na kraju imati svoje „najbliže tačke”, čije se rastojanje ne menja značajnije sa povećanjem dimenzije razvijanja. Međutim, kao što je već prethodno rečeno, to što su dve tačke u jednoj dimenziji bliske ne znači da su bliske i na samom atraktoru. Drugim rečima, bliskost dve tačke određuje dimenzija atraktora R_A . Tako da, ukoliko dve tačke nisu na bliskom rastojanju, $R_d(k) \approx R_A$, onda će rastojanje $R_{d+1}(k)$ biti najmanje oko $2R_d(k)$, prema već pomenutoj Takensovoj teoremi, što dovodi do drugog kriterijuma za određivanje procenta prividno najbližih vrednosti:

$$\frac{R_{d+1}(k)}{R_A} \geq 2. \quad (6.18)$$

U ovoj disertaciji, primenjuje se prvi kriterijum, zadavanjem vrednosti praga u predloženom intervalu $10 \leq R_r \leq 50$.

▪ DETERMINISTIČKI TEST

Po određivanju optimalnog vremenskog intervala i minimalne dimenzije razvijanja, pristupa se ispitivanju determinističnosti/stohastičnosti početnog sistema (ubrzanja oscilovanja tla u opštem slučaju) čije manifestacije izučavamo putem ispitivanja odgovarajućih vremenskih serija. Deterministički karakter početnog sistema, uz stacionarnost, predstavlja potreban preduslov da bi sistem pokazivao determinističko haotično ponašanje. U ovoj disertaciji, za ispitivanje determinističnosti, korišćen je postupak determinističkog testiranja, originalno predložen u radu [Kaplan, Glass, 1992], a kasnije detaljnije obrazložen i proveravan na konkretnim primerima od strane M. Perca [2006].

Deterministički test polazi od pretpostavke da je početni sistem, čije ponašanje izučavamo na osnovu vremenske serije promene određenog parametra, u osnovi deterministički, što implicira da se ponašanje sistema dalje može opisati sistemom običnih diferencijalnih jednačina prvog reda. Važna posledica ovog svojstva, koja sledi iz teorije o običnim diferencijalnim jednačinama, jeste da rešenja takvih sistema postoje i da su jedinstvena²⁰. Jedinstvenost rešenja predstavlja važno svojstvo na kojem počiva deterministički test. Još jedna posledica ovog svojstva sistema je da, u slučaju postojanja diferencijalnih jednačina, njihova rešenja mogu biti predstavljena u obliku vektorskog polja. Međutim, u ovom slučaju, ne postoji definisan sistem jednačina koji opisuje mehanizam nastanka potresa (bar ne egzaktno)²¹. U tom slučaju, jedinstvenost rešenja sistema, čije se vremenske serije izučavaju, ne može biti direktno testirana. Ono što nam deterministički test omogućava jeste konstrukcija vektorskog polja rešenja

²⁰ teorema o postojanju i jedinstvenosti rešenja

²¹ u daljem radu biće proučavani fenomenološki modeli nastanka potresa, koji samo kvalitativno simuliraju kretanje blokova stenske mase pri nastanku potresa.

sistema direktno iz vremenske serije, a potom i provera ispunjenosti uslova o jedinstvenosti rešenja.

Konstrukcija vektorskog polja sastoji se u sledećem – rekonstruisan fazni prostor, zajedno sa trajektorijom (rešenjem) sistema, biva najpre podeljen na niz polja jednake veličine, istih dimenzija kao i minimalno prihvatljiva dimenzija razvijanja. Svakom polju kroz koji prolazi trajektorija sistema dodeljuje se jedan vektor na sledeći način: svaki prolaz i -te trajektorije kroz k -to polje generiše jedinični vektor e_i , čiji je pravac i smer određen pravcem i smerom trajektorije sistema unutar posmatranog polja. Konačna aproksimacija vektora V_k u k -tom polju faznog prostora predstavlja, u suštini, srednju vrednost svih vektora V_k generisanih svakim prolazom trajektorije kroz odabrano polje:

$$V_k = \frac{1}{P_k} \sum_{i=1}^{P_k} e_i \quad (6.19)$$

gde je P_k broj svih prolaza trajektorije kroz k -to polje. Ponavljajući ovaj postupak za sva polja faznog prostora obuhvaćenih trajektorijom sistema, dobija se rekonstruisani pravac vektorskog polja. Ovde je reč „pravac” naglašena, s obzirom na to da se ne raspolaže podacima o brzini prolaza trajektorije kroz određeno polje. Stoga, ne mogu se pretpostaviti ni apsolutne dužine pojedinačnih vektora, što nije ni potrebno za deterministički test. Ono što jeste važno je da, ukoliko vremenska serija vodi poreklo od determinističkog procesa, i ukoliko je podela faznog prostora na polja dovoljno precizna, svako rekonstruisano vektorsko polje sadržaće isključivo po jedan vektor. U ovom konkretnom slučaju, to znači da se vektori ne smeju presecati, pošto, u suprotnom, ne bi bio ispunjen uslov o jedinstvenosti rešenja. U slučaju presecanja vektora, to bi značilo da za jednu istu tačku sistema (koja je simbolički predstavljena poljem) postoje dva rešenja – u tom slučaju, za datu tačku unutar polja ne postoji jedinstveni vektor.

Radi razvijanja statističkog kriterijuma za razlikovanje determinističke dinamike od dinamike koja je rezultat stohastičkog procesa, u radu [Kaplan, Glass, 1992] predloženo je poređenje sa slučajnim hodom²² u d dimenzija, predstavljenim veličinom R_{km} , koja se

²² *random walk (ang.)*

izražava u zavisnosti od broja prolaza trajektorije kroz određeno k -to polje na sledeći način:

$$R_k^m = \frac{c_m}{\sqrt{P_k}} \quad (6.20)$$

gde je c_m konstanta koja zavisi od minimalno prihvatljive dimenzije razvijanja i njena vrednost iznosi $\pi^{1/2}$, $4/(6\pi)^{1/2}$, $3\pi^{1/2}/32^{1/2}$, za vrednost minimalne dimenzije razvijanja $m=2, 3, i 4$, redom.

Kao konačna mera determinizma, predložena je srednja vrednost V_k u odnosu slučajan hod (kao stohastički proces), nazvana determinističkim faktorom κ , koji se izračunava na sledeći način:

$$\kappa = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^A \frac{(V_k)^2 - (R_k^m)^2}{1 - (R_k^m)^2} \quad (6.21)$$

gde A predstavlja ukupan broj polja obuhvaćenih trajektorijom (rešenjem) sistema. Iz prethodnog izraza je jasno da ukoliko je $V_k=1$, za potpuno deterministički sistem, onda je i vrednost κ jedinična. Za $V_k < 1$, vrednost κ više nije jedinična.

Međutim, treba biti svestan činjenice da je za realno osmatrane podatke κ gotovo uvek manje od jedinice, na šta je ukazivano i u radu [Kaplan, Glass, 1992] smatrajući da je $\kappa=1$ samo za beskonačni niz podataka. S obzirom na to da se u inženjerskoj praksi uvek raspolaže sa vremenski ograničenim skupom podataka, κ nikad neće dostići jediničnu vrednost. U cilju donošenja ocene koja vrednost κ bi mogla biti uzeta u obzir kao merodavna za ocenu determinističnosti sistema, sprovodi se niz testova, koji uglavnom podrazumevaju promenu vrednosti determinističkog faktora sa promenom optimalne dimenzije i vremenskog intervala razvijanja. Odgovarajući testovi biće primenjeni i u ovom slučaju, kod prikaza rezultata istraživanja, u okviru dela „ Analiza vremenskih serija rudarski generisanih potresa”.

▪ TEST STACIONARNOSTI

Sledeći korak u analizi vremenskih serija predstavlja ispitivanje stacionarnosti početnog sistema, što, uz determinističnost, predstavlja osnovni preduslov

determinističkog haotičnog ponašanja. Pod stacionarnošću sistema podrazumeva se svojstvo sistema da njegovi različiti delovi imaju istu zajedničku raspodelu verovatnoće bez obzira na vremenske ili prostorne transformacije. Drugim rečima, statistički pokazatelji poput srednje vrednosti i varijanse ne menjaju svoju vrednost pri promeni vremenskog intervala ili položaja. Slab stacionarni proces odlikuje se konstantnom srednjom vrednošću i varijansom, dok su kod pravog (jakog) stacionarnog procesa i svi momenti višeg reda jednaki (koeficijent asimetrije i mera spljoštenosti²³) [Challis, Kitney, 1991].

Kod nelinearnih sistema, testiranje stacionarnosti po pravilu se zasniva na proceni greške u predviđanju. Grubo posmatrano, obično se usvajaju lokalna predviđanja, za razliku od globalnih, koji se najčešće koriste kod linearnih sistema. Postoje brojni predlozi različitih postupaka izučavanja lokalne dinamike [Pikovsky, 1986; Sugihara, May, 1990; Eckmann i dr., 1986; Farmer, Sidorowich, 1987]. Najjednostavniji i robustan pristup podrazumeva lokalnu aproksimaciju dinamike na osnovu određene aritmetičke sredine budućih vrednosti susednih „tačaka”, što je već opisano kod testiranja nultih hipoteza u okviru analize surogat podataka.

Konkretno, prethodno opisani algoritam primenjuje se na sledeći način. Podelimo posmatranu vremensku seriju na niz segmenata jednake veličine, koji se ne preklapaju. Potom biramo dva segmenta S_i i S_j , pri čemu je S_i segment na osnovu koga se konstruiše model za predviđanje, a S_j neka bude test-segment – to jest, segment na kome se vrši testiranje formiranog modela. Potom se računa srednja kvadratna greška između predviđenih vrednosti segmenta S_j na osnovu segmenta S_i , i realno merenih vrednosti segmenta S_j . Ukoliko je greška veća od prosečne, onda vrednosti segmenta S_i očigledno predstavljaju „loš” model za podatke u segmentu S_j . Drugo moguće objašnjenje tako velike greške može ležati u činjenici da je dinamika procesa koja se manifestovala segmentom S_i očigledno različita od dinamike procesa zabeležene segmentom S_j . I, kao treću mogućnost, može se izdvojiti nedovoljna gustina uzorkovanja u segmentu S_i , koji stoga ne daje dovoljnu količinu podataka za adekvatna predviđanja vrednosti u segmentu S_j . Naravno, najmanju (i gotovo nikakvu) grešku možemo očekivati za slučaj

²³ *skewness and kurtosis (ang.)*

$i=j$, s obzirom na to da tada isti segment služi i za formiranje modela (treniranje) i za testiranje. Ovaj postupak se ponavlja za sve izdvojene segmente ispitivane vremenske serije.

- MAKSIMALNI LJAPUNOVljeV EKSPONENT

Kao što je već opisano u poglavlju „Nelinearna dinamika i teorija haosa – pregled osnovnih pojmova”, maksimalni LjapunovljeV eksponent meri eksponencijalnu divergenciju između dve susedne početno bliske trajektorije sistema. Postoje dva postupka ocene vrednosti maksimalnog LjapunovljeVog eksponenta – Vulfova metoda i Rozenštajnova metoda. Obe metode se podjednako primenjuju u istraživanjima na temu nelinearne dinamike, tako da će njihove osnovne postavke biti objašnjenje u daljem tekstu.

Vulfova metoda

Vulfova metoda za određivanje veličine maksimalnog LjapunovljeVog eksponenta [Wolf i dr., 1985] u velikoj meri je intuitivna i direktna, i sastoji se u sledećem. Za odabranu tačku (vrednost) u faznom prostoru, $p(t)$, nalazimo najbližu tačku $p(i)$, koja je manja od nekog unapred usvojenog rastojanja ε , $|p(i) - p(t)| \leq \varepsilon$. Potom pratimo promenu rastojanja između dve odabrane tačke za neki fiksirani interval vremena v , koji bi trebalo da bude nekoliko puta veći od usvojene optimalne vrednosti vremenskog intervala razvijanja τ . Ukoliko je sistem deterministički haotičan, onda je rastojanje dve tačke nakon vremena v , $|p(i+v) - p(t+v)| = \varepsilon_v$, veće od početnog rastojanja ε ; u suprotnom, $\varepsilon \approx \varepsilon_v$. Nakon vremenskog intervala v , traži se nova najbliža tačka, $p(j)$, čije je rastojanje u odnosu na tačku $p(t+v)$ jednako početnom ε , pod uslovom da je ugaona razlika između vektora koji su obrazovani tačkama $p(t+v)$ i $p(i+v)$, odnosno $p(t+v)$ i $p(j)$ mala; u suprotnom bira se druga tačka $p(j)$ koja ispunjava ovaj uslov. Postupak se ponavlja sve do poslednje tačke trajektorije sistema. Tada se maksimalni LjapunovljeV eksponent određuje na sledećin način:

$$\lambda = \frac{1}{M\nu} \sum_{i=1}^M \ln \frac{\varepsilon \nu}{\varepsilon} \quad (6.22)$$

gde M predstavlja ukupan broj posmatranih vremenskih intervala. U ovom postupku, sukcesivne zamene nakon svakog usvojenog vremenskog intervala ν ključne su za precizno određivanje maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta. Ukoliko je fazni prostor pravilno konstruisan i potpuno razvijen, to znači da je dovoljno gusto popunjen trajektorijom sistema, tako da prethodno opisani algoritam daje pouzdane podatke. Međutim, ukoliko je trajektorija sistema slabo razvijena, bićemo primorani da prihvatimo dosta velike vrednosti početnih rastojanja, ili uglovnih razlika na kraju svakog vremenskog intervala ν . U tom slučaju, ne može se tvrditi da je dobijena vrednost maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta u potpunosti tačna.

Rozenštajnova metoda

Slično Vulfovoj metodi, za procenu veličine maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta, u radu [Rosenstein i dr., 1993] predlaže se sledeći postupak: najpre nalazimo sve bliske tačke $p(k)$ koje su na manjoj udaljenosti od odabrane ε u odnosu na izabranu referentnu tačku $p(i)$. Na taj način dobijamo skup početnih tačaka za susedne trajektorije u faznom prostoru. U sledećem koraku, potrebno je izračunati prosečno rastojanje svih trajektorija u odnosu na referentnu trajektoriju, u funkciji određenog vremenskog intervala Δn , na sledeći način:

$$D_i(\Delta n) = \frac{1}{b} \sum_{s=1}^b \left| p_{k+(m-1)\tau+\Delta n} - p_{i+(m-1)\tau+\Delta n} \right| \quad (6.23)$$

gde s predstavlja broj različitih tačaka $p(k)$ koje ispunjavaju uslov da je $|p(k) - p(i)| < \varepsilon$.

Srednja vrednost logaritma $D_i(\Delta n)$, dobijena za nekoliko različitih referentnih tačaka $p(i)$, predstavlja efektivnu brzinu ekspanzije (rasta) rastojanja:

$$S(\Delta n) = \frac{1}{c} \sum_{i=1}^c \ln[D_i(\Delta n)] \quad (6.24)$$

gde c predstavlja broj različitih tačaka $p(i)$ koje su korišćene za izračunavanje brzine ekspanzije rastojanja.

Ukoliko postoji ravnomeran linearni rast funkcije $S(\Delta n)$, nagib fitovane linije predstavlja robusnu procenu maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta sistema. Da bi se dobio precizan rezultat, ovaj postupak mora biti ponovljen za nekoliko stotina referentnih tačaka $p(i)$ ($c \geq 500$) i različite vrednosti početnog rastojanja ε . Drugim rečima, odabrano rastojanje ε mora da bude što manje, ali i dalje dovoljno veliko tako da u proseku svaka referentna tačka ima bar nekoliko susednih ($b \geq 10$).

Prednost Rozenštajnovne metode nad Vulfovom je u sledećem:

- za razliku od Vulfove metode, Rozenštajnova metoda ne zahteva minimalno prihvatljivu dimenziju razvijanja kao ulazni parametar, što omogućava izučavanje i sistema za koje nije moguće odrediti dimenziju razvijanja;
- procena veličine maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta u ovom slučaju je intuitivna i direktna, pa samim tim su i dobijeni rezultati veće pouzdanosti.

U ovoj disertaciji obe izložene metode primenjene su pri ispitivanju vremenskih serija ubrzanja oscilovanja tla.

6.2. ANALIZA DINAMIČKOG PONAŠANJA FENOMENOLOŠKOG BARIDŽ-KNOPOF MODELA BLOKA SA OPRUGOM

Analiza dinamike BK modela izvedena je na tri načina: primenom bifurkacione analize, numerički (DDE-BIFTOOL) i posmatranjem ponašanja rešenja sistema. Bifurkaciona analiza obuhvata istraživanje kvalitativnih (topoloških) promena ponašanja dinamičkih sistema. Kao što je u poglavlju „Nelinearna dinamika i teorija haosa – pregled osnovnih pojmova” već navedeno, bifurkacije predstavljaju one vrednosti kontrolnih parametara sistema, pri kojima dolazi do kvalitativne promene njihove dinamike. U opštem slučaju, promena dinamike sistema izučava se u uslovima variranja postojećih kontrolnih parametara sistema, ili uvođenjem novih parametara. Pri tome, izdvajaju se dva osnovna tipa bifurkacione analize:

- lokalna bifurkaciona analiza, kojom se ispituju promene lokalne stabilnosti ravnotežnog položaja (fiksne tačke) variranjem kontrolnih parametara, kada sopstvene vrednosti rešenja ili realne vrednosti konjugovano-kompleksnih rešenja u fiksnoj tački menjaju predznak;

- globalna bifurkaciona analiza, koja se primenjuje u slučaju kada se „veći“ dinamički skupovi, poput periodičnih orbita, „sudaraju“ sa fiksnom tačkom ili međusobno, pri čemu dolazi do kvalitativne promene dinamike sistema, koja se ne može osmatrati u blizini ravnotežnog položaja (fiksne tačke). Takve promene ne mogu biti razmatrane analizom stabilnosti u okolini fiksne tačke, odnosno ravnotežnog stanja.

Lokalna bifurkaciona analiza.

U opštem slučaju, lokalna bifurkaciona analiza može biti izvedena analitičkim i numeričkim putem. U ovoj disertaciji, izvršena je analiza stabilnosti fenomenoloških modela nastanka rudarski generisanih potresa, putem izvođenja standardne lokalne bifurkacione analize (analitičkim putem), a potvrda dobijenih rešenja izvršena je numerički u okviru programskog paketa DDE-BIFTOOL. Bifurkaciona analiza je primenjena pri izučavanju matematičkog modela R. Madariage, u radu [Erickson i dr., 2008], koji opisuje kretanje jednog bloka duž hrapave nepokretne podloge, a koji je oprugom određene krutosti povezan sa gornjom pločom koja uzrokuje kretanje sistema. Postojeći model je modifikovan uvođenjem vremenskog kašnjenja τ u izraz za trenje.

Analitički postupak bifurkacione analize sastoji se u sledećem. U opštem slučaju, neka je x^* fiksna (singularna) tačka sistema, i neka $\eta(t) = x(t) - x^*$ predstavlja mali otklon (poremećaj) od fiksne tačke x^* . Da bismo analizirali ponašanje sistema u ovoj malojoj okolini fiksne tačke, izvodimo diferencijalnu jednačinu za η po t :

$$\dot{\eta} = \frac{d}{dt}(x - x^*) = \dot{x} \quad (6.25)$$

jer je x^* konstanta. Prema tome:

$$\dot{\eta} = \dot{x} = f(x) = f(x^* + \eta) \quad \dot{\eta} = \frac{d}{dt}(x - x^*) = \dot{x} \quad (6.26)$$

Razvojem funkcije $f(x)$ u Tejlorov red, dobijamo:

$$f(x^* + \eta) = f(x^*) + \eta f'(x^*) + O(\eta^2) \quad (6.27)$$

gde $O(\eta^2)$ označava male kvadratne članove. Kako je $f(x^*) = 0$, jer je x^* singularna tačka, sledi da je:

$$\dot{\eta} = \eta f'(x^*) + O(\eta^2) \quad \dot{\eta} = \frac{d}{dt}(x - x^*) = \dot{x}. \quad (6.28)$$

Kada je $f'(x^*) \neq 0$, kvadratni članovi $O(\eta^2)$ se mogu zanemariti, čime se dobija:

$$\dot{\eta} \approx \eta f'(x^*). \quad (6.29)$$

Karakteristična jednačina sistema (6.29) može se predstaviti u opštem obliku:

$$\eta(t) = ce^{\lambda t} \quad (6.30)$$

gde λ predstavlja sopstvenu (karakterističnu) vrednost, od koje zavisi stabilnost sistema u maloj okolini fiksne (singularne) tačke. U opštem slučaju, $\lambda = \alpha \pm i\beta$, tako da se dva linearno nezavisna rešenja jednačine (6.29) mogu zapisati u sledećem obliku (primenom Ojlerove teoreme):

$$\eta_{1,2}(t) = e^{\alpha t} (\cos \beta t \pm i \sin \beta t). \quad (6.31)$$

U oba slučaja, realni deo sopstvene vrednosti λ određuje stabilnost sistema, pri čemu možemo razlikovati nekoliko tipičnih slučajeva:

- ukoliko obe sopstvene vrednosti $\lambda_{1,2}$ imaju realne delove sa negativnim predznakom, onda $|\eta(t)| \rightarrow 0$ kada $t \rightarrow \infty$ (fiksna tačka je stabilna);
- ukoliko je bar jedna od sopstvenih vrednosti sa pozitivnim predznakom, onda postoji bar jedno rešenje $\eta(t)$ takvo da $|\eta(t)| \rightarrow \infty$ kada $t \rightarrow \infty$ (fiksna tačka je nestabilna-repeler, ili je sedlo);
- ukoliko je za obe sopstvene vrednosti realni deo jednak nuli, odnosno imaju samo imaginarni deo, odgovarajuća rešenja osciluju u okolini fiksne tačke, odnosno niti joj se približavaju niti se udaljavaju od nje, za $t \rightarrow \infty$. U tom slučaju, članovi višeg reda u jednačini (6.28) ne mogu se zanemariti.

Linearizacija sistema se sprovodi zato što, prema Hartman-Grobmanovoj teoremi [Hartman, 1960; Гробман, 1959] ponašanje dinamičkog sistema u okolini hiperboličke²⁴ fiksne (ravnotežne) tačke je kvalitativno isto kao ponašanje linearizovanog sistema u blizini fiksne tačke, pod uslovom da sve sopstvene vrednosti linearizovanog sistema imaju realni deo $Re(\lambda) \neq 0$. Drugim rečima, izučavanje ponašanja

²⁴ Ovde se pod hiperboličkom fiksnom tačkom podrazumeva fiksna tačka za koju sopstvene vrednosti karakteristične jednačine linearizovanog sistema imaju realne vrednosti različite od nule. Naziv „hiperbolička” potiče od sličnosti oblika trajektorija dvodimenzionalnog ne-disipativnog sistema, koji u blizini fiksne tačke podseća na hiperbolu; ovaj naziv ne ukazuje na to da je fiksna tačka sedlo.

dinamičkog sistema u maloj okolini ravnotežnog stanja (fiksne tačke) pogodnije je nakon izvršene linearizacije.

Neophodno je naglastiti da se pre izvođenja linearizacije sistema oko fiksne tačke vrlo često pristupa bezdimenzionalizaciji posmatranog sistema jednačina, naročito ako je u pitanju sistem sa većim brojem parametara, čije bi razdvajanje u određene bezdimenzionalne grupe parametara u znatnoj meri olakšalo izvođenje postupka analize stabilnosti. Bezdimenzionalizacija matematičkog modela predstavlja konstruktivan način formulisanja modela samo pomoću bezdimenzionalnih veličina. Time se pre svega smanjuje broj parametara sistema. U opštem slučaju, ne postoji jedinstveni metod određivanja najpogodnijih bezdimenzionalnih veličina, već se za svaku jednačinu posebno konstruišu ove veličine putem pokušaja i pogreški²⁵. U okviru poglavlja „Rezultati istraživanja” biće prikazan postupak bezdimenzionalizacije, izveden za matematičke modele R. Madariage [2008] i Bekera [2000], koji opisuju kretanje jednog bloka.

Nakon izvedene linearizacije sistema, pristupa se određivanju karakteristične jednačine sistema i njenim rešavanjem po sopstvenoj (karakterističnoj) vrednosti λ . Smenom dobijenih vrednosti λ u karakterističnoj jednačini, određuju se relacije između posmatranih kontrolnih parametara²⁶ sistema. Nakon toga, pristupa se crtanju bifurkacionih krivih, koje, u suštini, predstavljaju granice različitog dinamičkog ponašanja sistema u prostoru parametara. Crtanje bifurkacionih krivih je, u ovom slučaju, izvedeno korišćenjem programskog paketa MAPLE, i to u dvodimenzionalnom prostoru kontrolnih parametara. Dobijene bifurkacione krive proverene su korišćenjem usko specijalizovanog MATLAB paketa DDE-BIFTOOL (mr Igor Franović).

Provera tačnosti određivanja bifurkacionih krivih vršena je simulacijom vremenskih serija i odgovarajućih faznih portreta za pojedine vrednosti kontrolnih parametara iznad i ispod određene bifurkacione krive.

U cilju određivanja karaktera promene dinamike sistema pri prelazu preko bifurkacione krive, u narednom koraku se vrši izračunavanje izvoda po bifurkacionim krivama. Drugim rečima, u pojedinim odabranim tačkama duž krivih, dovoljne gustine,

²⁵ *trial and error (ang.)*

²⁶ *pod kontrolnim parametrima sistema, u ovom slučaju, podrazumevaju se oni parametri čijom promenom dolazi do pojave bifurkacije u posmatranom sistemu.*

računamo prvi izvod sopstvene vrednosti po odabranom kontrolnom parametru sistema. Dobijena pozitivna vrednost izvoda ukazuje na direktnu Hopfovu²⁷ bifurkaciju, dok negativan izvod ukazuje na inverzni tip Hopfove bifurkacije. Naglašavamo da lokalnom analizom stabilnosti nismo u mogućnosti da odredimo tačan tip Hopfove bifurkacije (natkritična ili potkritična), s obzirom na to da globalno ponašanje sistema prevazilazi mogućnosti primenjene linearne analize.

U petom koraku linearne analize stabilnosti, nakon linearizacije sistema, nalaženja karakteristične jednačine, pa nalaženja relacija između parametara sistema i izvoda po bifurkacionim krivama, pristupa se određivanju vrednosti kontrolnih parametara sistema, za koje su rešenja sistema uvek stabilna. Ovo se može ostvariti primenom Rušeove teoreme, koju ove navodimo bez izvođenja dokaza.

Rušeova teorema: Ako su dve funkcije $\psi(z)$ i $\varphi(z)$ analitičke unutar i na konturi C i $|\psi(z) < \varphi(z)|$ na C , onda $\varphi(z)$ i $\psi(z) + \varphi(z)$ imaju isti broj rešenja unutar C .

Pri tome, najčešće se za funkciju $\varphi(z)$ usvaja netranscedentni deo karakteristične jednačine početnog sistema, dok se za funkciju $\psi(z) + \varphi(z)$ uzima cela karakteristična jednačina sistema diferencijalnih jednačina sa kašnjenjem. Kao rezultat primene Rušeove teoreme dobija se odnos (oblast) kontrolnih parametara sistema, za koji su rešenja početne jednačine uvek stabilna.

Poslednji korak u analizi stabilnosti predstavlja simulacija rešenja sistema za određene vrednosti kontrolnih parametara i za odgovarajući vremenski interval. Za potrebe izrade ove disertacije, simulacija rešenja je izvedena numerički, sastavljanjem posebnog programa u programskom jeziku C++ i njegovom implementacijom u Microsoft Visual Studio (mr Igor Franović).

²⁷ O Hopfovoj bifurkaciji u opštem slučaju bilo je reči u poglavlju „Nelinearna dinamika i teorija haosa-pregled osnovnih pojmova”.

- Varijacije kontrolnih parametara.

Numeričku analizu ponašanja rešenja u parametarskom prostoru sistema započinjemo najjednostavnijim postupkom – variranjem jednog ili više odabranih kontrolnih parametara, dok se vrednosti ostalih parametara drže konstantnim. U drugom koraku, pretpostavljamo da se promena vrednosti odabranih kontrolnih parametara može opisati nekom periodičnom funkcijom, opšteg oblika:

$$r(t) = r + \delta_r \sin(\omega_r t) \quad (6.32)$$

pri čemu amplitude tih oscilacija (perturbacija) moraju biti manje od vrednosti odabranog parametra r , $\delta_r \leq r$. Frekvencije oscilacija, ω_r , u principu mogu uzeti bilo koju vrednost, s tim da su relevantne samo one vrednosti frekvencija oscilovanja bloka u neperturovanim uslovima. Ovakve oscilacije parametara mogu odgovarati različitim vrstama unutrašnjih i spoljašnjih „perturbacija” [Burić, Vasović, 1999]. Vrednosti odabranog kontrolnog parametra biraju se tako da je posmatrani sistem u neperturovanom stanju ili blizu fiksne tačke (ravnotežnog stanja) ili pokazuje periodično ponašanje (oscilacije). Pri tome, periodično oscilovanje se najpre pretpostavlja samo za pojedinačne parametre, a potom i za dva parametra istovremeno, i tako dalje, zavisno od ukupnog broja posmatranih kontrolnih parametara sistema.

- Uvođenje jačine trenja c i vremenskog kašnjenja τ

U trećem koraku, u postojeće modele sa jednim i dva bloka predloženim izvorno u radu [Carlson, Langer, 1989], a modifikovanim u radu [Vieira, 1999], sa zakonom trenja zavisnim od brzine kretanja bloka, uvodi se parametar c , odnosno c_1 i c_2 (za slučaj dva bloka) kojim se kontroliše jačina trenja, i vremensko kašnjenje τ u izraz za trenje, kojim se opisuje memorijski efekat karakterističan za potrebe izazvane reaktiviranjem kretanja duž raseda.

Numerički postupak je izveden u okviru programskog paketa WINPP²⁸, analizom ponašanja rešenja diferencijalnih jednačina u prostoru parametara. Rešavanje diferencijalnih jednačina izvršeno je primenom Runge-Kuta metoda četvrtog reda. Runge-Kuta metoda četvrtog reda se najčešće primenjuje u praksi, zato što je relativno stabilna i laka za implementaciju.

²⁸ WINPP – program za rešavanje zadataka u oblasti dinamičkih sistema i to: običnih diferencijalnih jednačina, diferencijalnih jednačina sa kašnjenjem, diferencijalno-algebarskih jednačina, Voltera integro-diferencijalnih jednačina, diskretnih dinamičkih sistema, i dr; <http://www.math.pitt.edu/~bard/xpp/>

7. REZULTATI ISTRAŽIVANJA

7.1. ANALIZA VREMENSKIH SERIJA RUDARSKI GENERISANIH POTRESA

Prvi zadatak nelinearne dinamike u izučavanju rudarski generisanih potresa, i uopšte svih drugih egzo i endogeodinamičkih procesa, koji utiču na inženjerske aktivnosti, sastoji se u analizi zabeleženih vremenskih serija odabranih parametara procesa. Ovakav pristup je jako čest u inženjerskoj praksi, s obzirom na to da podaci osmatranja procesa jasno govore o njegovoj dinamici, i upravo na toj osnovi se dalje projektuje odgovarajući način izvođenja zemljanih radova, izgradnje objekata, ili se predviđaju adekvatne preventivne i sanacione mere.

U pogledu rudarski izazvanih potresa, imajući u vidu činjenicu da ne postoji egzaktan matematički model koji definiše mehanizam nastanka potresa pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija (i uopšte zemljotresa u celini), vrlo često se pribegava analizi dostupnih podataka osmatranja samog potresa, kada su moguća dva slučaja: (1) izučavanje diskretne vremenske serije magnituda registrovanih potresa u jednom dužem vremenskom periodu na odabranoj lokaciji, i (2) analiza kontinualne vremenske serije ubrzanja oscilovanja tla za vreme određenog potresa.

Prvi slučaj je naročito zanimljiv sa stanovišta izučavanja tektonskih zemljotresa, pre svega, imajući u vidu postojanje velikog broja baza podataka u seizmološkim centrima širom sveta o dogođenim zemljotresima. Pri tome, pouzdani instrumentalni podaci postoje za poslednjih 100 godina, što omogućava analizu u jednom relativno dugom vremenskom periodu. S tim u vezi, „nelinearna analiza”, u slučaju tektonskih zemljotresa, ima širok spektar primena: može se izučavati dinamika pojave potresa različitih magnituda; vremenska i prostorna distribucija žarišta registrovanih potresa, distribucija koordinata njihovih epicentara, i dr. S druge strane, međutim, ovaj tip analize nije pogodan u slučaju rudarski generisanih potresa iz više razloga. Kao prvo, rudarski generisani potresi nisu toliko frekventne pojave kao prirodni zemljotresi, pa samim tim, i broj podataka neophodnih za izvođenje validne analize nije dovoljan. S druge strane, retke seizmološke stanice u svetu posebno beleže ovu vrstu potresa.

Naime, najčešće se ovakav tip potresa svrstava u kategoriju „*mining*”, bez daljeg razdvajanja na vibracije (koje su izazvane iniciranjem eksplozija) i na potrese generisane promenom naponskog stanja i deformacijama stenske mase.

Drugi slučaj podrazumeva analizu parametara oscilovanja tla. Pri jakim zemljotresima i rudarski generisanim potresima, instalirane seizmološke i akcelerografske stanice registruju tri parametra kretanja tla – pomeranje, brzinu i ubrzanje, i to njihove tri komponente: jednu u vertikalnom pravcu, i dve u horizontalnom (istok-zapad i sever-jug). Pri tome, količina podataka varira u zavisnosti od koraka uzorkovanja, kao i od dužine trajanja potresa. Upravo su ovi podaci predmet analize u ovom poglavlju. Kao primer uzet je rudnik bakra „Rudna” u Zapadnoj Poljskoj [Zembaty, 2004].

Ova analiza se gotovo uvek sprovodi numerički, u dve faze: najpre se vrši testiranje linearnosti analizom surogat podataka, a potom se ispituje dinamika posmatrane vremenske serije koristeći teoriju razvijanja skalarne vremenske serije u određenom vremenskom intervalu, predloženu u radovima [Packard, i dr. 1980; Takens, 1981]. Detaljno obrazloženje ove tehnike dato je u poglavlju „Metodologija istraživanja”, dok će ovde biti predstavljeni samo rezultati izvedene analize ubrzanja oscilovanja tla tokom potresa u rudniku bakra „Rudna” u Zapadnoj Poljskoj.

7.1.1. OSNOVNI PODACI O RUDNIKU

Rudnik „Rudna” nalazi se u zapadnoj Poljskoj, blizu grada Polkovice, 350km jugozapadno od Varšave (slika 7-1). Predstavlja jedan od najvećih rudnika bakra i srebra u Poljskoj, čije su rezerve procenjene na oko 513 miliona tona rude, sa 1,78% bakra i 42g/t srebra. Počeo je sa radom 1969.g. Otkopavanje rude vrši se na tri rudarska polja: Centralna Rudna (I), Zapadna Rudna (II) i Severna Rudna (III). Rudna I zauzima površinu od 75,6km², Rudna II – 2,2km², i Rudna III – 55,9km². Ukupno obuhvata 11 rudarskih okana – 3 za otkopavanje, 4 za ventilaciju i 4 za osoblje i opremu, na dubinama od 950-1150m. Dnevna prerada iznosi 41570t rude, dok godišnja iznosi oko

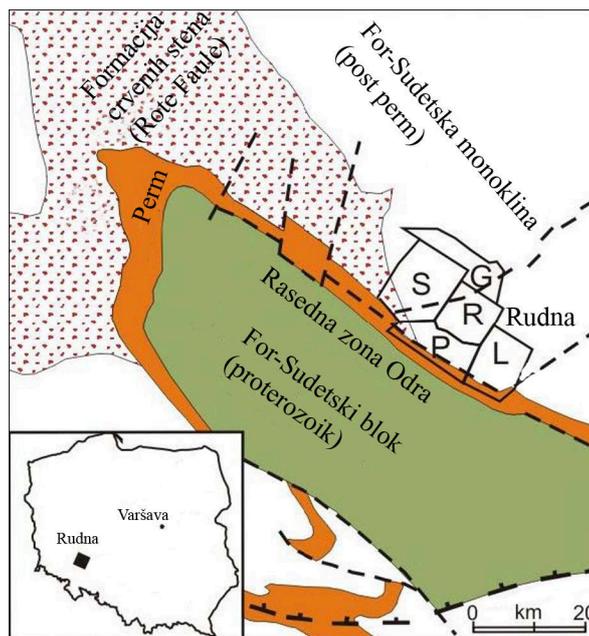
13 miliona tona rude, od čega se ekstrakcijom dobija 231000t bakra i 546t srebra [preuzeto sa sajta kompanije KGHM Polska Miedz S.A., <http://www.kghm.pl/>, 2013].



Slika 7-1. Geografski položaj rudnika bakra i srebra „Rudna” u zapadnoj Poljskoj [Google Earth, 2013].

U pogledu geološke građe, južna granica rejonu Lubin-Sirošovice¹, kojem pripada i rudnik „Rudna” je tektonska, predstavljena dubokim rasedom Odra (slika 7-2), kao delu šire Hamburg-Krakov tektonske zone. Odra rasedna zona razdvaja rejon Lubin-Sirošovice od For-Sudetskog bloka proterozojske starosti. Tokom cehštajna (perm) ovaj blok je bio prekriven marinskim sedimentima, koji su kasnije erodovani [Oszczepalski, 1989].

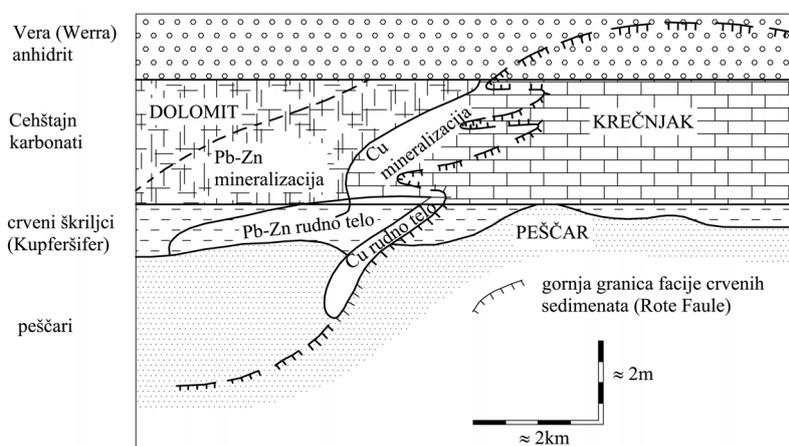
¹ Lubin-Sieroszowice (pol.)



Slika 7-2. Uprošćena geološka karta šire zone Lubin-Sirošovice rejona, bez kenozojskih naslaga, kojem pripada i ležište bakra i srebra „Rudna” u jugozapadnoj Poljskoj; velikim slovima latinice označena su početna imena rudnika: R – Rudna, P – Polkovice, L-Lubin i G-Glogov. Isprekidana linija u jugoistočnom delu karte pokazuje granicu cehštajn naslaga [Pieczonka, Piestrzyński, 2011].

Šire posmatrano, pre-permske jedinice sastavljene su od devonskih vulkanskih tvorevina, donjekarbonskih klastita i granita i gornjekarbonskih naslaga uglja. Donjopermske jedinice započinju vulkanskom serijom, debljine i do 1500m, predstavljenom toleitskim bazaltima, trahi-bazaltima, riodacitima i riolitskim tufovima. U njihovoj povlati javljaju se crveni klastiti formacije Rotligend, predstavljeni crvenim peščarima i konglomeratima, debljine i do 500m. Donji deo ove sekvence, debljine <200m je sa većim udelom konglomerata, dok gornji deo čine bazalni konglomerati, sa povećanim učešćem peščara. Najviši delovi ove serije sastavljeni su od svetlosivih, lokalno i sivo-ljubičastih peščara, koji pripadaju formaciji Vajsligend, debljine do 65m. Granica između Rotligend i Vajsligend formacije je difuzna, nepravilna i transgresivna. Gornji deo Vajsligend formacije sastavljen je od kvarcnih arenita sa karbonatnim i

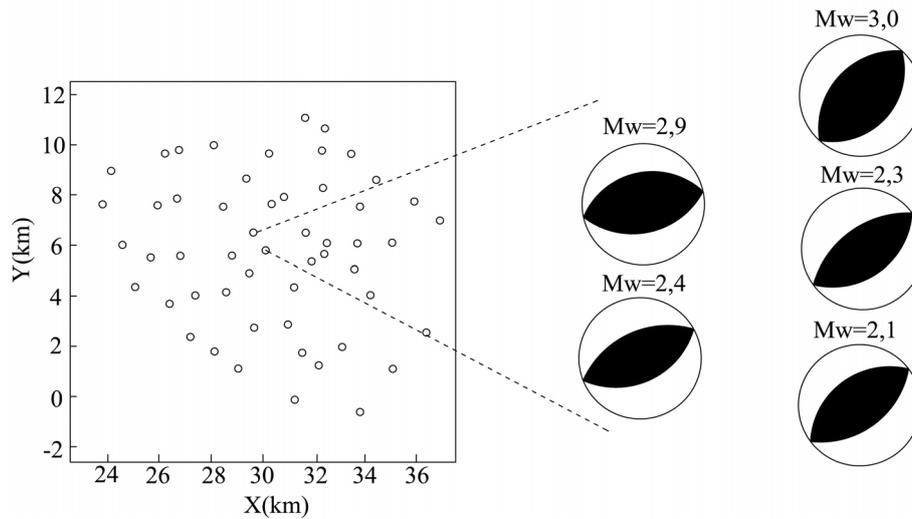
anhidritskim vezivom, debljine u proseku 1-6m, a povremeno i 20-40m. Gornjopermske tvorevine su predstavljene cehštajn sekvencom, debljine do 500m u povlati For-Sudetskog bloka, 250-500m u rejonu Lubin i do 1500m u glavnom basenu. Sekvenca počinje bazalnim krečnjakom, debljine 0-7m, sastavljenim od biomikrita i peskovitih mikrita. U njihovoj povlati leže crveni glinici i glineni škriljci formacije Kupferšifer, debljine najčešće 0-60cm, retko i do 1m, koji pokriva površinu od oko 600 000km² preko gotovo cele severne Evrope. U bazi ove serije nalaze se tektonski zdrobljeni glinci, sastavljeni do laminiranih crnih organskih glinenih škriljaca u podini, debljine do 10cm, preko kojih su nataloženi glineno-dolomitični škriljci, debljine oko 80cm. Svetle i tamne lamine, u naizmeničnoj smeni, su argilitskog i karbonatnog sastava. U povlati Kupferšifer serije nalaze se krečnjaci cehštajnske formacije, debljine i do 120m. U bazalnom delu povlatne formacije javljaju se argilitski, prašinski i fosilonosni karbonatni mikriti, u čijoj su povlati uslojeni glinci. U njihovoj povlati nalaze se evaporiti – gips i anhidrit, ali i halit, u proslojavanju sa crvenim škriljcima i peščarima (slika 7-3). U Lubin rejonu, evaporiti su predstavljani 30-70m debelim slojem anhidrita, u čijoj povlati je 0-150m naslaga halita i 20-70m naslaga anhidrita. U najvišem delu nalaze se mlađe tvorevine, mezozojske i tercijarne starosti [Porter, M., Porter, L., 2000]



Slika 7-3. Shematizovani geološki presek šire zone bakarnog rudnog tela „Rudna” [Evans, 1993; prilagođeno].

Otkopavanje rude se vrši na dubinama od 600-1000m, praktično ispod čitavog grada i okolnih sela, na 13 jama, i to klasično, ostavljanjem zaštitnih stubova pri iskopu. Delovi rudnog tela debljine do 7m se eksploatišu takođe ostavljanjem zaštitnih stubova i dodatnom podgradom, dok delovi debljine preko 7m uključuju i očvršćavanje oslabljenih delova stenske mase injektiranjem ili zapunjavanjem. Transport iskopane rude vrši se na pokretnim trakama duž horizontalnih hodnika, kao i teškim kamionima blizu otvora jama. Ovakav način napredovanja rudarskih radova (horizontalno) i otkopavanja rude, dovodi do poremećaja naponskog stanja u stenskoj masi. Imajući u vidu složenu tektonsku građu ovog terena, sa postojanjem duboke rasedne zone Odra, koja se pruža u neposrednoj blizini rudnog tela, svaka promena naponskog stanja takođe izaziva i poremećaj labilne ravnoteže duž raseda, a što uzrokuje i potrese različite jačine. Iz tog razloga, osmatračka mreža seizmoloških stanica postavljena je u prečniku 6-8km unutar grada i izvan njega. Instrumenti su instalirani u temeljima pojedinih zgrada, kao i u tlu, i, u najvećem broju slučajeva, mere sve tri komponente ubrzanja, mada pojedini instrumenti mere i brzinu oscilovanja. Svi instrumenti su podešeni tako da beleže potrese sa maksimalnim ubrzanjem (PGA) preko 10cm/s^2 . Ukupno su instalirana 32 vertikalna seizmometra tipa Vilmor MK-II i MK-III, sa rasponom frekvencije od 0,5-150Hz i dinamičkim opsegom od 70dB. Instalirane stanice su ravnomerno raspoređene na eksploatacionom polju (slika 7-4). Registrovani signali se digitalizuju frekvencijom od 500Hz, pomoću 14-bitnog konvertera.

Rezultati osmatranja ukazuju na to da se jači potresi javljaju sa povratnim periodom 3-6 meseci, uzrokujući manje štete, najčešće na nestrukturnim delovima objekata. Lokalna magnituda (M_L) najjačih rudarskih potresa dostiže 4-4,5⁰ po Rihteru u Lubin-Polkovice regionu. S druge strane, pripovršinski slojevi tla ne dovode do značajnije amplifikacije prostiranja talasa, s obzirom na to da je brzina kretanja transverzalnih talasa u granicama 400-600m/s [Kwiatek, 2004].



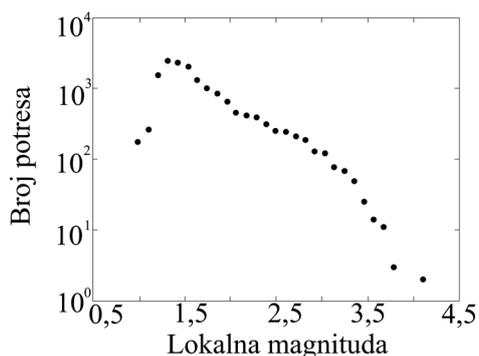
Slika 7-4. Prostorni raspored seizmoloških stanica na eksploatacionom polju „Rudna”, sa tipičnim fokalnim mehanizmima jačih potresa. Evidentno je da kretanja blokova izazvana promenom naponskog stanja dovode do stvaranja kompresionih uslova i normalnog rasedanja [Kwiatek, Debski, 2006].

U pogledu dogođenih potresa, na osnovu lokalnog kataloga potresa, u periodu od 01.01.1980.g. do 03.03.2002.g. ukupno je registrovano 15573 potresa, sa maksimalnom lokalnom magnitudom od $M_L=4,2$ (što odgovara seizmičkoj energiji od $\approx 2 \times 10^9 \text{J}$). U tabeli 7-1 prikazani su rudarski generisani potresi u široj zoni eksploatacionog polja „Rudna” u periodu od januara 2000.g. do maja 2001.g. Broj dogođenih potresa u zavisnosti od njihove magnitute (Gutenberg-Rihter relacija) prikazan je na slici 7-5 [Kwiatek, 2004]

Tabela 7-1. Najjači registrovani potresi u široj zoni rudnika „Rudna” u periodu januar 2000.g. - maj 2001.g. [Zembaty, 2004; prilagođeno].

Datum	Energija potresa (J)	Stanica	Mesto instalacije (g-tlo; f-temelj)	PGA _v (cm/s ²)	PGA _h (cm/s ²)	PGV _v (cm/s)	PGV _h (cm/s)	PGD _v (cm)	PGD _h (cm)
13/01/2000	1.6x10 ⁶	Akacjowa	g01	23.0	9.59	0.258	0.249	0.0045	0.0165
		3 Maja	f03	61.9	34.3	0.496	0.833	0.0081	0.0437
		Miedziana	g04	85.5	34.4	0.640	0.541	0.0102	0.0184
15/03/2000	7.1x10 ⁶	Akacjowa	g01	43.2	23.9	0.548	0.771	0.0150	0.0495
		Miedziana	g04	92.6	70.7	0.944	2.088	0.0336	0.0881
		Sosnowa	f02	32.2	30.3	0.486	0.429	0.0100	0.0157
14/09/2000	2.0x10 ⁷	Akacjowa	g01	89.2	4.89	1.030	0.947	0.0186	0.0459
		3 Maja	f03	49.5	99.5	1.431	0.776	0.0535	0.0520
		Sosnowa	f02	82.1	77.8	0.863	0.890	0.0223	0.0481
15/11/2000	3.3x10 ⁷	Akacjowa	g01	39.5	16.9	0.320	0.923	0.0166	0.0769
		Miedziana	g04	62.4	42.8	0.592	1.498	0.0227	0.1249
02/02/2001	3.4x10 ⁷	Akacjowa	g01	>1m/s ²	125.2	-	1.774	-	0.0937
		3 Maja	g03	78.2	51.6	0.606	0.649	0.0091	0.0442
		3 Maja	f03	38.5	17.7	0.280	0.582	0.0169	0.0442
		Miedziana	g04	94.8	95.8	1.069	1.810	0.0387	0.0700
		Sosnowa	f02	>1m/s ²	144.0	-	3.254	-	0.1774
		Guzice	g06	14.1	14.4	0.250	0.464	0.0129	0.0389
01/05/2001	4.4x10 ⁷	Akacjowa	g01	26.5	14.8	0.499	0.641	0.0238	0.0707
		3 Maja	g03	102.4	72.3	0.956	2.396	0.0899	0.1503
		3 Maja	f03	44.6	43.5	0.689	1.904	0.0424	0.1161
		Miedziana	g04	64.3	54.7	0.715	1.733	0.0534	0.1435
		Sosnowa	f02	14.3	15.0	0.561	0.454	0.0230	0.0259
		Sosnowa	f02	14.3	14.5	0.426	0.610	0.0227	0.0426
		Guzice	g06	16.6	11.4	0.368	0.355	0.0349	0.0201

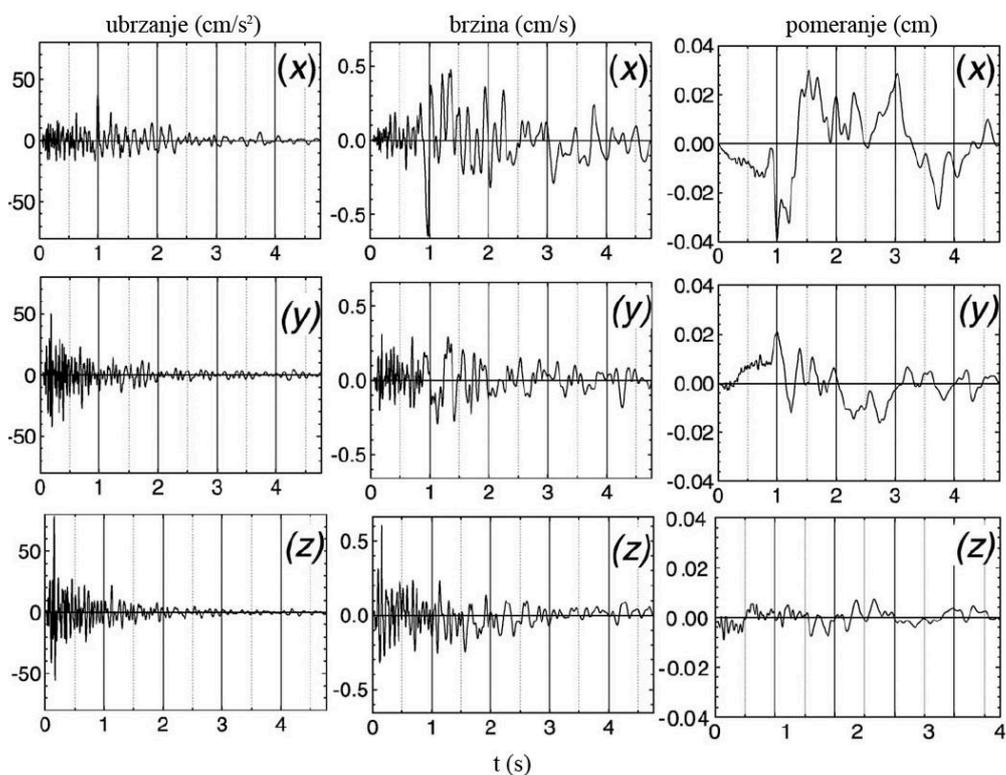
*Legenda: *PGA* – maksimalno ubrzanje tla; *PGV* – maksimalna brzina tla; *PGD* – maksimalno pomeranje tla; indeksi *h* i *v* označavaju horizontalni i vertikalni pravac, redom. Ukoliko je potres izazvao ubrzanje tla >1m/s², onda instrument nije registrovao sve komponente



Slika 7-5. Broj potresa u funkciji magnitude, registrovanih u široj okolini rudnika „Rudna” u periodu 1980-2002.g. Ukupan broj registrovanih potresa iznosi 15573 [Kwiatek, 2004]

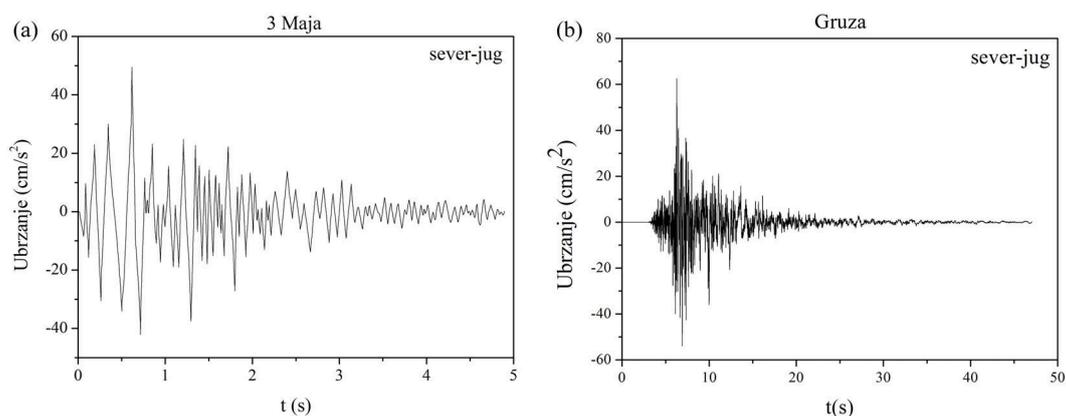
7.1.2. REZULTATI ANALIZE

Analiza ubrzanja oscilovanja tla izvršena je na primeru potresa registrovanog 2. februara 2001.g., na stanici „3 Maja”, instaliranoj u tlu. Energija potresa iznosila je $3,4 \times 10^7 \text{J}$. Maksimalno registrovano ubrzanje tla (PGA) iznosilo je $51,6 \text{cm/s}^2$, maksimalna brzina (PGV) – $0,649 \text{cm/s}$, a maksimalno pomeranje (PGD) $0,0442 \text{cm}$. Dužina trajanja potresa bila je $t_D=2,56 \text{s}$. Registrovanje oscilovanja tla vršeno je na svakih $0,0012 \text{s}$ [Zembaty, 2004]. Za analizu su korišćene vremenske serije od 4050 podataka (pravac sever-jug), 3600 podataka (pravac istok-zapad) i 2750 podataka (vertikalni pravac). Na slici 7-6 prikazane su vremenske serije sve tri komponente pomeranja, brzine i ubrzanja oscilovanja tla.



Slika 7-6. Vremenske serije oscilovanja tla (pomeranja, brzine i ubrzanja) za vreme potresa magnitude $M \approx 2$ ($3,4 \times 10^7 \text{J}$) registrovanog 02.02.2001.g. u rudniku „Rudna” u zapadnoj Poljskoj, na stanici „3 Maja”, u tri pravca: (x) – sever-jug; (y) – istok zapad i (z) - vertikalno [Zembaty, 2004].

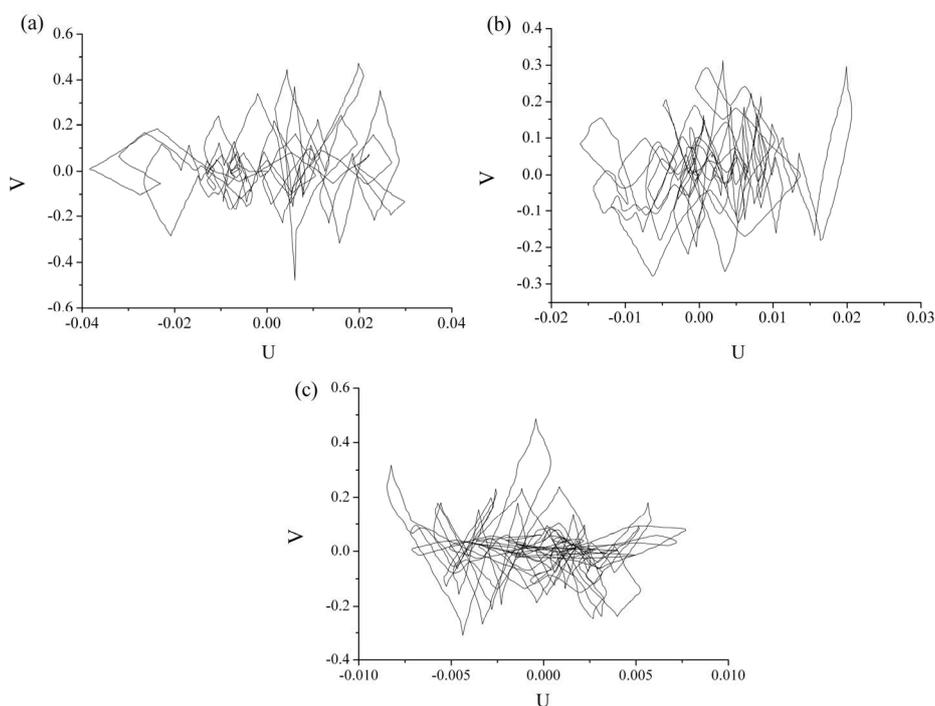
Analiza je izvršena samo za komponente ubrzanja tla, s obzirom na to da maksimalno ubrzanje tla predstavlja jedan od glavnih parametara koji ulaze u proračun građevinskih konstrukcija [Boore, Bommer, 2005]. Takođe, seizmogram ubrzanja tla je mnogo „bogatiji” u odnosu na registrovane promene brzine i, naročito, pomeranja tla. S druge strane, iako se ubrzanja u horizontalnom pravcu najčešće uzimaju u obzir, zbog njihove prirodne veze sa inercijalnim silama [Trifunac, Brady, 1975; Kramer, 1996], ovde će biti izvršena analiza sve tri komponente ubrzanja, radi ispitivanja dinamičkog ponašanja tla pri delovanju potresa u sva tri pravca. Pri tome, istovremeno sa analizom efekata rudarski izazvanih potresa, biće vršeno upoređivanje sa rezultatima analize tektonskih zemljotresa, a sve u cilju preciznijeg definisanja karaktera rudarski izazvanih potresa. Naime, za razliku od tektonskih zemljotresa, rudarski generisani potresi znatno kraće traju, u proseku do 5s. Shodno tome, manji je broj podataka za izvođenje analize, što može uticati na pouzdanost dobijenih rezultata. Dubine žarišta rudarski generisanih potresa su obično male, i kreću se u rasponu 2-4km. Takođe, vrlo brzo dolazi do prigušenja oscilacija u slučaju rudarski generisanih potresa. Tako na primer, ubrzanje oscilovanja tla od 0,39g izmereno na udaljenosti od 2,5km, redukuje se na 0,13g na rastojanju od 10km [Milford, Wium, 1991]. Na slici 7-7, na kojoj je dato poređenje registrovanog oscilovanja tla za vreme rudarski izazvanog potresa i tektonskog zemljotresa, pored dužine trajanja, jasna je i razlika u amplitudi signala.



Slika 7-7. Poređenje registrovanog ubrzanja oscilovanja za vreme rudarski generisanog potresa (a), i Kraljevačkog zemljotresa (M5.4) od 03.10.2010.g. (b). Očigledna je razlika u dužini signala, amplitudi ubrzanja i karakteru oscilovanja.

7.1.2.1. PRELIMINARNI TESTOVI

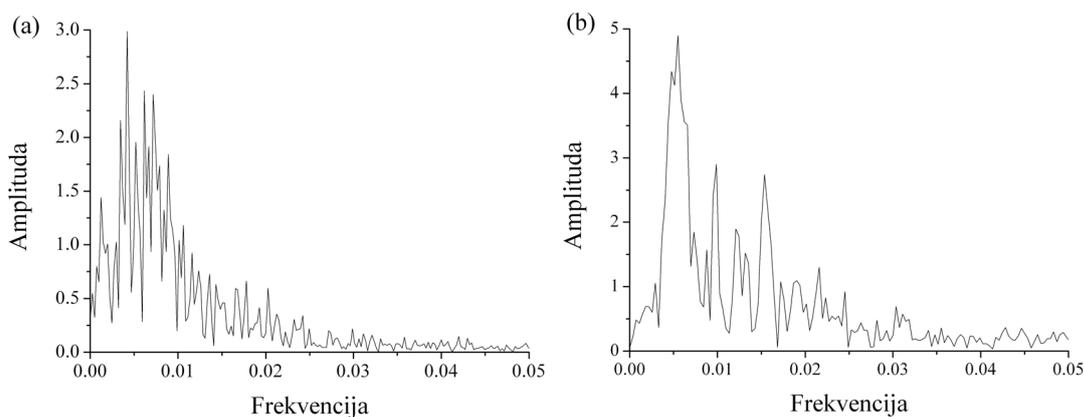
Pre početka izvođenja analize vremenskih serija, korisno je primeniti niz jednostavnih testova, u cilju dobijanja preliminarne slike dinamike izučavanog sistema. Prvi korak ka tome predstavlja konstrukcija faznog portreta za registrovani signal (slika 7-8). Kao što se može videti, fazni portret ne predviđa bogato dinamičko ponašanje. Naime, u slučaju rudarski generisanog potresa trajektorija dinamike sistema u faznom portretu ne pokazuje posebnu zakonitost ni u jednom pravcu oscilovanja tla, što može ukazivati na nasumično ponašanje² ili deterministički haotično ponašanje.



Slika 7-8. Fazni portret U - V (pomeranje-brzina) oscilovanja tla za vreme rudarski generisanog potresa, registrovanog na stanici „3 Maja” u pravcu (a) sever-jug; (b) istok-zapad i (c) vertikalno. Očigledno je da se nikakva pravilnost u evoluciji trajektorija sistema ne može uočiti.

² *random (ang.)*

Sledeći korak preliminarne analize dinamičkog ponašanja podrazumeva izračunavanje Furijeovog spektra snage, kojim se naročito jasno može razdvojiti kvaziperiodično od haotičnog ponašanja [Sprrott, 2003]. Slika 7-9 pokazuje primer Furijeovog spektra snage u jednom horizontalnom pravcu (sever-jug) i u vertikalnom pravcu. Kvalitativno sličan grafik se dobija i u drugom horizontalnom pravcu istok-zapad. Kao što se može videti sa slike 7-9, Furijeov spektar snage u oba predstavljena slučaja je kontinualan i dobro razvijen, bez izraženih pikova, što može ukazivati na postojanje haotičnog ponašanja. S druge strane, u radu [Sprrott, 2003] ukazuje se na činjenicu da vrlo slični spektri snage mogu biti proizvod i potpuno nasumičnog ponašanja izučavanog sistema. S tim u vezi, sasvim je jasno zašto je potrebna gotovo „baterija” testova kako bismo suzili moguće kandidate za ocenu dinamike oscilovanja tla tokom rudarski generisanog potresa.

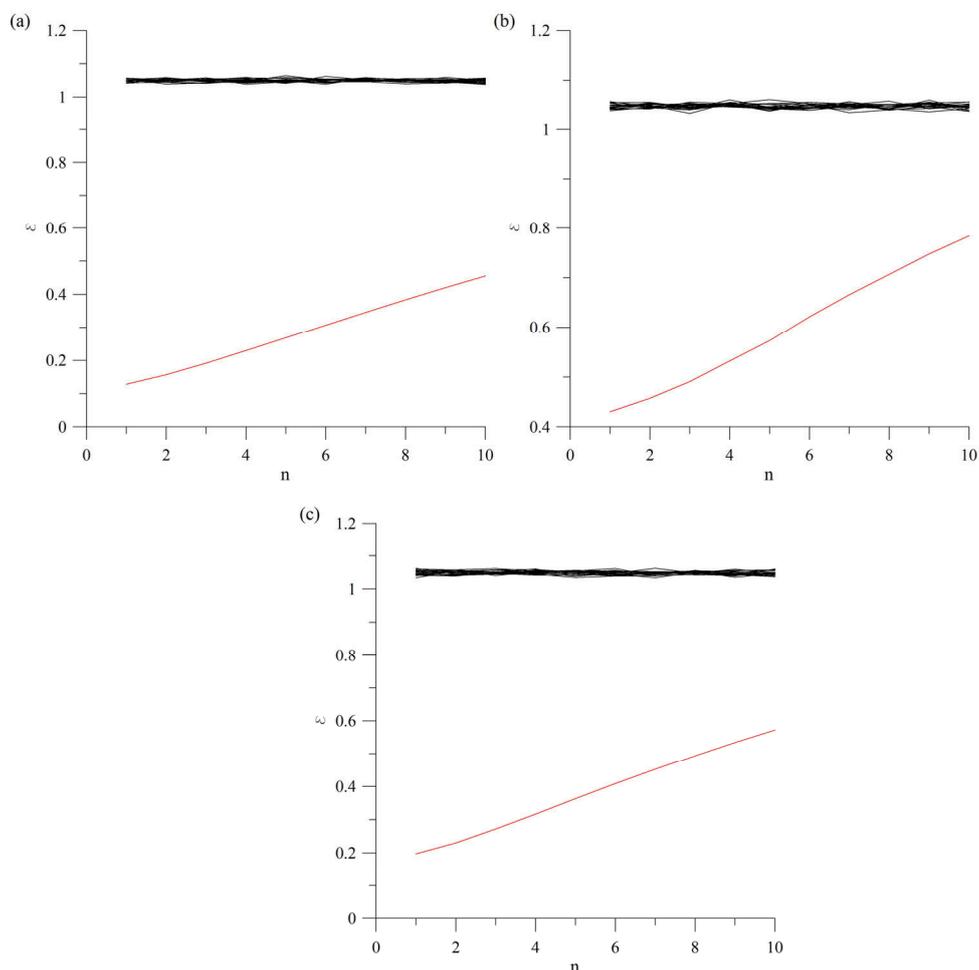


Slika 7-9. Furijeov spektar snage za ubrzanje tla registrovano na 3Maja stanici u (a) horizontalnom (sever-jug) i (b) vertikalnom pravcu. Kvalitativno sličan spektar snage se dobija i za ubrzanje tla u pravcu istok-zapad. Kontinualni spektar snage u oba slučaja ukazuje na moguće determinističko haotično ili nasumično ponašanje posmatranog sistema.

7.1.2.2. ANALIZA SUROGAT PODATAKA

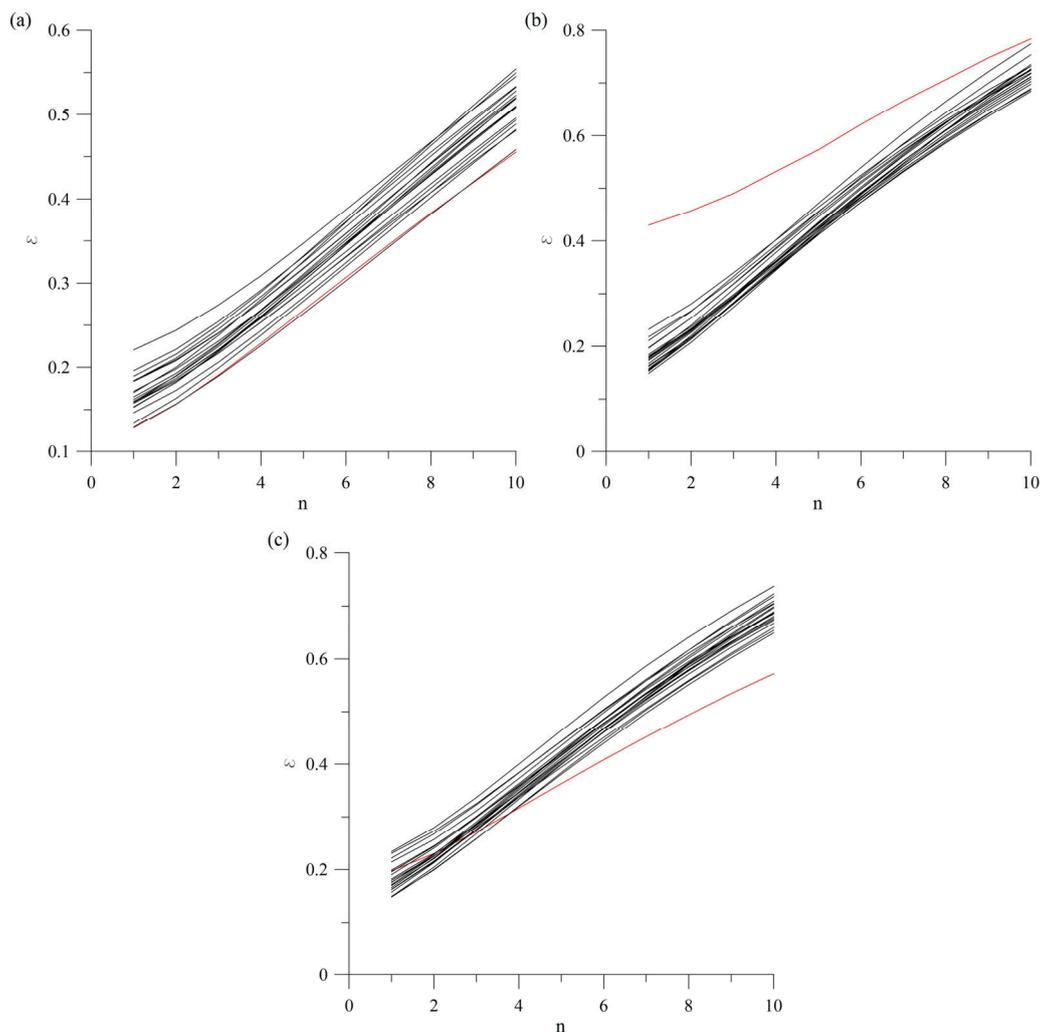
Rezultati testiranja I hipoteze (da je vremenska serija sastavljena od nasumično izabranih brojeva, bez međusobne korelacije), gde su nizovi surogat podataka dobijeni

generisanjem nasumično odabranih podataka početnog niza, prikazani su na slici 7-10. Jasno je da se u sva tri posmatrana slučaja nulta hipoteza H_0 odbacuje, s obzirom na to da je $\varepsilon > \varepsilon_0$ za svako n i za svaki ispitivani niz surogat podataka.



Slika 7-10. Testiranje I nulte hipoteze: (a) pravac sever-jug; (b) pravac istok-zapad; (c) vertikalno. Crvena linija označava grešku u predviđanju za originalnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za nizove surogat podataka (ε).

Na slici 7-11 prikazani su rezultati testiranja druge hipoteze (podaci vode poreklo od stacionarnog stohastičkog procesa sa Gausovom raspodelom stohastičkog dela).



Slika 7-11. Testiranje II nulte hipoteze: (a) pravac sever-jug; (b) pravac istok-zapad; (c) vertikalno. Crvena linija označava grešku u predviđanju za originalnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za nizove surogat podataka (ε).

I u ovom slučaju, pristupilo se generisanju 20 različitih nizova surogat podataka, primenom postupka fazne randomizacije. Za razliku od prethodnog slučaja, rezultati testiranja II hipoteze ukazuju na to da je $\varepsilon \geq \varepsilon_0$ za pravac sever-jug i vertikalni pravac, dok je $\varepsilon < \varepsilon_0$ za registrovana ubrzanja oscilovanja tla u pravcu istok-zapad, tako da se može zaključiti da nultu hipotezu H_0 ne možemo odbaciti za slučaj registrovanog ubrzanja tla u pravcu istok-zapad (slika 7-11b)

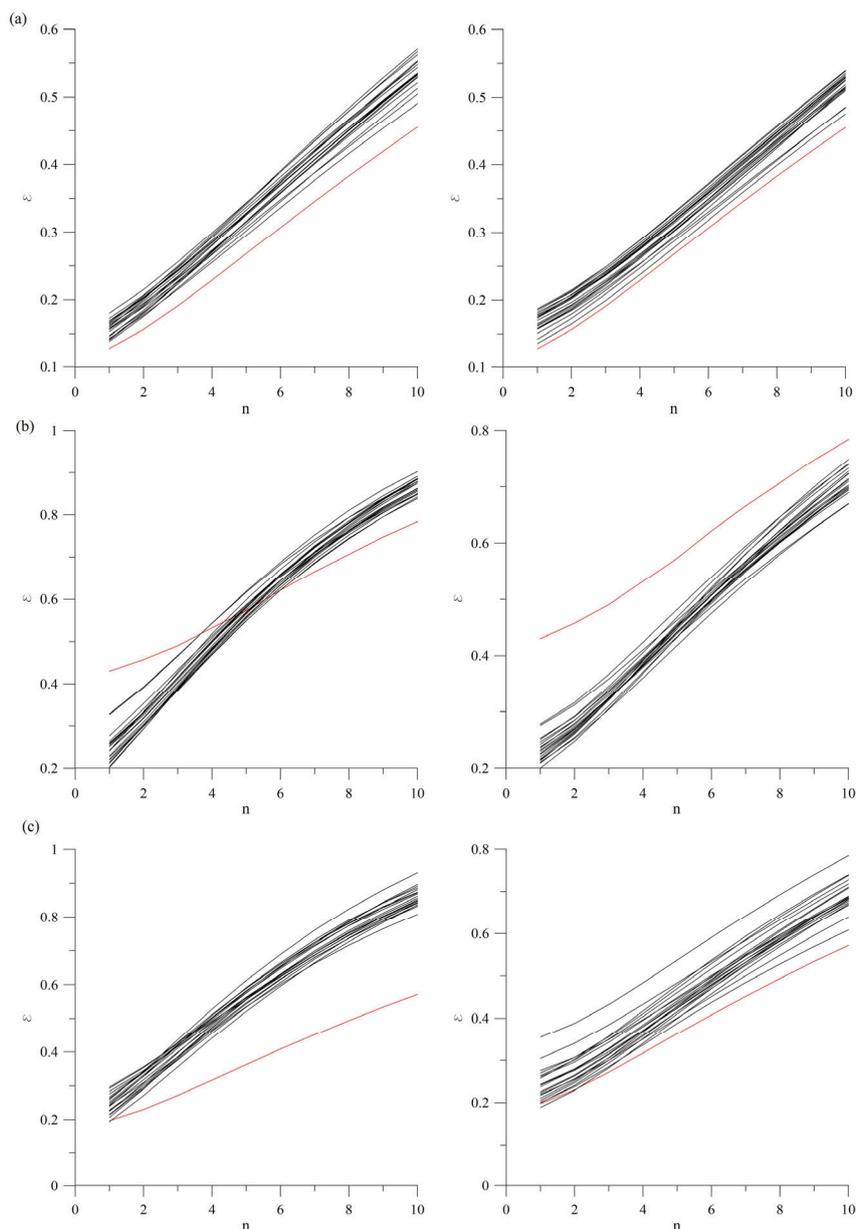
Rezultati testiranja II hipoteze za pravac sever-jug i vertikalni pravac mogu se uporediti sa originalnom vremenskom serijom pomoću testa linearne korelacije oblika $y=a+bx$, radi utvrđivanja statističke značajnosti međusobnog odstupanja. U Tabeli 7-2 date su vrednosti korelacionog koeficijenta (R^2) i praga značajnosti (p) za koeficijente a i b , za uporedni test svakog od 20 surogat nizova sa početnim nizom podataka. Da bi surogat niz i originalna vremenska serija bili u korelaciji potrebno je da R^2 ima što veću vrednost (blisku jedinici), a da vrednost praga značajnosti za koeficijent a bude što veća ($p>0,05$), odnosno statistički beznačajna, a za koeficijent b – što manja ($p\rightarrow 0$).

Kao što se iz Tabele 7-2 može videti, u 3 od posmatranih 20 slučajeva za pravac sever-jug, odsečak na y -osi (a) je statistički zanemarljiv ($p>0,05$), sa visokom vrednošću koeficijenta korelacije ($R^2=0,99-1$), tako da nultu hipotezu možemo odbaciti. Takođe, nultu ipotezu odbacujemo i za registrovana oscilovanja tla u vertikalnom pravcu, s obzirom na to da odsečak na y -osi ni u jednom slučaju nije beznačajan.

Poslednji korak u analizi surogat podataka predstavlja testiranje hipoteze da vremenska serija vodi poreklo od stacionarnog Gausovog linearnog procesa, koji je modifikovan nepoznatom nelinearnom funkcijom. Kao u prethodnom slučaju, generisano je 20 surogata za svaki pravac oscilovanja tla, primenom „običnog” i iterativnog postupka ispitivanja surogat nizova podataka sa „podešenom” amplitudom (AAFT i IAAFT), i određena je greška predviđanja ε (slika 7-12).

Tabela 7-2. Test linearne korelacije između distribucije greške predviđanja za 20 nizova surogat podataka i početnu vremensku seriju pri testiranju II hipoteze, za sve tri komponente ubrzanja.

Surogat niz vs Početni niz	Komponenta ubrzanja	Koeficijent korelacije (R^2)	Prag značajnosti (p) za a	Prag značajnosti (p) za b
Surogat1 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0	0
	Vertikalni pravac	0,997	0	0
Surogat2 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat3 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat4 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0,095	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat5 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Vertikalni pravac	0,998	0	0
Surogat6 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat7 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat8 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,998	0	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat9 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat10 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat11 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat12 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,041	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat13 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0,001	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat14 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat15 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,998	0	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat16 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0,001	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat17 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0,122	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat18 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,321	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat19 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat20 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Vertikalni pravac	1	0	0



Slika 7-12. Testiranje III hipoteze; (a) pravac sever-jug; (b) pravac istok-zapad; (c) vertikalno. Leva kolona predstavlja rezultate ispitivanja „običnim” postupkom sa „podešenom” amplitudom (AAFT), desna kolona - iterativnim postupkom ispitivanja nizova surogat podataka sa „podešenom” amplitudom (AAFT i IAAFT). Crvena linija označava grešku u predviđanju za originalnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za surogat nizove podataka (ε).

Rezultati testiranja III hipoteze ukazuju na to da jedino u slučaju oscilovanja tla (za slučaj testiranja IAAFT postupkom) u pravcu istok-zapad (slika 7-12b) ne možemo odbaciti nultu hipotezu ($\varepsilon < \varepsilon_0$). U svim ostalim slučajevima, neophodno je izvođenje testa korelacije, na osnovu čega bi se pristupilo prihvatanju ili odbacivanju nulte hipoteze.

U Tabeli 7-3 date su vrednosti korelacionog koeficijenta (R^2) i praga značajnosti (p) za uporedni test svakog od 20 surogat nizova (dobijenih AAFT i IAAFT postupkom) sa početnim nizom podataka za pravac sever-jug i vertikalni pravac.

U slučaju ispitivanja ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug, rezultati testiranja III hipoteze AAFT postupkom pokazuju da je u pet od posmatranih 20 slučajeva odsečak na y -osi (a) statistički zanemarljiv ($p > 0,05$), sa visokom vrednošću koeficijenta korelacije ($R^2 = 0,99-1$). Shodno tome, nulta hipoteza H_0 može se odbaciti. S druge strane, rezultati testiranja III hipoteze IAAFT postupkom pokazuju da je u dva od posmatranih 20 slučajeva prag značajnosti $p > 0,05$, sa koeficijentom korelacijem $R^2 \geq 0,998$, tako da se nulta hipoteza H_0 može odbaciti. Shodno tome, može se reći da se ubrzanje oscilovanja tla u pravcu sever-jug ne može svrstati u klasu vremenskih serija koje vode poreklo od stacionarnog Gausovog linearnog procesa, koji je modifikovan nepoznatom nelinearnom funkcijom.

Tabela 7-3. Test korelacije između distribucije greške predviđanja za 20 nizova surogat podataka i početnu vremensku seriju pri testiranju III hipoteze (AAFT i IAAFT), za registrovanja ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug i u vertikalnom pravcu.

Surogat niz vs Početni niz	Komponenta ubrzanja	Koeficijent korelacije (R^2)		Prag značajnosti (p) za a		Prag značajnosti (p) za b	
		AAFT	IAAFT	AAFT	IAAFT	AAFT	IAAFT
Surogat1 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	1	0	0	0	0
	Vertikalno	0,987	1	0,024	0	0	0
Surogat2 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0	0	0	0
	Vertikalno	0,991	0,99	0,241	0	0	0
Surogat3 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	1	0	0	0	0
	Vertikalno	0,989	1	0,327	0	0	0
Surogat4 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0	0	0	0
	Vertikalno	0,993	1	0,013	0	0	0

Surogat niz vs Početni	Komponenta ubrzanja	Koefficient korelacije (R^2)		Prag značajnosti (p) za a		Prag značajnosti (p) za b	
Surogat5 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0	0	0	0
	Vertikalno	0,991	1	0,022	0,598	0	0
Surogat6 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	1	0	0	0	0
	Vertikalno	0,99	1	0,015	0	0	0
Surogat7 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	1	0	0	0	0
	Vertikalno	0,993	1	0,017	0,107	0	0
Surogat8 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0,746	0,018	0	0
	Vertikalno	0,987	1	0,044	0	0	0
Surogat9 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	1	0,375	0	0	0
	Vertikalno	0,992	1	0,1	0	0	0
Surogat10 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0,998	0,130	0	0	0
	Vertikalno	0,987	1	0,008	0,001	0	0
Surogat11 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0,403	0	0	0
	Vertikalno	0,998	1	0,037	0	0	0
Surogat12 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0	0	0	0
	Vertikalno	0,996	1	0	0	0	0
Surogat13 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	1	0,023	0	0	0
	Vertikalno	0,998	1	0,89	0	0	0
Surogat14 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	1	0	0,464	0	0
	Vertikalno	0,998	1	0,776	0,07	0	0
Surogat15 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0,02	0	0	0
	Vertikalno	0,989	1	0,001	0	0	0
Surogat16 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0	0	0	0
	Vertikalno	0,99	1	0,004	0	0	0
Surogat17 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0	0	0	0
	Vertikalno	0,994	0,99	0	0	0	0
Surogat18 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0	0	0	0
	Vertikalno	0,99	1	0,146	0	0	0
Surogat19 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,998	0	0,597	0	0
	Vertikalno	0,987	1	0,298	0,004	0	0
Surogat20 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,99	0,895	0,002	0	0
	Vertikalno	0,998	0,99	0,007	0,712	0	0

U slučaju ispitivanja ubrzanja oscilovanja tla u vertikalnom pravcu, rezultati testiranja III hipoteze AAFT postupkom pokazuju da je u sedam od posmatranih 20 slučajeva odsečak na y -osi (a) statistički zanemarljiv ($p > 0,05$), sa visokom vrednošću koeficijenta korelacije ($R^2 = 0,99-1$), tako da se nulta hipoteza H_0 može odbaciti. Takođe, rezultati testiranja III hipoteze IAAFT postupkom pokazuju da je u tri od posmatranih 20 slučajeva prag značajnosti $p > 0,05$ za odsečak na y -osi (a), tako da se ubrzanje

oscilovanja tla u vertikalnom pravcu ne može svrstati ni u klasu vremenskih serija koje vode poreklo od stacionarnog Gausovog procesa, koji je modifikovan nepoznatom nelinearnom funkcijom.

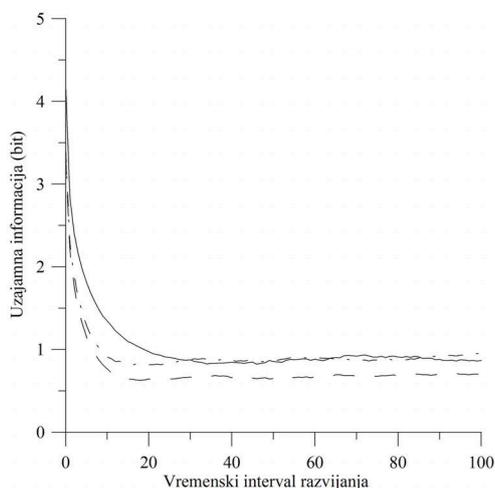
U slučaju ispitivanja ubrzanja oscilovanja tla u pravcu istok-zapad (Tabela 7-4), rezultati testiranja III hipoteze AAFT postupkom pokazuju da se u svim od posmatranih 20 slučajeva hipoteza H_0 može odbaciti, s obzirom na to da odsečak na y -osi (a) nije statistički zanemarljiv ($p < 0,05$), sa koeficijentom korelacije $R^2 \geq 0,973$. Već je ranije naglašeno, da se nakon testiranja III hipoteze IAAFT postupkom za registrovano ubrzanje oscilovanja tla u pravcu istok.-zapad, hipoteza H_0 ne može odbaciti, s obzirom na to da je $\varepsilon < \varepsilon_0$ za sve ispitivane nizove surogat podataka i sve vremenske jedinice predviđanja.

Tabela 7-4. Test korelacije između distribucije greške predviđanja za 20 surogat nizova podataka i početnu vremensku seriju pri testiranju III hipoteze (AAFT), za pravac istok-zapad.

Surogat niz vs Početni niz	Koeficijent korelacije (R^2)	Prag značajnosti (p) za a	Prag značajnosti (p) za b
Surogat1 vs Početni niz	0,975	0	0
Surogat2 vs Početni niz	0,984	0	0
Surogat3 vs Početni niz	0,976	0	0
Surogat4 vs Početni niz	0,982	0	0
Surogat5 vs Početni niz	0,984	0	0
Surogat6 vs Početni niz	0,973	0	0
Surogat7 vs Početni niz	0,985	0	0
Surogat8 vs Početni niz	0,983	0	0
Surogat9 vs Početni niz	0,983	0	0
Surogat10 vs Početni niz	0,981	0	0
Surogat11 vs Početni niz	0,983	0	0
Surogat12 vs Početni niz	0,979	0	0
Surogat13 vs Početni niz	0,978	0	0
Surogat14 vs Početni niz	0,978	0	0
Surogat15 vs Početni niz	0,976	0	0
Surogat16 vs Početni niz	0,987	0	0
Surogat17 vs Početni niz	0,984	0	0
Surogat18 vs Početni niz	0,980	0	0
Surogat19 vs Početni niz	0,979	0	0
Surogat20 vs Početni niz	0,980	0	0

7.1.2.3. ANALIZA NELINEARNIH VREMENSKIH SERIJA I REZULTATI

Na osnovu prethodno izvedene analize surogat podataka jasno je da komponente ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug i u vertikalnom pravcu za vreme rudarski generisanih potresa predstavljaju primer nelinearnih sistema (sve tri nulte hipoteze odbačene su nakon testiranja), dok oscilovanje tla u pravcu istok-zapad pripada grupi stohastičkih procesa sa Gausovom raspodelom stohastičkog dela, koji su modifikovani nelinearnom nepoznatom funkcijom. Shodno tome, za slučaj oscilovanja tla u pravcu istok-zapad ne mogu se očekivati nelinearne dinamičke pojave, pre svega determinističko haotično ponašanje. Međutim, analiza nelinearnih vremenskih serija može se primeniti i u ovom slučaju. Naime, primena ovih metoda i tehnika za netrivialan slučaj može dati dalju potvrdu ispravnosti sprovedene analize surogat podataka. Kao što je već rečeno u poglavlju „Metodologija istraživanja”, prvi korak analize nelinearnih vremenskih serija predstavlja određivanje optimalnog vremenskog intervala razvijanja. Koristeći metodu „uzajamne (obostrane) informacije” [Fraser, Swinney, 1986], određena je optimalna vrednost vremenskog intervala razvijanja za sve tri komponente ubrzanja oscilovanja tla, i rezultati su prikazani na slici 7-13.

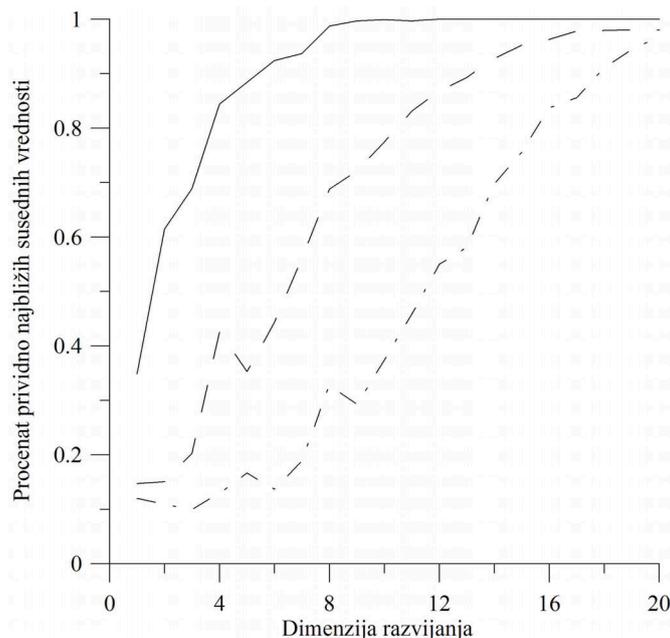


Slika 7-13. Određivanje optimalne vrednosti vremenskog intervala razvijanja za registrovana ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (puna linija), istok-zapad (isprekidana linija), kao i u vertikalnom pravcu (crta-tačka linija). Funkcija uzajamne informacije dostiže prvi minimum za $\tau=29$, $\tau=18$ i $\tau=12$, redom.

U vezi sa dinamikom vremenske serije koja se rekonstruiše, Šenonova entropija (S), preuzeta iz teorije informacija, daje prosečni broj bitova koji mogu biti predviđeni u odnosu na stanje $x(t+\tau)$, pod uslovom da je poznato stanje $x(t)$ [Fraser, Swinney, 1986]. Međutim, sa šire tačke gledišta, Šenonova entropija može ukazivati na slučajnost (neuređenost) vremenske serije. Prema [Tiwari i dr., 2004], entropija meri brzinu povećanja kompleksnosti dinamike sa razvojem sistema kroz vreme. Kvantitativno posmatrano, za deterministički haotičan sistem, S će imati konačnu pozitivnu vrednost različitu od nule, dok za slučajan/nedeterministički proces, $S \rightarrow \infty$. Veća entropija je često povezana sa slučajnim ili neuređenim procesima, dok niske vrednosti entropije ukazuju na uređeno/haotično ponašanje dinamike sistema. U ovom slučaju, vrednosti Šenonove entropije za sve tri komponente ubrzanja oscilovanja tla (sever-jug, istok-zapad i vertikalno) su relativno velike (4,177; 3,364 i 3,429, redom), ukazujući na moguće nasumično, stohastičko ponašanje.

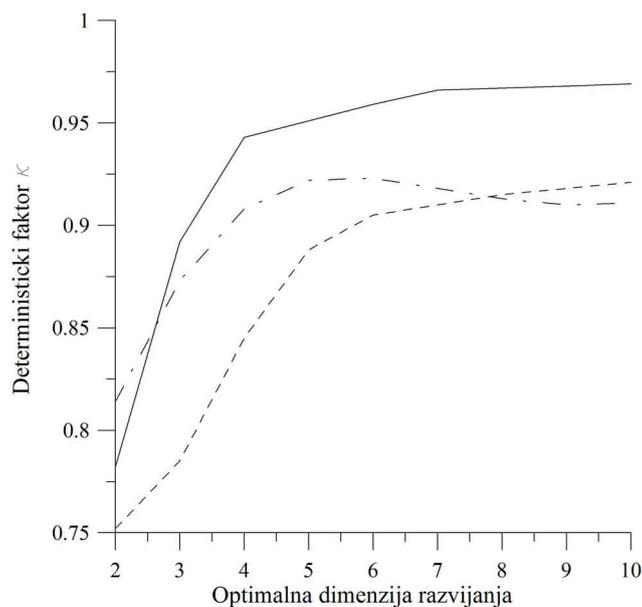
Sledeći korak u nelinearnoj analizi, nakon izračunavanja optimalne vrednosti vremenskog intervala razvijanja, predstavlja određivanje minimalne dimenzije razvijanja m , koja je potrebna za potpunu rekonstrukciju atraktora sistema (ako uopšte postoji). Za izračunavanje koristimo već prethodno definisanu tehniku „prividno najbliže (susedne) vrednosti” [Kennel i dr., 1992]. Na osnovu rezultata predstavljenih na slici 7-14 jasno je da za sva tri pravca ubrzanja oscilovanja tla procenat prividno najbližih susednih vrednosti raste sa povećanjem dimenzije razvijanja, vrlo brzo dostižući vršne vrednosti.

Sledeći korak u analizi podrazumeva izvođenje determinističkog testa, koji omogućava proveru determinističke prirode procesa čija je aktivnost u toku određenog vremenskog intervala predstavljena ispitivanom vremenskom serijom. U ovom slučaju, za sprovođenje determinističkog testa, primenjena je metoda predložena u radu [Kaplan, Glass, 1992], pomoću koje se vrši rekonstrukcija vektorskog polja rešenja pretpostavljenog sistema diferencijalnih jednačina originalnog sistema, a potom se pristupa izračunavanju determinističkog faktora κ . Detaljno objašnjenje ove metode dato je u poglavlju „Metodologija istraživanja”.



Slika 7-14. Određivanje minimalne vrednosti dimenzije razvijanja m za registrovana ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (puna linija), istok-zapad (isprekidana linija), kao i u vertikalnom pravcu (crta-tačka linija).

Za potrebe izvođenja determinističkog testa, prethodno rekonstruisan (razvijen) fazni prostor podeljen je mrežom kvadrata dimenzije $41 \times 41 \times 41$ (što predstavlja maksimalni broj polja). Radi određivanja determinističkog faktora κ uzimani su u obzir samo oni kvadranti obuhvaćeni rekonstruisanim vektorskim poljem (kroz koje prolaze trajektorije-rešenja sistema). S obzirom na to da vrednost optimalne dimenzije razvijanja nije mogla biti određena pomoću testa prividno najbliže (susedne) tačke, deterministički test je sproveden za nekoliko vrednosti dimenzija razvijanja, u intervalu $m=2-10$. Na slici 7-15 jasno se uočava da je u sva tri posmatrana slučaja $\kappa < 1$ (i ne teži jedinici), ukazujući na „nedeterminističko” ponašanje sistema.



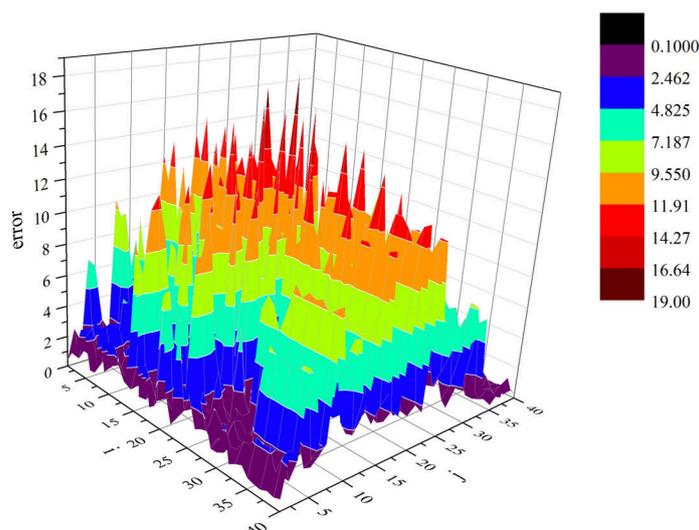
Slika 7-15. Promena vrednosti determinističkog faktora κ za različite vrednosti dimenzije razvijanja, za registrovana ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (puna linija), istok-zapad (isprekidana linija), kao i u vertikalnom pravcu (crta-tačka linija).

Naredni korak analize podrazumeva izvođenje testa stacionarnosti. Kao što je u poglavlju „Metodologija istraživanja” detaljno opisano, u ovom slučaju je usvojena metoda ispitivanja stacionarnosti pomoću testa stacionarnosti [Schreiber, 1997], koja se bazira na proračunu srednje kvadratne greške budućih vrednosti okoline izabrane tačke³. Registrovane vremenske serije za sve tri komponente ubrzanja tla podeljene su jednakim brojem segmenata (41x41), ali sa različitim brojem podataka unutar svakog segmenta (s obzirom na to da se i broj podataka za početne vremenske serije razlikuje). Tako, za pravac sever-jug, svaki segment sadrži oko 100 podataka, za pravac istok-zapad – oko 88, a za vertikalni pravac – oko 66. Proračun greške u predviđanju izvršen je, u sva tri ispitivana slučaja, za ukupno 41x41 kombinaciju segmenata. Test stacionarnosti je sproveden za vrednost optimalne dimenzije razvijanja $m=5$. Kvalitativno slični rezultati dobijaju se i za ostale vrednosti dimenzije razvijanja, u intervalu $m=2-10$. Rezultati ispitivanja prikazani su dvojako – u vidu distribucije greške

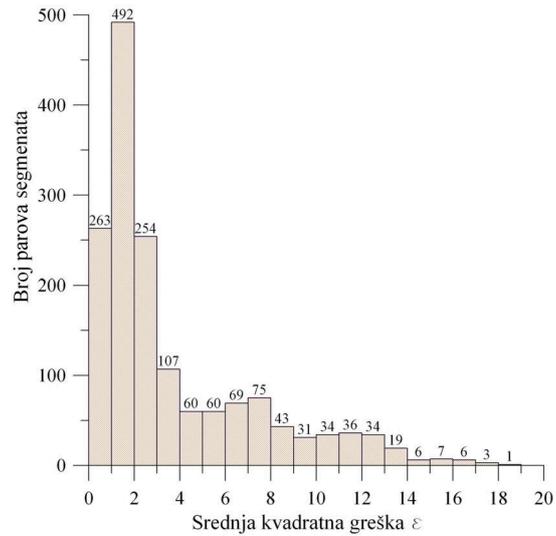
³ *cross-prediction error (ang.)*

po pojedinim segmentima, kao i u vidu histograma veličine greške u odnosu na broj parova segmenata za koje se određena greška javlja.

Rezultati testa stacionarnosti za pravac sever-jug prikazani su na slici 7-16. Boja svakog segmenta ukazuje na grešku u predviđanju, korišćenjem vrednosti segmenta i za predviđanje vrednosti segmenta j . Dijagram raspodele greške u predviđanju, prikazan na slici 7-17, ukazuje na mali broj segmenata sa visokim procentom greške, što se može potvrditi i histogramom veličine greške (slika 7-18). Jasno je da se za daleko najveći broj parova segmenata (86,5%) javlja mala do srednja greška u predviđanju (prva polovina histograma, za $\varepsilon < 10$), potvrđujući stacionarnost ispitivanog procesa („u pozadini”). U ovom slučaju, na osnovu segmenata $i=15-25$ ne može se izvršiti predviđanje vrednosti segmenata $j=15-25$. Drugim rečima, središnji deo dijagrama na slici 17 pokazuje najveći procenat greške.

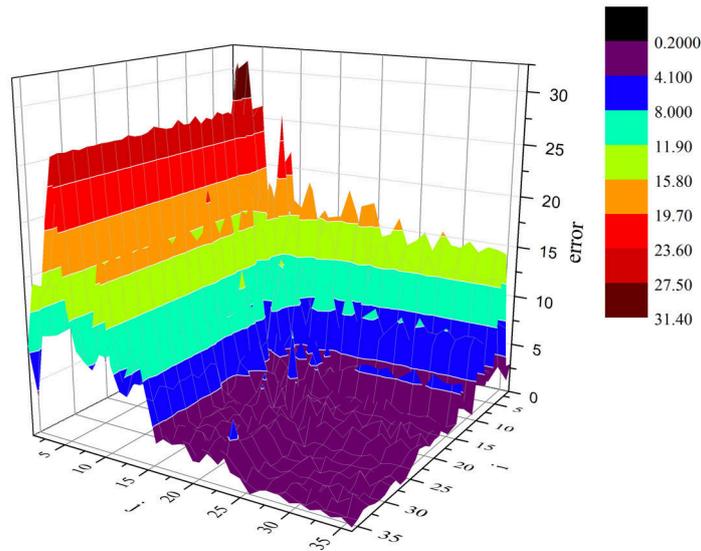


Slika 7-16. Test stacionarnosti za pravac sever-jug. Dijagram pokazuje prosečnu grešku u unakrsnom predviđanju δ_{ij} u zavisnosti od različitih kombinacija segmenata. Procenat visoke greške (crvena do tamnocrvena boja) je kvalitativno nizak.

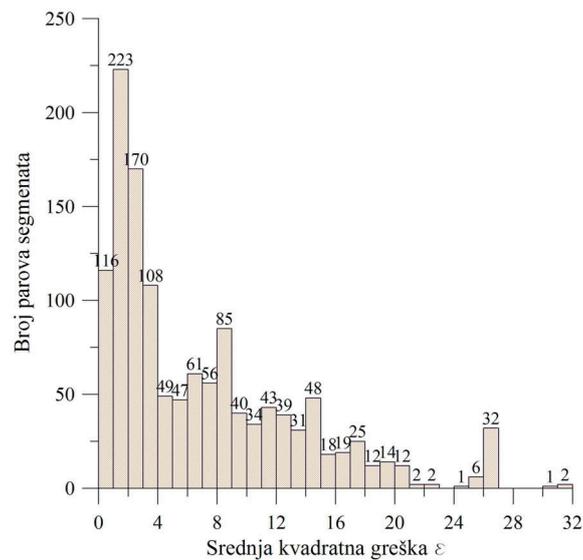


Slika 7-17. Histogram veličine greške u predviđanju u odnosu na broj parova segmenata u kojima se javlja, za pravac sever-jug. Jasno je da najveći broj parova segmenata (1454) ima malu do srednju grešku ($\varepsilon < 10$; 86,5%).

Rezultati testa stacionarnosti za pravac istok-zapad prikazani su na slici 7-18. U ovom slučaju (za razliku od prethodnog) javlja se „nagomilavanje” greške za male skupove segmenata j . Naime, vrednosti svih segmenata i ne daju tačno predviđanje vrednosti segmenta $j=1-7$. Na histogramu veličine grešaka u odnosu na broj segmenata (slika 7-19) može se uočiti da se za najveći broj parova segmenata (69,5%) javlja mala do srednja greška u predviđanju (prva polovina histograma, za $\varepsilon < 16$), potvrđujući stacionarnost ispitivanog procesa.



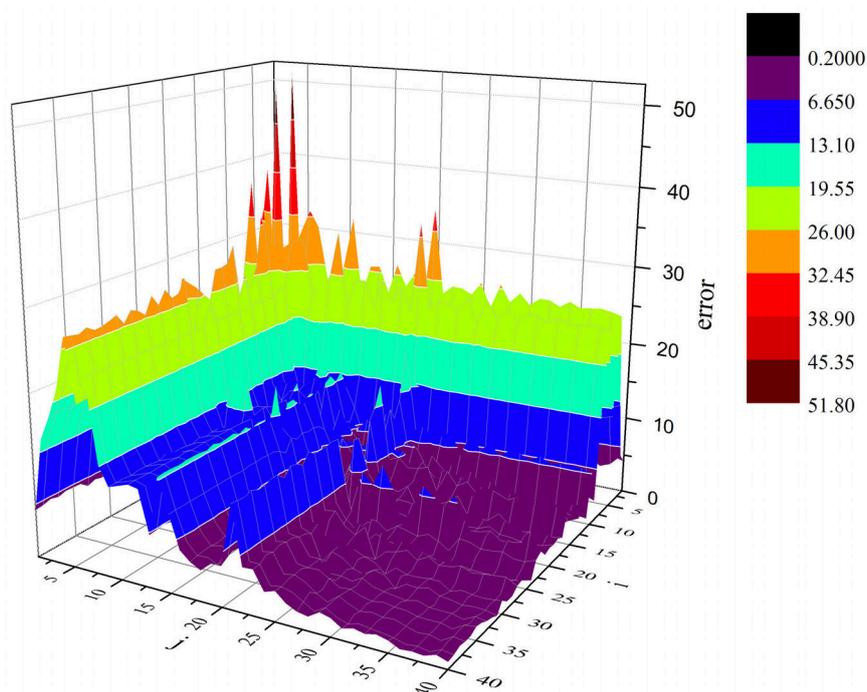
Slika 7-18. Test stacionarnosti za pravac istok-zapad. Dijagram pokazuje prosečnu grešku u unakrsnom predviđanju δ_{ij} u zavisnosti od različitih kombinacija segmenata.



Slika 7-19. Histogram veličine greške u predviđanju u odnosu na broj segmenata u kojima se javlja, za oscilovanje tla u pravcu istok-zapad. Jasno je da najveći broj parova segmenata (1168) ima malu do srednju grešku ($\epsilon < 16$; 69,5%).

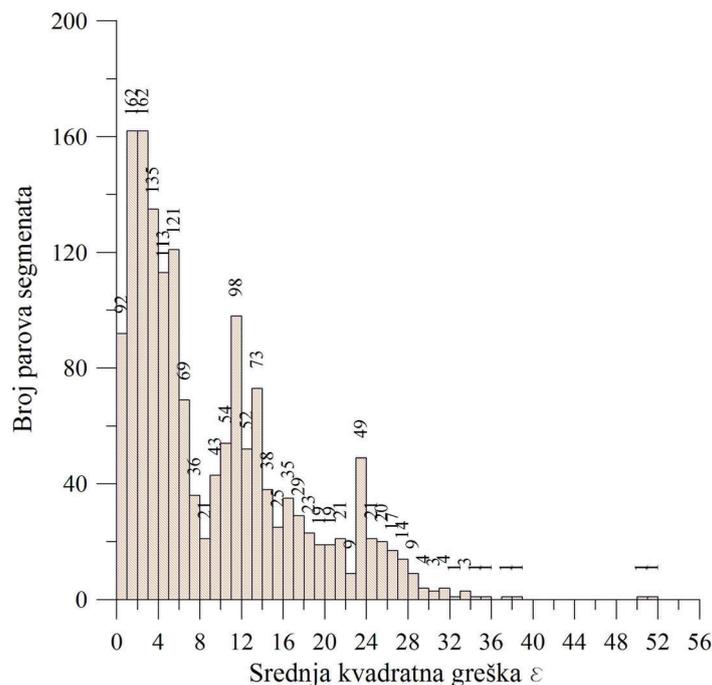
Rezultati testa stacionarnosti za vertikalni pravac prikazani su na slici 7-20. Za razliku od dijagrama u prethodna dva slučaja, rezultati ispitivanja stacionarnosti u vertikalnom

pravcu pokazuju jako mali procenat visoke greške u predviđanju (crvena do tamnocrvena boja).



Slika 7-20. Test stacionarnosti za vertikalni pravac. Dijagram pokazuje prosečnu grešku u unakrsnom predviđanju δ_{ij} u zavisnosti od različitih kombinacija segmenata. Procenat visoke greške (crvena do tamnocrvena boja) je kvalitativno nizak.

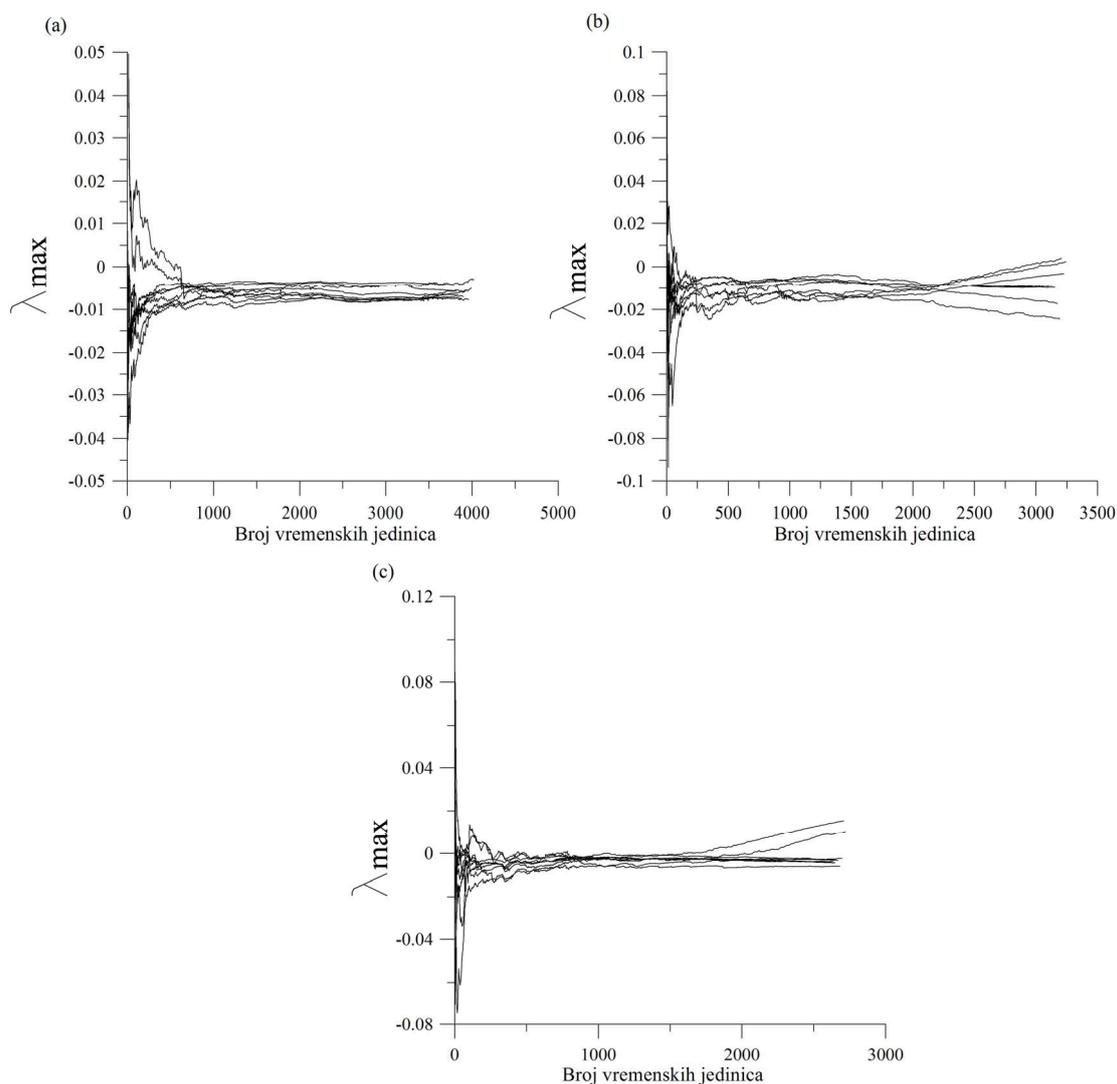
Kvalitativno niska geška u predviđanju može se potvrditi i histogramom veličine grešaka u odnosu na broj parova segmenata (slika 7-21). Jasno je da daleko najveći broj parova segmenata (93,4%) pokazuje malu do srednju grešku u predviđanju (prva polovina histograma, za $\varepsilon < 28$), potvrđujući stacionarnost početnog procesa.



Slika 7-21. Histogram veličine greške u predviđanju u odnosu na broj segmenata u kojima se javlja, za oscilovanje tla u vertikalnom pravcu. Jasno je da najveći broj segmenata (1570; 93,4%) ima malu do srednju grešku ($\varepsilon < 28$).

Nakon sprovođenja determinističkog testa i testa stacionarnosti, kao finalni korak analize, pristupljeno je izračunavanju vrednosti najvećeg Ljapunovljevog eksponenta. Kako je već obrazloženo u poglavlju „Nelinearna dinamika i teorija haosa - pregled osnovnih pojmova”, Ljapunovljev ekponent meri brzinu eksponencijalne divergencije dve susedne početne vrednosti sistema. Opšte posmatrano, postoje dva načina određivanja maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta. Prva metoda određivanja, poznatija kao Vulfova metoda [Wolf i dr., 1985] bazira se na proceni promene rastojanja između dva najbliže vrednosti (L_0), za fiksno vreme razvoja sistema (t_{evolve}). Metoda je detaljno objašnjena u poglavlju „Metodologija istraživanja”. S obzirom na to da vrednost optimalne dimenzije razvijanja nije određena metodom prividno najbliže vrednosti, pristupilo se određivanju maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta za dimenzije razvijanja u intervalu $m=2-10$ (slika 7-22). Kao što se može videti, u svim posmatranim slučajevima maksimalni Ljapunovljev ekponent teži negativnoj vrednosti,

ili blago pozitivnoj vrednosti (za dve vrednosti dimenzije razvijanja kod oscilovanja tla u pravcu istok-zapad i u vertikalnom pravcu).



Slika 7-22. Najveći Ljapunovljev eksponent za različite dimenzije razvijanja $m=2-10$, za registrovane vremenske serije ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (a), istok-zapad (b) i u vertikalnom pravcu (c). Za pravac sever-jug, za sve vrednosti dimenzije razvijanja, maksimalni Ljapunovljev eksponent teži negativnoj vrednosti. Međutim, za pravac istok-zapad i za vertikalni pravac, za dimenziju razvijanja $m=2$ i 3 , maksimalni Ljapunovljev eksponent teži pozitivnoj vrednosti.

S obzirom na to da za registrovano ubrzanje oscilovanja tla u pravcu istok-zapad i u vertikalnom pravcu, Volfova metoda daje vrednosti najvećeg Ljapunovljevog eksponenta različitog predznaka, čime se ne može isključiti potencijalna deterministička haotična priroda posmatranog sistema, može se primeniti i alternativna metoda razvijena u radovima [Rosenstein, 1993; Kantz, 1994]. Detaljan opis postupka dat je u poglavlju „Metodologija istraživanja”. Značajna prednost ove metode, pored preciznijeg određivanja vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta, predstavlja mogućnost njegove procene i za „nehaotične” sisteme, pošto ova metoda ne zahteva određivanja vrednosti minimalne dimenzije razvijanja. U našem slučaju, za izračunavanje brzine divergencije, odabrano je 100 referentnih tačaka, pri čemu je svaka od njih okružena sa najmanje 10 vrednosti, dok su rastojanja između susednih vrednosti u rasponu $\epsilon=1-10$ (slika 7-23). U ispitivanim slučajevima, kriva $S(\Delta n)$ pokazuje nagli skok u početnom trenutku $t \approx 0$ i vrlo brzo saturira sa povećanjem dimenzije razvijanja, što ukazuje na stohastičku prirodu posmatranog sistema.

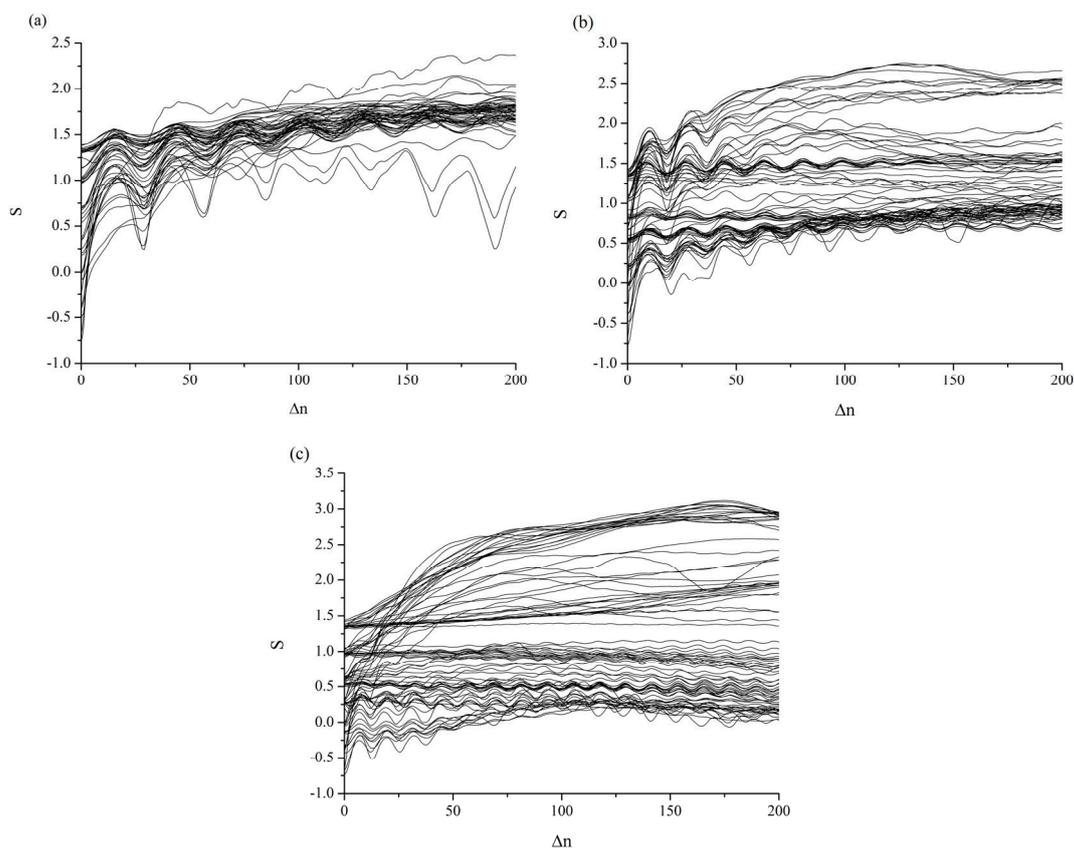
U cilju potvrđivanja validnosti dobijenih rezultata, izvršena je analiza vremenskih serija još dva registrovana rudarski generisana potresa na teritoriji Poljske, i to u basenu uglja u Gornjoj Sileziji (Prilog br. 3) i u rudniku bakra Legnica-Glogov (Prilog br. 4). Dobijeni rezultati takođe ukazuju na stohastičku prirodu rudarskih potresa.

7.2. ANALIZA DINAMIKE BARIDŽ-KNOPOF MODELA

U sledećoj fazi istraživanja, pristupilo se analizi dinamike nekoliko varijanti BK modela, i to:

- Karlson-Langer sistema sa jednim i dva bloka, i zakonom trenja zavisnim samo od brzine;
- Bekerovog sistema, sa jednim blokom i Diterih-Ruina zakonom trenja zavisnim od brzine i stanja;
- Madariaga sistema sa jednim blokom i Diterih-Ruina zakonom trenja zavisnim od brzine i stanja.

Analiza dinamike modela vršena je uvodeći dva nova parametra: vremensko kašnjenje τ (u Karlson-Langer i Madariaga sistemu) i parametar jačine trenja c (u Karlson-Langer sistemu), kao i pretpostavljajući periodičnu perturbaciju pojedinih kontrolnih parametara sa vremenom (u Madariaga i Bekеровom sistemu).



Slika 7-23. Izračunavanje vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta za vremenske serije ubrzanja oscilovanja tla: (a) pravac sever-jug, (b) pravac istok-zapad, (c) vertikalni pravac. Različite linije opisuju promenu rastojanja odabranih susednih tačaka u odnosu na referentnu trajektoriju.

7.2.1. ANALIZA PONAŠANJA REŠENJA KARLSON-LANGER SISTEMA ZA MODEL SA JEDNIM I DVA BLOKA

U prvom sistemu, polazimo od diferencijalne jednačine drugog reda za kretanje bloka sa oprugom, koji je prvobitno predložen u radu [Carlson, Langer, 1999] u sledećem obliku:

$$m\ddot{X}_j = k_c(X_{j+1} - 2X_j + X_{j-1}) - k_p x_j - F(v + \dot{X}_j) \quad (7.1)$$

gde tačke označavaju izvode po vremenu t , j označava broj bloka, X_j predstavlja pomeranje bloka j mase m u odnosu na početni ravnotežni položaj, dok je v brzina gornje ploče. Parametar k_c označava krutost harmonijske opruge koja povezuje blokove, a k_p krutost opruga koje povezuju blokove sa gornjom pločom (slika 7.24). Sila trenja F data je u sledećem obliku:

$$F(\dot{X}_j) = F_0 \phi(\dot{X}_j / v_c) \quad (7.2)$$

gde se ϕ gubi za velike vrednosti argumenta i $\phi(0) = 1$, dok v_c predstavlja karakterističnu brzinu (Carlson and Langer, 1989). Radi pogodnosti, sistem (7.1.) može biti predstavljen u bezdimenzionalnom obliku, uvodeći nove promenljive:

$$\begin{aligned} T \equiv \omega_p t, \omega_p^2 &\equiv k_p / m, U_j \equiv k_p X_j / F_0, v \equiv v / V_0 \\ v^c &\equiv v_c / V_0, V_0 \equiv F_0 / \sqrt{k_p m}, k \equiv k_c / k_p \end{aligned} \quad (7.3)$$

Veličina $2\pi/\omega_p$ predstavlja period oscilacija jednog bloka sa oprugom u odsustvu sile trenja klizanja (Carlson, Langer, 1989). Uvode nove promenljive (7.3), sistem (7.1) za jedan blok, u bezdimenzionalnom obliku, postaje (De Sousa Vieira, 1999):

$$\ddot{U} = -U - F(\dot{U}) + vt \quad (7.4)$$

gde U predstavlja pomeranje bloka, v – bezdimenzionalnu brzinu bloka, a F predstavlja odgovarajući zakon trenja:

$$F(\dot{U}) = \frac{I}{I + \frac{\dot{U}}{v^c}} \quad (7.5)$$

gde je v^c bezdimenzionalna karakteristična brzina. Kao što se može videti, sila trenja F između bloka i donje hrapave podloge zavisi samo od brzine bloka. U ovom slučaju, za razliku od pretpostavke u radu [Vieira, 1999], dozvoljeno je kretanje bloka „unazad”.

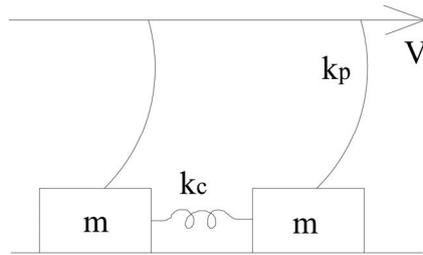
Polazeći od jednačine (7.4) za model sa jednim blokom, uvodimo vremensko kašnjenje τ i parametar jačine trenja c na sledeći način:

$$\ddot{U} = -U - \frac{c}{I + \frac{\dot{U}(t-\tau)}{v^c}} + vt \quad (7.6)$$

gde su parametri isti kao u jednačini (7.1). Takođe, parametri τ_1 i τ_2 , odnosno c_1 and c_2 uvode se i u model sa dva bloka (slika 7.24):

$$\begin{aligned} \ddot{U}_1 &= k_1(U_2 - U_1) - U_1 - \frac{c_1}{I + \frac{\dot{U}_1(t-\tau_1)}{v_1^c}} + vt \\ \ddot{U}_2 &= k_2(U_1 - U_2) - U_2 - \frac{c_2}{I + \frac{\dot{U}_2(t-\tau_2)}{v_2^c}} + vt \end{aligned} \quad (7.7)$$

gde k_1 i k_2 predstavljaju odnos sile u opruzi koja povezuje dva bloka, k_c , i sila u oprugama koje povezuju blokove i gornju pokretnu ploču, k_p , za prvi i drugi blok, redom. Parametri v_1^c and v_2^c predstavljaju bezdimenzionalne karakteristične brzine, dok su ostali parametri kao u jednačini (7.4).



Slika 7-24. Baridž-Knopof model sa dva bloka (m predstavlja masu bloka, k_c i k_p su konstante krutosti opruga, V je brzina gornje pokretne ploče).

Da bismo odredili fiksnu tačku sistema (ravnotežno stanje), ukoliko pođemo od jednačine (7.7), i pretpostavimo da je $\dot{U}_1 = \dot{U}_2 = v$, $\ddot{U}_1 = \ddot{U}_2 = 0$ (De Sousa Vieira, 1999), a usvojimo da je $k_1 = k_2 = k$, dobijamo:

$$\begin{aligned} 0 &= (U_2 - U_1) - U_1 - \frac{c_1 v_1^c}{v_1^c + v} + vt \\ 0 &= (U_1 - U_2) - U_2 - \frac{c_2 v_2^c}{v_2^c + v} + vt \end{aligned} \quad (7.8)$$

Sabiranjem dve jednačine u sistemu (7.8) dobijamo:

$$-(U_1 + U_2) = \left(\frac{c_1 v_1^c}{v_1^c + v} + \frac{c_2 v_2^c}{v_2^c + v} \right) - 2vt \quad (7.9)$$

a oduzimanjem druge od prve jednačine u sistemu (7.8) dobija se da je:

$$3(U_2 - U_1) + \left(\frac{c_2 v_2^c}{v_2^c + v} - \frac{c_1 v_1^c}{v_1^c + v} \right) = 0 \quad (7.10)$$

odakle sledi:

$$\begin{aligned} U_1 &= U_2 + \frac{1}{3} \left(\frac{c_2 v_2^c}{v_2^c + v} - \frac{c_1 v_1^c}{v_1^c + v} \right) \\ U_2 &= U_1 + \frac{1}{3} \left(\frac{c_1 v_1^c}{v_1^c + v} - \frac{c_2 v_2^c}{v_2^c + v} \right) \end{aligned} \quad (7.11)$$

Zamenjujući (7.11) u (7.9) dobijamo izraz za ravnotežno stanje sistema (7.7):

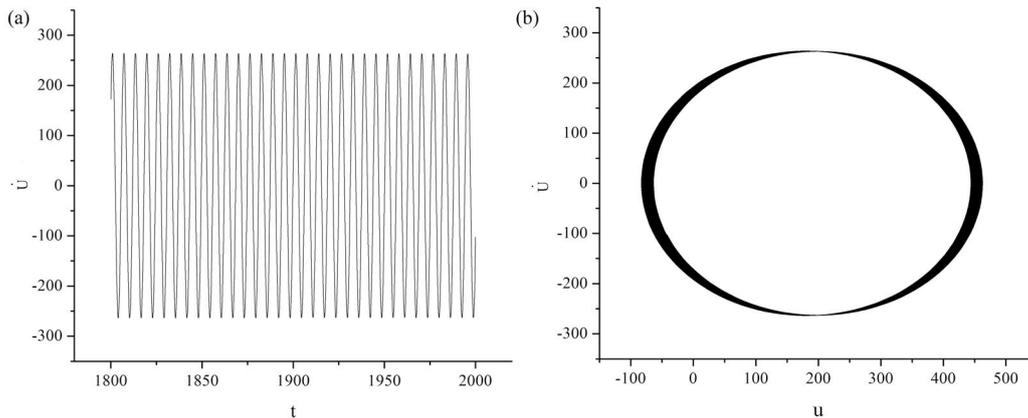
$$\begin{aligned} U_1^e &= -\left(\frac{2}{3} \frac{c_1 v_1^c}{v_1^c + v} + \frac{I}{3} \frac{c_2 v_2^c}{v_2^c + v}\right) + vt \\ U_2^e &= -\left(\frac{2}{3} \frac{c_2 v_2^c}{v_2^c + v} + \frac{I}{3} \frac{c_1 v_1^c}{v_1^c + v}\right) + vt \end{aligned} \quad (7.12)$$

U ovom slučaju, analiza je izvršena posmatranjem ponašanja rešenja u blizini ravnotežne tačke sistema. Pri tome, diferencijalne jednačine su rešavane numerički, primenom Runge-Kuta postupka četvrtog reda. Pri rešavanju diferencijalnih jednačina sa kašnjenjem, početna funkcija za U određena je u intervalu $[-\tau, 0]$ jednačinom (7.6) za $c=0$ (za model sa jednim blokom) i jednačinom (7.4) za $c_1=c_2=0$ (za model sa dva bloka).

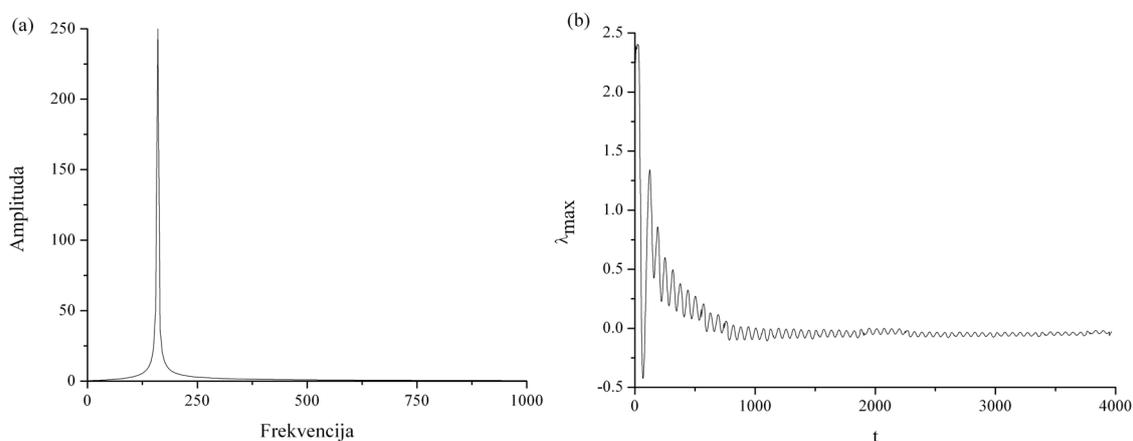
Rezultati su dobijeni variranjem kontrolnih parametara za model sa jednim blokom (c, τ) i dva bloka (c_1, c_2, τ_1, τ_2). Za svaki ispitani slučaj, prikazane su odgovarajuće vremenske serije i fazni portreti, zajedno sa određivanjem Furijeovog spektra snage i maksimalnog Ljapunoljevog eksponenta.

7.2.1.1. MODEL SA JEDNIM BLOKOM

U prvoj fazi analize, razmatra se početni model sa jednim blokom (7.4), za koji je usvojeno da je $v=0,1$ [Vieira, 1999]. Rezultati analize ukazuju na to da za različite vrednosti parametra v^c , ovaj model pokazuje samo oscilatorno ponašanje različitih amplituda. Na slici 7-25 prikazan je primer periodičnog ponašanja, u vidu odgovarajuće vremenske serije (Slika 7-25a) i faznog portreta (Slika 7-25b), za $v^c=1$. Usamljeni pik u Furijeovom spektru snage potvrđuje oscilatorno ponašanje (slika 7-26a), dok maksimalni Ljapunovljev eksponent konvergira ka $\lambda=-0,0296$, što takođe ukazuje na periodično ponašanje (slika 7-26b). U svim izvedenim simulacijama, tranzijentno ponašanje je zanemareno.



Slika 7-25. Vremenska serija $\dot{U}(t)$ (a) i odgovarajući fazni portret (b) za $v^c=1$ (oscilacije).

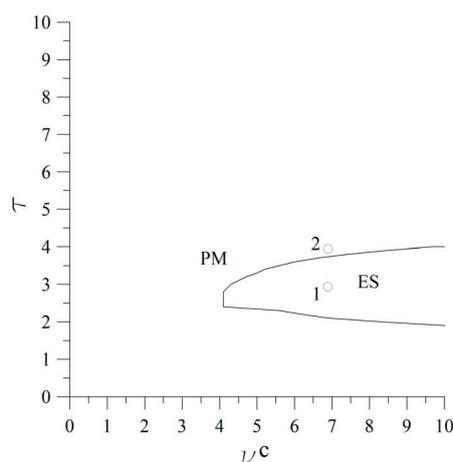


Slika 7-26. Furijeov spektar snage (a) i određivanje maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta (b) za vremensku seriju $\dot{U}(t)$ prikazanu na slici 7-25a: (a) usamljeni pik u spektru snage ukazuje na oscilatorno ponašanje modela; (b) najveći Ljapunovljev eksponent konvergira ka $\lambda = -0,0296$.

Sada prelazimo na analizu sistema (7.6), za različite vrednosti parametra jačine trenja c , i vremenskog kašnjenja τ . Uvodeći samo parametar c , pri čemu je $\tau=0$, i variranjem parametra v^c , ne dolazi do novog tipa dinamičkog ponašanja modela, izuzev za jako niske vrednosti parametra v^c ($<10^{-8}$), kada blok prelazi u ravnotežno stanje.

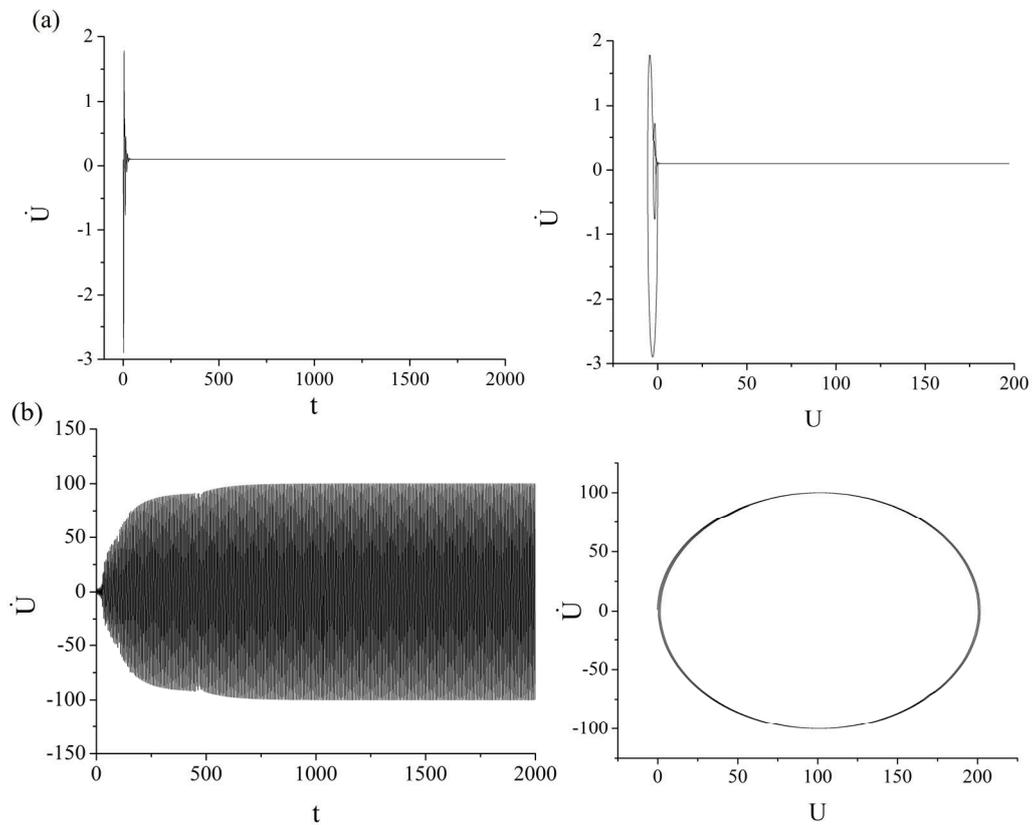
Sada uvodimo vremensko kašnjenje τ u izrazu za trenje, i posmatramo dinamičko ponašanje modela. Za konstantno $c=1$, ne dolazi do promena u ponašanju modela, što je i očekivano, s obzirom na to da nema promene u jačini trenja [Burrige, Knopoff, 1967; Carlson, Langer, 1989]. Međutim, ukoliko menjamo vrednost parametra c , onda uvedeno vremensko kašnjenje uzrokuje pojavu „oscilatorne smrti” [Yamaguchi, Shimizu, 1984; Aronson i dr., 1990, Reddy i dr., 1998]. Ova pojava je vrlo značajna i interesantna sa inženjerske tačke gledišta, jer ukazuje na činjenicu da sa povećanjem parametra τ može doći i do smirivanja kretanja bloka (a time i kretanja duž raseda), što može dovesti do aseizmičkog kretanja duž raseda bez pojave potresa.

Sa povećanjem vrednosti parametra τ , blok prelazi iz ravnotežnog stanja u oscilatorno kretanje, i opet u ravnotežno stanje. Na slici 7-27 prikazan parametarski prostor (τ, v^c) sistema sa jednim blokom, na kojem su izdvojene oblasti različitog dinamičkog ponašanja (ravnotežno stanje i oscilatorno kretanje), za fiksiranu vrednost parametra c ($c=3$).



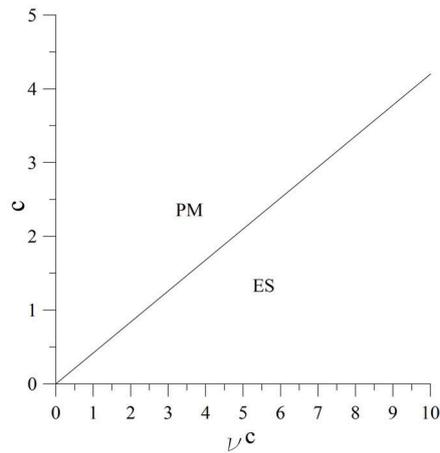
Slika 7-27. Parametarski prostor (τ, v^c) sistema sa jednim blokom, za $c=3$. ES i PM predstavljaju redom skraćenice za ravnotežno stanje i oscilacije bloka. Dijagram je konstruisan za veličinu koraka 0,1, i za τ i za v^c . Vremenske serije i fazni portreti za tačku 1 i 2 prikazani su na Slici 7-28.

Primeri ravnotežnog stanja i oscilacija za tačke 1 i 2 na slici 7-27, redom, prikazani su u obliku odgovarajućih vremenskih serija i faznih portreta na slici 7-28.



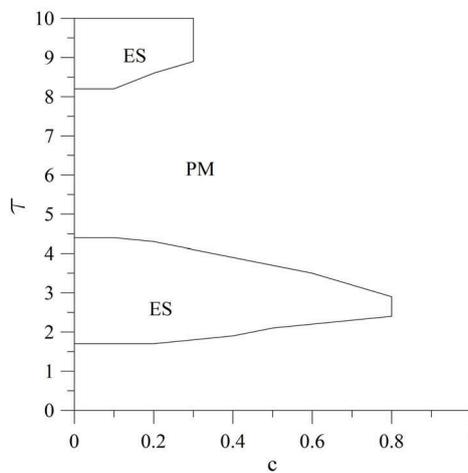
Slika 7-28. Vremenska serija $\dot{U}(t)$ i odgovarajući fazni portret za: (a) ravnotežno stanje (tačka 1 sa slike 7-27; $v^c=7$, $\tau=3$, $c=3$), (b) periodično ponašanje (tačka 2 sa slike 7-27; $v^c=7$, $\tau=4$, $c=3$). Fazni portret na slici (b) dobijen je zanemarujući tranzijentno ponašanje.

Takođe, dve odvojene oblasti sa različitim dinamičkim ponašanjem (ravnotežno stanje i oscilacije) pojavljajuju se i kada se vremensko kašnjenje τ drži konstantnim, a parametar c se menja. Na slici 7-29 prikazan je ovaj slučaj, kada je $\tau=3$.



Slika 7-29. Parametarski prostor (c, ν^c) sistema sa jednim blokom, za $\tau=3$. Dijagram je konstruisan za veličinu koraka 0,1, i za c i za ν^c . ES i PM predstavljaju redom skraćenice za ravnotežno stanje i oscilacije bloka.

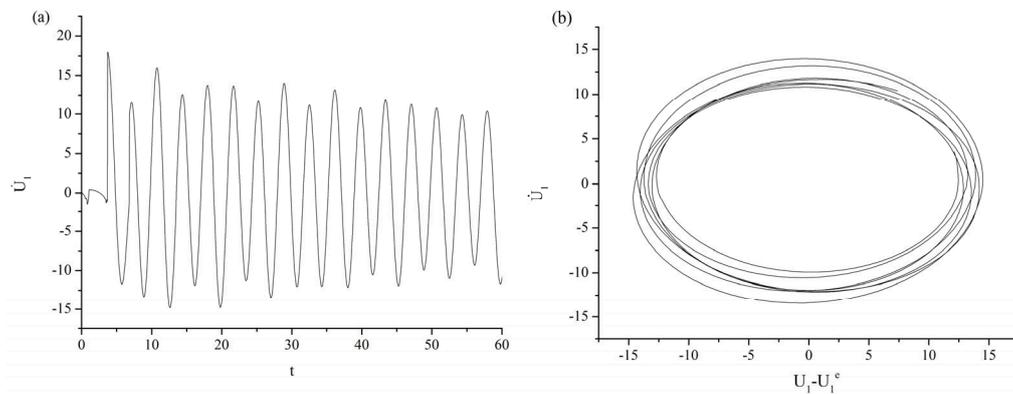
Sada osmatramo ponašanje modela istovremeno varirajući oba uvedena parametra, c i τ , za $\nu^c=1$ [Vieira, 1999]. U ovom slučaju, takođe se izdvajaju dve oblasti sa različitim dinamičkim ponašanjem – ravnotežno stanje i oscilacije (slika 7-30). Analiza pokazuje da se periodično ponašanje osmatra za vrednosti parametra $c \leq 10$.



Slika 7-30. Parametarski prostor (c, τ) sistema sa jednim blokom, za $\nu^c=1$. Dijagram je konstruisan za veličinu koraka 0,1, i za τ i za c . ES i PM predstavljaju redom skraćenice za ravnotežno stanje i oscilacije bloka.

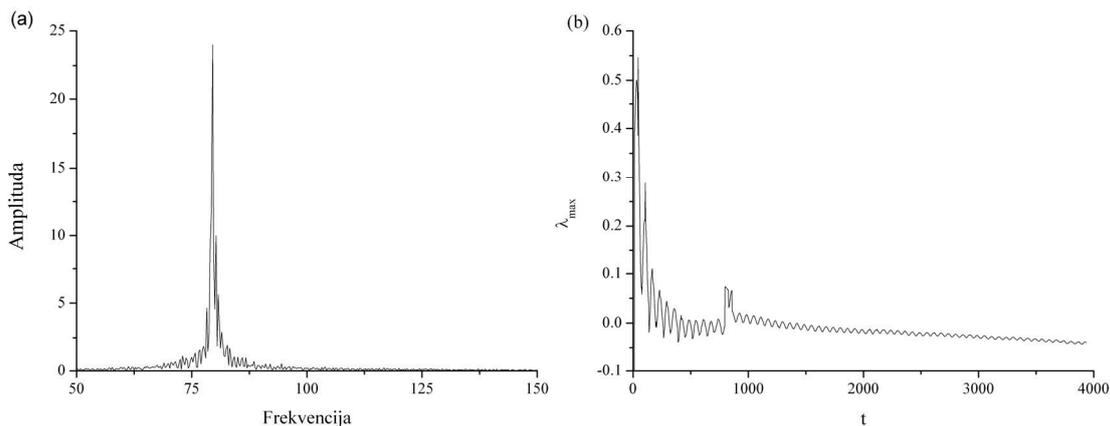
7.2.1.2. MODEL SA DVA BLOKA

Slična analiza izvedena je i za model sa dva bloka (7.7). U svim ispitivanim slučajevima, usvaja se da je $k_1=k_2=k=1$. U prvom koraku, vrši se analiza samo početnog modela ($c_1=c_2=1$) bez vremenskog kašnjenja ($\tau=0$), i sa fiksiranim vrednostima parametara $v^c_1=v^c_2=1$. U ovom slučaju, ispitivani model pokazuje samo oscilatorno ponašanje. Odgovarajuća vremenska serija i fazni portret za oscilatorno ponašanje prikazani su na slici 7-31. Usamljeni pik u Furijeovom spektru snage potvrđuje oscilatorno ponašanje modela (slika 7-32a), dok negativna vrednost maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta $\lambda=-0,039$ takođe ukazuje na periodično ponašanje (Slika 7-32b).



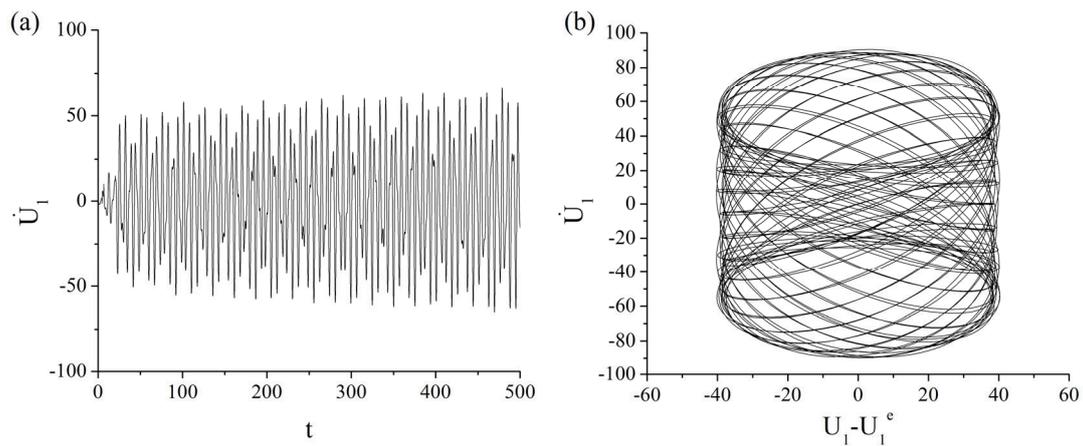
Slika 7-31. Vremenska serija $U_1(t)$ (a) i odgovarajući fazni portret (b) za $c_1=c_2=1$, $\tau=0$, $k_1=k_2=k=1$ i $v^c_1=v^c_2=1$ (oscilacije).

U sledećem koraku, najpre se uvode parametri jačine trenja c_1 i c_2 . Istovremenim variranjem ova dva uvedena parametra, sa konstantom vrednošću parametara $v^c_1=v^c_2=1$, model pokazuje kvaziperiodično ponašanje. Jedino za jednake vrednosti parametara c_1 i c_2 , model pokazuje oscilatorno ponašanje.

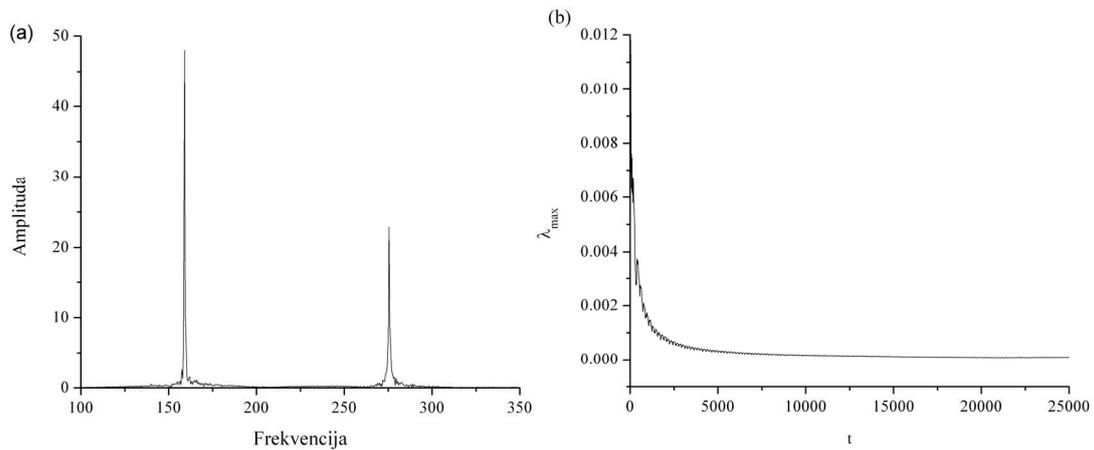


Slika 7-32. Furijeov spektar snage (a) i određivanje maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta (b) za vremensku seriju $\dot{U}(t)$ prikazanu na slici 7-31a: (a) usamljeni pik u spektru snage ukazuje na oscilatorno ponašanje modela; (b) maksimalni Ljapunovljev eksponent konvergira ka negativnoj vrednosti $\lambda = -0,039$.

Slično, ukoliko se uvede vremensko kašnjenje u izrazu za trenje za oba bloka, τ_1 i τ_2 , sa identičnom jačinom trenja $c_1=c_2$, model takođe pokazuje kvaziperiodično ponašanje, izuzev u slučaju jednakih vrednosti parametara $\tau_1 = \tau_2$, kada je ponašanje periodično. Primer kvaziperiodičnog ponašanja, za vrednosti parametara $\tau_1=4$, $\tau_2=5$, $c_1=c_2=2$, i $v^e_1=v^e_2=1$ prikazan je na slici 7-33, u obliku odgovarajuće vremenske serije i faznog portreta. Dva pika u Furijeovom spektru snage potvrđuju kvaziperiodično ponašanje modela (slika 7-34a), dok je druga potvrda kvaziperiodičnosti data preko približno nulte vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta (slika 7-34b).



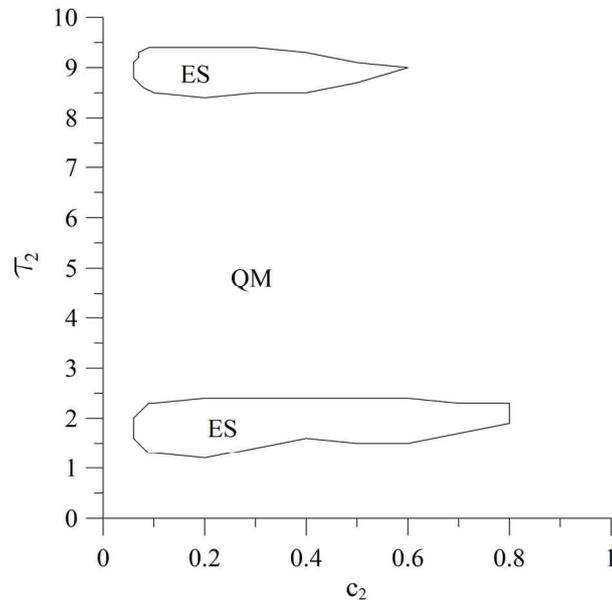
Slika 7-33. Vremenska serija $\dot{U}_1(t)$ (a) i odgovarajući fazni portret (b) za $\tau_1=4$, $\tau_2=5$, $c_1=c_2=2$, $k_1=k_2=k=1$ i $v^e_1=v^e_2=1$ (kvaziperiodično kretanje).



Slika 7-34. Furijeov spektar snage (a) i određivanje maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta (b) za vremensku seriju $\dot{U}(t)$ prikazanu na slici 7-33a: (a) dva pika u spektru snage ukazuju na kvaziperiodično ponašanje; (b) maksimalni Ljapunovljev eksponent približno konvergira ka $\lambda \approx 0$.

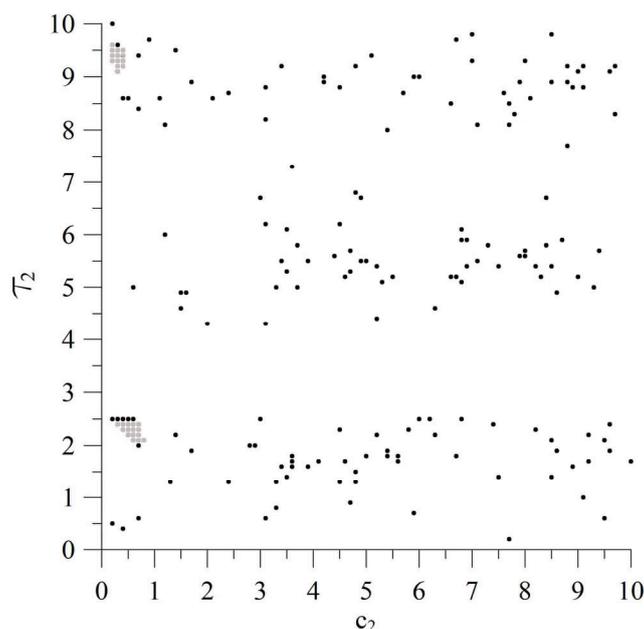
U sledećem koraku, vrši se razmatranje kretanja blokova za slučaj kada se prvi blok drži u ravnotežnom stanju, za $c_1=0,1$ i $\tau_1=3,0$ dok se parametri c_2 i τ_2 za drugi blok variraju. Rezultati analize su prikazani na slici 7-35, gde se jasno može uočiti da prevladava kvaziperiodično ponašanje, sa dve relativno male oblasti ravnotežnog

stanja (u parametarskom prostoru) za male vrednosti parametra jačine trenja ($c_2 < 1$). Analiza takođe pokazuje da kvaziperiodično ponašanje preovladava za $c_2 \leq 10$, bez pojave drugih tipova ponašanja. Oscilacije blokova (periodično ponašanje) javljaju se samo kao tranzijentna pojava, sa vrlo brzim prelaskom u kvaziperiodično ponašanje.



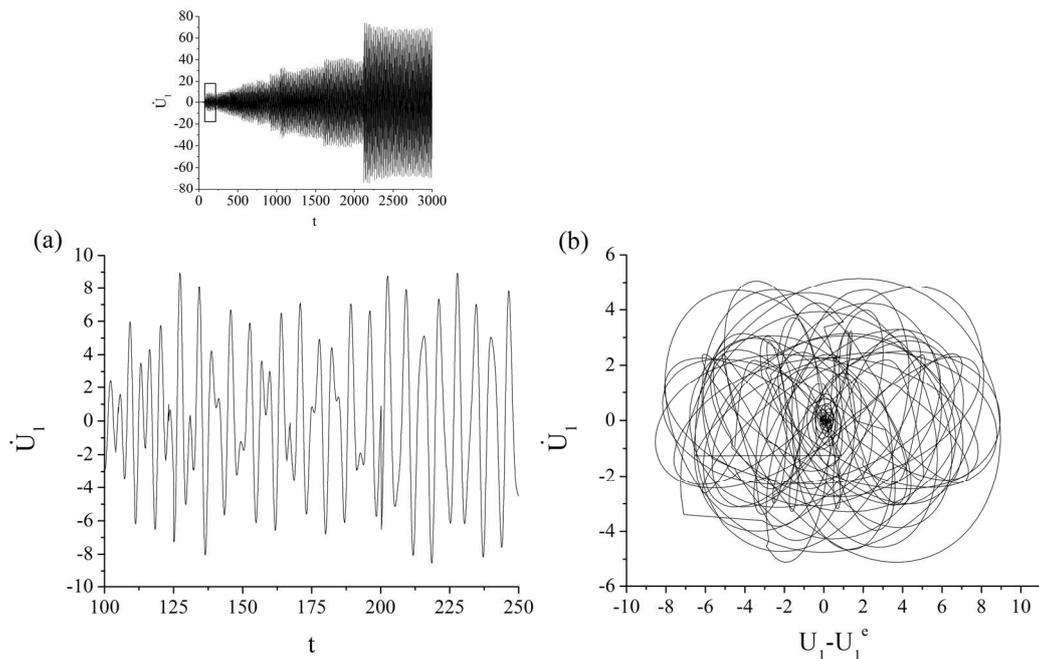
Slika 7-35. Parametarski prostor (c_2, τ_2) sistema sa dva bloka, za konstantne vrednosti $c_1=0,1$, $\tau_1=3,0$ (prvi blok u ravnotežnom stanju). Dijagram je konstruisan za veličinu koraka 0,1, i za τ_2 i za c_2 . ES i QM predstavljaju redom skraćenice za ravnotežno stanje i kvaziperiodično ponašanje. Vrednosti ostalih parametara su kao na slici 7-33.

Međutim, ukoliko prvi blok pokazuje oscilatorno ponašanje (slika 7-30), a parametri c_2 i τ_2 za drugi blok se menjaju, posmatrani model sa dva bloka pokazuje uglavnom kvaziperiodično ponašanje, pri čemu se periodično ponašanje i ravnotežno stanje javljaju samo za izolovane vrednosti u parametarskom prostoru sistema sa dva bloka (slika 7-36).

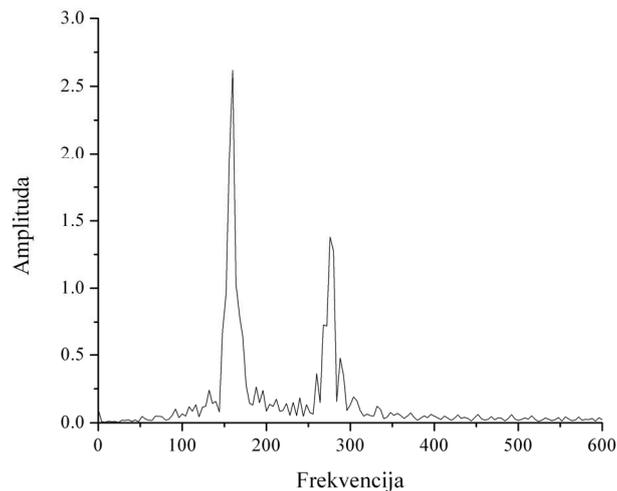


Slika 7-36. Parametarski prostor (c_2, τ_2) sistema sa dva bloka, za konstantne vrednosti parametara za prvi blok $c_1=0,2$, $\tau_1=0,5$ (oscilatorno ponašanje za prvi blok). Dijagram je konstruisan za veličinu koraka 0,1, i za τ_2 i za c_2 . Crne tačke označavaju oscilatorno ponašanje, sive tačke – ravnotežno stanje, belo područje – kvaziperiodično ponašanje. Vrednosti ostalih parametara su: $v_1^c=v_2^c=1$, $k_1=k_2=k=1$.

Pored periodičnog i kvaziperiodičnog ponašanja, utvrđena je i pojava ponašanja nalik determinističkom haosu, ali samo kao tranzijentnog fenomena (slika 7-37). Ovde se termin „tranzijentni” koristi da bi se naglasio relativno kratak vremenski interval u kome se ovo ponašanje opaža u odnosu na celokupno trajanje analizirane vremenske serije (mala slika iznad slike 7-37a). Kontinualni širokopojasni šum u spektru snage (slika 7-38) potvrđuje ponašanje posmatranog modela nalik haotičnom.

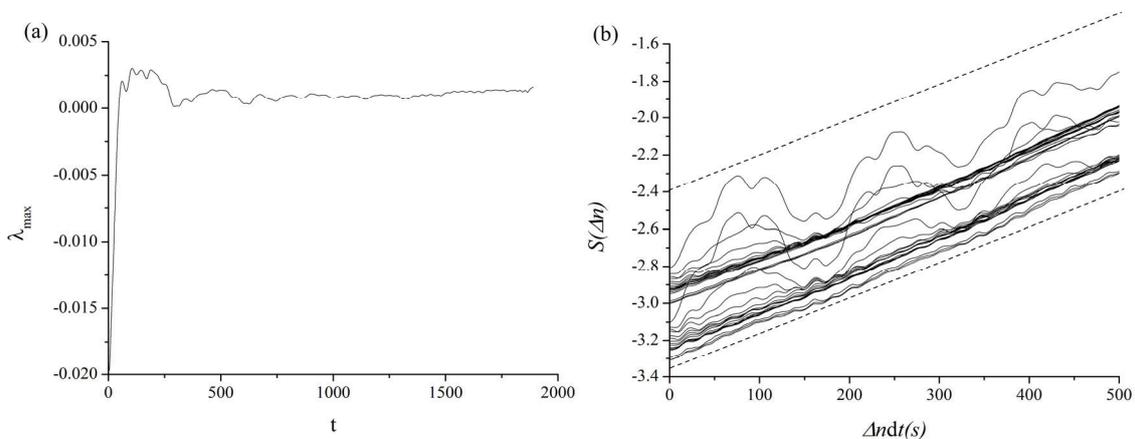


Slika 7-37. Vremenska serija $\dot{U}_1(t)$ (a) i odgovarajući fazni portret (b) za $c_1=0.2$, $\tau_1=0.5$ (oscilatorno ponašanje za prvi blok), $c_2=0.2$ i $\tau_2=3$ (deterministički kaos). Vrednosti ostalih parametara su: $\nu_1^e = \nu_2^e = 1$, $k_1=k_2=k=1$. Celokupna vremenska serija, za 2000 jedinica, prikazana je na maloj slici iznad slike 7-37a, na kojoj je „haotična” oblast izdvojena pravougaonikom.



Slika 7-38. Širokopojasni šum u Furijeovom spektru snage može ukazivati na postojanje ponašanja nalik relativno slabom tranzijentnom determinističkom haosu.

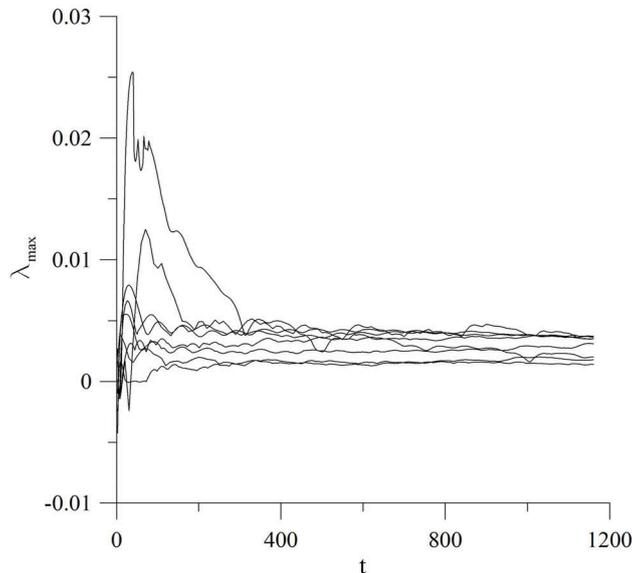
Neophodno je naglasiti da je određivanje vrednosti najvećeg Ljapunovljevog eksponenta, za slučaj tranzijentnog ponašanja nalik haotičnom, još uvek u fazi istraživanja. U opštem slučaju, „proglašavanje” ponašanja tranzijentnim haosom moguće je samo na osnovu vrednosti Ljapunovljevog eksponenta u konačnom vremenskom intervalu (Stefanski, i dr. 2010). U okviru ovog istraživanja, pojava ponašanja nalik determinističkom haosu je potvrđena pozitivnom vrednošću maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta, koristeći dve metode (Wolf, i dr., 1985; Rosenstein i dr., 1993). U oba slučaja, vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta su pozitivne i istog reda veličine: $\lambda_{max}=0,0016$ i $0,0019$, redom (slika 7-39).



Slika 7-39. Određivanje vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta za vremensku seriju prikazanu na slici 7-37 (2): (a) $\lambda_{max}=0,0016$ (Wolf et al., 1985); (b) $\lambda_{max}\approx 0,0019$ (Rosenstein et al., 1993). Nagib pravih linija koji označava rast efektivne brzine razdvajanja $S(\Delta n)$ predstavlja robusnu ocenu vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta. Rezultati su dobijeni za 1000 referentnih tačaka i malu okolinu $\varepsilon=0,1-0,15$.

Međutim, kako sistem (7.7) predstavlja sistem diferencijalnih jednačina sa kašnjenjem, to znači da su početni uslovi dati u obliku početne funkcije na intervalu $[-\tau,0]$. Prema tome, pristupilo se izvođenju dodatne analize pojave ponašanja nalik haotičnom usrednjavanjem po početnim uslovima, u intervalu $U_1^0 = [0;0,003]$, $U_2^0 = [0;0,05]$,

$\dot{U}_1^0 = [0; 0,003]$, $\dot{U}_2^0 = [0; 0,07]$. U svim ispitivanim slučajevima maksimalni Ljapunovljevi eksponenti konvergiraju ka pozitivnim vrednostima za različite početne uslove (slika 7-40). Štaviše, ove vrednosti su istog reda veličine (10^{-3}) kao i kod prvobitno ispitivanog slučaja (slika 7-39).

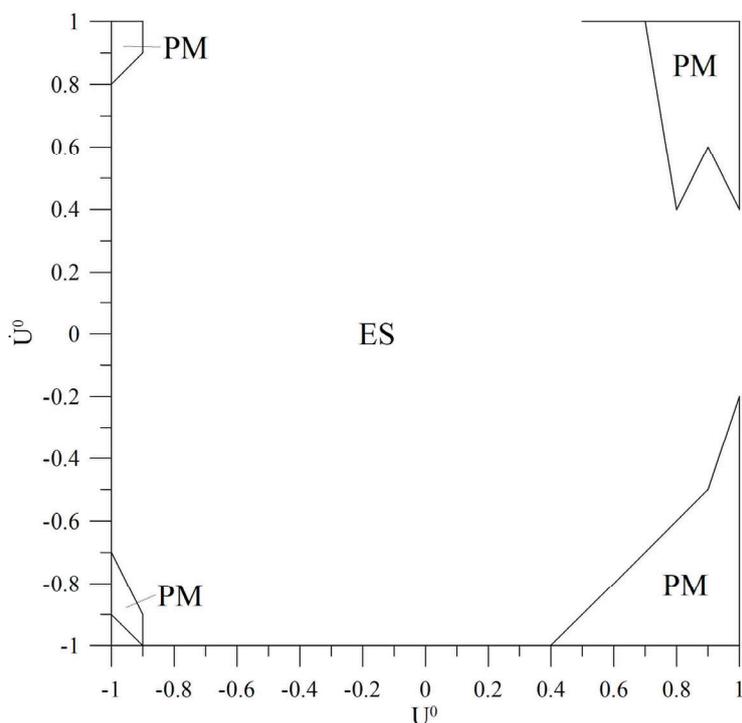


Slika 7-40. Određivanje vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta, po postupku iz (Wolf, i dr., 1985), usrednjavanjem po početnim uslovima u intervalu:

$U_1^0 = [0, 0,003]$, $U_2^0 = [0; 0,05]$, $\dot{U}_1^0 = [0; 0,003]$, $\dot{U}_2^0 = [0; 0,07]$. U svim ispitivanim slučajevima, maksimalni Ljapunovljev eksponent konvergira ka pozitivnim vrednostima reda veličine 10^{-3} (kao i za slučaj prikazan na slici 7-39).

U poslednjem koraku, pristupilo se analizi uticaja različitih početnih uslova na dinamičko ponašanje modela sa dva bloka. Izvedena analiza ukazuje na to da je dinamičko ponašanje ovog modela zavisno od početnih uslova, odnosno, za različite početne uslove, u okolini ravnotežnog stanja $(0; 0,1)$, u rasponu vrednosti $[-1,1]$, dolazi do pojave različitog dinamičkog ponašanja, odnosno kretanje dva bloka prelazi iz ravnotežnog stanja u oscilacije. Slika 7-41 pokazuje atraktore kada se vrednosti početnih uslova menjaju oko ravnotežne tačke sistema ($U_1^0 = U_2^0 = 0, \dot{U}_1^0 = \dot{U}_2^0 = 0,1$).

Kao što se vidi sa slike 7-41, sa većim udaljenjem od ravnotežnog stanja, sistem pokazuje oscilatorno ponašanje, ukazujući na moguću pojavu bistabilnosti u sistemu. Ova osetljivost modela bloka sa oprugom na promenu početnih uslova već je osmatrana u radu [Szkutnik i dr., 2003]. Njihova analiza je pokazala da karakter kretanja u modelu sa tri bloka, za određenu vrednost kontrolnih parametara, zavisi od početnih uslova. Drugim rečima, samo promenom početnog položaja jednog od blokova, dolazi do prelaza iz kvaziperiodičnog i nesinhronizovanog kretanja u periodično kretanje sa sinhronizacijom dva krajnja bloka.



Slika 7-41. Prostor početnih uslova ($\dot{U}_1^0 = \dot{U}_2^0 = \dot{U}^0$, $U_1^0 = U_2^0 = U^0$) sa pojavom ravnotežnog stanja (ES) i periodičnog ponašanja (PM), za vrednosti parametara: $c_1 = c_2 = 0,1$, $\tau_1 = \tau_2 = 3,0$. Dijagram je konstruisan za veličinu koraka 0,1 za \dot{U}^0 i U , redom. Vrednosti ostalih parametara su: $\nu_1^c = \nu_2^c = 1$, $k_1 = k_2 = k = 1$.

7.2.2. ANALIZA PONAŠANJA REŠENJA BEKEROVOG SISTEMA ZA MODEL SA JEDNIM BLOKOM

Za razliku od Karlson-Langer sistema, analiziranog u prethodnom odeljku, Beker [2000] polazi od Diterihovog konstitutivnog zakona trenja sa dve promenljive stanja, θ_1 i θ_2 :

$$\tau(V, \theta_1, \theta_2) = \tau_* + A \ln\left(\frac{V}{V_*}\right) + \sum_{i=1}^2 B_i \ln\left(\frac{V_* \theta_i}{L_i}\right) \quad (7.13)$$

gde su parametri A , B_i i L_i konstante; V^* i τ^* označavaju referentnu brzinu i čvrstoću na smicanje, redom, dok θ_i i V zavise implicitno od vremena t . Parametar L_i odgovara kritičnom rastojanju D_c koje blok pređe za vreme kretanja. Promena varijable stanja θ definiše se na sledeći način:

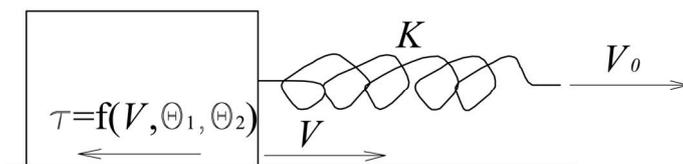
$$\frac{d\theta_i}{dt} = -\frac{V\theta_i}{L_i} \ln\left(\frac{V\theta_i}{L_i}\right), \quad i = 1, 2 \quad (7.14)$$

što je prvobitno predloženo od strane Ruine [1983].

Promena trenja u zavisnosti od početne brzine V_0 (pod dejstvom sile), brzine kretanja bloka V i krutosti opruge, $K > 0$, data je u sledećem obliku:

$$\frac{d\tau}{dt} = K(V_0 - V) \quad (7.15)$$

čime je kompletiran matematički model bloka sa oprugom (Slika 7-42). Primitimo da u ovom slučaju blok nije povezan preko opruge sa pokretnom pločom, već je zadnji kraj opruge izložen dejstvu sile.



Slika 7-42. Blok sa oprugom sa jednim stepenom slobode. Blok se pokreće konstantnom brzinom V_0 , dok se trenje duž kontaktne površi menja po zakonu zavisnom od brzine i dve promenljive stanja.

Jednačine (7.13), (7.14) i (7.15) mogu biti predstavljene i u bezdimenzionalnom obliku, uvođenjem sledećih promenljivih:

$$\begin{aligned} x &= \ln\left(\frac{V}{V_*}\right), \quad y = \frac{\tau - \tau_*}{A}, \quad z = \beta_2 \ln\left(\frac{V_* \theta_2}{L_2}\right) \\ \beta_i &= \frac{B_i}{A}, \quad \kappa = \frac{KL_1}{A}, \quad \rho = \frac{L_1}{L_2}, \quad T = \frac{V_*}{L_1} t, \end{aligned} \quad (7.16)$$

kada se dobija rezultujući sistem jednačina u bezdimenzionalnom obliku:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= e^x ((\beta_1 - 1)x + y - z) + y - z \\ \dot{y} &= (1 - e^x) \kappa \\ \dot{z} &= -e^x \rho (\beta_2 x + z) \end{aligned} \quad (7.17)$$

pri čemu je početna brzina V_0 izjednačena sa brzinom V^* bez gubitka opštosti. Sistem (7.17) opisuje kretanje bloka u funkciji bezdimenzionalne brzine x , napona (stresa) y , i promenljive stanja z .

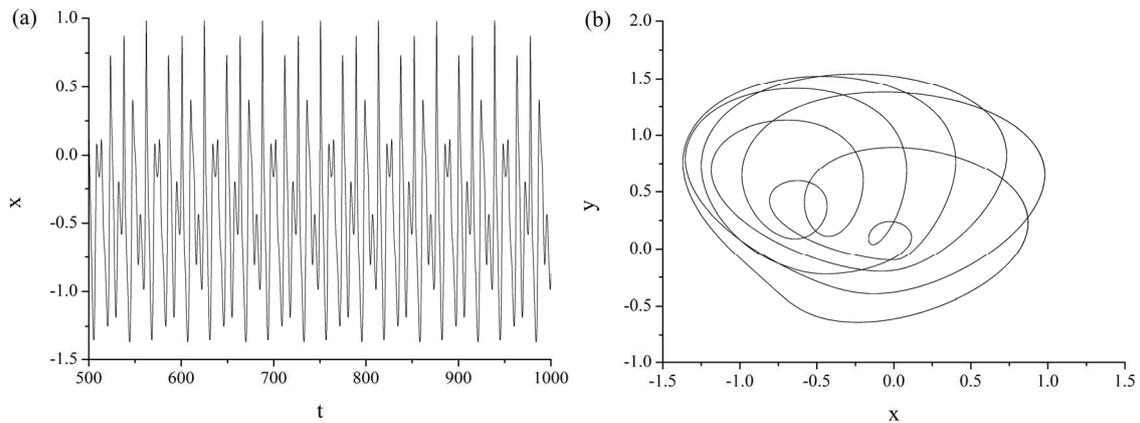
Prethodna istraživanja sistema jednačina (7.17) pokazala su da za fiksirane vrednosti parametara $\beta_1=1$, $\beta_2=0,84$ i $\rho=0,048$, i pri promeni samo jednog kontrolnog parametra κ (bezdimenzionalna krutost opruge), dolazi do pojave determinističkog haotičnog ponašanja za $\kappa < 0.85$ [Gu, i dr., 1984; Becker, 2000].

U ovom slučaju, pretpostavlja se periodična perturbacija parametara κ i β_1 u obliku pozitivnih periodičnih funkcija vremena:

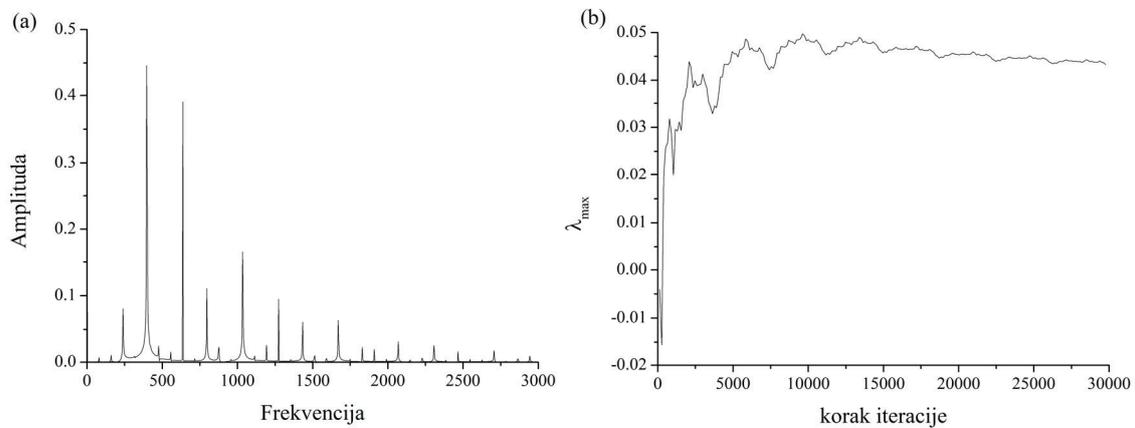
$$\begin{aligned} \beta_1(t) &= \beta_1 + \delta_\beta \sin(\omega_\beta t) \\ \kappa(t) &= \kappa + \delta_\kappa \sin(\omega_\kappa t) \end{aligned} \quad (7.18)$$

gde δ_β , δ_κ , ω_β , i ω_κ predstavljaju konstantne amplitude oscilacija i ugaone frekvencije, redom. Pri promeni vrednosti parametra, usvojeno da je $\delta_\beta \leq \beta_1$, $\delta_\kappa \leq \kappa$, kako bi perturbacije parametara bile održavane u tačno određenom rasponu. Ugaone frekvencije, ω_β i ω_κ , podešene su tako da odgovaraju frekvenciji oscilacija sistema u neperturbovanom stanju. Ukoliko se dva posmatrana parametra κ i β_1 menjaju, dok se vrednosti ostalih parametara održavaju konstantnim ($\beta_1=1$, $\kappa=1,5$, $\beta_2=0,84$, $\rho=0,048$, $\omega_\beta=0,8$, $\omega_\kappa=0,5$), dolazi do pojave „slabog” determinističkog haosa (slika 7-43), za $\kappa > 0,85$ (u suprotnosti sa rezultatima Becker, 2000) što je potvrđeno širokopojasnim,

kontinualnim šumom u Furijeovom spektru snage (slika 7-44a) i pozitivnom vrednošću maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta (slika 7-44b).



Slika 7-43. Vremenska serija $x(t)$ (a) i odgovarajući fazni portret (b) sistema (7.14) za amplitude perturbacije $\delta_\beta=0,9$ i $\delta_\kappa=0,5$, dok su vrednosti ostalih parametara (za sistem koji u nepertubovanom stanju ispoljava periodične oscilacije) održavane konstantnim: $\beta_1=1$, $\kappa=1,5$, $\beta_2=0,84$, $r=0,048$, $\omega_\beta=0,8$, $\omega_\kappa=0,5$ („slabo” determinističko haotično ponašanje).



Slika 7-44. Furijeov spektar snage (a) i određivanje maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta (b) za vremensku seriju $x(t)$ prikazanu na slici 7-43a: (a) kontinualni širokopojasni šum u spektru snage ukazuje na slabo determinističko haotično ponašanje; (b) maksimalni Ljapunovljev eksponent približno konvergira ka $\lambda \approx 0,04$.

7.2.3. ANALIZA DINAMIKE MADARIAGA SISTEMA ZA MODEL SA JEDNIM BLOKOM

Drugi model predstavljen je sistemom jednačina predloženim od strane Madariage [Erickson i dr., 2008]. Ove jednačine kretanja bloka, sa Diterih-Ruina zakonom trenja, u originalnom obliku date su na sledeći način:

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= -\left(\frac{v}{L}\right)\left(\theta + B \log\left(\frac{v}{v_0}\right)\right) \\ \dot{u} &= v - v_0 \\ \dot{v} &= \left(-\frac{1}{M}\right)\left(ku + \theta + A \log\left(\frac{v}{v_0}\right)\right)\end{aligned}\tag{7.19}$$

gde je M masa bloka, a k konstanta opruge, koja odgovara elastičnim svojstvima stenske mase u neposrednoj blizini rasedne zone [Scholz, 2002]. Prema [Dieterich, Kilgore, 1994] parametar L odgovara rastojanju koje blok pređe za vreme kretanja. Parametri A i B predstavljaju empirijske konstante, koje zavise od svojstava stenske mase. Prema [Rice, 1993: Rice i dr., 2001], parametar A meri direktnu zavisnost trenja od brzine (tzv., direktni efekat), dok $(A-B)$ predstavlja meru zavisnosti trenja od brzine u stacionarnom stanju (kada se blok kreće). Radi lakše analize, pogodno je izvršiti bezdimenzionalizaciju sistema (7.19) uvodeći nove promenljive θ' , v' , u' i t' na sledeći način: $\theta = A\theta'$, $v = v_0 v'$, $u = Lu'$, $t = (L/v_0)t'$, a potom vraćanjem na prethodne promenljive θ , v , u i t , čime dobijamo sistem jednačina u sledećem obliku:

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= -v(\theta + (1 + \varepsilon) \log(v)) \\ \dot{u} &= v - 1 \\ \dot{v} &= -\gamma^2 \left[u + (1/\xi)(\theta + \log(v)) \right]\end{aligned}\tag{7.20}$$

gde $\varepsilon = (B-A)/A$ predstavlja osetljivost bloka na promenu brzine gornje ploče, $\xi = (kL)/A$ je bezdimenzionalna konstanta opruge, a $\gamma = (k/M)^{1/2} (L/v_0)$ predstavlja bezdimenzionalnu frekvenciju trzanja [Erickson i dr., 2008].

7.2.3.1. PRIMENJENE METODE

S obzirom na logaritamski član u sistemu jednačina (7.20), analitičko rešavanje ovog sistema je jako otežano. Drugim rečima, logaritamski član čini posmatrani sistem numerički jako „krutim“ za uobičajene vrednosti parametara, u smislu da je potreban jako mali korak iteracije kako bi numerička integracija bila uspešno izvedena. Ovaj problem se može prevazići pojednostavljenjem posmatranog sistema, na primer regularizacijom nelinearnog člana za trenje za brzine bliske nuli [Lapusta, Rice, 2003; Szkutnik i dr., 2003]. Međutim, vrlo često ovakve aproksimacije su uzrokovale nemogućnost osmatranja kompleksnijeg ponašanja u posmatranim sistemima kada se parametrima dodele realne vrednosti. Iz tog razloga, potrebno je odabrati numeričku shemu koja će dozvoliti primenu punog nelinearnog člana. Shodno tome, umesto primene neke od eksplicitnih metoda koje mogu postati nestabilne u jednom trenutku integracije, ovde se usvaja metoda zadnjih razlika (ili metoda podeljenih razlika unazad) (BDF)⁴, koja pripada klasi implicitnih postupaka integracije, a koja je već primenjena pri rešavanju numerički krutih sistema diferencijalnih jednačina [Erickson i dr., 2008]. Ova metoda pripada grupi linearnih višekoračnih metoda numeričkog rešavanja običnih diferencijalnih jednačina [Mayers, 2003].

Što se tiče analize lokalnih bifurkacija, bifurkacione krive su prvo dobijene analitički, a potom su rezultati upoređeni sa rezultatima dobijenim numeričkim postupkom, primenom softverskog paketa DDE-BIFTOOL, koji predstavlja skup MATLAB alatki za numeričku bifurkacionu analizu sistema diferencijalnih jednačina sa kašnjenjem [Engelborghs, 2000; Engelborghs i dr., 2001]. DDE-BIFTOOL je do sada uspešno primenjivan u oblasti biologije, hemije i fizike [Luyzanina, i dr., 2001; Haegeman i dr., 2002]. Numerička proračunavanja (simulacije) su izvedena na osnovu algoritma u programskom jeziku C++ (mr Igor Franović, dipl.fiz.).

U cilju određivanja vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta, korišćen je softver M. Perca sa Univerziteta u Mariboru, koji je razvijen za potrebe analize

⁴ *backward differentiation formula (BDF) method (ang.)*

nelinearnih vremenskih serija [Perc, 2012]. Ovaj softver se oslanja na dobro poznati Vulfov metod, opisan u poglavlju „Metodologija istraživanja”.

7.2.3.2. ANALIZA PONAŠANJA REŠENJA U USLOVIMA PERIODIČNE PERTURBACIJE KONTROLNIH PARAMETARA

U prvoj fazi, pristupa se razmatranju dinamike ponašanja modela pri periodičnoj promeni parametara ε and ζ :

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= -V[\theta + (I + \varepsilon(t)) \log V] \\ \dot{U} &= V - I \\ \dot{V} &= -\gamma^2[U + (I / \zeta(t))(\theta + \log V)]\end{aligned}\tag{7.21}$$

gde su $\varepsilon(t)$ i $\zeta(t)$ pozitivne periodične funkcije vremena:

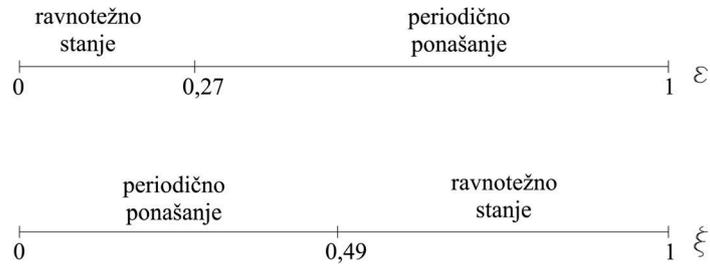
$$\begin{aligned}\varepsilon(t) &= \varepsilon + \delta_\varepsilon \sin(\omega_\varepsilon t) \\ \zeta(t) &= \zeta + \delta_\zeta \sin(\omega_\zeta t)\end{aligned}\tag{7.22}$$

i $\delta_\varepsilon \leq \varepsilon$, $\delta_\zeta \leq \zeta$, gde δ_ε , δ_ζ , ω_ε i ω_ζ redom predstavljaju konstantne amplitude oscilacije i ugaone frekvencije.

Ova vremenska zavisnost parametara može se pripisati laganim sporim unutrašnjim i spoljašnjim promenama okoline [Buric, Vasovic, 1999]. U ovom slučaju, perturbacija ovih parametara može biti izazvana promenama naponskog stanja usled napredovanja rudarskih radova (vibracije rudarskih mašina, efekti miniranja, i sl.). Parametar γ se u ovom slučaju ne modeluje, pošto se usvaja da ima konstantu vrednost (fiksne vrednosti parametra k i L). Slična analiza je izvedena u radu [Pefettini, et al., 2003], gde je usvojena pulsirajuća promena parametara sistema. Iako ovakav oblik promene parametara još uvek nema potpuno opravdanje u oblasti rudarskog inženjerstva, raznovrsno dinamičko ponašanje odgovara ponašanju uočenom za veći broj blokova, kao i za jedan blok sa uvedenim vremenskim kašnjenjem, tako da se očekuje da buduća empirijska istraživanja potvrde ovakav tip promene parametara sistema.

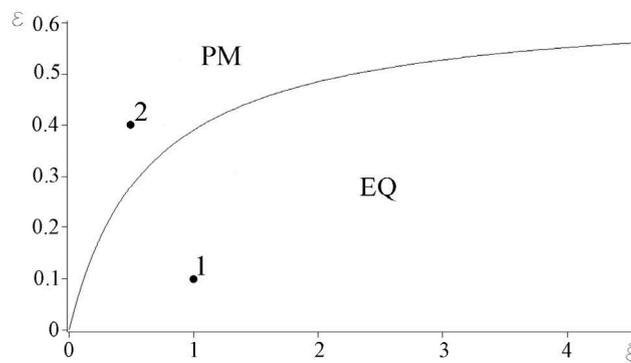
U prvoj fazi istraživanja, pristupa se analizi dinamike sistema (7.21) sa jednim perturbovanim parametrom, dok se drugi parametar održava konstantnim za vrednost

ravnatežnog stanja (fiksne tačke). Slika 7-45 ilustruje bifurkacije u sistemu (7.21) koje se javljaju kada se menja vrednost jednog od parametara ε i ζ , dok se drugi drži konstantnim.

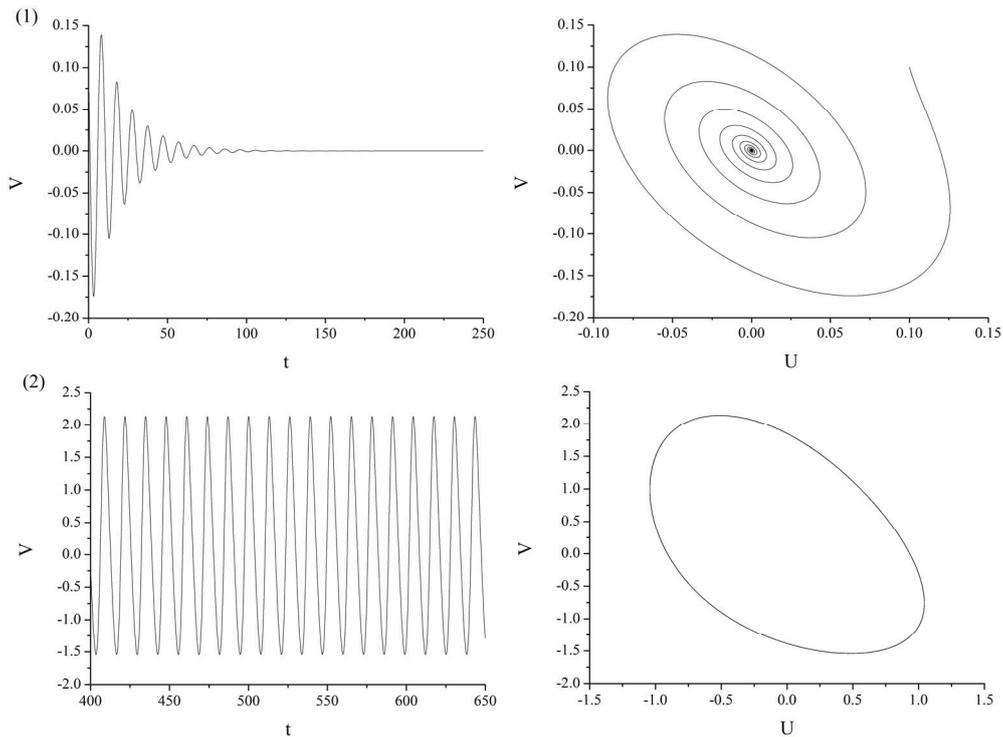


Slika 7-45. Bifurkacije sistema (7.21) pri varijaciji jednog od parametara ε ili ζ . Za svaki ispitivani slučaj, dok se jedan parametar varira, ostali se drže konstantnim za vrednost ravnatežnog stanja (fiksne tačke): $\varepsilon = 0,2$, $\zeta = 0,6$ i $\gamma = 0,8$.

U sledećem koraku, menjamo oba parametra ε i ζ istovremeno (slika 7-46), pri čemu se takođe uočava prelaz od stabilne fiksne tačke ka nestabilnoj, kada dolazi do stvaranja graničnog ciklusa. Odgovarajuće vremenske serije i fazni portreti za tačke 1 i 2 prikazani su na slici 7-47.

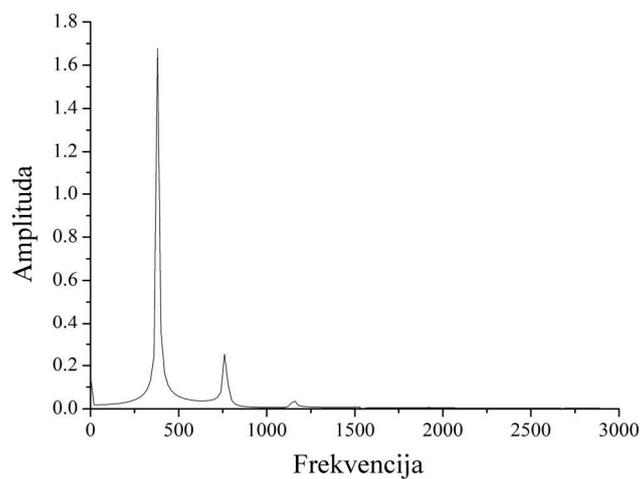


Slika 7-46. Parametarski prostor (ε, ζ) sistema (7.21), pri promeni oba parametra ε i ζ . Vrednost parametra $\gamma = 0,8$ odgovara vrednosti za koje sistem (7.18) ima stabilnu fiksnu tačku. Odgovarajuće vremenske serije i fazni portreti za tačke 1 i 2 prikazani su na slici 7-47. EQ i PM predstavljaju skraćenice za ravnatežno stanje i oscilatorno kretanje bloka, redom.



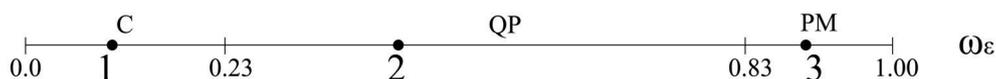
Slika 7-47. Vremenske serije $V(t)$ i odgovarajući fazni portreti za sledeće vrednosti parametara: (1) $\varepsilon=0,1$, $\zeta=1,0$ i $\gamma=0,8$ (ravnotežno stanje); (2) $\varepsilon=0,4$, $\zeta=0,5$ i $\gamma=0,8$ (oscilatorno kretanje).

Periodično (oscilatorno) kretanje bloka potvrđeno je jednim izraženim pikom u Furijeovom spektru snage (slika 7-48).

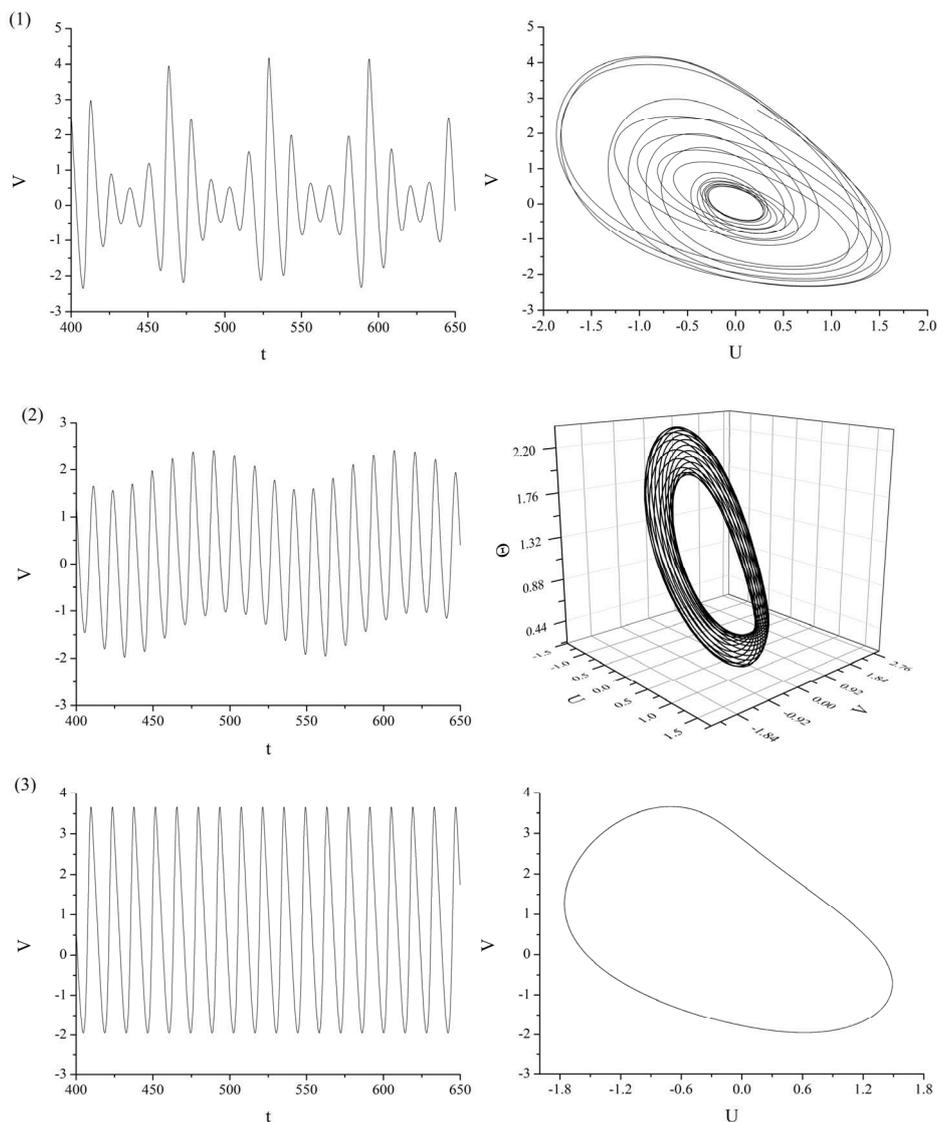


Slika 7-48. Usamljeni pik u spektru snage ukazuje na periodično kretanje bloka. Vrednosti parametara su iste kao na slici 7-47 (2).

U narednom koraku, najpre pretpostavljamo sinusoidalne oscilacije jednog od parametara, ε ili ζ , dok se vrednost drugog parametra održava konstantnom za malu okolinu fiksne tačke (ravnotežnog stanja) sistema, kada dolazi do pojave graničnog ciklusa. Na slici 7-49 prikazana je promena dinamičkog ponašanja sistema (7.21), pri variranju vrednosti ugaone frekvencije ω_ε . Odgovarajuće vremenske serije i fazni portreti za tačke 1, 2 i 3 prikazani su na slici 7-50. Analiza pokazuje da variranjem frekvencije samo jednog od parametara sistema, sa graničnom vrednošću amplituda oscilacija, sistem ispoljava periodično, kvaziperiodično i deterministički haotično ponašanje. Drugim rečima, smanjenjem vrednosti ugaone frekvencije ω_ε sistem prolazi kroz Ruel-Takens-Njuhaus put u kaos. Neophodno je naglasiti da se periodično (oscilatorno) ponašanje uočava za vrednost $\omega_\varepsilon \rightarrow 10$.



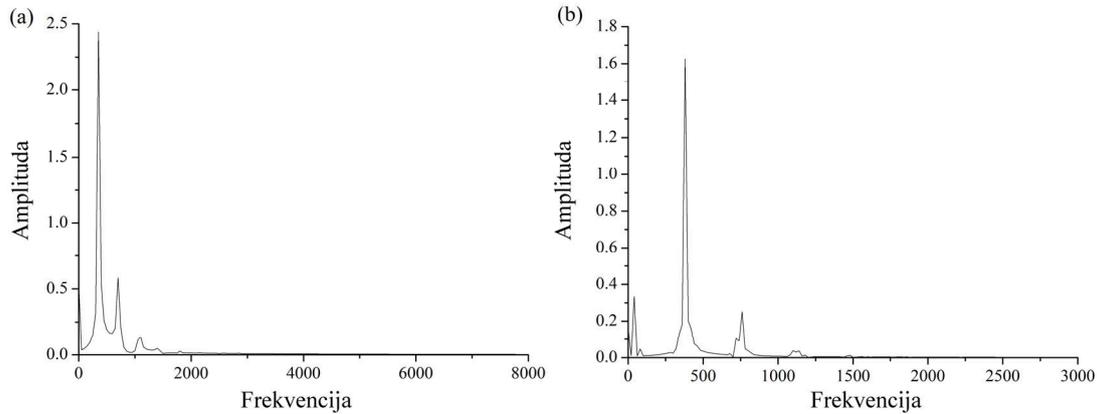
Slika 7-49. Bifurkacije u sistemu (7.21) sa promenom vrednosti ugaone frekvencije ω_ε . U svakom koraku, parametri sistema se drže konstantnim za vrednosti blizu fiksne (singularne) tačke, ali za koje blok ispoljava oscilatorno ponašanje, $\varepsilon=0,4$ ($\delta_\varepsilon=0,4$), $\zeta=0,5$ i $\gamma=0,8$. PM, QP i C predstavljaju skraćenice za oscilatorno ponašanje, kvaziperiodično ponašanje i deterministički kaos, redom. Odgovarajuće vremenske serije i fazni portreti za tačke 1, 2 i 3 prikazani su na slici 7-50.



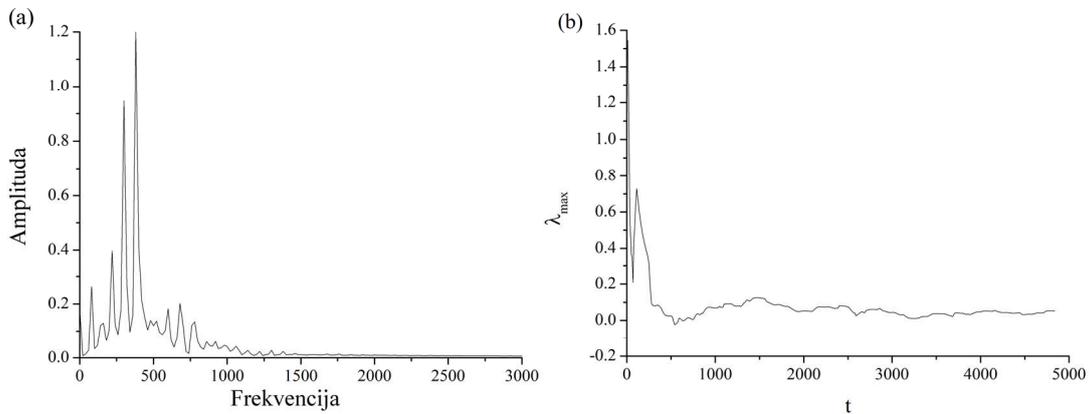
Slika 7-50. Vremenske serije $V(t)$ i odgovarajući fazni portreti za sledeće vrednosti parametara: (1) $\omega_\varepsilon=0,1$ (deterministički kaos); (2) $\omega_\varepsilon=0,43$ (kvaziperiodično ponašanje) (3) $\omega_\varepsilon=0,9$ (periodično ponašanje). U svakom koraku, parametri sistema se drže konstantnim za vrednosti blizu fiksne (singularne) tačke, ali za koje blok ispoljava oscilatorno ponašanje: $\varepsilon=0,4$ ($\delta_\varepsilon=0,4$), $\zeta=0,5$ i $\gamma=0,8$.

Dalja potvrda periodičnog i kvaziperiodičnog ponašanja data je preko usamljenog pika (slika 7-51a) i dva izražena pika (slika 7-51b) u Furijeovom spektru snage. Determinističko haotično ponašanje potvrđeno je širokopojasnim, kontinualnim šumom

u Furijeovom spektru snage (slika 7-52a), kao i pozitivnom vrednošću maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta (slika 7-52b).

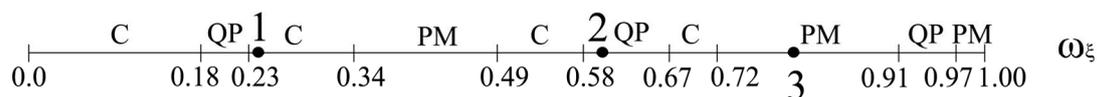


Slika 7-51. Furijeov spektar snage za vremenske serije prikazane na slici 7-50: (a) usamljeni pik u spektru snage za vremensku seriju na slici 7-50(3) ukazuje na oscilatorno ponašanje u modelu; (b) dva izražena pika u spektru snage (druga Hopfova bifurkacija) za vremensku seriju na slici 7-50(2) ukazuju na pojavu kvaziperiodičnog ponašanja u modelu. Vrednosti parametara su kao na slici 7-50(3) i (2), redom.



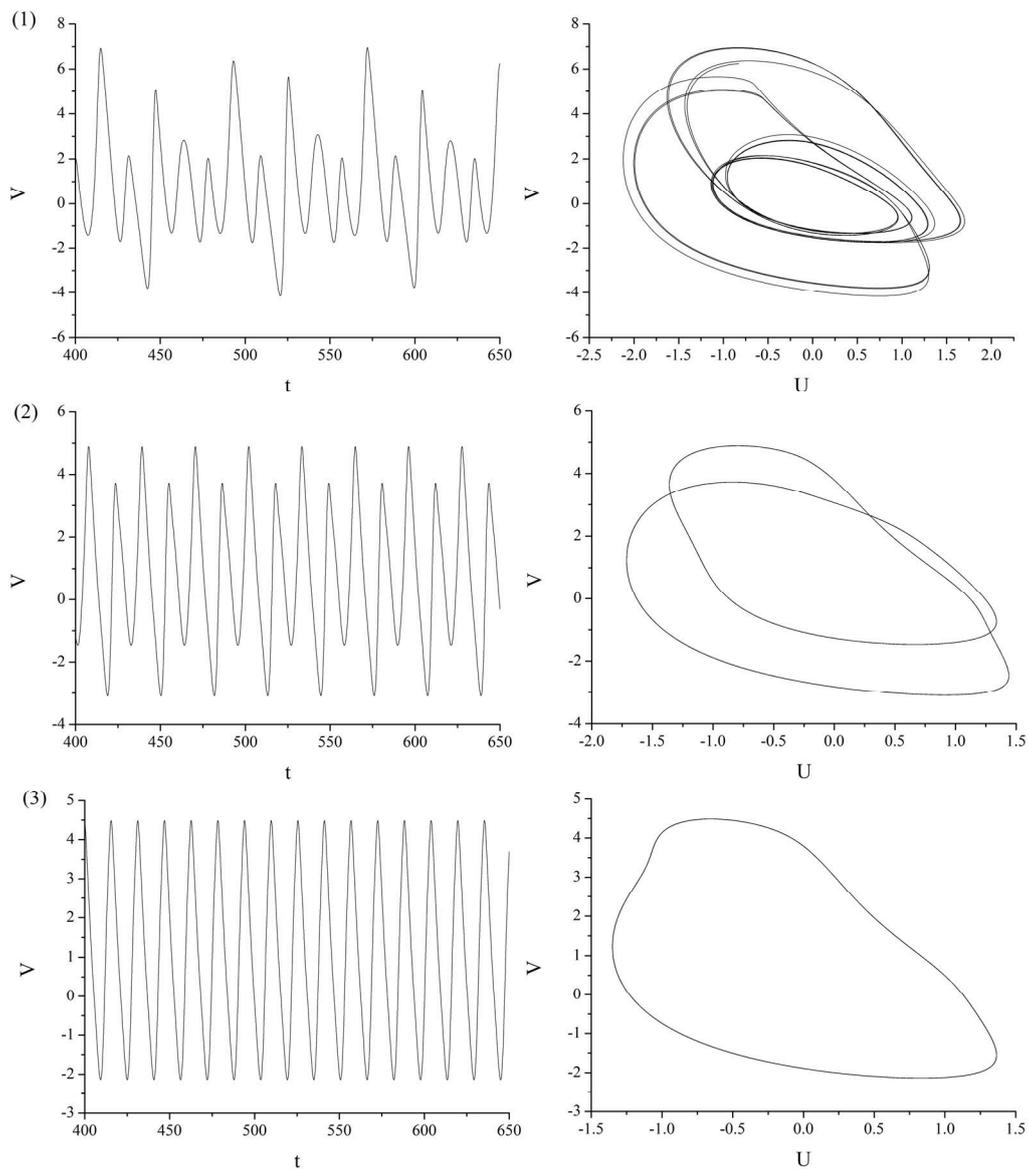
Slika 7-52. Furijeov spektar snage (a) i određivanje maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta (b) za vremensku seriju $V(t)$ prikazanu na slici 7-50(1): (a) širokopolasni kontinualni šum u Furijeovom spektru snage ukazuje na determinističko haotično ponašanje su modelu; (b) maksimalni Ljapunovljev eksponent konvergira ka vrednosti $\lambda_{max}=0,053$. Vrednosti parametara su kao na slici 7-50(1).

Slična analiza izvedena je i variranjem samo ugaone frekvencije ω_ξ (slika 7-53). Odgovarajuće vremenske serije i fazni portreti za tačke 1, 2 i 3 prikazani su na slici 7-54. Analiza pokazuje da i u ovom slučaju, za graničnu vrednost amplituda oscilacija ($\delta_\xi=0.4$) sistem takođe ispoljava periodično, kvaziperiodično i determinističko haotično ponašanje.

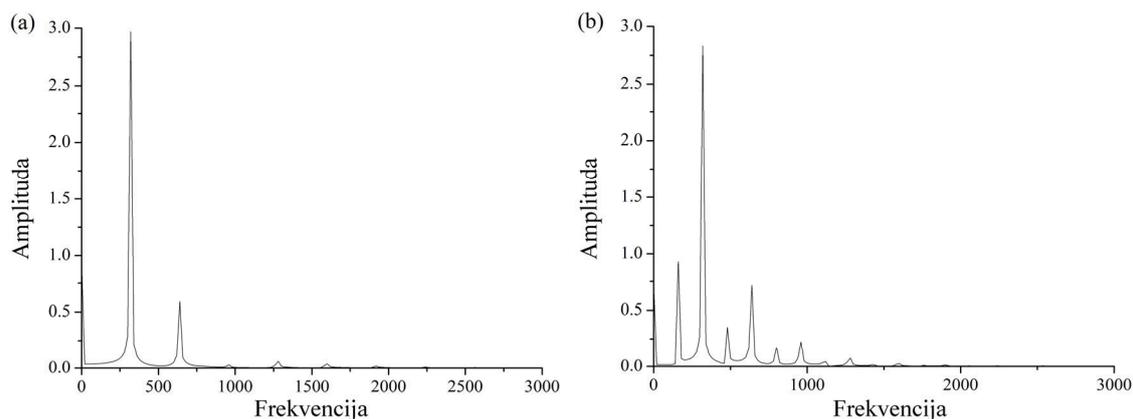


Slika 7-53. Bifurkacije u sistemu (7.21) sa promenom vrednosti ugaone frekvencije ω_ξ . U svakom koraku, parametri sistema se drže konstantnim za vrednosti blizu fiksne (singularne) tačke, ali za koje blok ispoljava oscilatorno ponašanje, $\varepsilon=0.4$, $\zeta=0.5$ ($\delta_\xi=0.4$) i $\gamma=0.8$. PM, QP i C predstavljaju skraćenice za oscilatorno ponašanje, kvaziperiodično ponašanje i deterministički kaos, redom. Odgovarajuće vremenske serije i fazni portreti za tačke 1, 2 i 3 prikazani su na slici 7-54.

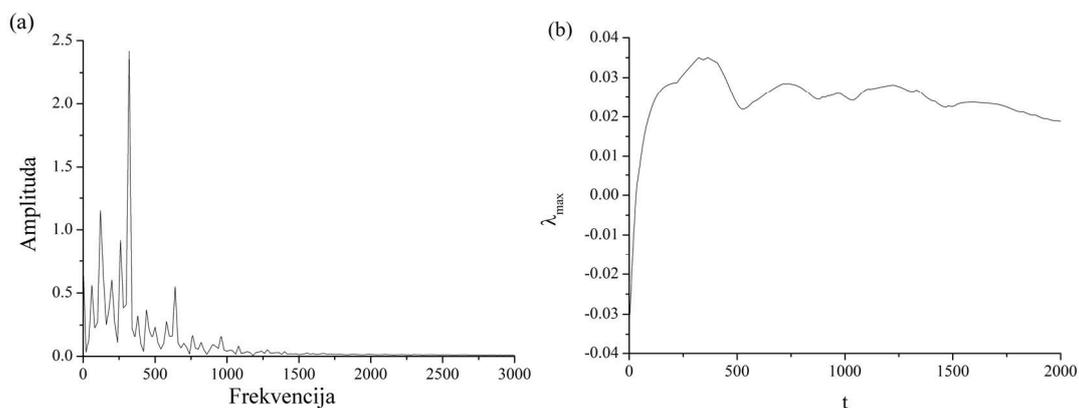
Dalja potvrda periodičnog i kvaziperiodičnog ponašanja data je preko usmaljenog pika (slika 7-55a) i dva izražena pika (slika 7-55b) u Furijeovom spektru snage. Determinističko haotično ponašanje potvrđeno je širokopojasnim, kontinualnim šumom u Furijeovom spektru snage (slika 7-56a), kao i pozitivnom vrednošću maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta (slika 7-56b).



Slika 7-54. Vremenske serije $V(t)$ i odgovarajući fazni portreti za sledeće vrednosti parametara: (1) $\omega_\xi=0,24$ (deterministički kaos); (2) $\omega_\xi=0,6$ (kvaziperiodično ponašanje) (3) $\omega_\xi=0,8$ (periodično ponašanje). U svakom koraku, parametri sistema se drže konstantnim za vrednosti blizu fiksne (singularne) tačke, ali za koje blok ispoljava oscilatorno ponašanje, $\varepsilon=0,4$ ($\delta_\varepsilon=0,4$), $\xi=0,5$ i $\gamma=0,8$.



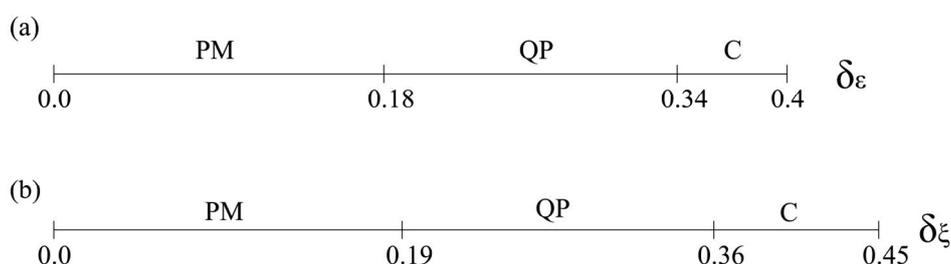
Slika 7-55. Furijeov spektar snage za vremenske serije prikazane na slici 7-54 (3) i (2), redom: (a) usamljeni pik u spektru snage za vremensku seriju na slici 7-54(3) ukazuje na oscilatorno ponašanje u modelu; (b) dva izražena pika u spektru snage za vremensku seriju na slici 7-54(2) ukazuje na pojavu kvaziperiodičnog ponašanja u modelu.



Slika 7-56. Furijeov spektar snage (a) i određivanje maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta (b) za vremensku seriju $V(t)$ prikazanu na slici 7-54(1): (a) širokopojasni kontinualni šum u Furijeovom spektru snage ukazuje na determinističko haotično ponašanje u modelu; (b) Maksimalni Ljapunovljev eksponent konvergira ka vrednosti $\lambda_{max}=0,019$.

Kao što je jasno iz prethodne analize, u oba slučaja do pojave haotičnog ponašanja dolazi za vrlo male vrednosti ugaone frekvencije, u intervalima $\omega_\varepsilon = 0,01-0,23$, i $\omega_\varepsilon=0,01-0,18$ i $0,24-0,34$. Ove vrednosti ugaonih frekvencija odgovaraju ugaonoj

frekvenciji oscilacija bloka u neperturbovanom stanju ($\omega=0,25$). Međutim, iako je deterministički kaos potvrđen pri perturbaciji samo jednog od parametara, amplituda perturbacije za koju dolazi do ovakvog dinamičkog ponašanja je vrlo visoka, i uzima granične vrednosti ($\delta_\varepsilon=\delta_\zeta=0,4$). Od interesa je, međutim, analizirati da li će do različitog dinamičkog ponašanja doći i pri malim amplitudama oscilacija, pre svega zbog toga što nije realno očekivati da napredovanje rudarskih radova izazove oscilovanje parametara velikih amplituda. Zbog toga je isprovedena dodatna analiza, kojom su varirane vrednosti amplituda oscilacija oba parametra pojedinačno, dok je za vrednost ugaone frekvencije izabrana ona vrednost koja odgovara oscilacijama bloka u neperturbovanom stanju, ali haotičnom ponašanju pri periodičnoj promeni samo jednog od parametara (slika 7-57).

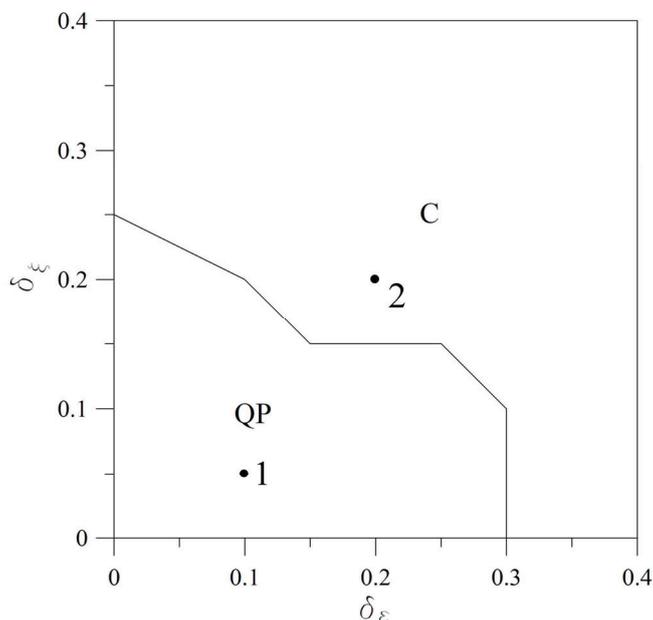


Slika 7-57. Bifurkacije u sistemu (7.21) sa promenom vrednosti amplituda oscilacija δ_ε i δ_ζ . U svakom koraku, parametri sistema se drže konstantnim za vrednosti blizu fiksne (singularne) tačke, ali za koje blok ispoljava oscilatorno ponašanje, $\varepsilon=0,4$, $\zeta=0,5$ i $\gamma=0,8$. PM, QP i C predstavljaju skraćenice za oscilatorno ponašanje, kvaziperiodično ponašanje i deterministički kaos, redom.

Kao što je jasno sa slike 7-57, za slučaj perturbacije samo jednog parametra (ε ili ζ), do pojave determinističkog haosa dolazi samo za veće vrednosti amplitude oscilacija, $\delta_\varepsilon>0,34$ i $\delta_\zeta>0,36$. Naglasimo da za $\delta_\zeta>0,45$, sistem (7.21) postaje numerički krut, u smislu da su potrebni jako mali koraci integracije da bi se došlo do rešenja (reda veličine 10^{-5}).

U sledećem koraku, pristupamo analizi dinamike sistema (7.21) pri varijaciji oba parametra ε i ζ . Kao i u prethodnom slučaju, za vrednosti ugaonih frekvencija izabrane su one koje odgovaraju oscilacijama bloka u neperturbovanom stanju, ali haotičnom

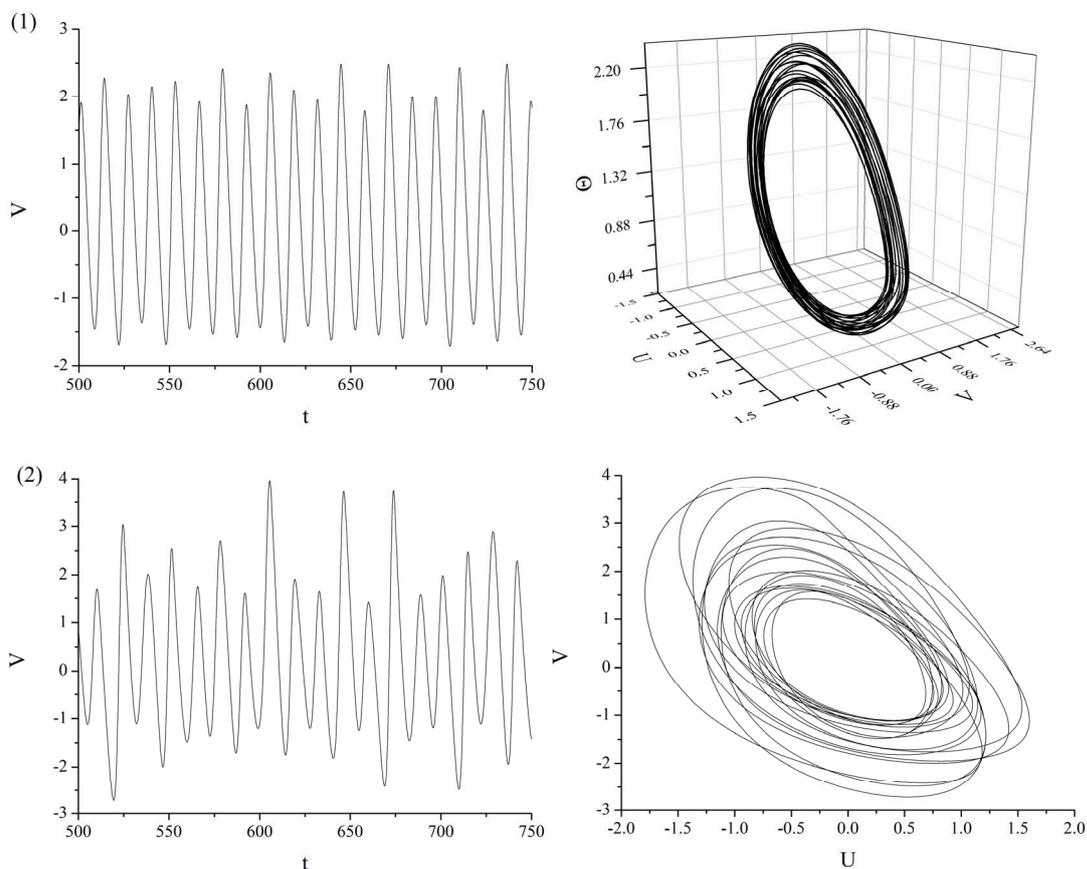
ponašanju pri periodičnoj promeni samo jednog parametra. Dinamika sistema se sada osmatra samo za promenu amplituda δ_ε i δ_ζ (Slika 7-58).



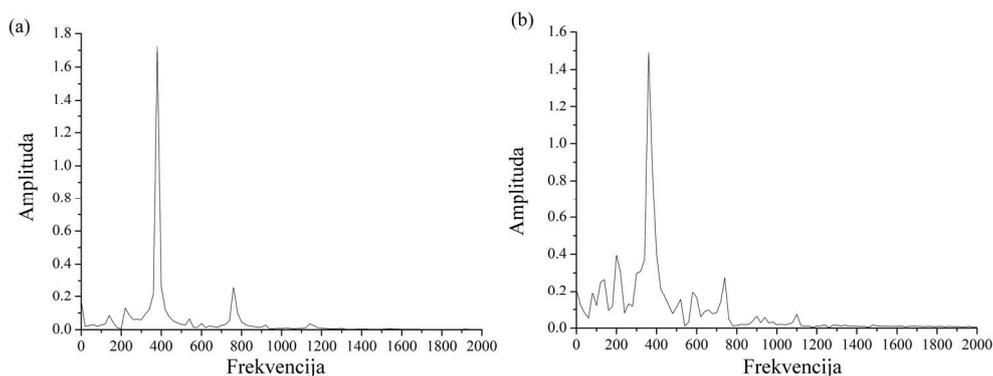
Slika 7-58. Parametarski prostor $(\delta_\varepsilon, \delta_\zeta)$ sistema (7.21), pri frekvenciji oscilacija koje su bliske frekvenciji oscilacija modela u neperturbovanom stanju, ali za haotično ponašanje pri periodičnoj varijaciji samo jednog od parametara ($\omega_\varepsilon=0,2$; $\omega_\zeta=0,3$). Dijagram je konstruisan za veličinu koraka 0,05, i za δ_ε i za δ_ζ . Za svaki korak, parametri sistema uzimaju konstantne vrednosti koje odgovaraju stanju sistema blizu ravnotežne tačke, ali za pojavu grničnog ciklusa: $\varepsilon=0.4$, $\zeta=0.5$ i $\gamma=0.80$. QP i C predstavljaju skraćenice za kvaziperiodično ponašanje i deterministički kaos, redom. Periodično ponašanje se osmatra samo za jako niske vrednosti amplituda ($<10^{-3}$). Odgovarajuće vremenske serije i fazni portreti za tačke 1 i 2 dati su na slici 7-59.

Kao što je jasno sa slike 7-58, u ovom slučaju do pojave determinističkog haotičnog ponašanja dolazi za mnogo niže vrednosti amplituda perturbacija, δ_ε i δ_ζ , u poređenju sa amplitudama perturbacija samo jednog parametra ε ili ζ . Tipične vremenske serije i fazni portreti za kvaziperiodično ponašanje (tačka 1 na slici 7-58) i haotično ponašanje (tačka 2 na slici 7-58) prikazani su na slici 7-59. Dva izražena pika u spektru snage

(slika 7-60a) potvrđuju kvaziperiodično ponašanje, dok kontinualni širokopojasni šum u spektru snage (slika 7-60b) potvrđuje pojavu determinističkog haosa.

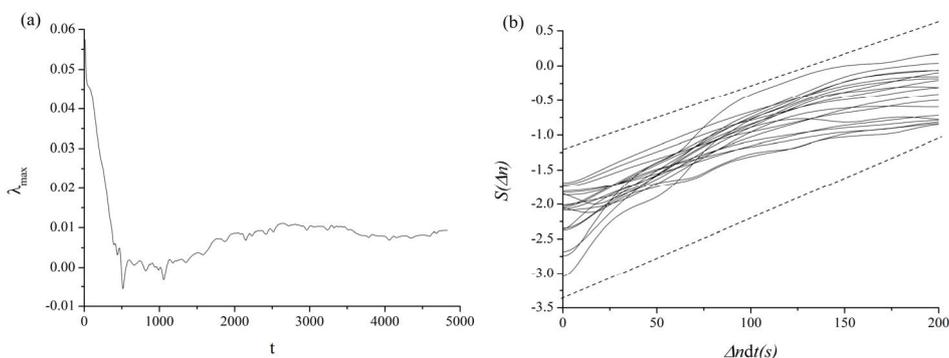


Slika 7-59. Vremenske serije $V(t)$ i odgovarajući fazni portreti za tačke 1 i 2 na slici 7-58, za sledeće vrednosti parametara: (1) $\delta_\varepsilon=0,1$; $\delta_\xi=0,05$ (kvaziperiodično ponašanje); (2) $\delta_\varepsilon=0,2$; $\delta_\xi=0,2$ (deterministički haos). U svakom koraku, parametri sistema se drže konstantnim za vrednosti blizu fiksne (singularne) tačke, ali za koje blok ispoljava oscilatorno ponašanje, $\varepsilon=0,4$; $\zeta=0,5$ i $\gamma=0,8$. Frekvencije oscilacija su bliske frekvenciji oscilacija modela u neperturbovanom stanju, ali za haotično ponašanje pri periodičnoj varijaciji samo jednog od parametara ($\omega_\varepsilon=0,2$; $\omega_\xi=0,3$).



Slika 7-60. Furijeov spektr snage za vremenske serije prikazane na slici 7-59: (a) dva izražena pika u spektru snage za vremensku seriju na slici 7-59(1) ukazuju na pojavu kvaziperiodičnog ponašanja u modelu; (b) širokopojasni kontinualni šum u Furijeovom spektru snage za vremensku seriju sa slike 7-59(2) ukazuje na determinističko haotično ponašanje u modelu.

Deterministički kaos je dalje potvrđen pozitivnom vrednošću maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta, koristeći dva različita postupka (Wolf, i dr., 1985; Rosenstein, i dr., 1993), kao što je prikazano na slici 7-61.



Slika 7-61. Određivanje vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta za vremensku seriju prikazanu na slici 7-59(2): (a) $\lambda_{max}=0,009$ (Wolf et al., 1985); (b) $\lambda_{max}\approx 0,009$ (Rosenstein et al., 1993). Nagib pravih linija koji označava brzinu ekspanzije $S(\Delta n)$ prvobitno susednih tačaka predstavlja robusnu ocenu vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta. Rezultati su dobijeni za 1000 referentnih tačaka i malu okolinu $\varepsilon=0,1-0,5$.

7.2.3.3. STANDARDNA LOKALNA BIFURKACIONA ANALIZA MODELA SA VREMENSKIM KAŠNENJEM

U drugom delu analize, u izraz za trenje u sistemu jednačina (7.21) uvodi se vremensko kašnjenje kojim se simulira odloženi efekat rudarskih radova na generisanje potresa duž postojećih raseda, čime se dobija sledeći sistem diferencijalnih jednačina:

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= -\nu[\theta + (1 + \varepsilon)\log(\nu(t - \tau))] \\ \dot{u} &= \nu - 1 \\ \dot{\nu} &= -\gamma^2 \left[u + \left(\frac{1}{\xi} \right) (\theta + \log(\nu)) \right]\end{aligned}\tag{7.23}$$

Sistem (7.23) ima samo jedno stacionarno rešenje $(\theta, u, \nu) = (0, 0, 1)$, koje odgovara stacionarnom kretanju bloka. Linearizacijom sistema (7.23) i zamenom $\theta = Ae^{\lambda t}$, $u = Be^{\lambda t}$, $\nu = Ce^{\lambda t}$ i $\nu(t - \tau) = Ce^{\lambda(t - \tau)}$ dobijamo sistem algebarskih jednačina po A , B i C . Sistem ima netrivialno rešenje ukoliko je Jakobijan sistema (7.23) jednak nuli:

$$J = \begin{vmatrix} -(\lambda + 1) & 0 & -(1 + \varepsilon)e^{-\lambda\tau} \\ 0 & -\lambda & 1 \\ -\gamma^2 \left(\frac{1}{\xi} \right) & -\gamma^2 & -\left(\lambda + \gamma^2 \left(\frac{1}{\xi} \right) \right) \end{vmatrix} = 0\tag{7.24}$$

odnosno, ukoliko je karakteristična jednačina sistema (7.23):

$$-\lambda^3 - \lambda^2 \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) - \lambda \gamma^2 \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) - \gamma^2 + \lambda(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} e^{-\lambda\tau} = 0.\tag{7.25}$$

7.2.3.3.1. STABILNOST SISTEMA ZA SVE VREDNOSTI VREMENSKOG KAŠNJENJA

Pre početka analize, neophodno je odrediti deo parametarskog prostora za koji je stacionarno rešenje stabilno za sve vrednosti τ . U tom cilju, pogodno je primeniti Ruševu teoremu [Titchmarsh, 1939], koja je opisana u poglavlju „Metodologija istraživanja”. Prema ovoj teoremi, neophodno je odrediti vrednosti kontrolnih parametara tako da na konturi C važi:

$$|\phi(\lambda)| > |\psi(\lambda)|, \quad (7.26)$$

gde su

$$\begin{aligned} \phi(\lambda) &= \lambda^3 + \lambda^2 \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) + \lambda \gamma^2 \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) + \gamma^2 \\ \psi(\lambda) &= -\lambda(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} e^{-\lambda\tau} \end{aligned} \quad (7.27)$$

Ukoliko pođemo od sistema (7.24) dobijamo:

$$\begin{aligned} \phi(\lambda) &= (\lambda+1) \left(\lambda^2 + \lambda \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) \right) - \lambda^2 - \lambda \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) + \lambda \gamma^2 \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) + \gamma^2 = (\lambda+1) \left(\lambda^2 + \lambda \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) \right) - \\ &- (\lambda+1) \left(\lambda + \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) \right) + \lambda + \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) + (\lambda+1) \left(\gamma^2 \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) \right) - \gamma^2 \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) + \gamma^2 = \\ &= (\lambda+1) \left(\lambda^2 + \lambda \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) - \lambda - \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) + 1 + \gamma^2 \left(\frac{1}{\xi} + 1 \right) \right) + \frac{\gamma^2}{\xi} - \frac{\gamma^2}{\xi} - \gamma^2 + \gamma^2 = (\lambda+1) \left(\lambda^2 + \lambda \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) - \lambda \right) \\ &- \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 - 1 - \frac{\gamma^2}{\xi} - \gamma^2 \right) = (\lambda+1) \left(\lambda^2 + \lambda \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) - \lambda + \gamma^2 \right) = (\lambda+1) \left(\lambda^2 + \lambda \frac{\gamma^2}{\xi} + \gamma^2 \right) = \\ &= (\lambda+1) \left(\lambda - \frac{-\gamma^2 + \gamma \sqrt{(\gamma-2\xi)(\gamma+2\xi)}}{2\xi} \right) \left(\lambda - \frac{-\gamma^2 - \gamma \sqrt{(\gamma-2\xi)(\gamma+2\xi)}}{2\xi} \right) \geq |\lambda+1| \left| \frac{-\gamma^2 - \gamma \sqrt{(\gamma-2\xi)(\gamma+2\xi)}}{2\xi} \right| \\ &\left| \frac{-\gamma^2 + \gamma \sqrt{(\gamma-2\xi)(\gamma+2\xi)}}{2\xi} \right| = |\lambda+1| \gamma^2 \end{aligned}$$

Stoga, odavde sledi:

$$|\phi(\lambda)| \geq |\lambda + 1| \gamma^2$$

S druge strane, za $\psi(\lambda)$, dobijamo:

$$\begin{aligned} |\psi(\lambda)| &= \left| -(\lambda + 1)(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} e^{-\lambda\tau} + (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} e^{-\lambda\tau} \right| \leq \left| (\lambda + 1)(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} e^{-\lambda\tau} \right| + \left| (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} e^{-\lambda\tau} \right| = \\ &= (\lambda + 1)(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} + (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi}, \end{aligned}$$

odnosno:

$$|\phi(\lambda)| \geq |\lambda + 1| \gamma^2 > |\lambda + 1| (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} + (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi}$$

pretpostavljajući da je $|\phi(\lambda)| > |\psi(\lambda)|$ na konturi C .

Iz prethodnog sledi:

$$\begin{aligned} |\phi(\lambda)| \geq |\lambda + 1| \gamma^2 > |\lambda + 1| (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} + (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} &\geq |\psi(\lambda)| \Rightarrow |\lambda + 1| \left(\gamma^2 - (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} \right) > (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} \Rightarrow \\ \Rightarrow |\lambda + 1| \left(\gamma^2 - (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} \right) &\geq \left(\gamma^2 - (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} \right) > (1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} \Rightarrow \gamma^2 > 2(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} \Rightarrow \xi > 2(1 + \varepsilon) \end{aligned}$$

Prema tome, uslovi Rušeove teoreme su ispunjeni ukoliko je:

$$\xi > 2(1 + \varepsilon). \quad (7.28)$$

Stoga, ukoliko je uslov (7.28) zadovoljen, onda je stacionarno rešenje stabilno za bilo koju vrednost vremenskog kašnjenja τ . Za one delove parametarskog prostora, za koje ne važi odnos (7.28), stabilnost stacionarnih rešenja za vremensko kašenjeje različito od nule mora se dalje istraživati, određivanjem bifurkacionih krivih koje „razdvajaju” delove parametarskog prostora sistema sa različitim dinamičkim ponašanjem.

7.2.3.3.2. LOKALNA STABILNOST I BIFURKACIJE STACIONARNOG
REŠENJA

Jednačina (7.25) može se zapisati u sledećem obliku:

$$\frac{-\lambda^3 - \lambda^2 \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + I \right) - \lambda \gamma^2 \left(\frac{I + \xi}{\xi} \right) - \gamma^2}{\lambda(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi}} = -e^{-\lambda\tau}. \quad (7.29)$$

Kao što je već opisano u poglavlju „Metodologija istraživanja” od interesa za stabilnost sistema (7.23) jesu sopstvene vrednosti λ_i (gde je $i=1,2,3\dots$) karakteristične jednačine (7.29). Ukoliko je $\lambda=0$, iz (7.26) sledi da je rešenje $\pm \gamma=0$. Međutim, ukoliko je $\lambda=i\omega$, iz (7.29) dobijamo:

$$\frac{i\omega^3 + \omega^2 \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + I \right) - i\omega\gamma^2 \left(\frac{I + \xi}{\xi} \right) - \gamma^2}{i\omega(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi}} = -(\cos \omega\tau - i\sin \omega\tau). \quad (7.30)$$

Iz (7.30) možemo izdvojiti dve posebne jednačine za realni (A) i imaginarni deo (B):

$$\frac{-\omega^3 + \omega\gamma^2 \left(\frac{1 + \xi}{\xi} \right)}{\omega(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi}} = \cos \omega\tau = A$$

$$\frac{-\omega^2 \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) + \gamma^2}{\omega(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi}} = \sin \omega\tau = B \quad (7.31)$$

Kvadriranjem prve i druge jednačine sistema (7.31) i njihovim sabiranjem, a na osnovu Ojlerove teoreme, dobija se:

$$A^2 + B^2 = \frac{\left[\omega^3 - \omega\gamma^2 \left(\frac{1 + \xi}{\xi} \right) \right]^2 + \left[\omega^2 \left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1 \right) + \gamma^2 \right]^2}{\left[\omega(1 + \varepsilon) \frac{\gamma^2}{\xi} \right]^2} = 1 \quad (7.32)$$

odnosno:

$$\varepsilon = -I + \sqrt{\frac{\left[\omega^3 - \omega\gamma^2\left(\frac{I+\xi}{\xi}\right)\right]^2 + \left[\omega^2\left(\frac{\gamma^2}{\xi} + I\right) - \gamma^2\right]^2}{\left(\omega\frac{\gamma^2}{\xi}\right)^2}} \quad (7.33)$$

što predstavlja izraz za parametar ε u funkciji ostalih kontrolnih parametara sistema, ξ i γ .

S druge strane, iz (7.30) dalje sledi da je:

$$\frac{-\omega^3 + \omega\gamma^2\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)}{\cos \omega\tau} = \frac{-\omega^2\left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1\right) + \gamma^2}{\sin \omega\tau} = \omega(1+\varepsilon)\frac{\gamma^2}{\xi} \quad (7.34)$$

odakle sledi izraz za parametar ξ u funkciji ostalih kontrolnih parametara sistema, ε , γ i τ :

$$\xi = \frac{[\omega\gamma^2 \sin(\omega\tau) + \omega^2\gamma^2 \cos(\omega\tau)]}{\left[(\omega^3 - \omega\gamma^2)\sin(\omega\tau) + (\gamma^2 - \omega^2)\cos(\omega\tau)\right]}. \quad (7.35)$$

I, konačno, deljenjem druge jednačine sa prvom u sistemu (7.31) dobijamo da je:

$$\frac{-\omega^2\left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1\right) + \gamma^2}{-\omega^3 + \omega\gamma^2\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} = \operatorname{tg}(\omega\tau) \quad (7.36)$$

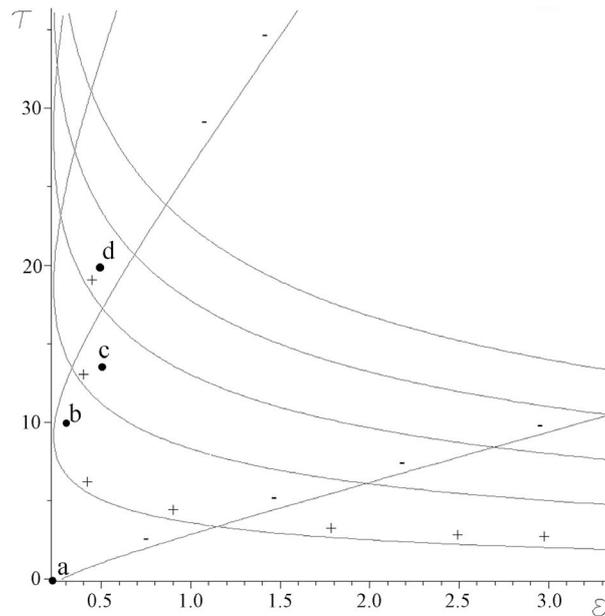
odnosno dobija se izraz za τ u funkciji ξ i γ :

$$\tau = \tau_c = \frac{I}{\omega} \left[\operatorname{arctg} \left(\frac{-\omega^2\left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1\right) + \gamma^2}{-\omega^3 + \omega\gamma^2\left(\frac{1+\xi}{\xi}\right)} \right) + k\pi \right], \quad (7.37)$$

gde je c bilo koji nenegativni ceo broj takav da je $\tau_c \geq 0$.

Iako sam oblik rešenja karakteristične jednačine ukazuje na moguću pojavu Hopfovih bifurkacija, strogi dokaz ove tvrdnje zahteva duži analitički postupak, i neće biti ovde razmatran [Belair, Campbell, 1994; Wiggins, 2000; Kuznetsov, 2004].

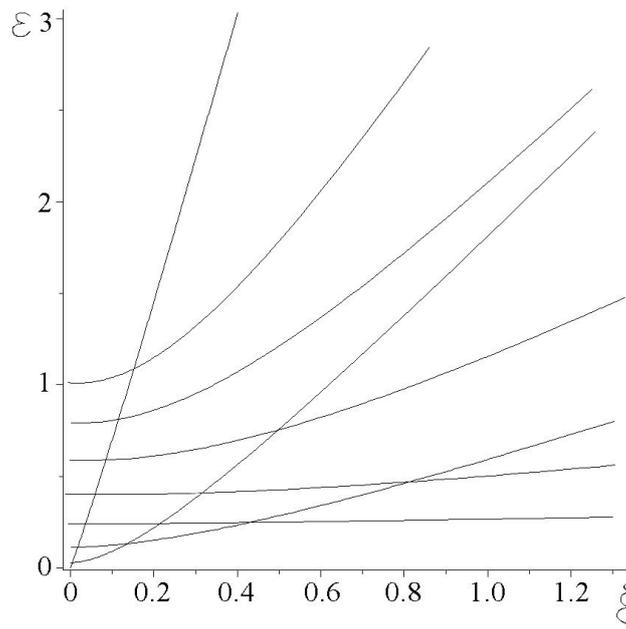
Dovoljno je reći da se prethodno date parametarske jednačine za ε , ζ i τ poklapaju sa Hopfovima bifurkacionim krivama, prikazanim na slikama 7-62 i 7-63. Na slici 7-62 prikazane su bifurkacione krive $\tau(\varepsilon)$ za fiksirane vrednosti parametara $\zeta=0,5$ i $\gamma=0,8$. Na dijagramu, datom na slici 7-63, prikazane su bifurkacione krive $\zeta(\varepsilon)$, za fiksirane vrednosti parametara $\tau=12$ i $\gamma=0,8$.



Slika 7-62. Hopfove bifurkacione krive $\tau(\varepsilon)$, za fiksirane vrednosti parametara $\zeta = 0,5$, i $\gamma=0,8$. Predznak +/- redom označava destabilizirajuću (direktnu) ili stabilizirajuću (inverznu) Hopfovu bifurkaciju, sa povećanjem vrednosti vremenskog kašnjenja τ . Odgovarajuće vremenske serije i fazni portreti za tačke a , b , c i d prikazani su na slici 7-64.

U sistemu (7.23) dolazi do pojave i superkritičnih i subkritičnih Hopfovih bifurkacija, što nije od posebnog značaja za ovu analizu. Mnogo je značajnije to da li su ove bifurkacije direktnog ili inverznog tipa [Belair, Campbell, 1994], što rezultuje u stvaranju/poništanju nestabilne ravni u prostoru stanja sistema onog trenutka kada se

odgovarajuća kriva pređe u određenom pravcu. Drugim rečima, direktna (inverzna) bifurkacija ima destabilizirajući (stabilizirajući) uticaj na dinamiku sistema.



Slika 7-63. Hopfove bifurkacione krive $\xi(\epsilon)$ za fiksirane vrednosti parametara $\tau=12$ i $\gamma=0,8$.

S obzirom na to da je glavna pažnja analize usmerena na uticaj vremenskog kašnjenja τ na dinamiku sistema, pristupilo se bližem ispitivanju bifurkacija sa slike 7-62 koje se javljaju u sistemu sa povećanjem τ . U tom cilju, potrebno je bliže odrediti promenu realnog dela korena karakteristične jednačine (7.25), za kritične vrednosti parametra τ :

$$\left. \frac{d \operatorname{Re}(\lambda)}{d\tau} \right|_{\tau=\tau_c} \quad (7.38)$$

Drugim rečima, ukoliko je $d \operatorname{Re}(\lambda) / d\tau > 0$, onda se broj korena sa pozitivnim realnim delom uvećava (destabilizirajuća bifurkacija), dok se njihov broj smanjuje ukoliko je prethodno pomenuti izvod negativan (stabilizirajuća bifurkacija). Bifurkacione krive na slici 7-62 prikazane su sa predznakom +/- kako bi bio naglašen stabilizirajući/destabilizirajući uticaj povećanja/smanjenja vremenskog kašnjenja. U

ovom slučaju, diferenciranje se vrši na sledeći način. Polazeći od izvoda karakteristične jednačine $\Delta(\lambda) = 0$, korišćenjem pravila izvoda složene funkcije, dobijamo

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \lambda} \frac{d\lambda}{d\tau} + \frac{\partial \Delta}{\partial \tau} = 0, \quad (7.39)$$

što se može predstaviti i u sledećem obliku:

$$\frac{d\tau}{d\lambda} = -\frac{\frac{\partial \Delta}{\partial \lambda}}{\frac{\partial \Delta}{\partial \tau}}, \quad (7.40)$$

pod uslovom da važi

$$\operatorname{sgn}\left(\frac{d \operatorname{Re} \lambda}{d\tau}\right)_{\tau=\tau_c} = \operatorname{sgn}\left(\operatorname{Re}\left(\frac{d\lambda}{d\tau}\right)^{-1}\right)_{\tau=\tau_c}. \quad (7.41)$$

Tada, smenom $\lambda=i\omega$ i izdvajanjem realnog člana, konačni izraz za željeni izvod je oblika

$$\operatorname{Re}\left(\frac{d\tau}{d\lambda}\right) = \frac{\left(-3\omega^2 + \gamma^2\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)\right)\left(-\omega^3 + \omega\gamma^2\left(\frac{1}{\xi} + 1\right)\right) - 2\omega\left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1\right)\left(-\omega^2\left(\frac{\gamma^2}{\xi} + 1\right) + \gamma^2\right)}{\omega^3(1+\varepsilon)^2\left(\frac{\gamma^2}{\xi}\right)^2} - \frac{1}{\omega^2}. \quad (7.42)$$

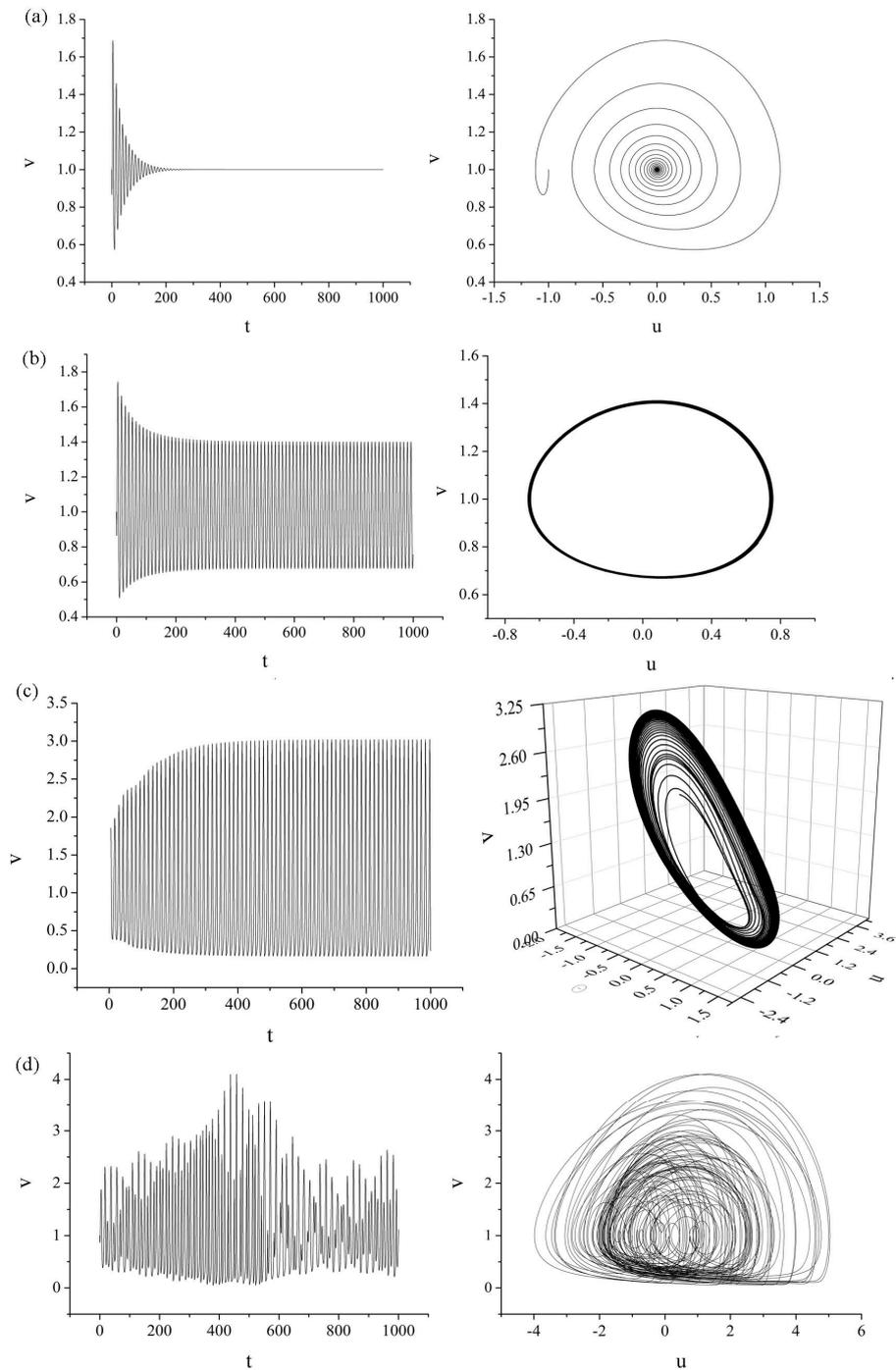
Ukoliko analizu bifurkacionih krivih počnemo od prve koja se javlja sa povećanjem vremenskog kašnjenja, dolazimo do zaključka da su odgovarajući izvodi duž bifurkacione krive negativni, što ukazuje na to da sistem prolazi kroz inverznu bifurkaciju. Drugim rečima, stanje sistema se menja od oscilatornog ka stabilnom stacionarnom stanju. Radi poređenja, na slici 7-64 prikazane su vremenske serije i fazni portreti promenljive v za fiksirane vrednosti parametara ε , ζ , γ i τ . Ova pojava, kada ravnotežno stanje „vraća” svoju stabilnost sa povećanjem τ predstavlja primer „oscilatorne smrti” izazvane vremenskim kašnjenjem [Campbell, 2007], što predstavlja predmet istraživanja u različitim oblastima nauke [Prasad i dr., 2010; Reddy i dr., 1998]. Pojava oscilatorne smrti naglašava potencijalno zanimljivu ulogu malih vrednosti vremenskog kašnjenja, koje može biti uzrok smanjenja seizmičke aktivnosti. S druge

strane, sa slike 7-63 jasno je da dalje povećanje τ ima destabilizirajući efekat na rasednu dinamiku. Ne samo da vremensko kašnjenje uzrokuje promenu stabilnosti stacionarnog stanja, izazivajući na taj način pojavu periodičnih oscilacija, već može doći do pojave niza bifurkacija, koje, konačno, vode ka haotičnom ponašanju. Preciznije, stanje sistema se menja prateći kvaziperiodični put u kaos (Ruel-Takens-Njuhaus put u kaos⁵) [Ruelle, Takens, 1971; Newhouse i dr., 1978], tako da nakon dve superkritične Hopfove bifurkacije, stacionarno kretanje postaje vrlo nestabilno, uzrokujući dinamiku sistema, koja, u konačnom vremenskom intervalu, konvergira ka stranom atraktoru. Dakle, samo povećavajući vrednosti parametra τ , tj. za vrednosti parametra τ : 0, 10, 13 i 20, redom, i samo blagom promenom vrednosti ostalih parametara, dinamika bloka se menja od ravnotežnog stanja (fiksne tačke), preko periodičnih oscilacija – graničnog ciklusa (prva Hopfova bifurkacija) i kvaziperiodičnih oscilacija – torusa (druga Hopfova bifurkacija) do determinističkog haosa.

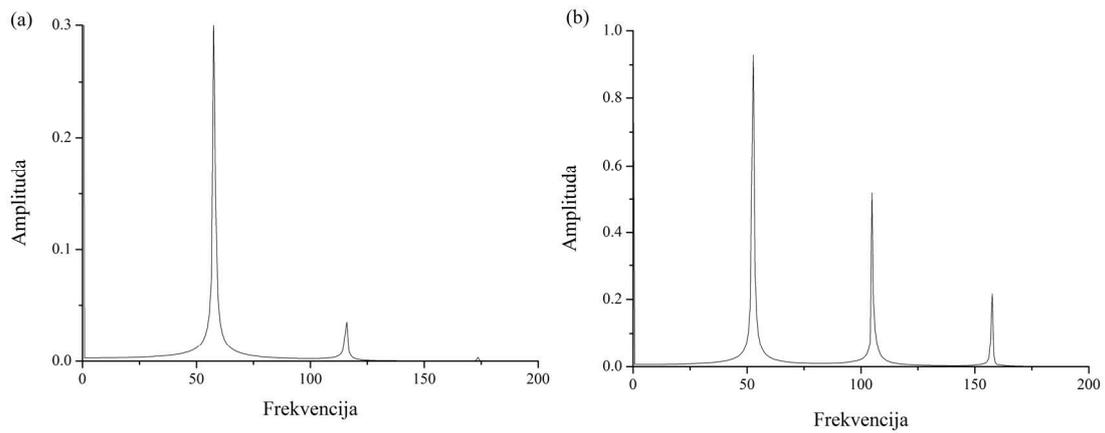
Kao što je već jasno iz prethodne analize, u ovom slučaju takođe, kao i pri periodičnoj perturbaciji parametara, do pojave determinističkog haosa dolazi za značajno manje vrednosti parametra ε (0,5) u poređenju sa vrednostima u [Erickson i dr., 2008].

Put ka determinističkom haosu dalje je potvrđen izračunavanjem Furijeovog spektra snage za oscilacije, torus i haotične orbite, koji su prikazani na slici 7-65 i 7-66, za odgovarajuće vremenske serije na slikama 7-64b, 7-64c i 7-64d, redom. Usamljeni pik u spektru snage na slici 7-65a ukazuje na oscilatorno ponašanje sistema, dok dva pika na slici 7-65b ukazuju na kvaziperiodično ponašanje na torusu. Kontinualni širokopojasni šum u spektru snage na slici 7-66 ukazuje na prisustvo stranog atraktora.

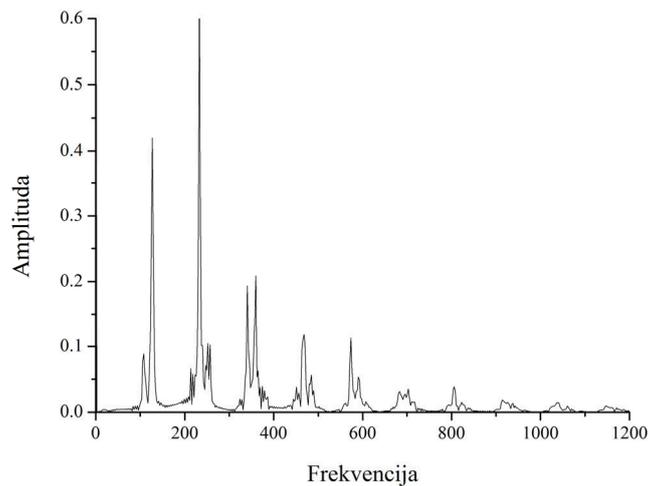
⁵ *Ruelle-Takens-Newhouse route to chaos (ang.)*



Slika 7-64. Vremenska serija promenljive v i odgovarajući fazni portreti za vrednosti parametara (a) $\tau=0$, $\varepsilon = 0,2$, $\zeta = 0,5$ i $\gamma = 0,8$ (fiksna tačka); (b) $\tau=10$, $\varepsilon = 0,3$, $\zeta = 0,5$ i $\gamma=0,8$ (oscilacije); (c) $\tau=13$, $\varepsilon = 0,5$, $\zeta = 0,5$ i $\gamma = 0,8$ (torus); (d) $\tau=20$, $\varepsilon = 0,5$, $\zeta = 0,5$ i $\gamma=0,8$ (deterministički kaos).



Slika 7-65. (a) Usamljeni pik u spektru snage ukazuje na oscilatorno ponašanje modela. (b) Dva pika u spektru snage ukazuju na pojavu kvaziperiodičnog ponašanja na torusu (druga Hopfova bifurkacija). Vrednosti parametara su iste kao na slikama 7-64b i 7-64c, redom.



Slika 7-66. Kontinualni širokopojasni šum u Furijeovom spektru snage ukazuje na haotično ponašanje sistema. Vrednosti parametara su identične vrednostima na slici 7-64d.

8. ZAKLJUČAK

Izvedeno istraživanje imalo je za cilj da utvrdi dinamička svojstva potresa izazvanih promenom naponskog stanja pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija. Sastojalo se iz dva dela: u prvom delu izvršena je analiza vremenskih serija registrovanih potresa na površini terena, registrovanih u različitim rudnicima u Poljskoj (rudnici Rudna, Gornja Silezija i Legnica-Glogov). U drugom delu istraživanja, vršena je analiza dinamike fenomenološkog modela jednog i dva bloka sa oprugom.

Rezultati ispitivanja dinamike oscilovanja tla tokom rudarski generisanih potresa ukazali su na nelinearnu prirodu registrovanih serija, i to u pravcu sever-jug i u vertikalnom pravcu, dok oscilovanja tla u pravcu istok-zapad pripadaju klasi stohastičkih procesa sa Gausovom raodelom stohastičkog dela, koja može biti izmenjena nekom nepoznatom nelinearnom funkcijom. Međutim, i pored toga što oscilovanja tla u pravcu sever-jug i istok-zapad pripadaju grupi nelinearnih procesa, analiza nelinearnih vremenskih serija je pokazala da i u ovim pravcima oscilovanja tla pripadaju stohastičkim procesima. Ovi rezultati potvrđeni su malom vrednošću determinističkog faktora κ (<1) i niskom greškom unakrsnog predviđanja kod testa stacionarnosti. Takođe, metoda prividno najbliže vrednosti nije dala rezultate u pogledu određivanja optimalne dimenzije razvijanja, što opet ukazuje na stohastičku prirodu registrovanih seizmograma.

U drugom delu istraživanja, vršena je analiza modela bloka sa oprugom za različite sisteme, pri promeni vrednosti postojećih parametara, kao i uvođenjem novih parametara u model (jačina trenja c i vremensko kašnjenje τ). U prvom slučaju, kod analize Karlson-Langer sistema, razmatrana je dinamika modela sa jednim i dva bloka. Analiza ovog modela izvedena je numerički, posmatranjem ponašanja rešenja sistema, uvodeći dva nova parametra: vremensko kašnjenje τ i jačinu trenja c . Originalni model za jedan blok i fiksiranu vrednost bezdimenzionalne referentne brzine v^c pokazuje samo oscilatorno ponašanje. Međutim, uvodeći prethodno pomenuta dva parametra, uočava se prelaz od ravnotežnog stanja ka periodičnom ponašanju. Takođe, uočeno je i da povećanjem vrednosti τ , dolazi do prelaza modela iz periodičnog ponašanja u ravnotežno stanje („oscilatorna smrt”). Ova pojava je jako značajna, jer ukazuje na činjenicu da uvođenjem ovog parametra (vremensko kašnjenje τ) ne dolazi samo do

pojave kompleksnijih oblika dinamičkog ponašanja, već i do smirivanja bloka, odnosno njegovog kretanja ka ravnotežnom stanju. Pojava oscilatorne smrti takođe je osmatrana i za fiksiranu vrednost τ , samo povećavajući parametar jačine trenja c .

Slično dinamičko ponašanje se može uočiti i kod modela sa dva bloka. Originalni sistem, bez uvedenih parametara jačine trenja i vremenskog kašnjenja, takođe pokazuje samo oscilatorno ponašanje. Međutim, uvodeći prethodno pomenuta dva parametra, dolazi do prelaza iz periodičnog u kvaziperiodično ponašanje (i obrnuto) za različite vrednosti kontrolnih parametara. Ove oblasti različitog dinamičkog ponašanja su naročito dobro izražene u slučaju kada je prvi blok u ravnotežnom stanju, a parametri drugog bloka se menjaju. U ovom slučaju, ponašanje nalik determinističkom haosu osmatra se kao tranzijentna, netipična pojava.

Prikazano istraživanje, iako sprovedeno samo numeričkim putem, ukazuje na nove pojave u proučavanju potresa izazvanih napredovanjem rudarskih radova. Prvo, uvodeći vremensko kašnjenje u izrazu za trenje, dinamičko ponašanje oba modela postaje kompleksnije. Izvedena analiza pokazuje da postoje dve jasno izražene i odvojene oblasti sa različitim dinamičkim ponašanjem – prva oblast za $\tau < 5$, i druga oblast za $\tau > 8$. S druge strane, uvođenjem parametra jačine trenja c , dolazi do pojave bifurkacije za relativno malu vrednost c ($c < 1$). Ukoliko usvojimo da su parametar c i koeficijent trenja μ analogne veličine, rezultati izvedene analize bi mogli biti validni za plitke rasedne zone, na osnovu prethodno dobijenih rezultata u radu [Mizoguchi, i dr., 2007] gde je ustanovljena relativno niska vrednost koeficijenta trenja (0,50-0,58) duž Atotsugawa raseda u centralnom Japanu, na dubinama u rasponu 1-9km. Takođe, niske vrednosti parametra jačine trenja c ukazuju na relativno malu debljinu rasedne zone, što odgovara pretpostavci u radu [Marone, i dr., 1990], koji su pokazali da koeficijent trenja raste sa debljinom zdrobljenog rasednog materijala, uzrokujući promenu koeficijenta trenja μ i za više od dva puta. U pogledu mineralnog sastava duž rasedne zone, rezultati izvedene analize odgovaraju zdrobljenom kataklastičnom rasednom materijalu, izgrađenom od minerala sa relativno niskim koeficijentom trenja (grafit, talk, montmorilonit, hrizotil) i sa redukovanom tvrđinom u zasićenom stanju (antigorit, lizardit, kaolinit, muskovit, hlorit), prema [Morrow, i dr., 2000; Behnsen, Faulkner, 2012).

U drugom, Bekеровom sistemu, vršena je analiza modela posmatranjem ponašanja rešenja, i to pretpostavljajući da se parametri menjaju periodično. Do pojave determinističkog haosa dolazi pri spregnutoj periodičnoj perturbaciji dva parametra – krutosti opruge, i promene čvrstoće tokom kretanja bloka. Neophodno je naglasiti da u ovom slučaju do pojave determinističkog haosa dolazi za mnogo veće vrednosti krutosti opruge, nego u radu [Becker, 2000].

U trećem slučaju, vršena je analiza Madariaga sistema, i to na dva načina. Prvo, pretpostavljeno je da određeni parametri sistema (ε i ζ) menjaju svoje vrednosti periodično (sinusoidalno), što se može pripisati dejstvu nekog spoljašnjeg faktora (vibracije mašina, efekti miniranja, i sl.), pri napredovanju rudarskih radova. Izvedena analiza je pokazala da promenom ugaone frekvencije oscilacija samo jednog od parametara, ε ili ζ , dolazi do pojave kompleksne dinamike, sa prelazom od periodičnog i kvaziperiodičnog ponašanja ka determinističkom haosu. Međutim, pojava ovako kompleksne dinamike u slučaju perturbacije samo jednog parametra uslovljena je relativno velikim amplitudama oscilacija, δ_ε i δ_ζ , koje se realno ne mogu očekivati u slučaju napredovanja rudarskih radova i iskopa podzemnih prostorija. Imajući to u vidu, sprovedena je dodatna analiza, u okviru koje je vršeno istovremeno variranje amplituda oscilacija oba parametra ε i ζ . Rezultati ove dodatne analize ukazuju na to da je pojava haotičnog ponašanja, za spregnuto dejstvo oscilacija dva parametra, moguća za manje vrednosti amplituda oscilacija. Drugim rečima, moguće je da vrlo male oscilacije pojedinih parametara, čije se frekvencije poklapaju sa frekvencijom aseizmičkog kretanja duž raseda, izazovu reaktiviranje kretanja duž postojećih raseda. Realno je očekivati da se ovakve oscilacije mogu javiti pri različitim vrstama rudarskih aktivnosti (različiti izvori veštačkih vibracija – miniranje, rad mašina, i sl.).

Drugi deo istraživanja obuhvatio je bifurkacionu analizu sistema sa uvedenim vremenskim kašnjenjem u izrazu za trenje, kojim se kvalitativno modeluje uticaj napredovanja rudarskih radova. Naime, utvrđeno je da povećanjem vrednosti parametra τ (vremenskog kašnjenja) može doći i do pojave kompleksnijeg ponašanja, ali i do „smirivanja” kretanja bloka, nakon čega se blok opet nalazi u ravnotežnom stanju („oscilatorna smrt”). U slučaju kada dolazi do pojave kompleksnijeg ponašanja, utvrđeno je da kretanje bloka prolazi kroz niz bifurkacija, od ravnotežnog stanja preko periodičnog i kvaziperiodičnog kretanja do pojave determinističkog haosa (Ruel-

Takens-Njuhaus put u kaos). Koristeći Rušeovu teoremu, određen je uslov (odnos između parametara sistema) za koji je sistem stabilan za sve vrednosti uvedenog vremenskog kašnjenja τ .

Rezultati izvedenog istraživanja potvrđeni su činjenicom da je slično dinamičko ponašanje utvrđeno u modelima sa većim brojem blokova. Tako su, na primer, Erikson, i dr. [Erickson i dr., 2011] utvrdili postojanje determinističkog haosa za slične vrednosti kontrolnih parametara ($\epsilon=0.5$, $\xi = 0.5$ and $\gamma=0.5$), ali u modelu sa više od 20 blokova. Nešto ranije istraživanje od strane Vieire [1999] ukazalo je na pojavu haosa u simetričnom modelu sa dva i tri bloka, ali za mnogo manje vrednosti kontrolnog parametra ($l/v^c \approx 0.122$, gde je v^c karakteristična brzina bloka).

Shodno tome, ovim istraživanjem je takođe potvrđeno da pojava determinističkog haosa u BK modelu sa Diterih-Ruina zakonom trenja nije zavisna od veličine modela, što je nije u saglasnosti sa rezultatima prethodnih istraživanja. Tako su, na primer, Schmittbuhl i dr. [Schmittbuhl, i dr., 1993] takođe izučavali model bloka sa oprugom i utvrdili da pojava haosa zavisi od veličine sistema. Slično, Erikson, i dr. [Erickson i dr. 2011] su utvrdili da kritična veličina parametra ϵ potrebna za pojavu haosa opada kao funkcija broja blokova. Objašnjenje ovih rezultata može ležati u činjenici da samo zanemarivanje efekta „kašnjenja”, koje predstavlja inherentno svojstvo ne samo rudarski generisanih potresa, već i tektonskih zemljotresa, uzrokuje nemogućnost pojave kompleksnijeg ponašanja za sistem sa jednim blokom.

Neophodno je naglasiti da je modelovanje tako složenih sistema samo jednim blokom sa oprugom u velikoj meri kvalitativno, i moguće je, u tom slučaju, možda da se pojave i efekti koji inače nisu prisutni *in situ*. Međutim, istraživanja modela sa većim brojem blokova, samo potvrđuju ispravnost našeg postupka. Na taj način, ostvaren je primarni cilj modelovanja – stvoriti fizički što jednostavniji model, a zadržati ponašanje sistema u što većoj mogućoj meri.

U pogledu značaja izvedene analize za rudarski generisane potrese, doprinos ovih istraživanja ogleda se u sledećem:

- analizom vremenskih serija registrovanih potresa na tri različite lokacije rudnika, potvrđena je stohastička priroda oscilovanja tla. Na taj način, opravdana je upotreba stohastičkih empirijskih obrazaca radi procene brzine i ubrzanja oscilovanja tla tokom potresa;

- analiza dinamike sistema za model bloka sa oprugom, sa dva različita zakona trenja, i sa uvedenim parametrom jačine trenja c i vremenskim kašnjenjem τ , potvrdila je kompleksnost dinamike modela, kroz niz bifurkacija, od ravnotežnog stanja, preko periodičnog i kvaziperiodičnog ponašanja do pojave determinističkog haosa. Neophodno je naglasiti da ova razlika u ponašanju modela mehanizma nastanka potresa (deterministički haotično) i registrovanog ubrzanja oscilovanja tla na površini terena (stohastičko) proizilazi iz sledećeg:
 - o samo deo energije generisane kretanjem duž raseda biva emitovan u vidu seizmičkih talasa. Značajan deo energije „troši“ se na frikciono zagrevanje i topljenje, stvaranje silika-gela duž raseda, i dr. Na taj način, registrovana oscilovanja tla na površini ne oslikavaju u punoj meri kretanje duž raseda;
 - o na svom putu do površine terena seizmički talasi gube energiju, i u zavisnosti od lokalne geološke građe terena, tektonike, debljine površinski raspadnute zone, zasićenosti tla vodom, topografije terena, kao i uticaja antropogenog faktora, seizmički talasi bivaju, u većoj ili manjoj meri, prigušeni. Kao takvi, mogu pokazivati stohastičko ponašanje.
- u ovoj doktorskoj disertaciji definisana je metodologija izučavanja rudarski izazvanih potresa sa stanovišta nelinearne dinamike, koja obuhvata nekoliko faza: analizu nelinearnih vremenskih serija registrovanih potresa, numeričku analizu ponašanja rešenja sistema modela sa jednim i dva bloka u uslovima periodičnog oscilovanja parametara sistema, zatim modela sa uvedenim vremenskim kašnjenjem i parametrom jačine trenja, kao i bifurkacionu analizu modela mehanizma nastanka potresa sa uvedenim vremenskim kašnjenjem;
- određene vrednosti parametara pri kojima dolazi do bifurkacija, odnosno do kvalitativne promene dinamike posmatranog sistema mogu biti važne, jer ukazuju na kritične vrednosti realno osmatranih veličina, koje su u ovom slučaju različite funkcije napona, a do čije promene neminovno dolazi napredovanjem rudarskih radova;

- neophodno je napomenuti da metode i tehnike nelinearne dinamike i teorije haosa do sada nisu primenjivane u okviru ove naučne oblasti, što takođe predstavlja još jedan naučni doprinos u oblasti rudarskog inženjerstva.

Rezultati izvedenih istraživanja daju podlogu daljim istraživanjima, u okviru kojih bi se u model bloka sa oprugom eksplicitno uveo parametar koji oslikava promenu naponskog stanja oko raseda. Usvajanjem funkcije njegove promene (linearne ili nelinearne) i to za one vrednosti koje su realno moguće, može se utvrditi veličina promene napona neophodna za generisanje rudarskih potresa.

LITERATURA

1. Abarbanel, H.D.I. 1996. Analysis of Observed Chaotic Data. Springer, 272 p.
2. Abdullaev, S. S., Zaslavskii, G. M. 1991. Classical nonlinear dynamics and chaos of rays in problems of wave propagation in inhomogeneous media, Soviet Physics Uspekhi 34, 645-664.
3. Adams, J., Bell, J.S. 1991. Crustal stress in Canada. In: Slemmons, D.B., Engdahl, E.R., Zoback, M.D., Blackwell, D.D. (eds.) Neotectonics of North America, Geological Society of America, Decade Mpa volume, 367-386.
4. Andrieux, P.P., Simser, B.P. 2001. Ground stability-based mine design guidelines at Brunswick Mine. Underground mining methods handbook, Hustrulid, W.A., Bullock, R.L. (eds.), Society for mining, metallurgy, and exploration inc: Littleton, 207-214.
5. Aronson, D., Ermentout, G., Kopell, N. 1990. Amplitude response of coupled oscillators, Physica D 41, 403–449.
6. Bak, P., Tang, C., Wiesenfeld, K. 1987. Self-organized criticality: an explanation of 1/f noise, Physical Review Letters 59, 381–384.
7. Bak, P., Tang, C., Wiesenfeld, K. 1988. Self-organized criticality, Physical Review A 38, 364–374.
8. Baumberger, T., Heslot, F., Perrin, B. 1994. Crossover from creep to inertial motion in friction dynamics, Nature 367, 544-546.
9. Becker, T.W. 2000. Deterministic chaos in two state-variable friction sliders and the effect of elastic interactions. In: Rundle, J.B., Turcotte, D.L., Klein, W. (eds.) Geocomplexity and the physics of earthquakes, American Geophysical Union, 5-26
10. Beeler, N.M., Tullis, T.E., Weeks, J.D. 1994. The roles of time and displacement in the evolution effect in rock friction, Geophysical Research Letters 21: 1987-1990.
11. Behnsen, J., Faulkner, D.R. 2012. The effect of mineralogy and effective normal stress on frictional strength of sheet silicates, Journal of Structural geology 30, 1-13.

12. Belair, J., Campbell, S.A. 1994. Stability and bifurcations of equilibria in a multiple delayed differential equation, *SIAM Journal of Applied Mathematics* 54, 1402-1424.
13. Beltrami, H., Mareshal, J. 1993. Strange seismic attractor? *Pure and Applied Geophysics* 141, 71-81.
14. Ben-David, O., Rubinstein, S.M., Fineberg, J. 2010. Slip-stick and the evolution of frictional strength, *Nature* 463, 76-79.
15. Bhattacharya P., Chakrabarti, B.K., Kamal, A. 2011. A fractal model of earthquake occurrence: Theory, simulations and comparisons with the aftershock data, *Journal of Physics: Conference Series*, 319, 012004, 1-37.
16. Bhattacharya P., Chakrabarti, B.K., Kamal, A., Samanta, D. 2009. Fractal models of earthquake dynamics, *Review of Nonlinear Dynamics and Complexity*, Wiley-VCH, 2, 107-158.
17. Bhattacharya P., Chakrabarti, B.K (eds.). 2006. Modeling critical and catastrophic phenomena in geoscience, Springer-Verlag Heidelberg.
18. Bischoff, M. Cete, A., Fritschen, R., Meier, T. 2010. Coal Mining Induced Seismicity in the Ruhr Area, Germany, *Pure and Applied Geophysics* 167, 63-75.
19. Boore, D. M., Bommer, J. J. 2005. Processing of strong-motion accelerograms: Needs, options and consequences, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 25, 93-115.
20. Brace W and Byerlee J. 1966. Stick-slip as a mechanisms for earthquakes, *Science*, 153, pp. 3739, 990-992.
21. Brummer, R.K., Rorke, A.J. 1990. Case studies on large rockbursts in South African mines. In: Fairhurst, C. (ed.) *Proceedings of the 2nd International symposium of rockbursts and seismicity in mines*, Balkema Publishers, Rotterdam, 323-329.
22. Buckingham, E. 1914. On physically similar systems; illustrations of the use of dimensional equations. *Physical Review* 4, 345–376.
23. Buric, N., Vasovic, N. 1999. A simple model of the chaotic immune response, *Chaos, Solitons and Fractals* 10, 1185-1192.

24. Burridge, R., Knopoff, L. 1967. Model and theoretical seismicity, *Bulletin of the Seismological Society of America* 57, 341-371.
25. Byerlee, J.D. 1967. Frictional characteristics of granite under high confining pressure, *Journal of Geophysical Research* 72, 3639-48.
26. Byerlee, J.D., Summers, R. 1976. A note on the effect of fault gouge thickness on fault stability, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science, Geomechanical Abstracts* 13, 35-36.
27. Cabala, J., Cmiel, S., Idziak, A. 2004. Environmental impact of mining activity in the Upper Silesian coal basin (Poland), *Geologica Belgica*, 7, 225-229.
28. Carlson, J. M. 1991. Two-dimensional model of a fault. *Physical Review A* 44, 6226-6232.
29. Carlson, J., Langer, J. 1989. Mechanical model of an earthquake fault, *Physical Review A* 40, 6470-6484.
30. Caruso, F., Pluchino, A., Latora, V., Vinciguerra, S., Rapisarda, A. 2007. Analysis of Self-Organized Criticality in the Olami-Feder-Christensen model and in real earthquakes, *Physical Review E, Rapid Communications* 75, 055101-1-4.
31. Campbell, S.A. 2007. Time delays in neural systems. In: Jirsa, V.K., McIntosh, A.R. (eds.) *Handbook on brain connectivity*, pp. 65-90, Springer.
32. Challis, R. E., Kitney, R. I. 1991. Biomedical signal processing (in four parts). Part 1 Time-domain methods. *Medical and Biological Engineering and Computing*, 28, 509-524.
33. Cui, H., Li, H., and Jiang, F. 2004. Newborn natural gas resources in coal basin, *Journal of Jiaozuo Institute of Technology* 23, 430-432.
34. Das, S., Boatwright, J., Scholz, C.H. (eds.). 1986. *Earthquake source mechanics*. American Geophysical Union Monograph, Washington DC, Geophysical Monograph Series 37, 341 p.
35. Daihua, Z., Miller, H.D.S., Kaiser, P. K. 1989. Numerical study of violent rock failure by stick-slip on joints, *Mining Science and Technology*, 9, 241-251.
36. Davies, N., Kijko, A. 2003. Seismic risk assessment: with an application to the South African Insurance Industry, *South African Actuarial Journal* 3, 1-28.

37. De Santis, A., Cianchini, G., Qamili, E., Frepoli, A. 2010. The 2009 L'Aquila (Central Italy) seismic sequence as a chaotic process, *Tectonophysics* 496, 44–52.
38. Dieterich, J.H. 1972. Time-dependent friction in rocks, *Journal of Geophysical Research* 77, 3690-3697.
39. Dieterich, J.H. 1979. Modeling of rock friction: 1; Experimental results and constitutive equations. *Journal of Geophysical Research* 84, 2161-2168.
40. Dieterich, J.H. 1981. Constitutive properties of faults with simulated gouge, in: Carter, N.L., Friedman, M., Logan, J.M., Sterns, D.W. (eds.): *Mechanical behavior of crustal rocks*, American Geophysical Union Monograph 24, Washington DC, 103-120.
41. Dieterich, J.H., Kilgore, B.D. 1994. Direct observation of frictional contacts: new insights for state dependent properties, *Pure and Applied Geophysics* 143, 283–302.
42. Di Toro, G., Goldsby, D.L., Tullis, T.E. 2004. Friction falls toward zero at seismic slip rates, *Nature*, 427, 436-439.
43. Donnelly, L., and Reddish, D. 1994. The development of surface steps during mining subsidence: not due to fault reactivation, *Engineering Geology* 6, 43-255.
44. Donnelly, L. 2006. A review of coal mining induced fault reactivation in Great Britain, *Quaternary Journal of Engineering Geology and Hydrogeology* 39, 5-50.
45. Dulinska, J.M., Fabijanska, M. 2011. Large-dimensional shells under mining tremors from various mining regions in Poland. *World Academy of Science, Engineering and Technology* 59, 1443-1450
46. Eckmann, J.P., Oliffson Kamphorst, S., Ruelle, D., Ciliberto, S. 1986. Lyapunov exponents from a time series, *Physical Review A* 34, 4971.
47. Engelborghs, K. 2000. DDE-BIFTOOL v. 2.03: a MATLAB package for bifurcation analysis of delay differential equations.
48. Engelborghs, K., Luzyanina, T., Samaey, G. 2001. Technical Report TW-330, Department of Computer Science, K.U. Leuven, Leuven, Belgium.
49. Engelder, J.T., Logan, J.M., Handin, J. 1975. The sliding characteristics of sandstone on quartz fault-gouge, *Pure and Applied Geophysics* 113, 69-86.

50. Erickson, B., Birnir, B., Lavallee, D. 2008. A model for aperiodicity in earthquakes. *Nonlinear Processes in Geophysics* 15, 1-12.
51. Erickson, B.A., Birnir, B., Lavallée, D. 2011. Periodicity, chaos and localization in a Burridge-Knopoff model of an earthquake with rate-and-state friction, *Geophysical Journal International* 187,178-198.
52. Eubank, S., Farmer, J. D. 1990. An introduction to chaos and randomness, in 1989 Lectures in Complex Systems, SFI Studies in the Sciences of Complexity, Lect. Vol 2, Erica Jen, ed., p.75, Addison-Wesley.
53. Evans, A.M. 1993. Ore geology and industrial minerals. 3rd edition. Blackwell Publishing, 390 p.
54. Farmer, J. D., Sidorowich, J. 1987. Predicting chaotic time series, *Physical Review Letters* 59, 845-848.
55. Fraser, A., Swinney, H. 1986. Independent coordinates for strange attractors from mutual information. *Physical Review A* 33, 1134-1140.
56. Fritschen, R. 2010. Mining-induced seismicity in Saarland, Germany, *Pure and Applied Geophysics* 167, 77-89.
57. Gallager, R.G. 1968. Information theory and reliable communication, 1st edition, Wiley, 608 p.
58. Gay, N.C. 1993. Mining in the vicinity of geological structures – an analysis of mining induced seismicity and associated rockbursts in two south African mines. In: Young, R.P.(ed.) *Rockbursts and Seismicity in mines – Proceedings of the 3rd International Symposium on rockbursts and seismicity in mines*, Kingston, Ontario, Canada, 57-62.
59. Gaviglio, P., Revalor, R., Piguet, J.P., Dejean, M. 1990. Tectonic structures, strata properties and rockbursts occurrence in a French coal mine. In: Fairhurst, C. (ed.) *Proceedings of the 2nd International symposium of rockbursts and seismicity in mines*, Balkema Publishers, Rotterdam, 289-293.
60. Gibowicz, S.J. 1984. The mechanism of large mining tremors in Poland. In: Gay, N.C., Wainwright, E.H. (eds.) *Rockbursts and seismicity in Mines*, South African Institute of mining and metallurgy Symposium Series 6, 17-29.

61. Glavatović, B. 2002. Seizmologija. Skripta za studente Rudarsko-geološkog fakulteta, Beograd.
62. Goldsby, D.L., T.E. Tullis. 2002. Low frictional strength of quartz rocks at subseismic slip rates, *Geophysical Research Letters* 29, 25-1-4.
63. Gomberg, J., Beeler, N., Blanpied, M.L., Bodin, P. 1998. Earthquake triggering by transient and static de-formations, *Journal of Geophysical Research* 103, 24411-24426.
64. Гробман, Д. М. 1959. О гомеоморфизме систем дифференциальных уравнений, Докладу Академии Наук СССР 128, 880–881.
65. Grunthal, G., Stromeyer, D. 1992. The recent crustal stress field in europe: Trajectories and finite element modeling. *Journal of Geophysical Research* 97, 11,805-11,820.
66. Haegeman, B., Engelborghs, K., Roose, D., Pieroux, D., Erneux, T. 2002. Stability and rupture of bifurcation bridges in semiconductor lasers subject to optical feedback, *Physical Review E* 66, 046216, 1-11.
67. Hartman, P. 1960. A lemma in the theory of structural stability of differential equations. *Proceedings of American Mathematical Society* 11, 610–620.
68. Hasegawa, H.S., Wetmiller, R.J., Gendzwill, D.J. 1989. Induced seismicity in mines in Canada – an overview. *Pure and Applied Geophysics* 129, 423-453.
69. Hedley, D.G.F. 1992. Rockburst handbook for Ontario hardrock mines. CANMET Special Report SP92-1E, 305 p.
70. Hemmer, P., Hansen, A. 1992. The Distribution of Simultaneous Fiber Failures in Fiber Bundles, *Journal of Applied Mechanics* 59, 909-914.
71. Hergarten, S., Neugebauer, H.J. 2000. Self-organized criticality in two-variable models, *Physical Review E* 61, 2382-2385.
72. Helmstetter, A., Hergarten, S., Sornette, D. 2004. Properties of foreshocks and aftershocks of the nonconservative self-organized critical Olami-Feder-Christensen model, *Physical Review E*, 70, 046120, 1-13.
73. Heslot, F., Baumberger, T. Perrin B., Caroli, C. 1994. Creep, stick-slip, and dry-friction dynamics: Experiments and a heuristic model, *Physical Review E* 49, 4973–4988.

74. Hinzen, K.G. 1982. Source parameters of mine tremors in the eastern part of the Ruhr-District (West Germany), *Journal of Geophysical Research* 51, 105-112.
75. Hirose, T., Shimamoto, T. 2005. Slip-Weakening Distance of Faults during Frictional Melting as Inferred from Experimental and Natural Pseudotachylytes, *Bulletin of the Seismological Society of America*, 95,1666-1673.
76. Hoang-Trang, P., Gueguen, J.F., Holl, J.M., Schroeter, P. 1988. Near field seismological observations in the Lorraine coal mine (France): Preliminary results: In *Proceedings of Workshop induced seismicity and associated Phenomena*, liblice, Czechoslovak Academy of Sciences, v.1., 64-74.
77. Holub, K. 1997. Predispositions to induced seismicity in some Czech Coal Mines, *Pure and Applied Geophysics* 150,435–450.
78. Hsiung, S., Blake, W., Chowdhury, A., and Williams, T. 1990. Effects of mining-induced seismic events on a deep underground mine, *Pure and Applied Geophysics*, 139,741-762.
79. Huang, J., Turcotte, D.L. 1990. Are earthquakes an example of deterministic chaos? *Geophysical Research Letters* 17, 223-226.
80. Huang, G., Yin, G., Dai, G. 2010. Chaotic behavior of a stick-slip model for rockburst. *Disaster Advances* 3, 526–530.
81. Hudyma, M.R. 2004. Mining-induced seismicity in underground, mechanized, hardrock mines – results of a world wide survey. Australian centre for geomechanics research report.
82. Iliopoulos, A.C., Pavlos, G. P. 2008. Global Low Dimensional Seismic Chaos in the Hellenic Region, *International Journal of Bifurcation and Chaos* 20, 2071-2095.
83. Jovanović, P. 1994. Projektovanje i proračun podgrade horizontalnih podzemnih prostorija. Knjiga 2 – Naponsko stanje u stenskom masivu i opterećenje na podgradu. Univerzitet u Beogradu Rudarsko-geološki fakultet, 316 str.
84. Kagan, Y. Y. 1997. Are earthquakes predictable? *Geophysical Journal International* 131, 505-525.
85. Kantz, H., Schreiber, T. 2004. *Nonlinear time series analysis*, second ed., Cambridge University Press, Cambridge, 388.

86. Kaplan, D.T., Glass, L. 1992. Direct test for determinism in a time series, *Physical Review Letters* 68, 427–430.
87. Kawamura, H., Hatano, T., Kato, N., Biswas, S., Chakrabarti, B.K. 2012. Statistical Physics of fracture, friction and earthquake, arxiv:112.0148v2, 1-52.
88. Kennel, M., Brown, R., Abarbanel, H. 1992. Determining embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction, *Physical Review A* 45, 3403-3411.
89. Kijko, A., Funk, C.W., Brink, A.v.Z. 1993. Identification of anomalous patterns in time-dependent mine seismicity. In: Young, R.P.(ed.) *Rockbursts and Seismicity in mines – Proceedings of the 3rd International Symposium on rockburst and seismicity in mines*, Kingston, Ontario, Canada, 205-210.
90. Knoll, P., Kuhnt, W. 1990. Seismological and technical investigations of the mechanics of rockbursts. In: Fairhurst, C. (ed.) *Proceedings of the 2nd International symposium of rockbursts and seismicity in mines*, Balkema Publishers, Rotterdam, 129-138.
91. Kortas, L. 2005. Search for chaotic dynamics manifestation in multiscale seismicity, *Acta Geophysica Polonica* 53, 47-74.
92. Kramer, S.L. 1996. *Geotechnical earthquake engineering*. Prentice Hall, New Jersey, USA, 653 p.
93. Kugiumtzis, D., Tsimpiris, A. 2010. Measure of analysis of time series (MATS): A MATLAB toolkit for computation of multiple measures on time series data bases, *Journal of statistical software* 33, 1-30.
94. Kuznetsov, Y.A. 2004. *Elements of the Applied Bifurcation Theory*, Springer-Verlag, New York, 631 p.
95. Kwiatek, G., Debski, W. 2006. Source tomography of mining-induced seismic events at „Rudna” and „Polkowice-Sieroszowice” copper mine”. First European Conference on Earthquake engineering and seismology, Geneva, Switzerland, poster presentation.
96. Landa P.S., Rosenblum M.G.1989. Method for evaluating the embedding dimension of an attractor from experimental results. *Soviet Physics - Technical Physics* 34, 6-10.

97. Lapusta, N., Rice, J.R. 2003. Nucleation and early seismic propagation of small and large events in a crustal earthquake model, *Journal of Geophysical Research* 108, 1-18.
98. Lia, T., Cai, M.F., Cai, M. 2007. A review of mining-induced seismicity in China. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 44, 1149–1171.
99. Li, X., Wang, S.J., Liu, T.Y., Ma, F.S. 2004. Engineering geology, ground surface movement and fissures induced by underground mining in the Jinchuan Nickel Mine, *Engineering Geology* 76, 93-107.
100. Li, Z., Dou, L., Lu, C., Mu, Z., Cao, A. 2008. Study on fault induced rock bursts. *Journal of China University of Mining and Technology* 18, 0321-0326.
101. Liebert, W., Schuster, H.G., 1989. Proper choice of time delay for the analysis of chaotic time series, *Physical Letters A* 142, 107-111.
102. Lise, S. Paczuski, M. 2001. Self-organized criticality and universality in a nonconservative earthquake model, *Physical Review E* 63, 036111-1-5.
103. Lorig, L., and Hobbs, B. 1990. Numerical modeling of slip instability using the distinct element method with state variable friction laws, *International Journal on Rock Mechanics and Mining*, 27, 525–534.
104. Lourence, P.B., Jung, S.J., Sprenke, K.F. 1993. Source mechanism at the Lucky Friday Mine: Initial results from the North Idaho seismic network, In Young, R.P. (ed.) *Rockbursts and seismicity in mines* 93, Balkema, rotterdam, Brookfield, 217-222.
105. Luzyanina, T., Enghelborghs, K., Ehl, S., Klenerman, P., Bocharov, G. 2001. Low level viral persistence after infection with LCMV: a quantitative insight through numerical bifurcation analysis. *Mathematical Bioscience*, 173, 1-23.
106. Lynch, R.A., Wuite, R., Smith, B.S., Cichowicz, A. 2005. Microseismic monitoring of open pit slopes. *Controlling seismic risk – rockbursts and seismicity in mines*, Y. Potvin, M.R. Hudyma (eds.), Perth: Australian Centre for Geomechanics, 581-592.
107. Malamud, B. D., Turcotte, D. L. 1999. Self-organized criticality applied to natural hazards, *Natural Hazards*, 20, 93–116.

108. Marone, C. 1998. The effect of loading rate on static friction and the rate of fault healing during the earthquake cycle, *Nature* 391, 69-72.
109. Marone, C. 1998. Laboratory derived friction laws and their application to seismic faulting, *Annual Review of Earth and Planetary Science* 26, 643-696
110. Marone, C., Raleigh, C.B., Scholz, C.H. 1990. Frictional behavior and constitutive modeling of simulated fault gouge, *Journal of Geophysical Research* 95, 7007-25.
111. Marone, C., Scholz, C.H. 1988. The depth of seismic faulting and the upper transition from stable to unstable slip regimes, *Geophysical Research Letters* 15, 621-624.
112. Marsden, J.E., McCracken, M. 1976. *The Hopf bifurcation and its applications*, Springer, New York, 104-162.
113. Mayers, D.F. 2003. *An introduction to numerical analysis*. Cambridge University Press, 433 p.
114. McCloskey, J. Bean, C. J., Jacob, A.W.B. 1991. Evidence for chaotic behavior in seismic wave scattering. *Geophysical Research Letters* 18, 1901-1904.
115. McGarr, A. 1971. Violent deformation of rock near deep-level tabular excavations – seismic events. *Bulletin of the seismological society of America* 61, 1453-1466.
116. McGarr, A. 1984. Some applications of seismic source mechanism studies to assessing underground hazard, in: *Rockbursts and Seismicity in Mines* (N.C. Gay and E.H. Wainwright, eds.), South African Institute of Mining and Metallurgy, Johannesburg, Symposium Series No. 6, pp. 199-208, Burridge, R., and Knopoff, L. Model and theoretical seismicity, *Bulletin of Seismological Society of America*, 1967, vol.57, no.3, pp. 341-371.
117. McGarr, A., Boettcher, M., Fletcher, J., Sell, R., Johnston, M., Durrheim, R., Spottiswoode, S., and Milev, A. 2009. Broadband Records of Earthquakes in Deep Gold Mines and a Comparison with Results from SAFOD, California, *Bulletin of Seismological Society of America*, 99, 2815–2824.

118. McKenzie, D.P. 1969. The relation between fault plane solutions for earthquakes and the directions of the principal stresses. *Bulletin of the seismological society of America* 59, 591-601.
119. Milford, R.V, Wium, D.J.W. 1991. The impact of seismic events on buildings in mining areas, *Civil Engineer in South Africa* 33, 451-456.
120. Mindlin, G.B., Solari, H.G., Natiello, M.A., Gilmore, R., Hou, X.J. 1991. Topological Analysis of Chaotic Time Series Data from the Belousov-Zhabotinskii Reaction, *Journal of Nonlinear Science* 1, 147-173
121. Mizoguchi, K., Fukuyama, E., Kitamura, K., Takahasi, M., Masuda, K., Omura, K. 2007. Depth dependent strength of the fault gouge at the Atotsugawa fault, central Japan: a possible mechanism for its creeping motion, *Physics of the Earth and planetary interiors* 161, 115-125.
122. Mizoguchi, K., Hirose, T., Shimamoto, T., Fukuyama, E. 2006. Moisture-related weakening and strengthening of a fault activated at seismic slip rates, *Geophysical Research Letters* 33, 1-4.
123. Mollison, L., Sweby, G., Potvin, Y. 2001. Changes in mine seismicity following a mine shutdown. In *Proceedings of Advanced Rock Mechanics practice for underground Mines*. Australian Centre for geomechanics, 22-23 March, 2001, Perth, 13 pages.
124. Morrison, D. M., Swan, G., Scholz, C. H. 1993. Chaotic behavior and mining-induced seismicity, In: Young, R.P. (ed.) "Rockbursts and Seismicity in Mines" Balkema, Rotterdam, 233-237.
125. Morrow, C.A., Moore, D.E. and Lockner, D.A. 2000. The effect of mineral bond strength and adsorbed water on fault gouge frictional strength. *Geophysical Research Letters*, vol. 27, no. 6, pages 815-818.
126. Muller, B., Zoback, M.L., Fuchs, K., Mastin, L., Gregersen, S, Pavoni, N, Stephanson, O, Ljunggren, C. 1992. Regional patterns of tectonic stress in Europe. *Journal of Geophysical Research* 97, 11,783-11,803.
127. Nakanishi, H. 1990. Cellular automaton model of earthquakes with deterministic chaos, *Physical review A* 41, 7086-7089.

128. Newhouse, S., Ruelle, D., Takens, F. 1978. Occurrence of strange axiom-A attractors near quasiperiodic flow on T^m , $m > 3$, *Communications in Mathematical Physics* 64, 35-44.
129. Olami, Z., Feder, H. J. S., Christensen, K. 1992. Self-organized criticality in a continuous, nonconservative cellular automaton modeling earthquakes, *Physical Review Letters* 68, 1244–1247.
130. Ortlepp, W.D. 1992 The design of support for the containment of rockburst damage in tunnels . an engineering approach. *Proceedings of rock support and underground construction*, P.K. Kaiser and D.R. McCreath (eds.), Rotterdam: Balkema, 563-609.
131. Ortlepp, W.D. 2005. RaSiM comes of age: a review of the contribution to the understanding and control of mine rockbursts, In: Potvin, Y., Hudyma, M. (eds.) *Proceedings of the 6th International Symposium on Rockbursts and Seismicity in Mines*, Australian Centre for Geomechanics, 3-20.
132. Oszczepalski S. 1989. Kupferschiefer in southwestern Poland. Sedimentary environment, metal zoning, and ore controls. In: *Sediment hosted copper deposits*, Boyle, R.W., Brown, A.C., Jefferson, C.W., Jowett, E.C., Kirkham, R.V. (eds). Canadian Special Papers, Waterloo, Ontario, 571-600.
133. Oszczepalski S. 1999. Origin of the Kupferschiefer polymetallic mineralization in Poland, *Mineral, Deposita* 34, 599-613.
134. Packard, N., Crutchfield, J., Farmer, D., Shaw, R. 1980. Geometry from a time series, *Physical Review Letters* 45, 712-715.
135. Parsons, T. 2005. A hypothesis for delayed dynamic earthquake triggering, *Geophysical Research Letters* 32, L04302–1-4.
136. Pavlos, G.P., Karakatsanis, L., Latoussakis, J.B., Dialetis, D., Papaioannou, G. 1994. Chaotic analysis of a time series composed of seismic events recorded in Japan. *International journal of bifurcation and chaos*, Vol. 4, No.1. 87-98.
137. Perc, M. 2006. Introducing nonlinear time series analysis in undergraduate courses, *Fizika A (Zagreb)* 15, 91-112.

- 138.Perc, M., Green, A.K., Jane Dixon, C., Marhl, M. 2008. Establishing the stochastic nature of intracellular calcium oscillations from experimental data, *Biophysical Chemistry* 132, 33-38.
- 139.Perfettini, H., Schmittbuhl, J. 2001. Periodic loading on a creeping fault: Implications for tides, *Geophysical Research Letters* 28, 435–438.
- 140.Perfettini, H., Schmittbuhl, J., and Cochard, A. 2003. Shear and normal load perturbations on a two-dimensional continuous fault: 2. Dynamic triggering *Journal of Geophysical Research*, Vol. 108, No. B9, 2409-1-16.
- 141.Perrin, G., Rice, J.R., Zheng, G. 1995. Self-healing slip pulse on a frictional surface, *Journal of Mechanics and Physics of Solids*, 43, 1461-95.
- 142.Pieczonka, J., Piestrzyński, A. 2011. Gold and other precious metals in copper deposit, Lubin-Sieroszowice district, SW Poland, *Gold in Poland*, AM Monograph No. 2, 135-152.
- 143.Pikovsky, A. 1986. Noise filtering in the discrete time dynamical systems, *Soviet Journal of Communications Technology and Electronics*, 31, 911-914.
- 144.Porter, M., Porter, L., 2000. Summary of geological composition of Zechstein/Kupferschiefer sequence, Porter Geoconsultancy, Australia (<http://www.portergeo.com.au/>)
- 145.Pradhan, S., Chakrabarti, B., Ray, P., Dey, M K. 2003. Magnitude distribution of earthquake: Two fractal contact area distribution, *Physica Scripta T* 106, 77, 1-8.
- 146.Pradhan, S., Hansen, A., Chakrabarti, B.K. 2010. Failure Processes in Elastic Fiber Bundles, *Reviews of Modern Physics* 82, 499-555.
- 147.Prasad A., Dhamala, M., Adhikari B.M., Ramaswamy, R. 2010. Amplitude death in nonlinear oscillators with nonlinear coupling, *Physical Review E* 81, 027201, 1-4.
- 148.Pomeau, Z., Manneville, P. 1980. Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems. *Communications in Mathematical Physics*, 74, 189-197.
- 149.Popov, V.L., Grzemba, B., Starcevic, J., Fabry, C. 2010. Accelerated creep as a precursor of friction instability and earthquake prediction, *Physical Mesomechanics* 13, 5–6, 283–291.

150. Potgeiter, G.J., Roering, C. 1984. The influence of geology on the mechanisms of mining associated seismicity in the Klerksdorp gold field. In: Gay, N.C., Wainwright, E.H. (eds.) *Rockbursts and seismicity in Mines*, South African Institute of mining and metallurgy Symposium Series No. 6, 45-50.
151. Raleigh, C.B., Healey, J.H., Bredehoeft, J.D. 1972. Faulting and crustal stress at Rangely, Colorado. In: Heard, H.C., Borg, I.Y., Carter, N.L., Raleigh, C.B (eds.) *Flow and fracture of rocks*, American Geophysical Union Monograph 16, 275-284.
152. Reddy, D., Sen, A., Johnston, G. 1998. Time delay induced death in coupled limit cycle oscillators, *Physical Review Letters* 80, 5109–5112.
153. Revalor, R., Josien, J.P., Besson, J.C., Magron, A. 1990. Seismic and seismoacoustics experiments applied to the prediction of rockbursts in french coal mines. In: Fairhurst, C. (ed.) *Proceedings of the 2nd International symposium of rockbursts and seismicity in mines*, Balkema Publishers, Rotterdam, 301-306.
154. Rice, J. R., Lapusta, N., Ranjith, K. 2001. Rate and state dependent friction and the stability of sliding between elastically deformable solids, *Journal of Mechanics and Physics of Solids* 49, 1865–1898.
155. Rice, J.R. 1993. Spatio-temporal complexity of slip on a fault, *Journal of Geophysical Research* 98, 9885-9907.
156. Rosenstein, M.T., Collins, J.J., De Luca, C.J. 1993. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets, *Physica D* 65, 117-134.
157. Ruelle, D., Takens, F. 1971. On the nature of turbulence, *Communications in Mathematical Physics* 20, 167-172.
158. Rundle, J.B., Julia, B. R., Turcotte, D. 1989. Are earthquakes deterministic or chaotic? *EOS, Transactions AGU* 70, 880-882.
159. Schmittbuhl, J., Vilotte, J.P., Roux, S. 1993. Propagative macrodislocation modes in an earthquake fault model, *Europhysics Letters* 21, 375-380.

- 160.Scholz, C.H., Molnar, P., Johnson, T. 1972. Detailed studies of frictional sliding of granite and implications for the earthquake mechanism. *Journal of Geophysical research* 74, 2049-69.
- 161.Scholz C.H., Wyss, M., Smith, S.W. 1969. Seismic and aseismic slip on the San Andreas fault, *Journal of Geophysical Research* 74, 2049-69.
- 162.Scholz, C.H. *The mechanics of earthquakes and faulting*. Cambridge University Press, Cambridge (U.K.), 496 p.
- 163.Scholz, C.H. 1998. Earthquakes and friction laws, *Nature* 391, 37-42.
- 164.Schreiber, T. 1997. Detecting and analyzing nonstationarity in a time series with nonlinear cross-predictions. *Physical Review Letters* 78, 843-846.
- 165.Sibson, R.H. 1977. Fault rocks and fault mechanisms, *Journal of the Geological Society* 133, 191–213.
- 166.Sileny, J. 1989. The mechanisms of small mining tremors from amplitude inversion, *Pure and Applied Geophysics* 129, 309-324.
- 167.Smith, R.B., Winkler, P.L., Anderson, J.G., Scholz, C.H. 1974. Source mechanisms of microearthquakes associated with underground mines in eastern Utah, *Bulletin of seismological Society of America* 64, 1295-1317.
- 168.Spottiswoode, S.M., McGarr, A., Green, R.W.E. 1971. Focal mechanisms of some large mine tremors on the Witwatersrand. *Chamber of Mines circular* 3/71, 16 p.
- 169.Spottiswoode, S.M., McGarr, A. 1975. Source parameters of tremors in a deep-level gold mine. *Bulletin of the Seismological society of America*, 65, 93-112.
- 170.Sprott, J.C. 2003. *Chaos and time-series analysis*. Oxford University Press. Oxford, 507 p.
- 171.Stefański, K., Buszko, K., Piecyk, K. 2010. Transient chaos measurements using finite-time Lyapunov exponents, *Chaos*, 20, 033117-1-13.
- 172.Strogatz, S. 1994. *Nonlinear dynamics and chaos with applications to physics, biology, chemistry and engineering*. Perseus Books, Reading, Massachusetts, 498 p.
- 173.Sugihara, G., May, R. 1990. Nonlinear forecasting as a way of distinguishing chaos from measurement errors in time series, *Nature* 344, 734-741.

174. Sunarić, D., Nedeljković, S. 2008. Inženjerska seizmologija. Skripta za studente Rudarsko-geološkog fakulteta, Beograd.
175. Szkutnik, J., Kawecka-Magiera, B., Kulakowski, K. 2003. History-dependent synchronization in the Burridge-Knopoff model, *Tribology Series*, 43, 529-536.
176. Takens, F. 1981. Detecting strange attractors in turbulence. In D. A. Rand and L.-S. Young. *Dynamical Systems and Turbulence*, Lecture Notes in Mathematics, vol. 898. Springer-Verlag. 366–381.
177. Titchmarsh, E.C. 1939. *Theory of functions*, Oxford University Press, Oxford.
178. Tiwari, R.K, Sri Kakshmi, S., Rao, K.N.N. 2004. Characterization of earthquake dynamics in northeastern India regions: a modern nonlinear forecasting approach, *Pure and Applied Geophysics* 161, 865-880.
179. Trifu, C.I., Urbancic, T.I. 1996. Fracture coalescence as a mechanism for earthquakes: observations based on mining induced seismicity. *Tectonophysics* 261, 193-207.
180. Trifunac, M. D., Brady, A. G. 1975. On the correlation of seismic intensity with peaks of recorded strong ground motion. *Bulletin of Seismological Society of America* 65, 139 - 162.
181. Urquizu, M., Correig, A. M. 1998. Analysis of seismic dynamical systems. *Journal of Seismology* 2, 159-171.
182. Vieira, M.D.S. 1999. Chaos and synchronized chaos in an earthquake model, *Physical Review Letters* 82, 201-204.
183. Wetmiller, R.J., Plouffe, M., Cajka, M.G., Hasegawa, H.S. 1990. Investigation of natural and mining-related seismic activity in northern Ontario. In: Fairhurst, C. (ed.) *Proceedings of the 2nd International symposium of rockbursts and seismicity in mines*, Balkema Publishers, Rotterdam, 29-37.
184. Whitney, H. 1932. Congruent graphs and the connectivity of graphs, *American Journal of Mathematics* (The Johns Hopkins University Press) 1, 150–168.
185. Wiggins S. 2000. *Introduction to Applied Nonlinear Dynamical Systems and Chaos*, Springer, New York, 808 p.
186. Wolf, A., Swift, J., Swinney, H., Vastano, J. 1985. Determining Lyapunov exponents from a time series. *Physica D* 16, 285-317.

187. Wong, I.G. 1993. Tectonic stresses in mine seismicity: Are they significant? In: R.P.Young (ed.) Rockbursts and Seismicity in Mines, Proceedings of the 3rd International Symposium on Rockbursts and Seismicity in Mines, Kingston, Ontario, Canada, 273-278.
188. Wong, I.G. 1985. Mining-induced earthquakes in the Book Cliffs and eastern Wasatch Plateau, Utah, USA, International Journal of Rock Mechanics and Mining sciences, Geomechanical Abstracts, 22, 263-270.
189. Wong, I.G., Humphrey, J.R., Adams, J.A., Silva, W.J. 1989. Observations of mine seismicity in the eastern Wasatch Plateau, Utah, USA, A possible case of implosional failure, Pure and Applied Geophysics 129, 369-405.
190. Wyss, M. Toya, Y. 2000. Is background seismicity produced at a stationary Poissonian rate? Bulletin of Seismological Society of America 90, 1174-1187.
191. Yamaguchi, Y., Shimizu, H. 1984. Theory of self-synchronization in the presence of native frequency distribution and external noises, Physica D 11, 212–226.
192. Yang, D., Yang, P. and Zhang, C. 2012. Chaotic characteristic analysis of strong earthquake ground motions. International journal of bifurcation and chaos, Vol. 22, No.3. 1250045-1-16.
193. Zembaty, Z. 2004. Rockburst induced ground motion – a comparative study. Soil Dynamics and Earthquake engineering 24, 11-23.
194. Zembaty, Z. 2011. How to model rockburst seismic loads for civil engineering purposes?, Bulletin of Earthquake Engineering 9, 1403-1416.
195. Zoback, M.L., Zoback, M.D. 1989. Tectonic stress field of the conterminous United States. In. Pakiser, L.C. and Mooney, W.D. (eds.) Geophysical Framework of the continental united states, Geological society of America, Memoir 172, p. 523-539.
196. <http://www.kghm.pl/>, 2013.
197. <http://www.matjazperc.com/ejp/time.html>
198. www.usgs.gov
199. www.macalester.edu/~kaplan/Software/Software/zeropred.m

PRILOG 1. Rudarske oblasti u svetu u kojima su registrovani potresi izazvani različitom rudarskom aktivnošću.

Kontinent	Država	Rudarska oblast	Vrsta sirovine koja se eksploatiše	Mehanizam nastanka	Registrovana magnituda potresa
EVROPA	Poljska ¹	Gornja Silezija	ugalj, bakar	reaktiviranje kretanjem duž raseda	2-4
		Donja Silezija			
	Češka ²	Ostrava-Karvina	ugalj	gorski udari	≤ 3,5
		Pribram			
		Kladno			
		Severna Bohemija			
	Nemačka	Rur	ugalj	reversno rasedanje-smicanje	0,7-3,3 ³
		Sar			≤ 4 ⁴
Rusija ⁵	Severni Ural	boksit	miniranje	≤ 2,5	
	Kibini masiv (poluostrvo Kola)	apatit		2,2 - 4,2	
SEVERNA AMERIKA	SAD ⁶	Besemer (Alabama)	ugalj	gorski udar	≤ 4,8
		Montrouz (Kolorado)		gorski udar	≤ 3,3
		Strimbout Springs (Kolorado)		kolaps krovine u podzemnim prostorijama	≤ 2,9
		Volas (Ajdaho)		gorski udar	≤ 3,6
		Buk Klifs i Vosač (Juta)		gorski udar	3,0 - 3,8
		Virdžinija		gorski udar	≤ 4,3
		Zapadna Viridžinija		obrušavanje krovina podzemnih prostorija	≤ 2,9
	Kanada ⁷	Saskačevan	potaša	reversno rasedanje	2,3-3,6
		Ontario	metalične mineralne sirovine	lom zaštitnih stubova	≤ 5
	AZIJA	Kina*	Taiji (Liaoning Beipiao)	ugalj	lom stenske mase na smicanje i reaktiviranje kretanjem duž raseda
Shunyuan (Shandong Zaozhuang)			gips	≤ 3,6	
Zigong (Sichuan)			kamena so	≤ 4,6	
Kaiyang (Guizhou Kaiyang)			fosfor	≤ 2,2	
Xujiadong 711 (Hunan Chenzhou)			uranijum	≤ 3,4	
AFRIKA	Južna Afrika ⁸	Vitvotersrend ¹	zlato	reaktiviranje kretanjem duž raseda	≤ 5,3
		Klerksdorp			
AUSTRALIJA	Australija ¹	Maunt Šarlot	zlato	reaktiviranje kretanjem duž raseda	2,0-4,0

*u ovoj tabeli dati su samo neki od najjačih zabeleženih potresa u različitim rudnicima u Kini. Za detaljan pregled svih većih dogođenih potresa u kineskim rudnicima, pogledati revijalni rad: T. Lia, M.F. Cai, M. Cai. 2007. A review of mining-induced seismicity in China. *International Journal of Rock Mechanics & Mining Sciences* 44, 1149–1171.

¹ Ortlepp, 2005.

² Holub, 1987.

³ Bischoff, i dr., 2010.

⁴ Fritschen, 2010.

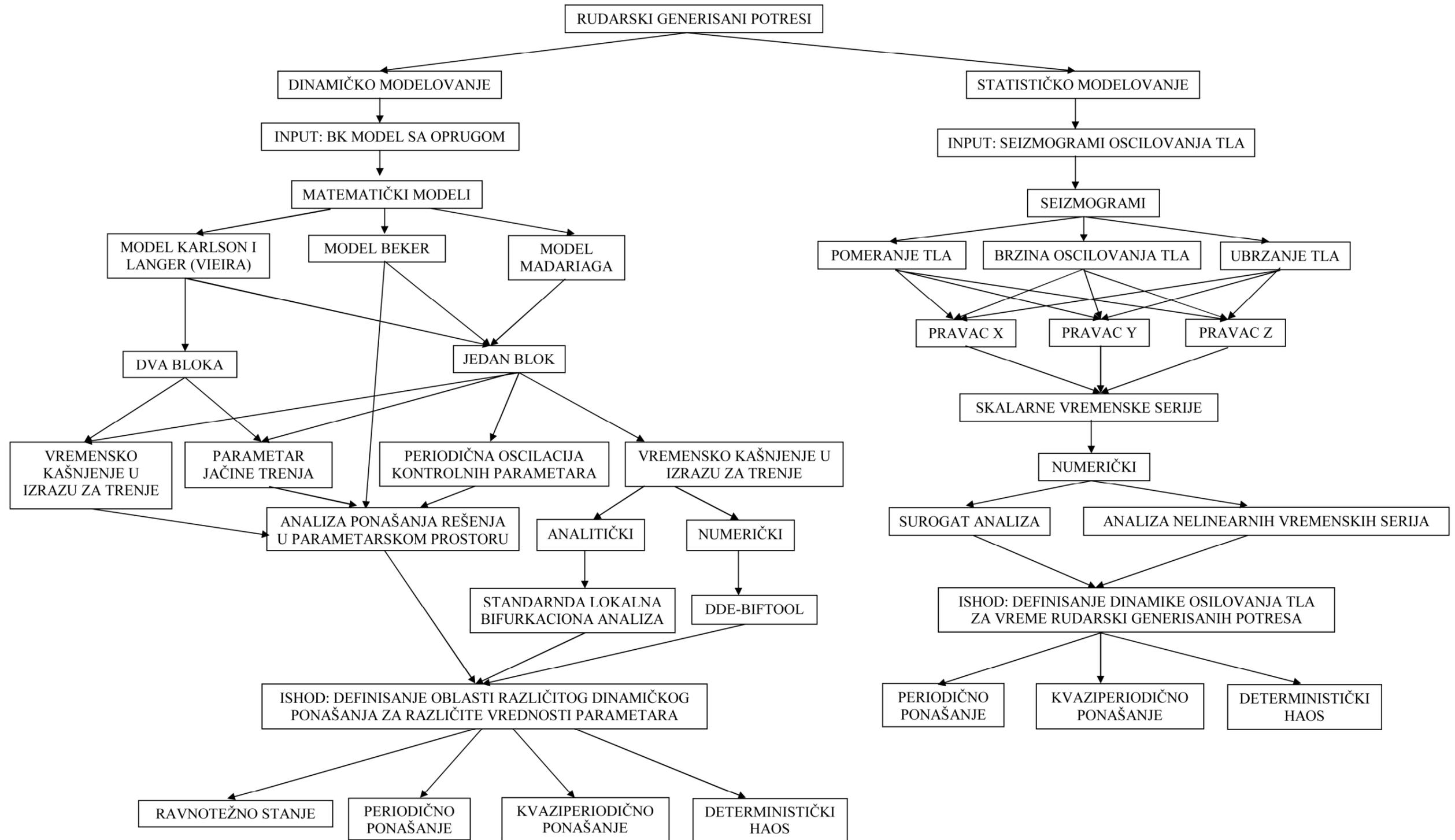
⁵ Gibowicz, Kijko, 1994.

⁶ Američki geološki zavod, (www.usgs.gov), 2012

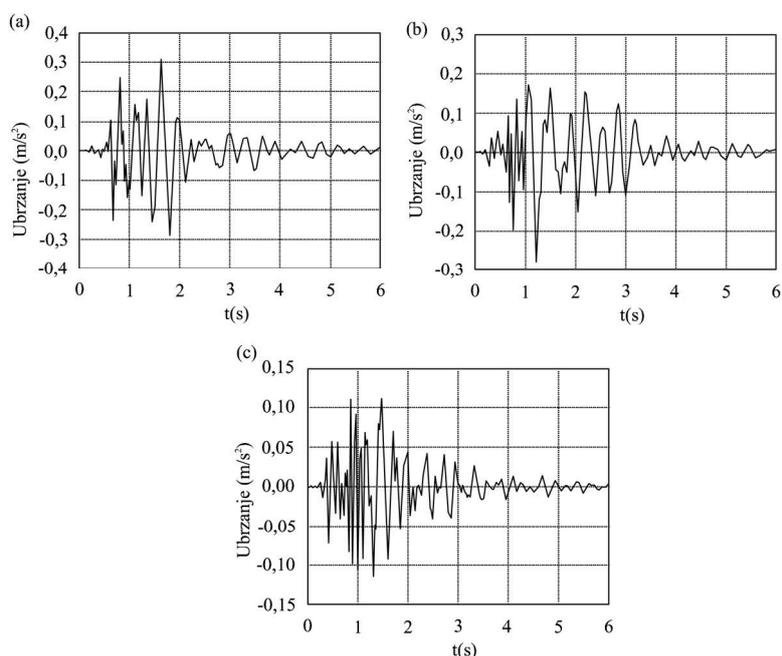
⁷ Hasegawa i dr., 1989.

⁸ Davies, Kijko, 2003.

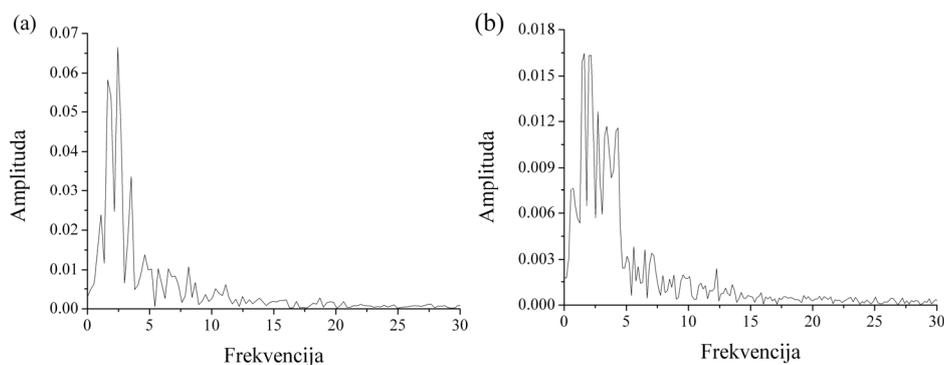
PRILOG 2. Algoritam metodologije nelinearnog dinamičkog modelovanja potresa izazvanih promenom naponskog stanja pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija.



PRILOG 3. Rezultati analize vremenske serije registrovanog potresa u basenu uglja u Gornjoj Sileziji u Poljskoj.

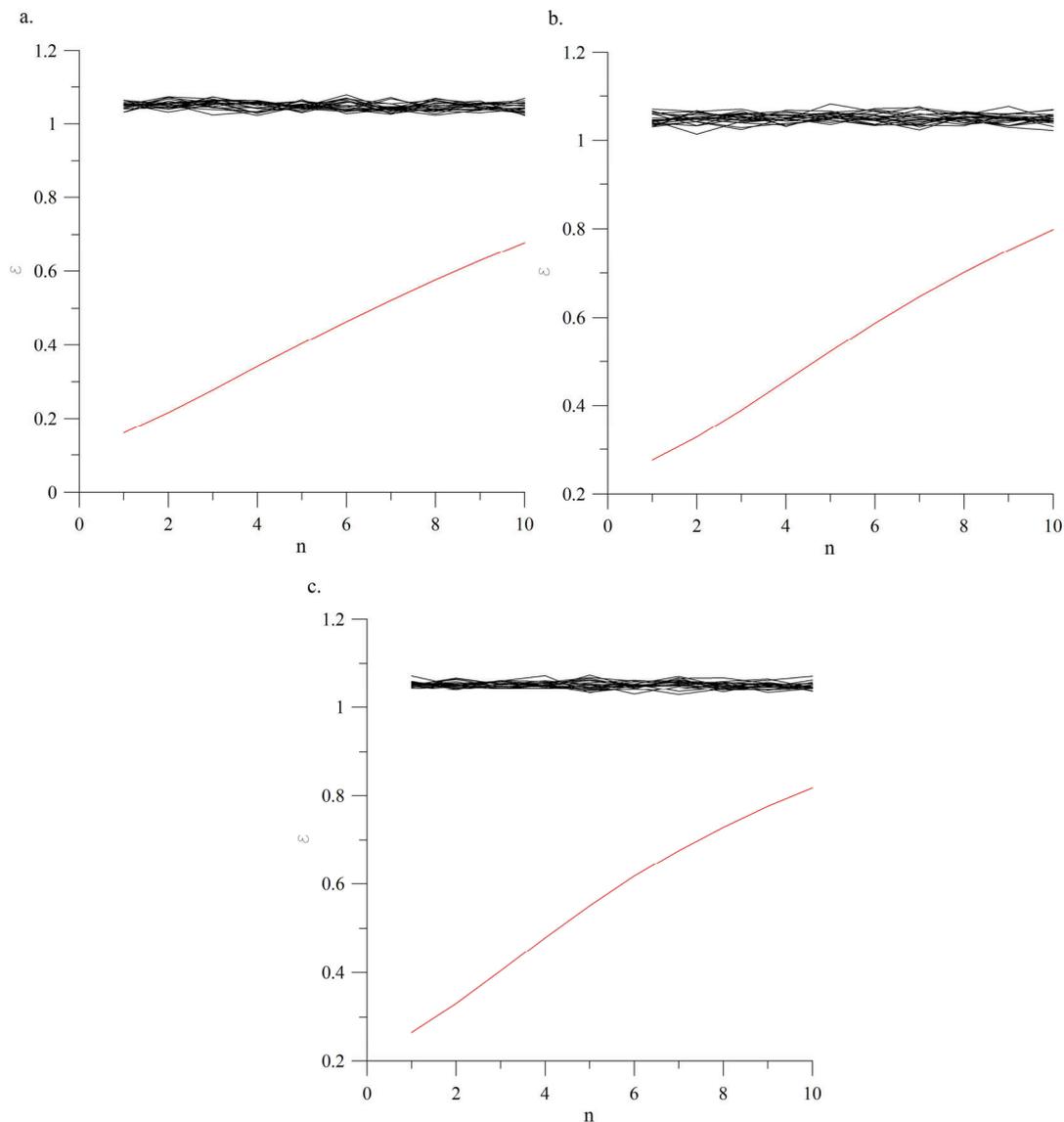


Slika 1. Vremenske serije tipičnog ubrzanja oscilovanja tla za vreme potresa magnitude $M \approx 1,5$ ($E = 1 \times 10^7 \text{J}$) izazvanog rudarskim aktivnostima u basenu uglja u Gornjoj Sileziji, u tri pravca: (a) – sever-jug (748); (b) – istok zapad (865) i (c) – vertikalno (1126) [Dulinska, Fabijanska, 2011]

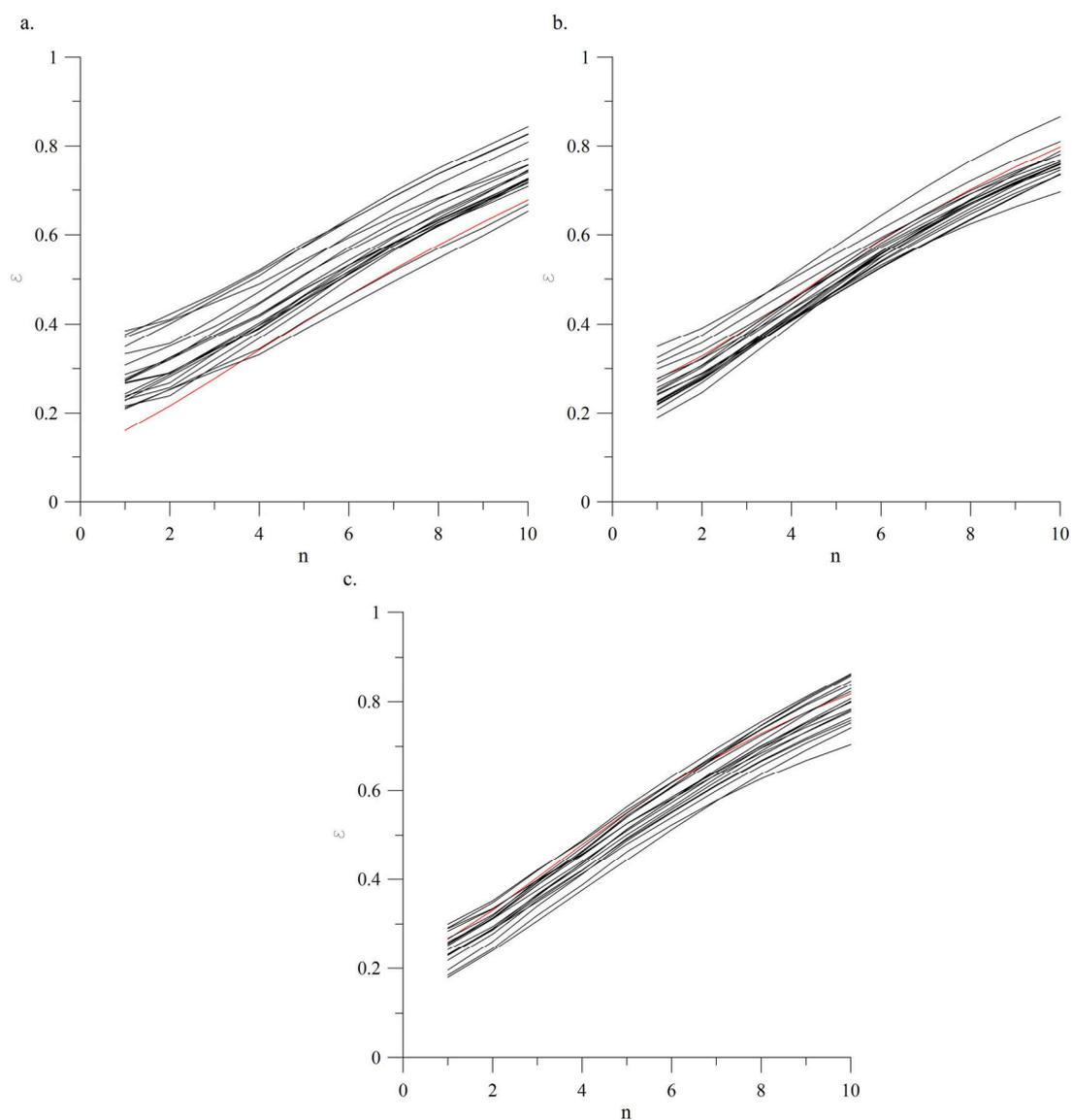


Slika 2. Furijeov spektar snage za ubrzanje tla za vreme potresa magnitude $M \approx 1,5$ ($E = 1 \times 10^7 \text{J}$) izazvanog rudarskim aktivnostima u basenu uglja u Gornjoj Sileziji u (a) horizontalnom (sever-jug) i (b) vertikalnom pravcu. Kvalitativno sličan spektar snage se dobija i za ubrzanje tla u horizontalnom pravcu istok-zapad. Kontinualni spektar snage u oba slučaja ukazuje ili na moguće deterministički haotično ili na nasumično ponašanje posmatranog sistema.

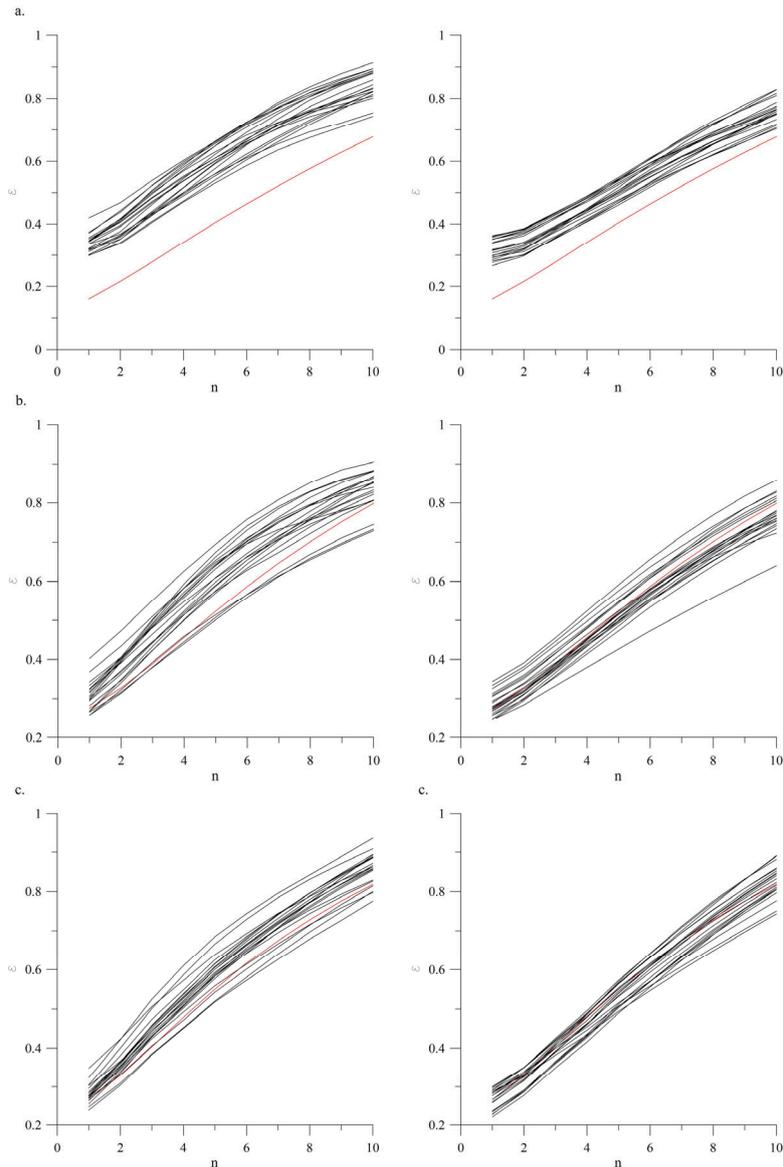
ANALIZA SUROGAT PODATAKA



Slika 3. Testiranje I nulte hipoteze: (a) pravac sever-jug; (b) pravac istok-zapad; (c) vertikalno. Očigledno je da u sva tri slučaja nulta hipoteza može biti odbačena, s obzirom na to da je $\varepsilon_0 < \varepsilon$ za svako n i za svaki ispitivani niz surogat podataka. Crvena linija označava grešku u predviđanju za originalnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za nizove surogat podataka (ε)

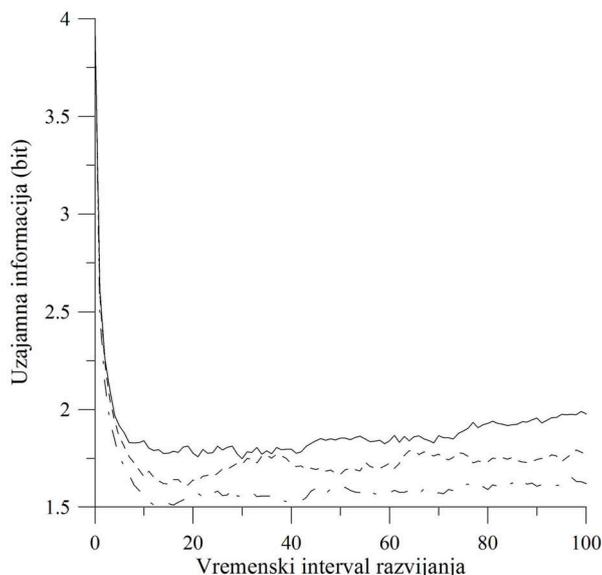


Slika 4. Testiranje II nulte hipoteze: (a) pravac sever-jug; (b) pravac istok-zapad; (c) vertikalno. Očigledno je da se nulta hipoteza ni u jednom slučaju ne može odbaciti, s obzirom na to da je ε_0 unutar „polja” koje čine greške predviđanja ε za surogat nizove. Crvena linija označava grešku u predviđanju za originalnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za nizove surogat podataka (ε).

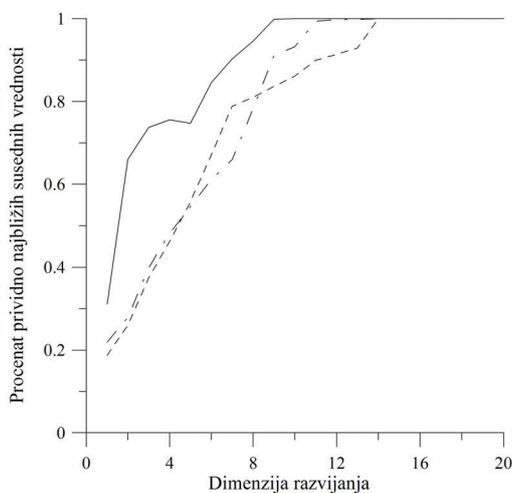


Slika 5. Testiranje III hipoteze; (a) pravac sever-jug; (b) pravac istok-zapad; (c) vertikalno. Leva kolona predstavlja rezultate ispitivanja „običnim” postupkom sa „podešenom” amplitudom (AAFT), desna kolona - iterativnim postupkom ispitivanja nizova surogat podataka sa „podešenom” amplitudom (AAFT i IAAFT). Jasno je da se nulta hipoteza odbacuje za pravac oscilovanja sever-jug ($\varepsilon < \varepsilon_0$ za svako n). U ostalim slučajevima, nulta hipoteza se ne može odbaciti. Crvena linija označava grešku u predviđanju za originalnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za nizove surogat podataka (ε).

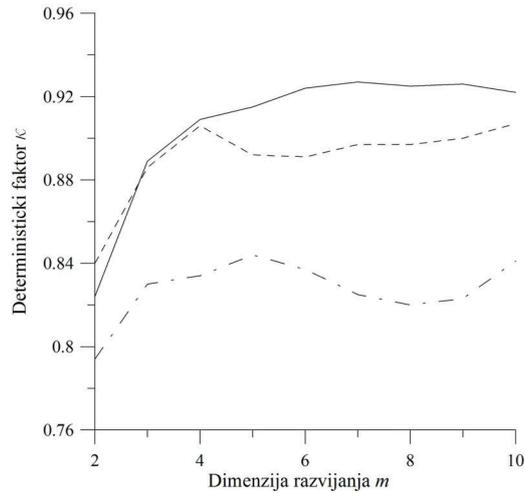
ANALIZA NELINEARNIH VREMENSKIH SERIJA



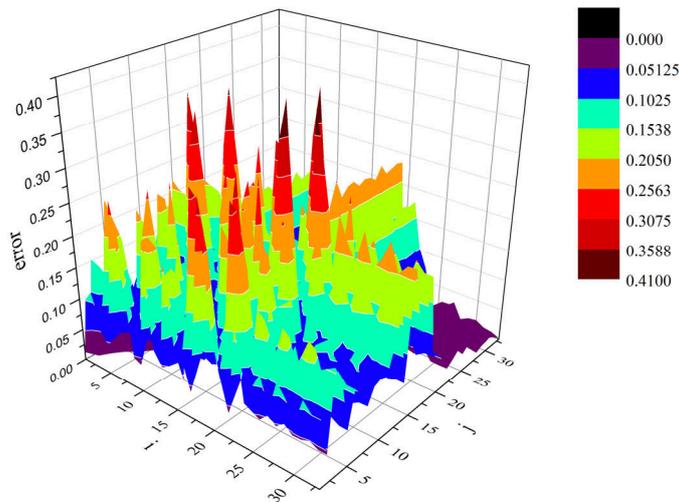
Slika 6. Određivanje optimalne vrednosti vremenskog intervala razvijanja za registrovana ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (puna linija), istok-zapad (isprekidana linija), kao i u vertikalnom pravcu (crta-tačka linija). Funkcija uzajamne informacije dostiže prvi minimum za $\tau=8$, $\tau=10$ i $\tau=12$, redom.



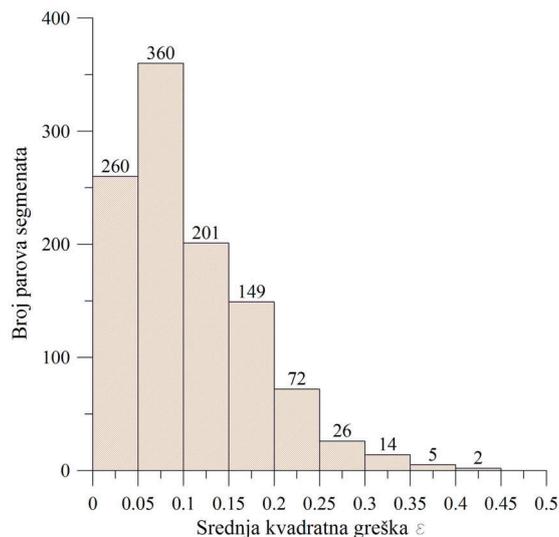
Slika 7. Određivanje minimalne vrednosti dimenzije razvijanja m za registrovana ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (puna linija), istok-zapad (isprekidana linija), kao i u vertikalnom pravcu (crta-tačka linija). Očigledno je da procenat prividno najbližih vrednosti raste sa povećanjem optimalne dimenzije, pa se minimalna vrednost dimenzije razvijanja m ne može odrediti.



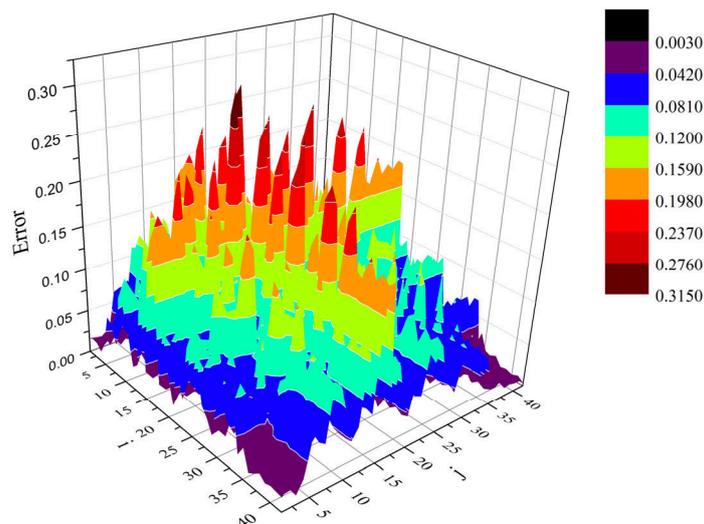
Slika 8. Promena vrednosti determinističkog faktora κ za različite vrednosti dimenzije razvijanja, za registrovana ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (puna linija), istok-zapad (isprekidana linija), kao i u vertikalnom pravcu (crta-tačka linija). Kao što se može videti, u svim slučajevima, $\kappa < 1$, što ukazuje na moguće „nedeterminističko” ponašanje posmatranog sistema.



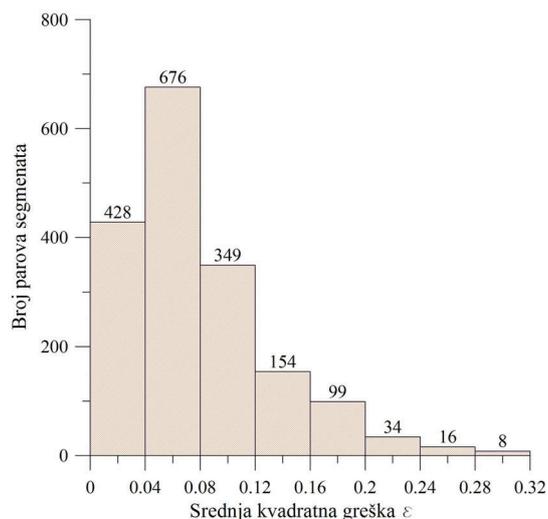
Slika 9. Test stacionarnosti za pravac sever-jug. Broj tačaka u jednom polju iznosi 20, što znači da je posmatrana vremenska serija u razvijenom faznom prostoru izdijeljena na 38 polja. Dijagram pokazuje prosečnu grešku u unakrsnom predviđanju δ_{ij} u zavisnosti od različitih kombinacija segmenata. Procenat visoke greške (crvena do tamnocrvena boja) je kvalitativno nizak. Test stacionarnosti je izveden za vrednost optimalne dimenzije razvijanja $m=5$. Kvalitativno slični rezultati se dobijaju i za ostale vrednosti dimenzije razvijanja u intervalu $m=2-10$.



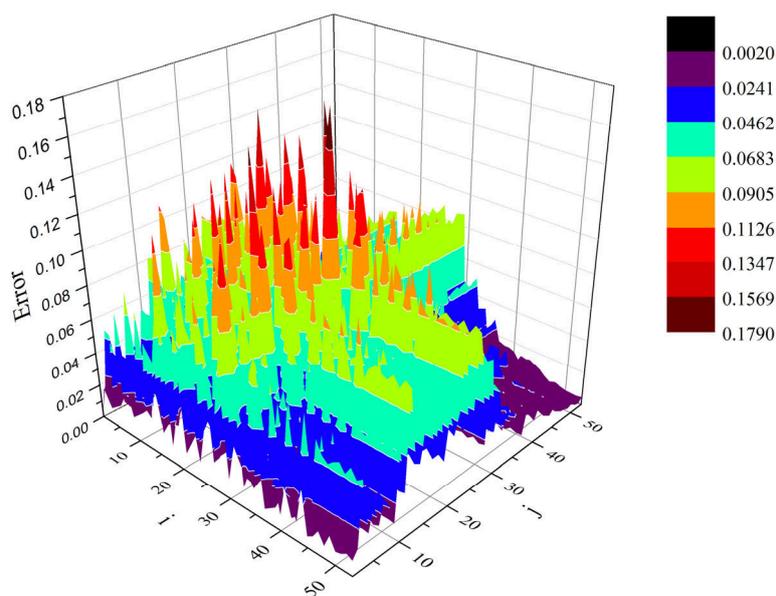
Slika 10. Histogram veličine greške u predviđanju u odnosu na broj parova segmenata u kojima se javlja, za pravac sever-jug. Jasno je da najveći broj parova segmenata (1042) ima malu do srednju grešku ($\varepsilon < 0,25$; 95,7%).



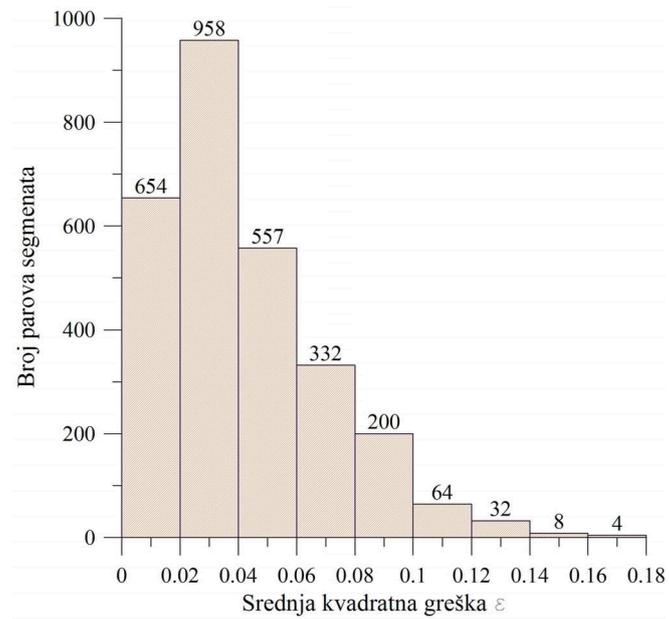
Slika 11. Test stacionarnosti za pravac istok-zapad. Broj tačaka u jednom polju iznosi 20, što znači da je posmatrana vremenska serija u razvijenom faznom prostoru izdeljena na 44 polja. Dijagram pokazuje prosečnu grešku u unakrsnom predviđanju δ_{ij} u zavisnosti od različitih kombinacija segmenata. Procenat visoke greške (crvena do tamnocrvena boja) je kvalitativno nizak. Test stacionarnosti je izveden za vrednost optimalne dimenzije razvijanja $m=5$. Kvalitativno slični rezultati se dobijaju i za ostale vrednosti dimenzije razvijanja u intervalu $m=2-10$.



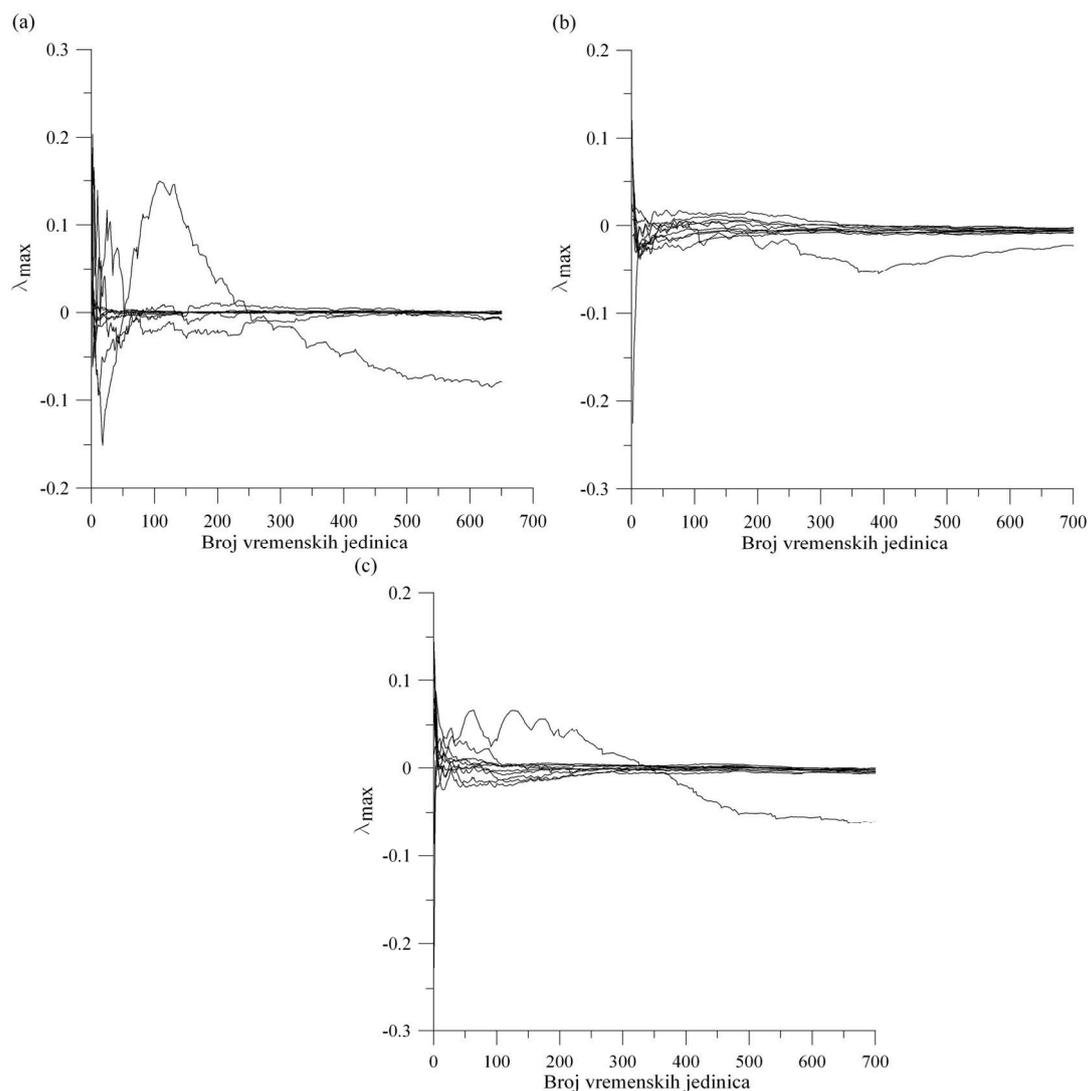
Slika 12. Histogram veličine greške u predviđanju u odnosu na broj parova segmenata u kojima se javlja, za pravac istok-zapad. Jasno je da najveći broj parova segmenata (1607) ima malu do srednju grešku ($\epsilon < 0,16$; 91,1%).



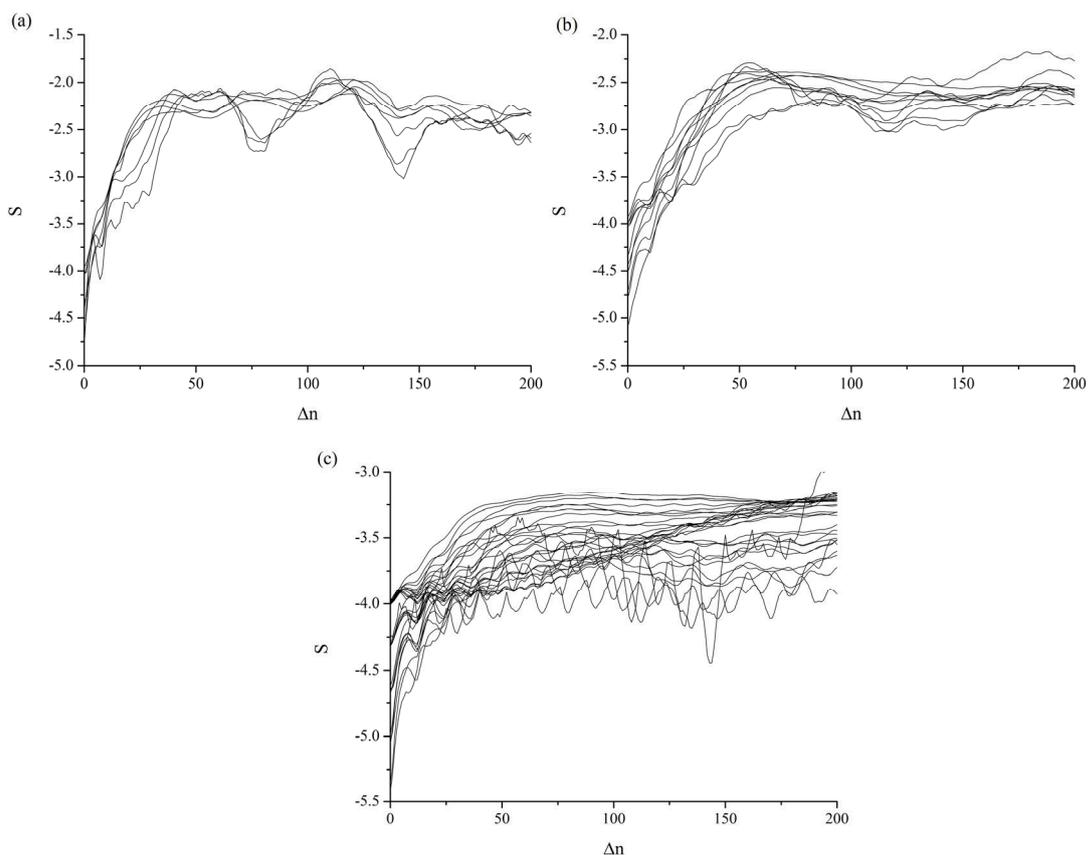
Slika 13. Test stacionarnosti za vertikalni pravac. Dijagram pokazuje prosečnu grešku u unakrsnom predviđanju δ_{ij} u zavisnosti od različitih kombinacija segmenata. Procenat visoke greške (crvena do tamnocrvena boja) je kvalitativno nizak. Broj tačaka u jednom polju iznosi 20, što znači da je posmatrana vremenska serija u razvijenom faznom prostoru izdeljena na 57 polja. Test stacionarnosti je izveden za vrednost optimalne dimenzije razvijanja $m=5$. Kvalitativno slični rezultati se dobijaju i za ostale vrednosti dimenzije razvijanja u intervalu $m=2-10$.



Slika 14. Histogram veličine greške u predviđanju u odnosu na broj parova segmenata u kojima se javlja za pravac istok-zapad. Jasno je da najveći broj parova segmenata (2501) ima malu do srednju grešku ($\varepsilon < 0,08$; 89,04%)

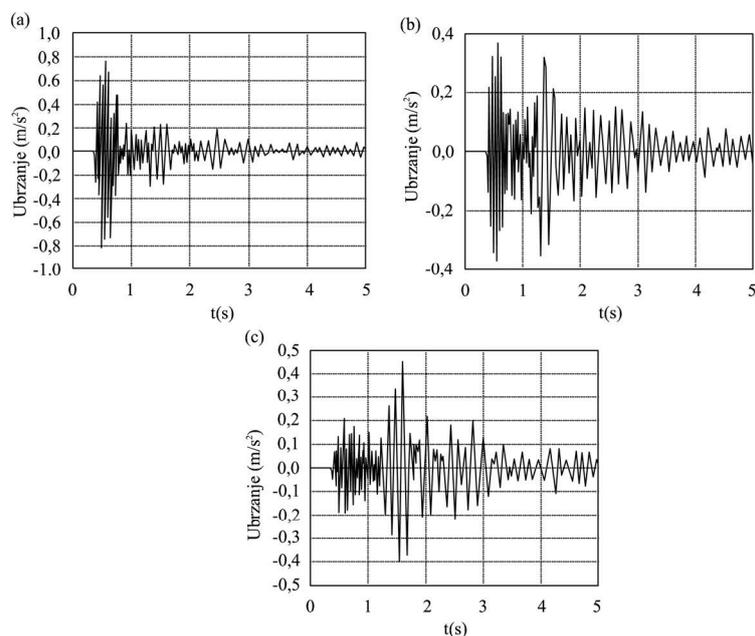


Slika 15. Najveći Ljapunovljev eksponent za različite dimenzije razvijanja $m=2-10$, određen po Vulfovoj metodi, za registrovane vremenske serije ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (a), istok-zapad (b) i u vertikalnom pravcu (c). Maksimalni Ljapunovljev eksponent u najvećem broju slučajeva teži negativnoj vrednosti (mala pozitivna vrednost se javlja za ubrzanja registrovana u pravcu sever-jug, za dimenzije razvijanja $m=4,5$ i 8), ukazujući na disipativni ili ne-konzervativni sistem.

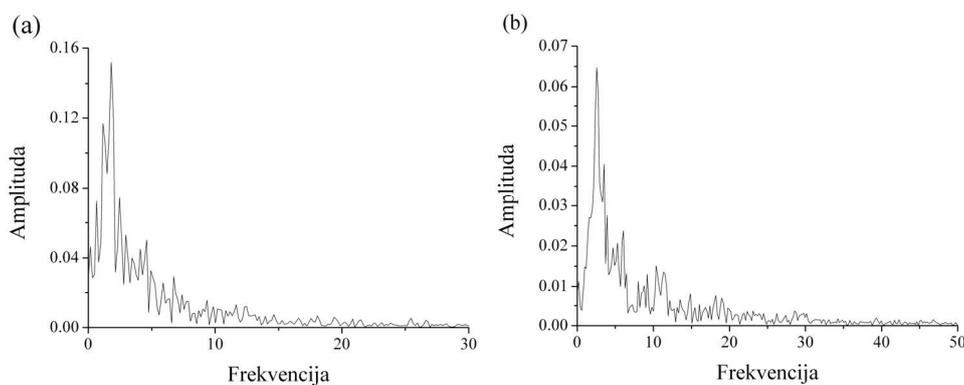


Slika 16. Izračunavanje vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta, po metodi Rozenštajna, za vremenske serije ubrzanja oscilovanja tla: (a) pravac sever-jug, (b) pravac istok-zapad, (c) vertikalni pravac. Različite linije opisuju promenu rastojanja odabranih susednih tačaka u odnosu na referentnu trajektoriju. U ovom slučaju, za izračunavanje brzine divergencije, odabrano je 1000 referentnih tačaka, pri čemu je svaka od njih okružena sa najmanje 10 vrednosti, dok su rastojanja između susednih vrednosti u rasponu $\varepsilon=0,01-0,05$. U ispitivanim slučajevima, kriva $S(\Delta n)$ pokazuje nagli skok u početnom trenutku $t \approx 0$ i vrlo brzo saturira sa povećanjem dimenzije razvijanja, što ukazuje na stohastičku prirodu posmatranog sistema.

PRILOG 4. Rezultati analize vremenske serije registrovanog potresa u basenu bakra Legnica-Glogov u Poljskoj.

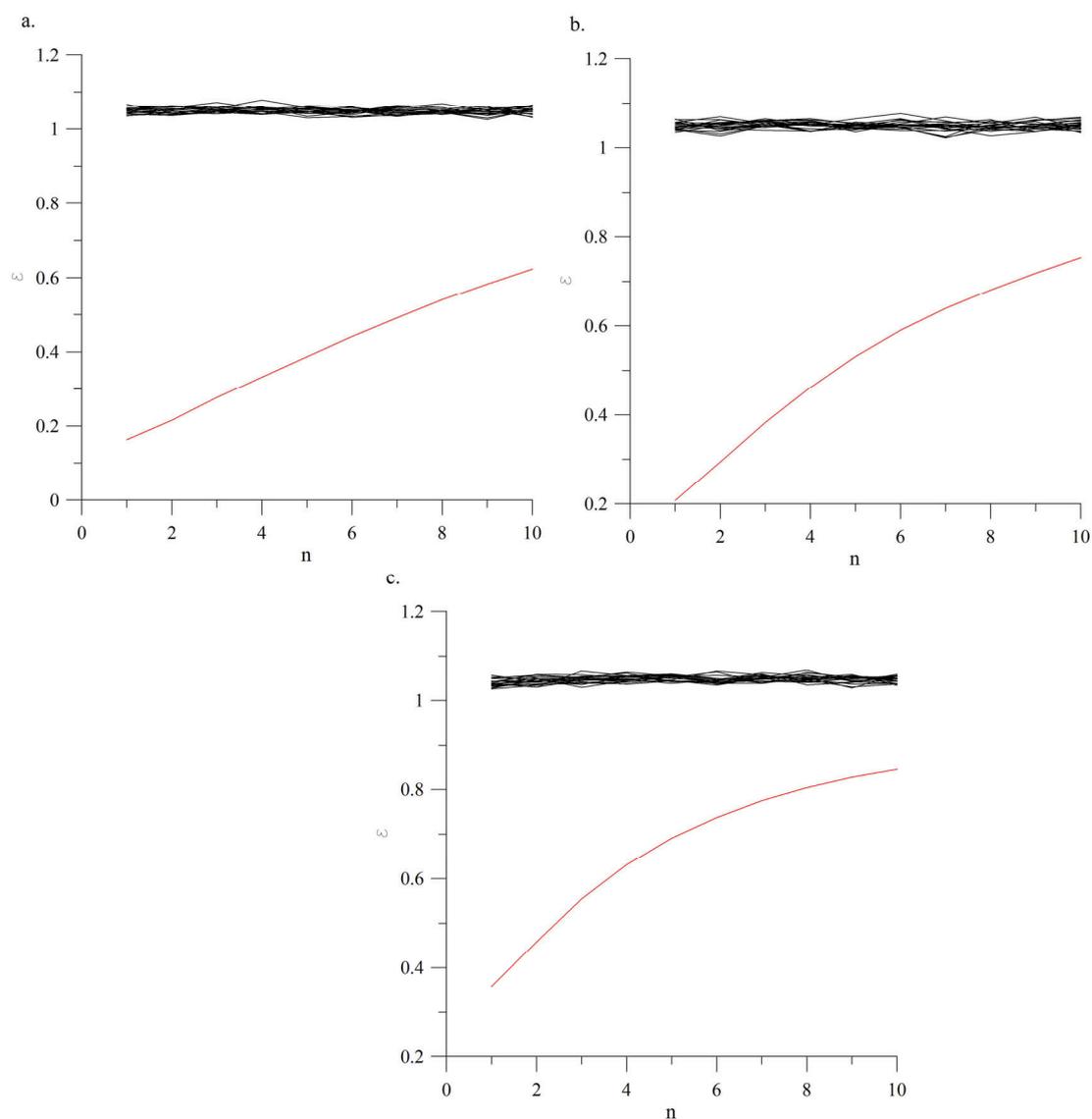


Slika 1. Vremenske serije tipičnog ubrzanja oscilovanja tla za vreme potresa $M \approx 2$ ($E=5 \times 10^7 J$) izazvanog rudarskim aktivnostima u basenu bakra Legnica-Glogov, u tri pravca: (a) – sever-jug (1236); (b) – istok zapad (1386) i (c) – vertikalno (1037) [Dulinska, Fabijanska, 2011].

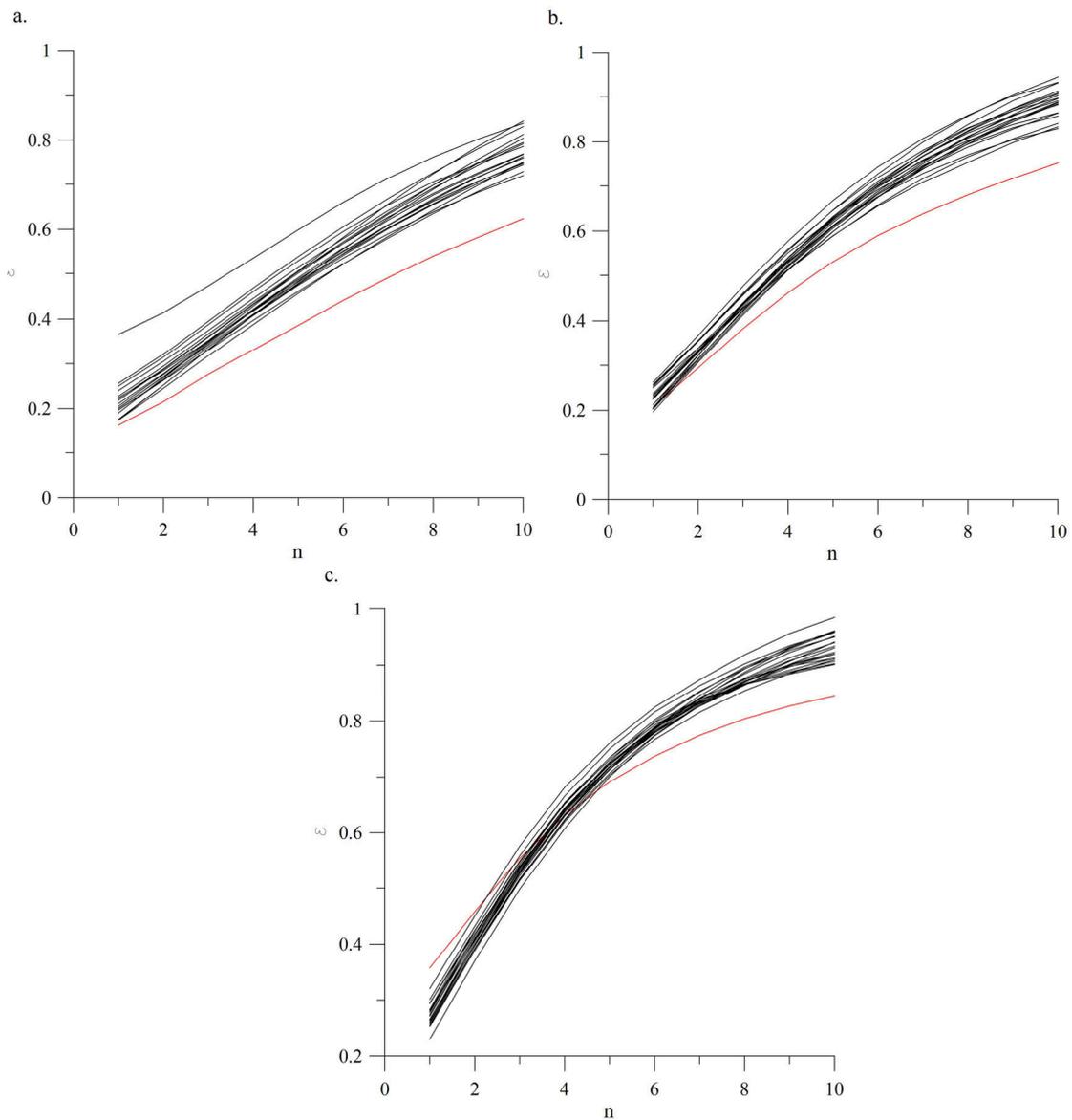


Slika 2. Furijeov spektar snage za ubrzanje tla registrovano za vreme potresa $M \approx 2$ ($E=5 \times 10^7 J$) izazvanog rudarskim aktivnostima u basenu bakra Legnica-Glogov u (a) horizontalnom (sever-jug) i (b) vertikalnom pravcu. Kvalitativno sličan spektar snage se dobija i za ubrzanje tla u horizontalnom pravcu (istok-zapad). Kontinualni spektar snage u oba slučaja ukazuje ili na moguće deterministički haotično ili na nasumično ponašanje posmatranog sistema.

ANALIZA SUROGAT PODATAKA



Slika 3. Testiranje I nulte hipoteze: (a) pravac sever-jug; (b) pravac istok-zapad; (c) vertikalno. Očigledno je da u sva tri slučaja nulta hipoteza može biti odbačena, s obzirom na to da je $\varepsilon_0 < \varepsilon$ za svako n i za svaki ispitivani niz surogat podataka. Crvena linija označava grešku u predviđanju za originalnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za nizove surogat podataka (ε).

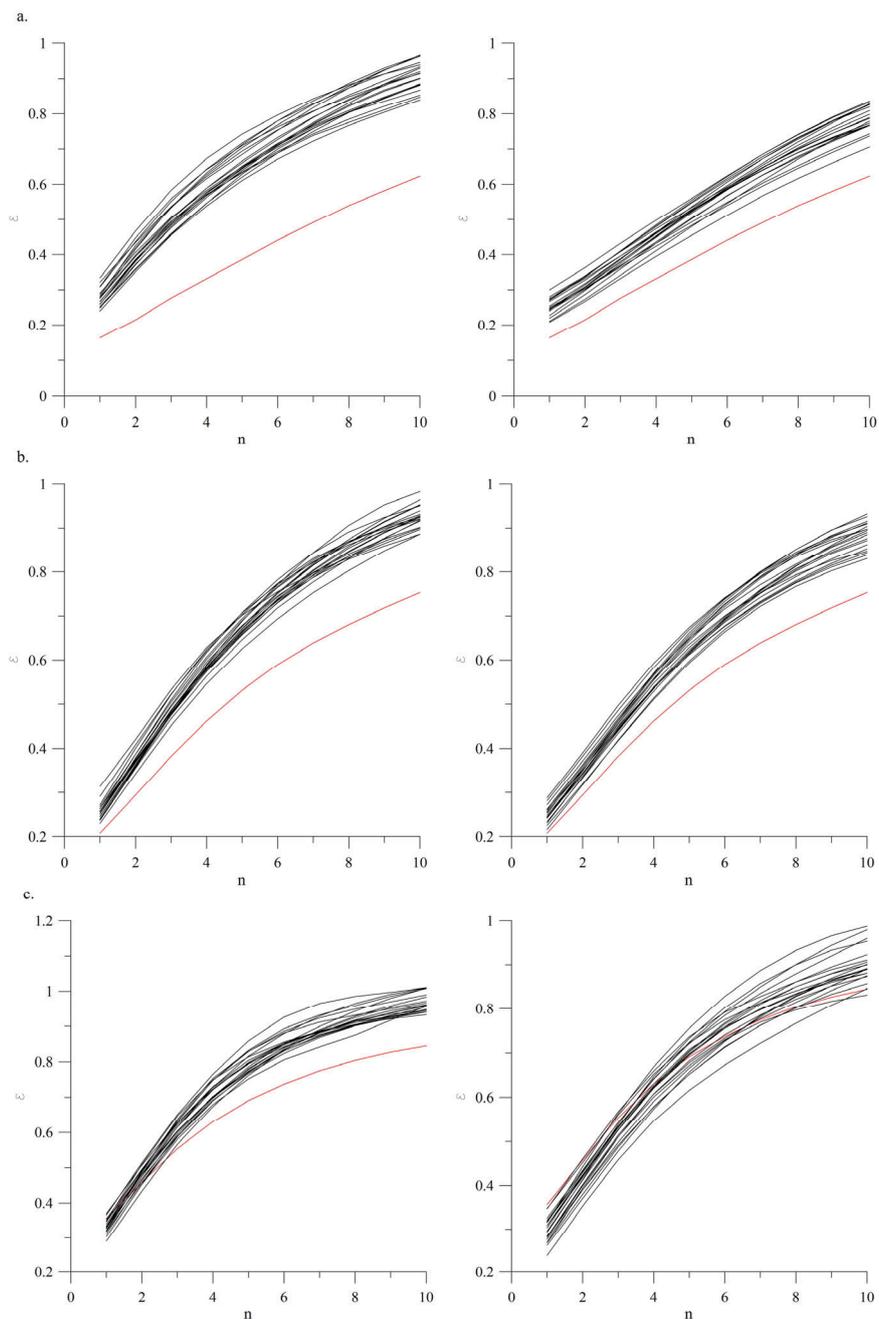


Slika 4. Testiranje II nulte hipoteze: (a) pravac sever-jug; (b) pravac istok-zapad; (c) vertikalno. Crvena linija označava grešku u predviđanju za originalnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za nizove surogat podataka (ε).

Tabela 1. Test korelacije između distribucije greške predviđanja za 20 nizova surogat podataka i početnu vremensku seriju pri testiranju II hipoteze, za sve tri komponente ubrzanja. Očigledno je da se nulta hipoteza za pravac oscilovanja sever jug i istok-zapad može odbaciti, pošto su samo za 3, odnosno 5 slučajeva (respektivno), surogat nizovi i originalna serija u korelaciji ($\varepsilon_0 \approx \varepsilon$). Za vertikalni pravac oscilovanja tla, nulta hipoteza se takođe može odbaciti, s obzirom na to da je prag značajnosti za a u svim slučajevima jednak 0 ($p < 0,05$).

Surogat niz vs Početni niz	Komponenta ubrzanja	Koeficijent korelacije (R^2)	Prag značajnosti (p) za a	Prag značajnosti (p) za b
Surogat1 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,997	0,418	0
	Pravac istok-zapad	1	0	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat2 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat3 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Pravac istok-zapad	1	0,002	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat4 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0,338	0
	Pravac istok-zapad	1	0	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat5 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Pravac istok-zapad	1	0	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat6 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Pravac istok-zapad	0,998	0,001	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat7 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0,001	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat8 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0,005	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0,075	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat9 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0	0
	Pravac istok-zapad	1	0	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0
Surogat10 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0	0
	Pravac istok-zapad	1	0	0
	Vertikalni pravac	0,997	0	0
Surogat11 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0,181	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0,001	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat12 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0,013	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0,008	0
	Vertikalni pravac	0,99	0	0

Surogat niz vs Početni niz	Komponenta ubrzanja	Koeficijent korelacije (R^2)	Prag značajnosti (p) za a	Prag značajnosti (p) za b
Surogat13 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0,994	0
	Vertikalni pravac	0,997	0	0
Surogat14 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Pravac istok-zapad	0,998	0,098	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat15 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,997	0,037	0
	Pravac istok-zapad	0,997	0,581	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat16 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0,001	0
	Vertikalni pravac	0,998	0	0
Surogat17 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0,449	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat18 vs Početni niz	Pravac sever-jug	1	0	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0,004	0
	Vertikalni pravac	0,998	0	0
Surogat19 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,99	0,012	0
	Pravac istok-zapad	1	0,003	0
	Vertikalni pravac	1	0	0
Surogat20 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,998	0	0
	Pravac istok-zapad	1	0	0
	Vertikalni pravac	1	0	0



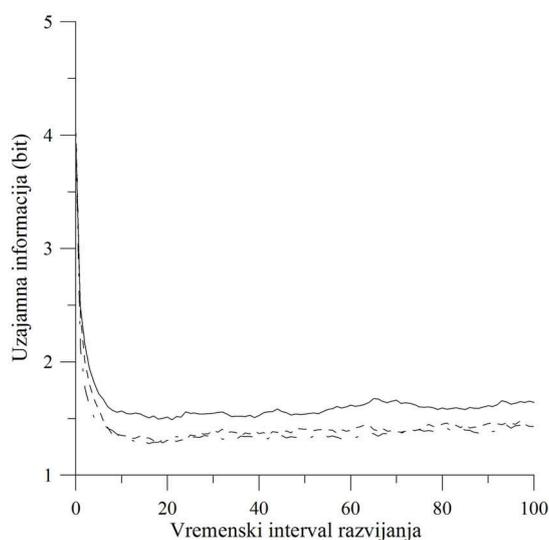
Slika 5. Testiranje III hipoteze; (a) pravac sever-jug; (b) pravac istok-zapad; (c) vertikalno. Leva kolona predstavlja rezultate ispitivanja „običnim” postupkom sa „podešenom” amplitudom (AAFT), desna kolona - iterativnim postupkom ispitivanja nizova surogat podataka sa „podešenom” amplitudom (AAFT i IAAFT). Crvena linija označava grešku u predviđanju za originalnu vremensku seriju (ε_0), dok crne linije označavaju distribuciju greške za nizove surogat podataka (ε).

Tabela 2. Test korelacije između distribucije greške predviđanja za 20 nizova surogat podataka i početnu vremensku seriju pri testiranju III hipoteze (AAFT i IAAFT), za registrovanja ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug, istok-zapad i u vertikalnom pravcu. Očigledno je da se nulta hipoteza, ispitivana postupkom AAFT, za pravac oscilovanja sever jug (5), istok-zapad (11) i za vertikalni pravac (3) može odbaciti, pošto su samo za 5, 11, odnosno 3 slučaja (respektivno), surogat nizovi i originalna serija u korelaciji ($\varepsilon_0 \approx \varepsilon$). Rezultati ispitivanja IAAFT postupkom pokazuju da se nulta hipoteza može odbaciti i za pravac oscilovanja istok-zapad pošto su za 7 slučajeva surogat nizovi i originalna serija u korelaciji ($\varepsilon_0 \approx \varepsilon$).

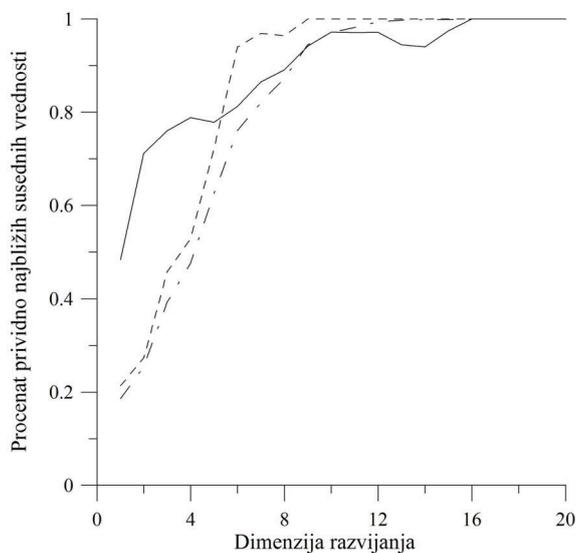
Surogat niz vs Početni niz	Komponenta ubrzanja	Koefficient korelacije (R^2)		Prag značajnosti (p) za a		Prag značajnosti (p) za b	
		AAFT	IAAFT	AAFT	IAAFT	AAFT	IAAFT
Surogat1 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,975	0,996	0,022	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0,998	0,064	0,001	0	0
	Vertikalni pravac	0,995	1	0	0	0	0
Surogat2 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,971	0,99	0,017	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,994	0,99	0,008	0,903	0	0
	Vertikalni pravac	0,983	1	0,009	0	0	0
Surogat3 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,965	1	0,014	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,996	1	0,493	0	0	0
	Vertikalni pravac	0,998	0,99	0	0	0	0
Surogat4 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,969	1	0,059	0	0	0
	Pravac istok-zapad	1	1	0,018	0,006	0	0
	Vertikalni pravac	0,994	0,994	0,001	0	0	0
Surogat5 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,975	1	0,052	0	0	0
	Pravac istok-zapad	1	1	0,018	0	0	0
	Vertikalni pravac	0,99	0,995	0	0	0	0
Surogat6 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,969	0,99	0,009	0,002	0	0
	Pravac istok-zapad	1	0,99	0	0,205	0	0
	Vertikalni pravac	0,995	0,994	0,078	0	0	0
Surogat7 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,98	1	0,014	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,996	1	0,109	0	0	0
	Vertikalni pravac	0,998	0,996	0	0	0	0
Surogat8 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,984	0,99	0,028	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,99	1	0,234	0	0	0
	Vertikalni pravac	0,997	0,991	0	0	0	0
Surogat9 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,953	0,99	0,014	0	0	0
	Pravac istok-zapad	1	0,99	0,214	0,112	0	0
	Vertikalni pravac	0,987	0,998	0,101	0	0	0
Surogat10 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,986	1	0,026	0	0	0
	Pravac istok-zapad	1	1	0	0	0	0
	Vertikalni pravac	1	1	0	0	0	0
Surogat11 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,948	1	0,012	0	0	0
	Pravac istok-zapad	1	0,99	0,001	0,012	0	0
	Vertikalni pravac	0,998	0,998	0	0	0	0

Surogat niz vs Početni niz	Komponenta ubrzanja	Koefficient korelacije (R^2)		Prag značajnosti (p) za a		Prag značajnosti (p) za b	
		AAFT	IAAFT	AAFT	IAAFT	AAFT	IAAFT
Surogat12 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,986	0,99	0,06	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,996	0,99	0,4	0,035	0	0
	Vertikalni pravac	0,998	0,99	0	0	0	0
Surogat13 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,972	1	0,031	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,996	1	0,44	0,049	0	0
	Vertikalni pravac	0,996	0,998	0	0	0	0
Surogat14 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,981	1	0,018	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,991	0,99	0,049	0,101	0	0
	Vertikalni pravac	0,997	0,99	0	0	0	0
Surogat15 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,978	0,99	0,019	0,001	0	0
	Pravac istok-zapad	1	0,997	0,495	0,01	0	0
	Vertikalni pravac	0,992	0,998	0,001	0	0	0
Surogat16 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,979	1	0,002	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,995	0,99	0,121	0,008	0	0
	Vertikalni pravac	0,991	0,99	0,004	0	0	0
Surogat17 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,983	1	0,057	0,239	0	0
	Pravac istok-zapad	1	0,99	0,051	0,012	0	0
	Vertikalni pravac	0,993	0,998	0,012	0	0	0
Surogat18 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,972	1	0,041	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,99	0,998	0	0,265	0	0
	Vertikalni pravac	1	0,994	0	0	0	0
Surogat19 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,972	0,99	0,006	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,995	0,99	0,130	0,767	0	0
	Vertikalni pravac	0,988	1	0,095	0	0	0
Surogat20 vs Početni niz	Pravac sever-jug	0,982	0,99	0,011	0	0	0
	Pravac istok-zapad	0,992	0,998	0,001	0,726	0	0
	Vertikalni pravac	0,997	0,998	0	0	0	0

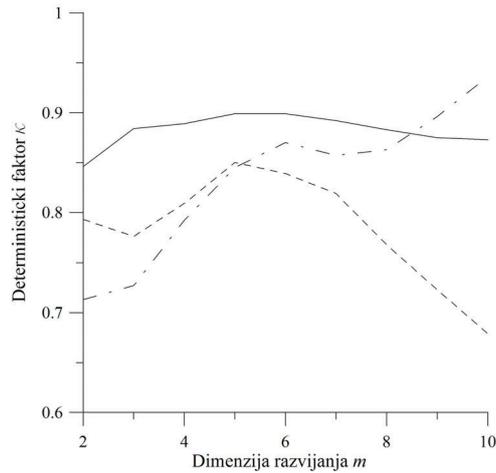
ANALIZA NELINEARNIH VREMENSKIH SERIJA



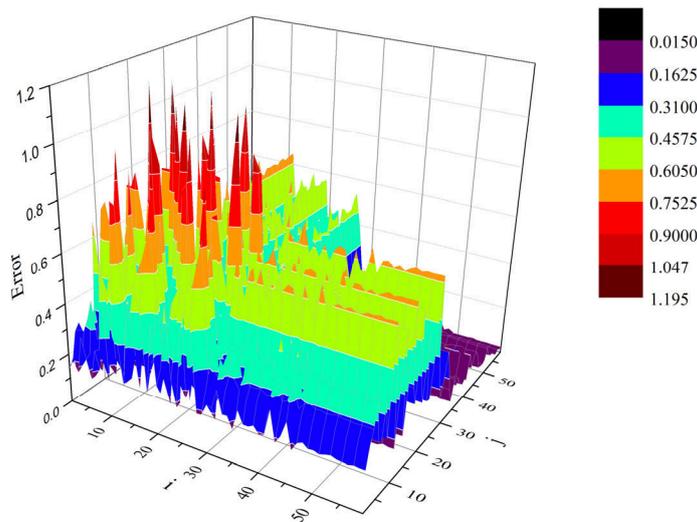
Slika 6. Određivanje optimalne vrednosti vremenskog intervala razvijanja za registrovana ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (puna linija), istok-zapad (isprekidana linija), kao i u vertikalnom pravcu (crta-tačka linija). Funkcija uzajamne informacije dostiže prvi minimum za $\tau=9$, $\tau=8$ i $\tau=14$, redom.



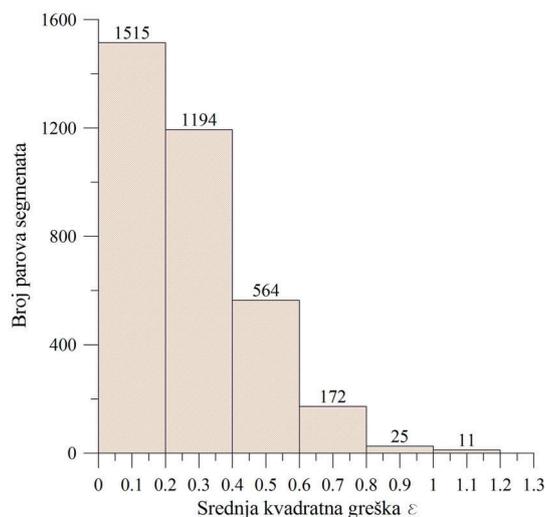
Slika 7. Određivanje minimalne vrednosti dimenzije razvijanja m za registrovana ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (puna linija), istok-zapad (isprekidana linija), kao i u vertikalnom pravcu (crta-tačka linija). Očigledno je da procenat prividno najbližih vrednosti raste sa povećanjem optimalne dimenzije, pa se minimalna vrednost dimenzije razvijanja m ne može odrediti.



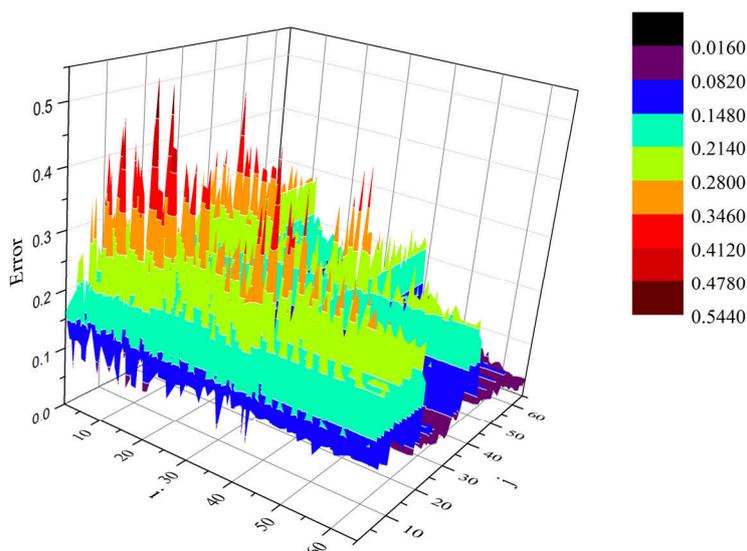
Slika 8. Promena vrednosti determinističkog faktora κ za različite vrednosti dimenzije razvijanja, za registrovana ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (puna linija), istok-zapad (isprekidana linija), kao i u vertikalnom pravcu (crta-tačka linija). Kao što se može videti, u svim slučajevima, $\kappa < 1$, ukazujući na moguće „nedeterminističko” ponašanje posmatranog sistema.



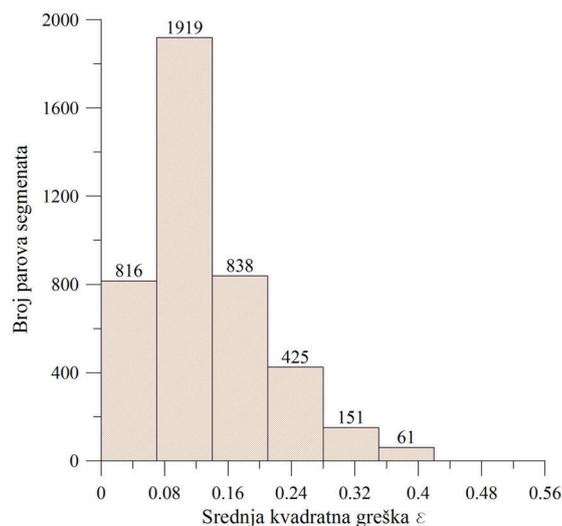
Slika 9. Test stacionarnosti za pravac sever-jug. Dijagram pokazuje prosečnu grešku u unakrsnom predviđanju δ_{ij} u zavisnosti od različitih kombinacija segmenata. Procenat visoke greške (crvena do tamnocrvena boja) je kvalitativno nizak. Broj tačaka u jednom polju iznosi 20, što znači da je posmatrana vremenska serija u razvijenom faznom prostoru izdeljena na 57 polja. Test stacionarnosti je izveden za vrednost optimalne dimenzije razvijanja $m=5$. Kvalitativno slični rezultati se dobijaju i za ostale vrednosti dimenzije razvijanja u intervalu $m=2-10$.



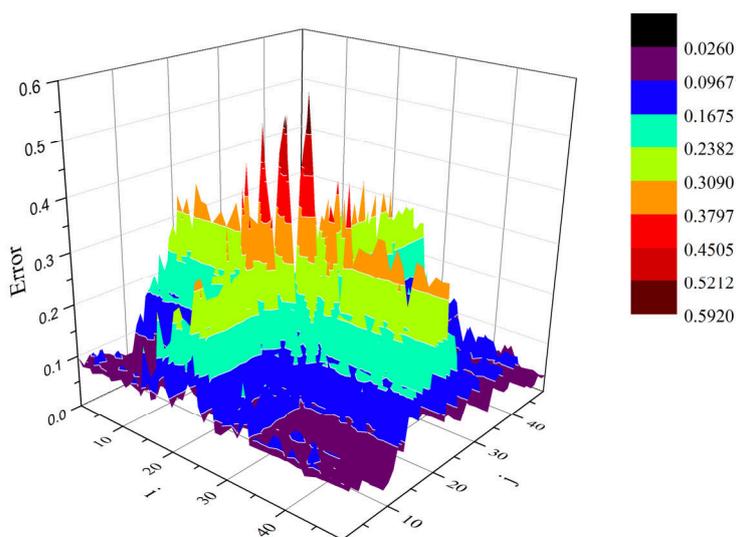
Slika 10. Histogram veličine greške u predviđanju u odnosu na broj parova segmenata u kojima se javlja, za pravac sever-jug. Jasno je da najveći broj parova segmenata (3273) ima malu do srednju grešku ($\epsilon < 0,6$; 94,02%).



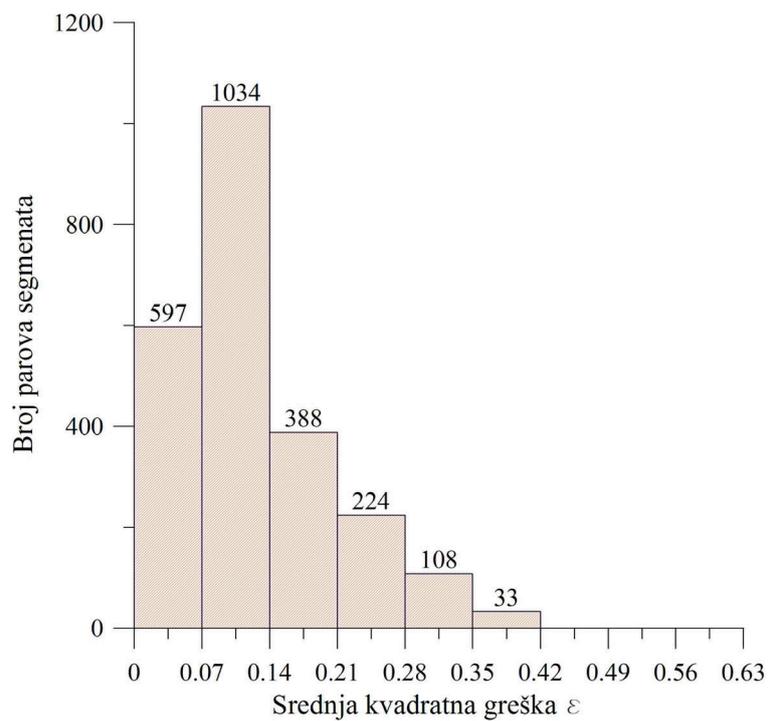
Slika 11. Test stacionarnosti za pravac istok-zapad. Dijagram pokazuje prosečnu grešku u unakrsnom predviđanju δ_{ij} u zavisnosti od različitih kombinacija segmenata. Procenat visoke greške (crvena do tamnocrvena boja) je kvalitativno nizak. Broj tačaka u jednom polju iznosi 20, što znači da je posmatrana vremenska serija u razvijenom faznom prostoru izdeljena na 68 polja. Test stacionarnosti je izveden za vrednost optimalne dimenzije razvijanja $m=5$. Kvalitativno slični rezultati se dobijaju i za ostale vrednosti dimenzije razvijanja u intervalu $m=2-10$.



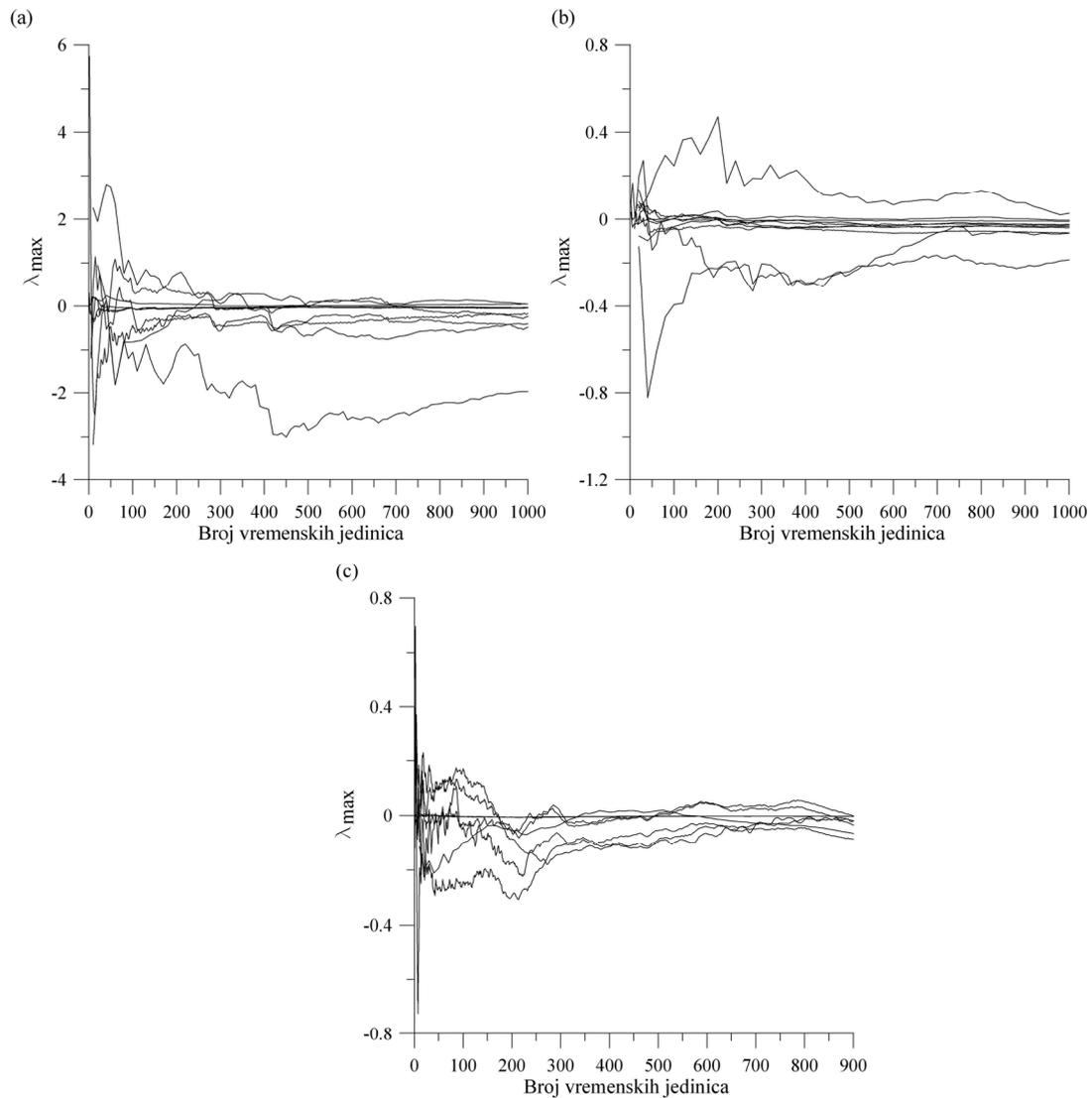
Slika 12. Histogram veličine greške u predviđanju u odnosu na broj parova segmenata u kojima se javlja, za pravac istok-zapad. Jasno je da najveći broj parova segmenata (3998) ima malu do srednju grešku ($\epsilon < 0,26$; 94,96%).



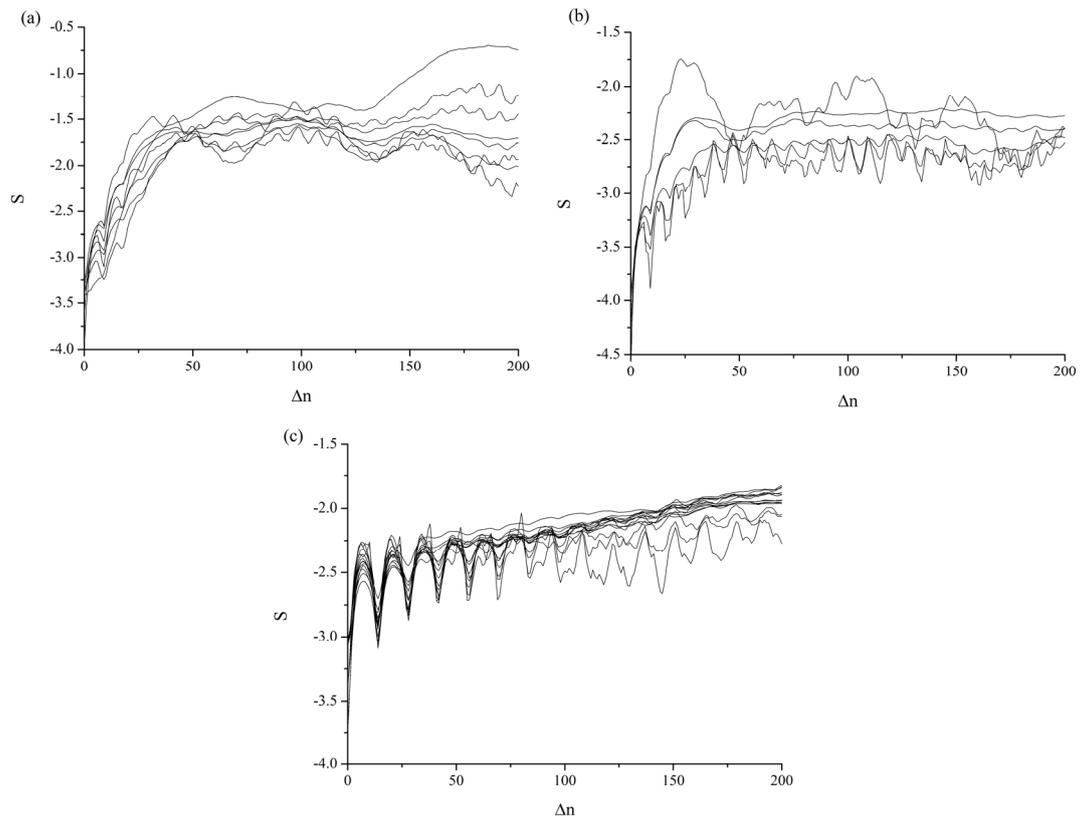
Slika 13. Test stacionarnosti za vertikalni pravac. Dijagram pokazuje prosečnu grešku u unakrsnom predviđanju δ_{ij} u zavisnosti od različitih kombinacija segmenata. Procenat visoke greške (crvena do tamnocrvena boja) je kvalitativno nizak. Broj tačaka u jednom polju iznosi 20, što znači da je posmatrana vremenska serija u razvijenom faznom prostoru izdeljena na 68 polja. Test stacionarnosti je izveden za vrednost optimalne dimenzije razvijanja $m=5$. Kvalitativno slični rezultati se dobijaju i za ostale vrednosti dimenzije razvijanja u intervalu $m=2-10$.



Slika 14. Histogram veličine greške u predviđanju u odnosu na broj parova segmenata u kojima se javlja, za vertikalni pravac. Jasno je da najveći broj parova segmenata (2243) ima malu do srednju grešku ($\epsilon < 0.28$; 94,09%).



Slika 15. Najveći Ljapunovljev eksponent za različite dimenzije razvijanja $m=2-10$, određen po Vulfovoj metodi, za registrovane vremenske serije ubrzanja oscilovanja tla u pravcu sever-jug (a), istok-zapad (b) i u vertikalnom pravcu (c). Maksimalni Ljapunovljev eksponent u najvećem broju slučajeva teži negativnoj vrednosti (mala pozitivna vrednost se javlja za ubrzanja registrovana u pravcu sever-jug, za dimenzije razvijanja $m=3$ i 7), ukazujući na disipativni ili ne-konzervativni sistem.



Slika 16. Izračunavanje vrednosti maksimalnog Ljapunovljevog eksponenta, po metodi Rozenštajna, za vremenske serije ubrzanja oscilovanja tla: (a) pravac sever-jug, (b) pravac istok-zapad, (c) vertikalni pravac. Različite linije opisuju promenu rastojanja odabranih susednih tačaka u odnosu na referentnu trajektoriju. U našem slučaju, za izračunavanje brzine divergencije, odabrano je 1000 referentnih tačaka, pri čemu je svaka od njih okružena sa najmanje 10 vrednosti, dok su rastojanja između susednih vrednosti u rasponu $\varepsilon=0,01-0,05$. U ispitivanim slučajevima, kriva $S(\Delta n)$ pokazuje nagli skok u početnom trenutku $t \approx 0$ i vrlo brzo saturira sa povećanjem dimenzije razvijanja, što ukazuje na stohastičku prirodu posmatranog sistema.

BIOGRAFIJA AUTORA

Srđan Kostić, dipl.inž.geol., rođen je 19.12.1986.g. u Leskovcu, gde je završio osnovnu školu i gimnaziju. Geološki odsek Rudarsko-geološkog fakulteta upisao je 2005.g. Tokom studija više puta je nagrađivan od strane fakulteta kao najuspešnji student Geološkog odseka. Višestruki je dobitnik Povelje Fonda „Branislav A. Milovanović". Bio je stipendista Zadužbine Đoke Vlajkovića, Fonda za mlade talente, Fonda „Mihajlo Pupin", Republičke fondacije za razvoj naučnog i umetničkog podmlatka i Republičkog seizmološkog zavoda. Diplomirao je 2010.g. na smeru za Geotehniku sa prosečnom ocenom 10,00 i temom diplomskog rada „Mogućnost istraživanja klizišta „Mala Vinča" primenom postupka skeniranja georadarom". Nakon diplomiranja, u okviru programa CEEPUS II, u periodu 01-31.05.2010.g. pohađao je deo nastave iz oblasti primenjene kartografije na Fakultetu prirodnih nauka Univerziteta u Salzburgu. Dobitnik je nagrade „Kruna uspeha" kao najbolji diplomac Univerziteta u Beogradu, i nagrade „Student generacije" za školsku 2009/2010.g. U periodu septembar-novembar 2010.g., bio je zaposlen u Laboratoriji za inženjersku geologiju na Rudarsko-geološkom fakultetu. Doktorske studije – Studijski program Rudarsko inženjerstvo upisao je 2010.g. Položio je sve ispite predviđene nastavnim planom i programom, sa prosečnom ocenom 10,00. U periodu 2010-2012.g. bio je stipendista Ministarstva prosvete i nauke, angažovan na projektu „Magmatizam i geodinamika Balkanskog poluostrva od mezozoika do danas: značaj za obrazovanje metaličnih i nemetalčnih rudnih ležišta". Od novembra 2012.g. zaposlen je na istoimenom projektu u zvanju istraživača-saradnika. U periodu 26.09 – 08.10.2011.g. pohađao je seminar iz oblasti izučavanja kompleksnih sistema u Međunarodnom centru za teorijsku fiziku „Abdus Salam" u Trstu. Ima položen stručni ispit iz oblasti geologije. Od letnjeg semestra školske 2012/2013.g. angažovan je kao honorarni asistent na Građevinsko-arhitektonskom fakultetu Univerziteta u Nišu na predmetu „Inženjerska geologija".

SPISAK RADOVA PROISTEKLIH IZ DOKTORSKE DISERTACIJE:

Kategorija M21:

1. **Kostić, S.**, Franović, I., Todorović, K., Vasović, N.: Friction memory effect in complex dynamics of earthquake model, *Nonlinear Dynamics*, (in press), 2013; doi: 10.1007/s11071-013-0914-8 (**IF=1.247**) (ISSN 0924-090X)
2. **Kostić, S.**, Vasović, N., Perc, M., Toljić, M., Nikolić, D.: Stochastic nature of earthquake ground motion, *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, (in press), 2013; doi: 10.1016/j.physa.2013.04.045 (**IF=1.373**) (ISSN 0378-4371)

Kategorija M24:

1. **Kostić, S.**, Gojković, N., Vasović, N.: Kompleksna dinamika modela nastanka rudarski generisanih potresa duž reaktiviranih raseda, *Rudarski radovi*, 2013/1, pp. 131-150, 2013 (ISSN 1451-0162)

Kategorija M33:

1. **Kostić, S.**, Vasovic, N.: Stick-slip frictional instability as model for earthquakes. *Proceedings of 17th Meeting of Association of European geological Societies (MAEGS)*. Belgrade, Serbia, pp 165-168, 2011 (ISBN 978-86-86053-10-7)
2. **Kostić, S.**, Franovic, I. Todorovic, K., Vasovic, N.: Time-delay in spring-block model for aperiodicity in earthquakes. *Proceedings of 15th World Conference on Earthquake Engineering*, Lisbon, Portugal, USB mass storage, paper No. 0703, 2012.
3. **Kostić, S.**, Franovic, I. Todorovic, K., Vasovic, N.: Deterministic chaos in a model of fault-slip rockburst. *Proceedings of the 44th International October Conference on Mining and Metallurgy (IOC2012)*, 1-3. October 2012, Bor, Serbia, , pp. 39-44. 2012 (ISBN 978-86-7827-042-0)

Kategorija M34:

1. **Kostić, S.**, Vasovic, N.: Chaotic occurrence of the recorded earthquake magnitudes in Serbia. *Proceedings of the Symposium Non-linear Dynamics with Multi and Interdisciplinary Applications (SNDMIA 2012)*, Belgrade, 2012 (Eight Serbian Symposium in area of Non-linear Sciences), pp 79-80, 2012 (ISBN 978-86-7746-344-1)
2. **Kostić, S.**, Franovic, I., Todorović, K., Vasović, N. A simple model of earthquake nucleation with time-delay. *Proceedings of the Symposium Non-linear Dynamics with Multi and Interdisciplinary Applications (SNDMIA 2012)*, Belgrade, 2012 (Eight Serbian Symposium in area of Non-linear Sciences), pp 81-82, 2012 (ISBN 978-86-7746-344-1)

Kategorija M52:

1. **Kostić, S.**, Vasović, N. Spring-block model for scaling laws of seismicity in Serbia. *Tehnika-rudarstvo, geologija i metalurgija*, LXVII 2012, pp. 61-66, 2012 (ISSN 0040-2176)

Kategorija M63:

1. **Kostić, S.**, Vasović, N.: Blok sa oprugom kao model mehanizma nastanka zemljotresa. *Zbornik radova III naučno-stručnog savetovanja sa međunarodnim učešćem „Zemljotresno inženjerstvo i inženjerska seizmologija“*, Divčibare, Srbija, str. 259-266, 2012 (ISBN 978-86-88897-02-0)
2. **Kostić, S.**, Franović, I., Todorović, K., Vasović, N.: Nonlinear dynamics of spring-block earthquake models. *Proceedings of the 4th Serbian (29th Yu) Congress on Theoretical and Applied Mechanics*, 669-674, 2013 (ISBN 978-86-909973-5-0)

SPISAK OSTALIH RADOVA:

Kategorija M33:

1. Jevremovic, D. **Kostic, S.:** Landslide risk in Serbia – case study Jovac landslide. *Proceedings of International conference 'Environmental geosciences and engineering survey for territory protection and population safety – ENGEOPRO 2011*, Moscow, Russia. pp 640-644, 2011 (ISBN 978-5-903926-20-6)

2. Sunaric, D., Jevremovic, D. **Kostic, S.:** Conditions for the occurrence of megalandslides in Serbia and their effect on natural environment. *Proceedings of International conference 'Environmental geosciences and engineering survey for territory protection and population safety – ENGEOPRO 2011*, Moscow, Russia. pp 369-374 , 2011 (ISBN 978-5-903926-20-6)
3. Jevremovic, D. **Kostic, S.:** 1977 Jovac landslide – a new overlook on environmental effects and material loss. *Proceedings of 17th Meeting of Association of European geological Societes (MAEGS)*. Belgrade, Serbia, pp 193-197, 2011 (ISBN 978-86-86053-10-7)
4. Jevremovic, D. **Kostic, S.:** Geotouristic objects revealed by geotechnical activity. *Proceedings of 17th Meeting of Association of European geological Societes (MAEGS)*. Belgrade, Serbia, pp 229-231, 2011 (ISBN 978-86-86053-10-7)
5. **Kostić, S.:** Inženjerskogeološki uslovi formiranja seizmodinamičkih deformacija terena u nevezanim stenskim masama. *Zbornik radova IV internacionalnog naučno-stručnog skupa „Građevinarstvo – nauka i praksa”*, Žabljak, Crna Gora, 2012 (ISBN 978-86-82707-21-9)

Kategorija M34:

1. **Kostić, S.:** Predlog klasifikacije stenskih masa za potrebe izrade Osnovne inženjerskogeološke karte, *Knjiga sažetaka III naučno-stručnog skupa sa međunarodnim učešćem „Studenti u susret nauci”*, Banja Luka, Republika Srpska; str. 62-63, 2010 (ISBN 978-99938-806-6-0)

Kategorija M52:

1. Jevremović, D., Sunarić, D., **Kostić, S.:** Zagaćivanje reka u Srbiji kliženjem i odronjavanjem. *Tehnika – rudarstvo i geologija, časopis Saveza inženjera i tehničara Srbije*, 5/2011, str. 731-736, 2011 (ISSN 0040-2176)

Kategorija M63:

1. **Kostić, S.:** Analiza sezmodeformacija terena prema Evrokodu EC-8. *Zbornik radova IV naučno-stručnog savetovanja „Geotehnički aspekti građevinarstva“*, Zlatibor, Srbija, str. 1-8, 2011 (ISBN 978-86-88897-00-6)
2. **Kostić, S.**, Jevremović, D., Sunarić, D. Vasović, N.: Nelinearna analiza prostorne dinamike kretanja klizišta „Trbosilje“. *Zbornik radova XIV simpozijuma iz inženjerske geologije i geotehnike*, Beograd, str. 405-416, 2012 (ISBN 978-86-89337-01-3)
3. Doroškov, S., **Kostić, S.:** Primena nove makroseizmološke skale ESI-2007 na području lista OIGK Prijepolje 1:100000. *Zbornik radova XIV simpozijuma iz inženjerske geologije i geotehnike*, Beograd, str. 585-594, 2012 (ISBN 978-86-89337-01-3)
4. Marić, N., **Kostić, S.:** Uslovljenost razvoja procesa kliženja po obodu neogenih basena dejstvom izdanskih voda. *Zbornik radova XIV simpozijuma iz inženjerske geologije i geotehnike*, Beograd, str. 447-458, 2012 (ISBN 978-86-89337-01-3)

Prilog 1.

Izjava o autorstvu

Potpisani-a _____ Srđan Kostić _____

broj indeksa _____ R708/10 _____

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom

Nelinearno dinamičko modelovanje potresa izazvanih promenom naponskog

stanja pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio/la autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

Potpis doktoranda

U Beogradu, 07.06.2013.g.

 _____

Prilog 2.

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora _____ Srđan Kostić _____

Broj indeksa _____ R708/10 _____

Studijski program _____ Rudarsko inženjerstvo _____

Naslov rada _____ Nelinearno dinamičko modelovanje potresa izazvanih
promenom naponskog stanja pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija _____

Mentor _____ dr Nebojša Vasović, vanr. prof. _____

Potpisani/a _____ Srđan Kostić _____

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao/la za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

Potpis doktoranda

U Beogradu, 07.06.2013.g. _____

 _____

Prilog 3.

Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Nelinearno dinamičko modelovanje potresa izazvanih promenom naponskog stanja pri izradi horizontalnih podzemnih prostorija

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao/la sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio/la.

1. Autorstvo
2. Autorstvo - nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poleđini lista).

Potpis doktoranda

U Beogradu, 07.06.2013 a.



1. Autorstvo - Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
2. Autorstvo – nekomercijalno. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
3. Autorstvo - nekomercijalno – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
4. Autorstvo - nekomercijalno – deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
5. Autorstvo – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.