

**UNIVERZITET U BEOGRADU  
MAŠINSKI FAKULTET**

Vlada M. Gašić

**DINAMIČKA INTERAKCIJA  
NOSEĆE STRUKTURE I KOLICA  
PORTALNIH DIZALICA VISOKIH PERFORMANSI**

Doktorska disertacija

Beograd, 2012.

**UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING**

Vlada M. Gašić

**DYNAMIC INTERACTION BETWEEN THE  
STRUCTURE AND THE TROLLEY OF HIGH  
PERFORMANCE GANTRY CRANES**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2012.

**Komisija za ocenu i odbranu disertacije**

Mentor: **dr Nenad Zrnić**, vanredni profesor  
Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu

Komentor: **dr Srđan Bošnjak**, redovni profesor  
Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu

**dr Zoran Petković**, redovni profesor  
Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu

**dr Aleksandar Obradović**, redovni profesor  
Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu

**dr Milosav Georgijević**, redovni profesor  
Fakultet tehničkih nauka, Univerzitet u Novom Sadu

Datum odbrane: \_\_\_\_\_ god.

# DINAMIČKA INTERAKCIJA NOSEĆE STRUKTURE I KOLICA PORTALNIH DIZALICA VISOKIH PERFORMANSI

## REZIME

U radu se analizira dinamičko ponašanje noseće konstrukcije portalne dizalice usled dejstva kolica kao pokretnog opterećenja. Dat je prikaz klasifikacije portalnih dizalica pri čemu su izdvojene portalne dizalice za kontejnerske terminale sa svojim visokih performansama koje imaju stalnu tendenciju poboljšanja. Prvo je dat koncept primene analitičkog pristupa za modeliranje noseće konstrukcije preko sistema elastičnih tela tipa prizmatične grede i razmatranje slobodnih poprečnih oscilacija. Kao savremen i pre svega neophodan, usvojen je kombinovani pristup za istraživanje naslovnog problema, tj. konačnoelementni pristup je iskorišćen za modeliranje noseće konstrukcije portalne dizalice a principi analitičke mehanike su iskorišćeni za modeliranje kolica. Razmatraju se dva najčešća konstrukciona tipa portalne dizalice za formiranje modela strukture. Kolica su obuhvaćena kroz model pokretne mase, model pokretnog oscilatora i kroz model pokretnog oscilatora sa klatnom koji predstavlja originalan model pokretnog opterećenja. Za svaki od modela je utvrđena dinamička interakcija između ovih sistema i postavljeni su matematički modeli koji predstavljaju sistem diferencijalnih jednačina drugog reda sa promenljivim koeficijentima. Rešenja su dobijena pomoću originalnih programa, na bazi metode direktne integracije-Njumarkove metode. Identifikacija i analize odziva su izvršene za dva realna primera portalnih dizalica. Istražen je uticaj brzine, ubrzanja/usporenja i težine kolica, kao i uticaj klaćenja tereta i elastične opruge u sistemu kolica. Dobijeni rezultati se mogu iskoristiti u početnim fazama konstruisanja portalnih dizalica koje imaju tendenciju da ostvare veoma visoke performanse, u smislu ostvarivanja boljeg uvida u dinamičko ponašanje.

**Ključne reči:** Portalna dizalica, dinamički odziv, pokretno opterećenje, MKE, pokretna masa, pokretni oscilator, klatno, direktna integracija

**Naučna oblast:** Tehničke nauke, mašinstvo

**Uža naučna oblast:** Mehanizacija

**UDK:** 621.874.5:531/534 (043.3)

# DYNAMIC INTERACTION BETWEEN THE STRUCTURE AND THE TROLLEY OF HIGH PERFORMANCE GANTRY CRANES

## ABSTRACT

The dynamics of a two-dimensional gantry crane structure subjected to various types of moving load is examined in this work. First, the classification of gantry cranes is suggested and group of gantry cranes at container terminals are distinguished because of high performances which have tendency to become even better in near future. The analytical approach is introduced in modeling the gantry structure as continuous system with transverse vibrations. However, modern approach, i.e. combined finite element and analytical method is adopted to solve the title problem. Two types of structure of gantry cranes are considered. Three types of trolleys are implemented in calculation, i.e. moving mass, moving oscillator and moving oscillator with swinging payload as original model are considered as moving loads acting upon the structure of the gantry cranes. The interaction between the structure and each moving load model is derived and the governing equations for MDOF systems are obtained. The postulated equations, which are second order differential equations with time dependent coefficients, are solved with direct integration method-Newmark method. The analysis is applied to two types of gantry cranes and dynamic responses are obtained for both the structure and the trolley. There are studied factors of moving loads such as magnitude, speed, acceleration, deceleration and factors within the trolley structure such as swinging of the payload and spring stiffness. Numerical results reveal that used approach is useful and can draw conclusions for structural design purposes of gantry cranes.

**Keywords:** Gantry cranes, Dynamic responses, Moving load, FEA, Moving mass, Moving oscillator, Swinging payload, Direct integration

**Scientific field:** Technical sciences, Mechanical engineering

**Scientific discipline:** Dynamics of material handling and conveying machines

# SADRŽAJ

<b>1. UVOD .....</b>	<b>1</b>
1.1 PORTALNE DIZALICE.....	1
1.2 KLASIFIKACIJA PORTALNIH DIZALICA .....	4
1.3 PERFORMANSE PORTALNIH DIZALICA .....	9
<b>2. PREDMET I PLAN ISTRAŽIVANJA.....</b>	<b>11</b>
2.1 PREDMET PRETHODNIH ISTRAŽIVANJA IZ OBLASTI POKRETNOG OPTEREĆENJA .....	11
2.1.1 Problem pokretne sile .....	11
2.1.2 Problem pokretne mase .....	13
2.1.3 Problem pokretnog oscilatora .....	15
2.1.4 Problem pokretnog klatna.....	17
2.2 METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA .....	19
2.3 ZAKLJUČNA RAZMATRANJA .....	22
2.4 PLAN ISTRAŽIVANJA.....	27
2.5 CILJ ISTRAŽIVANJA .....	28
<b>3. MODELIRANJE NOSEĆIH KONSTRUKCIJA PORTALNIH DIZALICA SISTEMOM ELASTIČNIH TELA.....</b>	<b>30</b>
<b>4. FORMIRANJE MODELA PORTALNE DIZALICE PRIMENOM KOMBINOVANOG PRISTUPA .....</b>	<b>37</b>
4.1 MODEL NOSEĆE KONSTRUKCIJE PORTALNE DIZALICE.....	37
4.1.1 Konačnoelementni model strukture .....	39
4.1.2 Tip usvojenog konačnog elementa.....	43
4.1.3 Matrica krutosti KE modela strukture .....	47
4.1.4 Matrica inercije KE modela strukture .....	48

4.1.5 Slobodne neprigušene oscilacije strukture .....	48
4.1.6 Matrica prigušenja KE modela strukture .....	50
4.2 MODELI KOLICA.....	51
4.2.1 Pokretna masa.....	53
4.2.2 Pokretni oscilator .....	53
4.2.3 Pokretni oscilator sa klatnom.....	54
4.3 MODEL KRETANJA KOLICA.....	54
<b>5. DINAMIČKA INTERAKCIJA NOSEĆE KONSTRUKCIJE I KOLICA.....</b>	<b>57</b>
5.1 KONAČNOELEMENTNO MODELIRANJE POKRETNOG OPTEREĆENJA STRUKTURE .....	61
5.1.1 Presentacija modeliranja spoljašnjeg opterećenja prema modelu pokretne sile.....	66
5.2 MATRIČNA PREZENTACIJA POMERANJA I UBRZANJA TAČKE KONTAKTA STRUKTURE I KOLICA .....	70
5.3 ODREĐIVANJE INTERAKTIVNIH SILA ZA POSTAVLJENE MODELE KOLICA .....	74
5.3.1 Model pokretne mase.....	76
5.3.2 Model pokretnog oscilatora .....	77
5.3.3 Model pokretnog oscilatora sa klatnom.....	78
<b>6. MATEMATIČKI MODELI PORTALNE DIZALICE.....</b>	<b>81</b>
6.1 MATEMATIČKI MODEL PORTALNE DIZALICE PREMA MODELU POKRETNE MASE .....	81
6.2 MATEMATIČKI MODEL PORTALNE DIZALICE PREMA MODELU POKRETNOG OSCILATORA.....	83
6.3 MATEMATIČKI MODEL PORTALNE DIZALICE PREMA MODELU POKRETNOG OSCILATORA SA KLATNOM.....	86
6.4 POSTUPAK REŠAVANJA DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA .....	90

<b>7. IDENTIFIKACIJA I ANALIZA ODZIVA MODELA .....</b>	<b>91</b>
7.1 ODZIV MODELA POKRETNE MASE.....	93
7.1.A Analiza odziva - model A.....	93
7.1.A.1 Uticaj brzine i ubrzanja kolica.....	97
7.1.A.2 Uticaj prigušenja u strukturi.....	101
7.1.A.3 Uticaj inercijalnih efekata pokretne mase.....	103
7.1.B Analiza odziva - model B.....	105
7.1.B.1 Uticaj brzine i ubrzanja kolica.....	107
7.1.B.2 Uticaj prigušenja u strukturi.....	111
7.2 ODZIV MODELA POKRETNOG OSCILATORA .....	111
7.2.A Analiza odziva - model A.....	112
7.2.A.1 Uticaj krutosti opruge .....	113
7.2.B Analiza odziva - model B.....	114
7.2.B.1 Uticaj krutosti opruge .....	115
7.3 ODZIV MODELA POKRETNOG OSCILATORA SA KLATNOM .....	116
7.3.A Analiza odziva - model A.....	116
7.3.A.1 Odziv sistema usled kretanja kolica konst. brzinom .....	116
7.3.A.2 Uticaj brzine i ubrzanja kolica.....	118
7.3.A.3 Uticaj dužine užetnog sistema.....	121
7.3.A.4 Uticaj krutosti opruge .....	122
7.3.B Analiza odziva - model B.....	123
7.3.B.1 Odziv sistema usled kretanja kolica konst. brzinom .....	123
7.3.B.2 Uticaj brzine i ubrzanja kolica.....	125
7.3.B.3 Uticaj dužine užetnog sistema.....	128
7.3.B.4 Uticaj krutosti opruge .....	130
<b>8. ZAKLJUČAK.....</b>	<b>131</b>
<b>9. LITERATURA.....</b>	<b>135</b>



# 1

## UVOD

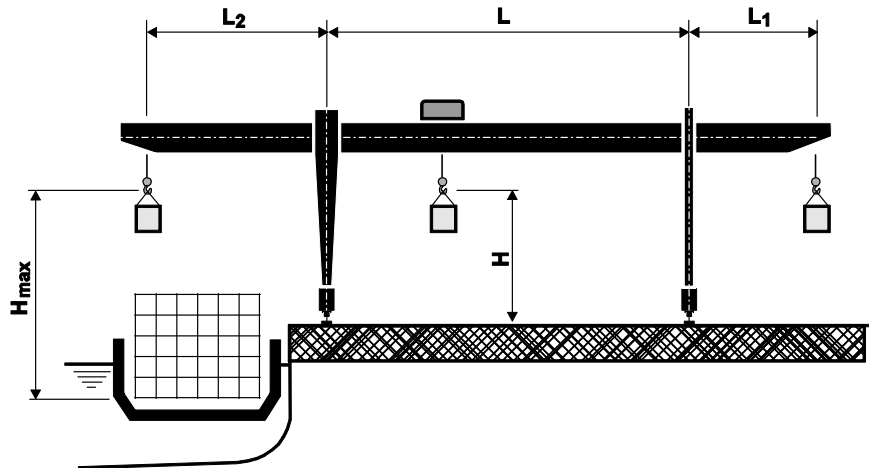
Portalna dizalica predstavlja jednu od osnovnih vrsta mašina prekidnog transporta. U domaćoj literaturi iz oblasti dizalica još uvek se može naći i naziv ramna dizalica za ovu mašinu [1], pošto njena bazična konfiguracija ima oblik П-rama. Osnovna namena portalne dizalice jeste obavljanje transporta tereta na otvorenom prostoru.

Na svetskoj mapi proizvođača portalnih dizalica Srbiju predstavlja preduzeće Goša-Fom, Smederevska Palanka.

### 1.1. PORTALNE DIZALICE

Glavni delovi portalne dizalice su kolica, noseća konstrukcija i pogon kretanja dizalice. Pod pojmom kolica podrazumeva se sistem koji se kreće duž glavnog nosača dizalice, sa mehanizmom za dizanje tereta kao osnovnom komponentom. Noseća konstrukcija portalne dizalice je čelična struktura koja se može sagledati kroz tri konstrukcione celine: glavni nosač, kruta noga i elastična (pendel) noga. Danas, projektanti izbegavaju varijantu portalne dizalice sa istom krutom i elastičnom nogom čak i kod malih raspona glavnog nosača (do 25 m). Osnovni razlog je taj što elastična noga svojom elastičnošću ili zglobovom omogućuje da se ceo sistem prilagodi temperaturnim dilatacijama ili nepravilnostima dizalične šine.

Na slici 1.1 prikazan je najopštiji konstrukcioni tip portalne dizalice sa glavnim merama koje definišu namenu same dizalice.



**Slika 1.1.** Skica portalne dizalice sa glavnim merama

Glavne konstrukcione mere portalne dizalice (slika 1.1) su:

- Raspon između nogu ( $L$ )
- Visina dizanja od kote terena ( $H$ )
- Dohvat (prepust) sa strane terena ( $L_1$ )
- Dohvat (prepust) sa strane vode ili terena ( $L_2$ )
- Maksimalna visina dizanja ( $H_{max}$ )

Raspon između nogu ( $L$ ) i dohvati sa strane terena ( $L_1$ ,  $L_2$ ) definišu širinu, a visina dizanja od kote terena ( $H$ ) definiše visinu manipulativnog prostora za transport tereta za portalne dizalice opšte namene. U slučajevima upotrebe dizalica na rečnim lukama ili skladištima rasutih materijala, uslovi pretovara definišu dohvat sa strane vode ( $L_2$ ) i maksimalnu visinu dizanja ( $H_{max}$ ). Pretovar rasutih materijala se danas uglavnom vrši pretovarnim mostovima koji predstavljaju posebnu vrstu transportnih mašina, iako su određeni tipovi slični portalnim dizalicama. Takođe, pretovar komadnih materijala u lukama se obavlja kontejnerskim dizalicama koje zbog velikog dohvata ( $L_2 > L$ ) i velike visine dizanja ( $H_{max} > L$ ) predstavljaju posebnu vrstu transportnih mašina.

Generalno, portalna dizalica se može koristiti svuda gde se transport materijala odvija na otvorenom prostoru. Ipak, mogu se izdvojiti dva objekta gde se transport materijala ne može zamisliti bez portalne dizalice: **brodogradilišta** i **kontejnerski terminali** u lukama.

Portalne dizalice za brodogradilišta su ekstremno velike, pa se često nazivaju i Golijat (Goliath) dizalice. Prva ovakva dizalica je napravljena od strane proizvođača Krupp (Nemačka) i instalirana u brodogradilištu Harland i Wolff (Belfast, V.Britanija) 1969. godine. Ubrzo je dobila ime Golijat, što je kasnije usvojeno kao naziv za posebnu vrstu portalnih dizalica. U istom brodogradilištu je 1974. godine postavljena druga dizalica koja je dobila ime Samson. Obe dizalice su nosivosti po 840 t i imaju rasponi deo dužine 140 m, dok je Golijat visok 96 m, a Samson 106 m.

Značaj portalnih dizalice za kontejnerske terminale je u korelaciji sa velikim značajem kontejnerskog transporta u svetskoj ekonomiji. Uz srednje godišnje povećanje kontejnerskog transporta robe od 8%, očekuje se da ukupan broj pretovarenih kontejnera u svetu 2015. godine iznosi preko 700 miliona kontejnera (TEU), [2]. Kako portalne dizalice predstavljaju nezamenljiv sistem u kontejnerskom transportu i koji je uvek prilagođen zahtevima kupca, realno je očekivati dalji razvoj ovih dizalica kod najvećih svetskih proizvođača (Konecranes, Liebherr, Kuenz, Gottwald...).

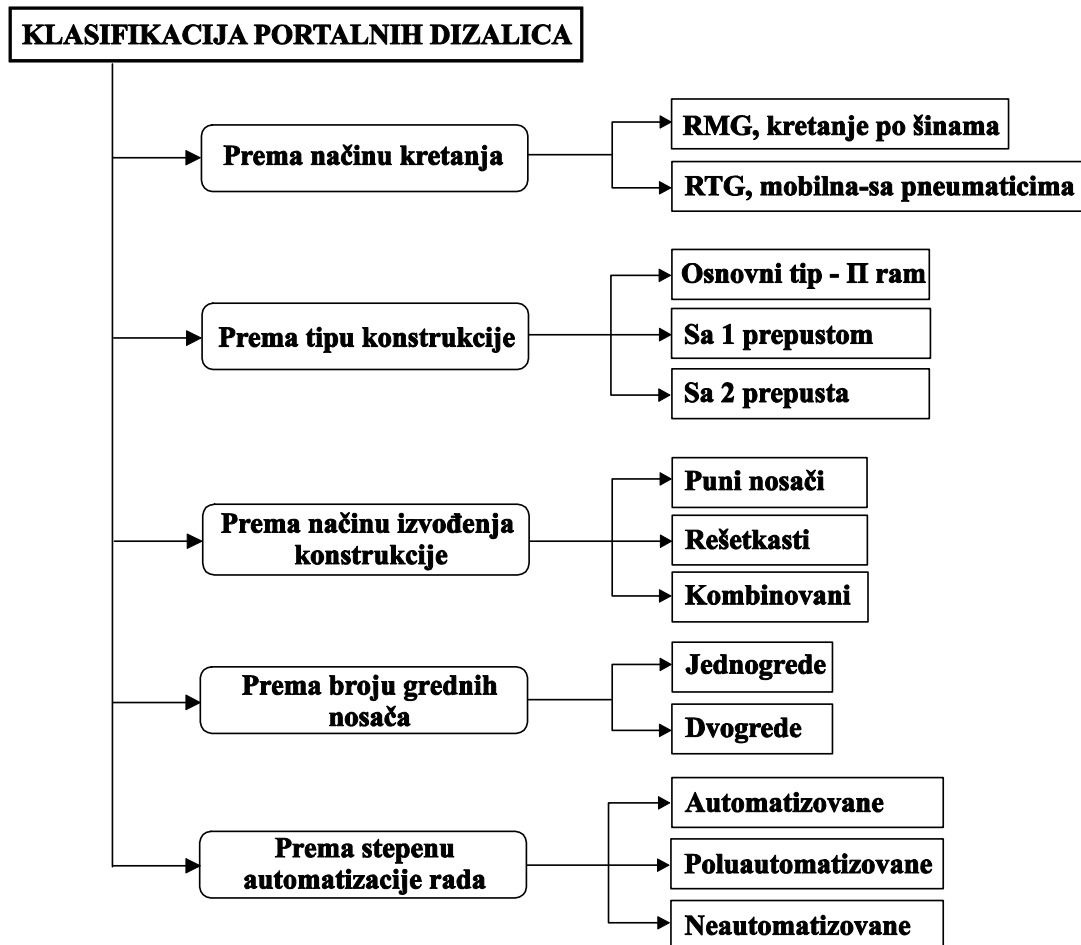


**Slika 1.2.** Portalna dizalica za a) brodogradilište, b) kontejnerski terminal

Motiv za izradu ove disertacije jeste razvoj postojećih modela za analizu dinamičkog ponašanja portalnih dizalica što predstavlja osnovu za projektovanje lakih a pouzdanih konstrukcija. Takođe, ovaj rad ima motiv da prikaže savremen pristup problemima u dinamici struktura. U užem smislu, ova disertacija je orjentisana na analizu dinamičkog ponašanja portalnih dizalica za kontejnerske terminale jer se razvoj i poboljšanje performansi očekuje kod ove vrste dizalica.

## 1.2. KLASIFIKACIJA PORTALNIH DIZALICA

Na osnovu podataka najvećih svetskih proizvođača moguće je dati predlog klasifikacije portalnih dizalica koji je prikazan na slici 1.3.

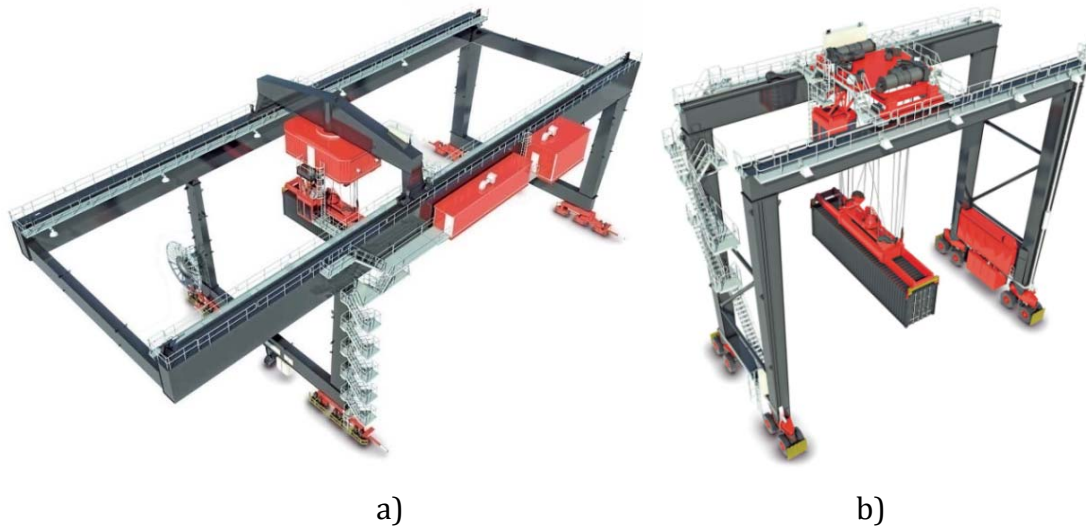


Slika 1.3. Klasifikacija portalnih dizalica

Proizvođači portalnih dizalica za kontejnerske terminale u lukama, uglavnom, prvu podelu portalnih dizalica vrše prema načinu kretanja portalne dizalice na terenu, i to na:

- RMG dizalice (Rail Mounted Gantry)
- RTG mobilne dizalice (Rubber Tired Gantry)

RMG dizalice (slika 1.4.a) predstavljaju klasičnu varijantu portalne dizalice koja podrazumeva da se cela dizalica kreće po šinama i samim tim je predviđena za transport tereta na unapred određenom lokalitetu. Takođe, one obezbeđuju najveći kapacitet skladištenja i veoma su pogodne za korišćenje u terminalima velikog kapaciteta, [3]. RTG dizalice, slika 1.4.b, su mobilne dizalice gde se kretanje ostvaruje preko pneumatika. Ove dizalice se u evropskim zemljama koriste manje od šinskih dizalica. Veoma su pogodne za terminale gde je potrebno obezbediti veću mobilnost u radu jer omogućuju i poprečno kretanje u prostoru skladišta zaokretanjem točkova do  $\pm 90^\circ$ . One su po pravilu manje od šinskih dizalica na istom objektu.



**Slika 1.4.** Portalna dizalica a) RMG, b) RTG

Prema tipu konstrukcije, uobičajeno je da se portalne dizalice dele na:

- Osnovni tip ( $\Pi$  ram)
- Sa jednim ili dva prepusta

Osnovni tip portalne dizalice ima oblik  $\Pi$ -rama. Ovaj tip konstrukcije je jedini oblik Golijat dizalica, tj. ekstremno velikih dizalica za brodogradilišta, slika 1.2.a., kao i RTG portalnih dizalica za kontejnerske terminale u lukama, slika 1.4.b. Varijanta konstrukcije sa prepustima, sa 1 prepustom (slika 1.2.b) ili sa 2 prepusta

(slika 1.5.b), predstavlja najbolje rešenje sa aspekta odvajanja skladišnog prostora i pretovarnog prostora.

Dalje, po načinu izvođenja konstrukcije dizalice se dele na:

- Konstrukcije sa punim nosačima
- Rešetkaste
- Kombinovane konstrukcija

Konstrukcija sa punim nosačima je najčešće izvođenje kod portalnih dizalica. Elementi konstrukcije koja se izrađuje od punih nosača su uglavnom kutijaste konstrukcije, mada je negde primetno i izvođenje konstrukcija od cevastih profila i to najčešće za elemente elastične noge. Kompletna rešetkasta konstrukcija (slika 1.5.a) je najređa varijanta, a nešto češća varijanta je kombinovana konstrukcija gde je glavni nosač izveden kao rešetka a noge dizalice od punih nosača, slika 1.5.b, zato što dužine glavnog nosača kod ovih dizalica mogu doprineti uštedi u masi celokupne konstrukcije izvođenjem na ovakav način.



a)



b)

**Slika 1.5.** Portalna dizalica a) rešetkasta, b) kombinovane konstrukcije, Gottwald

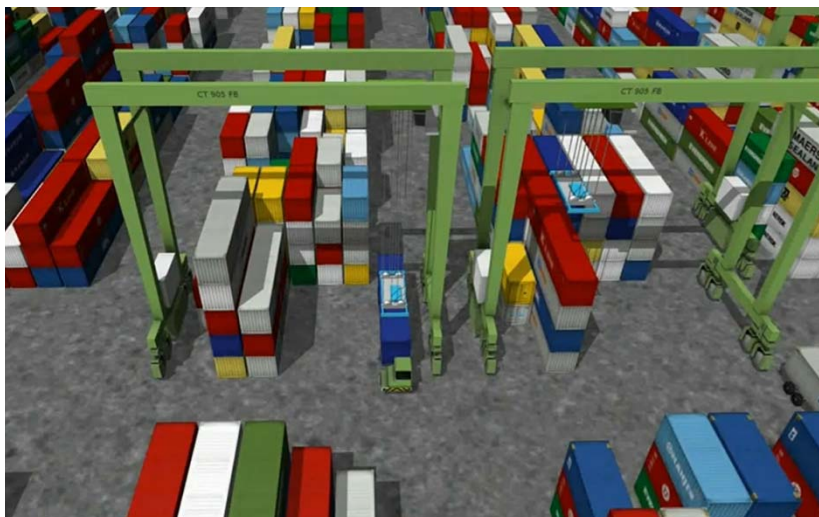
Prema broju grednih nosača portalne dizalice se dele na jednogrede i dvogrede, što je slično kao i za mosne dizalice. Jednogrede portalne dizalice mogu biti kombinovane konstrukcije dok su dvogrede portalne dizalice po pravilu izrađene od punih nosača.

Noseće konstrukcije portalnih dizalica su danas fleksibilne (savitljive). Ovo se odnosi na konstrukcije sa punim nosačima kod kojih je smanjenje mase konstrukcije jedan od bitnih faktora za izbor i ocenu performansi.

Prema stepenu automatizacije rada portalne dizalice se dele na:

- Automatizovane
- Poluautomatizovane
- Neautomatizovane

Namena portalne dizalice diktira stepen automatizacije rada. Automatizovane i poluautomatizovane portalne dizalice predstavljaju neophodnost za kontejnerske terminale velikog kapaciteta, u modernim svetskim lukama. Kontejneri se nakon istovara sa broda skladište u luci u pravougaonim blokovima koje opslužuje portalna dizalica. Pozicioniranje kontejnera u bloku se odvija potpuno automatski, pri čemu se izbor lokacije i upravljanje vrše sistemom koji upravlja procesima skladištenja kontejnera (TOS). Radnje koje se vrše u toku ovog procesa se upravljaju sistemima koji, pomoću informacija od senzora, kamera, lasera i mernih uređaja na kolicima i hvatačima kontejnera, na kraju vrše pozicioniranje tereta sa tolerancijom od  $\pm 5$  centimetara (podaci ABB Automation). Razvijeni su softveri koji omogućavaju virtuelnu simulaciju transportnog toka u kontejnerskim terminalima, slika 1.6.



**Slika 1.6.** Prikaz virtualne simulacije transporta kontejnera, TBA

Pojam poluatomatizacije podrazumeva da se sve radnje na skladištu odvijaju automatski, a da se tek u procesu pretovara kontejnera (do trenutka kada se kontejner nađe do 1 metra iznad vozila) uključuje i rukovaoc dizalice. Neautomatizovane portalne dizalice su sve ostale dizalice gde komandovanje radnjama obavlja rukovaoc iz kabine ili sa poda.

Prema vrsti kolica, portalne dizalice je moguće podeliti na dizalice sa kolicima sa užetnim pogonom (RTT) i kolicima sa sopstvenim-elektro pogonom. **Kolica sa sopstvenim pogonom dizanja i kretanja** su danas dominantna varijanta, a posebno kod portalnih dizalica koje opslužuju skladišni deo kontejnerskih terminala.



**Slika. 1.7.** Kolica sa elektropogonom mehanizma kretanja i mehanizma dizanja



**Slika. 1.8.** Obrtna platforma u sistemu kolica sa hvatačem kontejnera



Na slici 1.7 prikazan je klasičan tip ovih kolica koja imaju dva vitla (Dual hoist trolley). Ovaj koncept podizanja tereta je veoma važan jer se na taj način, preko glavnih i pomoćnih užadi i sistema koturova koji se nalaze na konstrukciji hvatača kontejnera omogućuje fino pozicioniranje tereta bez pomeranja kolica ili dizalice. Preko ovih mehaničkih sistema je moguće, u određenoj meri, uticati na sprečavanje njihanja tereta. Opcioni mehanizam kod ovih kolica je obrtni mehanizam kojim se omogućuje obrtanje kontejnera u horizontalnoj ravni (1..2 obrt./min), slika 1.8.

### 1.3. PERFORMANSE PORTALNIH DIZALICA

Pojam performanse dizalice predstavlja tehničke podatke koji određuju njenu namenu. Osnovni podaci su nosivost i glavne mere dizalice (raspon između nogu, visina dizanja, dohvat). Drugi tip podataka koji se obavezno propisuje uz dizalicu su brzina dizanja, brzina kretanja kolica i brzina kretanja dizalice. Ovi parametri su važni za definisanje trajanja ciklusa operacija koji se izvode pomoću dizalice. Sa projektantskog aspekta, ove performanse definišu (ne)potrebnost dinamičke analize pored obavezne kvazistatičke analize noseće konstrukcije portalne dizalice.

U tabeli 1.1 prikazane su performanse RTG dizalica, a u tabeli 1.2 performanse RMG dizalica, renomiranih evropskih proizvođača portalnih dizalica za kontejnerske terminale.

**Tabela 1.1.** Performanse RTG portalnih dizalica za kontejnerske terminale

		Konecranes	Liebherr
Nosivost	[t]	do 40	do 50
Raspon između nogu	[m]	do 32	20,8...23,6
Visina dizanja	[m]	do 21	12,3...21
Brzina dizanja tereta	[m/min]	45	28
Brzina kretanja kolica	[m/min]	90	70
Brzina kretanja dizalice	[m/min]	70	70

**Tabela 1.2.** Performanse RMG portalnih dizalica za kontejnerske terminale

		Konecranes	Liebherr	Kuenz
Nosivost	[t]	do 50,8	do 50 t	do 46
Raspon između nogu	[m]	19...50	22...70	do 45,7
Dohvat	[m]	do 12	do 20	do 20,9
Visina dizanja	[m]	12...18	9,2...28	13,3...15,4
Brzina dizanja tereta	[m/min]	30	40	25
Brzina kretanja kolica	[m/min]	do 150	<b>do 180</b>	do 150
Brzina kretanja dizalice	[m/min]	do 240	do 240	do 140

Ove vrednosti predstavljaju aktuelni presek stanja nivoa tehničkih rešenja razmatrane vrste dizalica.

Brzina kretanja kolica kod RMG portalnih dizalica za kontejnerske terminale (proizvođača Liebherr) dostiže vrednosti od 180 m/min (**3 m/s**) čime se ova vrednost izjednačava sa brzinama kolica kod obalskih kontejnerskih dizalica Post Panamax klase [3]. Realno je očekivati da brzina kretanja kolica dostigne i veće vrednosti zbog stalne težnje za skraćivanjem ciklusa pretovara kontejnera na terminalima, a povećanjem raspona (dužina kretanja) kod glavnih nosača portalnih dizalica za kontejnerske terminale. Očekivanja se mogu poistovetiti sa tendencijom rasta brzina kretanja kolica kod obalskih kontejnerskih dizalica, pa treba očekivati brzine do **250 m/min**, [4], sa vremenima ubzanja i usporenja koja iznose 5 s. U pregledu aktuelnog stanja (2010. god) ponude proizvođača Kocks ([www.kockskrane.de](http://www.kockskrane.de)) može se izdvojiti podatak (dizalica Boxer 6000) da je već ostvarena brzina kretanja kolica od 240 m/min, sa ubrzanjem pogona kretanja kolica od **0,83 m/s<sup>2</sup>**.

Predmet analiza u ovoj disertaciji je ocena mogućnosti povećanja performansi kretanja kolica i posledično njihovim uticajima na konstrukciju portalnih dizalica za kontejnerske terminale. Matematički modeli koji će biti postavljeni u ovom radu se mogu iskoristiti i za analizu dinamičkog ponašanja drugih vrsta dizalica gde brzina kretanja kolica ima tendenciju da dostigne gore pomenute vrednosti.

# 2

## PREDMET I PLAN ISTRAŽIVANJA

Predmet istraživanja u ovom radu, u najužem smislu, pripada problematici pokretnog opterećenja. Prikaz **relevantnih** istraživanja iz ove oblasti je dat u nastavku.

### 2.1. PREGLED PRETHODNIH ISTRAŽIVANJA IZ OBLASTI POKRETNOG OPTEREĆENJA

Problem pokretnog opterećenja predstavlja posebnu oblast dinamike pod kojim se podrazumeva razmatranje dinamičkih odziva elastične strukture usled dejstva opterećenja koje se kreće po strukturi. U literaturi su se izdvojile sledeće osnovne vrste problema pokretnog opterećenja: **problem pokretne sile, problem pokretne mase i problem pokretnog oscilatora**. Razmatranje oscilacija elastične strukture usled dejstva pokretnog sistema koji u sebi sadrži teret kome je omogućeno klaćenje je predmet savremenih istraživanja problema pokretnog opterećenja kod dizalica. Ovakva konfiguracija celog sistema će ovde biti izdvojena i nazvana *problemom pokretnog klatna*.

#### 2.1.1. Problem pokretne sile

Prinudne transversalne oscilacije proste grede usled dejstva pokretne sile prvi su razmatrali Krylov [5] i Timoshenko [6], sa željom da daju bolji uvid u dinamičko ponašanje mostova železničkog i putničkog saobraćaja. Uvedene su sledeće pretpostavke: sila je konstantnog intenziteta, sila se kreće po nosaču

konstantnom brzinom, nosač je Bernuli-Ojler greda uniformnog poprečnog preseka, a njene oscilacije su u domenu malih oscilacija bez prigušenja. Ovakva postavka problema se u literaturi naziva *klasičan problem pokretne sile*, slika 5.1, koji je kasnije detaljno opisao Inglis [7]. Važnost ovog koncepta se ogleda u činjenici da je tada analitički dokazano da brzina kretanja sile po gredi ima izuzetan uticaj na poprečne oscilacije grede. Uveden je pojam kritične brzine pod kojom je dobijen maksimalni dinamički ugib grede koji je 1,57 puta veći od najvećeg statičkog ugiba (na sredini grede). Dalje, Timoshenko je ovaj problem poboljšao uvođenjem prinudne pokretne sile čiji se intenzitet menja po harmonijskom (prostom) zakonu [8]. Uticaj kretanja kompozicije vagona po železničkom mostu je razmatran preko modela pokretnog kontinualnog opterećenja koji su postavili Goldenblat i Bolotin, [9,10]. Zastoj u izučavanju problema pokretnog opterećenja je nastao 60-ih godina prošlog veka jer su analitički (matematički) pristupi dostigli svoju granicu rešivosti. Većina analitičkih formulacija pokretne sile je data u monografiji iz 1972. godine koja se smatra bazičnom knjigom za istraživače problema pokretnog opterećenja [11]. Autor, Ladislav Fryba, u 3. izdanju ove knjige u referencama dodaje radove koji uključuju metodu konačnih elemenata (MKE) u problematici pokretnog opterećenja.

Upravo je razvoj nove numeričke metode, MKE, ponovo otvorio vrata ovom problemu. Olsson je u radu [12] verifikovao primenu MKE za rešavanje klasičnog problema pokretne sile. Kako su dobijeni rezultati bili u odličnoj saglasnosti sa analitičkim rešenjem, autor daje prednost novoj metodi i ukazuje na mogućnost korišćenja novih modela pokretnog sistema. Ovo je već bilo pokazano u njegovoj disertaciji gde je uveo nove modele struktura poput višeraspone grede i ramovske strukture po kojima se kreću pokretni sistemi sa elastično ovešenim masama, [13]. Praktično, u njegovim radovima je ukazano na neophodnost primene MKE u savremenim problemima pokretnog opterećenja gde je objekat složena struktura, tj. gde model strukture ne može da se sagleda pomoću modela proste grede. Wu i ostali [14], su slikovito opisali primenu konačnoelementne formulacije pokretne sile koja se konstantnom brzinom kreće po strukturi portalne dizalice. Ovaj rad je važan sa aspekta modeliranja pokretne sile u komercijalnim programima za

analizu struktura na bazi MKE. Primena ovog koncepta na dinamičko ponašanje mosnih dizalica u softveru SAP 2000 je data u [15].

U savremenim istraživanjima problem pokretne sile egzistira uglavnom kao verifikaciona podloga za dinamičke odzive struktura usled dejstva složenijih modela pokretnog sistema kao što su pokretna masa i pokretni oscilator. I pored toga, ovaj problem ima najveći praktični značaj za većinu inženjera koji se bave projektovanjem struktura izloženih dejstvu pokretnog opterećenja jer je *lako* primenljiv, za razliku od pomenutih složenijih modela. U tom smislu, još uvek je aktuelno nalaženje približnih, a dovoljno tačnih formula za rešenje klasičnog problema pokretne sile [16].

### **2.1.2. Problem pokretne mase**

Problem pokretne mase koja se konstantnom brzinom kreće po prostoj gredi zanemarljive mase prvi je postavio i rešio Stokes [17]. Ovaj rad je bio od izuzetnog značaja jer je uključivao inercijalne efekte pokretne mase u proračun poprečnih oscilacija grede. Međutim, ovo je ipak aproksimacija generalnog problema pokretne mase koji uključuje inercijalne efekte mase koja se kreće po strukturi čija masa ne može biti zanemarena. Zbog složenosti ovog problema, prva istraživanja su nastala tek u drugoj polovini prošlog veka pri čemu se razmatraju samo jednomaseni modeli pokretnog sistema na prostim modelima struktura.

U radovima se često iznosi doprinos ovoj problematici koji je dao čovek našeg porekla Milomir Stanišić. On je u radu [18] rešenje predstavio razvojem sopstvenih funkcija u redove pri čemu one zadovoljavaju konturne uslove proste grede, a koeficijenti su promenljivi u vremenu. Problem pokretne mase na konzolnom nosaču i ostalim konturnim uslovima jednoraspone grede je razmatran od strane Akina i Mofida kombinovanim analitičkim i numeričkim pristupom, [19]. Isti autori su u [20] prešli na rešavanje ovog problema pomoću diskretizovanog modela grede. Devedesetih godina prošlog veka ovaj problem je ponovo dobio na aktuelnosti. Klasičan problem pokretne mase (slika 5.2), koji uključuje razmatranje oscilacija grede usled inercijalnih efekata mase koja se kreće konstantnom brzinom po prostoj Bernuli-Ojler gredi, je postavljen metodom pretpostavljenih

metoda pri čemu je rešenje dobijeno metodom Runge-Kuta (Runge-Kutta), [21]. Istovremeno, Esmailzadeh i Gorashi su ovaj problem prikazali u [22], pri čemu je rešenje dobijeno metodom konačnih razlika. Lee je uz rešavanje klasičnog problema pokretne mase najavio i razmatranje mogućnosti odvajanja pokretne mase i strukture prilikom kretanja mase veoma velikom brzinom, [23].

Tada, u literaturi je počeo da se usvaja pojam *dinamičke interakcije* kod problema pokretne mase sa kojim se podrazumevalo da prinudna sila koja deluje na strukturu pored težine mase uključuje, između ostalog, centripetalnu silu i silu od Koriolisovog ubrzanja pokretne mase u diferencijalnu jednačinu oscilacija struktura. Ove sile nastaju kao efekat kretanja mase po deformisanoj strukturi (krivolinijskoj putanji). Efekat ovih sila na oscilacije mostova je prikazao Michaltsos u [24] kojim je poboljšan klasičan problem pokretne mase koji je isti autor dao u [25]. Veći doprinos Michaltsos je dao u radu [26] gde je istraživao uticaj ubrzanja i usporenja u profilu kretanja pokretne mase na prostoju gredi. Ovo istraživanje je važno jer je ukazano da promenljiva brzina kretanja ima izuzetan uticaj u periodu ubrzanja tereta i samim tim predstavlja neophodnost u modeliranju kretanja pokretnog opterećenja.

U domaćoj literaturi iz oblasti mašinstva, prvi je problem pokretne mase otvorio Zrnić [27] u svojoj doktorskoj disertaciji. Uticaj kretanja kolica na dinamičko ponašanje strele obalske kontejnerske dizalice je definisan metodom pretpostavljenih modova pri čemu su usvojene odgovarajuće dopustive funkcije prema metodi Rejli-Rica, [28,29]. Dinamički koeficijenti za maksimalni ugib i moment savijanja na konkretnom primeru mega kontejnerske dizalice su dati u [30]. Na osnovu dobijenih rezultata zaključuje se da je problem pokretne sile dovoljno tačan za praktičnu upotrebu ali da problem pokretne mase predstavlja savremen naučni pristup u problematici pokretnog opterećenja kod dizalica i samim tim mora biti usvojen kao polazni koncept u dinamičkoj analizi.

Wu, Whittaker i Cartmel [31] su predstavili koncept *kombinacije MKE i analitičkog pristupa* za dobijanje dinamičkih odziva strukture portalne dizalice usled dejstva specijalne konstrukcije kolica sa teretom. Prvo je izvršena konačnoelementna formulacija i implementacija interaktivnih sila koje deluju na strukturu pomoću interpolacionih funkcija konačnih elemenata koji su usvojeni za

diskretizaciju strukture. Clough i Penzien su polaznu ideju za ovaj koncept prikazali u svojoj knjizi [32], koja se u anglosaksonskoj literaturi smatra veoma značajnom knjigom iz oblasti dinamike struktura. Dalje, pomoću jednačina analitičke mehanike, dobijene su interaktivne sile između strukture i specijalnog tipa kolica. Ovaj koncept predstavlja pravi iskorak u naučnom istraživanju problema pokretne mase jer se na taj način omogućuje analiza složenih struktura izloženih dejstvu pokretnog opterećenja. Za razliku od čistog analitičkog pristupa gde je aproksimacija strukture na proste modele obavezna, ovako je moguće implementirati problem pokretne mase na strukture u celoj svojoj specifičnosti. Radovi ovih autora uvek sadrže verifikaciju postavljenih matematičkih modela preko rezultata dobijenih pomoću problema pokretne sile na prostijim modelima struktura, a negde sadrže i eksperimentalnu verifikaciju rezultata dobijenih na umanjenom laboratorijskom modelu.

Važnost eksperimentalne verifikacije dinamičkih odziva dobijenih pomoću MKE je prikazan u [33]. Naime, na umanjenom modelu strukture portalne dizalice izvršeno je merenje frekvencija oscilovanja i upoređivanje sa vrednostima dobijenih na KE modelu u programu I-Deas. Iako se vrednosti razlikuju do 30 %, što se može opravdati sa odstupanjima tačnosti opreme za merenje vibracija i sa izvođenjem spojeva na umenjenom modelu (gde oni postaju veoma kruti), autor naglašava da je potrebno vršiti verifikaciju rezultata dobijenih KE modeliranjem struktura sa eksperimentalnim merenjima gde god je to moguće.

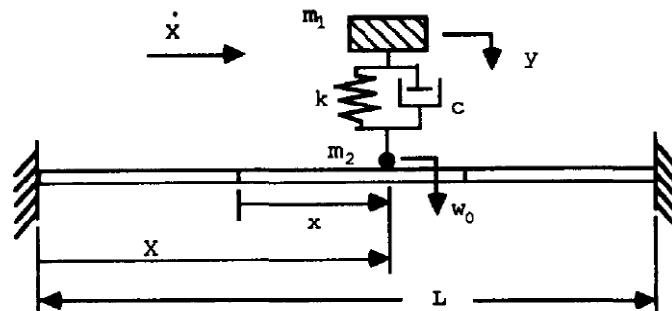
Problem pokretne mase na objektu stubne konzolne dizalice je prikazan u [34]. Rezultati pokazuju da je simulacija realnog ciklusa kretanja kolica u dinamičkoj analizi dizalica potreban parametar za upoređenje rezultata sa statičkom analizom.

### **2.1.3. Problem pokretnog oscilatora**

Problem oscilacija tereta vezanog pomoću opruge za osovinu točka koji se kotrlja bez klizanja po krutoj i neravnoj podlozi je uveden u istraživanja sa pojavom amortizera u konstrukcijama vozila, početkom 20. veka. Savremeni radovi razmatraju opštiji slučaj koji pretpostavlja da se kretanje odvija po

elastičnoj strukturi. U tom kontekstu, ovakva postavka se u prevodu sa engleskog može nazvati *problem pokretnog oscilatora*. Složenost ovog problema zavisi prevashodno od modela pokretnog sistema. Uglavnom su u upotrebi jednoosovinski i dvoosovinski modeli pokretnih sistema, [13], a u sklopu njih prosti (jedna opruga) ili dvostruki (dve opruge) oscilatori.

Među prvima je ovu problematiku razmatrao Lin. U radu [35] je data konačnoelementna formulacija interakcije pokretnog opterećenja i jednoraspone grede pri čemu su razmatrani modeli jednoosovinskog i dvoosovinskog prostog oscilatora, ponaosob. Postavljene su jednačine kretanja i dobijeni su dinamički odzivi numeričkom metodom Runge-Kuta. Ovde je na modelu proste grede opterećene pokretnom silom konstantnog intenziteta pokazano da je konačnoelementna formulacija pokretnog opterećenja u odličnoj korelaciji sa analitičkim rešenjem.



**Slika 2.1** Pokretni oscilator na obostrano ukleštenoj gredu [36]

Nastavak istraživanja ovih autora je dat u [36] gde je razmatran uticaj diskretizacije jednoraspone grede na tačnost rešenja pri konačnoelementnoj formulaciji problema, slika 2.1. Zaključeno je da broj elemenata prilikom diskretizacije mora biti minimum 2 (a poželjno 8) puta veći od broja elemenata koji bi se koristili u statičkoj analizi grede pomoću MKE. Primena ovog koncepta na istraživanje dinamičkog ponašanja mosnih dizalica usled dejstva pokretnog jednoosovinskog dvostrukog oscilatora (kojim je modeliran užetni sistem i opruga u sistemu kolica) je prikazan u [37].

Dalji razvoj ovog problema jeste dinamička analiza mogućnosti odvajanja pokretnog oscilatora i strukture [38]. Zaključeno je da odvajanje ovih dvaju



sistema može nastati samo pri velikim brzinama kretanja. Takođe, ukoliko je krutost opruge u sistemu pokretnog oscilatora velika, model se može aproksimirati modelom pokretne mase ukoliko je kontakt strukture i pokretnog sistema stalan [39].

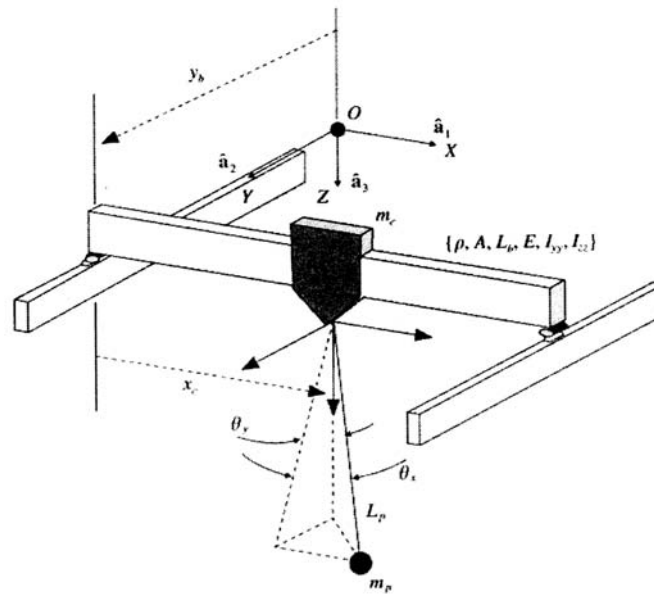
Potrebno je pomenuti još jedan parametar koji utiče na dinamičko ponašanje kod problema pokretnog oscilatora, a to je oblik gazeće površine strukture po kojoj se kreće pokretni sistem. Razlikuju se glatka (idealno ravna) i neravna (sa izbočinama ili udubljenjima) površina. Sa akcentom na primeni kod mostova u putničkom saobraćaju, zaključeno je u [40] da neravna površina zahteva razmatranje problema pokretnog oscilatora.

#### **2.1.4. Problem pokretnog klatna**

Kao što je poznato, matematičko klatno predstavlja osnovni problem analitičke mehanike. Ukoliko se pretpostavi da se tačka vešanja klatna kreće po krutoj podlozi dobija se složeniji dinamički problem, koji može biti iskorišćen za modeliranje podsistema dizalica sa aspekta automatizacije i optimizacije procesa istovara rasutih materijala [41]. Razmatranje ovakve fizičke postavke klaćenja tereta još uvek predstavlja osnovu za formiranje algoritama u sistemu upravljanja kretanja kolica za sprečavanje klaćenja tereta (anti-sway control).

Razmatranje oscilacija elastične strukture usled dejstva pokretnog sistema koji u sebi sadrži teret kome je omogućeno klaćenje ima veliku primenu u radovima iz problematike pokretnog opterećenja kod dizalica.

Prvi ovakav model, gde je objekat istraživanja konstrukcija jednogrede mosne dizalice, je predstavio Oguamanam postavljanjem diferencijalnih jednačina oscilacija proste grede pomoću Hamiltonovog principa, [42]. Pretpostavljeno je da se klaćenje tereta vrši samo u vertikalnoj ravni što je kasnije prošireno na razmatranje oscilacija grede u vertikalnoj i horizontalnoj ravni, [43], pri čemu se i klaćenje tereta odvija prostorno, slika 2.2.



**Slika 2.2** Model mosne dizalice sa teretom [43]

Wu je u radu [44] uveo koncept *pokretne matrice mase* radi implementacije inercijalnih efekata pokretne mase na dinamičko ponašanje strukture portalne dizalice. Pritom, razmatrani su trapezni profili brzina kretanja pokretnog sistema. Rešenja su dobijena numeričkom metodom direktne integracije. Takođe, razmatran je uticaj klaćenja tereta u ravni upravnoj na osu glavnog nosača sa pretpostavkom poznate promene ugla klaćenja u vremenu po harmonijskom zakonu. Koncept pokretne matrice masa podrazumeva da se u ukupnoj matrici inercije sistema implementira uticaj pokretne mase u zavisnosti od položaja same mase na strukturi. Na taj način ukupna matrica inercije postaje matrica čiji se elementi menjaju u vremenu što predstavlja veoma složen problem sa aspekta određivanja rešenja postavljene diferencijalne jednačine koja opisuje problem. Ovde se daje prednosti metodi Njumarka (Newmark) za direktnu integraciju.

Wu je 2008. godine proširio koncept pokretne matrice masa na koncept *pokretnog konačnog elementa* čime se na adekvatan način simulira dinamička interakcija strukture i pokretne mase čime matrica inercije, matrica prigušenja i matrica krutosti sistema postaju matrice sa promenljivim elementima, [45]. Na objektu strukture portalne dizalice istraživane su podužne i poprečne oscilacije strukture usled dejstva pokretnog sistema koji se idealizuje jednomasenim modelom. Uticaj klaćenja tereta u vertikalnoj ravni je aproksimiran svođenjem na

ekvivalentnu pokretnu masu sa pretpostavkom poznavanja funkcije ugla klaćenja tereta. Metoda Njumarka je iskorišćena za rešavanje postavljenog matematičkog modela. Koncept pokretnog konačnog elementa, kao inovativan i savremen pristup, je poslužio da se ponovo razmotri problem oscilacija proste grede usled dejstva pokretne mase koja se kreće promenljivom brzinom, [46].

Simulacija ciklusa kretanja kontejnera u softveru ADAMS, sa mogućnošću klaćenja, i uticaj na životni vek konstrukcije portalne dizalice je prikazana u [47].

Yazid je razmatrao oscilacije noseće konstrukcije portalne dizalice usled klaćenja tereta i elastičnosti užetnog sistema. Jednačine kretanja celog sistema su izvedene pomoću metode konačnih elemenata i Langranževih jednačina, [48]. Rešenja su dobijena numerički, kombinacijom metode Njumarka i metode Runge-Kuta. Zaključeno je da elastičnost strukture utiče na dinamičko ponašanje klatna i obrnuto. U radu [49], Younesian je postavio uticaj prostornog klaćenja tereta na opterećenje glavnog nosača, pri čemu je uključeno i kretanje sistema kolica sa trapeznim profilom brzina kretanja.

## 2.2 METODOLOGIJA ISTRAŽIVANJA

Polaznu osnovu za rešavanje problema pokretnog opterećenja čine dva osnovna poglavlja **teorije oscilacija**:

1. Oscilacije elastičnih tela-poprečne oscilacije prizmatične grede
2. Oscilacije sistema sa konačnim brojem stepeni slobode (MDOF system)

Gore navedena problematika u domaćoj literaturi se može naći u knjigama [50,51,52], a u stranoj literaturi u [53].

Jednačine oscilovanja elastičnog tela tipa prizmatične grede se opisuju parcijalnim diferencijalnim jednačinama. Određivanje apsolutno tačnih sopstvenih frekvencija je moguće samo za proste slučajeve oslanjanja grede pa se često pribegava približnim metodama za određivanje frekvencija od kojih se mogu izdvojiti **metod Rejlja i metod Rejli-Rica**. Određivanje osnovne frekvencije sistema je veoma važno ali ne i dovoljno sa aspekta oscilacija nekonzervativnih sistema, tj. sistema izloženih dejstvu prinudnih sila. Kod ovih problema, rešavanje

parcijalne diferencijalne jednačine je izuzetno složeno (nekad i nemoguće) sa matematičkog aspekta. Ovo je posebno primetno kod rešavanja problema pokretnog opterećenja gde je prinudna sila ne samo funkcija od vremena već i funkcija položaja. Uobičajeno je da se prinudna pokretna sila u jednačinama definiše preko specijalne funkcije - **Dirakove** funkcije. Ovaj matematički pristup u radovima iz oblasti problema pokretnog opterećenja se klasifikuje kao **analitički pristup**. Dominantna metoda koja se izdvojila za postavljanje jednačina oscilacija usled dejstva pokretnog opterećenja jeste **metoda pretpostavljenih modova**, čime se sistem prevodi na konačan broj običnih diferencijalnih jednačina. Numeričke metode koje se koriste za rešavanje diferencijalnih jednačina su **metoda Runge-Kuta** i **metoda Njumarka**. Na osnovu svega, potrebno je zaključiti da određeni nivo aproksimacije mora da postoji i u analitičkom pristupu, a rešavanje jednačina prati velike matematičke teškoće.

Svođenje bilo kog sistema na konačan broj stepeni slobode predstavlja **idealizaciju** realnog sistema. Međutim, ovaj pristup je dominantan u teoriji oscilacija pa i dinamici konstrukcija kao njenoj posebnoj disciplini. Jednačine oscilovanja sistema sa konačnim brojem stepeni slobode se opisuju običnim diferencijalnim jednačinama drugog reda. Postavljanje jednačina se vrši pomoću Njutnovih zakona i osnovnih jednačina analitičke mehanike: D'alambertov princip i Langranževe jednačine druge vrste. Razvoj ovog pristupa je nastao sa razvojem računara i posledično sa razvojem posebne matematičke discipline koja se naziva **matrični račun**. Ovim su oscilatorni sistemi mogli biti razmatrani svođenjem na veliki broj stepeni slobode sa garancijom da dobijena rešenja daju zadovoljavajuću sliku o ponašanju osnovnog modela.

Pored idealizacije sistema, u dinamici konstrukcija izuzetnu važnost ima i princip **diskretizacije**. Diskretizacija masa ili redukcija masa nosača (lumped masses) je pojam koji se vezuje za **kinetostatičku metodu** koja je prva dala jednačine linearnih oscilacija složenih grednih nosača sa konačnim brojem stepeni slobode i koja se uglavnom koristila u radovima domaćih istraživača.

Danas, apsolutno dominantna metoda u dinamici konstrukcija koja se vezuje za pojam diskretizacije jeste **metoda konačnih elemenata**. Ona je opšteprihvaćena kao najefikasnija i najpraktičnija metoda za analizu statičkih i

dinamičkih problema u gotovo svim poljima mašinstva. Razvijen je veliki broj softvera koji omogućavaju laku primenu ove metode i sprovođenje odgovarajućih analiza. Ovaj matematički-numerički pristup u radovima iz oblasti problema pokretnog opterećenja se klasifikuje kao **konačnoelementni pristup**. Ovde mora biti napomenuto da ovaj pristup, apriori, ne podrazumeva korišćenje gotovih softverskih paketa za analizu dinamičkog ponašanja struktura već formiranje karakterističnih matrica prema usvojenoj diskretizaciji sistema: matrice inercije sistema, matrice prigušenja sistema, matrice krutosti sistema i vektora spoljašnjih sila. Uobičajeno je da se prigušenje razmatra preko teorije Rejlja. Rešenja jednačina se dobijaju metodama direktne integracije (step-by step methods) pri čemu je metoda Njumarka veoma često u primeni. Može se zaključiti da konačnoelementni pristup iziskuje relativno jednostavan matematički aparat, zasnovan na matričnom računu, ali je obim programiranja izrazito veliki, kako za formiranje jednačina tako i za njihovo rešavanje.

Čist konačnoelementni pristup u problematici pokretnog opterećenja je moguć samo za problem pokretne sile i za problem pokretne mase. Svi ostali modeli pokretnih sistema uključuju potrebu za jednačinama analitičke mehanike. Ovo se može nazvati **kombinovanim pristupom** kao pojmom koji opisuje metodologiju savremenih istraživanja problema pokretnog opterećenja.

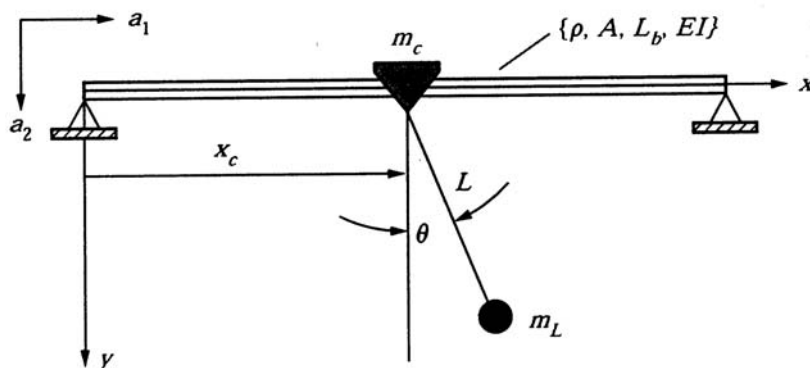
Odzivi modela u ovom radu su dobijeni na modelima portalne dizalice čije noseće konstrukcije u svakom slučaju predstavljaju složene strukture. **Usvojen je kombinovani pristup za formiranje matematičkog modela sistema portalne dizalice, tj. konačnoelementni pristup je iskorišćen za modeliranje noseće konstrukcije portalne dizalice, a jednačine analitičke mehanike su iskorišćene za modeliranje kolica.** Razmatraju se tri modela kolica, dva koja su standardna u problemima pokretnog opterećenja i jedan koji predstavlja originalan pristup-model pokretnog oscilatora sa klatnom. Modeliranje kretanja kolica je izvršeno tako da je moguće razmatrati bilo koji profil brzina kretanja kolica. **Postavljene su jednačine kretanja sistema kao sistem diferencijalnih jednačina drugog reda sa promenljivim koeficijentima. Rešenja jednačina su dobijena metodom Njumarka.**

## 2.3 ZAKLJUČNA RAZMATRANJA

Na osnovu pregleda relevantne literature koji je dat u poglavlju 2.1. može se zaključiti da je broj radova koji tretiraju problem pokretnog opterećenja na strukturama dizalica veoma mali. Sa druge strane, dinamika dizalica je u savremenim naučnim radovima, uglavnom, upravo prisutna kroz implementaciju problema pokretnog opterećenja za dobijanje odgovarajućih dinamičkih odziva konstrukcija dizalica [42, 43, 44, 45, 48, 49].

U nastavku je dat detaljniji osvrt na modele koji su korišćeni i na analizu podataka u ovim malobrojnim istraživanjima u vezi sa dizalicama.

Implementacija problema pokretnog opterećenja kod struktura mosnih dizalica, sa razmatranjem klaćenja tereta, je prvo pokazana u radu Oguamanam-a, [42, (1998)]. Na slici 2.3 je prikazan model analiziranog sistema.



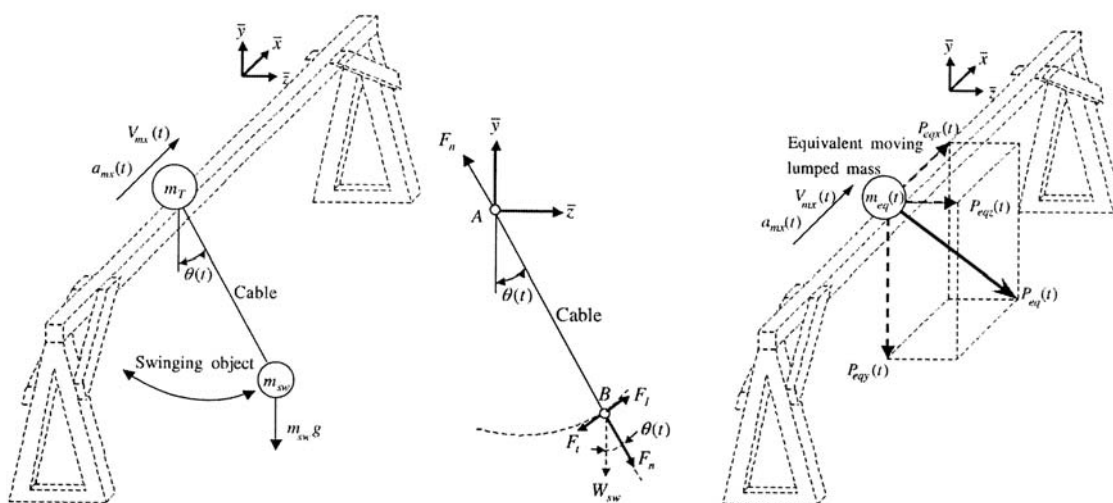
Slika 2.3. Model mosne dizalice [42]

Analiza rezultata je izvršena na primeru grednog nosača sa sledećim karakteristikama:  $\rho=8000$  kg/m,  $E=2,117 \cdot 10^{11}$  Pa,  $L_b=10$  m,  $A=16 \cdot 10^{-4}$  m<sup>2</sup>,  $I=2,13 \cdot 10^{-7}$  m<sup>4</sup>. Kako je u radu rečeno da se radi o kvadratnom poprečnom preseku grednog nosača, može se lako zaključiti da su njegove dimenzije 4x4 cm. Na osnovu ovih podataka mogu se dati sledeće napomene: odnos dužine grede i dužine stranice preseka iznosi  $1000/4=250$ , što višestruko prevazilazi odnos kojim se opisuju gredni nosači, pa je i opisivanje savijanja preko teorije Bernuli-Ojlera ovde neadekvatno; statičkom analizom najvećeg ugiba samo od sopstvene težine ovog

grednog nosača (mase 128 kg) dobija se vrednost od 37 cm!; najveći dopušteni ugib dizalice ( $L_b/400$ ) iznosi 2,5 cm, pa nije zadovoljen čak ni red veličina ovog ugiba. U radu je prikazana složena matematička formulacija spregnutih oscilacija strukture i klaćenja tereta, ali dobijeni rezultati nemaju praktičnog značaja za opisivanje dinamičkog ponašanja dizalica zbog gore navedenih napomena. Takođe, usvojeno je da se kolica kreću konstantnom brzinom čime je zanemaren realan ciklus kretanja.

Isti autor je u radu [43, (2001)] razmatrao sličan model koji u odnosu na model iz rada [42] uključuje i poprečne oscilacije glavnog nosača u horizontalnoj ravni, slika 2.2. Dužina grede je *popravljen*a na  $L_b=6$  m, ali ne i ostale karakteristike nosača (momenti inercije su isti kao u [42]). Nema rezultata za pomeranje nosača usled pokretnog klatna, pa se ovaj rad ne može podvesti pod dinamiku dizalica već dinamiku tereta. Dobijeni rezultati za ugao klaćenja tereta, sa maksimalnim vrednostima od 0,03 rad ( $1,71^\circ$ ), nemaju praktičan značaj jer se kod dizalica dozvoljava njihanje tereta do  $5^\circ$ . Takođe, brzina kolica od 0,133 m/s, sa periodima ubrzanja i usporenja od 15 s, ne zahteva prikazani složeni matematički aparat za određivanje njihanja već je dovoljan model matematičkog klatna.

Wu je u radu [44, (2004)] razmatrao odziv strukture portalne dizalice prema uticajima koji nastaju od kretanja kolica i njihanja tereta u vertikalnoj ravni yz. Šematski model je prikazan na slici 2.4.

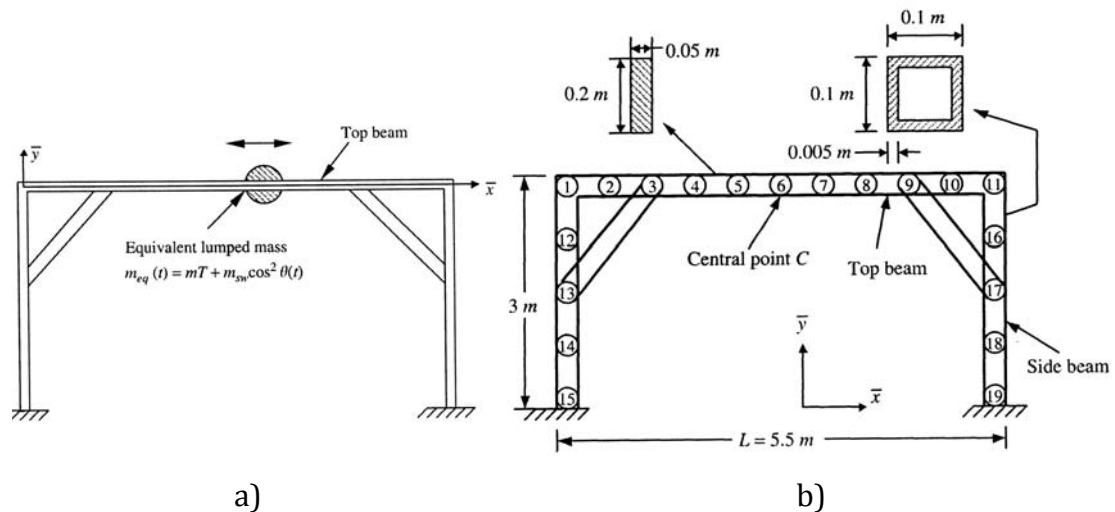


**Slika 2.4** Model portalne dizalice;  $m_T$  - masa kolica;  $m_{SW}$  - masa tereta; [44]

Početa pretpostavka u radu je svođenje problema pokretnog klatna na problem pokretne mase pri čemu je uveden pojam *ekvivalentne pokretne mase* u obliku  $m_{eq}(t) = m_T + m_{sw} \cos^2 \theta(t)$  (oznake prema slici 2.4). Ovom aproksimacijom je zanemaren uticaj centrifugalne sile pri klaćenju tereta čime nije zadovoljen uslov da kompletni uticaji klaćenja tereta budu uzeti u obzir. Čak i uz ovo uprošćenje, ne može se nikako prihvatiti korišćenje ove ekvivalentne mase za obuhvatanje uticaja inercije mase u pravcima ose  $x$  i ose  $z$ . Posledično, izrazi za sile  $P_{eqx}(t)$ ,  $P_{eqy}(t)$ ,  $P_{eqz}(t)$  su potpuno neadekvatni kao opterećenje strukture. Dodatno, njihanje tereta zavisi i od ubrzanja strukture na mestima kontakta kolica i strukture što je u ovom radu izbegnuto pomenutom aproksimacijom i pretpostavljanjem apsolutnih vrednosti ugla njihanja tereta čime nisu obuhvaćene spregnute oscilacije celog sistema. Ovim su rezultati odziva strukture dovedeni u pitanje, a koji su inače veoma mali (pomeranje središnje tačke nosača iznosi do 3mm) pa nije jasna njihova praktična upotreba. Ipak, potrebno je reći da je prikazan inovativan koncept obuhvatanja uticaja inercije mase definisanjem promenljivih koeficijenata u matrici inercije preko *šetajuće matrice masa*, pomoću metode konačnih elemenata, čime se model sa konačnim brojem stepeni slobode adekvatno prilagođava za opisivanje problema pokretnog opterećenja.

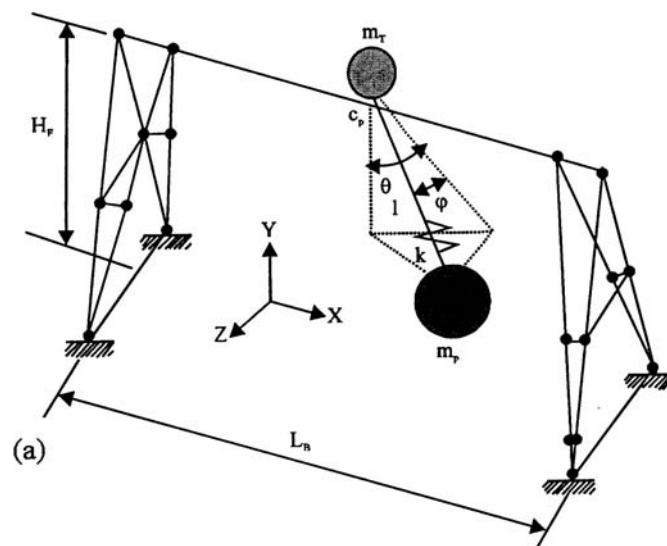
U radu [45 (2008)], Wu je u proračun uključio i podužne oscilacije elemenata strukture, a klaćenje tereta se vrši u ravni  $yx$ , slika 2.5a. Ovde je ponovo uvedena ekvivalentna pokretna masa, u istom obliku kao u radu [44], što je neadekvatna aproksimacija zbog datih napomena. Na slici 2.5.b prikazane su karakteristike modela ramovske strukture koji je iskorišćen za analizu odziva. Međutim, razmatrane brzine do 100 m/s predstavljaju potpuno nerealne i nedostižne karakteristike kolica kod dizalica, a i kod bilo koje staze dužine 5,5 m. Na dijagramu koji daje analizu središnjeg pomeranja ramovske strukture preko modela pokretne mase i pokretne sile, [45, Fig. 6], nije jasno prikazana razlika za brzine do 5 m/s, a što bi moglo dati važne zaključke za realan domet brzina dizaličnih kolica u skoroj budućnosti. Takođe, prilikom razmatranja njihanja tereta date su nejasne jedinice za kružnu frekvenciju, tj. frekvenciju oscilovanja klatna, pa su odnosi frekvencija klatna i frekvencija strukture drugačiji i ne mogu poslužiti za donošenje zaključaka bilo koje vrste.





**Slika 2.5** a) Model portalne dizalice, b) Karakteristike KE modela strukture [45]

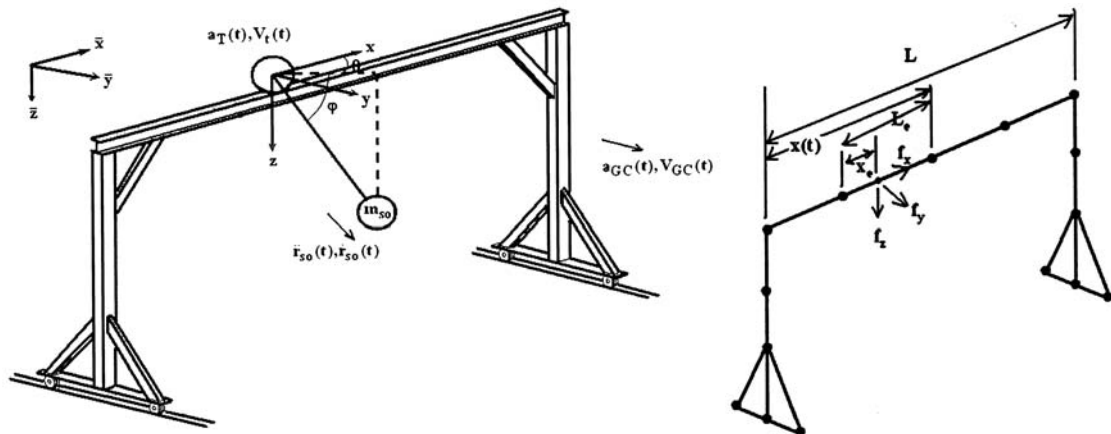
U radu [48 (2011)], Yazid je razmatrao spregnute oscilacije strukture, klaćenja tereta i užetnog sistema preko modela koji je prikazan na slici 2.6. U radu je pretpostavljeno da su kolica stacionirana na sredini raspona, pa se ovaj rad ne može svrstati u oblast pokretnog opterećenja. Ovim je zanemaren realan ciklus kretanja sa ubrzanjem koje utiče na njihanje tereta u vertikalnoj ravni YX.



**Slika 2.6** Model portalne dizalice sa kolicima na sredini raspona [48]

U radu [49 (2010)] se analizira struktura portalne dizalice sa prostornim klaćenjem tereta, slika 2.7. U odnosu na radove Wu-a [44,45], ovde su uvedeni odgovarajući izrazi koji proizilaze iz dinamike tereta. U radu nije dat način

implementacije interakcije klatna i strukture u konačnoelementni model strukture, gde je staza modelirana sa samo 4 elementa, kao i podatak o uključivanju mešovitih članova koji proizilaze iz ubrzanja tačke na stazi gde se ostvaruje kontakt sa kolicima. U ovom radu je predstavljen model koji obuhvata veći broj parametara kod dizalica od prethodno pomenutih radova, sa aspekta problema pokretnog opterećenja, jer je objavljen 2010. godine.



**Slika 2.7** Model portalne dizalice [49]

Na osnovu ovih zaključaka može se reći da je problem pokretnog opterećenja nedovoljno, a ponegde i nejasno, uključen u savremena istraživanja dinamičkog ponašanja dizalica. Generalno, sa daljim povećanjem fleksibilnosti struktura dizalica i sa tendencijom rasta brzina kretanja kolica, moguće je očekivati nastavak ovih istraživanja. U užem smislu, uz konstataciju da problem pokretne sile predstavlja dovoljno istraženo naučno poglavlje u dinamici struktura, problemi pokretnog opterećenja imaju utemeljenje u dinamici dizalica iz sledećih razloga:

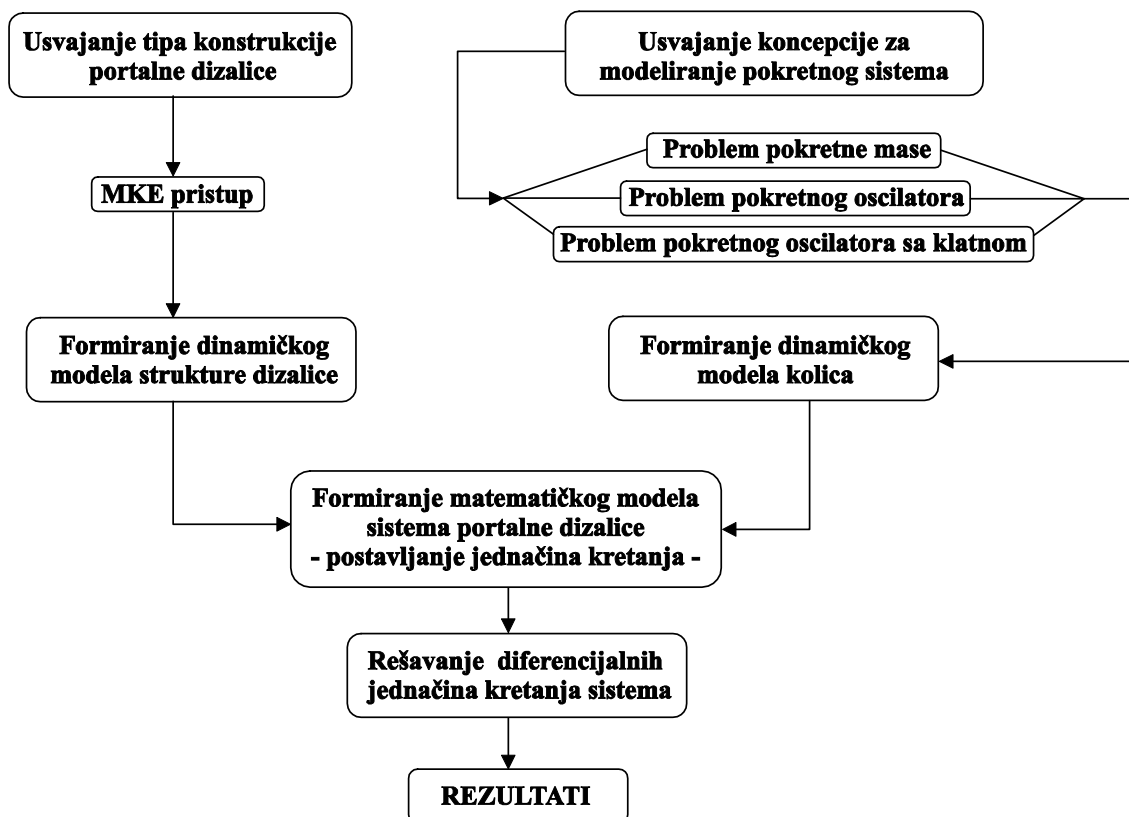
- masa tereta koji se transportuje je često veća od mase same konstrukcije dizalice pa je uticaj inercije mase važan parametar za dinamičku analizu
- kolica mogu biti konstruktivno izvedena tako da veza između kućišta vitla i kolica nije kruta već ostvarena pomoću elastičnih opruga ili je veza ostvarena čvrstom vezom ali na mestu gde savojna krutost konstrukcije kolica dozvoljava elastična pomeranja
- na svim dizalicama kačenje tereta na vitlo je ostvareno preko pomoćnog užetnog ili lančanog sistema čime je omogućeno klačenje tereta

## 2.4 PLAN ISTRAŽIVANJA

Osnovni plan istraživanja je prikazan na slici 2.8. i sprovede se u saglasnosti sa usvojenim metodama za postavljanje i rešavanje diferencijalnih jednačina kretanja sistema, poglavlje 2.2.

Početne pretpostavke za istraživanje naslovnog problema su sledeće:

- 1) Razmatraju se dinamički uticaji koji nastaju u toku ciklusa kretanja kolica
- 2) Razmatraju se opterećenja koja deluju u vertikalnoj ravni koja je upravna na pravac kretanja dizalice, kao i odgovarajući dinamički odzivi strukture portalne dizalice
- 3) Kolica su u stalnom kontaktu sa strukturom dizalice
- 4) Staza po kojoj se kreću kolica je idealno ravna



Slika 2.8. Osnovni plan istraživanja u disertaciji

## 2.5 CILJ ISTRAŽIVANJA

Osnovni ciljevi ove disertacije imaju praktični i naučni karakter. Afirmacija i razvoj kombinovanog pristupa pri formiranju modela dizalica predstavlja početni cilj ovog rada, čime se omogućava adekvatno istraživanje problema pokretnog opterećenja kod složenih struktura dizalica.

Glavni ciljevi ovog rada, u skladu sa planom istraživanja, predstavljaju formiranje tri matematička modela portalne dizalice kroz trojako posmatranje kolica kod dizalica: model pokretne mase, model pokretnog oscilatora i model pokretnog oscilatora sa klatnom. Posledično, daje se komparativan prikaz načina modeliranja kolica kod portalnih dizalica. Zajedničke karakteristike ovih modela su sledeće:

- pored poprečnih, uključene su i podužne oscilacije elemenata strukture
- uključeni su uticaji inercije masa u dinamičkoj interakciji strukture i kolica
- razmatraju se realni ciklusi kretanja kolica, sa ubrzanjem i usporenjem

Matematičkim modelima su uključena u razmatranje dva konstrukciona tipa portalnih dizalica: osnovni i tip sa jednim prepustom. Ovo je važno istaći jer konstrukcija sa prepustom nije, kroz modele, zastupljena u literaturi (poglavlje 2.3.).

Model pokretne mase, iako prisutan u literaturi iz ove oblasti, je ovde detaljno opisan i formiran jer predstavlja bazični model koji pored razmatranja uticaja inercije mase na dinamičko ponašanje strukture portalne dizalice služi i za verifikaciju rezultata dobijenih preko složenijih modela. U radovima [42,43,44,45] nisu prikazani verodostojni podaci koji mogu poslužiti za razmatranje dinamičkog ponašanja portalnih dizalica za kontejnerske terminale.

Model pokretnog oscilatora ima za cilj opisivanje i određivanje uticaja elastičnog oslanjanja, u vertikalnom pravcu, u sistemu kolica kod portalnih dizalica. Sa aspekta problema pokretnog opterećenja, ovim se daje mogućnost koja nije prikazana u dosadašnjim modelima kod dizalica.

**Model pokretnog oscilatora sa klatnom**, koji je predstavljen u ovoj disertaciji, je originalan pristup modeliranju pokretnog sistema u oblasti problema pokretnog opterećenja. Sa aspekta istraživanja kod dizalica, u odnosu na radove [44,45,49], može se slobodno reći da predstavlja nadgradnju postojećih modela jer je obuhvaćena elastična veza između kolica i vitla. Ovaj model je kombinacija modela pokretnog oscilatora i pokretnog klatna, a od važnijih karakteristika potrebno je pomenuti sledeće:

- nije usvojeno uobičajeno ograničenje na male oscilacije klaćenja tereta
- uključene su potpune karakteristike klaćenja tereta u vertikalnoj ravni

Praktični ciljevi ove disertacije su korišćenje dobijenih rezultata pri projektovanju fleksibilnih struktura portalnih dizalica sa visokim performansama, a posebno kod zahteva za povećanjem brzina kretanja kolica preko 3 m/s. Takođe, postavljeni matematički modeli predstavljaju osnovu za formiranje algoritma upravljanja pogona kretanja kolica.

# 3

## MODELIRANJE NOSEĆIH KONSTRUKCIJA PORTALNIH DIZALICA SISTEMOM ELASTIČNIH TELA

Na osnovu pregleda literature, poglavlje 2.1, može se primetiti da je analitički pristup veoma prisutan u problematici pokretnog opterećenja. Međutim, modeli ramovskih struktura uopšte nisu razmatrani što se objašnjava time da tek skorašnje performanse pokretnih sistema (velike brzine i ubrzanja) na ramovskih strukturama daju svrsishodnost upotrebe problema pokretnog opterećenja.

Ovde će biti prikazan koncept primene analitičkog pristupa na dinamiku nosećih konstrukcija portalne dizalice. Prvo, geometrija noseće konstrukcije portalne dizalice i dimenzije preseka njenih elemenata apsolutno dozvoljavaju da se model formira kao sistem elastičnih tela tipa prizmatične grede.

Idealizacija se zasniva na sledećim pretpostavkama:

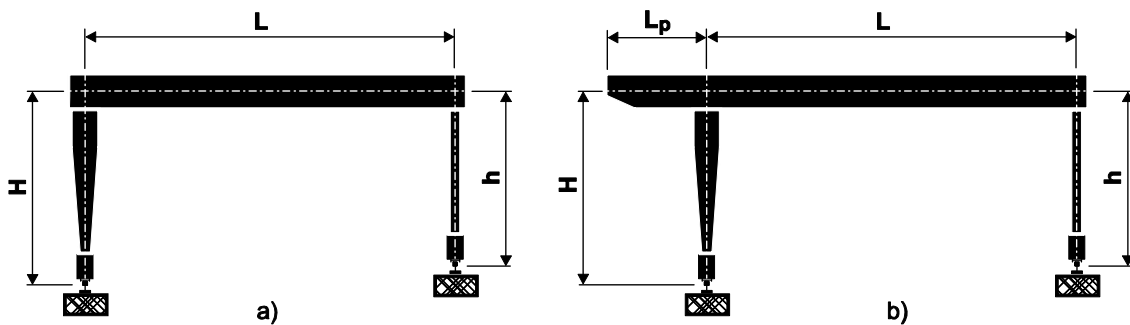
- materijal elemenata je homogen i izotropan
- svi elementi su Bernuli-Ojler grede, tj. razmatra se samo savijanje elemenata, a time i poprečne oscilacije greda
- poprečna pomeranja središta preseka elemenata su upravna na podužnu osu i mala u odnosu na dužinu elementa
- poprečni preseki elemenata ostaju ravni i upravni na elastičnu liniju

Na slici 3.1 prikazani su tipovi konstrukcija portalnih dizalica koji će biti razmatrani: osnovni tip (slika 3.1.a) i tip sa jednim prepustom (slika 3.1.b). Osnovne geometrijske karakteristike koje su iskorišćenje za definisanje dužina elemenata-prizmatičnih greda su:  $L$  - raspon između nogu,  $H$  - visina na strani

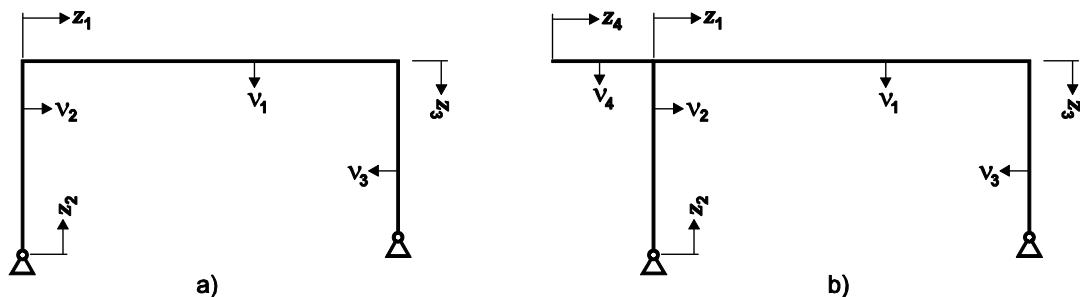
krute noge,  $h$  - visina na strani elastične noge i  $L_p$  - dužina prepusta glavnog nosača. Iako je veoma redak kod portalnih dizalica, uvođenjem parametra  $h$  takvim da je  $h \neq H$ , obuhvaćen je slučaj kada noge portalnih dizalica nisu postavljene na istom nivou. Glavni elementi noseće konstrukcije su izrađeni od istog materijala (konstrukcionog čelika).

Na slici 3.2 prikazani su usvojeni ramovski modeli sistema elastičnih tela koji odgovaraju postavljenim tipovima konstrukcija portalnih dizalica na slici 3.1. Svi konstrukcioni delovi portalne dizalice su modelirani kao elementi konstantnog poprečnog preseka sledećih karakteristika: modul elastičnosti  $E$ , gustina materijala  $\rho$ , moment inercije  $I_i$  i površina preseka  $A_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ).

Ovde će biti sproveden postupak definisanja poprečnih oscilacija prema tipu konstrukcije sa jednim prepustom, slika 3.2.b, pošto je postupak za osnovni tip noseće konstrukcije portalne dizalice detaljno prikazan u [54].



**Slika 3.1.** Tipovi noseće konstrukcije portalne dizalice, a) Osnovni, b) Sa jednim prepustom



**Slika 3.2.** Ramovski modeli sistema elastičnih tela prema usvojenim tipovima konstrukcije na slici 3.1.a i 3.1.b.

Parcijalna diferencijalna jednačina slobodnih transverzalnih oscilacija za svaki od elemenata glasi

$$\frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} + \frac{EI_i}{\rho A_i} \frac{\partial^4 v_i}{\partial z_i^4} = 0 \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3.1)$$

Opšta rešenja jednačine (3.1), tj. poprečna pomeranja elemenata, se mogu prikazati u sledećem obliku

$$v_1 = v_1(z_1, t) = Z_1(z_1)T(t) \quad 0 \leq z_1 \leq L \quad (3.2)$$

$$v_2 = v_2(z_2, t) = Z_2(z_2)T(t) \quad 0 \leq z_2 \leq H \quad (3.3)$$

$$v_3 = v_3(z_3, t) = Z_3(z_3)T(t) \quad 0 \leq z_3 \leq h \quad (3.4)$$

$$v_4 = v_4(z_4, t) = Z_4(z_4)T(t) \quad 0 \leq z_4 \leq L_p \quad (3.5)$$

Funkcije oblika oscilovanja su ovde postavljene preko Krilov-Dankanovih funkcija [55], u sledećem obliku

$$Z_i(z_i) = G_i S(k_i z_i) + B_i T(k_i z_i) + C_i U(k_i z_i) + D_i V(k_i z_i) \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3.6)$$

gde su  $k_i$  karakteristične vrednosti, a  $G_i$ ,  $B_i$ ,  $C_i$ ,  $D_i$  konstante koje se određuju iz konturnih uslova.

Vremenska funkcija ima oblik

$$T(t) = X \cos \omega t + Y \sin \omega t \quad (3.7)$$

pri čemu su  $X$  i  $Y$  konstante koje se određuju iz početnih uslova kretanja, a kružna frekvencija oscilovanja iznosi

$$\omega = k_i^2 \sqrt{\frac{EI_i}{\rho A_i}} \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (3.8)$$



S obzirom da se struktura sastoji od 4 gredna elementa potrebno je formulisati 16 konturnih uslova.

Na osloncu elementa 2 važe sledeći uslovi

$$Z_2(0) = 0 \quad (3.9a)$$

$$-EI_2 Z_2''(0) = 0 \quad (3.9b)$$

Na osloncu elementa 3 uslovi su

$$Z_3(h) = 0 \quad (3.9c)$$

$$-EI_3 Z_3''(h) = 0 \quad (3.9d)$$

Na slobodnom kraju elementa 4 uslovi su

$$-EI_4 Z_4''(0) = 0 \quad (3.9e)$$

$$-EI_4 Z_4'''(0) = 0 \quad (3.9f)$$

Na mestima veze elemenata 1 i 3, kao i elemenata 1,2 i 4 dobijaju se

$$Z_1(L) = 0 \quad (3.9g)$$

$$Z_1'(L) = Z_3'(0) \quad (3.9h)$$

$$-EI_1 Z_1''(L) = -EI_3 Z_3''(0) \quad (3.9j)$$

$$Z_1(0) = 0 \quad (3.9k)$$

$$Z_4(L_p) = 0 \quad (3.9l)$$

$$Z_2'(H) = Z_1'(0) \quad (3.9m)$$

$$Z_4'(L_p) = Z_1'(0) \quad (3.9n)$$

$$-EI_1 Z_1''(0) = -EI_2 Z_2''(H) - EI_4 Z_4''(L_p) \quad (3.9o)$$

$$Z_2(H) = -Z_3(0) \quad (3.9p)$$

Poslednji (i ključni) uslov se dobija primenom zakona o kretanju centra mase glavnog nosača (elementa 1 i 4) pri dejstvu transverzalnih sila na mestima veze sa krutom i elastičnom nogom (elementima 2 i 3), odnosno

$$-(\rho A_1 L + \rho A_4 L_p) \ddot{v}_3(0, t) = EI_2 v_2'''(H, t) + EI_3 v_3'''(0, t) \quad (3.9r)$$

koji, preko (3.3, 3.4) i (3.7), postaje

$$(\rho A_1 L + \rho A_4 L_p) Z_3(0) \omega^2 = EI_2 Z_2'''(H) + EI_3 Z_3'''(0) \quad (3.10)$$

Iz (3.8), karakteristične vrednosti  $k_i$  ( $i=2,3,4$ ), se mogu izraziti preko  $k_1$ , odnosno

$$k_i = k_1 \sqrt[4]{\frac{A_i I_1}{A_1 I_i}} \quad (3.11)$$

Na osnovu postavljenih uslova (3.9) i korišćenjem relacija za karakteristične vrednosti (3.11) dobija se karakteristična jednačina koja je veoma složena zbog kombinacije trigonometrijskih i hiperboličnih funkcija i zavisna od velikog broja parametara  $A_1, A_2, A_3, A_4, I_1, I_2, I_3, I_4, L, L_p, H, h$ , oblika

$$f(k_1) = 0 \quad (3.12)$$

koji ne dozvoljava eksplicitno određivanje frekvencija u analitičkom obliku.

Rešavanje ove karakteristične jednačine, po karakterističnoj vrednosti  $k_1$ , je omogućeno tek u poslednjih deset godina, sa pojavom naprednih matematičkih programa (npr. Wolfram Mathematica 6). Zbog prirode trigonometrijskih i hiperboličnih funkcija koje su sastavni deo karakteristične jednačine, rešenja je potrebno prvo grafički prikazati, lokalizovati pa tek onda odrediti tačna rešenja.

Ovde će biti date prve tri frekvencije oscilovanja za usvojene varijante parametara portalnih dizalica za kontejnerske terminale. Glavne geometrijske mere su definisane preko  $L$  i  $H$ , a pretpostavljeno je da  $L_p = 0,25 L$  i  $h=H$ , što inače

predstavlja veliki broj izvođenja ovih dizalica. S obzirom da je dimenzionisanje glavnog nosača prvi korak u projektovanju portalne dizalice na osnovu usvojenih glavnih mera kojim je definisana njena namena, upravo su statičke karakteristike glavnog nosača usvojene kao polazne i određene prema preporukama za izbor dimenzija poprečnog preseka [56] tako da predstavljaju *fleksibilnu* i *krutu* varijantu grednog nosača. Sa pretpostavkom da je  $I_4=I_1$  i  $A_4=A_1$  (prepust je isti nosač kao i rasponi deo glavnog nosača), varijacija statičkih parametara elemenata krute i pendel noge je izvršena preko sledećih izraza

$$\alpha = \frac{I_1}{I_2}, \beta = \frac{I_1}{I_3}, \gamma = \frac{A_1}{A_2}, \delta = \frac{A_1}{A_3}, \quad (3.13)$$

U svemu prema prethodnom, prikaz prve tri frekvencije za usvojene varijante izvođenja portalnih dizalica je dat u tabeli 3.1.

Sagledavanjem rezultata iz tabele 3.1., u okviru jedne geometrijske varijante, može se potvrditi da fleksibilna konstrukcija generiše niže frekvencije oscilovanja u odnosu na krutu konstrukciju i da osnovna (prva) frekvencija drastično opada sa smanjenjem krutosti krute i pendel noge. Dobijeni rezultati mogu biti iskorišćeni za verifikaciju frekvencija ramovskih struktura dobijenih korišćenjem MKE.

Sa ovim konstatacijama može se zaključiti primena analitičkog pristupa zbog složenosti definisanja prinudnih oscilacija ramovskih struktura usled dejstva pokretnog opterećenja. Zbog zaključaka koji su dati u metodologiji istraživanja, poglavlje 2.2, u nastavku će biti dat drugačiji pristup za razmatranje problema pokretnog opterećenja kod dizalica.

**Tabela 3.1.** Prve tri frekvencije oscilovanja usvojenih varijanti portalnih dizalica

<b>L = 30 m</b> <b>H = 18 m</b>				$I_1 = 0,024 \text{ m}^4$ $A_1 = 0,07 \text{ m}^2$			$I_1 = 0,05 \text{ m}^4$ $A_1 = 0,09 \text{ m}^2$		
$\alpha$	$\gamma$	$\beta$	$\delta$	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_3$ [Hz]	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_3$ [Hz]
1	1	1	1	1,57	7,58	15,69	2,00	9,65	19,97
1	1	10	2	1,12	6,49	10,34	1,43	8,27	13,16
10	2	10	2	0,69	5,25	10,11	0,88	6,68	12,87
10	2	50	4	0,54	5,09	6,64	0,68	6,48	8,45

<b>L = 40 m</b> <b>H = 20 m</b>				$I_1 = 0,05 \text{ m}^4$ $A_1 = 0,09 \text{ m}^2$			$I_1 = 0,13 \text{ m}^4$ $A_1 = 0,11 \text{ m}^2$		
$\alpha$	$\gamma$	$\beta$	$\delta$	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_3$ [Hz]	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_3$ [Hz]
1	1	1	1	1,45	5,76	12,57	2,12	8,41	18,34
1	1	10	2	1,03	4,92	10,26	1,50	7,18	14,96
10	2	10	2	0,65	3,90	9,67	0,95	5,70	14,10
10	2	50	4	0,51	3,77	6,70	0,74	5,51	9,81

<b>L = 45 m</b> <b>H = 18 m</b>				$I_1 = 0,07 \text{ m}^4$ $A_1 = 0,1 \text{ m}^2$			$I_1 = 0,18 \text{ m}^4$ $A_1 = 0,14 \text{ m}^2$		
$\alpha$	$\gamma$	$\beta$	$\delta$	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_3$ [Hz]	$f_1$ [Hz]	$f_2$ [Hz]	$f_3$ [Hz]
1	1	1	1	1,74	5,40	12,08	2,36	7,34	16,38
1	1	10	2	1,23	4,61	11,52	1,67	6,25	15,67
10	2	10	2	0,81	3,58	9,86	1,13	4,88	13,66
10	2	50	4	0,63	3,44	9,11	0,85	4,66	12,34

# 4

## FORMIRANJE MODELA PORTALNE DIZALICE PRIMENOM KOMBINOVANOG PRISTUPA

Glavni delovi portalne dizalice sa aspekta postavljenog problema su noseća čelična konstrukcija i kolica. Postavljanje odgovarajućeg modela portalne dizalice se sastoji iz dva odvojena dela, tj. postavljanje modela za noseću konstrukciju dizalice-strukturu i postavljanje modela za kolica.

### 4.1 MODEL NOSEĆE KONSTRUKCIJE PORTALNE DIZALICE

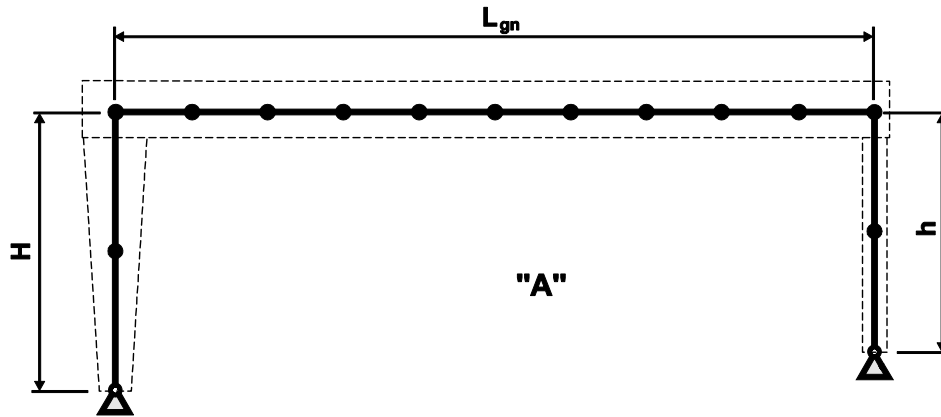
Noseća konstrukcija portalne dizalice je prostorna struktura čija složenost zavisi od tipa konstrukcije, načina izvođenja konstrukcije i broja glavnih nosača. Princip diskretizacije pri formiranju ekvivalentnih modela je obavezan u savremenim istraživanjima iz oblasti dinamike struktura portalnih dizalica [31,44,45,48], pa je i ovde izvršeno svođenje na sistem sa konačnim brojem stepeni slobode. Na osnovu početne pretpostavke da se razmatraju samo opterećenja i dinamički odzivi strukture u vertikalnoj ravni koja je upravna na pravac kretanja dizalice, prostorni sistem noseće konstrukcije je preveden u ravanski model.

Koncept formiranja uprošćenog (idealizovanog) modela strukture portalne dizalice pomoću principa diskretizacije je prikazan na slikama 4.1 i 4.2. Odnosno, razmatraju se dva konstrukciona tipa portalnih dizalica zbog toga što predstavljaju najčešće izvođenje portalnih dizalica, a uključene su specifičnosti svakog od tipova koje utiču na karakter statičkog/dinamičkog ponašanja strukture.

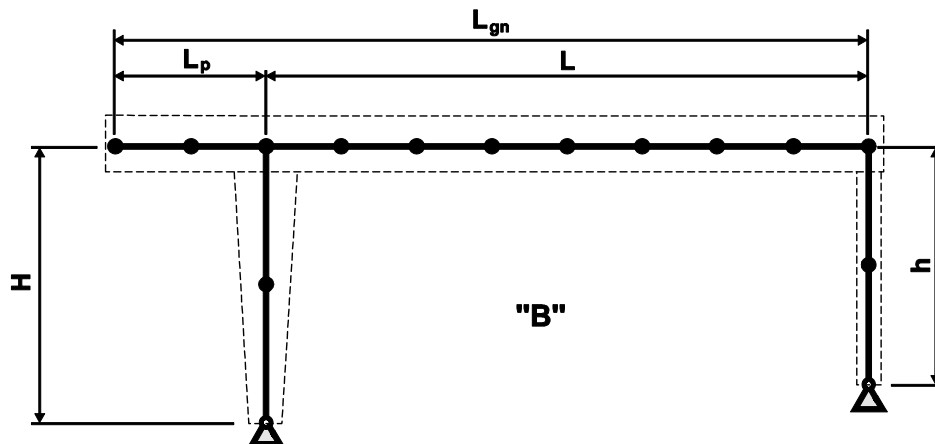
Osnovni konstrukcioni tip portalne dizalice je ovde nazvan model A, slika 4.1. Glavne geometrijske karakteristike ovog *P-ramovskog* diskretizovanog modela

su:  $L_{gn}$  - dužina glavnog nosača između sistemskih linija nogu,  $H$  - visina na strani krute noge koja predstavlja dužinu od sistemske linije na glavnom nosaču do mesta kontakta točkova čeonog nosača krute noge sa šinom i  $h$  - visina na strani pendel noge koja predstavlja dužinu od sistemske linije na glavnom nosaču do mesta kontakta točkova čeonog nosača pendel noge sa šinom.

Sledeći konstrukcioni tip portalne dizalice je ovde nazvan model B, slika 4.2, i razlikuje se od osnovnog modela portalne dizalice po postojanju prepusta glavnog nosača. Glavne geometrijske karakteristike ovog ramovskog diskretizovanog modela su:  $L$  - dužina rasponog dela glavnog nosača između sistemskih linija nogu,  $L_p$  - dužina prepusta glavnog nosača, a  $H$  i  $h$  su iste kao i za model A.



Slika 4.1 Diskretizovani model strukture osnovnog tipa konstrukcije portalne dizalice-model A



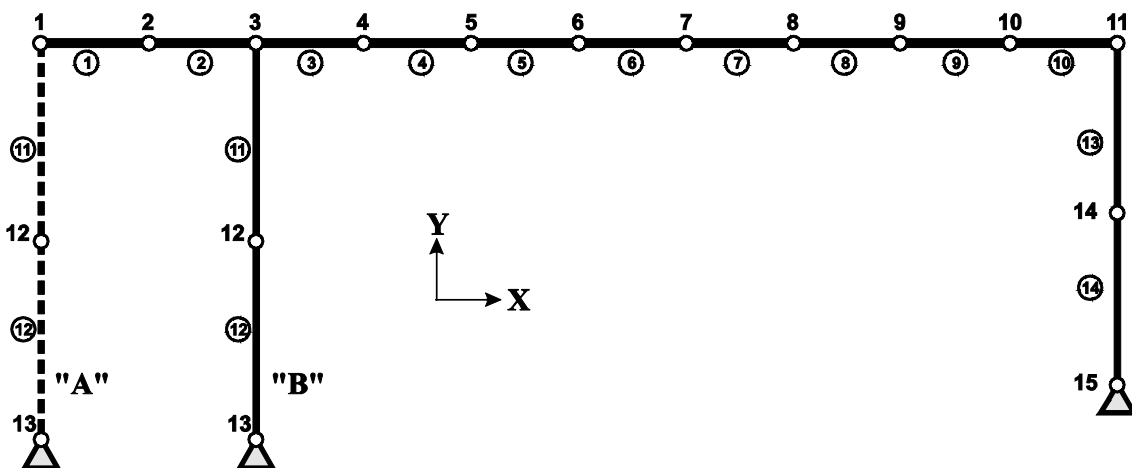
Slika 4.2 Diskretizovani model strukture tipa konstrukcije portalne dizalice sa jednim prepustom-model B

Za oba modela strukture portalne dizalice je usvojena podela glavnog nosača na 10 elemenata, krute noge na 2 elementa i pendel noge na 2 elementa. Na ovaj način je u dovoljnoj meri uključena specifičnost konstrukcije sa aspekta dinamičkog proračuna.

Kao što je napomenuto u metodologiji (poglavlje 2.2), savremena istraživanja iz oblasti analize dinamičkog ponašanja nosećih konstrukcija portalnih dizalica se uglavnom baziraju na metodi konačnih elemenata (MKE), što će i ovde biti iskorišćeno za definisanje segmenata diskretizovane strukture portalne dizalice prema modelu A i modelu B.

#### 4.1.1 Konačnoelementni model strukture

Oba konačnoelementna modela strukture portalne dizalice se sastoje od 15 čvorova i 14 elemenata. Elementi glavnog nosača su označeni brojevima  $n = 1-10$ , elementi krute noge sa  $n = 11$  i  $12$ , a elementi pendel noge sa  $n = 13$  i  $14$ . Zbog svoje sličnosti oba modela su prikazana na slici 4.3.

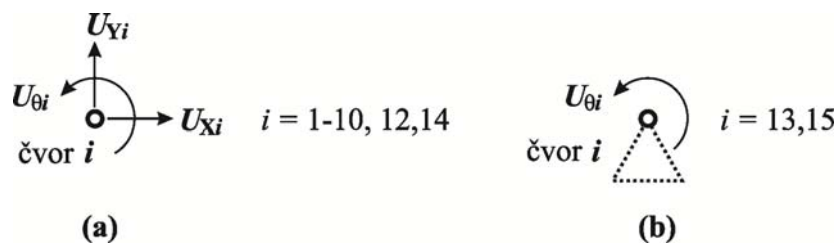


Slika 4.3. Konačnoelementni modeli strukture portalne dizalice

Svaki čvor  $i$  ( $i=1-15$ ) ima 3 stepena slobode, tj. horizontalno pomeranje, vertikalno pomeranje i rotaciju oko ose upravne na ravan modela. Ovo je inicijalna postavka i za formiranje matrice inercije i matrice krutosti modela strukture, tj. uključeno je 45 mogućih pomeranja.

Struktura je oslonjena preko nepokretnih zglobnih oslonaca u čvorovima 13 i 15, pa je ovim čvorovima onemogućeno pomeranje u vertikalnom i horizontalnom pravcu.

Kako u oscilovanju strukture učestvuju samo elementi sa slobodnim pomeranjima čvorova model strukture ima efektivno 41 stepen slobode, tj. 41 čvornih pomeranja, zbog nepokretnih oslonaca u čvorovima 13 i 15 (blokiran su po 2 vertikalna i horizontalna pomeranja), što je prikazano na slici 4.4.



**Slika 4.4.** Pomeranja čvorova KE modela; a) čvor  $i=1-10, 12$  i  $14$ , b) čvorovi  $13$  i  $15$

Uvođenjem MKE u dinamičku analizu sistema, pomeranja čvorova strukture postaju **generalisane koordinate**.

Dakle, vektor pomeranja konačnoelementnog modela strukture dizalice-vektor generalisanih koordinata strukture se može predstaviti kao

$$\mathbf{U} = \{U_{X1} U_{Y1} U_{\theta 1} U_{X2} U_{Y2} \dots U_{Y12} U_{\theta 12} U_{\theta 13} \dots U_{X14} U_{Y14} U_{\theta 14} U_{\theta 15}\}^T \quad (4.1)$$

a prvi i drugi izvod po vremenu komponentata ovog vektora čine komponente vektora brzina i ubrzanja,  $\dot{\mathbf{U}}$  i  $\ddot{\mathbf{U}}$ , respektivno.

Dužine elemenata odgovaraju ravnomernoj diskretizaciji elemenata strukture i za model A su definisane sledećim izrazima:

$$l_n = L_{gn}/10 \quad (n = 1-10) \quad (4.2a)$$

$$l_n = H/2 \quad (n = 11,12) \quad (4.2b)$$

$$l_n = h/2 \quad (n = 13,14) \quad (4.2c)$$



Za model B, dužine elemenata su sledeće:

$$l_n = L_p/2 \quad (n = 1,2) \quad (4.3a)$$

$$l_n = L/8 \quad (n = 3-10) \quad (4.3b)$$

$$l_n = H/2 \quad (n = 11,12) \quad (4.3c)$$

$$l_n = h/2 \quad (n = 13,14) \quad (4.3d)$$

Pri formiranju KE modela B je dodatno uvedena pretpostavka da je dužina prepusta glavnog nosača u zavisnosti od dužine rasponog dela glavnog nosača sa odnosom  $L_p = L/4$ . Ovo je uvedeno da bi elementi glavnog nosača ( $n = 1-10$ ) imali istu dužinu, tj. da bi se staza po kojoj se kreće pokretno opterećenje sastojala od 10 elemenata istih dužina. Na ovaj način se lako može KE model B preformulisati u KE model A, sa preformulacijom elemenata 11 i 12 u odgovarajućim matricama.

Ova pretpostavka ima utemeljenje u statičkom ponašanju prepusta posmatranog kao konzolnog elementa koji, inženjerski gledano, može da bude opterećen četvrtinom opterećenja grednog nosača koji prezentuje rasponi deo glavnog nosača da bi se održalo slično naponsko stanje u nosaču sa aspekta dominantnog naprezanja konstrukcija dizalica-savijanja.

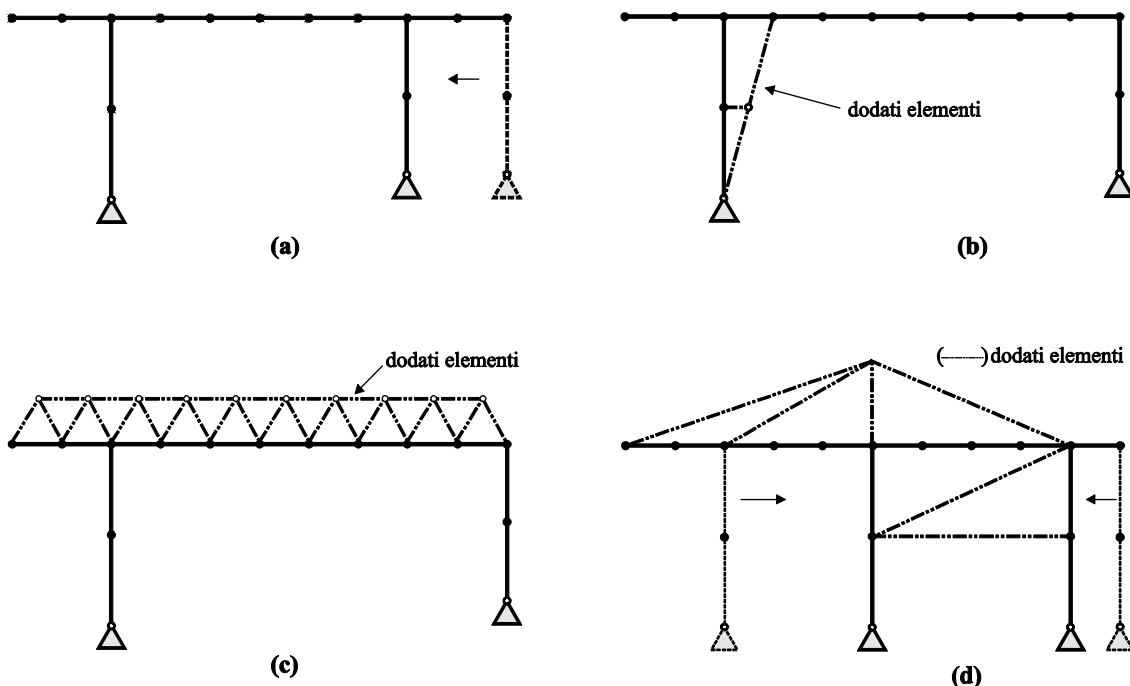
Ovo se može izbeći podelom staze na veći broj delova istih dužina, ali se na taj način povećava i programerski obim operacija koji su obavezni za postavljanje problema dinamičke interakcije strukture i kolica primenom kombinovanog pristupa, kao i vreme potrebno za dobijanje dinamičkih odziva u programskom paketu. Diskretizacija dela strukture po kojem se kreće pokretno opterećenje na 10 elemenata je uobičajena mera diskretizacije u istraživanjima.

Sa praktičnog i inženjerskog aspekta se može zaključiti da su postavljeni KE modeli strukture relativno jednostavni ali oni u svakom slučaju adekvatno oslikavaju osnovne tipove konstrukcija portalnih dizalica i daju mogućnost dovoljno tačnih statičkih i dinamičkih analiza, što će biti pokazano verifikacijom rezultata. Takođe, ispunjene su sve pretpostavke za adekvatnu implementaciju problema pokretnog opterećenja, [36], čime je ispunjen uslov za istraživanje naslovnog problema ove disertacije.

Na ilustracijama koje slede u narednim poglavljima će biti predstavljen samo model B kao model koji predstavlja opštiji konstrukcioni tip portalne dizalice u odnosu na model A.

Ovaj model se može lako prilagoditi da odgovara ostalim konstrukcionim tipovima portalnih dizalica (Slika 4.5.a,b,c). Takođe, ovaj model može biti prilagođen za modeliranje osnovnog tipa obalske kontejnerske dizalice (slika 4.5.d). Ovo se može izvesti bilo preformulacijom elemenata postojećeg modela (slika 4.5.a) ili dodavanjem elemenata i čvorova u model (slika 4.5.b,c) ili kombinacijom ova dva pristupa (slika 4.5.d).

Primena ovih modifikacija bi podrazumevala da je unapred poznat i definisan tip konstrukcije portalne dizalice što ima smisla samo u konkretnim situacijama-problemima dizajna portalnih dizalica. Algoritam za opisivanje dinamičke interakcije strukture i kolica portalne dizalice, koji će biti izložen u narednim poglavljima, je apsolutno primenljiv i za ovako modifikovane modele.



**Slika 4.5.** (a), (b), (c) Skice portalnih dizalica prema tipu konstrukcije ili načinu izvođenja konstrukcije, (d) skica osnovnog tipa obalske kontejnerske dizalice

#### 4.1.2 Tip usvojenog konačnog elementa

Struktura portalne dizalice je podeljena na 14 elemenata koji su ovde predstavljeni linijskim KE koji može biti napregnut na aksijalno naprezanje i na savijanje.

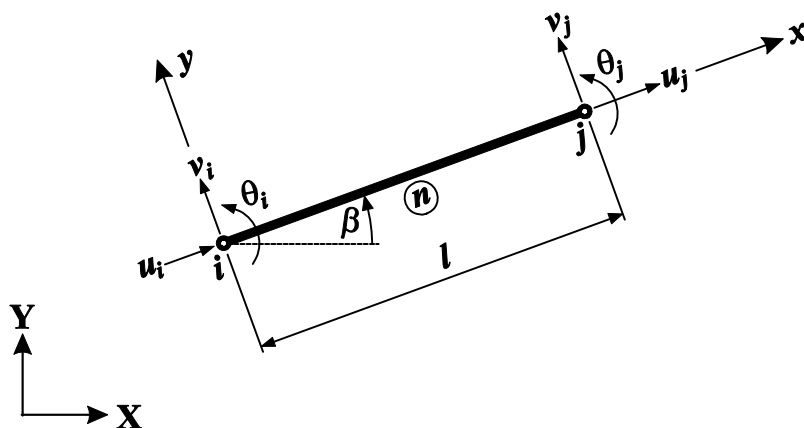
Osnovne pretpostavke za usvajanje ovog elementa su sledeće:

- aksijalne deformacije elementa su saglasne Hukovom zakonu
- poprečne deformacije elementa su saglasne teoriji Bernuli-Ojlera

Ovaj element se u domaćoj literaturi, [57], naziva **gredni KE element** (plane-frame element), tj. **kompletni linijski KE** za ravansku strukturnu analizu.

Pomenuti KE je *kombinacija* ravanskog elementa tipa štapa i elementa tipa nosača, tj. čvorovi elementa imaju (u lokalnom koordinatnom sistemu elementa) aksijalno pomeranje, poprečno pomeranje i rotaciju oko ose upravne na ravan elementa, slika 4.6. Vektor pomeranja početnog i krajnjeg čvora  $n$ -tog elementa u lokalnom koordinatnom sistemu (slika 4.6) se može predstaviti kao

$$\mathbf{u} = [u_i \quad v_i \quad \theta_i \quad u_j \quad v_j \quad \theta_j]^T \quad (4.4)$$



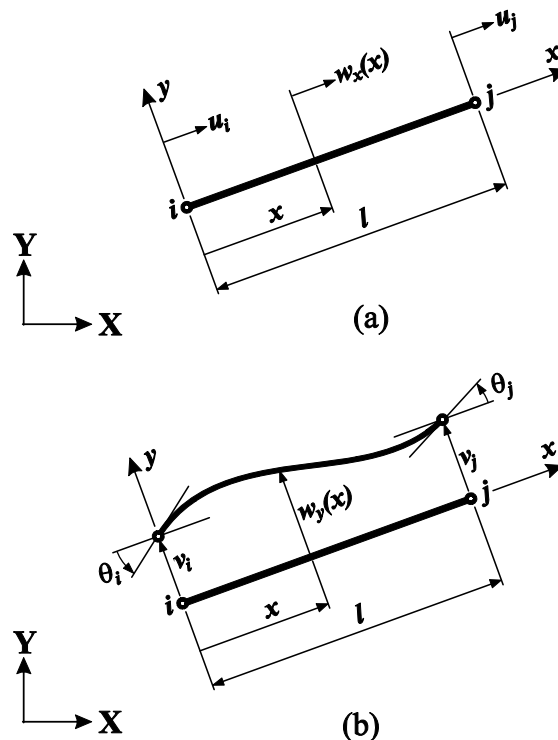
Slika 4.6. Pomeranja grednog KE u lokalnom koordinatnom sistemu

Osnovne mehaničke i statičke karakteristike  $n$ -tog elementa su:

- $\rho_n$  - gustina materijala,
- $E$  - modul elastičnosti,
- $A_n$  - površina preseka i
- $I_n$  - aksijalni moment inercije preseka za glavnu osu upravno na ravan.

S obzirom da su pomeranja čvorova nepoznate veličine, neophodno je uspostaviti njihovu direktnu vezu sa veličinom pomeranja u bilo kojoj tački polja elementa pomoću **interpolacionih funkcija** [57]. One su egzaktno određene za gredni linijski KE, a ovde će biti prikazane jer su od izuzetne važnosti za formiranje dinamičkih jednačina postavljenog modela.

S obzirom na samu postavku ovog tipa KE jasno je da pomeranje u polju ima svoje dve komponente:  $w_x(x)$  - pomeranje u pravcu podužne ose elementa (slika 4.7.a) i  $w_y(x)$  - pomeranje poprečno na osu elementa (slika 4.7.b).



**Slika 4.7.** Pomeranja proizvoljne tačke u polju elementa na rastojanju  $x$  od čvora  $i$ ; (a) pomeranje u pravcu podužne ose elementa, (b) pomeranje poprečno na osu elementa

Dakle, aksijalno pomeranje bilo koje tačke u polju štapa, na rastojanju  $x$  od levog čvora, se može predstaviti kao

$$w_x(x) = N_1(x)u_i + N_4(x)u_j \quad (4.5)$$

gde su

$$N_1(x) = 1 - \frac{x}{l} \quad (4.6)$$

$$N_4(x) = \frac{x}{l} \quad (4.7)$$

Poprečno pomeranje u polju grednog nosača se može predstaviti kao

$$w_y(x) = N_2(x)v_i + N_3(x)\theta_i + N_5(x)v_j + N_6(x)\theta_j \quad (4.8)$$

gde su

$$N_2(x) = 1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \quad (4.9)$$

$$N_3(x) = \left(\frac{x}{l} - 2\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)^3\right)l \quad (4.10)$$

$$N_5(x) = 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^3 \quad (4.11)$$

$$N_6(x) = \left(-\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)^3\right)l \quad (4.12)$$

Korišćenjem izraza (4.9)-(4.12) (Hermit-ovih kubnih polinoma) za definisanje poprečnog pomeranja elementa, ostvaren je *pun metod*, [14]. *Prost metod*, postavljanjem  $N_2=N_1$ ,  $N_5=N_4$  i  $N_3=N_6=0$ , daje znatno lakši algoritam definisanja problema i zanemarljive razlike u rezultatima, ali ovi zaključci važe samo za problem pokretne sile.

S obzirom na važnost prvog izvoda funkcija  $N_1$  i  $N_4$ , kao i drugog izvoda funkcija  $N_2$ ,  $N_3$ ,  $N_5$  i  $N_6$  za povezivanje MKE sa Teorijom elastičnosti, [58], u tabeli 4.1. je dat prikaz karakterističnih izvoda ovih funkcija.

**Tabela 4.1** Prvi i drugi izvodi interpolacionih funkcija

$N_i$	$\frac{dN_i(x)}{dx} = N_i'$	$\frac{d^2N_i(x)}{dx^2} = N_i''$
$N_1$	$-\frac{1}{l}$	0
$N_2$	$\frac{1}{l}\left(-6\frac{x}{l} + 6\left(\frac{x}{l}\right)^2\right)$	$\frac{1}{l^2}\left(-6 + 12\frac{x}{l}\right)$
$N_3$	$1 - 4\frac{x}{l} + 3\left(\frac{x}{l}\right)^2$	$\frac{1}{l}\left(-4 + 6\frac{x}{l}\right)$
$N_4$	$\frac{1}{l}$	0
$N_5$	$\frac{1}{l}\left(6\frac{x}{l} - 6\left(\frac{x}{l}\right)^2\right)$	$\frac{1}{l^2}\left(6 - 12\frac{x}{l}\right)$
$N_6$	$-2\frac{x}{l} + 3\left(\frac{x}{l}\right)^2$	$\frac{1}{l}\left(-2 + 6\frac{x}{l}\right)$

Na osnovu postavljenih interpolacionih funkcija, određuje se matrica krutosti ovog tipa KE u lokalnom koordinatnom sistemu [59], u sledećem obliku

$$\mathbf{k}_n = \begin{bmatrix} \frac{EA_n}{l_n} & 0 & 0 & -\frac{EA_n}{l_n} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI_n}{l_n^3} & \frac{6EI_n}{l_n^2} & 0 & -\frac{12EI_n}{l_n^3} & \frac{6EI_n}{l_n^2} \\ 0 & \frac{6EI_n}{l_n^2} & \frac{4EI_n}{l_n} & 0 & -\frac{6EI_n}{l_n^2} & \frac{2EI_n}{l_n} \\ -\frac{EA_n}{l_n} & 0 & 0 & \frac{EA_n}{l_n} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI_n}{l_n^3} & -\frac{6EI_n}{l_n^2} & 0 & \frac{12EI_n}{l_n^3} & -\frac{6EI_n}{l_n^2} \\ 0 & \frac{6EI_n}{l_n^2} & \frac{2EI_n}{l_n} & 0 & -\frac{6EI_n}{l_n^2} & \frac{4EI_n}{l_n} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Za dinamičku analizu, potrebno je odrediti i matricu inercije ovog tipa KE korišćenjem interpolacionih funkcija (čime ona postaje *konzistentna* matrica) i ima sledeći oblik [60]

$$\mathbf{m}_n = \frac{\rho_n A_n l_n}{420} \begin{bmatrix} 140 & 0 & 0 & 70 & 0 & 0 \\ 0 & 156 & 22l_n & 0 & 54 & -3l_n \\ 0 & 22l_n & 4l_n^2 & 0 & 13l_n & -3l_n^2 \\ 70 & 0 & 0 & 140 & 0 & 0 \\ 0 & 54 & 13l_n & 0 & 156 & -22l_n \\ 0 & -13l_n & -3l_n^2 & 0 & -22l_n & 4l_n^2 \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Za potrebe transformacije iz lokalnog u globalni koordinatni sistem, slika 4.6, koristi se transformaciona matrica u sledećem obliku

$$\mathbf{T}_n = \begin{bmatrix} \cos \beta & \sin \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos \beta & \sin \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

#### 4.1.3 Matrica krutosti KE modela strukture

Matrice krutosti elemenata u globalnom koordinatnom sistemu su iste kao matrice krutosti u lokalnom sistemu za elemente staze jer se ose ovih sistema poklapaju, a za elemente nogu se dobijaju pomoću transformacione matrice (4.15) za ugao  $\beta = 3\pi/2$ , odnosno

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{k}_n, \quad n = 1-10 \quad (4.16)$$

$$\mathbf{K}_n = \mathbf{T}_n^T \mathbf{k}_n \mathbf{T}_n, \quad n = 11-14 \quad (4.17)$$

Proširivanjem i usaglašavanjem ovih matrica [61] dobija se globalna matrica krutosti modela strukture portalne dizalice kao

$$[K_{st}]_{45 \times 45} = \sum_1^{14} \mathbf{K}_n \quad (4.18)$$

Eliminacijom vrsta i kolona u globalnoj matrici krutosti koji odgovaraju nepokretnim osloncima, saglasno napomenama datim u poglavlju 4.1.1., dobija se kvadratna matrica krutosti modela čiji je red 41, u svom konačnom obliku

$$\mathbf{K}_{st} = [K_{st}]_{41 \times 41} \quad (4.19)$$

#### 4.1.4 Matrica inercije KE modela strukture

Matrica inercije modela strukture portalne dizalice se dobija analogno principu za dobijanje matrice krutosti iznetim u prethodnom poglavlju, pa imamo

$$\mathbf{M}_n = \mathbf{m}_n, \quad n = 1-10 \quad (4.20)$$

$$\mathbf{M}_n = \mathbf{T}_n^T \mathbf{m}_n \mathbf{T}_n, \quad n = 11-14 \quad (4.21)$$

Globalna matrica inercije strukture dizalice iznosi

$$[M_{st}]_{45 \times 45} = \sum_1^{14} \mathbf{M}_n \quad (4.22)$$

U konačnom obliku matrica inercije se može predstaviti kao

$$\mathbf{M}_{st} = [M_{st}]_{41 \times 41} \quad (4.23)$$

Matrice inercije i matrice krutosti struktura u ovom radu su formirane u programu Wolfram Mathematica 6, gde se na osnovu glavnih mera dizalice i statičkih karakteristika elemenata generišu elementi matrica prema modelu A ili B.

#### 4.1.5 Slobodne neprigušene oscilacije strukture

Saglasno postavkama iznetim u prethodnim poglavljima moguće je razmatranje slobodnih neprigušenih oscilacija KE modela strukture portalne dizalice, tj. konzervativnog sistema sa konačnim brojem stepeni slobode, u svemu prema poznatoj jednačini



$$\mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} = 0 \quad (4.24)$$

gde su

$\ddot{\mathbf{U}}$  - vektor ubrzanja generalisanih koordinata strukture

$\mathbf{U}$  - vektor generalisanih koordinata strukture

Na osnovu izraza (4.24) postavlja se frekventna jednačina koja služi za određivanje kružnih sopstvenih frekvencija, u obliku

$$\|\mathbf{K}_{st} - \omega^2\mathbf{M}_{st}\| = 0 \quad (4.25)$$

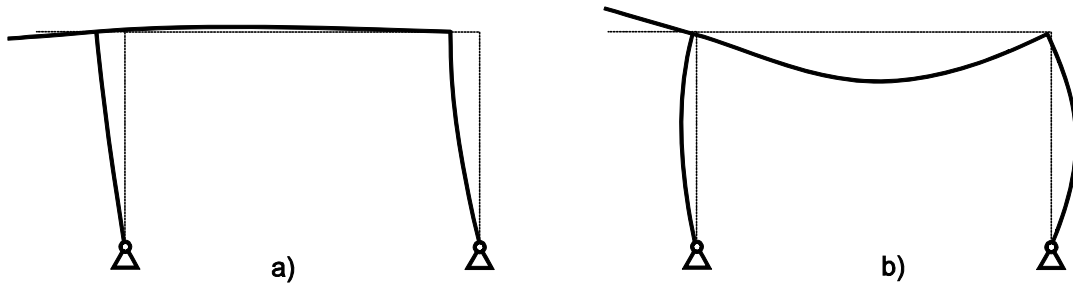
Iz izraza (4.25) dobija se spektar kružnih frekvencija  $\omega_i$ ,  $i = 1-41$ , a na osnovu toga i odgovarajući periodi oscilovanja i sopstvene frekvencije strukture, prema izrazima

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \quad (4.26)$$

$$f_i = \frac{1}{T_i} \quad (4.27)$$

Najniža frekvencija se naziva i **osnovna** frekvencija i zajedno sa nekoliko prvih sledećih najnižih frekvencija ima najveći značaj za analizu dinamičkog odziva strukture.

Verifikacija programa za postavljanje diskretizovanog KE modela strukture je izvršena preko rezultata dobijenih razmatranjem oscilacija strukture kao sistema elastičnih tela tipa prizmatične grede, glava 3. Prema datim pretpostavkama, za  $L=30$  m,  $H=18$  m,  $I_1=0,024$  m<sup>4</sup>,  $A_1=0,07$  m<sup>2</sup> i  $\alpha=1$ ,  $\gamma=1$ ,  $\beta=10$ ,  $\delta=2$  dobijene su frekvencije oscilovanja  $f_1=1,122$  Hz,  $f_2=6,45$  Hz,  $f_3=10,386$  Hz,  $f_4=15,43$  Hz...itd. Upoređenjem sa prve tri frekvencije koje su dobijene za odgovarajuću varijantu, tabela 3.1, može se konstatovati odlično poklapanje rezultata sa odstupanjima manjim od 0,7 %. Na slici 4.8. prikazana su prva dva oblika oscilovanja strukture portalne dizalice prema navedenim parametrima.



Slika 4.8. a) Osnovni oblik oscilovanja,  $f_1=1,12$  Hz, b) 2. mod,  $f_2=6,45$  Hz

#### 4.1.6. Matrica prigušenja KE modela strukture

Određivanje prigušenja u strukturi dizalice je moguće odrediti jedino eksperimentalnim putem na pojedinačnoj konstrukciji u realnim radnim uslovima ili eventualno na umanjenom modelu (scale model) dizalice. Ovaj rad je, kao i većina radova iz ove oblasti, posvećen analizi strukture portalne dizalice kao fazi pre konstruisanja i pre izrade dizalice. Sa aspekta postavke što opštijeg matematičkog modela za analizu dinamičkog ponašanja portalne dizalice, potrebno je uključiti i mogućnost uticaja prigušenja u strukturi. Ovo se izvodi preko teorije lorda Rejlja (Rayleigh), [62], i matrica prigušenja strukture se postavlja u sledećem obliku

$$\mathbf{C}_{st} = \alpha \mathbf{M}_{st} + \beta \mathbf{K}_{st} \quad (4.28)$$

tj. u direktnoj zavisnosti od matrice inercije i matrice krutosti KE modela strukture dizalice.

Generalno, konstante  $\alpha$  i  $\beta$  se određuju za bilo koje dve frekvencije na sledeći način

$$\alpha = \frac{2\omega_i\omega_j(\xi_i\omega_j - \xi_j\omega_i)}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \quad (4.29)$$

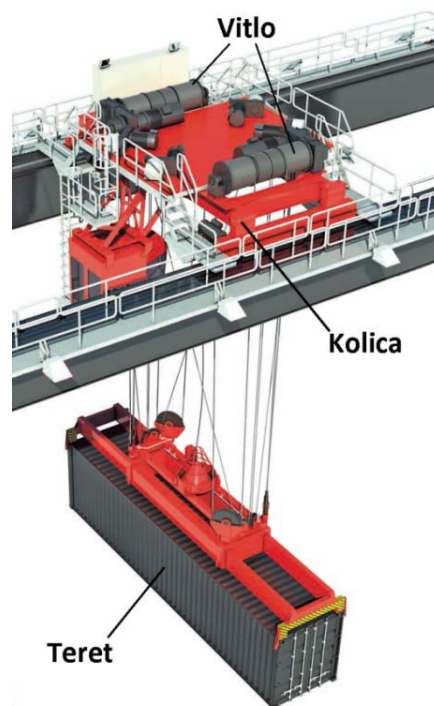
$$\beta = \frac{2(\xi_j\omega_j - \xi_i\omega_i)}{\omega_j^2 - \omega_i^2} \quad (4.30)$$

gde su  $\omega_i, \omega_j$  kružne frekvencije oscilovanja, a  $\xi_i, \xi_j$  odgovarajući koeficijenti prigušenja.

U ovom radu, ove konstante su određene prema prve dve frekvencije, jer su one i najbitnije u dinamici dizalica. Implementacija prigušenja u model podrazumeva da je izvršena modalna analiza neprigušenih oscilacija strukture. Koeficijenti prigušenja se razmatraju u opsegu 0,5-7 %, [63]. Dodatno, može se pretpostaviti da su koeficijenti prigušenja za obe kontrolne frekvencije isti, tj.  $\xi_i = \xi_j = \xi$ .

## 4.2 MODELI KOLICA

Kolica predstavljaju osnovni funkcionalni sistem na portalnoj dizalici. Ovaj sistem predstavlja jednu kompaktnu mašinu koja se sastoji od velikog broja električnih i mašinskih delova. Teret koji se transportuje se, u svim analizama, posmatra kao sastavni deo ovog sistema, tj. razmatra se slučaj punog opterećenja portalne dizalice.



**Slika 4.9.** Kolica portalne dizalice za transport kontejnera

Idealizacija kolica je izvršena do nivoa gde se ovaj sistem sastoji od tri glavna dela (slika 4.9): 1-kolica (odnosi se na konstrukciju kolica sa točkovima), 2-vitla i 3-tereta.

Sa aspekta dinamike ovaj sistem se može posmatrati kao vezani materijalni sistem, što će ovde biti i pokazano. Veze između ovih delova su ostvarene elastičnim ili krutim vezama, u zavisnosti od načina modeliranja i istraživanja postavljenog problema.

U skladu sa terminologijom koja se koristi u problemima pokretnog opterećenja i ciljem istraživanja u ovom radu, kolica će biti posmatrana kao:

- Pokretna sila
- Pokretna masa
- Pokretni oscilator
- Pokretni oscilator sa klatnom

Model pokretne sile nije eksplicitno obrađen u ovom radu, ali se on može dobiti preko modela pokretne mase ukoliko se zanemare inercijalni efekti pokretne mase.

Za postavljanje konkretnih modela biće iskorišćene sledeće pretpostavke:

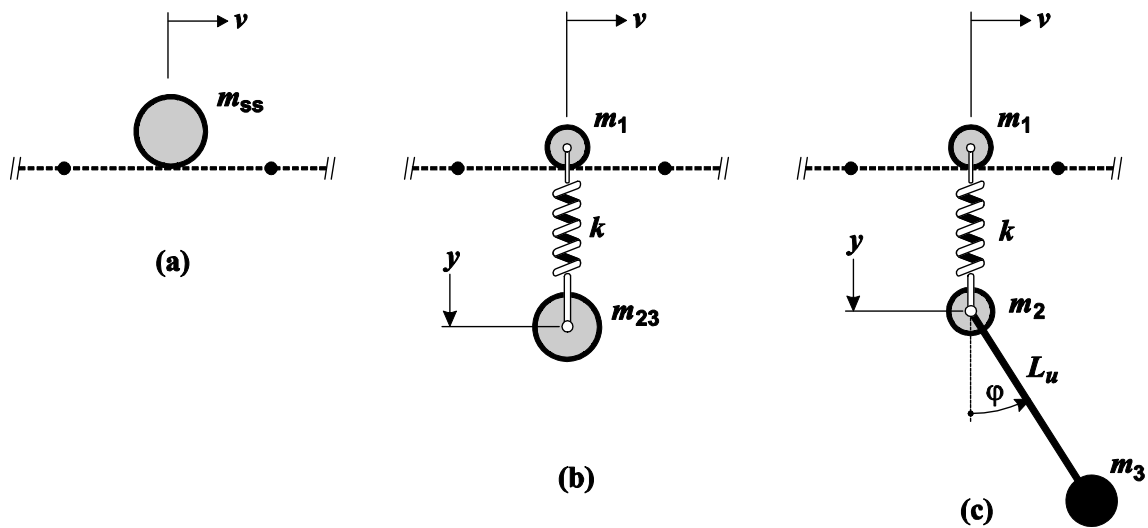
1. Opterećenje kojim pokretni sistem deluje na glavne nosače je ravnomerno raspodeljeno na glavne nosače, ukoliko se razmatra dvogreda portalna dizalica. Ovo je neophodna pretpostavka jer je usvojen ravanski ramovski model strukture portalne dizalice, poglavlje 4.1. Ova pretpostavka se kod dizalica može smatrati opravdanom jer su razlike u pritiscima točkova veoma male što se postiže odgovarajućim sistemom namotavanja užadi i konstruktivnim parametrima kolica.
2. Razmak točkova na kolicima  $b$ , [1], je dovoljno manji od dužine staze, odnosno  $b \ll L_{gn}$ , i opterećenje kojim pokretni sistem deluje na strukturu se može predstaviti tako da deluje u jednoj tački.
3. Osnovni delovi kolica su predstavljeni kao materijalne tačke, gde je  $m_1$  - masa kolica,  $m_2$  - masa vitla i  $m_3$  - masa tereta.

#### 4.2.1 Pokretna masa

Pokretnom masom pretpostavljeno je da je celokupan sistem kolica jedna koncentrisana masa,  $m_{ss}$ , koja se sastoji od pojedinačnih masa delova kolica

$$m_{ss} = m_1 + m_2 + m_3 \quad (4.31)$$

i koja se kreće po strukturi, slika 4.10.a.



**Slika 4.10.** Model kolica: (a) - model pokretne mase, (b) - model pokretnog oscilatora, (c) - model pokretnog oscilatora sa klatnom

#### 4.2.2. Pokretni oscilator

Ovim modelom predstavljen je celokupni sistem kolica kao sistem od dve koncentrisane mase,  $m_1$  i  $m_{23}$ , koje su međusobno spojene oprugom koeficijenta krutosti  $k$ .

Masa  $m_1$  je masa kolica, a masa  $m_{23}$  predstavlja masu vitla i tereta, odnosno

$$m_{23} = m_2 + m_3 \quad (4.32)$$

Ovaj model, slika 4.10.b, ima jedan dodatni stepen slobode, u odnosu na pokretnu masu sa slike 4.10.a, i to vertikalno pomeranje mase  $m_{23}$ , ovde označeno sa koordinatom  $y$ , u odnosu na položaj statičke ravnoteže.

Ovaj model ima cilj da opiše uticaj elastičnog ovešenja vitla sa teretom na dinamičko ponašanje strukture portalne dizalice.

#### 4.2.3. Pokretni oscilator sa klatnom

Poslednji u nizu modela sistema kolica koji će ovde biti razmatran se sastoji od tri koncentrisane mase  $m_1$ ,  $m_2$  i  $m_3$ , odnosno, mase kolica, vitla i tereta, respektivno. Mase  $m_1$  i  $m_2$  su spojene elastičnom oprugom krutosti  $k$ , čime je simulirano elastično vešanje između ovih dvaju elemenata. Mase  $m_3$  i  $m_2$  su spojene neistegljivim lakim štapom dužine  $L_u$ , čime je predstavljen užetni sistem, a omogućeno klaćenje tereta.

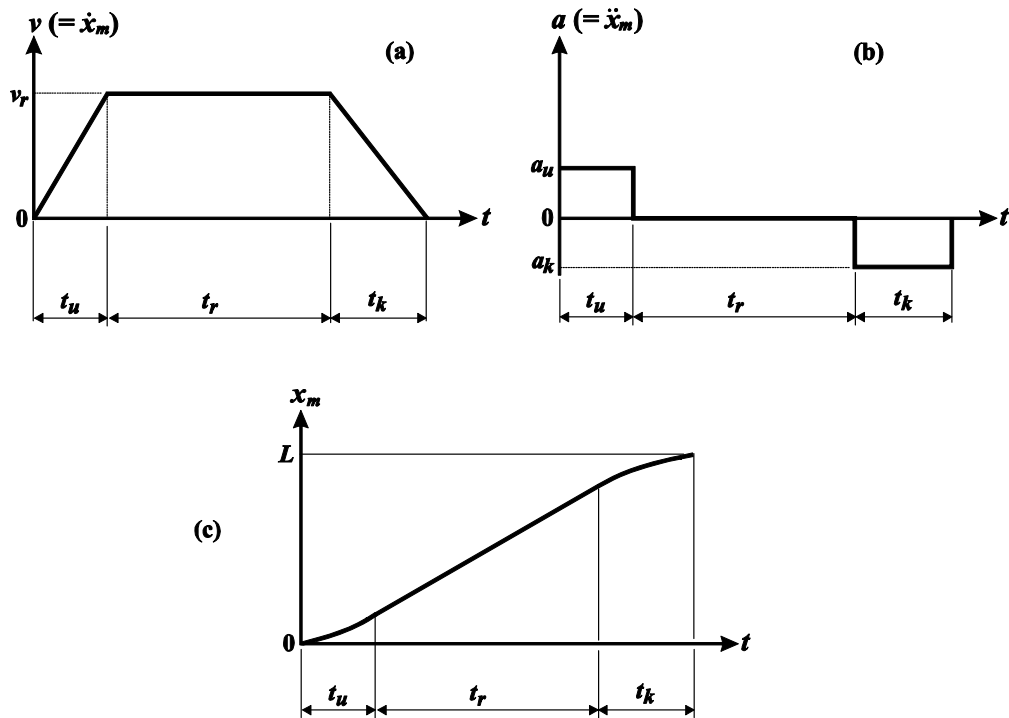
Model je nazvan pokretni oscilator sa klatnom jer sadrži osnovne karakteristike pomenutih dinamičkih pojmova.

Ovaj model, prikazan na slici 4.10.c, ima dva dodatna stepena slobode, vertikalno pomeranje mase  $m_2$  u odnosu na položaj statičke ravnoteže, ovde označeno sa koordinatom  $y$ , i ugao klaćenja tereta, označenog kao  $\varphi$ . Pomeranje mase  $m_1$  je definisano profilom brzina kretanja i pomeranjem strukture na mestu položaja kolica.

Pokretni oscilator sa klatnom je originalan model kolica u problemima pokretnog opterećenja kod dizalica i ima cilj da opiše uticaj oscilacija ovešene mase u sistemu kolica i klaćenje tereta na oscilacije strukture.

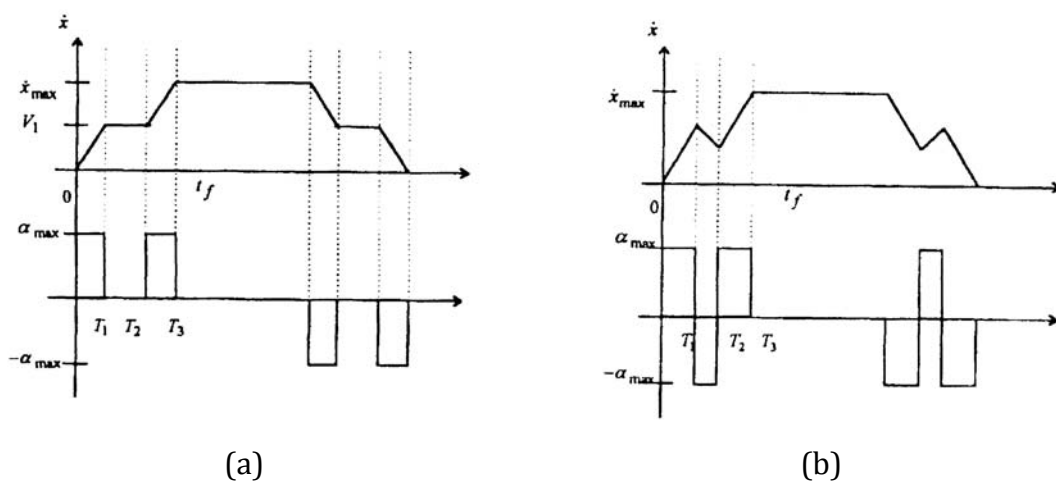
### 4.3. MODEL KRETANJA KOLICA

Ovde je usvojeno da se pokretni sistem-kolica u toku jednog ciklusa kretanja duž staze kreće sa trapeznim profilom brzina. Ovaj profil se najčešće koristi prilikom proračuna mehanizama za kretanje kod dizalica, [1], slika 4.11.a,b.



Slika 4.11. (a) Profil brzina kretanja, (b) Profil ubrzanja, (c) Profil kretanja

Sistem kolica se kreće tako što ubrzava sa konstantnim ubrzanjem  $a_u$  u vremenu  $t_u$  da bi dostigao nominalnu vrednost brzine kretanja  $v_r$ , koju održava u vremenu ravnomernog kretanja  $t_r$  i usporava usporenjem  $a_k$  u vremenskom periodu  $t_k$  do zaustavljanja. Na osnovu predstavljenog profila brzina izračunava se put koji pokretni sistem pređe duž staze u proizvoljnom vremenskom trenutku, slika 4.11.c.



Slika 4.12. (a) Stepvasti profil, (b) Zarezani profil; [27]

Pored ovog profila brzina kretanja, postoje i *stepenasti* i *zarevani* profil brzine kretanja, slika 4.12, [27].

Trapezni profil je usvojen jer predstavlja *oštriji* kriterijum za analizu u odnosu na pomenute profile. Jednačine koje će biti prezentovane u sledećim poglavljima dozvoljavaju da se koristi bilo koji profil kretanja.

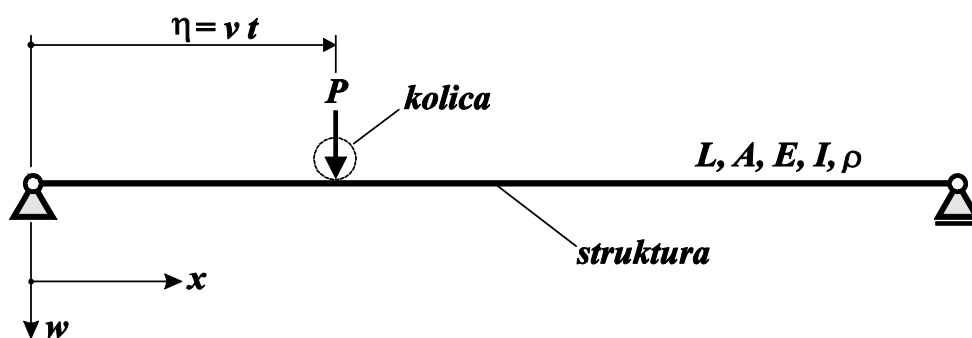


# 5

## DINAMIČKA INTERAKCIJA NOSEĆE KONSTRUKCIJE I KOLICA

Pojam dinamičke interakcije strukture i sistema koji se kreće po strukturi podrazumeva razmatranje prinudnih oscilacija strukture usled dejstva pokretnog opterećenja koje pored težine obuhvata i inercijalne efekte od pokretnog sistema. U klasi problema pokretnog opterećenja, model pokretne mase je prvi za koji se vezuje pojam dinamičke interakcije. Prikazom klasičnog problema pokretne sile i klasičnog problema pokretne mase, ovde će biti objašnjena formulacija ovog pojma.

Na slici 5.1 prikazan je model proste grede po kojoj se konstantnom brzinom  $v$  kreće sila konstantnog intenziteta  $P$ . Sila  $P$ , u ovom slučaju, predstavlja model pokretnog sistema.



**Slika 5.1.** Prosta greda opterećena vertikalnom silom konstantnog intenziteta  $P$  koja se kreće konstantnom brzinom  $v$ ; Ojler-Bernulijeva greda, dužine  $L$ , površine preseka  $A$ , modula elastičnosti  $E$ , momenta inercije  $I$ , gustine materijala  $\rho$

Diferencijalna jednačina transverzalnih oscilacija Ojler-Bernulijeve grede,  $w=w(x,t)$ , za  $0 \leq x \leq L$  i  $0 \leq t \leq L/v$ , ima sledeći oblik

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = P \delta(x - vt) \quad (5.1)$$

gde se  $\delta(x - \eta)$ , Dirak-ova funkcija (specijalni oblik jediničnog impulsa, [53]), koristi za analitičko rešavanje problema pokretnog opterećenja.

Rešenje jednačine (5.1) je u analitičkom obliku dato u [8,12], pri čemu se pretpostavlja da je greda mirovala u početnom trenutku. Rešenje je veoma važno sa aspekta postavke dodatnog parametara kojim brzina kretanja utiče na oscilacije proste grede i koji iznosi

$$\alpha = \frac{T_1}{2\tau} \quad (5.2)$$

gde su  $T_1$  osnovni period oscilovanja grede, a  $\tau = L/v$  ukupno vreme koje je potrebno za prelazak opterećenja od levog do desnog oslonca grede.

Na slici 5.2 prikazan je isti model grede kao i u prethodnom slučaju, ali je pokretni sistem modeliran kao pokretna masa koja se kreće duž grede konstantnom brzinom  $v$ .

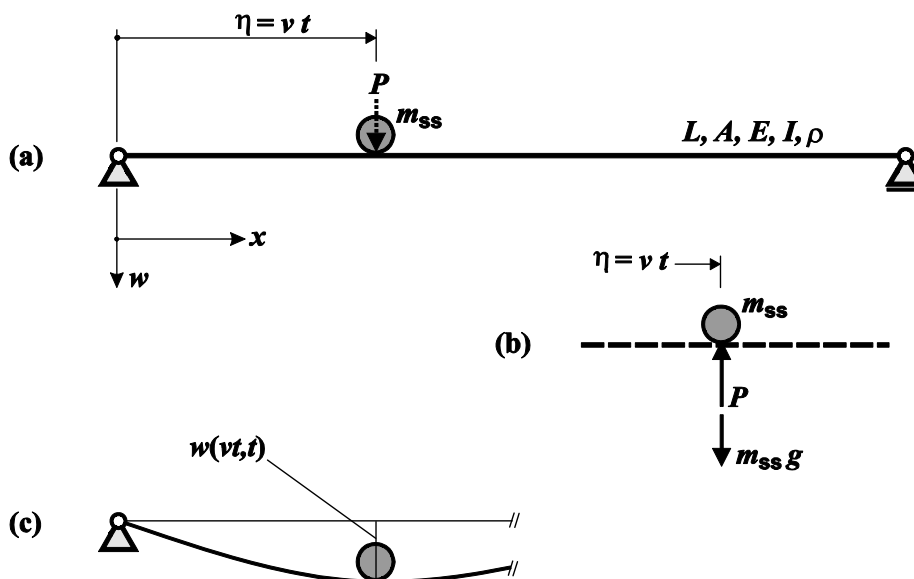
Diferencijalna jednačina transverzalnih oscilacija Ojler-Bernulijeve grede,  $w= w(x,t)$ , usled dejstva pokretne mase, pri čemu je  $0 \leq x \leq L$  i  $0 \leq t \leq L/v$ , se postavlja u obliku

$$\rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = [m_{ss}g - m_{ss} \frac{d^2 w(vt,t)}{dt^2}] \delta(x - vt) \quad (5.3)$$

Jednačina (5.3) jasno oslikava dinamičku interakciju između grede i mase jer izraz koji predstavlja kontaktnu-prinudnu silu koja deluje na gredu

$$m_{ss}g - m_{ss} \frac{d^2 w(vt,t)}{dt^2} = P \quad (5.4)$$

zavisi od težine mase i od inercijalne sile od mase koja nastaje kao posledica transverzalnih oscilacija same grede.



**Slika 5.2.** (a) Prosta greda opterećena pokretnom masom  $m_{ss}$  koja se kreće konstantnom brzinom  $v$ ; Ojler-Bernulijeva greda, dužine  $L$ , površine preseka  $A$ , modula elastičnosti  $E$ , momenta inercije  $I$ , gustine  $\rho$ ; (b) protivdejstvo strukture na pokretnu masu, (c) kretanje mase po deformisanoj strukturi

Izraz (5.4) predstavlja i jednačinu kretanja pokretne mase u vertikalnom pravcu, pri čemu u ovom slučaju prema trećem Njutnovom zakonu sila  $P$  predstavlja uticaj, odnosno dejstvo grede na pokretnu masu (Slika 5.2b) i može se postaviti pomoću teoreme o promeni količine kretanja u vertikalnom pravcu.

Član,  $m_{ss} \frac{d^2 w(\eta, t)}{dt^2}$ , koji je dodatno postavljen u (5.3), u odnosu na (5.1), uključuje inerciju same mase u analizu, čime se računa i drugi izvod po vremenu transverzalnih oscilacija grede u tački na kojoj se nalazi pokretna masa.

Kako se transverzalne oscilacije prizmatične grede određuju u funkciji koordinate  $x$  i funkciji od vremena, odnosno  $w = w(x, t)$ , prvi izvod postaje

$$\frac{dw(x, t)}{dt} = \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial x} \dot{x} + \frac{\partial w}{\partial t} \quad (5.5)$$

pa drugi izvod po vremenu dobija sledeći oblik

$$\frac{d^2 w(x, t)}{dt^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial x}{\partial t} \dot{x} + \frac{\partial w}{\partial x} \ddot{x} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial t} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = w'' \dot{x}^2 + w' \ddot{x} + 2 \dot{w}' \dot{x} + \ddot{w} \quad (5.6)$$

gde su oznake za diferenciranje po  $x$  i za izvod po vremenu date saglasno uobičajenoj praksi u dinamici. Ovde, veličine označene sa  $\dot{x}$  i  $\ddot{x}$  predstavljaju brzinu i ubrzanje pokretne mase duž grede. U slučaju problema definisanog slikom 5.2, imamo da je  $\dot{x} = v = const.$  i  $\ddot{x} = 0$ , pa je često u radovima kontaktna sila koja deluje na gredu (5.4) prikazana u sledećem obliku

$$P = m_{ss}g - m_{ss}(w''v^2 + 2\dot{w}'v + \ddot{w}) \parallel_{x=vt} \quad (5.7)$$

Ovo odražava fizički smisao dinamičke interakcije strukture i pokretne mase jer se masa, u stvari kreće po deformisanoj strukturi, a samim tim javljaju se dodatni članovi u izrazu (5.7) koji se mogu identifikovati, [24] kao centripetalna sila

$$F_c = m_{ss}(w''v^2) \parallel_{x=vt} \quad (5.8)$$

i Koriolisova sila

$$F_{cor} = m_{ss}(2\dot{w}'v) \parallel_{x=vt} \quad (5.9)$$

Rešenje j-ne (5.3), prema (5.7) je u drugoj polovini dvadesetog veka dobijeno različitim analitičko-numeričkim metodama koje su u sebi sadržale glomazan i komplikovan matematički aparat. Osnovne poteškoće dolaze od formulacije prinudne sile koja je, čak i u najjednostavnijoj formulaciji (5.1), funkcija od položaja, tj. od vremena, a dodatno je njen intenzitet funkcija od vremena kada su uključeni i uticaji inercije pokretnog sistema (5.3).

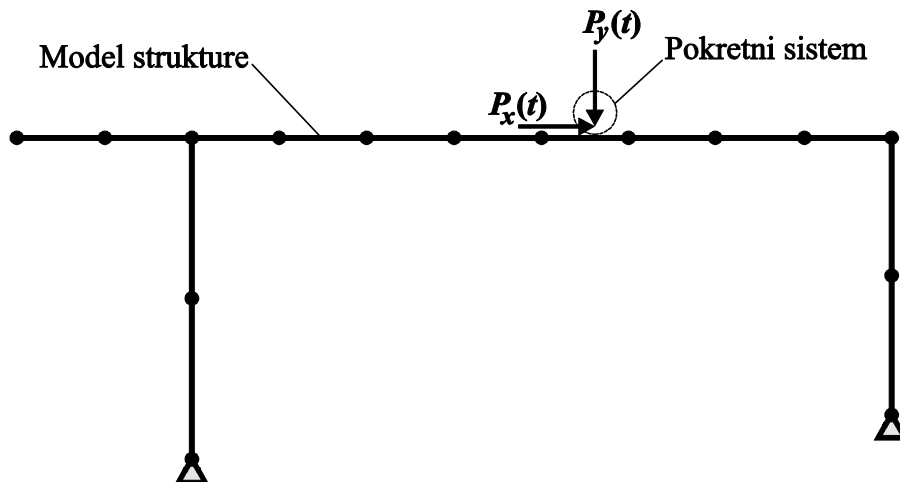
I pored toga, korišćenje ovog pristupa ima sledeće nedostatke:

- može se primeniti na modele greda i konzola, sa jednim ili više raspona
- podužne deformacije grede su zanemarene
- uticaj ubrzanja tereta je zanemaren, a njegova implementacija generiše još glomazniji matematički aparat
- razmatranje ostalih modela pokretnog opterećenja je moguće samo u aproksimativnoj formi

Zbog svega navedenog, i u skladu sa ciljem istraživanja ove disertacije, u nastavku će biti izvršena postavka formulacije dinamičke interakcije noseće konstrukcije i kolica portalne dizalice prema kombinovanom pristupu, kao preduslov za definisanje jednačina kretanja sistema.

## 5.1 KONAČNOELEMENTNO MODELIRANJE POKRETNOG OPTEREĆENJA STRUKTURE

Ovde se razmatra najopštiji slučaj dejstva pokretnog opterećenja na strukturu portalne dizalice i saglasno postavkama modela za strukturu, kolica i profil kretanja kolica (poglavlje 4), interaktivni uticaj pokretnog sistema na strukturu na mestu kontakta se predstavlja preko jedno vertikalne sile intenziteta  $P_y(t)$ , usmerene nadole, i jedne horizontalne sile intenziteta  $P_x(t)$ , usmerene udesno.



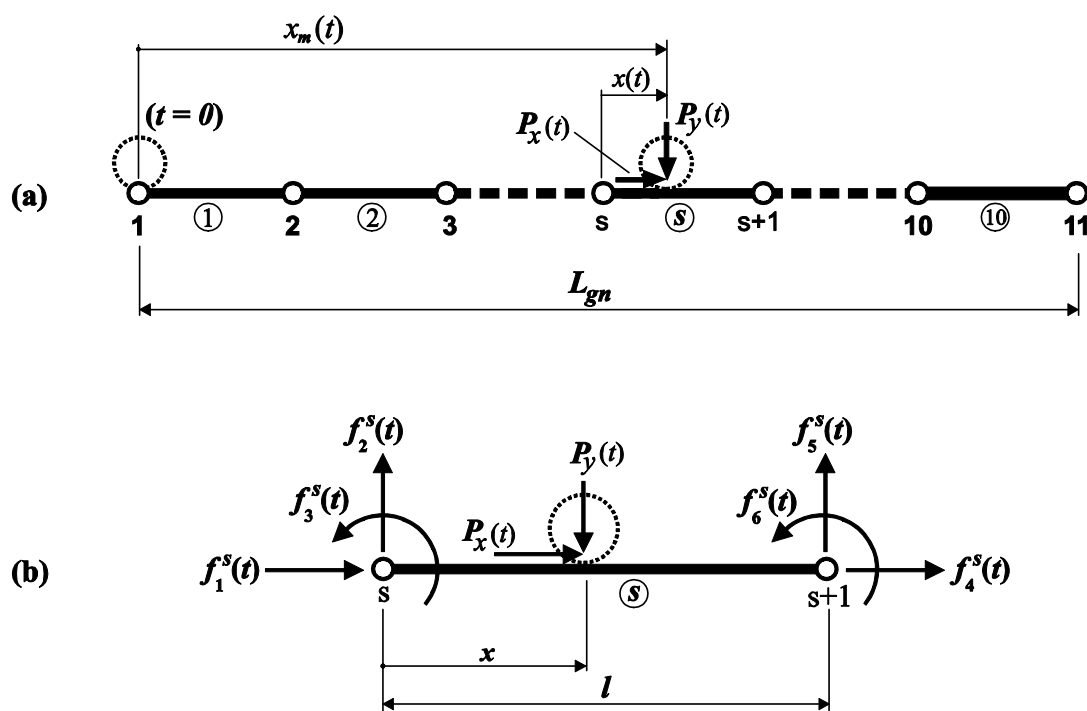
**Slika 5.3.** Interaktivni uticaj pokretnog sistema na strukturu na mestu kontakta modela strukture i kolica;  $P_y(t)$  - vertikalna sila,  $P_x(t)$  - horizontalna sila

Sile  $P_y(t)$  i  $P_x(t)$  deluju na mestu kontakta modela strukture i pokretnog sistema, odnosno deluju na elemente glavnog nosača dizalice, tj. stazu. Sa aspekta postavljenog KE modela strukture dizalice ovo znači da su samo elementi staze izloženi dejstvu spoljašnjih sila. Kako ove sile stalno menjaju svoj položaj na strukturi staze, primena standardnih softverskih paketa za MKE analizu nije

moguća čak i u slučaju da su sile  $P_y(t)$  i  $P_x(t)$  konstantnih intenziteta (p.a., sa aspekta poznavanja dometa komercijalnih softverskih paketa za statičku/dinamičku analizu konstrukcija, npr. SAP2000, KRASTA, Algor..). U tom smislu, potrebno je proširiti obim primene MKE, sa dodatnim analitičkim pristupom koji se naziva *modeliranjem spoljašnjeg pokretnog opterećenja*. Modeliranje spoljašnjeg pokretnog opterećenja se vrši formiranjem *ekvivalentnih čvornih opterećenja* koja su promenljiva u vremenu i zavise od modela staze i profila kretanja opterećenja.

Ovde će biti prikazano formiranje ekvivalentnih čvornih opterećenja staze strukture portalne dizalice usled dejstva  $P_y(t)$  i  $P_x(t)$ , na izdvojenom modelu staze, slika 5.4.a. Kao što je i uobičajeno u sličnim radovima iz ove oblasti, usvojene su sledeće pretpostavke:

- pokretno opterećenje počinje svoje kretanje od krajnjeg levog čvora staze
- položaj pokretnog sistema na stazi je određen koordinatom  $x_m(t)$  koja odgovara usvojenom profilu brzina kretanja kolica
- sve veličine se razmatraju u vremenskom domenu koji odgovara vremenu koje je potrebno pokretnom sistemu da pređe celu stazu



**Slika 5.4.** (a) KE model staze izložen dejstvu interaktivnih sila, (b) Ekvivalentna čvorna opterećenja elementa  $s$  na kojem se nalazi pokretno opterećenje

Kada su elementi staze podvrgnuti dejstvu sila, sva čvorna opterećenja su po intenzitetu jednaka 0 osim čvornih opterećenja elementa  $s$ , na kome se nalazi pokretno opterećenje. Vektor čvornih opterećenja, za element  $s$ , se može predstaviti u obliku

$$\{f^s(t)\} = [f_1^s(t) \quad f_2^s(t) \quad f_3^s(t) \quad f_4^s(t) \quad f_5^s(t) \quad f_6^s(t)]^T \quad (5.10)$$

Na osnovu [32], imamo sledeće relacije

$$f_1^s(t) = N_1(\xi)P_x(t) \quad (5.11a)$$

$$f_2^s(t) = -N_2(\xi)P_y(t) \quad (5.11b)$$

$$f_3^s(t) = -N_3(\xi)P_y(t) \quad (5.11c)$$

$$f_4^s(t) = N_4(\xi)P_x(t) \quad (5.11d)$$

$$f_5^s(t) = -N_5(\xi)P_y(t) \quad (5.11e)$$

$$f_6^s(t) = -N_6(\xi)P_y(t) \quad (5.11f)$$

gde su  $N_i$  ( $i=1-6$ ), funkcije oblika za gredni linijski konačni element i definisane su izrazima (4.6), (4.7), (4.9), (4.10), (4.11) i (4.12), gde je iskorišćena sledeća smena

$$\xi = \frac{x}{l} \quad (5.12)$$

pri čemu je dužina segmenta staze  $l = l_n$  ( $n=1-10$ ), a  $x$  rastojanje duž elementa do tačke dejstva sila.

Dalje, potrebno je odrediti ekvivalentna čvorna opterećenja za sve čvorove KE modela strukture portalne dizalice, pri čemu su čvorna opterećenja za sve elemente, osim elemenata staze, po intenzitetu jednaka nuli. Razmatranje

prinudnih oscilacija sistema sa konačnim brojem stepena slobode, kao u ovom slučaju, se vrši preko jednačine

$$\mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{st}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} = \mathbf{P}(t) \quad (5.13)$$

gde su  $\mathbf{M}_{st}$ ,  $\mathbf{C}_{st}$ ,  $\mathbf{K}_{st}$ , matrica inercije, matrica prigušenja i matrica krutosti strukture, respektivno;  $\ddot{\mathbf{U}}$ ,  $\dot{\mathbf{U}}$ ,  $\mathbf{U}$ , vektori ubrzanja, vektor brzina i vektor generalisanih koordinata strukture, respektivno; a  $\mathbf{P}(t)$  vektor spoljašnjih sila.

Vektor spoljašnjih sila će biti postavljen u sledećem obliku

$$\mathbf{P}(t) = \{F_{X1} \ F_{Y1} \ M_1 \ F_{X2} \ F_{Y2} \ M_2 \ \dots \ F_{X11} \ F_{Y11} \ M_{11} \ 0 \ \dots \ 0\}^T \quad (5.14)$$

gde su  $F_{Xk}$ ,  $F_{Yk}$ ,  $M_k$ , ( $k=1-11$ ), horizontalna sila, vertikalna sila i moment u čvoru  $k$ .

Kako je poznata zakonitost promene položaja pokretnog opterećenja na gredi, u ovom slučaju (slika 5.4a), moguće je eksplicitno odrediti broj elementa  $s$ , na kome deluje pokretno opterećenje na sledeći način

$$s = \text{Ceo broj} \left[ \frac{x_m(t)}{l} \right] + 1 \quad (5.15)$$

Čvorovi  $s$ -tog elementa su  $s$  i  $s+1$ . Odavde, korišćenjem izraza (5.11) možemo odrediti čvorna opterećenja elemenata, kada se pokretno opterećenje nalazi na elementu  $s$ , na sledeći način

$$F_{Xs}(t) = N_1(\xi)P_x(t) \quad (5.16a)$$

$$F_{Ys}(t) = -N_2(\xi)P_y(t) \quad (5.16b)$$

$$M_s(t) = -N_3(\xi)P_y(t) \quad (5.16c)$$

$$F_{Xs+1}(t) = N_4(\xi)P_x(t) \quad (5.16d)$$



$$F_{Y_{s+1}}(t) = -N_5(\xi)P_y(t) \quad (5.16e)$$

$$M_{s+1}(t) = -N_6(\xi)P_y(t) \quad (5.16f)$$

$$F_{X_j}(t) = 0, \quad j = 1 - 11 \wedge j \neq s, s + 1 \quad (5.16g)$$

$$F_{Y_j}(t) = 0, \quad j = 1 - 11 \wedge j \neq s, s + 1 \quad (5.16h)$$

$$M_j(t) = 0, \quad j = 1 - 11 \wedge j \neq s, s + 1 \quad (5.16i)$$

gde se u izraze za  $N_i$  ( $i=1-6$ ) postavlja zavisnost od globalne koordinate položaja  $x_m(t)$  umesto od lokalne koordinate  $x$ , u sledećem obliku

$$\xi = \frac{x_m(t) - (s-1)l}{l} \quad (5.17)$$

Da bi se obuhvatio ceo vremenski domen, ukupno vreme koje je potrebno da bi opterećenje prešlo celu gredu,  $\tau$ , se mora diskretizovati na  $p$  koraka određenog vremenskog intervala  $\Delta t$ , odnosno

$$\tau = p \Delta t \quad (5.18)$$

Oдавде, sile i momenti sadrže vrednosti za vremenski trenutak  $t = (r - 1) \Delta t$ , odnosno za svaki vremenski korak  $r$  ( $r = 1 \div p+1$ ):

$$F_{X_k} = [F_{X_k}^0 \ F_{X_k}^{\Delta t} \ F_{X_k}^{2\Delta t} \ \dots \ F_{X_k}^{r\Delta t} \ \dots \ F_{X_k}^{p\Delta t}] \quad (5.19a)$$

$$F_{Y_k} = [F_{Y_k}^0 \ F_{Y_k}^{\Delta t} \ F_{Y_k}^{2\Delta t} \ \dots \ F_{Y_k}^{r\Delta t} \ \dots \ F_{Y_k}^{p\Delta t}] \quad (5.19b)$$

$$M_k = [M_k^0 \ M_k^{\Delta t} \ M_k^{2\Delta t} \ \dots \ M_k^{r\Delta t} \ \dots \ M_k^{p\Delta t}] \quad (5.19c)$$

Za određivanje ekvivalentnih čvornih opterećenja strukture, usled dejstva pokretnog opterećenja, napravljen je originalni program prema algoritmu prikazanom na slici 5.5.

### **5.1.1 Prezentacija modeliranja spoljašnjeg opterećenja prema modelu pokretne sile**

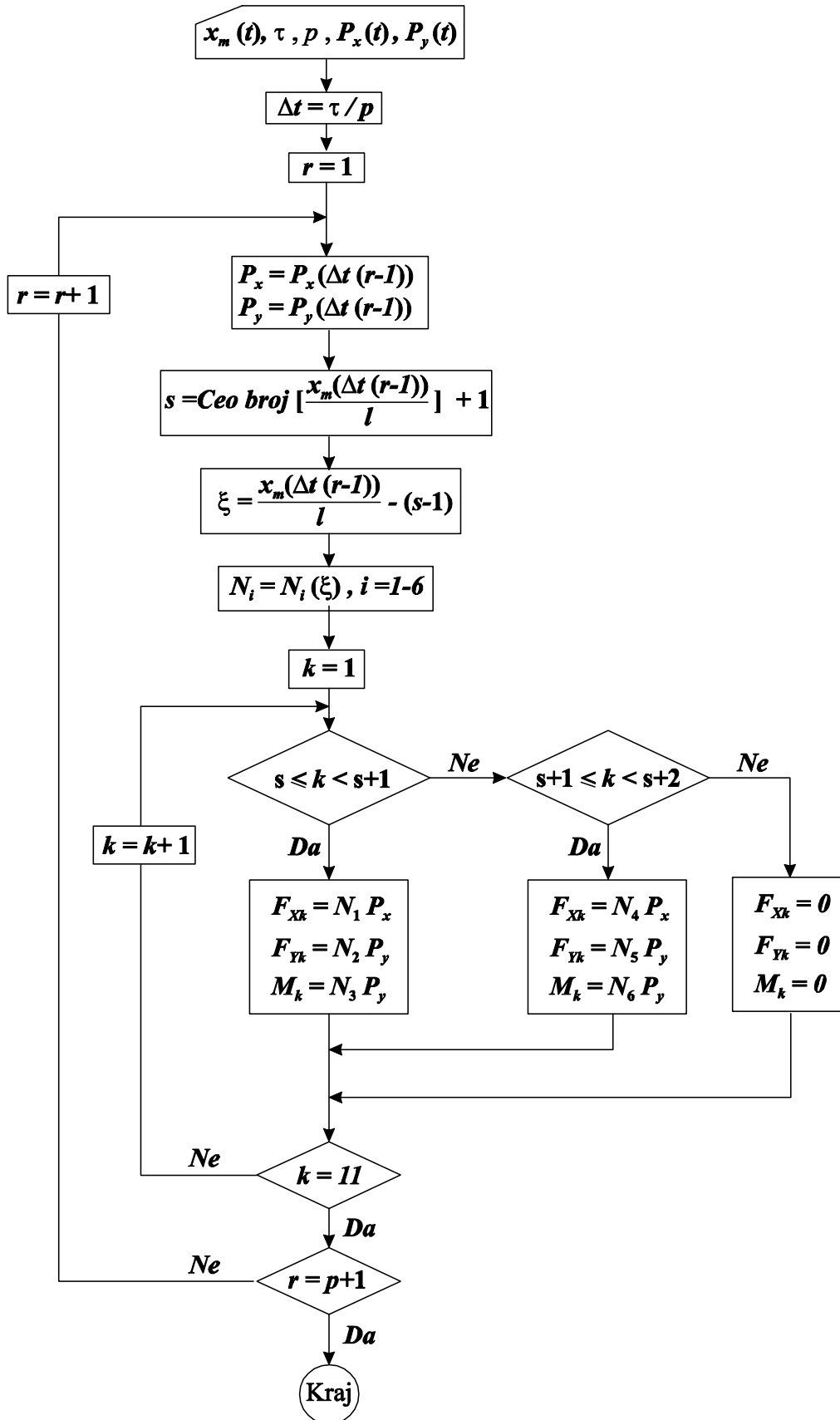
Postavljeni algoritam za određivanje ekvivalentnih čvornih opterećenja je veoma važan za modeliranje problema *pokretne sile* pri čemu se pretpostavlja da je zakonitost promene intenziteta  $P_x(t)$ ,  $P_y(t)$  poznata.

Ovo je posebno pogodno u situaciji kada se struktura modelira u određenom programskom paketu za MKE. Zbog boljeg razumevanja činjenice da se ekvivalentna čvorna opterećenja sračunavaju u zavisnosti od položaja i od vremena, ovde će biti date odgovarajuće ilustracije za opterećenja čvorova za model staze prikazan na slici 5.4, gde se opterećenje kreće konstantnom brzinom od 5 m/s na dužini od 40 m. Pri tome, biće razmatrana dva slučaja intenziteta pokretnog opterećenja:

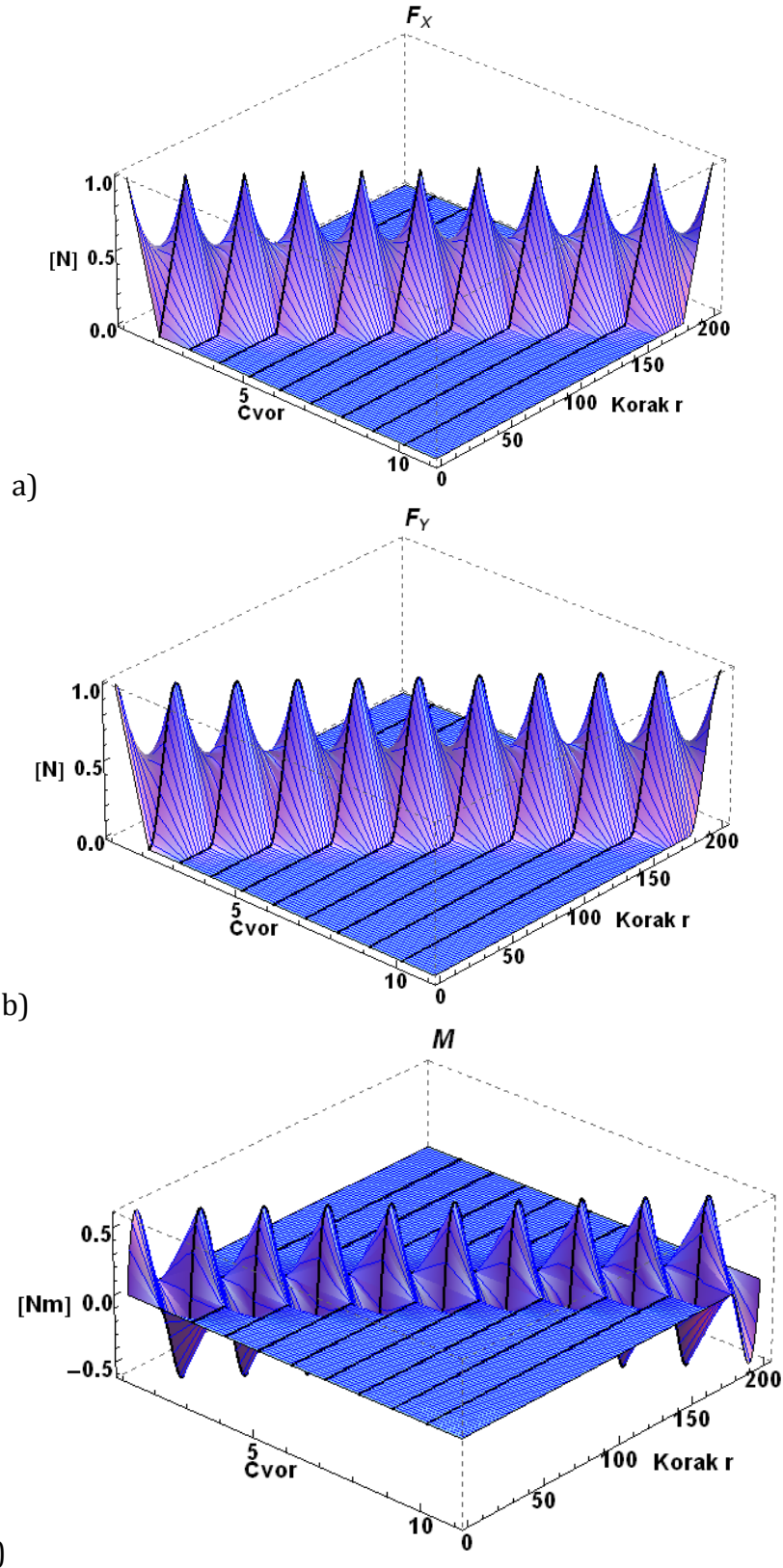
1. Slučaj -  $P_x = 1$  N i  $P_y = 1$  N.
2. Slučaj -  $P_x = 1 \cos(0.5 \pi t)$  N i  $P_y = 1 \sin(0.5 \pi t)$  N.

Prvi slučaj, gde su pokretne sile konstantnog intenziteta, se može primeniti u slučajevima kada je masa od pokretnog opterećenja dovoljno manja od mase strukture pa se inercijalni efekti od mase mogu zanemariti. Na slici 5.6 prikazana su ekvivalentna čvorna opterećenja za ovaj slučaj.

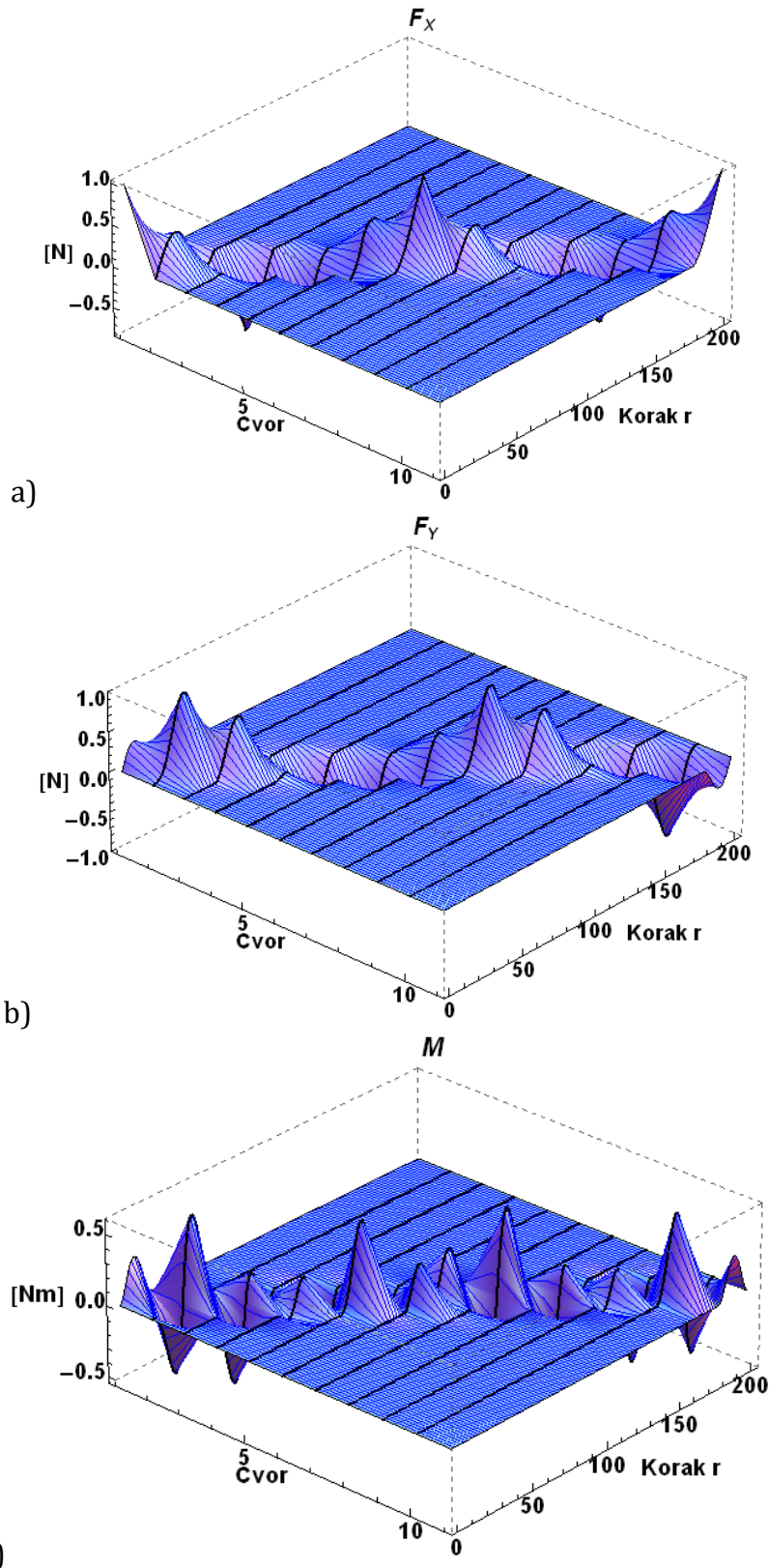
Na slici 5.7 prikazana su ekvivalentna čvorna opterećenja usled dejstva pokretnih sila prema 2. slučaju. Ovaj slučaj se može primeniti u situaciji da je pokretnim opterećenjem modelirana pokretna mašina koja u sebi ima, usled neuravnoteženosti sistema, ekcentrično postavljenu obrtnu masu.



Slika 5.5. Algoritam za određivanje ekvivalentnog spoljašnjeg vektora strukture



**Slika 5.6.** 3D prikaz ekvivalentnih čvornih opterećenja za čvorove  $k$  ( $k=1-11$ ),  $L_{gn}=40$  m,  $v=5$  m/s,  $P_y=1$  N=const.,  $P_x=1$  N=const.,  $p=200$ ; (a) Horizontalna sila u čvorovima  $F_{Xk}$ , (b) Vertikalna sila u čvorovima  $F_{Yk}$ , (c) Moment u čvorovima  $M_k$



**Slika 5.7.** 3D prikaz ekvivalentnih čvornih opterećenja za čvorove  $k$  ( $k=1-11$ ),  $L_{gn}=40\text{ m}$ ,  $v=5\text{ m/s}$ ,  $P_y=\sin(0.5\pi t)$ ,  $P_x=\cos(0.5\pi t)$ ,  $p=200$ ; (a) Horizontalna sila u čvorovima  $F_{Xk}$ , (b) Vertikalna sila u čvorovima  $F_{Yk}$ , (c) Moment u čvorovima  $M_k$

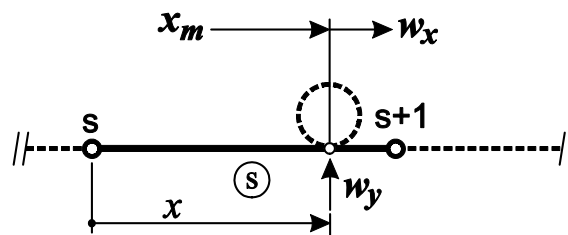
Izdvajanjem vrednosti za  $F_x$ ,  $F_y$  i  $M$  za svaki čvor ( $k=1-11$ ) i njihovom implementacijom u (5.13) ili na modelu u određenom softveru (koji odgovara slici 5.4), moguće je dobiti odziv usled pokretne sile koji u potpunosti obuhvata promenljivost položaja opterećenja i dinamičke karakteristike prinude.

## 5.2 MATRIČNA PREZENTACIJA POMERANJA I UBRZANJA TAČKE KONTAKTA STRUKTURE I KOLICA

Prinudne sile koje deluju na strukturu dizalice, ili na pokretni sistem, zavise od dinamičke interakcije ovih dvaju sistema i deluju u tački kontakta.

Kako se kontakt ostvaruje duž cele staze potrebno je definisati pomeranje svake ove tačke i usaglasiti sa matematičkim modelom sistema pri čemu mora biti zadovoljena matrična postavka diferencijalnih jednačina kretanja.

Ovde će biti razmotreno formiranje izraza za matričnu prezentaciju za podužno pomeranje  $w_x$  i poprečno pomeranje  $w_y$  ove tačke, kao i odgovarajuća ubrzanja. Na slici 5.8 prikazana su pomeranja tačke na stazi na kojoj se ostvaruje kontakt između strukture i pokretnog sistema. Analogno sa formulacijom iznetom u poglavlju 5.1, ovaj element će biti označen sa  $s$ .



Slika 5.8. Pomeranje tačke kontakta na strukturi staze

Vektor čvornih pomeranja elementa  $s$ , kao elementa KE modela staze, se može prikazati kao

$$\mathbf{U}_s = [U_{Xs} \quad U_{Ys} \quad U_{\theta s} \quad U_{Xs+1} \quad U_{Ys+1} \quad U_{\theta s+1}]^T \quad (5.20)$$

Podužno pomeranje tačke u polju elementa  $s$  je zadato samom formulacijom KE koji je iskorišćen za modeliranje strukture, i u lokalnom koordinatnom sistemu, slika 4.7a, je definisano izrazom (4.5). Kako se lokalni i globalni koordinatni sistem elemenata KE modela strukture poklapaju za elemente staze, vektori čvornih pomeranja, izrazi (4.4) i (5.20), odgovaraju jedan drugom bez transformacije. Čvorna pomeranja strukture su generalisane koordinate sistema (i zavise od vremena), pa izraz (4.5) dobija sledeći oblik

$$w_x(x, t) = N_1(x)U_{Xs} + N_4(x)U_{Xs+1} \quad (5.21)$$

gde su:  $x$  - položaj tačke u polju na elementu  $s$  od levog čvora;  $N_1, N_4$  funkcije oblika definisane izrazima (4.6) i (4.7);  $U_{Xs}, U_{Xs+1}$  horizontalna pomeranja čvorova elementa  $s$ .

Poprečno pomeranje tačke kontakta strukture i modela pokretnog opterećenja je definisano izrazom (4.8), i analogno prethodnom, može se predstaviti u sledećem obliku

$$w_y(x, t) = N_2(x)U_{Ys} + N_3(x)U_{\theta s} + N_5(x)U_{Ys+1} + N_6(x)U_{\theta s+1} \quad (5.22)$$

gde su:  $x$  - položaj tačke u polju na elementu  $s$ , od levog čvora;  $N_2, N_3, N_5, N_6$  funkcije oblika definisane izrazima (4.9), (4.10), (4.11) i (4.12);  $U_{Ys}, U_{Ys+1}$  horizontalna pomeranja čvorova elementa  $s$ ,  $U_{\theta s}, U_{\theta s+1}$  rotacije čvorova elementa  $s$

Proširivanjem i usaglašavanjem sa brojem čvornih pomeranja elementa  $s$ , izraz (5.22) se može predstaviti kao proizvod dve matrice, odnosno

$$w_y = \mathbf{N}_y \mathbf{U}_s \quad (5.23)$$

gde je

$$\mathbf{N}_y = [0 \quad N_2 \quad N_3 \quad 0 \quad N_5 \quad N_6] \quad (5.24)$$

Konačnim proširivanjem i usaglašavanjem do ukupnog broja čvornih pomeranja strukture imamo da je

$$w_y = \mathbf{N}_y \mathbf{U} \quad (5.25)$$

gde je

$$\mathbf{N}_y = [0 \ 0 \ \dots [0 \ N_2 \ N_3 \ 0 \ N_5 \ N_6] \ \dots 0 \ 0 \ 0] \quad (5.26)$$

matrica vrsta koja u sebi sadrži podmatricu  $\mathbf{N}_y$  sa elementima koji poziciono odgovaraju čvornim pomeranjima elementa  $s$  na kome se nalazi pokretno opterećenje. Svi ostali elementi su jednaki 0. Elementi matrice  $\mathbf{N}_y$  se sračunavaju na osnovu trenutnog položaja pokretnog opterećenja na elementu  $s$ , u zavisnosti od  $x$ . S obzirom da se staza ima 11 elemenata, podmatrica  $\mathbf{N}_y$  se *šeta* u okviru elemenata  $\mathbf{N}_y$  zaključno sa 33 elementom matrice, a ostali elementi su uvek jednaki 0.

Analogno prethodnom, izraz (5.21) se može napisati u obliku

$$w_x = \mathbf{N}_x \mathbf{U}_s \quad (5.27)$$

gde je

$$\mathbf{N}_x = [N_1 \ 0 \ 0 \ N_4 \ 0 \ 0] \quad (5.28)$$

U svom konačnom obliku izraz (5.27) postaje

$$w_x = \mathbf{N}_x \mathbf{U} \quad (5.29)$$

gde je

$$\mathbf{N}_x = [0 \ 0 \ \dots [N_1 \ 0 \ 0 \ N_4 \ 0 \ 0] \ \dots 0 \ 0 \ 0] \quad (5.30)$$

Ovde je interesantno napomenuti da su na ovaj način, izrazima (5.25) i (5.29) aksijalno pomeranje i poprečno pomeranje tačke na stazi dobile karakter



partikularnog rešenja podužnih oscilacija i transverzalnih oscilacija prizmatičnog tela, [43], koji pretpostavlja rešenje u obliku proizvoda 2 funkcije, jedne koja zavisi od položaja i druge koja zavisi od vremena.

Ubrzanje tačke, poprečno na element staze, iznosi

$$\ddot{w}_y = \frac{d^2 w_y}{dt^2} \quad (5.31)$$

i zamenom sledećih izraza koji se dobijaju iz (5.25),

$$w_y'' = \mathbf{N}_y'' \mathbf{U} \quad (5.32a)$$

$$\dot{w}_y' = \mathbf{N}_y' \dot{\mathbf{U}} \quad (5.32b)$$

$$w_y' = \mathbf{N}_y' \mathbf{U} \quad (5.32c)$$

$$\ddot{w} = \mathbf{N}_y \ddot{\mathbf{U}} \quad (5.32d)$$

u izraz (5.31), koji je u analogiji sa (5.6), dobija se

$$\ddot{w}_y = \mathbf{N}_y'' \mathbf{U} \dot{x}^2 + \mathbf{N}_y' \mathbf{U} \ddot{x} + 2\mathbf{N}_y' \dot{\mathbf{U}} \dot{x} + \mathbf{N}_y \ddot{\mathbf{U}} \quad (5.33)$$

U izrazu (5.33), iskorišćene su sledeće oznake  $\dot{x} = \dot{x}_m$ ,  $\ddot{x} = \ddot{x}_m$ , za brzinu i ubrzanje pokretnog opterećenja, respektivno, i

$$\mathbf{N}_y' = [0 \ 0 \ \dots [0 \ N_2' \ N_3' \ 0 \ N_5' \ N_6'] \ \dots 0 \ 0 \ 0] \quad (5.34)$$

$$\mathbf{N}_y'' = [0 \ 0 \ \dots [0 \ N_2'' \ N_3'' \ 0 \ N_5'' \ N_6''] \ \dots 0 \ 0 \ 0] \quad (5.35)$$

pri čemu se vrednosti za  $N_i'$ ,  $N_i''$  ( $i=2,3,5,6$ ) računaju prema izrazima iz Tabele 4.1.

Analogno prethodnom, ubrzanje tačke u podužnom pravcu dobija konačni oblik

$$\ddot{w}_x = \mathbf{N}'_x \mathbf{U} \ddot{x} + 2\mathbf{N}'_x \dot{\mathbf{U}} \dot{x} + \mathbf{N}_x \ddot{\mathbf{U}} \quad (5.36)$$

gde je

$$\mathbf{N}'_x = [0 \ 0 \ \dots [N'_1 \ 0 \ 0 \ N'_4 \ 0 \ 0] \ \dots 0 \ 0 \ 0] \quad (5.37)$$

pri čemu se vrednosti za  $N'_i$  ( $i=1,4$ ) računaju prema izrazima iz Tabele 4.1. Izraz (5.36) ima jedan član manje u odnosu na izraz (5.33) zbog same postavke KE elementa staze, odnosno tabele 4.1, jer  $N''_x$  postaje nula matrica.

Na sledećoj slici prikazan je algoritam za određivanje matrica  $\mathbf{N}_x$  i  $\mathbf{N}_y$ , kao i matrica  $\mathbf{N}'_x$ ,  $\mathbf{N}'_y$ ,  $\mathbf{N}''_y$ , ukoliko se iskoriste vrednosti u zgradama koje označavaju diferenciranje po  $x$ . Algoritam je izveden za izdvojeni model staze, slika 5.4.

### 5.3 ODREĐIVANJE INTERAKTIVNIH SILA ZA POSTAVLJENE MODELE KOLICA

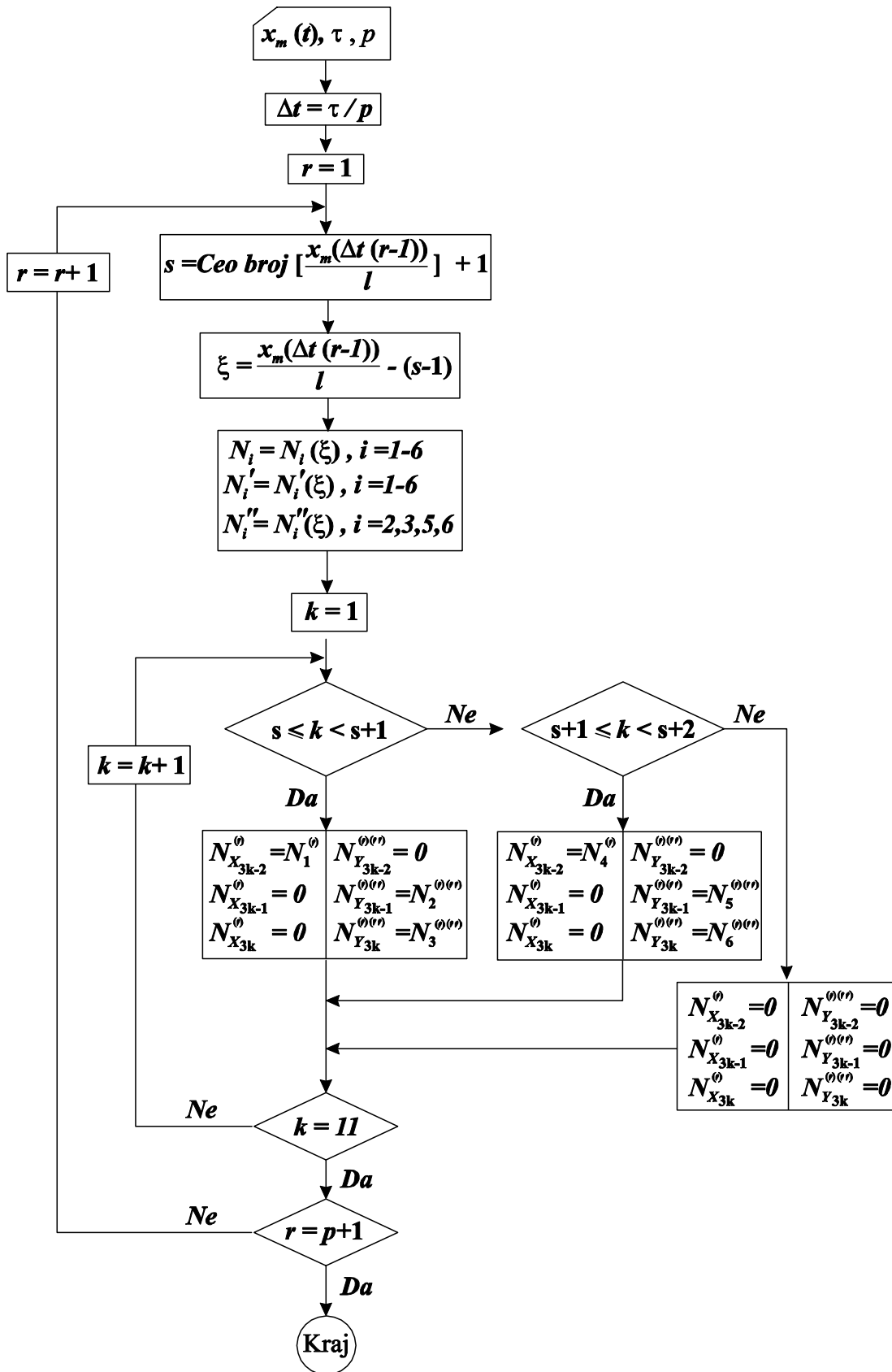
U poglavlju 5.1 dat je prikaz uticaja pokretnog sistema na strukturu portalne dizalice preko jedne horizontalne sile i jedne vertikalne sile, intenziteta  $P_x(t)$  i  $P_y(t)$  i smerova prikazanih na slici 5.3. Na usvojenom modelu strukture određena su ekvivalentna čvorna opterećenja, tj. izvršeno je formiranje vektora spoljašnjih sila usled dejstva pokretnog opterećenja u zavisnosti od  $P_x(t)$  i  $P_y(t)$ . U nastavku će ove sile biti označene samo sa  $P_x$  i  $P_y$ .

S obzirom na postavke date izrazom (5.16), može se primetiti da vektor spoljašnjeg opterećenja prema (5.14) ima sledeći oblik

$$\mathbf{P}(t) = \{0 \ 0 \ 0 \ \dots f_1^s(t) \ f_2^s(t) \ f_3^s(t) \ f_4^s(t) \ f_5^s(t) \ f_6^s(t) \ \dots 0 \ 0 \ 0\}^T \quad (5.38)$$

gde su  $f_i^s$  ( $i=1-6$ ) definisani izrazima (5.11).

Odnosno, vektor spoljašnjeg opterećenja se sastoji elemenata koji su jednaki nuli i 6 elemenata koji se računaju na osnovu (5.11), a poziciono odgovaraju čvornim pomeranjima elementa  $s$  na kome se nalazi pokretno opterećenje.



Slika 5.9. Algoritam za određivanje matrica  $N_Y$  i  $N_X$

Zamenom izraza (5.11) u izraz (5.10) kojim je predstavljen vektor čvornih opterećenja elementa  $s$ , i korišćenjem matrica (5.24) i (5.27) imamo da je

$$\{f^s(t)\} = \mathbf{N}_x^T P_x - \mathbf{N}_y^T P_y \quad (5.39)$$

Korišćenjem analogije za postavkama iznetim u poglavlju 5.2, a koje se tiču formiranja matrica vrsta  $\mathbf{N}_y$  i  $\mathbf{N}_x$  koje su date izrazima (5.26) i (5.30), vektor spoljašnjih sila koji deluje na strukturu dobija pogodan matrični oblik

$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{N}_x^T P_x - \mathbf{N}_y^T P_y \quad (5.40)$$

Primetno je da je moguće razmatrati prinudne oscilacije strukture, zamenom (5.40) u (5.13), superpozicijom partikularnih rešenja koja se dobijaju na osnovu zamene pojedinačnih sabiraka iz (5.40).

Na osnovu trećeg Njutonovog zakona, (protiv)dejstvo koje struktura vrši na pokretni sistem je dato silama  $P_x$  i  $P_y$ , pri čemu one imaju suprotne smerove u odnosu na one prikazane na slici 5.3. Intenziteti sila  $P_x$  i  $P_y$  se upravo određuju daljom dinamičkom analizom modela sistema kolica.

Ovde će biti postavljeni izrazi ovih sila za sve usvojene modele sistema kolica, tj. model pokretne mase, model pokretnog oscilatora i model oscilatora sa klatnom.

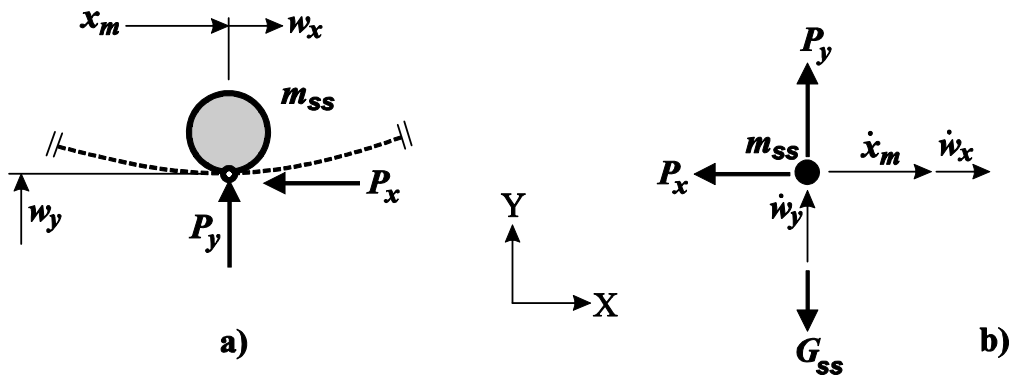
### 5.3.1 Model pokretne mase

Na osnovu postavljenog modela pokretne mase, poglavlje 4.2.1, može se razmatrati kretanje mase  $m_{ss}$  kao kretanje materijalne tačke koje se sastoji od kretanja  $x_m$ , i prenosnog kretanja definisanog pomeranjem tačke na strukturi staze na kojoj se nalazi pokretna masa, u poprečnom i podužnom pravcu, označenim sa  $w_y$  i  $w_x$ , respektivno, slika 5.10.a. Na materijalnu tačku deluju interaktivne sile  $P_x$  i  $P_y$  i težina mase  $G_{ss}$ , slika 5.10.b.

Na osnovu teoreme o promeni količine kretanja, i projektovanjem na ose koordinatnog sistema, dobija se sledeće

$$\frac{d}{dt}(m_{ss}\dot{w}_y) = -G_{ss} + P_y \quad (5.41)$$

$$\frac{d}{dt}(m_{ss}\dot{w}_x + m_{ss}\dot{x}_m) = -P_x \quad (5.42)$$



Slika. 5.10. Dinamički model pokretne mase

Odnosno, dobija se

$$P_y = m_{ss}g + m_{ss}\ddot{w}_y \quad (5.43)$$

$$P_x = -m_{ss}\ddot{x}_m - m_{ss}\ddot{w}_x \quad (5.44)$$

### 5.3.2 Model pokretnog oscilatora

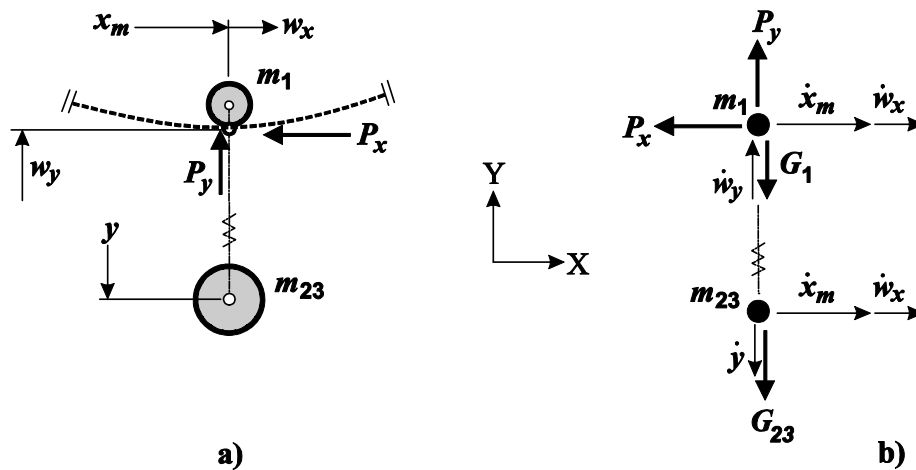
Na osnovu postavljenog modela pokretnog oscilatora, poglavlje 4.2.2, može se razmatrati kretanje materijalnog sistema koji se sastoji od dve materijalne tačke masa  $m_1$  i  $m_{23}$ . Kretanje materijalne tačke  $m_1$  se sastoji od kretanja  $x_m$ , i prenosnog kretanja definisanog pomeranjem tačke na strukturi staze na kojoj se nalazi pokretna masa, u poprečnom i podužnom pravcu, označenim sa  $w_y$  i  $w_x$ . Masa  $m_{23}$  se u vertikalnom pravcu kreće prema usvojenoj koordinati  $y$ , a u horizontalnom

pravcu isto kao masa  $m_1$ , slika 5.11.a. Na materijalni sistem deluju sile  $P_x$  i  $P_y$ , i težine  $G_1$  i  $G_{23}$ , slika 5.11.b.

Na osnovu teoreme o promeni količine kretanja, i projektovanjem na ose koordinatnog sistema, dobija se

$$\frac{d}{dt}(m_{23}\dot{y} - m_1\dot{w}_y) = G_1 + G_{23} - P_y \quad (5.45)$$

$$\frac{d}{dt}(m_1(\dot{w}_x + \dot{x}_m) + m_{23}(\dot{w}_x + \dot{x}_m)) = -P_x \quad (5.46)$$



Slika. 5.11. Dinamički model pokretnog oscilatora

Odnosno, koristeći da je ukupna masa pokretnog sistema  $m_{ss}$ , imamo da je

$$P_y = m_{ss}g + m_1\dot{w}_y - m_{23}\dot{y} \quad (5.47)$$

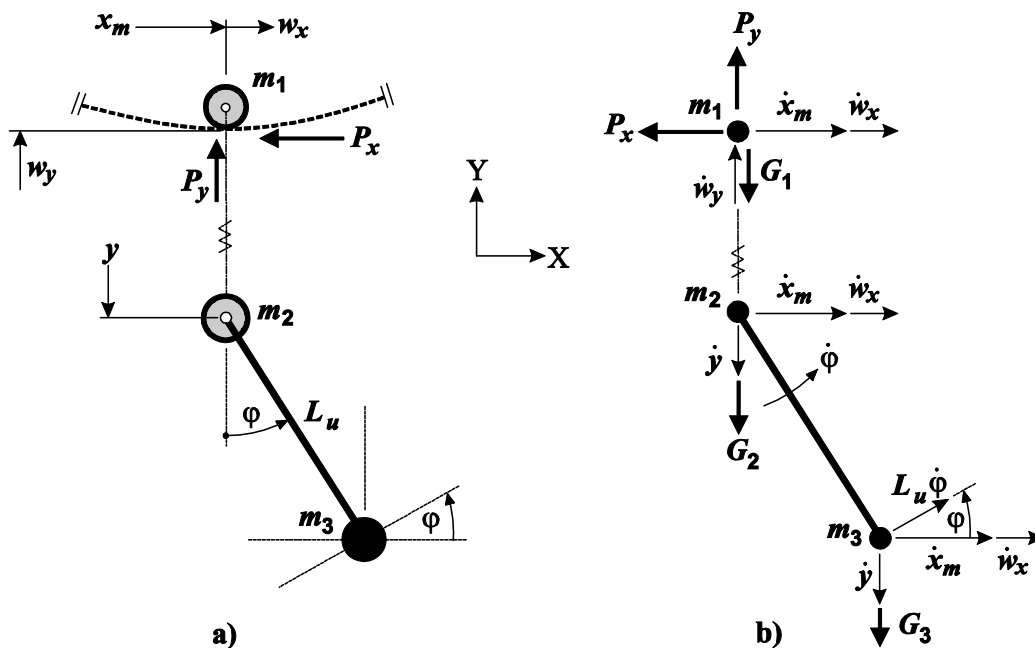
$$P_x = -m_{ss}\ddot{x}_m - m_{ss}\ddot{w}_x \quad (5.48)$$

### 5.3.3 Model pokretnog oscilatora sa klatnom

Na osnovu postavljenog modela pokretnog oscilatora sa klatnom, poglavlje 4.2.3, može se razmatrati kretanje materijalnog sistema koji se sastoji od 3 materijalne tačke mase  $m_1$ ,  $m_2$  i  $m_3$ . Kretanje materijalne tačke  $m_1$  se sastoji od

kretanja  $x_m$ , i prenosnog kretanja definisanog pomeranjem tačke na strukturi staze na kojoj se nalazi pokretna masa, u poprečnom i podužnom pravcu, označenim sa  $w_y$  i  $w_x$ . Masa  $m_2$  se u vertikalnom pravcu kreće prema usvojenoj koordinati  $y$ , a u horizontalnom pravcu isto kao masa  $m_1$ . Kretanje mase  $m_3$  se sastoji od prenosnog kretanja koje joj saopštava materijalna tačka  $m_2$  i od relativnog kretanja koje se može poistovetiti sa matematičkim klatnom i definisano je uglom otklona  $\varphi$ , slika 5.12.a.

Na materijalni sistem deluju sile  $P_x$  i  $P_y$ , težine  $G_1$ ,  $G_2$  i  $G_3$ , slika 5.12.b.



Slika. 5.12. Model pokretnog oscilatora sa klatnom

Na osnovu teoreme o promeni količine kretanja, i projektovanjem na ose koordinatnog sistema, dobija se

$$\frac{d}{dt}(-m_1 \dot{w}_y + m_2 \dot{y} + m_3(\dot{y} - L_u \dot{\varphi} \sin \varphi)) = G_1 + G_2 + G_3 - P_y \quad (5.49)$$

$$\frac{d}{dt}((m_1 + m_2 + m_3)(\dot{x}_m + \dot{w}_x) + m_3 L_u \dot{\varphi} \cos \varphi) = -P_x \quad (5.50)$$

Odnosno, koristeći (4.26) dobija se

$$P_y = m_{ss}g + m_1\ddot{w}_y - (m_2 + m_3)\dot{y} + m_3L_u(\ddot{\varphi} \sin \varphi + (\dot{\varphi})^2 \cos \varphi) \quad (5.51)$$

$$P_x = -m_{ss}(\ddot{x}_m + \ddot{w}_x) - m_3L_u(\ddot{\varphi} \cos \varphi - (\dot{\varphi})^2 \sin \varphi) \quad (5.52)$$



# 6

## MATEMATIČKI MODELI PORTALNE DIZALICE

Postavljanje matematičkog modela sistema portalne dizalice, sa aspekta naslovnog problema, se vrši kombinovanjem konačnoelementnog modela strukture i dinamičkog modela kolica preko dinamičke interakcije ovih dvaju sistema koja je definisana u prethodnom poglavlju. U opštem obliku, diferencijalna jednačina kretanja sistema sa konačnim brojem stepeni slobode se postavlja kao

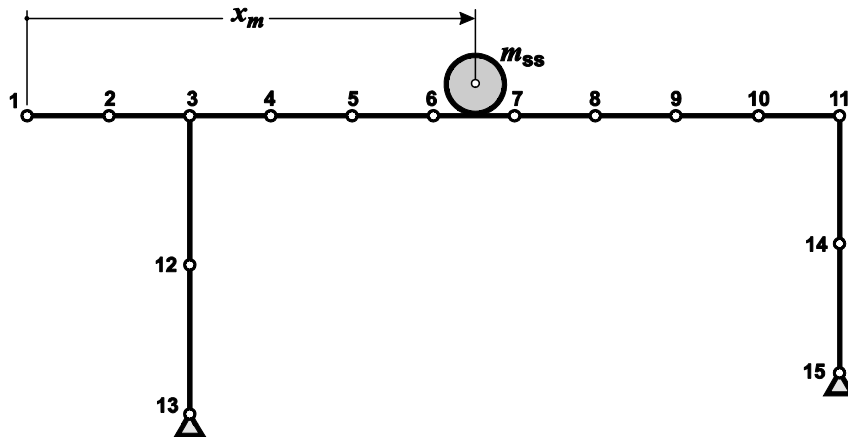
$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K} \mathbf{q} = \mathbf{F}(t) \quad (6.1)$$

pri čemu su  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{K}$  - matrica inercije, matrica prigušenja i matrica krutosti celog sistema, respektivno;  $\ddot{\mathbf{q}}$ ,  $\dot{\mathbf{q}}$ ,  $\mathbf{q}$  - vektor generalisanih ubrzanja, vektor generalisanih brzina, vektor generalisanih koordinata celog sistema, respektivno;  $\mathbf{F}(t)$  - vektor spoljašnjeg opterećenja celog sistema.

S obzirom da su postavljena tri različita modela kolica, ovde će biti izvršeno formiranje tri različita matematička modela celog sistema. Na slikama 6.1, 6.2 i 6.4 je prikazan model B, kao opštiji KE model strukture portalne dizalice, ali postavljene jednačine podrazumevaju korišćenje oba modela.

### 6.1 MATEMATIČKI MODEL PORTALNE DIZALICE PREMA MODELU POKRETNE MASE

Portalna dizalica prema modelu pokretne mase podrazumeva model prikazan na slici 6.1, a u sebi sadrži sve postavke modela prema poglavljima 4.1 i 4.2.1.



**Slika 6.1** Portalna dizalica prema modelu pokretne mase

Kako je već predočeno u poglavlju 4.2.1, model pokretne mase ne uključuje dodatne stepene slobode već samo one definisane samom strukturom dizalice, pa je vektor generalisanih koordinata sistema

$$\mathbf{q} = \mathbf{U} \quad (6.2)$$

Samim tim, jednačina prinudnih oscilacija strukture dizalice je data kao

$$\mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{st}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} = \mathbf{P}(t) \quad (6.3)$$

Zamenom (5.40) u (6.3) dobija se sledeće

$$\mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{st}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} = \mathbf{N}_X^T P_x - \mathbf{N}_Y^T P_y \quad (6.4)$$

Zamenom (5.43, 5.44) u (6.3) dobija se

$$\mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{st}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} = -\mathbf{N}_Y^T(m_{ss}g + m_{ss}\ddot{w}_y) + \mathbf{N}_X^T(-m_{ss}\ddot{x}_m - m_{ss}\ddot{w}_x) \quad (6.5)$$

Zamenom izraza (5.33, 5.36) u (6.5) dobija se

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{st}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} + m_{ss}\mathbf{N}_Y^T(\mathbf{N}_Y\ddot{\mathbf{U}} + 2\mathbf{N}_Y'\dot{\mathbf{U}}\dot{x} + \mathbf{N}_Y''\mathbf{U}\dot{x}^2 + \mathbf{N}_Y'\mathbf{U}\ddot{x}) + \\ + m_{ss}\mathbf{N}_X^T(\mathbf{N}_X'\mathbf{U}\ddot{x} + 2\mathbf{N}_X'\dot{\mathbf{U}}\dot{x} + \mathbf{N}_X\ddot{\mathbf{U}}) = -\mathbf{N}_Y^T m_{ss}g - \mathbf{N}_X^T m_{ss}\ddot{x}_m \end{aligned} \quad (6.6)$$

U konačnom obliku, prethodni izraz se može predstaviti kao

$$(\mathbf{M}_{st} + \mathbf{M}_1)\ddot{\mathbf{U}} + (\mathbf{C}_{st} + \mathbf{C}_1)\dot{\mathbf{U}} + (\mathbf{K}_{st} + \mathbf{K}_1)\mathbf{U} = -\mathbf{N}_Y^T m_{ss} g - \mathbf{N}_X^T m_{ss} \ddot{x}_m \quad (6.7)$$

gde su

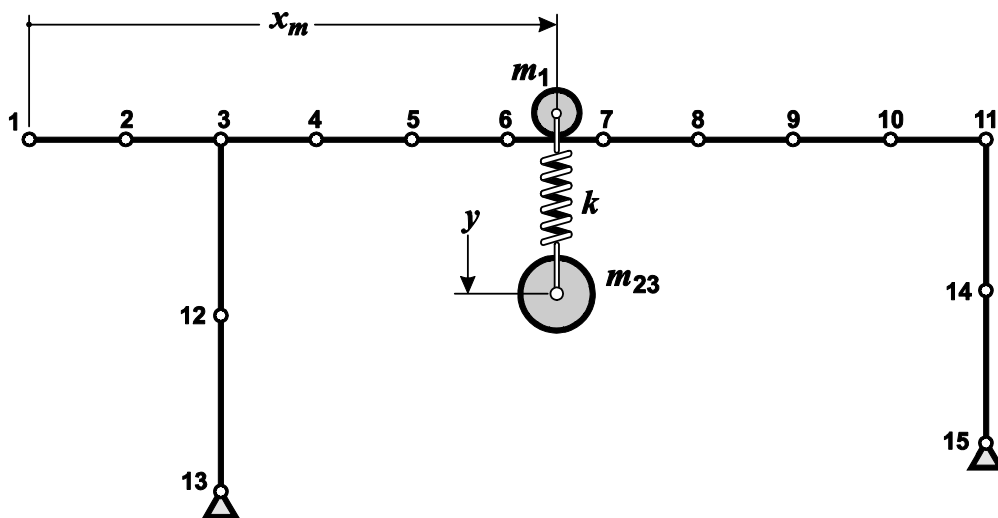
$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}_Y m_{ss} + \mathbf{N}_X^T \mathbf{N}_X m_{ss} \quad (6.7a)$$

$$\mathbf{C}_1 = 2 \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}'_Y m_{ss} \dot{x} + 2 \mathbf{N}_X^T \mathbf{N}'_X m_{ss} \dot{x} \quad (6.7.b)$$

$$\mathbf{K}_1 = \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}''_Y m_{ss} \dot{x}^2 + \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}'_Y m_{ss} \ddot{x} + \mathbf{N}_X^T \mathbf{N}'_X m_{ss} \ddot{x} \quad (6.7.c)$$

## 6.2 MATEMATIČKI MODEL PORTALNE DIZALICE PREMA MODELU POKRETNOG OSCILATORA

Portalna dizalica prema modelu pokretnog oscilatora podrazumeva model prikazan na slici 6.2, a u sebi sadrži sve postavke modela prema poglavljima 4.1 i 4.2.2.



Slika 6.2. Portalna dizalice prema modelu pokretnog oscilatora

Kako je već predočeno u poglavlju 4.2.2, model pokretnog oscilatora uključuje 1 dodatni stepen slobode, pa je vektor generalisanih koordinata sistema

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ y \end{Bmatrix} \quad (6.8)$$

Diferencijalna jednačina prinudnih oscilacija strukture ima oblik

$$\mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{st}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} = \mathbf{N}_x^T P_x - \mathbf{N}_y^T P_y \quad (6.9)$$

Zamenom (5.47) i (5.48) u (6.13) dobija se sledeće

$$\mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{st}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} = -\mathbf{N}_y^T (m_{ss}g + m_1\ddot{w}_y - m_{23}\ddot{y}) + \mathbf{N}_x^T (-m_{ss}\ddot{x}_m - m_{ss}\ddot{w}_x) \quad (6.10)$$

Zamenom (5.33) i (5.36) u (6.14) dobija se

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{st}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} + m_1\mathbf{N}_y^T (\mathbf{N}_y\ddot{\mathbf{U}} + 2\mathbf{N}_y'\dot{\mathbf{U}}\dot{x} + \mathbf{N}_y''\mathbf{U}\dot{x}^2 + \mathbf{N}_y'\mathbf{U}\ddot{x}) - \\ & -\mathbf{N}_y^T m_{23}\ddot{y} + m_{ss}\mathbf{N}_x^T (\mathbf{N}_x\ddot{\mathbf{U}} + 2\mathbf{N}_x'\dot{\mathbf{U}}\dot{x} + \mathbf{N}_x'\mathbf{U}\ddot{x}) = -\mathbf{N}_y^T m_{ss}g - \mathbf{N}_x^T m_{ss}\ddot{x}_m \end{aligned} \quad (6.11)$$

Diferencijalna jednačina kretanja mase  $m_{23}$ , slika 6.3, dobija sledeći oblik

$$m_{23}\ddot{y} = G_{23} - F_{op} \quad (6.12)$$

pri čemu je intenzitet sile u opruzi

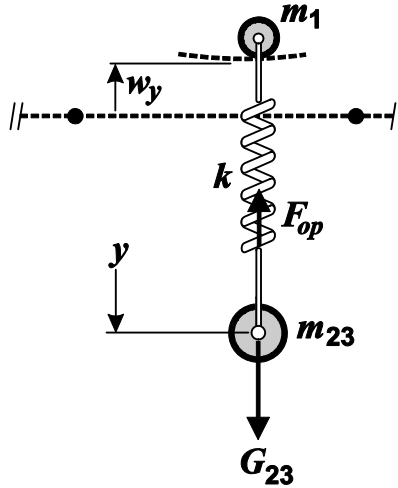
$$F_{op} = k(y + w_y + f_{1st}) \quad (6.13)$$

Kako je izduženje u položaju statičke ravnoteže

$$f_{1st} = \frac{G_{23}}{k} \quad (6.14)$$

diferencijalna jednačina kretanja (6.12) dobija oblik

$$m_{23} \ddot{y} + k(y + w_y) = 0 \quad (6.15)$$



**Slika 6.3.** Vezani materijalni sistem modela pokretnog oscilatora

Zamenom (5.25) u (6.15) dobija se sledeće

$$m_{23} \ddot{y} + ky + k \mathbf{N}_Y \mathbf{U} = 0 \quad (6.16)$$

Kombinovanjem izraza (6.11) i (6.16), u oblik prema (6.1) dobija se konačan matematički model oscilacija pokretnog oscilatora u obliku

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{st} + \mathbf{M}_2 & -m_{23} \mathbf{N}_Y^T \\ 0 & m_{23} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{st} + \mathbf{C}_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{st} + \mathbf{K}_2 & 0 \\ k \mathbf{N}_Y & k \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ y \end{Bmatrix} = \\ & = \begin{Bmatrix} -\mathbf{N}_Y^T m_{ss} g - \mathbf{N}_X^T m_{ss} \ddot{x}_m \\ 0 \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (6.17)$$

gde su

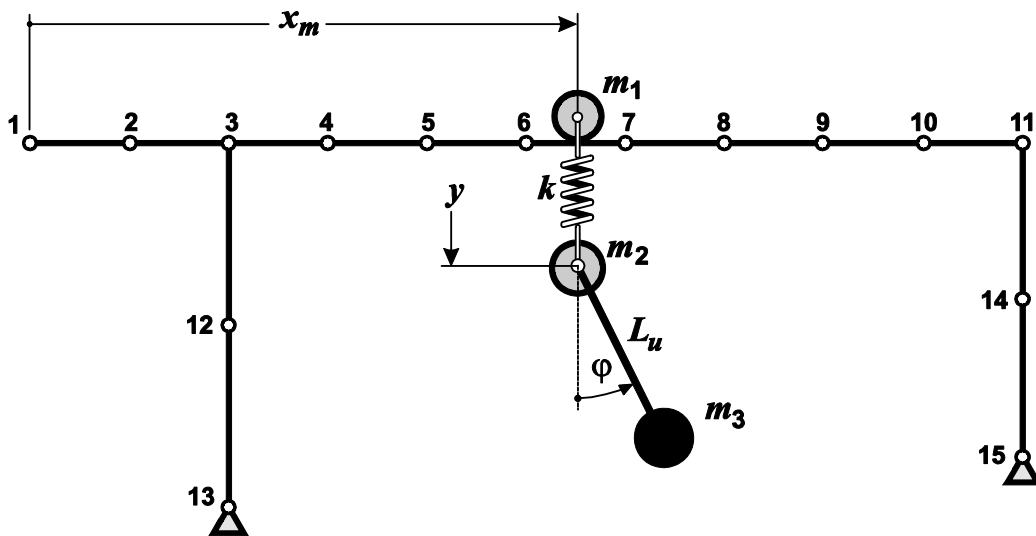
$$\mathbf{M}_2 = \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}_Y m_1 + \mathbf{N}_X^T \mathbf{N}_X m_{ss} \quad (6.17a)$$

$$\mathbf{C}_2 = 2 \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}'_Y m_1 \dot{x} + 2 \mathbf{N}_X^T \mathbf{N}'_X m_{ss} \dot{x} \quad (6.17b)$$

$$\mathbf{K}_2 = m_1 \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}''_Y \dot{x}^2 + m_1 \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}'_Y \ddot{x} + \mathbf{N}_X^T \mathbf{N}'_X m_{ss} \ddot{x} \quad (6.17c)$$

### 6.3 MATEMATIČKI MODEL PORTALNE DIZALICE PREMA MODELU POKRETNOG OSCILATORA SA KLATNOM

Portalna dizalica prema modelu pokretnog oscilatora sa klatnom podrazumeva model prikazan na slici 6.4, a u sebi sadrži sve postavke modela prema poglavljima 4.1 i 4.2.3.



Slika 6.4. Portalna dizalica prema modelu pokretnog oscilatora sa klatnom

Na osnovu pretpostavki iz poglavlja 4.2.3 vektor generalisanih koordinata sistema ima sledeći oblik

$$\mathbf{q} = \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ y \\ \varphi \end{Bmatrix} \quad (6.18)$$

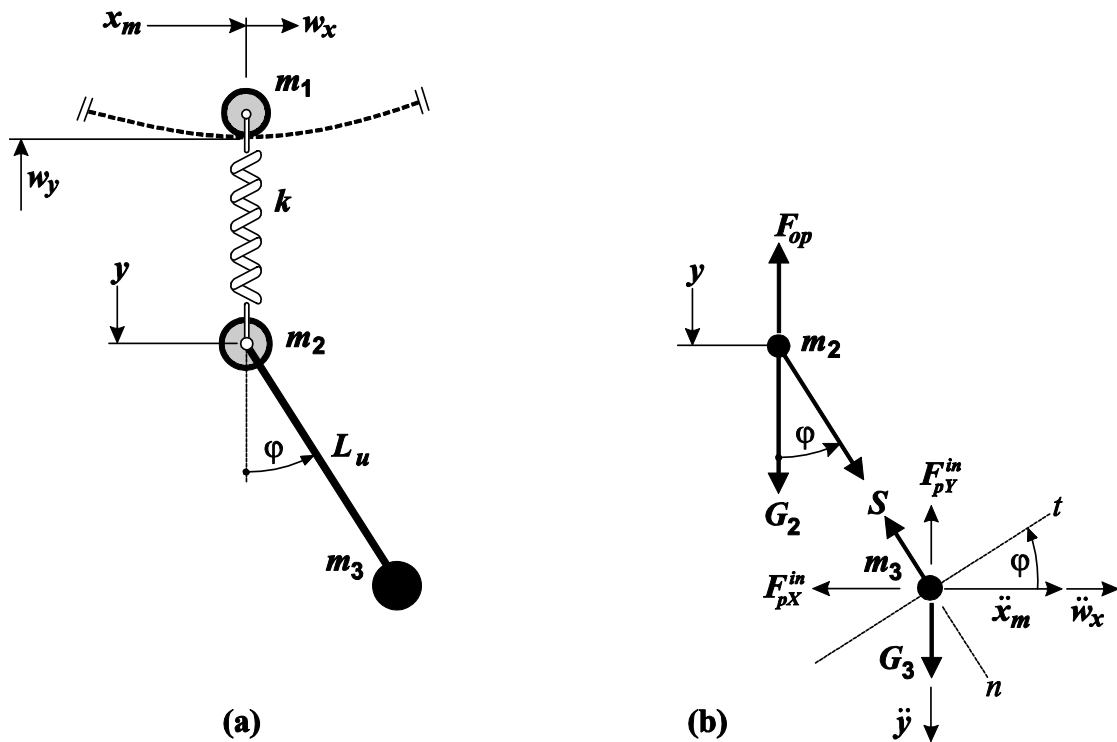
Diferencijalna jednačina oscilovanja za strukturu portalne dizalice ima isti oblik kao i u prethodnim slučajevima, tj.

$$\mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{st}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} = \mathbf{N}_X^T P_x - \mathbf{N}_Y^T P_y \quad (6.19)$$

Zamenom (5.51) i (5.52) u (6.19), i zamenom (5.33) i (5.36) u (6.19) dobija se sledeće

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{st}\ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{C}_{st}\dot{\mathbf{U}} + \mathbf{K}_{st}\mathbf{U} + m_{ss}\mathbf{N}_X^T(\mathbf{N}_X\ddot{\mathbf{U}} + 2\mathbf{N}'_X\dot{\mathbf{U}}\dot{x} + \mathbf{N}''_X\mathbf{U}\ddot{x}) + m_1\mathbf{N}_Y^T(\mathbf{N}_Y\ddot{\mathbf{U}} + \\ 2\mathbf{N}'_Y\dot{\mathbf{U}}\dot{x} + \mathbf{N}''_Y\mathbf{U}\dot{x}^2 + \mathbf{N}'_Y\mathbf{U}\ddot{x}) - \mathbf{N}_Y^T(m_2 + m_3)\ddot{y} + \mathbf{N}_X^T m_3 L_u (\ddot{\varphi} \cos \varphi - (\dot{\varphi})^2 \sin \varphi) + \\ + \mathbf{N}_Y^T m_3 L_u (\ddot{\varphi} \sin \varphi + (\dot{\varphi})^2 \cos \varphi) = -\mathbf{N}_X^T m_{ss} \ddot{x}_m - \mathbf{N}_Y^T m_{ss} g \end{aligned} \quad (6.20)$$

Jednačine kretanja elemenata pokretnog sistema se postavljaju na osnovu ekvivalentnog dinamičkog modela prikazanog na slici 6.5.



Slika 6.5. Dinamički model pokretnog oscilatora sa klatnom

Na masu  $m_2$  deluju sopstvena težina  $G_2$ , sila u opruzi  $F_{op}$  i reakcija užeta  $S$ . Diferencijalna jednačina kretanja mase  $m_2$  je oblika

$$m_2 \ddot{y} = G_2 - F_{op} + S \cos \varphi \quad (6.21)$$

Intenzitet sile u opruzi iznosi

$$F_{op} = k(y + w_y + f_{2st}) \quad (6.22)$$

gde je  $f_{2st}$  izduženje opruge u položaju statičke ravnoteže .

Dalje, posmatra se kretanje mase  $m_3$  izdvojene iz sistema (slika 6.5b). Primenom jednačina relativnog kretanja materijalne tačke, diferencijalna jednačina kretanja mase  $m_3$  je definisana sa

$$m_3 \vec{a}_r = \vec{F}_{pX}^{in} + \vec{F}_{pY}^{in} + \vec{G}_3 + \vec{S} \quad (6.23)$$

gde su intenziteti inercijalnih sila

$$F_{pX}^{in} = m_3(\ddot{x}_m + \ddot{w}_x) \quad (6.24)$$

$$F_{pY}^{in} = m_3\ddot{y} \quad (6.25)$$

Projektovanjem jednačine (6.23) na ose prirodnog triedra dobija se

$$m_3 L_u \ddot{\varphi} = m_3 \ddot{y} \sin \varphi - G_3 \sin \varphi - m_3(\ddot{x}_m + \ddot{w}_x) \cos \varphi \quad (6.26)$$

$$m_3 L_u (\dot{\varphi})^2 = m_3 \ddot{y} \cos \varphi - G_3 \cos \varphi + m_3(\ddot{x}_m + \ddot{w}_x) \sin \varphi + S \quad (6.27)$$

Odavde, preko izraza (6.26) i (6.27), može se prikazati sila u užetu u sledećem obliku

$$S \cos \varphi = -m_3 \ddot{y} + G_3 + m_3 L_u (\ddot{\varphi} \sin \varphi + (\dot{\varphi})^2 \cos \varphi) \quad (6.28)$$

Kako su  $G_2 = m_2 g$ ,  $G_3 = m_3 g$  i statičko izduženje opruge



$$f_{2st} = \frac{(m_2+m_3)g}{k} \quad (6.29)$$

diferencijalna jednačina (6.21) dobija sledeći oblik

$$(m_2 + m_3)\ddot{y} = -k(y + w_y) + m_3L_u(\ddot{\varphi} \sin \varphi + (\dot{\varphi})^2 \cos \varphi) \quad (6.30)$$

Zamenom (5.25) u (6.30) dobija se

$$(m_2 + m_3)\ddot{y} + ky + k\mathbf{N}_Y\mathbf{U} - m_3L_u(\ddot{\varphi} \sin \varphi + (\dot{\varphi})^2 \cos \varphi) = 0 \quad (6.31)$$

Izraz (6.31) postaje

$$L_u\ddot{\varphi} = \ddot{y} \sin \varphi - g \sin \varphi - \ddot{x}_m \cos \varphi - \ddot{w}_x \cos \varphi \quad (6.32)$$

Zamenom (5.29) u (6.37) dobija se

$$\mathbf{N}_X\ddot{\mathbf{U}} \cos \varphi + 2\mathbf{N}'_X\dot{\mathbf{U}}\dot{x} \cos \varphi + \mathbf{N}'_X\mathbf{U}\ddot{x} \cos \varphi + L_u\ddot{\varphi} - \ddot{y} \sin \varphi + g \sin \varphi = -\ddot{x}_m \cos \varphi \quad (6.33)$$

Kombinovanjem izraza (6.20), (6.31) i (6.33), u oblik prema (6.1) dobija se konačan matematički model sistema u obliku

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{st} + \mathbf{M}_3 & 0 & m_3L_u\mathbf{N}_X^T \cos \varphi \\ 0 & m_2 + m_3 & -m_3L_u \sin \varphi \\ \mathbf{N}_X \cos \varphi & -\sin \varphi & L_u \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{U}} \\ \ddot{y} \\ \ddot{\varphi} \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{st} + \mathbf{C}_3 & 0 & -m_3L_u\mathbf{N}_X^T\dot{\varphi} \sin \varphi \\ 0 & 0 & -m_3L_u\dot{\varphi} \cos \varphi \\ 2\dot{x}\mathbf{N}'_X \cos \varphi & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{U}} \\ \dot{y} \\ \dot{\varphi} \end{Bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{st} + \mathbf{K}_3 & +k\mathbf{N}_Y^T & 0 \\ +k\mathbf{N}_Y & k & 0 \\ \dot{x}\mathbf{N}'_X \cos \varphi & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{U} \\ y \\ \varphi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\mathbf{N}_Y^T m_{ss}g - \mathbf{N}_X^T m_{ss} \ddot{x}_m \\ 0 \\ -\ddot{x}_m \cos \varphi - g \sin \varphi \end{Bmatrix} \quad (6.34) \end{aligned}$$

gde su

$$\mathbf{M}_3 = \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}_Y m_1 + \mathbf{N}_X^T \mathbf{N}_X m_{SS} \quad (6.34a)$$

$$\mathbf{C}_3 = 2 \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}'_Y m_1 \dot{x} + 2 \mathbf{N}_X^T \mathbf{N}'_X m_{SS} \dot{x} \quad (6.34b)$$

$$\mathbf{K}_3 = m_1 \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}''_Y \dot{x}^2 + m_1 \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}'_Y \ddot{x} + \mathbf{N}_X^T \mathbf{N}'_X m_{SS} \ddot{x} + k \mathbf{N}_Y^T \mathbf{N}_Y \quad (6.34c)$$

#### 6.4 POSTUPAK REŠAVANJA DIFERENCIJALNIH JEDNAČINA

Na osnovu matematičkih modela koji su prikazani u prethodnim poglavljima, mogu se odrediti generalisana pomeranja, brzine i ubrzanja sistema. Zbog složenosti rešavanja postavljenih diferencijalnih jednačina drugog reda sa promenljivim koeficijentima, ovde je prikazan postupak za određivanje rešenja prema izabranom modelu portalne dizalice. Generalno, potrebno je:

1. Odrediti matricu krutosti i matricu inercije KE modela izabrane strukture,  $K_{st}$  i  $M_{st}$  (poglavlje 4.1.3 i 4.1.4)
2. Odrediti sopstvene frekvencije izabranog modela strukture pomoću izraza (4.25), u određenom programu
3. Izdvojiti prve dve najniže kružne frekvencije  $\omega_1$  i  $\omega_2$ , pretpostaviti koeficijent prigušenja  $\xi$  i odrediti matricu prigušenja modela strukture,  $C_{st}$ , preko (4.23)
4. Podeliti ukupni vremenski domen  $\tau$  na  $p$  koraka tako da se dobije što manji vremenski interval  $\Delta t$
5. Odrediti vrednosti za  $\ddot{x}_m, \dot{x}_m, x_m$  i sve komponente matrica  $\mathbf{N}_X, \mathbf{N}'_X$ , kao i matrica  $\mathbf{N}_Y, \mathbf{N}'_Y, \mathbf{N}''_Y$  za svaki vremenski trenutak  $t=(r-1) \Delta t$ , gde je  $r=1 \div p+1$
6. Rešiti jednačine (6.7) ili (6.17) ili (6.34) pomoću Njumarkove metode pri čemu je ovo potrebno uraditi za svaki vremenski korak  $r$ , gde je  $r=1 \div p+1$

## 7

## IDENTIFIKACIJA I ANALIZA ODZIVA MODELA

Određivanje odziva postavljenih modela portalne dizalice je izvršeno u originalnom programu MovMass (u kodu Wolfram Mathematica 6, [64]) kojim su obuhvaćene sve postavke date u poglavljima 4, 5 i 6.

U poglavlju 4.1 prikazani su opšti modeli A i B kojim su predstavljena dva osnovna konstrukciona tipa strukture portalne dizalice. Dodatno, ovde su tim modelima pridružene glavne mere portalne dizalice, statičke karakteristike elemenata strukture i nazivna nosivost ( $m_{ss}$ ).

U tabelama 7.1 i 7.2 prikazani su podaci na osnovu kojih će biti izvršena analiza odziva matematičkih modela portalne dizalice (poglavlje 6). Usvojeni materijal strukture (čelik) ima gustinu  $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$ , a modul elastičnosti iznosi  $E = 2,1 \cdot 10^{11} \text{ N/m}^2$ .

**Tabela 7.1.** Karakteristike usvojenog modela portalne dizalice (A)

<b>Model A</b>	n	1-10	11	12	13,14
$m_{ss} = 60 \text{ t}$	$A_n \text{ [m}^2\text{]}$	0,090	0,085	0,070	0,048
	$I_n \text{ [m}^4\text{]}$	0,041	0,036	0,024	0,010

**Tabela 7.2.** Karakteristike usvojenog modela portalne dizalice (B)

<b>Model B</b>	n	1-10	11	12	13,14
$m_{SS} = 40 \text{ t}$	$A_n \text{ [m}^2\text{]}$	0,0584	0,055	0,051	0,0432
	$I_n \text{ [m}^4\text{]}$	0,0255	0,024	0,0154	0,01

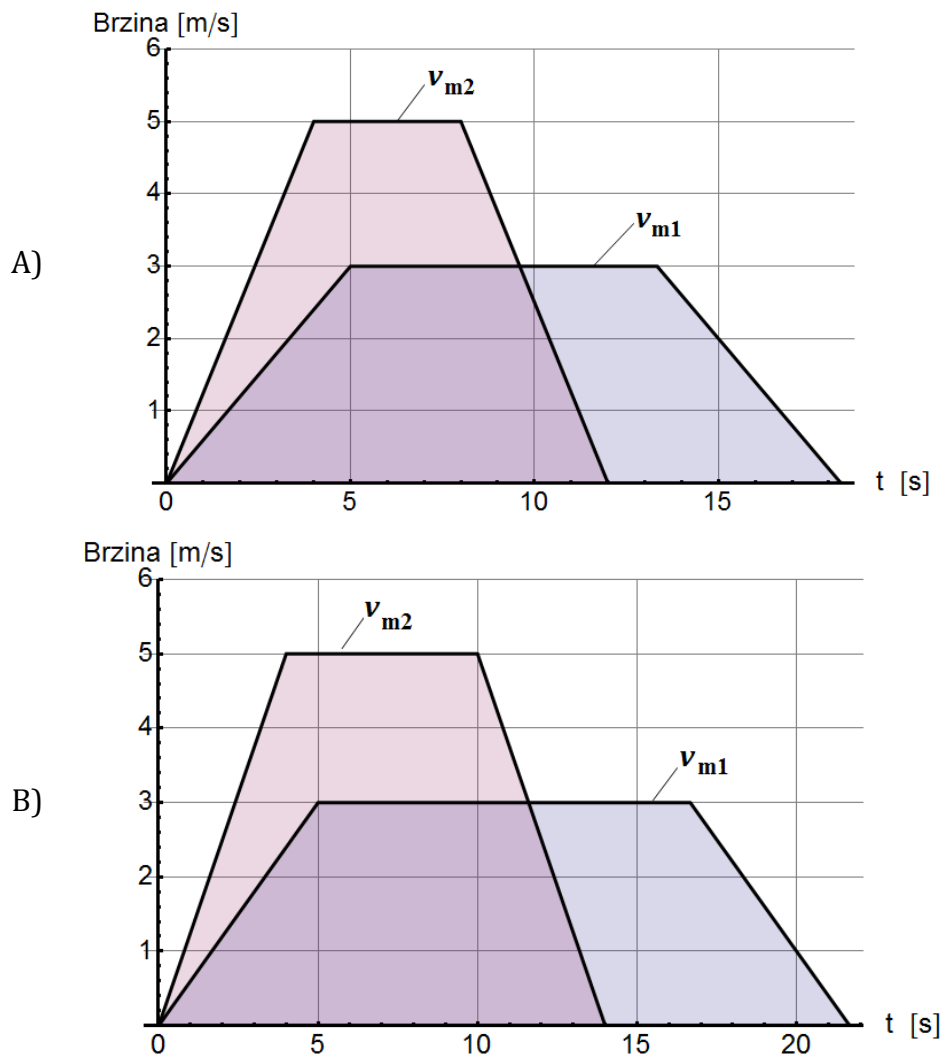
Vremenski interval algoritma za određivanje rešenja iznosi  $\Delta t = 0,01 \text{ s}$ , osim u slučajevima gde je eksplicitno navedeno drugačije.

Inicijalni modeli uključuju prigušenje u strukturi dizalice sa koeficijentim prigušenja koji iznosi  $\xi_1 = \xi_2 = 0,005$ , koji podrazumeva prigušenje materijala i aerodinamičko prigušenje, [63].

U svim proračunima je usvojeno ubrzanje zemljine teže  $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ .

Na slici 7.1 prikazani su dva izabrana profila brzina kretanja pokretnog sistema,  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$ , koji su formirani saglasno dužinama staza na modelima A i B i prema sledećim karakteristikama.

Profil  $v_{m1}$  sa nominalnom brzinom od  $3 \text{ m/s}$  i ubrzanjem/usporenjem od  $0,6 \text{ m/s}^2$  predstavlja aktuelni domet brzina kretanja kolica ([www.liebherr.de](http://www.liebherr.de), Tabela 1.2), sa nominalnim vremenima ubrzanja i usporenja od  $5 \text{ s}$  [3]. Profil  $v_{m2}$  sa nominalnom brzinom od  $5 \text{ m/s}$  i ubrzanjem/usporenjem od  $1,25 \text{ m/s}^2$  pretpostavlja ekstremne performanse koje kolica portalnih dizalica mogu imati u skoroj budućnosti, iako je brzina od  $4 \text{ m/s}$  već ostvarena kod kolica kontejnerskih dizalica ([www.kockskrane.de](http://www.kockskrane.de)), a ubrzanje od  $1,2 \text{ m/s}^2$  (iako naglašeno kao ekstremnom vrednošću) iskorišćeno u radu [27].



Slika 7.1. Profili brzina kretanja kolica  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$ , A) model A, B) model B

## 7.1 ODZIV MODELA POKRETNE MASE

### 7.1.A. ANALIZA ODZIVA - MODEL A

Prvo je izvršena analiza odziva portalne dizalice prema modelu A, sa karakteristikama datim u tabeli 7.1, rešavanjem j-ne (6.7).

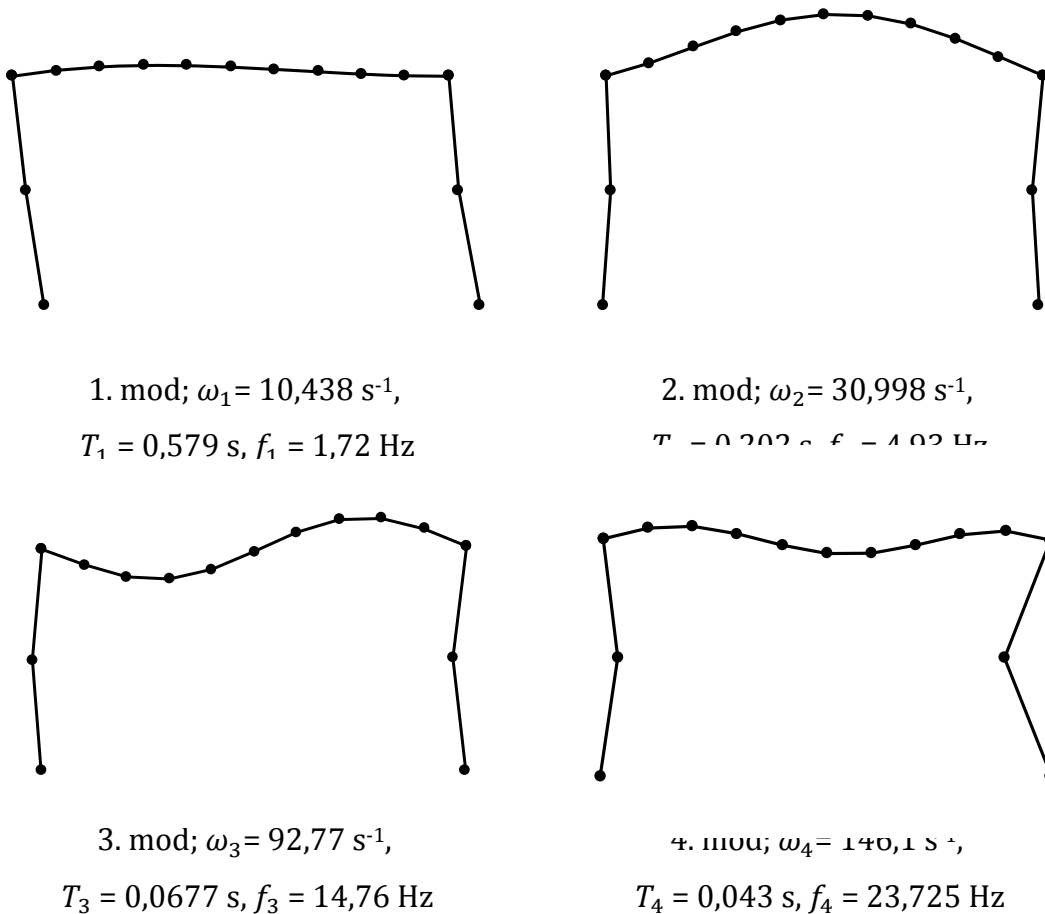
Određene su sve sopstvene frekvencije modela strukture, a u tabeli 7.3 dati su prvih 7 odgovarajućih perioda oscilovanja. Na slici 7.2 prikazana su prva četiri oblika oscilovanja, sa odgovarajućim frekvencijama.

Verifikacija postavljenog modela strukture izvršena je tako što je formiran linijski KE model u programskom paketu SAP 2000 [65], prema podacima iz tabele 7.1, gde su nakon izvršene modalne analize dobijene sopstvene frekvencije strukture. Odgovarajući periodi oscilovanja su prikazani u tabeli 7.3.

Upoređivanjem vrednosti dobijenih preko matematičkog modela korišćenjem konačnoelementnog pristupa (program MovMass) i rezultata dobijenih čistim numeričkim putem preko MKE softvera (SAP 2000), može se uočiti *poklapanje* rezultata sa relativnim odstupanjem do 1,15%.

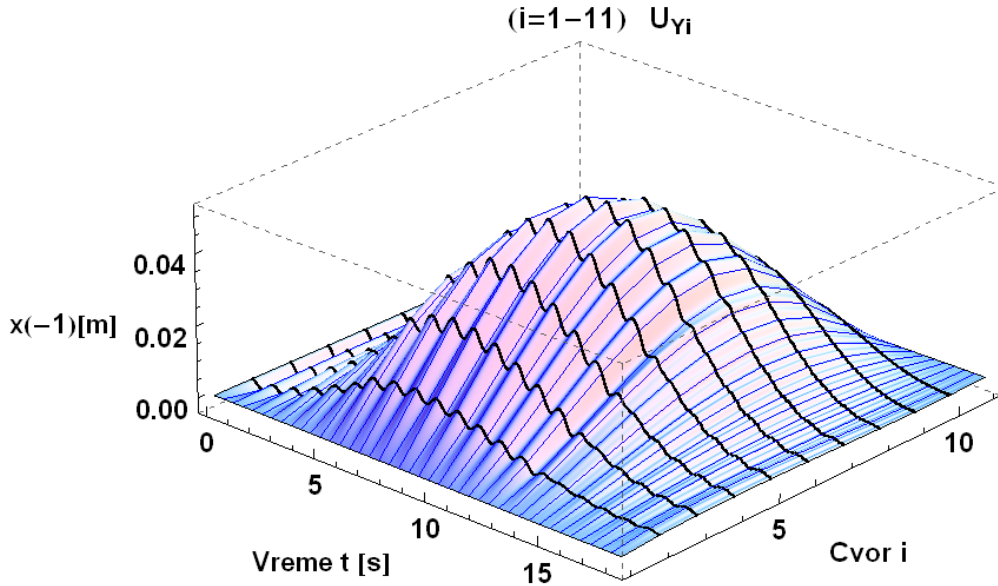
**Tabela 7.3.** Uporedni prikaz rezultata prvih 7 perioda oscilovanja

$i$	1	2	3	4	5	6	7
MovMass, $T_i$ [s]	0.5788	0.2025	0.0677	0.0430	0.0348	0.0286	0.019
SAP2000, $T_i$ [s]	0.5794	0.2026	0.0678	0.0433	0.0352	0.0288	0.019



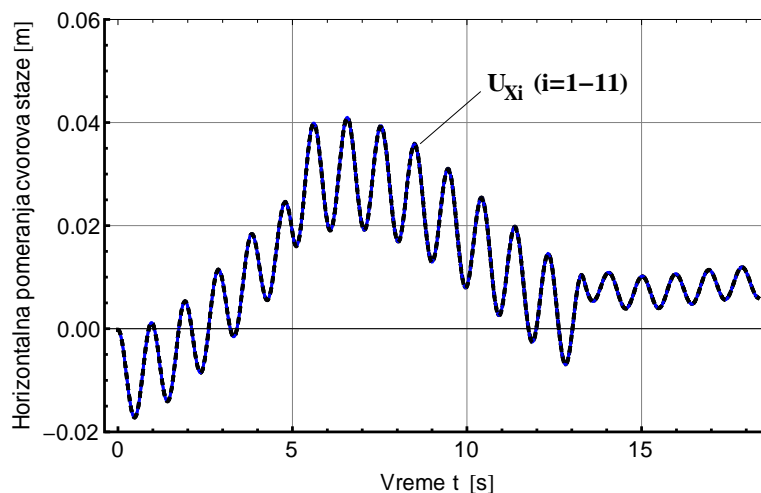
**Slika 7.2.** Prva 4 oblika oscilovanja strukture dizalice

Na slici 7.3 je dat 3D prikaz vertikalnih pomeranja čvorova staze strukture u vremenu (dijagram je *okrenut* zbog bolje prezentacije) pri čemu se masa  $m_{ss}=60$  t kreće profilom brzina  $v_{m1}$  (slika 7.1.A).



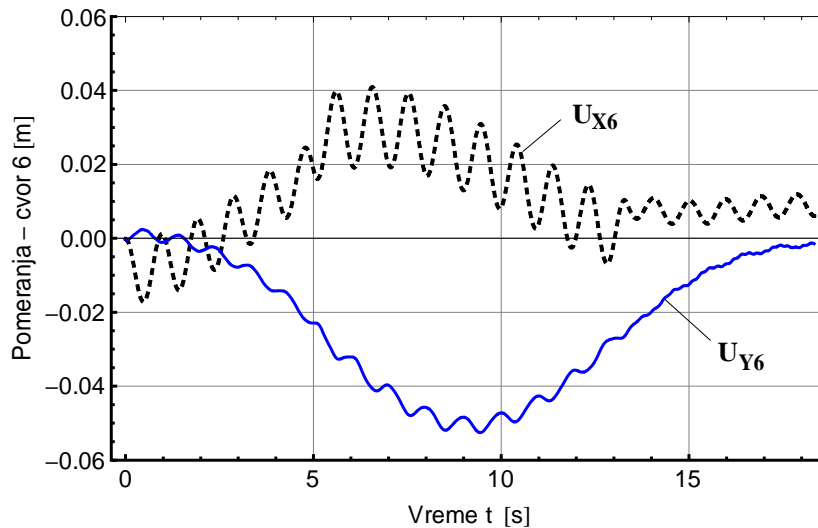
**Slika 7.3.** Vertikalna pomeranja čvorova staze,  $U_{Yi}$  (i=1-11);  $v_{m1}$

Evidentno je da najveća vertikalna pomeranja ima čvor 6 (sredina rasponog dela nosača) i da ona nastaju kada se pokretna masa nalazi na sredini raspona glavnog nosača. Na slici 7.4 prikazana su pomeranja čvorova staze u horizontalnom pravcu. Prikaz je dat na 2D dijagramu jer su pomeranja svih čvorova na stazi gotovo identična što se objašnjava velikom aksijalnom krutošću elemenata staze, tj. neznatnim aksijalnim deformacijama samih elemenata.



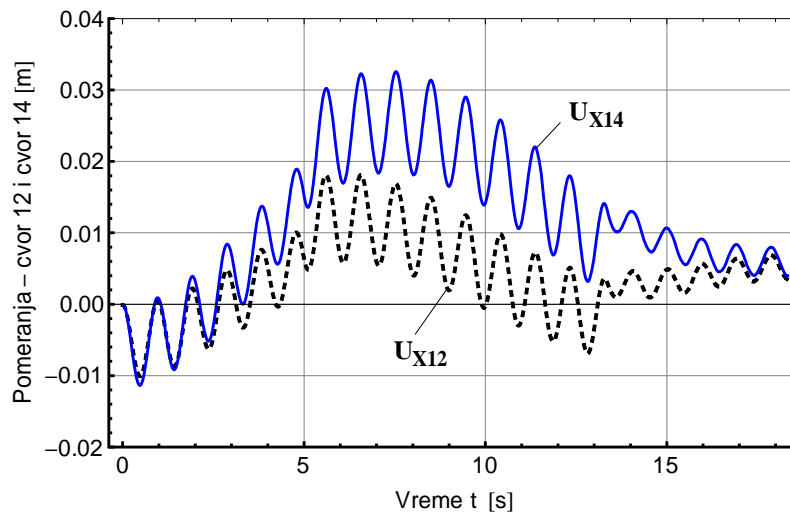
**Slika 7.4.** Horizontalna pomeranja čvorova staze,  $U_{Xi}$  (i=1-11)

Na osnovu prethodnog, može se izdvojiti čvor 6 kao karakteristično mesto na strukturi preko čijih odziva će biti izvršena analiza rezultata ovog modela. Izdvojena pomeranja ovog čvora, u vertikalnom i horizontalnom pravcu, data su na slici 7.5.



**Slika 7.5.** Vertikalno i horizontalno pomeranje čvora 6,  $U_{Y6}$  i  $U_{X6}$ ;  $v_{m1}$

Pomeranja u horizontalnom pravcu čvora 12 (na sredini krute noge) i čvora 14 (na sredini elastične noge) su prikazana na slici 7.6. Vertikalna pomeranja ovih čvorova nisu prikazana jer imaju veoma zanemarljive vrednosti zbog velike aksijalne krutosti elemenata. Središnje pomeranje krute noge,  $U_{X12}$ , ima niže vrednosti od pomeranja  $U_{X14}$ , zbog veće savojne krutosti krute noge u odnosu na elastičnu nogu.

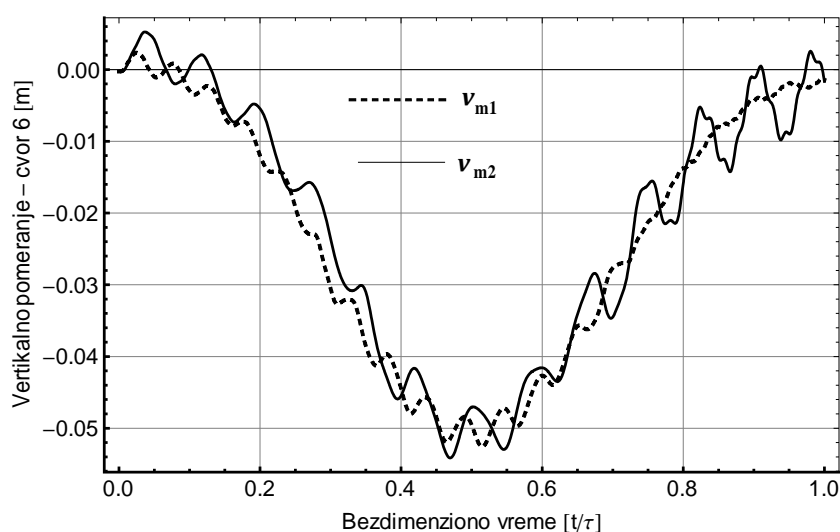


**Slika 7.6.** Horizontalno pomeranje čvora 12 i čvora 14,  $U_{X12}$  i  $U_{X14}$

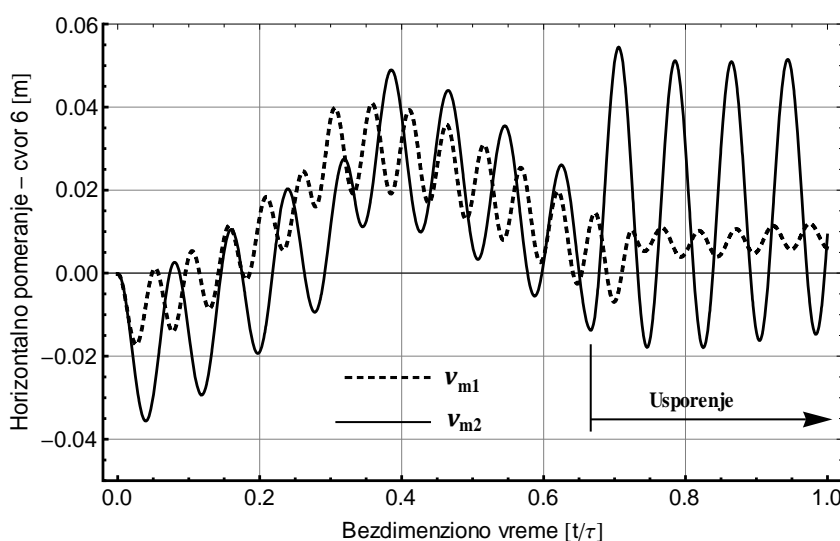


### 7.1.A.1 Uticaj brzine i ubrzanja kolica

Uticaj brzine i ubrzanja pokretne mase se sagledava kroz razmatranje odziva modela usled implementacije profila brzine kretanja  $v_{m2}$  (slika 7.1.A) u proračun. Na slici 7.7. dato je vertikalno pomeranje čvora 6, a na slici 7.8 je dato horizontalno pomeranje čvora 6, usled kretanja mase  $m_{ss}=60$  t prema postavljenim profilima brzina kretanja sa slike 7.1.A, u funkciji odnosa vremena i ukupnog vremena koje je potrebno da masa pređe ceo nosač ( $t/\tau$ ).



**Slika 7.7.** Ukupno vertikalno pomeranja čvora 6,  $U_{Y6}$ ;  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$



**Slika 7.8.** Horizontalno pomeranja čvora 6,  $U_{X6}$ ;  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$

Amplitude oscilovanja su veće pri većoj brzini pokretne mase ( $v_{m2}$ ), za oba pomeranja čvora 6. Povećanje amplituda za  $U_{Y6}$  je najveće u periodu usporenja što predstavlja uticaj horizontalne sile od ubrzanja mase. Takođe, najveće amplitude za  $U_{X6}$  nastaju u periodu usporenja, gde su dostignute najveće vrednosti pomeranja čvora 6 u horizontalnom pravcu. Najveće vrednosti ovih pomeranja su date u tabeli 7.4.

Analiza dobijenih rezultata prikazanih na slikama 7.7 i 7.8 će biti izvršena uporedno sa vrednostima horizontalnog i vertikalnog pomeranja čvora 6 koji se dobijaju statičkim proračunom za sledeća dva slučaja opterećenja: 1- vertikalna sila intenziteta  $m_{ss} g$  ( $=588,6$  kN) deluje na sredini raspona glavnog nosača (na čvoru 6); 2- horizontalna sila intenziteta  $\pm m_{ss} a_2$  ( $=\pm 75$  kN), gde je  $a_2=1,25$  m/s<sup>2</sup>, deluje u čvoru 1. Rezultati su dati u tabeli 7.4.

**Tabela 7.4.** Prikaz rezultata za pomeranja čvora 6

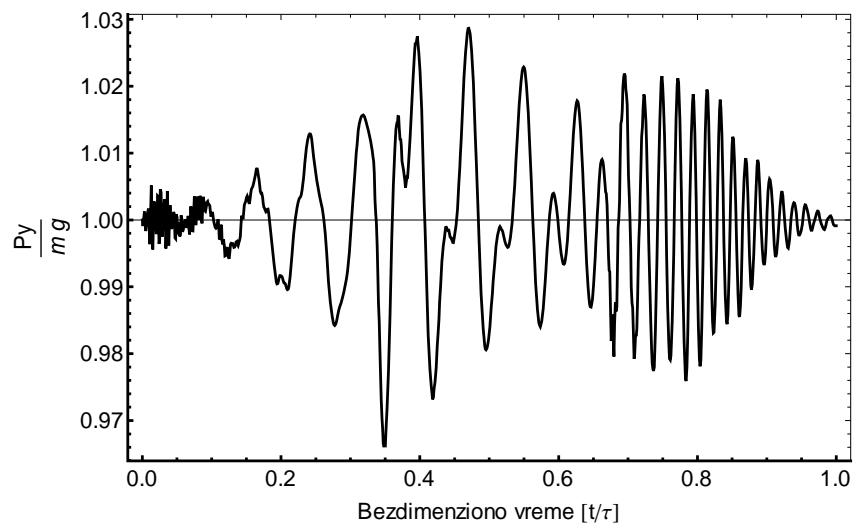
	Statički proračun			Pokretna masa	
	1: $m_{ss} g$	2: $\pm m_{ss} a_2$		$v_{m1}$	$v_{m2}$
$U_{X6}$	2,22 cm	$\pm 1,8$ cm	Maks. $U_{X6}$	4 cm	5,44 cm
$U_{Y6}$	-5,04 cm	$\pm 0,28$ cm	Maks. $U_{Y6}$	-5,25 cm	-5,41 cm

Najveće pomeranje  $U_{Y6}$  za  $v_{m2}$  iznosi 5,41 cm i veće je od vrednosti dobijene za  $v_{m1}$  (5,25 cm). Vrednost od 5,41 cm predstavlja povećanje od 7,3 % u odnosu na vrednost od 5,04 cm koja se dobija statičkim proračunom za slučaj 1. S obzirom da najveća vrednost vertikalnog središnjeg pomeranja nastaje kada se teret nalazi kod sredine raspona u periodu ravnomernog kretanja kolica, ova vrednost ne predstavlja bitno povećanje sa inženjerske tačke gledišta dokaza krutosti.

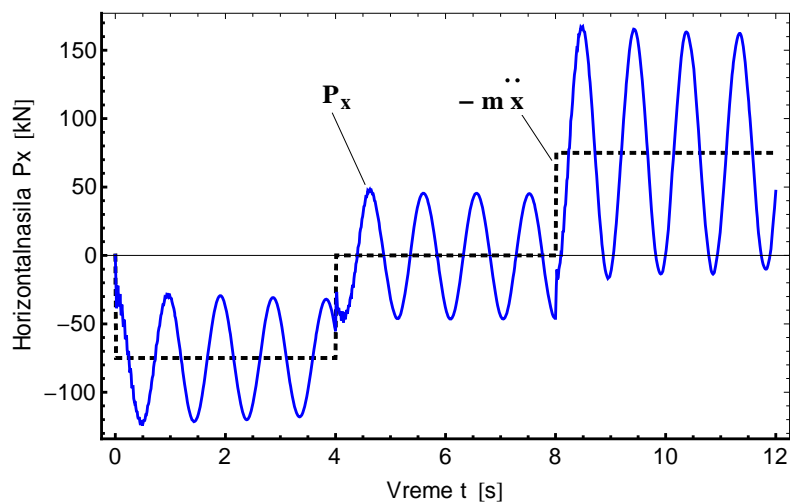
Najveće horizontalno pomeranje čvora 6 za  $v_{m2}$  nastaje u periodu kočenja (usporenja) kolica i iznosi 5,44 cm, a za  $v_{m1}$  najveća vrednost za  $U_{X6}$  od 4 cm nastaje kada se kolica kreću ravnomerno. Vrednost od 5,44 cm, u ovom slučaju, predstavlja bitno povećanje i dostiže red veličina najvećeg vertikalnog pomeranja čvora 6. Takođe, poređenjem sa vrednošću od 1,8 cm dobijenom statičkim proračunom, slučaj 2 (Tabela 7.4), vrednost od 5,44 cm predstavlja bitno povećanje. Potrebno je

naglasiti da vrednost horizontalnog pomeranja zavisi i od uticaja težine tereta, što je obuhvaćeno dinamičkim modelom pokretne mase. Ovim se ostvaruje bolja simulacija ponašanja strukture u nestacionarnim periodima kretanja kolica, što je ovde prezentovano uvođenjem ubrzanja/usporenja od  $1,25 \text{ m/s}^2$ , iako ova vrednost predstavlja ekstremnu performansu kolica portalnih dizalica.

Sa ovako određenim pomeranjima, brzinama i ubrzanjima čvorova strukture, moguće je odrediti promenu intenziteta interaktivnih sila koja deluju na strukturu staze. Razmatra se profil brzina kretanja  $v_{m2}$ . Na slici 7.9 je prikazan odnos intenziteta vertikalne sile  $P_y$  i težine mase ( $=588,6 \text{ kN}$ ).



**Slika 7.9.** Odnos vertikalne sile  $P_y$  i težine  $m_{ss} g$ ;  $m=m_{ss} = 60 \text{ t}$ ;  $v_{m2}$



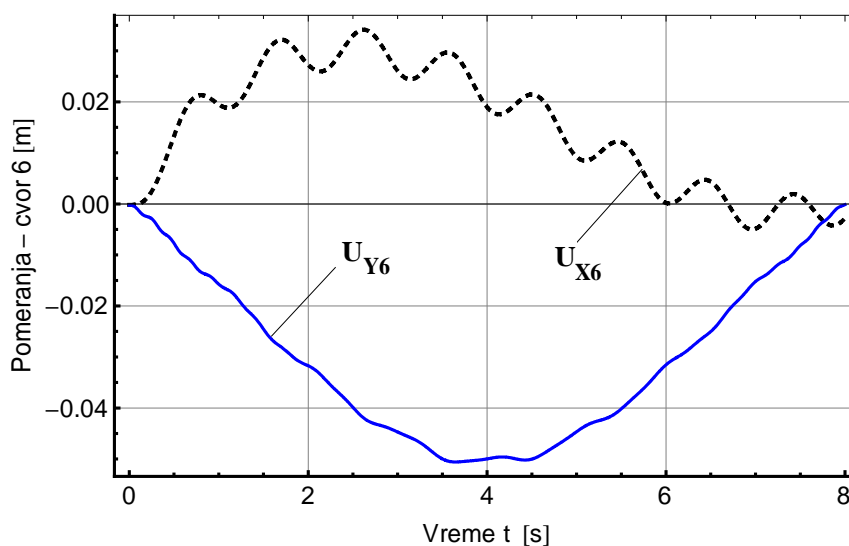
**Slika 7.10.** Horizontalna sila,  $P_x$ ;  $m_{ss} = 60 \text{ t}$ ;  $v_{m2}$

Najveće povećanje vertikalne sile  $P_y$  koja deluje na strukturu iznosi 3,0 % u odnosu na težinu mase. Na slici 7.10 prikazana je ukupna horizontalna sila  $P_x$  koja deluje na strukturu u ovom slučaju. Ona osciluje oko vrednosti koja sadrži samo uticaj ubrzanja kolica (koje može imati vrednosti do  $\pm 75$  kN), a najveće amplitude nastaju u periodu usporenja.

### Odzivi strukture usled kretanja kolica konstantnom brzinom

Odziv strukture pri kretanju kolica konstantnom brzinom se određuju rešavanjem j-ne (6.7) pri čemu se u algoritmu koristi da je ubrzanje jednako nuli, tj.  $\ddot{x}_m = \dot{x} = 0$ , a položaj mase na strukturi je određen sa  $x_m(t) = v t$ . Vremenski korak, za ovaj slučaj, iznosi  $\Delta t = 0,0032$  s.

Za vrednost brzine od  $v = 5$  m/s = const., koja predstavlja nominalnu brzinu kolica u profilu brzina kretanja  $v_{m2}$ , dobijena su pomeranja čvora 6 u horizontalom i vertikalnom pravcu, slika 7.11.



**Slika 7.11.** Pomeranja čvora 6,  $U_{Y6}$ ,  $U_{X6}$ ;  $v_m = 5$  m/s = const.

Najveća vrednost za  $U_{Y6}$  iznosi 5,05 cm. Poređenjem ove vrednosti sa pomeranjem čvora 6 dobijenim statičkim proračunom za slučaj 1 (5,04 cm, tabela 7.4) može se konstatovati zanemarljiva razlika.

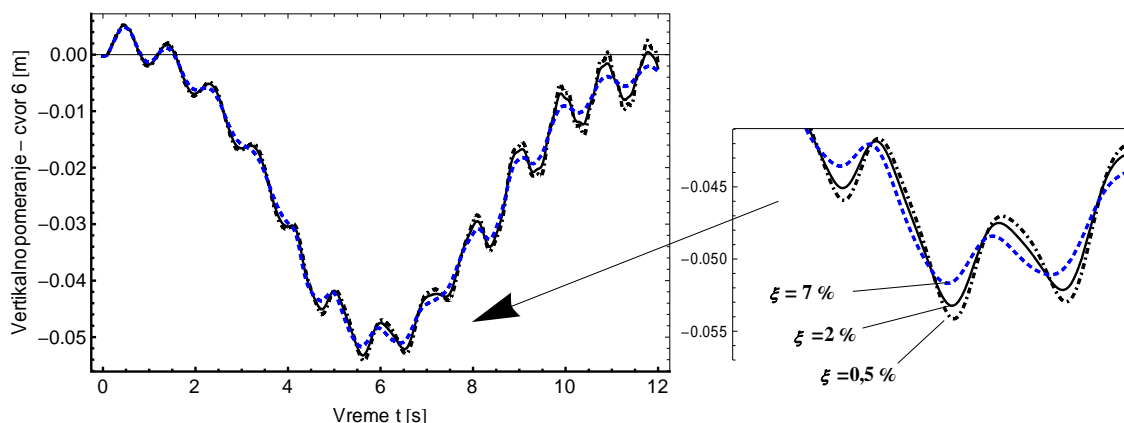
Najveće horizontalno pomeranje čvora 6 od 3,41 cm (slika 7.11) nastaje 2,6 s po početku kretanja kolica, odnosno kada se kolica nalaze na 4 elementu KE modela staze. Statičkim proračunom kada vertikalna sila  $m_{ss} g$  ( $=588,6$  kN) deluje u čvoru 4, dobija se horizontalno pomeranje čvora 6 od 3 cm. Dakle, najveće pomeranje  $U_{X6}$  dobijeno preko matematičkog modela ima povećanje od 13,6% u odnosu na vrednost dobijenu statičkim proračunom.

### 7.1.A.2 Uticaj prigušenja u strukturi

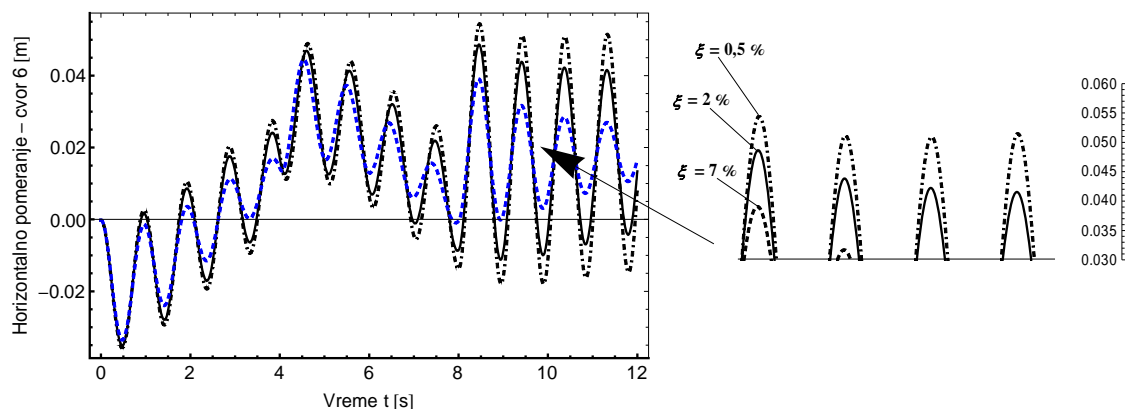
Pored osnovnog modela koji uključuje prigušenje u strukturi dizalice sa koeficijentim prigušenja  $\xi_1 = \xi_2 = 0,005$ , ovde se dodatno razmatra slučaj sa mogućim koeficijentom prigušenja u zavarenoj strukturi  $\xi_1 = \xi_2 = 0,02$  i maksimalno mogućim prigušenjem u strukturi  $\xi_1 = \xi_2 = 0,07$ , koji se koriste u dinamičkim analizama primenom MKE, [66].

Pokretna masa od 60 t se kreće profilom brzinom  $v_{m2}$ . Vremenski interval algoritma za određivanje rešenja iznosi  $\Delta t = 0,0048$  s.

Na slici 7.12 prikazana su vertikalna pomeranja čvora 6, a na slici 7.13 horizontalna pomeranja čvora 6 sa detaljem vrednosti pomeranja u periodu usporenja kolica.



**Slika 7.12.** Vertikalno pomeranja čvora 6,  $U_{Y6}$ ;  $\xi = 0,005$ ;  $0,02$  i  $0,07$



**Slika 7.13.** Horizontalno pomeranja čvora 6,  $U_{X6}$ ;  $\xi = 0,005, 0,02$  i  $0,07$

U tabeli 7.5 prikazana su maksimalna vertikalna pomeranja i maksimalna horizontalna pomeranja u periodu ubrzanja, za čvor 6, sa procentualnim smanjenjem ovih vrednosti u odnosu na inicijalni model sa prigušenjem  $\xi = 0,5\%$ .

**Tabela 7.5.** Prikaz rezultata za pomeranje čvora 6

	$\xi = 0,005$	$\xi = 0,02$	Smanj.	$\xi = 0,07$	Smanj.
Maks. $U_{X6}$	5,44 cm	4,9 cm	9,9 %	3,9 cm	28,3 %
Maks. $U_{Y6}$	5,41 cm	5,32cm	1,67 %	5,16 cm	4,8 %

Smanjenje maksimalnog vertikalnog pomeranja za  $\xi = 2\%$  iznosi 1,67 % što predstavlja zanemarljiv podatak i tek sa prigušenjem od  $\xi = 7\%$  dostiže vrednost od 4,8 %.

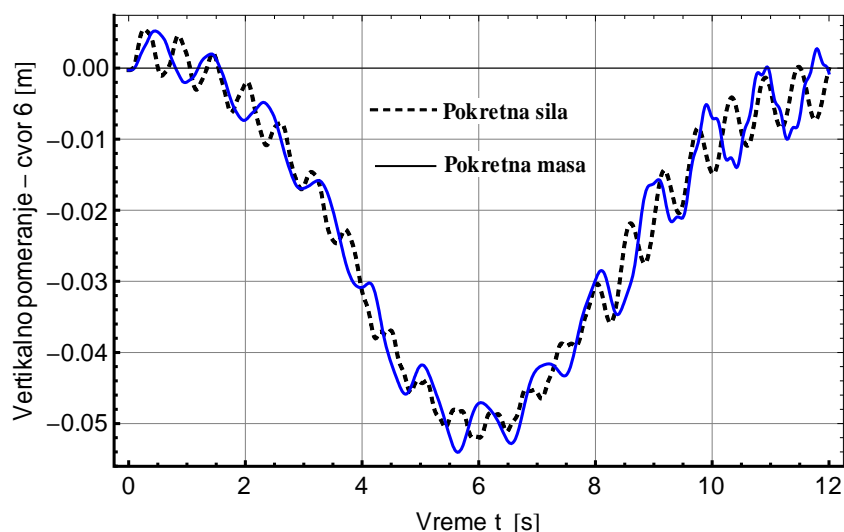
Horizontalno pomeranje čvora 6, slika 7.13, prikazuje da se amplitude oscilovanja smanjuju sa povećanjem prigušenja u strukturi. Primetno je značajno smanjenje maksimalne vrednosti pomeranja za koeficijent prigušenja  $\xi = 2\%$ , od 9,9 %. Daljim povećanjem prigušenja do maksimalne vrednosti od  $\xi = 7\%$  dolazi se do smanjenja od 28,3 % u odnosu na *nepriгуšene* oscilacije ( $\xi = 0,5\%$ ).

Rezultati sa slike 7.13 su bitni jer pokazuju da je moguće, u određenoj meri, uticati na smanjenje amplituda pomeranja usled povećanja ubrzanja kolica (poglavlje 7.1.A.1) povećanjem prigušenja u strukturi modifikacijom materijala ili veza između strukturalnih elemenata. Međutim, potrebno je ovde napomenuti da je tehnologija i način povećanja prigušenja u strukturi nepoznat (sa aspekta

autora) u oblasti projektovanja dizalica. Generalno, razmatranje oscilacija bez prigušenja dovodi do sigurnijih konstrukcija u smislu dokaza napona i deformacija, jer dinamički odzivi (pomeranja i opterećenja elemenata) imaju veće amplitude oscilovanja oko statičkih vrednosti. Međutim, savremena istraživanja koja se bave pouzdanošću mašinskih delova i struktura se upravo baziraju na smanjenju područja sigurnosti, [67], u smislu projektovanja tzv. racionalnih delova i struktura.

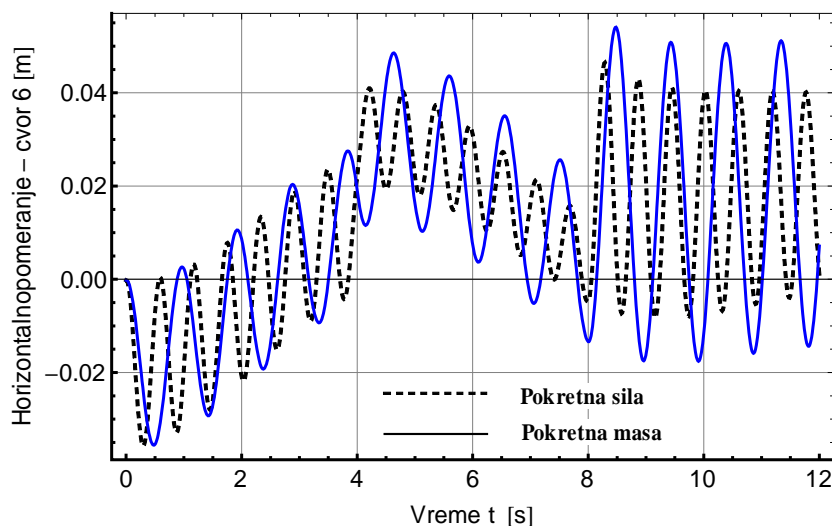
### 7.1.A.3 Uticaj inercijalnih efekata pokretne mase

Ovde se razmatraju odzivi strukture dobijeni preko modela pokretne mase i modela pokretne sile. Masa od 60 t se kreće brzinom  $v_{m2}$ . Odzivi modela pokretne sile su dobijeni u istom programu MovMass, koji je postavljen za model pokretne mase, pri čemu su zanemareni članovi koji predstavljaju inerciju masu u izrazu (6.7). Na slici 7.14 uporedno su prikazana vertikalna pomeranja središnjeg čvora za pomenute modele.



**Slika 7.14.** Vertikalno pomeranje čvora 6,  $U_{Y6}$ ;  $m = 60$  t;  $v_{m2}$

Maksimalna vrednost pomeranja  $U_{Y6}$  prema modelu pokretne sile u ovom slučaju iznosi 5,2 cm i niža je od maksimalne vrednosti dobijene za model pokretne mase (5,41 cm).



**Slika 7.15.** Ukupno horizontalno pomeranja čvora 6,  $U_{X6}$ ;  $m = 60$  t;  $v_{m2}$

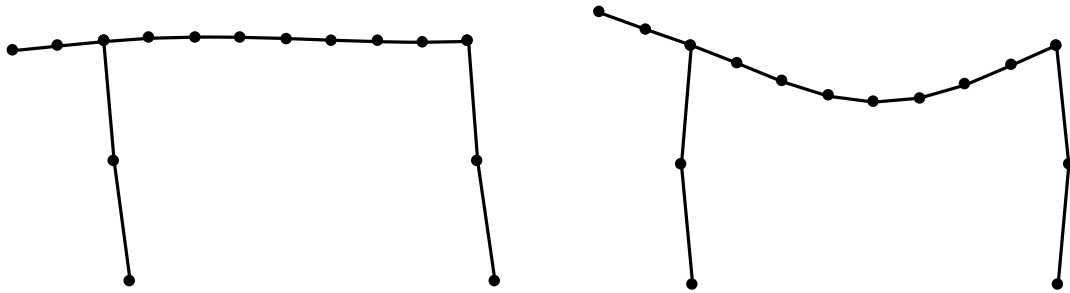
Na slici 7.18 prikazana su horizontalna pomeranja čvora 6 prema modelu pokretne mase i pokretne sile. Maksimalna vrednost pomeranja u periodu usporenja, za  $U_{X6}$ , iznosi 4,65 cm za model pokretne sile. Ova vrednost je niža od odgovarajuće dobijene preko modela pokretne masa koja iznosi 5,44 cm. Oblik grafika pokazuje da model pokretne sile predstavlja dobru aproksimaciju posmatranog modela portalne dizalice. Ovo je posebno važno sa praktičnog aspekta jer model pokretne mase daje tačnije rezultate ali je obim programiranja i složenost rešavanja izuzetno veliki. Sa aspekta posmatranja uticaja kolica kroz jednu masu, ovaj model prevazilazi okvire potrebnog matematičkog aparata za opisivanje dinamičkog ponašanja portalnih dizalica pri normalnim radnim uslovima. Osnovna prednost modela pokretne mase je dobijanje spektra frekvencija celog sistema, dok su u modelu pokretne sile uključene samo sopstvene frekvencije strukture. Ovo može imati odgovarajuću primenu u analizama dinamike dizalice usled slučajne pobude.



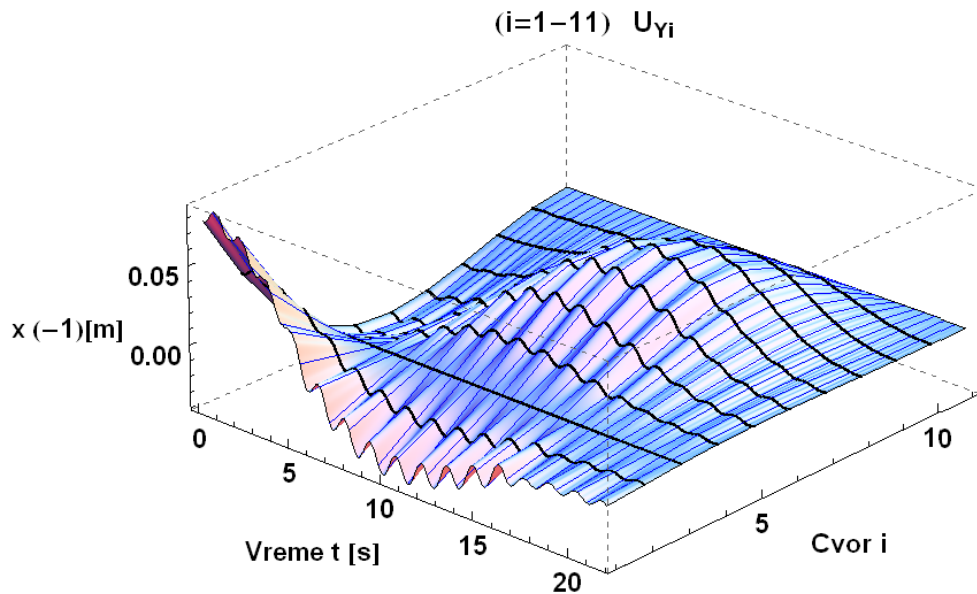
7.1.B. ANALIZA ODZIVA - MODEL B

Ovde će biti izvršena analiza odziva portalne dizalice prema modelu pokretne mase na modelu B, tabela 7.2, rešavanjem j-ne (6.7). Određene su sve sopstvene frekvencije strukture pri čemu su periodi oscilovanja prvih sedam frekvencija dati u tabeli 7.6. Na sledećoj slici prikazana su prva 2 oblika oscilovanja sa odgovarajućim frekvencijama.

Tabela 7.6. Prikaz rezultata prvih 7 perioda oscilovanja

<i>i</i>	1	2	3	4	5	6	7
							
<p>1. mod, <math>\omega_1 = 1,02 \text{ s}^{-1}</math>,  <math>T_1 = 0,895 \text{ s}</math>, <math>f_1 = 1,117 \text{ Hz}</math></p>				<p>2. mod, <math>\omega_2 = 20,71 \text{ s}^{-1}</math>,  <math>T_2 = 0,217 \text{ s}</math>, <math>f_2 = 4,6 \text{ Hz}</math></p>			

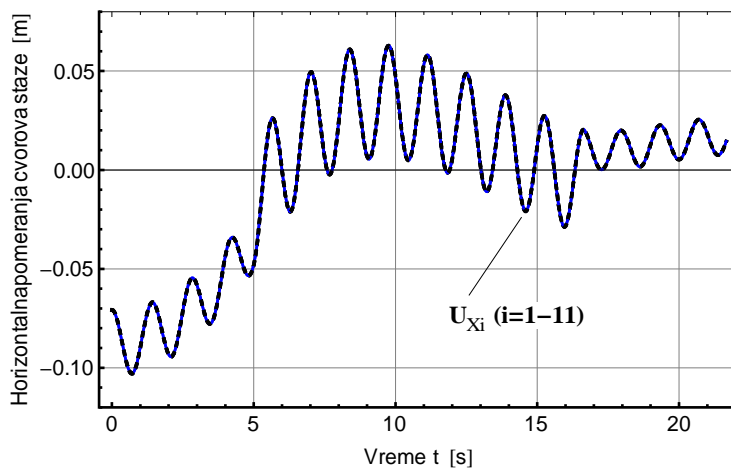
Slika 7.16. Prva 2 oblika oscilovanja strukture dizalice



Slika 7.17. Vertikalna pomeranja čvorova staze,  $U_{Yi}$  ( $i=1-11$ )

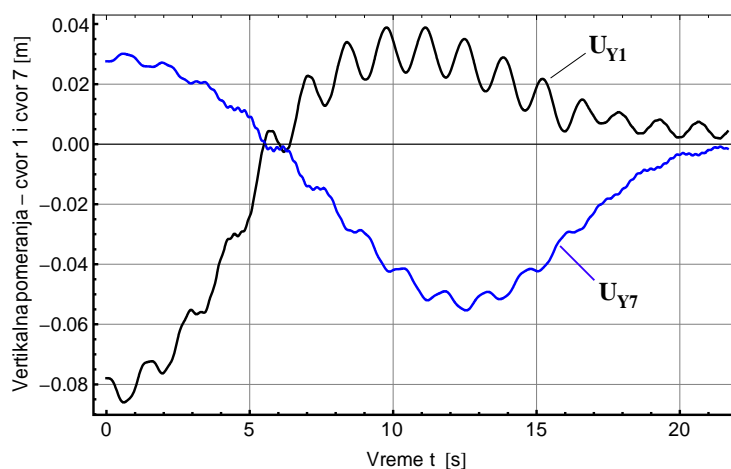
Na slici 7.17 je dat 3D prikaz vertikalnih pomeranja čvorova staze strukture (dijagram je *okrenut* zbog bolje prezentacije) pri čemu se pokretna masa  $m_{ss}=40$  t kreće profilom brzina  $v_{m1}$ , slika 7.1.B.

Na slici 7.18 prikazana su pomeranja čvorova staze u horizontalnom pravcu.



**Slika 7.18.** Horizontalna pomeranja čvorova staze,  $U_{Xi}$  ( $i=1-11$ );  $v_{m1}$

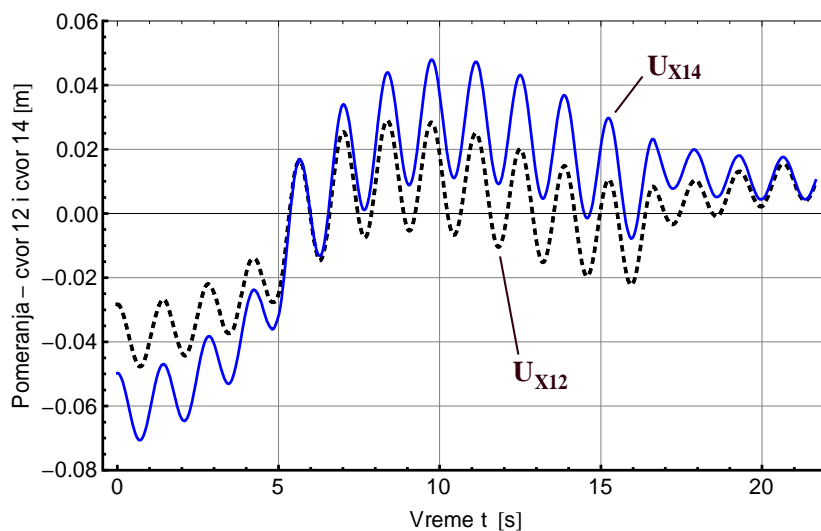
Na ovom modelu, a saglasno graficima sa slike 7.17 i slike 7.18 mogu se izdvojiti čvor 1 (slobodni kraj prepusta dizalice) i čvor 7 (sredina rasponog dela dizalice) kao karakteristična mesta na strukturi dizalice za analizu odziva jer se ekstremi vertikalnog pomeranja javljaju za ta dva čvora, a horizontalna pomeranja su ista za sve čvorove staze strukture zbog velike aksijalne krutosti elemenata. Na sledećoj slici prikazana su vertikalna pomeranja čvorova 1 i 7.



**Slika 7.19.** Vertikalna pomeranja čvora 1,  $U_{Y1}$  i čvora 7,  $U_{Y7}$ ;  $v_{m1}$

Najveća vertikalna pomeranja čvora 1 nastaju kada se teret nalazi na početku svog kretanja, tj. na slobodnom kraju prepusta, a najveće vertikalno pomeranje čvora 7 nastaje kada se teret nalazi na sredini rasponog dela nosača.

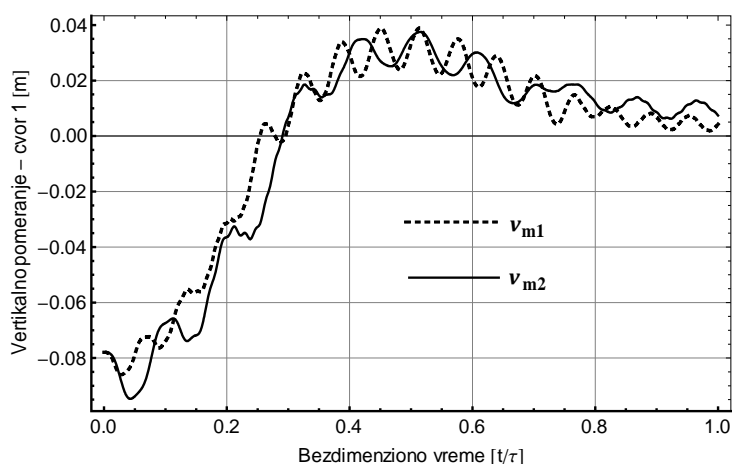
Na sledećoj slici prikazana su samo pomeranja u horizontalnom pravcu čvora 12 i čvora 14 jer vertikalna pomeranja imaju niske vrednosti (do 0,045 cm) zbog velike aksijalne krutosti elemenata.



**Slika 7.20** Horizontalno pomeranje čvora 12 i čvora 14,  $U_{X12}$  i  $U_{X14}$

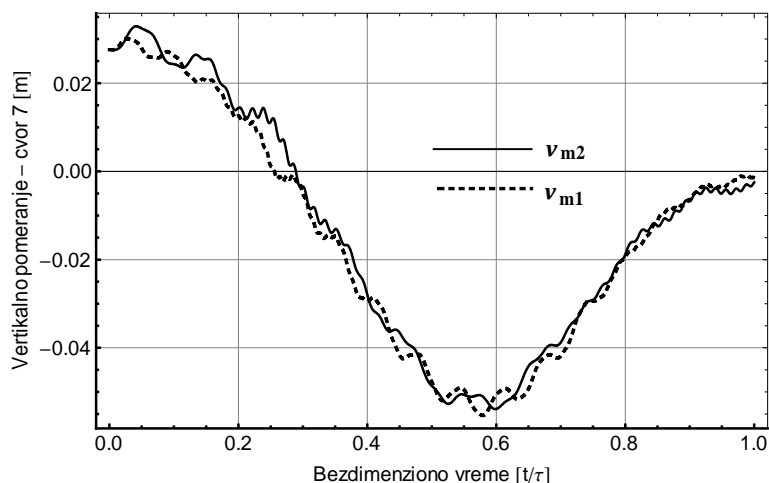
### 7.1.B.1 Uticaj brzine i ubrzanja kolica

Ovde su dobijeni odzivi strukture, pored korišćenja profila brzina  $v_{m1}$ , implemeniranjem profila brzina kretanja kolica  $v_{m2}$ , slika 7.1.B.

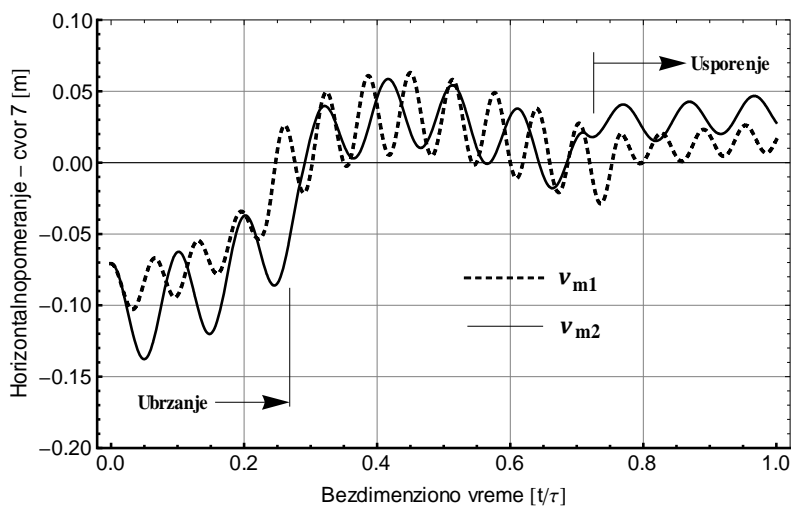


**Slika 7.21** Vertikalno pomeranje čvora 1;  $U_{Y1}$ ;  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$

Za pomenute profile brzina kretanja na slici 7.21 je dato vertikalno pomeranje čvora 1, na slici 7.22 vertikalno pomeranje čvora 7 i na slici 7.23 horizontalno pomeranje čvora 7.



**Slika 7.22** Vertikalno pomeranje čvora 7;  $U_{Y7}$ ;  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$



**Slika 7.23** Horizontalno pomeranje čvora 7;  $U_{X7}$ ;  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$

Analiza rezultata sa slika 7.21, 7.21 i 7.23 će biti izvršena uporedno sa rezultatima dobijenim statičkim proračunom za tri slučaja opterećenja: 1- vertikalna sila intenziteta 392,4 kN ( $=m_{ss} g$ ) deluje na slobodnom kraju prepusta (na čvoru 1); 2 - vertikalna sila intenziteta  $m_{ss} g$  deluje na sredini rasponog dela glavnog nosača (na čvoru 7); 3- horizontalna sila intenziteta  $\pm 50$  kN ( $= \pm m_{ss} a_2$ , pri čemu je  $a_2=1,25$  m/s<sup>2</sup>) deluje u čvoru 1.

**Tabela 7.7.** Prikaz rezultata za pomeranja čvora 1 i čvora 7

	Statički proračun				Pokretna masa	
	1: $m_{ss}$ g	2: $m_{ss}$ g	3: $\pm m_{ss} a_2$		$v_{m1}$	$v_{m2}$
$U_{X1}$	-7 cm	+2,15 cm	$\pm 3,42$ cm	Maks. $U_{X1}$	-10,3 cm	-13,78 cm
$U_{Y1}$	-7,8 cm	+2,75 cm	$\pm 0,9$ cm	Maks. $U_{Y1}$	-8,6 cm	-9,47 cm
$U_{Y7}$	+2,75 cm	-5,27 cm	$\mp 0,27$ cm	Maks. $U_{Y7}$	-5,53 cm	-5,38 cm

Maksimalno pomeranje staze u horizontalnom pravcu iznosi 13,78 cm i nastaje pri kretanju mase profilom brzina  $v_{m2}$ . S obzirom da se ova vrednost javlja pri početku kretanja može se izvršiti njeno poređenje sa rezultatima statičkog proračuna prema slučajevima 1 i 3. Kako je sumarna vrednost prema ovim slučajevima opterećenja 10,42 cm (tabela 7.7), vrednost od 13,78 cm predstavlja povećanje od 32,2 %. Takođe, najveća vrednost za  $U_{X1}$  pri kretanju kolica profilom  $v_{m2}$  (13,78 cm) je veća za 33,7 % od vrednosti 10,3 cm koja se dobija pri  $v_{m1}$ .

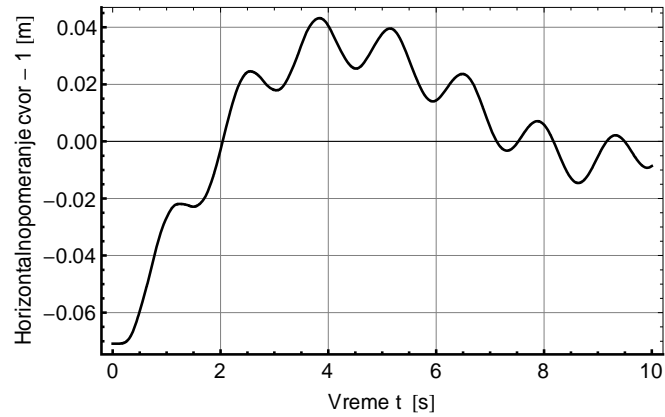
Grafici vertikalnog pomeranja čvora 1 ( $U_{Y1}$ , slika 7.21) pokazuju *mala* odstupanja u amplitudama u periodima ubrzanja i usporenja, a najveća vrednost ovog pomeranja od 9,47 cm, pri kretanju profilom brzina  $v_{m2}$ , predstavlja povećanje od 10,1 % u odnosu na odgovarajuću vrednost (8,6 cm) pri  $v_{m1}$ . Najveće vertikalno pomeranje čvora 1 (9,47 cm) pri  $v_{m2}$  predstavlja povećanje od 8,85 % u odnosu na vrednost sumarnog vertikalnog pomeranja pri statičkom proračunu prema slučajevima 1 i 3, a koja iznosi od 8,7 cm.

Pomeranja sredine rasponog dela glavnog nosača prema profilima brzina kretanja  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$ ,  $U_{Y7}$  (slika 7.22), pokazuju veoma male razlike. Najveća vrednost, pri  $v_{m1}$ , iznosi 5,53 cm i predstavlja povećanje od 4,9 % u odnosu na vrednost dobijenu statičkim proračunom (5,27 cm) prema slučaju opterećenja 2.

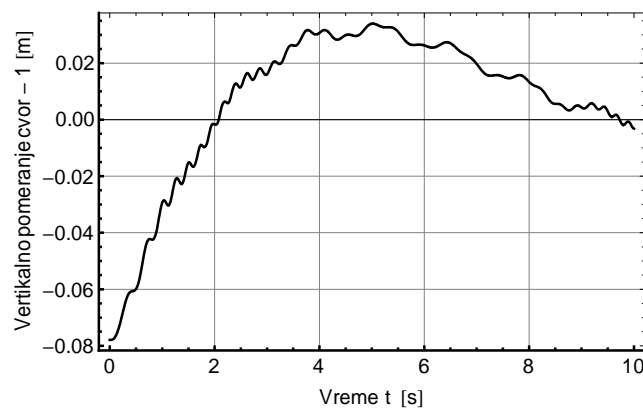
### Odzivi strukture usled kretanja kolica konstantnom brzinom

Rešavanjem j-ne (6.7) pri čemu se koristi da je ubrzanje jednako nuli, tj.  $\ddot{x}_m = \ddot{x} = 0$ , a položajem mase na strukturi određenim sa  $x_m(t) = v t$ , dobija se odziv strukture pri kretanju kolica konstantnom brzinom. Vremenski korak, za ovaj slučaj, iznosi  $\Delta t = 0,005$  s.

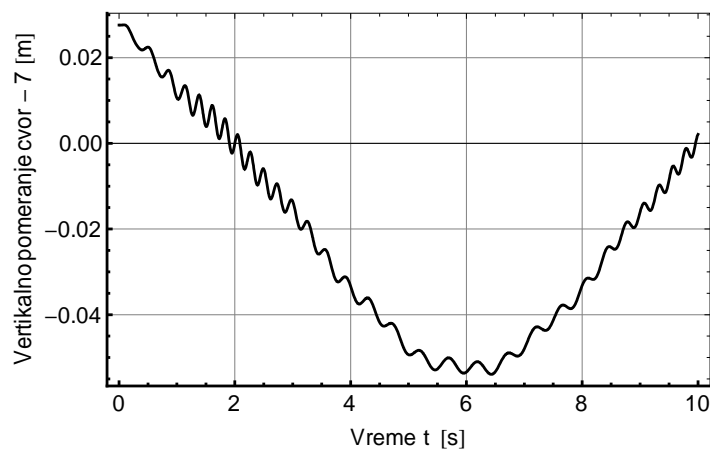
Za vrednost brzine od  $v = 5 \text{ m/s} = \text{const.}$ , prikazani su horizontalno pomeranje čvora 1, vertikalno pomeranje čvora 1 i vertikalno pomeranje čvora 7 na slikama 7.24, 7.25 i 7.26, respektivno.



**Slika 7.24.** Horizontalno pomeranje čvora 1- $U_{X1}$ ,  $v=5 \text{ m/s}=\text{const.}$



**Slika 7.25.** Vertikalno pomeranje čvora 1- $U_{Y1}$ ,  $v=5 \text{ m/s}=\text{const.}$

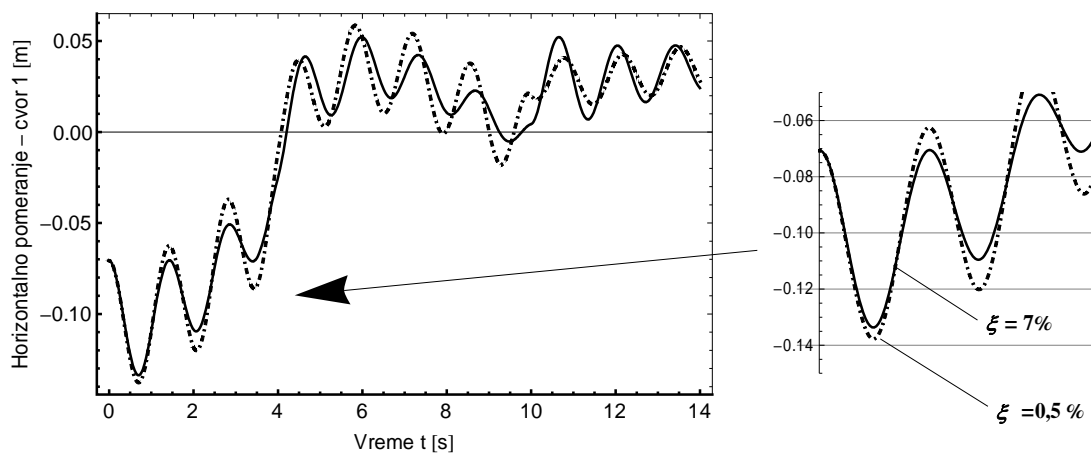


**Slika 7.26.** Vertikalno pomeranje čvora 7- $U_{Y7}$ ,  $v=5 \text{ m/s}=\text{const.}$

Najveće pomeranje za  $U_{X1}$  na početku kretanja iznosi 7 cm i odgovara vrednosti dobijenoj statičkim proračunom za slučaj 1 (tabela 7.7), što se može zaključiti i za najveće pomeranje  $U_{Y1}$  koje u ovom slučaju iznosi 7,8 cm. Pomeranje  $U_{Y7}$  dostiže svoj maksimum od 5,4 cm kada se kolica nalaze na sredini rasponog dela nosača što predstavlja povećanje od 2,4 % u odnosu na vrednost dobijenu statičkim proračunom za slučaj opterećenja 2 (tabela 7.7).

### 7.1.B.2 Uticaj prigušenja u strukturi

Na slici 7.27 prikazano je horizontalno pomeranje čvora 1- $U_{X1}$ , pri kretanju kolica profilom brzina kretanja  $v_{m2}$ , a prigušenje pored inicijalnog (0,5 %) iznosi 7 %. Pri ovom prigušenju, najveća vrednost ovog pomeranja iznosi 13,36 cm što predstavlja smanjenje od 3,1 % u odnosu na vrednost za prigušenje od 0,5 % (tabela 7.6).



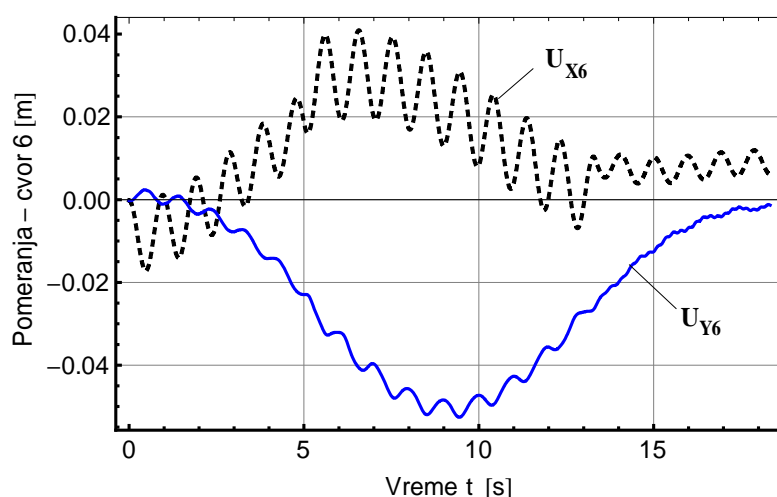
Slika 7.27. Horizontalno pomeranje čvora 1,  $v_{m2}$ ;  $\xi = 0,005$  i  $\xi = 0,07$

## 7.2 ODZIV MODELA POKRETNOG OSCILATORA

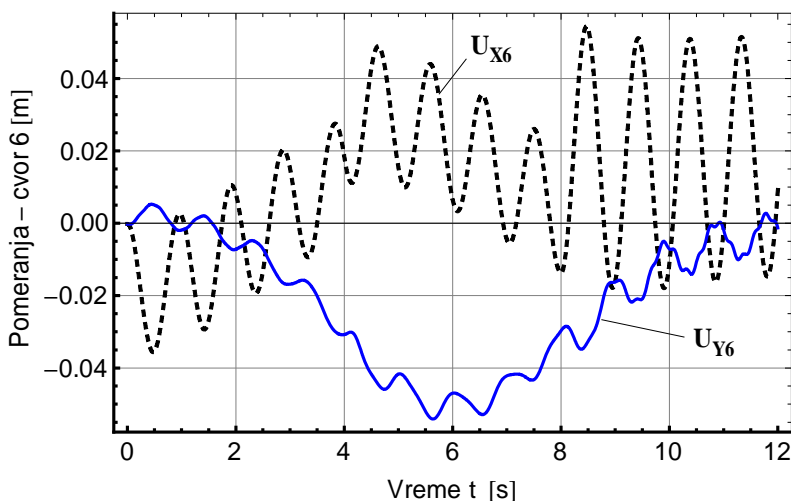
Odzivi modela portalne dizalice prema modelu pokretnog oscilatora se dobijaju rešavanjem j-ne (6.17).

### 7.2.A. ANALIZA ODZIVA - MODEL A

Prvo se razmatra odziv modela A, tabela 7.1. Ukupna masa  $m_{ss}=60$  t je podeljena na masu kolica  $m_1=3$  t i masu vitla i tereta  $m_{23}=57$  t. Inicijalna krutost opruge u modelu iznosi  $k=10^9$  N/m. Na slici 7.28 su prikazana pomeranja čvora 6 pri profilu brzina kretanja  $v_{m1}$ , a na slici 7.29 za  $v_{m2}$ .



**Slika 7.28.** Pomeranja čvora 6,  $v_{m1}$ ;  $k=10^9$  N/m



**Slika 7.29.** Pomeranja čvora 6,  $v_{m2}$ ;  $k=10^9$  N/m

U tabeli 7.8 su prikazani rezultati za najveća pomeranja čvora 6, u horizontalnom i vertikalnom pravcu.



**Tabela 7.8.** Prikaz rezultata za pomeranja čvora 6

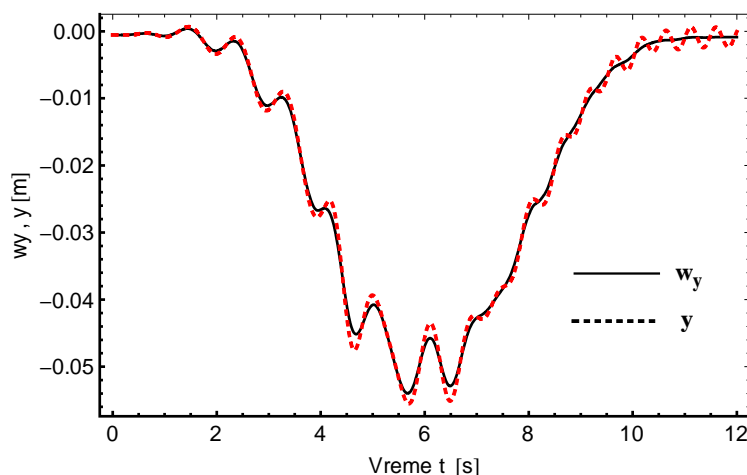
	Pokretni oscilator	
	$v_{m1}$	$v_{m2}$
Maks. $U_{X6}$	4 cm	5,44 cm
Maks. $U_{Y6}$	-5,25 cm	-5,41 cm

Poređenjem sa vrednostima iz tabele 7.4 može se primetiti poklapanje rezultata. Kako i grafici sa slika 7.28 i 7.29 odgovaraju graficima na slikama 7.7 i 7.8 može se zaključiti, sa aspekta odziva strukture, da nema razlike između modela pokretnog oscilatora i modela pokretne mase.

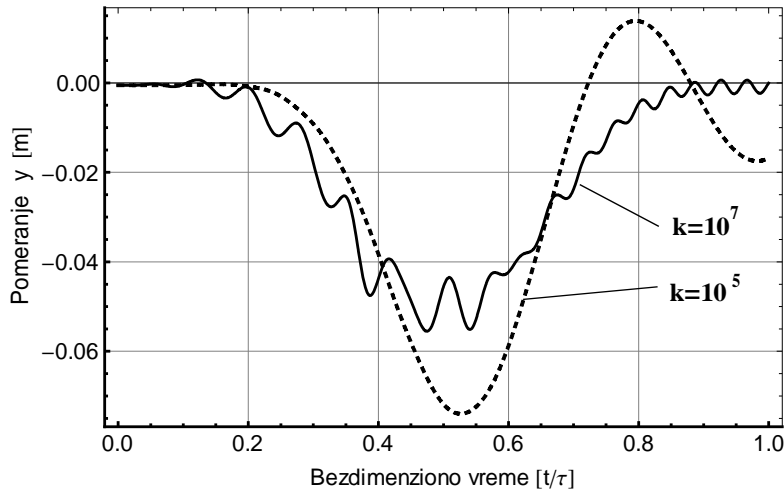
### 7.2.A.1. Uticaj krutosti opruge

Određivanjem svih pomeranja čvorova strukture, moguće je odrediti vertikalno pomeranje duž staze u funkciji vremena, tj. odrediti  $w_y$  preko j-ne (5.25). Na taj način dobija se vertikalno pomeranje tačke na strukturi koja se nalazi iznad tereta  $m_{23}$  koji se pomera u vertikalnom pravcu sa koordinatom  $y$ .

Na slici 7.30 su prikazani  $w_y$  i  $y$ , kada se razmatra profil brzina kretanja  $v_{m1}$ , a koeficijent krutosti opruge iznosi  $k=10^7$  N/m. Primetna su veoma mala odstupanja ovih dvaju pomeranja.

**Slika 7.30.** Pomeranje  $y$  i  $w_y$ ;  $v_{m2}$ ;  $k=10^7$  N/m

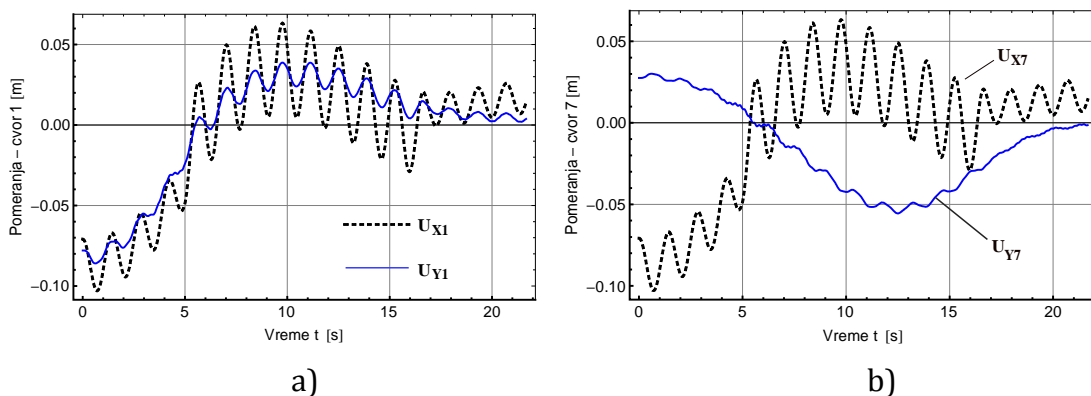
Smanjivanjem vrednosti krutosti opruge sa  $k=10^7$  N/m na vrednost od  $k=10^5$  N/m, dobija se uporedni prikaz pomeranja  $y$  (slika 7.31). Primetno je odstupanje oblika ovih grafika.



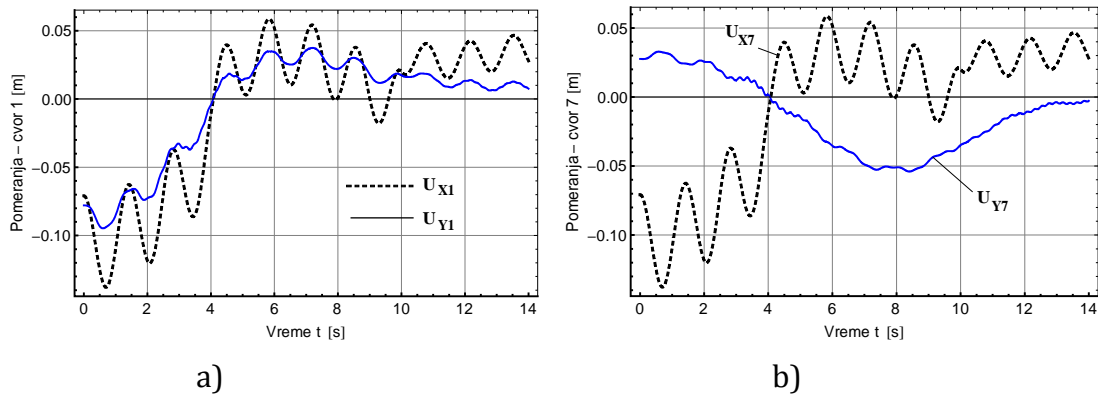
**Slika 7.31.** Pomeranje  $y$ ;  $v_{m2}$ ;  $k=10^5$ ,  $k=10^7$  N/m

## 7.2.B ANALIZA ODZIVA - MODEL B

Ovde se razmatra model B, tabela 7.2. Masa kolica iznosi  $m_1=2$  t, a masa vitla i tereta  $m_{23} = 38$  t. Inicijalno, krutost opruge u modelu je  $k = 10^9$  N/m. Na slici 7.32 prikazana su pomeranja čvora 1 i čvora 7, pri kretanju kolica profilom brzina  $v_{m1}$ , a na slici 7.33 su data ova pomeranja pri kretanju kolica profilom brzina  $v_{m2}$ .



**Slika 7.32.** Pomeranja a) čvora 1, b) čvora 7;  $v_{m1}$ ;  $k=10^9$  N/m

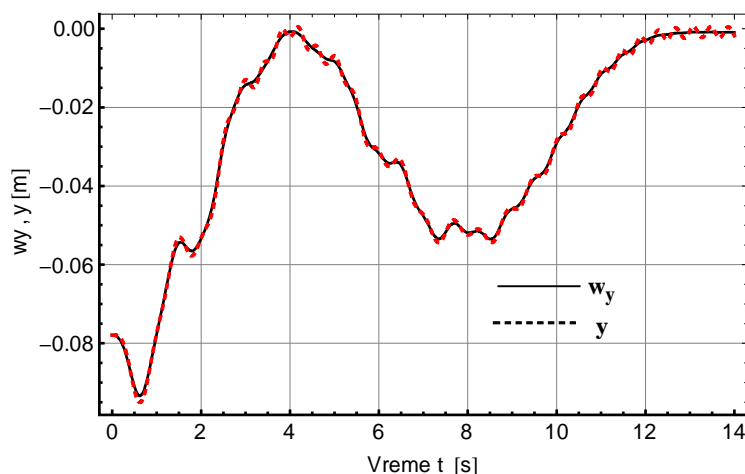


**Slika 7.33** Pomeranja a) čvora 1, b) čvora 7;  $v_{m2}$ ;  $k=10^9$  N/m

Pomeranja sa slike 7.32 su identična odgovarajućim pomeranjima datim na slikama 7.18 i 7.19, a pomeranja sa slike 7.33 su identična odgovarajućim na slikama 7.26 i 7.27, na osnovu čega se može zaključiti da nema razlika u odzivima prema modelu pokretnog oscilatora i modelu pokretne mase.

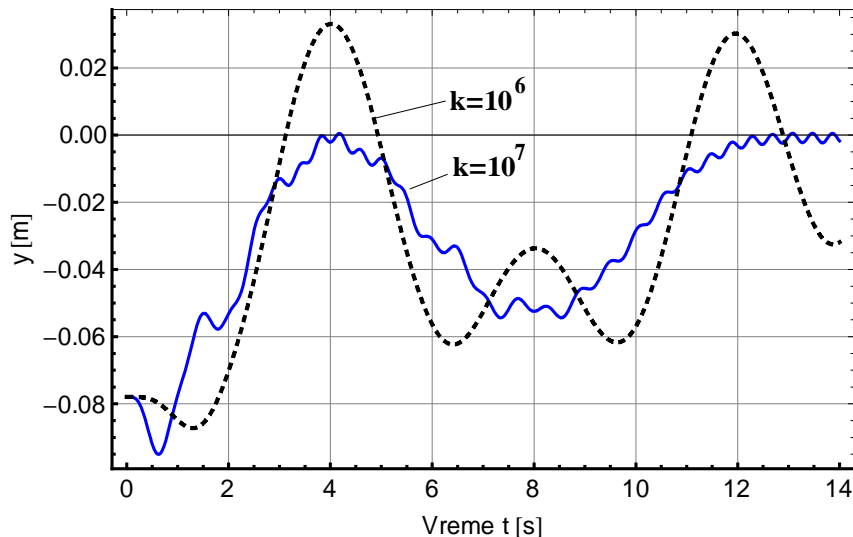
### 7.2.B.1 Uticaj krutosti opruge

Ukoliko se razmatra profil brzina kretanja  $v_{m2}$ , i koeficijent krutosti  $k=10^7$  N/m, uporedni prikaz pomeranja  $w_y$  i  $y$  je dat na slici 7.34. Veoma male razlike između ovih dijagrama potvrđuju da se ovešena masa ponaša kao i tačka na stazi strukture ispod koje se masa nalazi, pri ovoj krutosti opruge.



**Slika 7.34.** Pomeranje  $y$  i  $w_y$ ,  $v_{m2}$ ;  $k=10^7$  N/m

Daljim smanjivanjem krutosti opruge do vrednosti  $k=10^6$  N/m dolazi do povećanja pomeranja  $y$ , a primetna su velika odstupanja od dijagrama za krutost od  $k=10^7$  N/m, slika 7.35.



**Slika 7.35** Uticaj krutosti opruge na pomeranje  $y$ ;  $v_{m2}$ ;  $k=10^7$  N/m,  $k=10^6$  N/m

## 7.3 ODZIV MODELA POKRETNOG OSCILATORA SA KLATNOM

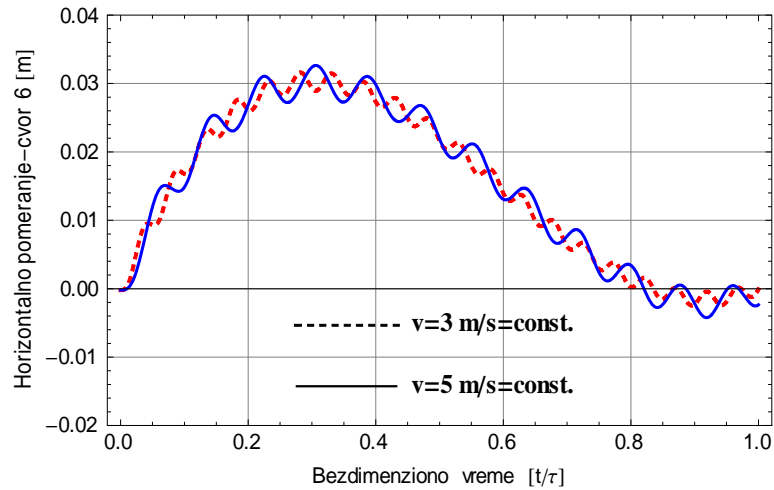
Odzivi modela portalne dizalice prema modelu pokretnog oscilatora sa klatnom se dobijaju rešavanjem j-ne (6.34).

### 7.3.A. ANALIZA ODZIVA - MODEL A

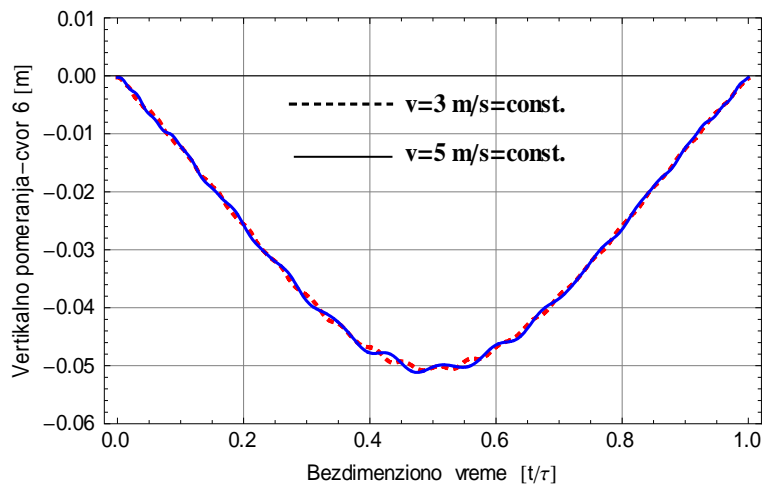
Određivanje odziva modela A, tabela 7.2, je izvršeno sa podelom ukupne mase  $m_{ss}$  na masu kolica  $m_1=3$  t, masu vitla  $m_2=5$  t i masu tereta  $m_3=52$  t.

#### 7.3.A.1 Odziv sistema usled kretanja kolica konstantnom brzinom

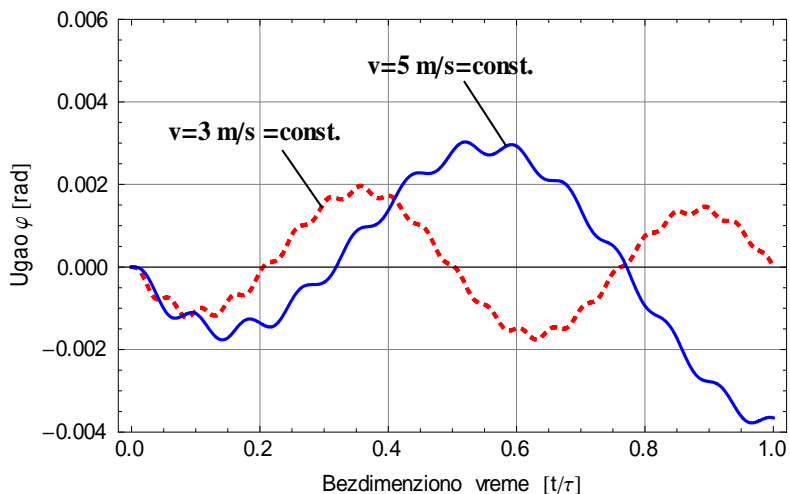
Ovde su dobijeni odzivi sistema usled kretanja kolica konstantnom brzinom, za vrednosti brzina  $v=3$  m/s i  $v=5$  m/s. Usvojena je krutost opružnog elementa u sistemu kolica,  $k=10^9$  N/m, a dužina užetnog sistema iznosi  $L_u=12$  m. Na slici 7.36. prikazana su pomeranja čvora 6 i promena ugla klaćenja  $\varphi$ .



a)



b)



c)

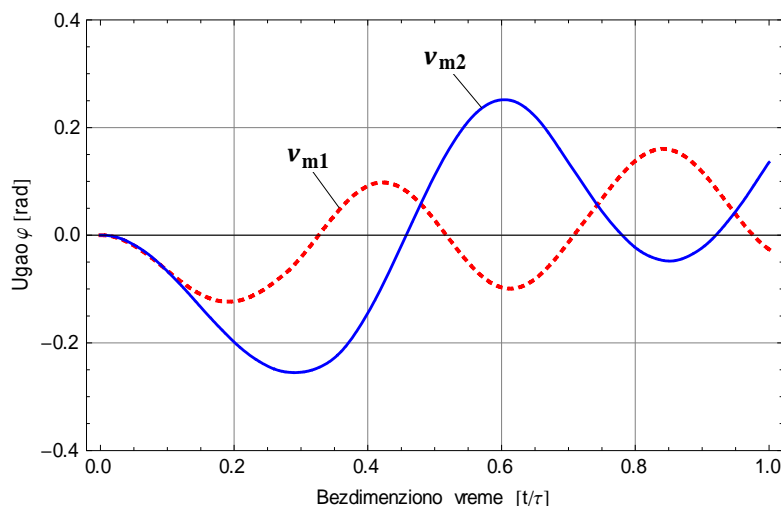
**Slika 7.36.** a) Horizont. pomeranje čvora 6,  $U_{X6}$ , b) Vertik. pomeranje čvora 6,  $U_{Y6}$ , c) Ugao klačnja  $\varphi$ ;  $v = \text{const.} = 3 \text{ m/s}$  i  $v = \text{const.} = 5 \text{ m/s}$

Vertikalno pomeranje središnjeg čvora glavnog nosača, slika 7.36.b, pokazuje neznatna odstupanja za navedene konstantne brzine, sa vrednostima koje su veoma bliske vrednostima sa slike 7.11. Vrednosti ugla klaćenja tereta pokazuju rast amplitude za veću brzinu kolica, slika 7.36.c, a maksimalna vrednost koja se javlja na kraju kretanja iznosi 0,004 rad ( $0,23^\circ$ ) predstavlja neznatan otklon što nema uticaja na dinamiku tereta i njegovo pozicioniranje. Minimalna odstupanja nastaju kod horizontalnog pomeranja središnjeg čvora, tj. horizontalnih pomeranja čvorova staze, slika 7.36.a. Primetan je rast amplitude za veću brzinu kretanja kolica, ali se i ovo može zanemariti u odnosu na vrednost statičkih pomeranja.

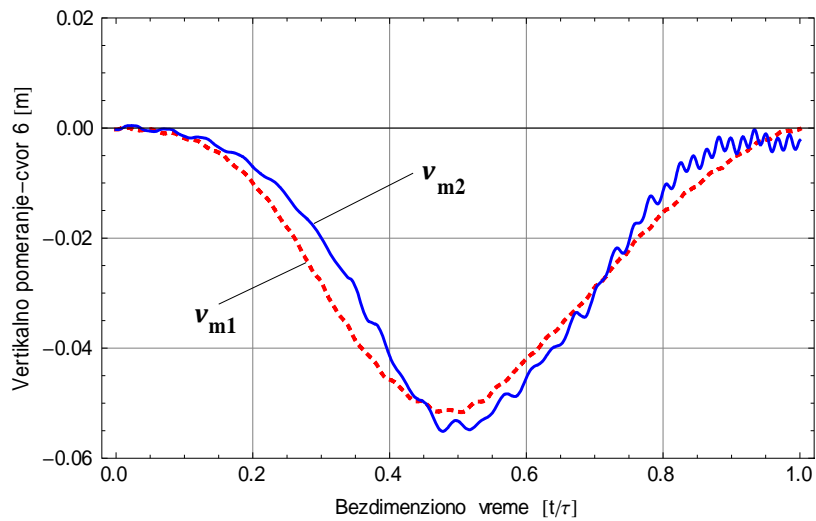
### 7.3.A.2. Uticaj brzine i ubrzanja kolica

Ovde se određuju odzivi pri kretanju kolica profilima brzina  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$ , slika 7.1.a. Krutost opružnog elementa u sistemu kolica iznosi  $k = 10^9$  N/m, a dužina užetnog sistema iznosi  $L_u = 12$  m.

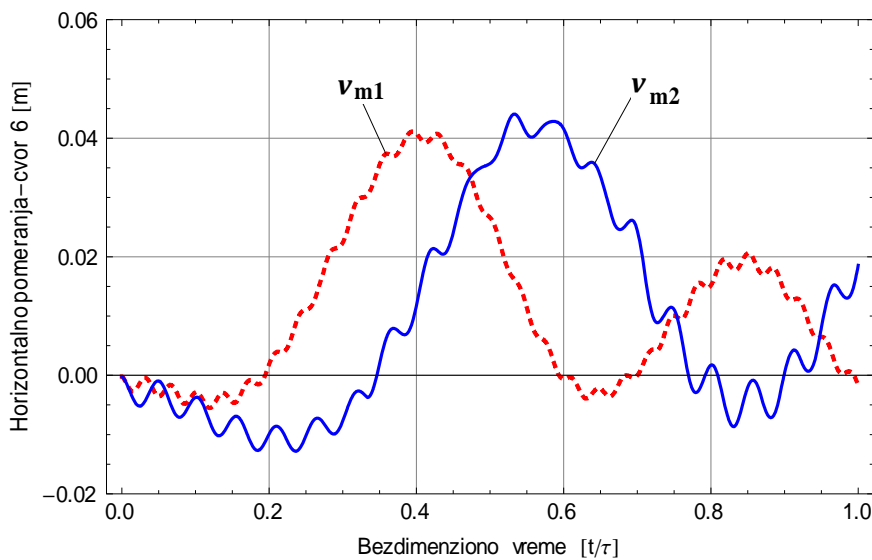
Na slici 7.37. prikazana je promena ugla klaćenja tereta, a na slikama 7.38 i 7.39 prikazani su vertikalno i horizontalno pomeranje čvora 6, respektivno.



**Slika 7.37.** Promena ugla klaćenja  $\varphi$ ;  $v_{m1}$ ,  $v_{m2}$



**Slika 7.38.** Vertikalno pomeranje čvora 6,  $U_{Y6}$ ;  $v_{m1}$ ,  $v_{m2}$



**Slika 7.39.** Horizontalno pomeranje čvora 6,  $U_{X6}$ ;  $v_{m1}$ ,  $v_{m2}$

U tabeli 7.9 prikazane su maksimalne vrednosti koordinata  $\varphi$ ,  $U_{Y6}$ ,  $U_{X6}$ , za profile brzina kretanja  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$ . Ugao  $\varphi$  dostiže vrednost od  $0,25 \text{ rad}$  ( $\approx 14,3^\circ$ ) što predstavlja povećanje od 56 % u odnosu na njegovu najveću vrednost za  $v_{m1}$  ( $9,1^\circ$ ). Najveća vrednost za  $U_{Y6}$  iznosi 5,51 cm što predstavlja povećanje od 6,7 % u odnosu na vrednost za  $v_{m1}$ .

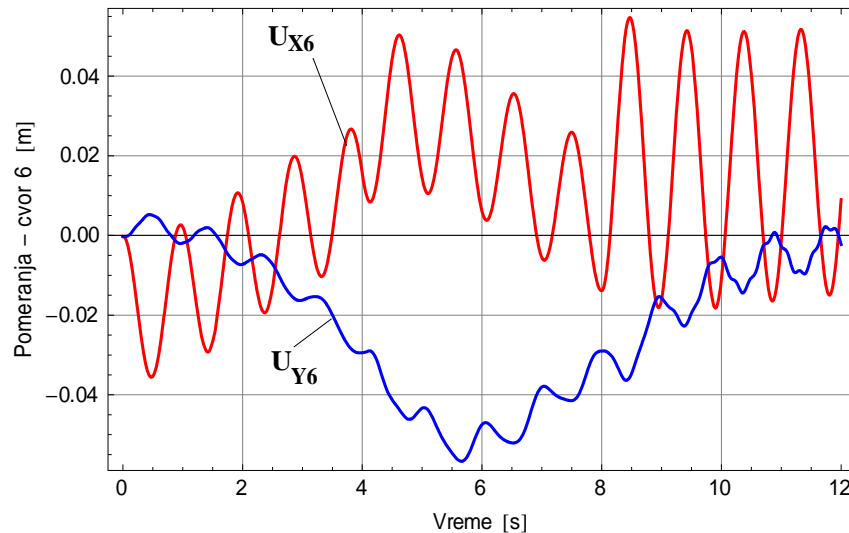
**Tabela 7.9.** Maksimalne vrednosti pomeranja koordinata

	$v_{m1}$	$v_{m2}$
Ugao $\varphi$	0,16 rad	0,25 rad
Maks. $U_{Y6}$	-5,16 cm	-5,51 cm
Maks. $U_{X6}$	4,1 cm	4,4 cm

Maksimalno pomeranje za  $U_{X6}$  iznosi 4,4 cm, tabela 7.5, i predstavlja *malo* povećanje u odnosu na vrednost za  $v_{m1}$  (4,1 cm). Međutim, poređenjem oblika grafika za  $U_{X6}$  i  $U_{Y6}$  za model pokretnog oscilatora sa klatnom i za model pokretne mase, slike 7.7 i 7.8 može se primetiti da vertikalno pomeranje  $U_{Y6}$  ima slične grafike, a horizontalno pomeranje  $U_{X6}$  veoma različite grafike. Postavkom horizontalne sile koja deluje na strukturu, izraz (5.52), može se izdvojiti njen član koji predstavlja uticaj klaćenja tereta

$$P_{x\varphi} = m_3 L_u (\ddot{\varphi} \cos \varphi - (\dot{\varphi})^2 \sin \varphi) \quad (7.1)$$

Izostavljanjem ovog uticaja, tj. zanemarivanjem ovog izraza u jednačini (6.34), za  $v_{m2}$ , dobijaju se odzivi strukture  $U_{X6}$  i  $U_{Y6}$  prikazani na slici 7.40.

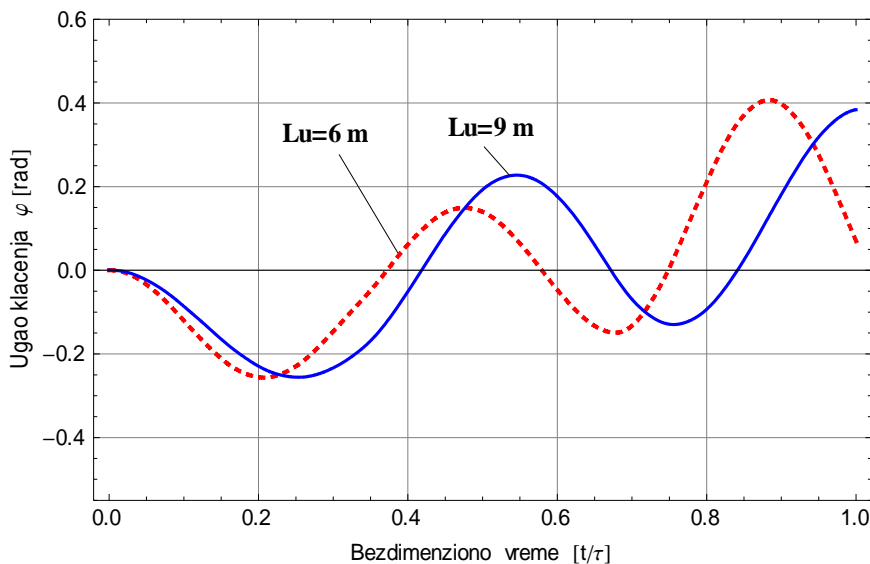
**Slika 7.40.** Pomeranja čvora 6,  $U_{X6}$  i  $U_{Y6}$ ;  $v_{m2}$ ; zanemareno  $P_{x\varphi}$ 

Ovako dobijeni grafici, slika 7.41, odgovaraju graficim za  $U_{X6}$  i  $U_{Y6}$  na slikama 7.7 i 7.8.



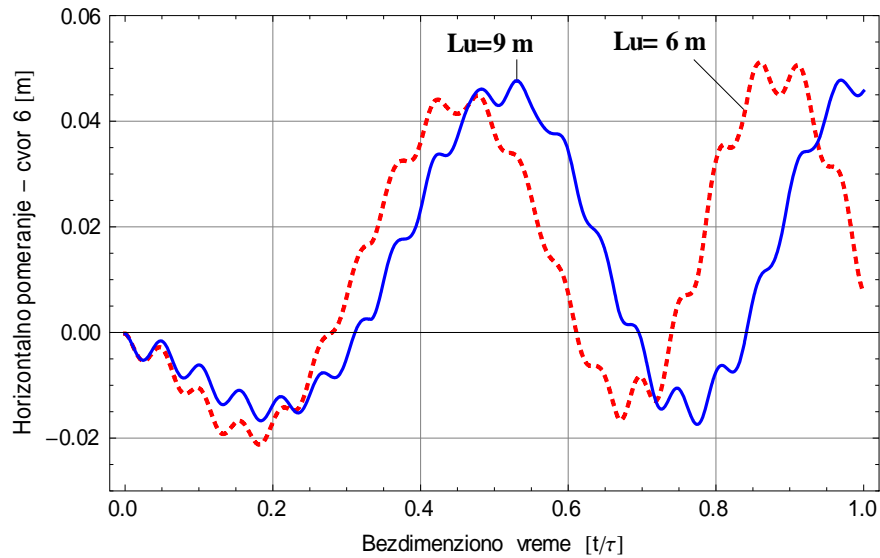
### 7.3.A.3. Uticaj dužine užetnog sistema

Ovde se razmatraju odzivi sistema za različite dužine užetnog sistema ( $L_u$ ), s obzirom da ova veličina ima uticaja na promenu perioda oscilovanja klatna. Grafici ugla klaćenja za dužine užetnog sistema za  $L_u = 6$  m i  $L_u = 9$  m su prikazani na slici 7.41. Kolica se kreću profilom  $v_{m2}$ . Za matematičko klatno, prema gore navedenim dužinama i izrazu  $T_i = 2\pi/\sqrt{g/L_{ui}}$ , periodi oscilovanja bi iznosili  $T_1 = 4,94$  s, i  $T_2 = 6,03$  s.



**Slika 7.41.** Promena ugla klaćenja  $\varphi$ ;  $v_{m2}$ ;  $L_u = 6$  m,  $L_u = 9$  m

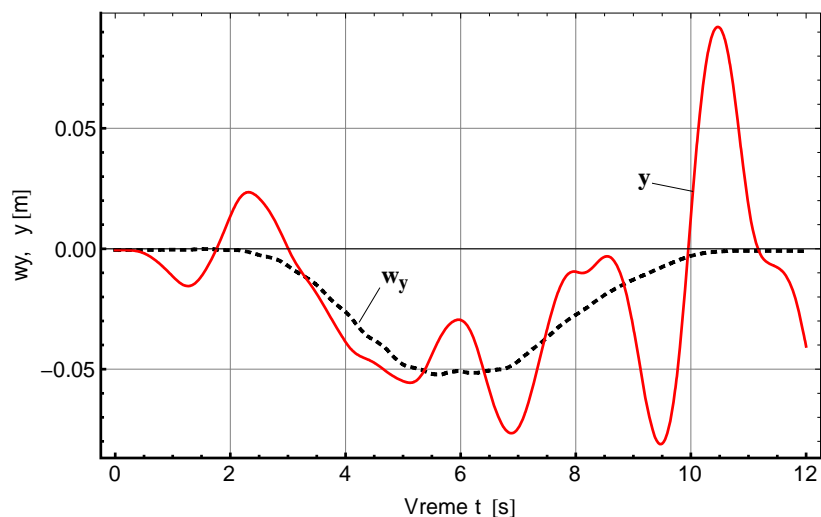
Ugao klaćenja dostiže vrednost od 0,4 rad ( $\approx 23^\circ$ ) što predstavlja veliku vrednost kod dizalica. S obzirom na zaključke da klaćenje tereta utiče najviše na horizontalna pomeranja (poglavlje 7.3.A.2), na sledećoj slici prikazano je pomeranje  $U_{x6}$  za navedene dužine užetnog sistema.



**Slika 7.42.** Horizontalno pomeranje čvora 6 -  $U_{X6}$ ;  $v_{m2}$ ;  $L_u=6$  m,  $L_u=9$  m

#### 7.3.A.4. Uticaj krutosti opruge

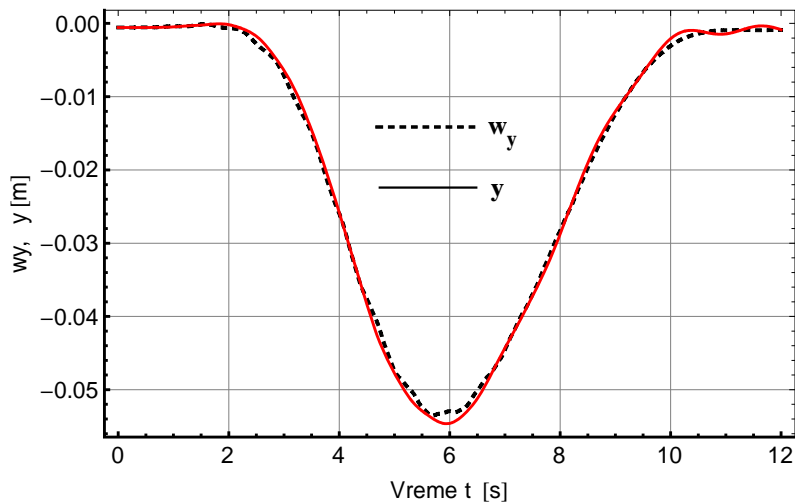
Ovde se razmatra slučaj kada je krutost opruge  $k=10^7$  N/m, a kolica se kreću profilom  $v_{m2}$ , za minimalnu dužinu užeta od  $L_u=6$  m. Na slici 7.43 prikazana su pomeranja  $w_y$  i  $y$ , u ovom slučaju.



**Slika 7.43.** Pomeranje  $w_y$  i  $y$ ,  $k=10^7$  N/m;  $v_{m2}$ ;  $L_u=6$  m

Koordinata  $y$  pokazuje velika odstupanja u odnosu na vertikalno pomeranje duž staze  $w_y$ , za razliku od karaktera dijagrama prikazanog na slici 7.31, i dostiže vrednost od 9 cm pri kraju ciklusa kretanja.

Ukoliko se izraz  $P_{S\varphi} = m_3 L_u (\ddot{\varphi} \sin \varphi + (\dot{\varphi})^2 \cos \varphi)$  zanemari u jednačinama (6.20) i (6.34), na sledećoj slici je prikazan grafik za  $y$  i  $w_y$  dobijen preko (6.39). S obzirom da se grafici neznatno razlikuju, može se zaključiti da odziv za koordinatu  $y$  na slici 7.43 predstavlja uticaj klaćenja tereta.



**Slika 7.44** Pomeranje  $w_y$  i  $y$ ,  $k=10^7$  N/m;  $v_{m2}$ ;  $L_u=6$  m; zanemareno  $P_{S\varphi}$

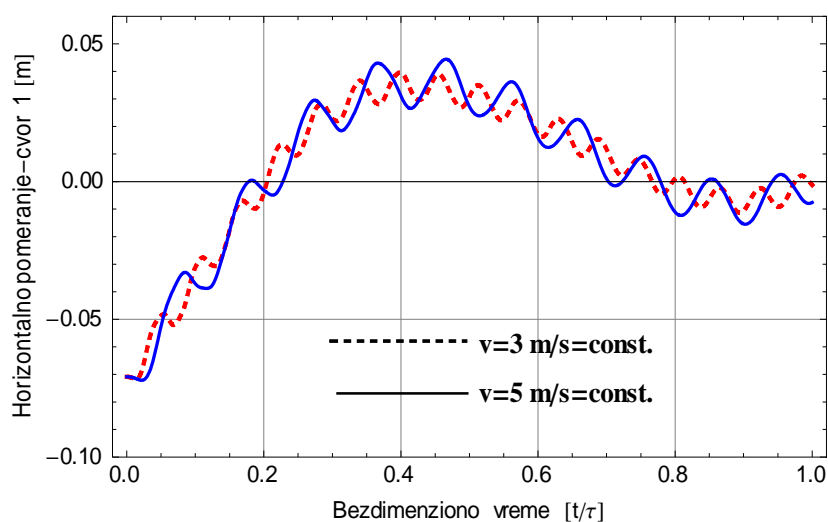
### 7.3.B ANALIZA ODZIVA - MODEL B

Masa kolica je podeljena na masu kolica  $m_1=2$  t, masu vitla  $m_2=4$  t i masu tereta  $m_3=34$  t.

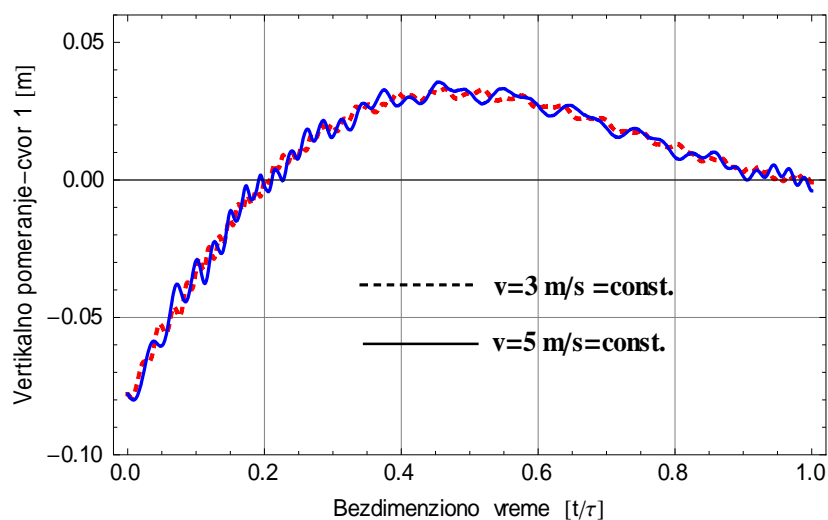
#### 7.3.B.1 Odziv sistema usled kretanja kolica konstantnom brzinom

Ovde su dobijeni odzivi sistema usled kretanja kolica konstantom brzinom, za vrednosti brzina  $v=3$  m/s i  $v=5$  m/s. Za ovaj slučaj usvojena je krutost opružnog elementa u sistemu kolica od  $k=10^9$  N/m, a dužina užetnog sistema iznosi  $L_u=10$ . Na slici 7.45 su prikazana pomeranja čvora 1, čvora 7 i promena ugla klaćenja  $\varphi$ .

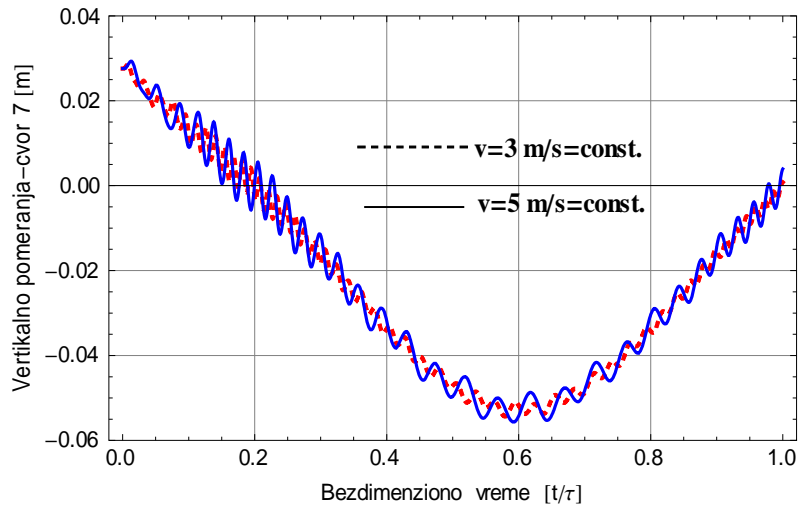
Vertikalno pomeranje čvora 1, slika 7.45.b, pokazuje neznatna odstupanja za navedene konstantne brzine, sa vrednostima koje su veoma bliske vrednostima sa slike 7.25. Vertikalno pomeranja središnjeg čvora rasponog dela glavnog nosača, slika 7.45.c, takođe pokazuje mala odstupanja. Ugao klaćenja tereta, slika 7.45.d, pokazuje odstupanja za navedene brzine, ali maksimalna vrednost od  $0,0073 \text{ rad}$  ( $0,42^\circ$ ) predstavlja neznatan otklon i može se reći da nema uticaja na dinamiku tereta i njegovo pozicioniranje. Sva pomeranja sa slike 7.45 pokazuju povećanje amplitude sa povećanjem brzine na  $v=5 \text{ m/s}$ , a najveće povećanje ima horizontalno pomeranje čvora 1 (cele staze). Maksimalna vrednost ovog pomeranja iznosi  $7,21 \text{ cm}$  kada se teret nalazi na prepustu i  $3,96 \text{ cm}$  kada se tereta nalazi na rasponom delu nosača.



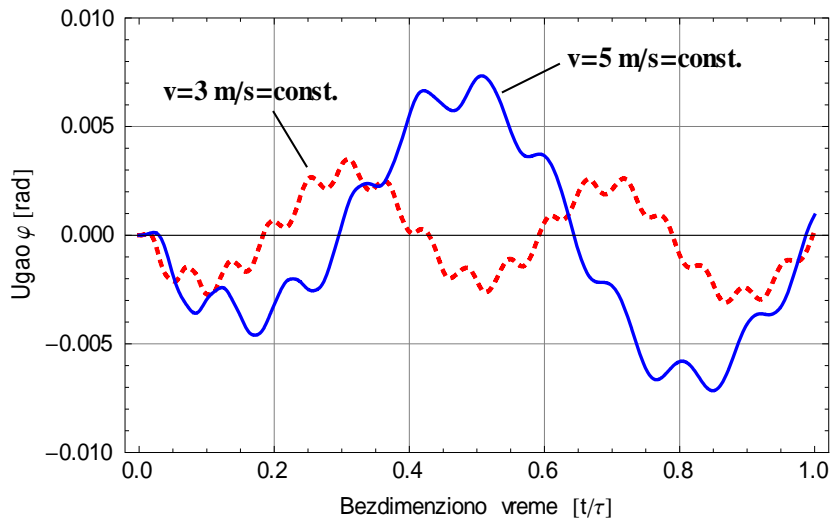
a)



b)



c)

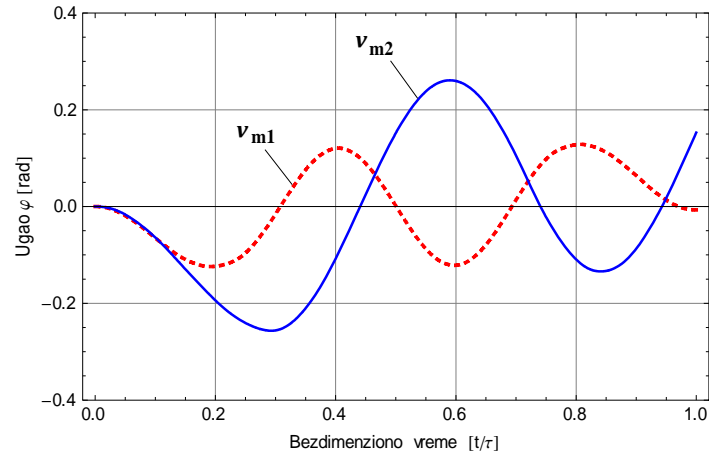


d)

**Slika 7.45.** Pomeranja sistema, a) Horiz. pomeranje čvora 1- $U_{X1}$ , b) Vertikalno pomeranje čvora 1 -  $U_{Y1}$ , c) Vertikalno pomeranje središnjeg čvora rasponog dela glavnog nosača -  $U_{Y7}$ , d) Ugao klaćenja tereta  $\varphi$  ;  $v = \text{const.} = 3 \text{ m/s}$ ,  $v = \text{const.} = 5 \text{ m/s}$

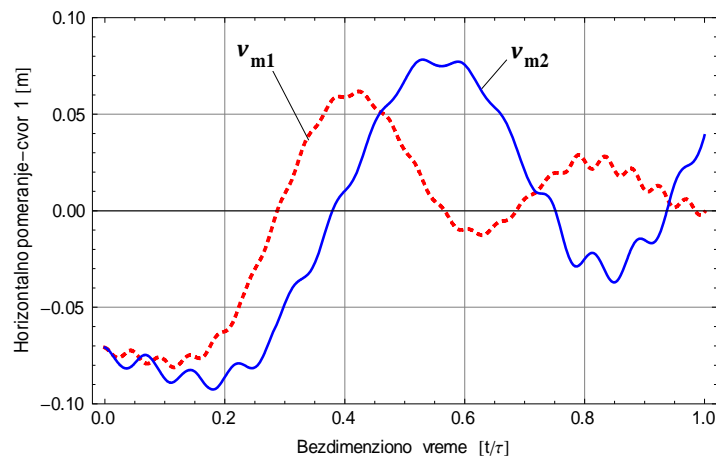
### 7.3.B.2. Uticaj brzine i ubrzanja kolica

Razmatraju se odzivi sistema usled kretanja kolica profilima brzina  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$ , slika 7.1.a. Na slici 7.46 je prikazana promena ugla klaćenja, pri čemu se vrednosti povećavaju sa porastom brzina i ubrzanja.

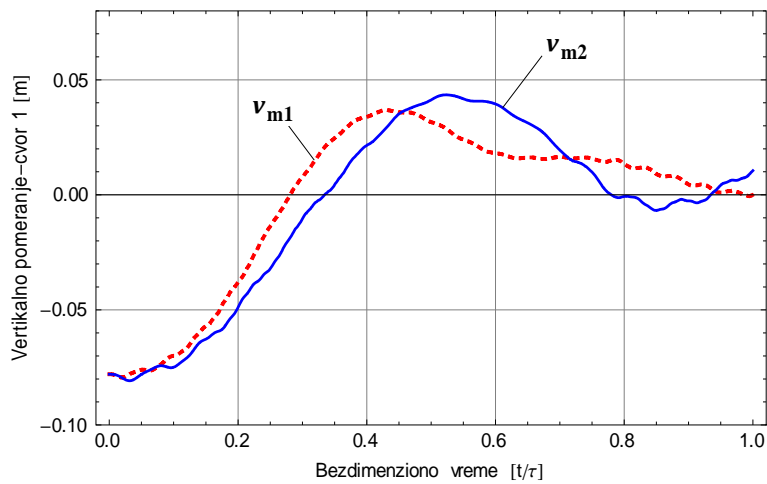


**Slika 7.46.** Promena ugla klaćenja,  $\varphi$ ;  $v_{m1}$ ,  $v_{m2}$

Na slikama 7.47 i 7.48 prikazani su vertikalno i horizontalno pomeranje čvora 1, respektivno.

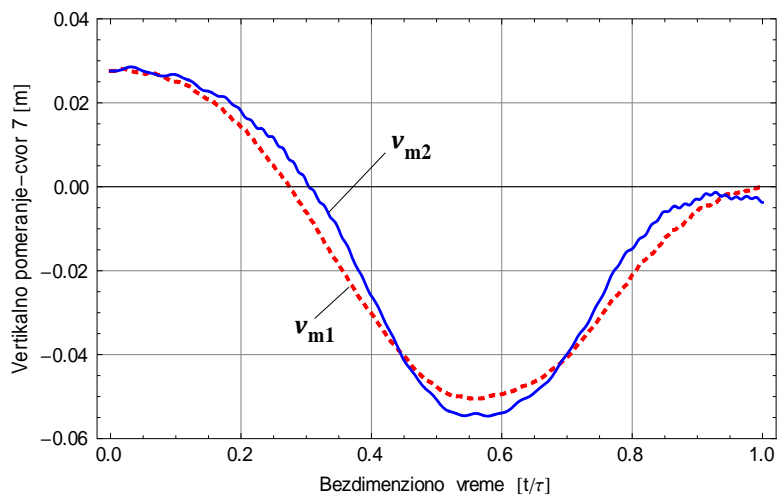


**Slika 7.47.** Horizontalno pomeranje čvora 1;  $v_{m2}$ ,  $v_{m1}$



**Slika 7.48.** Vertikalno pomeranje čvora 1;  $v_{m2}$ ,  $v_{m1}$

Na slici 7.49 je dato vertikalno pomeranje središnjeg čvora rasponog dela glavnog nosača, tj. čvora 7.



**Slika 7.49.** Vertikalno pomeranje čvora 7;  $v_{m2}$ ,  $v_{m1}$

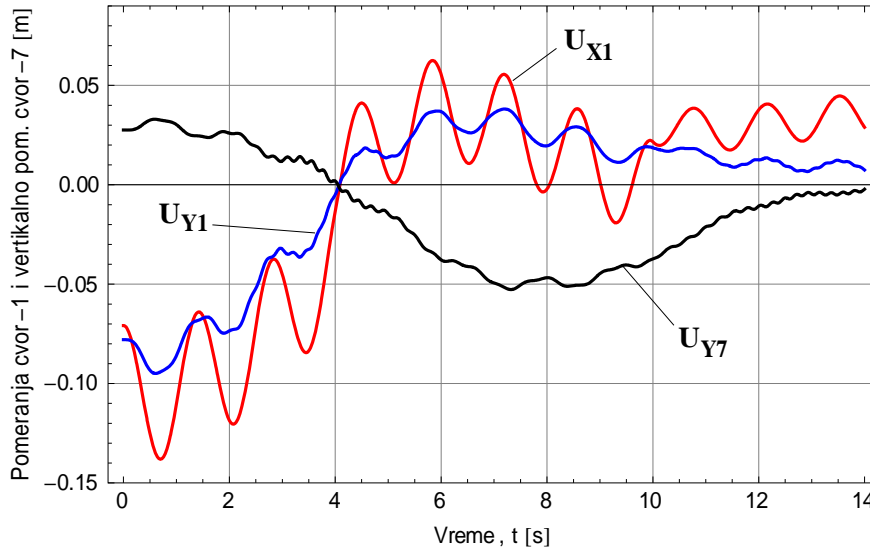
U tabeli 7.10 prikazane su maksimalne vrednosti koordinata  $\varphi$ ,  $U_{X1}$ ,  $U_{Y1}$ ,  $U_{Y7}$ , za profile brzina  $v_{m1}$  i  $v_{m2}$ .

**Tabela 7.10.** Maksimalne vrednosti pomeranja koordinata

	$v_{m1}$	$v_{m2}$
Ugao $\varphi$	0,128 rad	0,26 rad
Maks. $U_{X1}$	-8,11 cm	-9,25 cm
Maks. $U_{Y1}$	-7,93 cm	-8,07 cm
Maks. $U_{Y7}$	-5,04 cm	-5,46 cm

Ugao  $\varphi$  dostiže vrednost od 0,26 rad ( $14,9^\circ$ ) što predstavlja povećanje od 103 % u odnosu na vrednost za  $v_{m1}$  ( $7,33^\circ$ ). Maksimalno pomeranje za  $U_{X1}$  iznosi 9,25 cm i prestavlja povećanje od 14 % u odnosu na vrednost za  $v_{m1}$ . Takođe, pomeranje  $U_{X1}$ , kada se kolica nalaze na rasponom delu nosača, dostiže vrednost od 7,82 cm (slika 7.47) za  $v_{m2}$ , a 6,17 cm za  $v_{m1}$ . Maksimalna pomeranja  $U_{Y1}$  nastaju u trenutku kada se kolica nalaze na slobodnom kraju prepusta, a kada se kolica nalaze na rasponom delu nosača ova pomeranja iznose 4,34 cm za  $v_{m2}$  i 3,68 cm za  $v_{m1}$ .

Na slici 7.50 su prikazani odzivi karakterističnih čvorova strukture pri čemu su rezultati dobijeni izostavljanjem izraza (7.1) u jednačini (6.34), za  $v_{m2}$ .



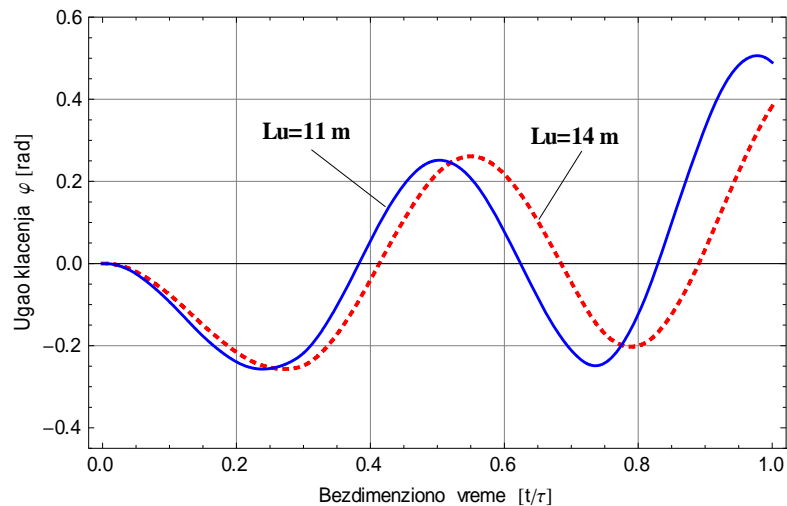
**Slika 7.50.** Pomeranja  $U_{X1}$ ,  $U_{Y1}$  i  $U_{Y7}$ ;  $v_{m2}$ ; zanemareno  $P_{x\varphi}$

U ovom slučaju, grafici za pomeranja  $U_{X1}$ ,  $U_{Y1}$ ,  $U_{Y7}$  odgovaraju graficima prikazanim na slikama 7.21, 7.22 i 7.23.

### 7.3.B.3. Uticaj dužine užetnog sistema

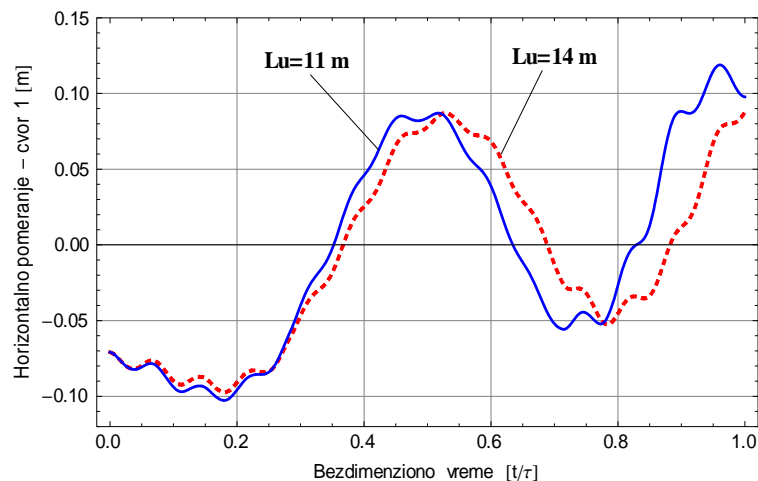
Razmatranje odziva sistema za različite dužine užetnog sistema je izvršeno za  $L_u=14$  m i  $L_u=11$  m. Kolica se kreću profilom brzina  $v_{m2}$ , a krutost opruge u sistemu kolica iznosi  $k=10^9$  N/m. Za matematičko klatno, prema dužinama  $L_{u1}=14$  m i  $L_{u2}=11$  m i izrazu  $T_i = 2\pi/\sqrt{g/L_{ui}}$ , periodi oscilovanja bi iznosili  $T_1=7,5$  s i  $T_2=6,64$  s. Grafici ugla klaćenja su prikazani na sledećoj slici.





**Slika 7.51.** Promena ugla klaćenja  $\varphi$ ;  $v_{m2}$ ;  $k=10^9$  N/m;  $L_u=14$  m i  $L_u=11$  m

Ugao klaćenja, pri dužini užetnog sistema od 11 m, dostiže vrednost od 0,5 rad ( $\approx 28,6^\circ$ ) što predstavlja veliki otklon tereta.



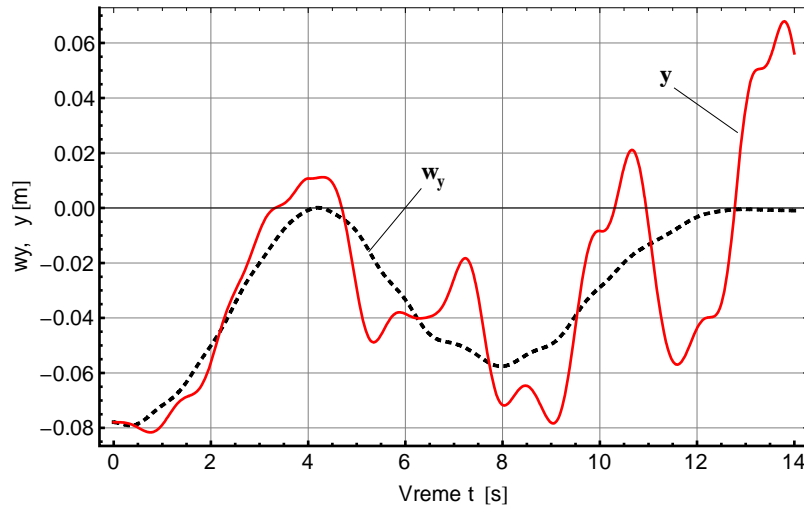
**Slika 7.52.** Horizontalno pomeranje čvora 1;  $L_u=14$  m i  $L_u=11$  m

Najveća vrednost horizontalnog pomeranja čvora 1, za  $L_u=11$  m, iznosi 11,88 cm i nastaje u trenutku kada i klaćenje tereta dostiže svoju najveću vrednost, slika 7.45.

Niže vrednosti dužine užetnog sistema bi generisale još veće vrednosti ovih pomeranja, ali ovo nema praktičnog značaja zbog postojanja mehanizama za sprečavanje klaćenja tereta koji svoju funkciju obavljaju upravo na malim dužinama užetnog sistema.

### 7.3.B.4 Uticaj krutosti opruge

Za parametre sistema koji su postavljeni u prethodnom poglavlju,  $L_u=11$  m i profil brzina kretanja  $v_{m2}$ , dodatno se razmatra odziv sistema kada je krutost opruge  $k=10^6$  N/m.



Slika 7.53 Pomeranje  $w_y$  i  $y$ ,  $k=10^6$  N/m;  $v_{m2}$ ;  $L_u=11$  m

Koordinata  $y$  pokazuje velika odstupanja u odnosu na vertikalno pomeranje  $w_y$  i dostiže vrednost od 6,8 cm pri kraju ciklusa kretanja.

# 8

## ZAKLJUČAK

U disertaciji se analizira dinamičko ponašanje konstrukcije portalne dizalice usled dejstva kolica kao pokretnog opterećenja. U užem smislu, razmatrane su portalne dizalice za kontejnerske terminale zbog visokih performansi ovih mašina koje se ogledaju u velikim rasponima, dohvatima, visinama dizanja, a posebno zbog izuzetnih brzina kretanja kolica.

Oscilacije ramovskih struktura su nedovoljno opisane u literaturi iz oblasti dinamike konstrukcija. Zbog toga je u ovom radu izvršeno određivanje karakteristične jednačine poprečnih oscilacija ravanske ramovske strukture sa jednim prepustom preko sistema elastičnih tela tipa prizmatične grede. Određene su prve tri frekvencije za pretpostavljene geometrijske varijante, tabela 3.1, koje mogu poslužiti u budućim istraživanjima iz ove oblasti kao verifikaciona podloga za određivanje frekvencija modela.

U savremenoj literaturi koja je usko povezana sa predmetom istraživanja u ovoj disertaciji, prezentovan je kombinovani pristup za postavljanje jednačina kretanja sistema. U ovom radu je kombinovani pristup takođe usvojen za formiranje modela portalnih dizalica i objašnjen u potpunosti. Za razliku od koncepta svođenja složene strukture na jednostavne modele uz veliki broj aproksimacija koje dovode u pitanje tačnost rešenja, pristup u ovoj disertaciji daje mogućnost razmatranja strukture u celoj svojoj složenosti. Pored toga, eksplicitno su prikazani algoritmi za određivanje karakterističnih matrica sa elementima promenljivim u vremenu, glava 5, čime jedan od doprinosa ovog rada predstavlja i razvoj kombinovanog pristupa problemima dinamike dizalica.

Prema usvojenoj koncepciji formirana su dva konačnoelementna modela strukture portalne dizalice koja predstavljaju dva osnovna konstrukciona tipa ovih dizalica. Kolica su razmatrana preko tri modela na osnovu čega su i formirani modeli sistema kao model pokretne mase, model pokretnog oscilatora i model pokretnog oscilatora sa klatnom. Dinamička interakcija između kolica i strukture je definisana za svaki od modela. Konačnoelementi modeli struktura su definisani preko odgovarajućih matrica, u analitičkom obliku. Kombinovanjem sa dinamičkim modelima kolica preko dinamičke interakcije ovih dvaju modela postavljene su diferencijalne jednačine kretanja sistema. Za sva tri modela postavljene jednačine su drugog reda sa promenljivim koeficijentima u vremenu, a za model pokretnog oscilatora sa klatnom dobijena je nelinearna diferencijalna jednačina.

Matematički model sistema prezentovan u ovom radu kao pokretni oscilator sa klatnom predstavlja nadgradnju postojećih savremenih modela sistema u problemima pokretnog opterećenja jer je pored transverzalnih i podužnih oscilacija elemenata strukture i inercijalnih efekata masa pokretnog sistema uzeto u obzir i sledeće: elastičnost u konstrukciji kolica ili prisustvo opruge u sistemu kolica i uticaj klaćenja tereta.

U ovom radu je kretanje kolica uključeno kroz trapezni profil brzina kretanja, slika 4.11, kojim je obuhvaćeno i ubrzanje i usporenje kolica. Razmotren je, takođe, i slučaj kretanja kolica konstantnom brzinom na modelima pokretne mase i pokretnog oscilatora sa klatnom. Rezultati i napomene iz poglavlja 7.1.A.1 i 7.1.B.1, ukazuju da je najveće vertikalno pomeranje strukture identično a najveće horizontalno pomeranje približno odgovarajućim pomeranjima dobijenim statičkim proračunom. Dodatno, u poglavljima 7.3.A.1 i 7.3.B.1 su dobijeni odzivi usled kretanja kolica konstantnom brzinom  $v=3$  m/s i  $v=5$  m/s, gde se pored navedenih pomeranja dobijaju zanemarljive vrednosti za klaćenje tereta. S obzirom da većina radova iz oblasti pokretnog opterećenja pretpostavlja kretanje kolica konstantnom brzinom, ovde je potrebno zaključiti sledeće:

- Sa pretpostavkom kretanja kolica konstantnom brzinom **do 5 m/s**, što predstavlja inače ekstremnu performansu kod dizalica, **nije potrebno** uvoditi problem pokretnog opterećenja u analizu dinamičkog ponašanja dizalica

Rezultati iz poglavlja 7.1.A.2 i 7.1.B.2 ukazuju da povećanje strukturalnog prigušenja u KE modelu struktura dovodi do smanjenja amplituda horizontalnih pomeranja. Iako se ovo može smatrati povoljnim uticajem na konstrukciju, potrebno je napomenuti da bi slične analize trebalo da budu praćene eksperimentalnom verifikacijom, a posebno razmatranjem novih materijala ili dizajnom veza u strukturi kojim bi se povećalo strukturalno prigušenje što može predstavljati osnovu za dalja istraživanja iz oblasti dizalica. Generalno, za uobičajene vrednosti strukturalnog prigušenja (do 2 %), može se zaključiti da ovaj uticaj nije potrebno uključiti u analizu dinamičkog ponašanja dizalica.

Uticaj krutosti opruge u sistemu kolica ili elastičnost konstrukcije kolica, poglavlja 7.2.A.1 i 7.2.B.1, na pomeranja staze je zanemarljiv, a bitan samo za vertikalno pomeranje tereta. Kako ova poslednja napomena važi samo za vrednosti koeficijenta krutosti koji predstavlja nerealan podatak kod dizalica, može se zaključiti da nije potrebno razmatrati ovaj uticaj u modelima portalnih dizalica, a samim tim i model pokretnog oscilatora je od malog značaja.

Sa uvođenjem ekstremnih performansi kolica, nominalnom brzinom od  $v_{nom}=5\text{m/s}$  i ubrzanjem/usporenjem  $a=1,25\text{ m/s}^2$ , odzivi strukture dobijeni pomoću modela pokretne mase pokazuju:

- Povećanje performansi kretanja kolica ima *slab* uticaj na vertikalna pomeranja strukture, i samim tim nije potrebno razmatrati ovaj slučaj pri uobičajenom dokazu deformacija strukture.
- Ovaj uticaj je najveći i veoma bitan za horizontalna pomeranja strukture, pri čemu maksimalne vrednosti ovih pomeranja mogu biti veće od vertikalnih pomeranja.

Ovo je pokazano i analizom rezultata pomoću modela pokretnog oscilatora sa klatnom, poglavlja 7.3.A.2 i 7.3.B.2, gde se pored ovih zaključaka može primetiti i povećanje klaćenja tereta sa povećanjem performansi kretanja kolica.

Ovaj matematički model, **(6.34)**, **obezbeđuje adekvatan odgovor sistema**, jer pokazuje dvojaki uticaj povećanja ubrzanja, tj. povećanje ubrzanja utiče na povećanje dinamičkih veličina klatna koji se dalje odražavaju na

horizontalno pomeranje strukture menjajući pritom karakter pomeranja koji se dobija ako se zanemari ovaj uticaj. Zbog toga, ovaj model ima najveći značaj od svih postavljenih modela, kako u ovom radu, tako i odnosu na modele iz literature [44,45]. Odzivi su dobijeni na modelima struktura koje predstavljaju realne konstrukcije, pa za razliku od modela prikazanim u [42,43], ovo se može izdvojiti kao **realan pristup** u problemima pokretnog opterećenja.

Vrednosti ugla klaćenja tereta dobijene, ovim, tzv. **numeričkim eksperimentom** potvrđuju da je primena mehanizama za sprečavanje njihanja tereta obavezna kod portalnih dizalica za kontejnerske terminale.

Matematički model pokretnog oscilatora sa klatnom se može primeniti i za druge tipove konstrukcije portalnog tipa (obalske kontejnerske dizalice, pretovarni mostovi) **kao osnova** (ne samo polazna) **za formiranje upravljačkih algoritama za kretanje kolica.**

# 9

## LITERATURA

- [1] Ostrić, D., Tošić, S.: Dizalice, Mašinski fakultet, Beograd, 2005.
- [2] Deutsche Bank Research, Container shipping: Successful turnaround.  
[http://www.dbresearch.com/PROD/DBR\\_INTERNET\\_EN-PROD/PROD000000000271589.pdf](http://www.dbresearch.com/PROD/DBR_INTERNET_EN-PROD/PROD000000000271589.pdf)
- [3] Georgijević, M: Pretovar kontejnera, skripte, FTN Novi Sad, 2011.
- [4] Bhimani, A.K., Hsieh, J.K.: Cranes to Serve Ship in the Slip Ceres Paragon Terminal, Amsterdam, Proc. of the Conference, PORTS '01, ASCE, section 30, chapter 3, Norfork, USA, 2001.
- [5] Krylov A.N.: Mathematical collection of Papers of the Academy of Sciences, Vol. 61, Peterburg, 1905.
- [6] Timoshenko S.P.: Forced vibration of Prismatic Bars (in Russian), Izvestiya Kievskogo politekhnicheskogo instituta, 1908.
- [7] Inglis C.E.: A Mathematical Treatise on Vibration in Railway Bridges, Cambridge University Press, 1934
- [8] Timoshenko S.P.: On the forced Vibrations of Bridges, Philosoph.Magazine, Ser. 6, 43, 1922.
- [9] Goldenblat I.I.: Some New Problems of Structural Dynamics (in Russian), Izvestiya AN SSSR, Otd.techn.nauk, No.6, 819-833,1950.
- [10] Bolotin V.V.: On the effect of a Moving Load on Bridges (in Russian), Trudy Moskovskogo instituta inzhenerov zheleznodorozhnogo transporta, Vol. 74, 269-296, 1950.

- [11] Fryba, L.: *Vibration of solids and structures under moving loads*, 3<sup>rd</sup> edition, Thomas Telford, 1999.
- [12] Olsson, M.: On the fundamental moving load problem, *Journal of Sound and Vibration*, 14 5 (2), 299-307, 1991.
- [13] Olsson, M.: *Analysis of structures subjected to moving loads*, Doctoral Thesis, Lund Institute of technology, Sweden, 1986.
- [14] Wu, J.J., Whittaker A.R., Cartmell M.P.: The use of finite element techniques for calculating the dynamic response of structures to moving loads, *Computers and Structures*, 78, 789-799, 2000.
- [15] Gašić, V., Zrnić N., Obradović A., Milovančević M.: Revisiting the use of finite element packages for moving load problem at bridge cranes, XIX International Conference MHCL 09, 71-74, 2009.
- [16] Pesterev A.V., Yang B., Bergman L.A., Tan C.A.: Revisiting the moving force problem, *Journal of Sound and Vibration* 261, 75-91, 2003.
- [17] Stokes G.G.: Discussion of a Differential Equation Relating to the Breaking of Railway Bridges. *Trans. Cambridge Philosoph. Soc.*, 8, Part 5, 1849.
- [18] Stanišić M.M., Harding J.C.: On the Response of Beams to an Arbitrary Number of Concentrated Moving Masses, *Journal of Franklin Institute*, Vol 287, No.2, 115-123, 1969.
- [19] Akin, J.E., Mofid, M.: Numerical solution for response of beams with moving mass, *Journal of Structural Engineering*. (1989), pp. 120-131.
- [20] Mofid, M., Akin J.E.: Discrete element response of beams with traveling mass, *Advances in Engineerign Software*, 25, 321-331, 1996.
- [21] Lee, H.P.: Dynamic Response of a Beam with a moving Mass, *Journal of Sound and Vibration*, 191 (2), 289-294, 1996.
- [22] Esmailzadeh, E., Ghorashi, M.: Vibration analysis of beams traversed by a moving mass, *Journal of Engineering* 8, 213-220, 1995.



- [23] Lee, U.: Separation Between the Flexible Structure and the Moving Mass Sliding on It, *Journal of Sound and Vibration*, 209 (5), 867-877, 1998.
- [24] Michaltsos, G.T., Kounadis, A.N.: The Effects of Centripetal and Coriolis Forces on the Dynamic Response of Light Bridges Under Moving Loads, *Journal of Vibration and Control*, 7, 315-326, 2001.
- [25] Michaltsos, G., Sophianopoulos, D., Kounadis, A.N.: The effect of a moving mass and other parameters on the dynamic response of a simply supported beam, *Journal of Sound and Vibration*. (1996); 191:357-362.
- [26] Michaltsos, G.T.: Dynamic Behaviour of a Single-Span Beam Subjected to Loads Moving with Variable Speeds, *Journal of Sound and Vibration*, 258 (2), 359-371, 2002.
- [27] Zrnić, N.: Uticaj kretanja kolica na dinamičko ponašanje obalskih kontejnerskih dizalica, Doktorska disertacija, Mašinski fakultet Beograd, 2005.
- [28] Zrnić, N., Hoffmann, K, Bošnjak, S.: Modelling of dynamic interaction between structure and trolley for mega container cranes, *Math. Comput. Model. Dyn. Syst.* 15(2009), pp. 295-311.
- [29] Zrnić, N., Bošnjak, S., Hoffmann, K.: Parameter sensitivity analysis of non-dimensional models of quayside container cranes, *Math. Comput. Model. Dyn. Syst.*, Vol. 16, No. 2, 2010, pp. 145-160.
- [30] Zrnić, N., Gašić, V., Obradović, A., Bošnjak, S.: Appropriate modeling of dynamic behaviour of quayside container cranes boom under a moving trolley. // Springer Proceedings in Physics 139, Vibration problems ICOVP 2011, pp.81-86.
- [31] Wu, J.J., Whittaker, A.R., Cartmell, M.P.: Dynamic responses of structures to moving bodies using combined finite element and analytical methods, *International Journal of Mechanical Sciences* 43, 2555-2579, 2001.
- [32] Clough, R.W., Penzien, J.: Dynamics of structures, McGraw-Hill, New York, 1993.

- [33] Wu, J.J.: Finite element analysis and vibration testing of a three-dimensional crane structure, *Measurements* 39, 740-749, 2006.
- [34] Gašić V., Znić N., Rakin M.: Consideration of a Moving Mass Effect on Dynamic Behaviour of a Jib Crane Structure, *Tehnički Vjesnik-Technical Gazette*, 19 (1), 115-121, 2012.
- [35] Lin, Y.-H., Tretheway, M. W.: Finite element analysis of elastic beams subjected to moving dynamic loads, *Journal of Sound and Vibration*, 136 (2), 323-342, 1990.
- [36] Rieker, J.R, Lin, Y-H., Tretheway, M.W.: Discretization considerations in moving load finite element beam models, *Finite Element in Analysis and Design* 21, 129-144, 1996.
- [37] Gašić, V., Zrnić, N., Obradović, A., Bošnjak, S.: Consideration of Moving Oscillator Problem in Dynamic Responses of Bridge Cranes, *FME Transactions*, 39(1), 17-24, 2011.
- [38] Stancioiu, D., Ouyang H., Mottershead, J.E.: Vibration of a beam excited by a moving oscillator considering separation and reattachment, *Journal of Sound and Vibration* 2310, 1128-1140, 2008.
- [39] Pesterev, A.V., Bergman, L.A., Tan, C.A, Tsao, T.-C., Yang, B.: On asymptotics of the solution of the moving oscillator problem, *Journal of Sound and Vibration* 260, 519-536, 2003.
- [40] Pesterev, A.V., Bergman, L.A., Tan, C.A, Tsao, T.-C., Yang, B.: Some recent results in moving load problems with application to highway bridges, *Proc Int Conf Motion Vib Control*, 6, Vol.1, K20-K27, 2002.
- [41] Bugaruč, U.: Prilog optimizaciji procesa istovara rasutih tereta u rečnim lukama, *Magistarska teza*, Mašinski fakultet u Beogradu, 1996.
- [42] Oguamanam, D. C. D., Hansen, J. S.: Dynamic response of an overhead crane system, *Journal of Sound and Vibration*, 213(5) (1998), pp. 889-906.

- [43] Oguamanam, D.C.D, Hansen, J.S., Heppler, G.R.: Dynamics of a three-dimensional overhead crane system, *Journal of Sound and Vibration*, 242(3), 411-426, 2001.
- [44] Wu, J.J.: Dynamic responses of a three-dimensional framework due to a moving carriage hoisting a swinging object, *International journal for numerical methods in engineering*, 59, 1679-1702, 2004.
- [45] Wu, J.J.: Transverse and longitudinal vibrations of a frame structure due to a moving trolley and the hoisted object using moving finite element, *International Journal of Mechanical Sciences* 50, 613-625, 2008.
- [46] Esen, I.: Dynamic response of a beam due to an accelerating moving mass using moving finite element approximation, *Mathematical and Computational Applications*, Vol.16, No.1, pp.171-182, 2011.
- [47] Georgijević, M., Bojanić, V., Bojanić, G., Novković M.: Container cranes for river ports, control and calculation of life time as the optimization base, *International conference MHCL 09, Belgrade*, pp. 53-60, 2009.
- [48] Yazid, E., Parman, S., Fuad, K.: Vibration Analysis of flexible Gantry Crane System Subjected Swinging Motion of Payload, *Journal of Applied Sciences*, 10, 1707-1715, 2011.
- [49] Younesian, D., Ghafoori, E., Sadeghpour, M.: Nonlinear vibration of a three-dimensional moving gantry crane subjected to a travelling trolley hoisting a swinging object, *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering*, Vol. 34, No. 3-4, pp. 333-350, 2010.
- [50] Vuković, J., Obradović, A.: *Linearne oscilacije mehaničkih sistema*, Mašinski fakultet u Beogradu, 2007.
- [51] Radosavljević, L.J.: *Teorija oscilacija*, Mašinski fakultet, Beograd, 1981.
- [52] Rašković, D.: *Teorija oscilacija*, Naučna knjiga, Beograd, 1957.
- [53] Meirovich, L.: *Elements of vibration analysis*, McGraw-Hill, 1986.

- [54] Gašić, V., Obradović, A., Petković, Z.: Mathematical modelling of the in-plane vibrations of portal cranes with FEM verification, *Machine Design* 2009, Novi Sad, Serbia, 2009., pp. 121-126
- [55] Karnovsky, I., Lebed, O.: *Formulas for structural dynamics*, McGraw-Hill, 2004.
- [56] Petković, Z., Ostrić, D.: *Metalne konstrukcije u mašingradnji*, Mašinski fakultet u Beogradu, 1996.
- [57] Petković, Z.: *Metalne konstrukcije u mašingradnji 2*, Mašinski fakultet u Beogradu, 2005.
- [58] Paz, M., Leigh, W.: *Structural dynamics, theory and computation*, Springer, 2004.
- [59] Spyrakos, C, Raftoyiannis, J.: *Linear and nonlinear finite element analysis in engineering practice*, Algor Inc. Pittsburgh, 1997.
- [60] Liu, G.R., Quek, S.S.: *The finite element method, a practical course*, Butterworth-Heinemann, 2003.
- [61] Przemieniecki, JS.: *Theory of Matrix Structural Analysis*, McGraw-Hill, New York, 1985.
- [62] Bath, KJ: *Finite element procedures in engineering analysis*, Prentice-Hall, 1982.
- [63] Georgijević, M.: *Dinamika dizalica, eksperimentalna i modelska analiza*, Zadužbina Andrejević, 1996.
- [64] Wolfram Mathematica 6 Documentation. <http://www.wolfram.com>
- [65] <http://www.csiberkeley.com/sap2000>
- [66] Spyrakos, C.: *Finite Element Modeling in Engineering Practice*, Algor, Inc., Pittsburgh, USA, 1994.
- [67] Ognjanović, M.: *Mašinski elementi*, Mašinski fakultet, Beograd, 2003.

## **BIOGRAFIJA AUTORA**

Vlada M. Gašić je rođen 8.10.1975. godine u Beogradu. Osnovnu i srednju školu (gimnazija-matematički smer) je završio u Kraljevu sa odličnim uspehom.

Mašinski fakultet u Beogradu je upisao 1994. godine. Diplomirao je 1999. godine na Katedri za mehanizaciju sa prosečnom ocenom 9,26. Diplomski rad iz oblasti transportnih mašina je odbranio sa ocenom 10. Kao student generacije 1994/95 dobitnik je plakete prof. dr Vojislav K. Stojanović.

Magistarske studije na Mašinskom fakultetu na smeru za mehanizaciju je upisao 1999. godine, a 2004. godine stekao je titulu magistra tehničkih nauka, odbranivši magistarsku tezu pod nazivom "Analiza dinamičkog ponašanja pretovarnih mostova za uglj u termoelektranama", urađenu pod mentorstvom prof. dr Zorana Petkovića.

U Institutu za mehanizaciju angažovan je 2000. godine kao istraživač-talenat. Na Katedri za mehanizaciju je izabran za asistenta-pripravnika 2001. godine. Na istoj katedri je izabran za asistenta 2005. godine i reizabran 2009. godine.

Tokom rada na Mašinskom fakultetu je bio angažovan u izvođenju nastave (vežbi) na sledećim predmetima: Metalne konstrukcije, Transportne mašine, Osnove metalnih konstrukcija u mašinogradnji, Računarsko projektovanje mašina za transport i mehanizaciju, Transportni uređaji i Mašinski elementi. Kao autor i saradnik učestvovao je u realizaciji više naučnih i stručnih radova, kao i projekata za privredu. Od 2006. godine poseduje licencu odgovornog projektanta transportnih sredstava, skladišta i mašinskih konstrukcija i tehnologije.

Vojni rok je odslužio 2002/03. godine. Aktivno govori engleski jezik i služi se francuskim jezikom. Oženjen je i otac je dve kćerke.

Прилог 1.

## Изјава о ауторству

Потписани **ВЛАДА М. ГАШИЋ**

број индекса

**Изјављујем**

да је докторска дисертација под насловом

### **ДИНАМИЧКА ИНТЕРАКЦИЈА НОСЕЋЕ СТРУКТУРЕ И КОЛИЦА ПОРТАЛНИХ ДИЗАЛИЦА ВИСОКИХ ПЕРФОРМАНСИ**

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

**Потпис докторанда**

У Београду, 01.07.2012.год.



---

мр Влада М. Гашић

Прилог 2.

## Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора **Влада М. Гашић**

Број индекса \_\_\_\_\_

Студијски програм \_\_\_\_\_

Наслов рада

**Динамичка интеракција носеће структуре и колица порталних дизалица  
високих перформанси**

Ментор **проф. др Ненад Зрнић**

Потписани мр Влада Гашић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

**Потпис докторанда**

У Београду, 01.07.2012. год.



мр Влада М. Гашић

Прилог 3.

## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

### **Динамичка интеракција носеће структуре и колица порталних дизалица високих перформанси**

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално

**3. Ауторство – некомерцијално – без прераде**

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима

5. Ауторство – без прераде

6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

**Потпис докторанда**

У Београду, 01.07.2012.год.



---

мр Влада М. Гашић



1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.