

UNIVERZITET U BEOGRADU

MAŠINSKI FAKULTET

Aleksandar M. Grbović

**ISTRAŽIVANJE ZAMORNOG VEKA
NOSEĆIH STRUKTURALNIH
ELEMENTATA IZRAĐENIH OD SUPER
LEGURA**

doktorska disertacija

Beograd, 2012

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Aleksandar M. Grbović

**INVESTIGATION OF FATIGUE LIFE IN
SUPERALLOYS STRUCTURAL
COMPONENTS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2012

Mentor doktorske disertacije

Dr Boško Rašuo, redovni profesor,
Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Članovi komisije za odbranu doktorske disertacije:

Dr Boško Rašuo, redovni profesor,
Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Dr Slobodan Gvozdenović, redovni profesor,
Saobraćajni fakultet Univerziteta u Beogradu

Dr Mirko Dinulović, docent
Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu

Datum odbrane:

ISTRAŽIVANJE ZAMORNOG VEKA NOSEĆIH STRUKTURALNIH ELEMENTATA IZRAĐENIH OD SUPER LEGURA

Rezime:

Istraživanja u oblasti loma usled zamora uglavnom su usmerena ka identifikaciji faktora od kojih zavisi ponašanje pod zamorom nosećih struktura, kao i proučavanju njihovih međusobnih odnosa. Različiti redosledi primene opterećenja, kombinovanje različitih tipova opterećenja, kao i materijali i njihova svojstva, najviše utiču na otpornost na zamor, pa se određivanje veka pod zamorom ne može sprovesti bez detaljne analize ovih parametara. Materijali poznati pod imenom super legure imaju izvanrednu čvrstoću i otpornost na puzanje (naročito pri visokim temperaturama), ali im otpornost na zamor i širenje prsline nisu jače strane. Pored toga, njihove zamorne karakteristike nisu lako dostupne kao karakteristike drugih materijala (aluminijum, čelik), pa određivanje zamornog veka struktura od super legura ne predstavlja lak zadatak.

Uzimajući u obzir karakteristike super legura koje se nalaze u NASGRO bazi, u okviru teze je sprovedeno istraživanje zamornog veka realnih strukturnih elemenata, pri čemu su u obzir uzeti i naponi promenljivih i naponi konstantnih amplituda. Strukturni elementi su projektovani u softveru CATIA v5, a zatim su primenom metode konačnih elemenata u softveru FRANC2D/L i primenom proširene metode konačnih elemenata u softveru Abaqus simulirana širenja 2D i 3D zamorne prsline kroz strukturu.

Posebna pažnja posvećena je analizi zamora ramenjače lakog aviona. Numeričkim metodama su identifikovana slaba mesta na ramenjači, kao i pravac širenja i zamorni vek prsline, a dobijeni rezultati su se dobro slagali sa eksperimentalnim vrednostima na ramenjačama od legure 2024-T3. S obzirom na saglasnost numeričkih i eksperimentalnih vrednosti, razvijeni modeli konačnih elemenata iskorišćeni su i da se dobije procena veka prsline na

ramenjačama od super legura. Istraživanja su pokazala da većina super legura ima zamorna svojstva slična aluminijumu, dok je kod nekoliko njih prslina imala znatno duži vek nego kod legure 2024-T3.

U tezi je takođe, kroz nekoliko karakterističnih 3D primera, uspešno verifikovana proširena metoda konačnih elemenata.

Ključne reči:

zamorni vek, super legure, proširena metoda konačnih elemenata, numeričke simulacije, eksperimentalna analiza ramenjače aviona

Naučna oblast:

Mašinstvo

Uža naučna oblast:

Vazduhoplovstvo

UDK:

620.17 : 669.017/.018 (043.3)

629.7 : 620.17[517.96 (043.3)

INVESTIGATION OF FATIGUE LIFE IN SUPERALLOYS STRUCTURAL COMPONENTS

Abstract:

The researches in the field of fatigue failure are mainly aimed at identifying the factors which determine the fatigue behavior of the structural components and their inter relations. It is known that the fatigue resistance of structures is influenced mostly by load sequences, combinations of load types, as well as by materials and their fatigue properties. Therefore, the fatigue life cannot be determined without a thorough analysis of these parameters. Materials known as superalloys exhibit excellent mechanical strength and considerable creep resistance, especially at high temperatures. However, a critical property of these alloys is their resistance to fatigue-crack propagation, particularly at service temperatures. Besides, their fatigue features are not as easily accessible as of other materials (aluminum or steel, for instance). Consequently, determining the fatigue life in superalloy structures is not an easy task to accomplish.

Taking into consideration the superalloy properties set in the NASGRO database, this thesis has explored the fatigue life of the real structural components, considering - at the same time - the stresses of both constant and variable amplitudes. The structural components have been designed in the CATIA v5, whereas the propagations of the 2D and 3D fatigue cracks through the structure have been simulated afterwards by the application of the FEM in the FRANC2D/L, and the application of the extended finite element method (XFEM) in the Abaqus software.

Special attention has been devoted to the fatigue analysis of the spar of a light aircraft. Numerical methods have been used to identify the weak points on the spar, along with the fatigue life of a spar crack and its direction of propagation. The results gained have corresponded well with the experimental

values obtained on the spar of the alloy 2024-T3. Taking into account the good correlation between numerical and experimental values, the same finite element models have been used to estimate the crack life on the spars made of super alloys. The investigations have shown that the majority of the super alloys possess fatigue properties similar to aluminum, and in a few of them the life of fatigue crack has proved to be much longer than in the 2024-T3 alloy.

Through a couple of representative 3D examples, the thesis has also successfully verified the extended finite element method.

Key words:

fatigue life, superalloys, extended finite element method, numerical simulations, experimental analysis of aircraft wing spar

Scientific field:

Mechanical Engineering

Narrow scientific field:

Aeronautics

UDK:

620.17 : 669.017/.018 (043.3)

629.7 : 620.17[517.96 (043.3)

SADRŽAJ

POGLAVLJA

1. UVOD.....	1
1.1 Osnovni pristupi projektovanju struktura sa aspekta zamora materijala.....	2
1.2 Koncept bezbedna konstrukcija i koncept pouzdana konstrukcija.....	3
1.3 Metode predviđanja zamornih karakteristika nosećih struktura.....	5
1.4 Super legure i njihova upotreba na strukturama izloženim zamoru....	7
2. OSOBENOSTI IZUČAVANJA ZAMORA SUPER LEGURA.....	11
2.1 Osnovne faze veka pod zamorom noseće strukture.....	11
2.2 Nastanak makro prslina na nosećim strukturama.....	17
2.3 Proučavanje rasta prsline na standardnim epruvetama od super legura.....	18
2.4 Princip sličnosti u proučavanju rasta prsline.....	20
2.5 Oblasti rasta zamorne prsline.....	24
2.5.1 Oblast vrednosti ΔK nižih od granične vrednosti ΔK_{th}	25
2.5.2 Parisova oblast.....	26
2.5.3 Oblast brzog širenja prsline.....	27
2.6 Rast zamorne prsline u različitim materijalima.....	28
3. MODELIRANJE RASTA PRSLINE USLED ZAMORA.....	33
3.1 Modeliranje loma materijala pomoću rasta prsline - linearna elastična mehanika loma.....	33
3.1.1 Polje oko vrha prsline u izotropnom, linearno-elastičnom čvrstom telu.....	33
3.1.2 Pretpostavke i primena linearne elastične mehanike loma.....	37

3.1.3 Praktična primena linearne elastične mehanike loma u projektovanju konstrukcija.....	40
3.1.4 Izračunavanje faktora intenziteta napona.....	40
3.1.4.1 Analitičko određivanje faktora intenziteta napona na osnovu poznatog naponskog stanja.....	41
3.1.4.2 Određivanje faktora intenziteta napona pomoću energetske metode.....	45
3.1.4.3 Određivanje faktora intenziteta napona pomoću integrala nezavisnih od putanja (J-integral).....	48
3.1.4.4 Određivanje faktora intenziteta napona pomoću standardnih tablica.....	50
3.1.4.5 Određivanje faktora intenziteta napona pomoću metode konačnih elemenata (MKE).....	51
3.2 Numeričko predviđanje rasta zamorne prsline.....	55
3.3 Osobnosti početne dužine prsline a_0	58
3.4 Ugao skretanja prsline.....	60
3.5 Osobnosti konačne dužine prsline a_f	61
4. METOD KONAČNIH ELEMENATA (MKE) U SIMULACIJI RASTA PRSLINE U SUPER LEGURAMA.....	63
4.1 Elementi sistema za procenu zamornog veka korišćenjem MKE.....	64
4.2 Metode procene zamornog veka i preciznost analiza zasnovanih na MKE.....	66
4.3 Primer korišćenja MKE u određivanju faktora intenziteta napona.....	69
4.4 Procena zamornog veka komponente sa prslinom na osnovu vrednosti faktora intenziteta napona dobijenih korišćenjem MKE.....	97
4.5 Procena zamornog veka komponenti sa prslinama izrađenih od super legura.....	109
4.6 Nedostaci i ograničenja MKE u proceni veka pod zamorom.....	116

5. PROŠIRENA METODA KONAČNIH ELEMENATA (PMKE) U DEFINISANJU FAKTORA INTENZITETA NAPONA.....	117
5.1 Opšti oblik proširene metode konačnih elemenata.....	117
5.2 Osnovne karakteristike proširene metode konačnih elemenata.....	120
5.3 Funkcije poboljšanja.....	122
5.4 Upotreba level set (LS) metoda za određivanje tipa čvora mreže.....	126
5.5 Procena faktora intenziteta napona pomoću PMKE.....	130
5.6 Određivanje pravca rasta prsline.....	133
5.7 Rast prsline usled zamora i ekvivalentni faktor intenziteta napona.....	135
6. PRIMERI DEFINISANJA FAKTORA INTENZITETA NAPONA NA TRODIMENZIONALNIM MODELIMA UPOTREBOM PMKE.....	137
6.1 3D simulacija širenja prsline iz centralnog otvora ploče konačnih dimenzija.....	138
6.2 3D simulacija širenja centralne prsline na ploči konačnih dimenzija.....	158
6.3 3D simulacija širenja prsline na standardnoj CT epruveti male debljine.....	173
6.4 3D simulacija širenja prsline iz otvora ploče sa prorezom konačnih dimenzija.....	184
6.5 3D simulacija širenja ivične prsline na tankoj ploči na dva oslonca opterećenoj silom.....	193
7. EKSPERIMENTALNA I NUMERIČKA SIMULACIJA ZAMORA RAMENJAČE KRILA LAKOG AVIONA IZLOŽENE OPTEREĆENJU PROMENLJIVE AMPLITUDE.....	204
7.1 Materijal i metode korišćene u eksperimentalnoj analizi zamora ramenjača.....	205
7.2 Sistem za testiranje na zamor korišćen u ispitivanju ramenjača.....	210

7.3 Verifikacija 3D numeričkog modela ε -N metodom procene veka.....	214
7.4 2D numerički model korišćen u simulaciji rasta zamornih prslina na vertikalnim zidovima pojaseva ramenjače.....	220
7.5 Procena zamornog veka 2D prslina nastalih na pojasevima ramenjače.....	227
7.6 Proširena metoda konačnih elemenata (PMKE) u proceni zamornog veka 3D prslina na aluminijumskoj ramenjači lakog aviona.....	235
7.7 Proširena metoda konačnih elemenata (PMKE) u proceni zamornog veka 3D prslina na ramenjači izrađenoj od super legura.....	263
8. ZAKLJUČAK.....	272
LITERATURA.....	275

POGLAVLJE 1

UVOD

Lomovi usled zamora se u nosećim strukturama javljaju još od vremena kada su u njihovoj izradi i počeli da se koriste metali. Međutim, tek negde sredinom 19. veka prvi put su detaljno opisani lomovi konstrukcija izloženih dinamičkim opterećenjima, a u istom periodu su sprovedena i prva eksperimentalna ispitivanja ovog fenomena. Velerovi (Woehler) radovi u 19. veku, kao i Grifitov (Griffith) [1] na početku 20. veka smatraju se pionirskim istraživanjima u oblasti zamora i loma. Veler je uočio činjenicu da ako je opterećenje neke strukture daleko ispod njene statičke čvrstoće, ona neće pretrpeti nikakvo oštećenje. Ali, ako se isto opterećenje ponavlja u velikom broju ciklusa, ono može dovesti i do loma konstrukcije.

Tokom 20. veka došlo se do saznanja da ponovljena opterećenja dovode do procesa koji je nazvan *zamor materijala* i koji vremenom inicira stvaranje mikro prsline u strukturi, nakon čega sledi njeno širenje i, konačno, lom komponente na kojoj se pojavila. Lomovi stotina zavarenih spojeva na brodovima, mostovima, rezervoarima i cevovodima doprineli su pojačanom interesovanju za *mehaniku loma*, dok su nesreće civilnih aviona tokom 1947.g. podstakle inženjere da se ozbiljnije pozabave zamorom vazduhoplovnih konstrukcija. Nažalost, tek je tragični gubitak aviona "Komet" 1954.g. doveo do intenzivnih istraživanja u obe oblasti – zamora materijala i mehanike loma.

Na osnovu rezultata istraživanja i praktičnih iskustava stečenih tokom proteklih pola veka, došlo se do važnih saznanja o zamoru nosećih struktura, kao i mehanizmima zamora materijala. Konstruktori su danas svesni da lom usled zamora metalne konstrukcije može predstavljati ozbiljan problem, pa je analiza strukture izložene dinamičkom opterećenju neophodna da bi se otkrile slabosti koje mogu doprineti smanjenju otpornosti na zamor.

1.1 Osnovni pristupi projektovanju struktura sa aspekta zamora materijala

Zamor se može definisati kao progresivan mehanizam razaranja i loma materijala, koji je posledica dejstva opterećenja koja se ponavljaju u ciklusima. Nagomilavanje oštećenja u materijalu se vremenom povećava sve do pojave prsline, koja se zatim širi do trenutka loma noseće strukture. Prsline usled zamora se na strukturi pojavljuju pri nominalnim nivoima napona koji su najčešće manji od zatezne čvrstoće materijala. Komponenta može svoju funkciju vršiti uspešno godinama pre nego što se prsline pojavi, ali može i iznenada da otkáže bez bilo kakve vidljive promene makro strukture. Radi se o složenom metalurškom procesu koji nije lako precizno opisati i modelirati na mikroskopskom nivou.

Rani pristupi rešavanju problema zamora podrazumevali su korišćenje „dinamičke čvrstoće“ koja je predstavljala granični napon ispod koga se lomovi usled zamora nikada ne dešavaju tj. ispod koga komponente imaju neograničeni vek trajanja. Ovaj napon se često nazivao *granicom zamora materijala*. Međutim, kasnije je uočeno da mnogi materijali ne pokazuju tačno određenu granicu zamora. Pored toga, uočeno je da čak i kada je očekivani korisni radni vek strukture nekoliko godina ili dekada, ona može izdržati samo konačan broj ciklusa opterećenja, ma koliko veliki taj broj bio. Kao rezultat svega ovoga, za osnovu proračuna počela je da se koristi *čvrstoća na zamor* (ili *otpornost na zamor*) koja predstavlja nivo napona dozvoljen na nekoj strukturi tokom određenog radnog veka (predstavljenog *brojem ciklusa spoljašnjeg opterećenja*).

Uzimajući u obzir vrednosti otpornosti na zamor materijala, inženjeri danas moraju projektovati strukture koje tokom radnog veka neće doživeti lom usled dejstva dinamičkih opterećenja. Radi se o ne malom izazovu, koji neki autori nazivaju "dizajnom protiv zamora" [2]. Iako postoje različiti pristupi projektovanju konstrukcija otpornih na zamor, oni – u suštini – imaju zajednički cilj: postizanje zadovoljavajućih „zamornih karakteristika“ strukture tokom

eksploatacije. Ovi pristupi se definišu kroz različite strukturne koncepte, među kojima su najzastupljeniji: (i) precizno i pažljivo projektovanje nosećih elemenata, (ii) korišćenje materijala otpornih na zamor, (iii) poboljšanje površinske obrade materijala, (iv) korišćenje alternativnih tipova veza elemenata strukture i (v) upotreba nižih vrednosti projektovanih nivoa napona. Broj različitih pristupa ovom problemu i dalje raste, jer i broj promenljivih koje mogu da utiču na ponašanje strukture pod zamorom nije konstantan.

Ukupan radni vek pod zamorom neke noseće strukture – od prvog ciklusa opterećenja do konačnog loma – može se, generalno, podeliti u tri intervala:

1. *Interval početnog radnog veka*, tokom kojeg se lom može desiti samo ako primenjeno opterećenje prelazi vrednost projektovane čvrstoće na kidanje (odn. lom); drugim rečima, to je vreme do pojave inicijalne prsline koja vodi ka smanjenju projektovane čvrstoće na kidanje.
2. *Srednji interval*, tokom kojeg lom može nastupiti čak i ako je primenjeno opterećenje ispod maksimalnog dozvoljenog opterećenja i gde je smanjenje čvrstoće usled postojanja prsline funkcija lomne žilavosti materijala.
3. *Završni interval*, tokom kojeg lom nastupa čak i ako je primenjeno opterećenje ispod maksimalnog dozvoljenog opterećenja, a smanjenje čvrstoće je funkcija lomne žilavosti materijala i smanjenja noseće površine usled rasta prsline.

1.2 Koncept bezbedna konstrukcija i koncept pouzdana konstrukcija

Projektovanje strukture otporne na zamor, po konvencionalnom pristupu, se ogleda u tome da se komponenta proračuna za određeni konačni radni vek. U ovom konceptu (zvanom *bezbedan radni vek*, eng. *safe-life*) rast prsline se ne proučava. Međutim, rezultat ovoga može biti nepouzdana

konstrukcija ukoliko su oštećenja usled nekih nepredviđenih uzroka prisutna na početku radnog veka, jer ponašanje prilikom rasta prsline nije proučeno. Savremene metode se, stoga, ogledaju u tome da se prihvati mogućnost postojanja oštećenja (bilo da je ono prisutno od početka, bilo da je nastalo tokom eksploatacije) i da se dopusti da se ono uvećava do kritičnih dimenzija tokom radnog veka. Tako je u problematiku zamora uveden pojam *pouzdana konstrukcija* (eng. *fail-safe*). Pouzdana konstrukcija može da se predstavi kao konstrukcija sa više pravaca preraspodele opterećenja, tj. kao konstrukcija koja donekle „usporava“ prslinu. Kritične veličine dužina prsline, koje „signaliziraju“ skoriju pojavu loma, određuju se korišćenjem parametara kao što su *faktor intenziteta napona* ili *J-integral*.

Iako korišćenje termina *bezbedna konstrukcija* i *pouzdana konstrukcija* može da znači da postoje dva pristupa projektovanju, u suštini nema izrazitih razlika između ova dva koncepta. I jedan i drugi su podjednako potrebni za projektovanje kako potpuno bezbedne, tako i – u eksploatacionom pogledu – pouzdane strukture. Kao što se pri projektovanju prema čvrstoći na kidanje moraju uzeti obzir svi izvori linearnih, ravanskih ili prostornih stanja napona (da bi se ostvarila dovoljno dobra procena čvrstoće), tako i dobra procena zamora obuhvata i otpornost strukture na iniciranje oštećenja usled zamora i otpor prema širenju oštećenja do tačke katastrofalnog loma. Tako se prethodno pomenuto postizanje zadovoljavajućih „zamornih karakteristika“ u praksi svodi na *ostvarivanje konstrukcije koja ima visok stepen strukturne pouzdanosti i bezbednosti tokom određenog radnog veka*.

S obzirom na uočenu *statističku prirodu* pojave zamora, bezbedni radni vek se definiše i kao interval početnog radnog veka tokom koga je vrednost verovatnoće pojave prsline prihvatljivo mala. Oštećenje usled zamora tokom ovog intervala podrazumeva nastanak prsline, ali ne i potpuni lom. Optimalno projektovanje na zamor bi trebalo da dovede do bezbednog radnog veka visoke pouzdanosti (u smislu operativne gotovosti) i razumno dugog pouzdanog radnog veka, uzimanjem u obzir i uticaja ekonomskih činilaca.

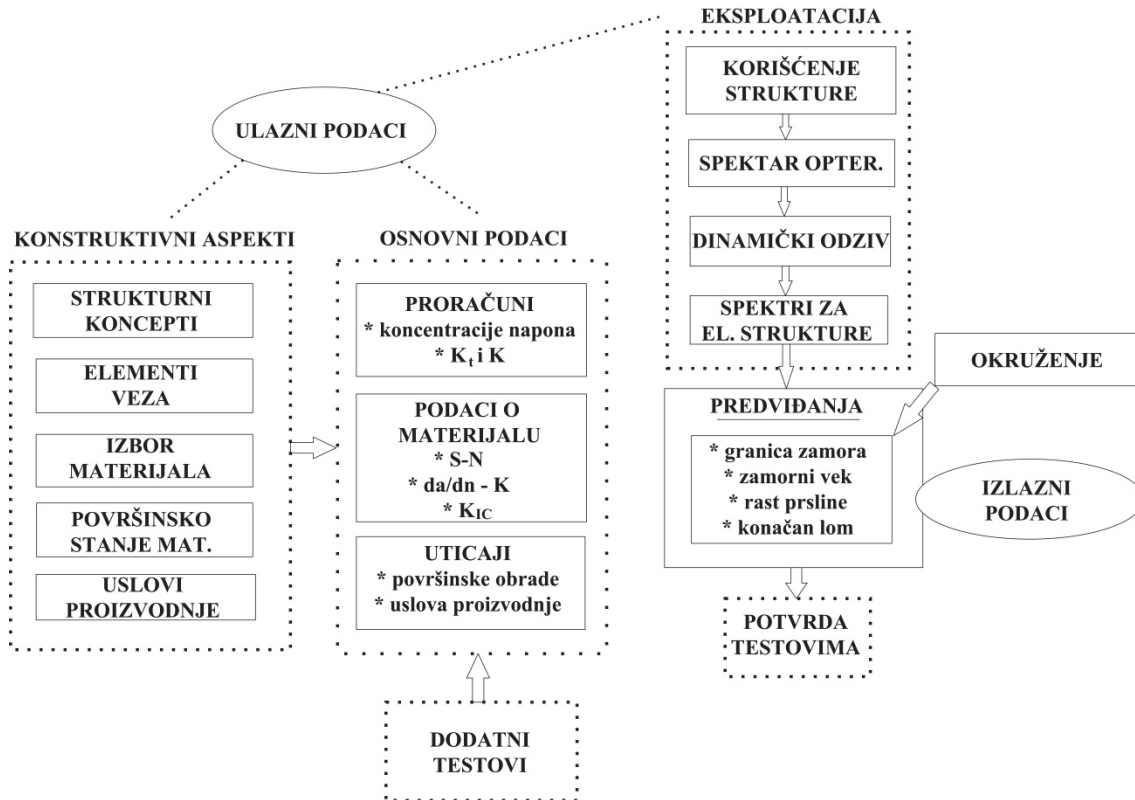
1.3 Metode predviđanja zamornih karakteristika nosećih struktura

U većini slučajeva, inženjeri koji se bave zamorom struktura koriste standardizovane postupke za predviđanje vrednosti čvrstoće na zamor, radnog veka pod zamorom, rasta prsline i preostale čvrstoće. Standardizovani postupci veoma su korisni, ali se mora imati na umu da ovakav pristup može dovesti do ozbiljnog potcenjivanja ili – još gore – ozbiljnog precenjivanja nosivosti strukture. Do ovakvih grešaka dolazi jer se u proračunima obično pretpostavljaju neki opšti uslovi, koji ne moraju biti slični uslovima tokom eksploatacije. Zato su za preciznije određivanje veka pod zamorom neophodni razumevanje i poznavanje procesa zamora, kao i iskustvo i inženjerska procena važnosti promenljivih koje utiču na rezultate proračuna.

Sva predviđanja uvek imaju ograničenja u smislu tačnosti i pouzdanosti. U slučajevima kada postoji osnovana sumnja u tačnost dobijenih vrednosti, neophodno je sprovesti *testove na zamor* projektovanih elemenata i/ili celih konstrukcija. Kvalitet konstruktivnih rešenja, u smislu predviđenog vremena nastanka prsline i brzine njenog rasta, proverava se različitim tipovima ispitivanja na zamor: testiranjem epruveta, panel testovima, ispitivanjem pojedinačnih komponenti i ispitivanjem kompletne konstrukcije primenom realnih opterećenja (eng. *full-scale test*).

Veliki broj inženjera uvek daje prednost eksperimentu u odnosu na analitičke i/ili numeričke proračune, ali ne treba zaboraviti da i eksperiment daje rezultate koji zavise od uslova eksperimenta. Veliko je pitanje da li su uslovi tokom testiranja realan prikaz uslova koji se javljaju tokom eksploatacije, pa je i ovo stvar razumevanja suštine problema, akumuliranog iskustva i valjane procene. Drugim rečima, bilo da se „projektovanje protiv zamora“ sprovodi analizama, proračunima ili eksperimentima, potrebno je ne samo temeljno poznavati fenomen zamora struktura i materijala, nego i biti svestan široke lepeze različitih uslova koji na njega utiču (Slika 1.1). U svakom slučaju, informacije dobijene testovima na zamor bi trebalo koristiti za poboljšanje

karakteristika pojedinih elemenata ili cele strukture, kao i za verifikaciju numeričkih modela korišćenih u simulacijama.



Slika 1.1 Metodologija predviđanja i verifikacije karakteristika strukture izložene zamoru (ilustracija preuzeta iz [2])

Razumevanje samog mehanizma zamora veoma je bitno kod uzimanja u obzir različitih tehničkih uslova koji utiču na nastanak i rast zamorne prsline, u koje spadaju i kvalitet površine materijala i zaostali naponi, kao i uticaj radnog okruženja. Poznavanje ovog mehanizma ključno je za uspešnu analizu zamornih svojstava inženjerskih struktura, a metode predviđanja veka mogu se smatrati uspešnim samo ako zamor tretiraju kao proces stvaranja prsline praćen određenim periodom rasta iste.

1.4 Super legure i njihova upotreba na strukturama izloženim zamoru

Super legurama (ili legurama visokih performansi) obično se nazivaju materijali koji pokazuju izuzetnu čvrstoću i otpornost na puzanje, naročito pri visokim radnim temperaturama. Osnovni legirajući elementi kod super legura su nikl, kobalt ili nikl-gvožđe, a njihov razvoj podstaknut je, uglavnom, vazduhoplovnim potrebama, kao i potrebama energetske industrije.

U vazduhoplovstvu se najviše koriste super legure na bazi nikla (uglavnom u izradi turbina mlaznih motora), jer imaju visoku čvrstoću na povišenim temperaturama (reda veličine 700°C i više), visoku otpornost na puzanje, oksidaciju i koroziju, kao i visoku vrednost lomne žilavosti. Legure aluminijuma, iako se koriste za izradu najvećeg dela komponenti vazduhoplova, imaju radnu temperaturu do 200°C, što ih čini neupotrebljivim u slučajevima kada je temperatura znatno viša. Titanijum (koji bi se uslovno mogao nazvati super legurom) koristan je do 500°C, a nerđajući čelik može da izdrži i 700°C, ali je nakon toga veoma osetljiv na koroziju (uz to, ima i veliku gustinu).

Neke super legure na bazi nikla mogu da svoje osobine zadrže i do 1200°C, ali im je mana – kao i čeliku – velika gustina, koja neminovno vodi ka povećanoj težini noseće strukture. Ako su dobre karakteristike legure važnije od težine konstrukcije, onda je u pitanju prihvatljiv kompromis, ali trebalo bi imati na umu da je **kritično svojstvo ovih legura otpornost na zamor i širenje prslina**, i to naročito na radnim temperaturama.

U slučaju turbina mlaznih motora, na primer, često se javljaju oba tipa zamora:

- niskociklični zamor, koji je posledica ciklusa relativno velikih opterećenja povezanih sa pokretanjem i zaustavljanjem turbine
- visokociklični zamor, povezan sa dinamičkim opterećenjima tokom eksploatacije motora.

Zamor dovodi do naglih i često nepredvidivih lomova lopatica turbine usled širenja prslina pod dejstvima opterećenja visokih frekvencija, pri čemu prsline često kreću iz malih defekata koji su rezultat habanja materijala ili dejstava stranih tela. Zbog visokih frekvencija opterećenja koja deluju tokom rada, čak i prsline koje rastu relativno sporo po jednom ciklusu opterećenja mogu se proširiti do kritičnih dimenzija u kratkim vremenskim intervalima (u nekim slučajevima i tokom jednog leta). Iz tog razloga, kritični delovi turbina moraju biti projektovani tako da tokom eksploatacije ne dođe do pojave prsline, odn. da se oštećenje na strukturi ne pojavi tokom približno 10^9 ciklusa opterećenja.

Još jedan problem koji je uočen kod super legura na bazi nikla je da nosivost komponenti izrađenih od ovih legura dosta zavisi i od postojanja unutrašnjih defekata, koji mogu biti rezultat samog procesa proizvodnje, odn. metoda dobijanja i oblikovanja legura. Širenje prslina iz ovih mikro defekata može dovesti do loma noseće strukture koji – zbog važnosti elemenata kod kojih se koriste super legure – može biti izuzetno opasan.

Glavni zaključak obimne studije sprovedene pod pokroviteljstvom NASA-e [3] bio je da brzina širenja prsline usled zamora kod super legura nije ista za sve primenjene napone, niti za sve načine primene napona. Pored toga, utvrđeno je da širenje prsline varira sa frekvencijom primene napona na elementima gde je opterećenje primenjivano na način da tokom vremena izaziva samo povećanje prsline.

Još iznenađujuće je bilo saznanje da je u mnogim slučajevima primena napona niže frekvencije, neposredno nakon primenjenog napona više frekvencije, dovela do povećanja brzine širenja prsline (a ne, kako bi bilo logično očekivati, do smanjenja brzine). Drugim rečima, ova studija je potvrdila da je *širenje prsline usled zamora kod super legura i funkcija vremena*. Uz to, uočeno je da vremenska zavisnost rasta zamorne prsline nije posledica samo promenljivih frekvencija, već i vremena tokom kojeg je struktura bila izložena naponu (eng. *hold-time*).

Dakle, pri datom intenzitetu cikličnog napona, niže frekvencije mogu dovesti do bržeg rasta prslina kod super legura. Ova nepoželjno, vremenski zavisno ponašanje može se pojaviti u većini postojećih super legura, a kada se i temperatura poveća iznad određene tačke prslina može rasti i pod statičkim naponom intenziteta σ , bez primene makar jedne komponente cikličnog napreznja (tj., i pri $\Delta\sigma = 0$). Da bi se ovo izbeglo potrebno je vrednost da/dN (brzinu rasta prslina) projektovati tako da bude niska i vremenski nezavisna što je duže moguće.

Nakon što je ovo neuobičajeno povećanje brzine rasta prslina pri nižim frekvencijama napona dokumentovano, pojavilo se u vazduhoplovnoj industriji uverenje da ovaj fenomen predstavlja nepremostivo ograničenje primenljivosti super legura na bazi nikla i da se zbog toga one ne mogu koristiti kod elemenata izloženih velikim oscilacijama primenjenog napona. Međutim, rešenje je ubrzo pronađeno u ojačanju legura povećanjem procentualnog udela Ni_3Al , što je dovelo do povećanja zatezne čvrstoće na povišenim temperaturama i otpornosti na niskociklični zamor, što su karakteristike koje moraju imati, na primer, diskovi gasnih turbina. Razvijene su u međuvremenu i nove legure. Kovana legura 720LI je razvijena za primenu baš kod pomenutih diskova i razlikuje se od ostalih super legura po svom hemijskom sastavu (posebno procentualnom učešću Ti, Al, C i B), ali i načinu proizvodnje i termičke obrade.

Međutim, dostupna literatura na osnovu koje bi se moglo saznati nešto više o karakteristikama legure 720LI prilično je ograničena. Ono što je poznato [4] je da su uticaj temperature i brzine deformacije na zatezna svojstva 720LI određeni na različitim temperaturama (u rasponu od 25-750°C) i brzinama deformacije (od 10^{-5} do 10^{-1} s⁻¹). Čvrstoća na razvlačenje i lomna čvrstoća kod 720LI ostaju nepromenjene do temperatura od oko 600°C i 500°C respektivno, nakon kojih naglo padaju. Nažalost, o zamornim karakteristikama ove legure ima malo dostupnih podataka [5].

Odsustvo relevantnih zamornih karakteristika super legura u literaturi je ono što proučavanje zamornog ponašanja nosećih elemenata napravljenih od njih i inače otežava. Na primer, livena super legura Inconel 792-5A koristi se u vazduhoplovnoj indutriji već decenijama za izradu elemenata pomoćnih sistema za startovanje turbina mlaznih motora. Ovi elementi su izloženi ponovljenim elasto-plastičnim naprezanjima, koja su rezultat zagrevanja i hlađenja tokom perioda uključivanja i isključivanja motora. Da bi se komponente dobro projektovale, niskociklični zamor ove super legure mora se proučiti, a da bi se sprovedi proračuni zamornih vekova neophodni su podaci o zamornim karakteristikama sve do radne temperature od približno 900°C. Međutim, sve potrebne zamorne karakteristike Inconel-a 792-5A (sastava 12,5 Cr; 8,91 Co; 4,01 Ti; 3,42 Al; 4,00 Ta; 4,01 W; 1,90 Mo; 0,03 Nb; 0,22 Fe, 0,020 Zr; 0,08 C; 0,018 B, sve u % [6]) teško je naći. Razlog tome je i zaštićenost ove i drugih legura patentima firmi koje ih proizvode.

Ovaj razlog (uz visoku cenu i nedostupnost ovih materijala) proučavanje zamornog ponašanja nosećih struktura izrađenih od super legura ograničava na analizu konstrukcija napravljenih od legura čije su zamorne karakteristike poznate. U bazi programa NASGRO [7] postoje podaci za određeni broj super legura, pa će oni u ovoj disertaciji i biti korišćeni u predikcijama brzine rasta prsline i broja ciklusa koji dovodi do konačnog loma strukture. S obzirom da se istraživanje zamornih karakteristika struktura od ovih materijala suštinski ne razlikuje od istraživanja struktura od „klasičnih“ metala, prvo će biti predstavljene najvažnije metode određivanja zamornog veka koje se danas koriste, a potom će one biti iskorišćene da se proceni vek pod zamorom realnog vazduhoplovnog sklopa izloženog spektru opterećenja promenljivih amplituda.

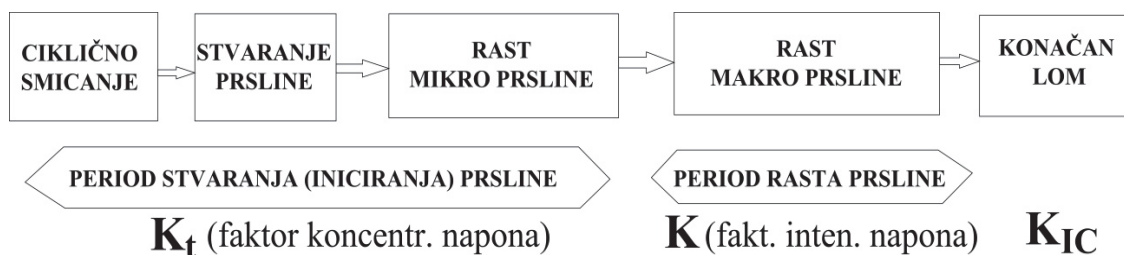
POGLAVLJE 2

OSOBNOSTI IZUČAVANJA ZAMORA SUPER LEGURA

2.1 Osnovne faze veka pod zamorom noseće strukture

Vek strukture pod zamorom (ili kako se često kraće naziva *zamorni vek*) obično se deli na *period do iniciranja (nastanka) prsline* i *period širenja prsline*. Prvi period uključuje i izvestan rast mikro prsline koja se još uvek ne može registrovati okom, dok se drugi isključivo odnosi na rast vidljive prsline do konačnog loma.

Vrlo je važno razdvojiti proučavanje perioda nastajanja prsline od proučavanja perioda njenog širenja, jer nekoliko tehničkih uslova ima veliki uticaj na period do nastanka prsline, a vrlo ograničen (ili skoro nikakav) uticaj na period njenog rasta. Na primer, površinska hrapavost utiče samo na dužinu prvog perioda, dok korozivno radno okruženje utiče na oba perioda, ali na različite načine. I metode predviđanja zamora potpuno su različite za ova dva perioda. *Faktor koncentracije napona* K_t važan je parametar za predviđanje nastanka prsline, dok je *faktor intenziteta napona* K važan za predviđanje brzine širenja prsline. *Lomna žilavost* K_{IC} definiše pojavu konačnog loma (Slika 2.1).



Slika 2.1 Najuticajniji faktori u različitim fazama zamornog veka

(ilustracija preuzeta iz [8])

Danas je opšteprihvaćena teorija da su nastanak prsline usled zamora i njeno širenje posledica cikličnih smicanja (klizanja) jednih vlakana materijala u odnosu na druge, te formiranja grupa trajno skliznutih vlakana. Ovo ciklično

smicanje je posledica pojave cikličnih napona smicanja. Praćeno je i cikličnim plastičnim deformacijama, koje su rezultat kretanja nastalih dislokacija [9].

Već jedan ciklus smicanja dovoljan je da stvori mikroskopsku dislokaciju unutar materijala, što je – u suštini – mikro prslina. Nastajanje prve mikro prsline može se očekivati u pravcu prostiranja grupe skliznutih vlakana (što je potvrđeno brojnim mikroskopskim posmatranjima). Mehanizam koji se pojavljuje u prvom ciklusu može se ponoviti i u kasnijim i tako uzrokovati dalje širenje prsline. Mali pomak između ravni smicanja tokom ciklusa opterećenja i rasterećenja dovodi do „utiskivanja“ materijala u grupi skliznutih vlakana, što dovodi do stvaranja novih dislokacija.

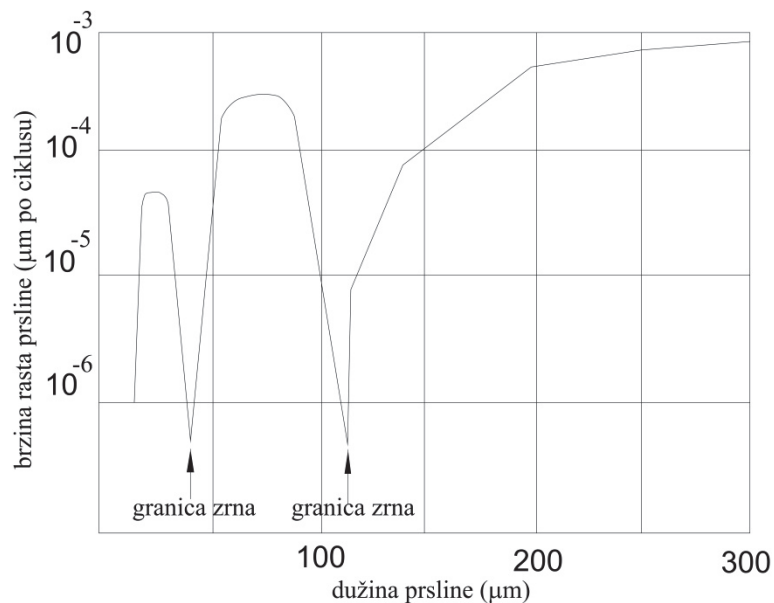
Uočeno je da se zamor javlja pri amplitudama napona ispod granice tečenja, a pri tim naponima je plastična deformacija ograničena na mali broj zrna materijala. Ova mikro plastičnost češće se pojavljuje na slobodnoj površini, jer je okolni materijal prisutan samo sa jedne strane. Na drugoj strani je radno okruženje, najčešće gasovi (npr. vazduh kod automobila i aviona) ili tečnosti (voda kod brodova). Kao posledica toga, pojava plastičnih deformacija na površinskim zrnima daleko je izvesnija nego kod zrna u dubini materijala i može se desiti i na nižim nivoima napona od napona tečenja. Pored toga, i u nekim zrnima na površini materijala postoje povoljniji uslovi za nastanak cikličnog smicanja nego u drugim zrnima na površini.

Ako se klizanje pojavi u površinskom zrnu, malo iskliznuće će se ubrzo pojaviti na površini materijala. Ovaj novi, „sveži“ materijal tada je izložen radnoj okolini i momentalno će biti prekriven tankim slojem kiseonika (u slučaju automobila i letelica). Ovaj sloj se jako vezuje za materijal i teško se uklanja. Uz to, tokom povećanja opterećenja u ciklusu dolazi i do lokalnog ojačanja materijala usled izduženja, tako da je tokom rasterećenja viši napon smicanja prisutan na istoj grupi vlakana. Smicanje u suprotnom pravcu će se zato najverovatnije pojaviti opet na toj grupi.

Nažalost, ovaj proces nije reverzibilan, jer se pomenuti sloj kiseonika teško uklanja sa iskliznuća, a ni lokalno ojačanje usled izduženja se ne može

potpuno poništiti promenom smera opterećenja. Kao posledica svega opisanog, naizmenična promena pravca smicanja (iako se pojavljuje unutar iste grupe skliznutih vlakana) pojaviće se i na susednim paralelnim ravnima smicanja. Isto se dešava i tokom svih ostalih ciklusa opterećenja.

Kad „skliznuti“ materijal počne da sa slobodne površine prodire u dubinu materijala, dolazi do razaranja veza između atoma (tzv. dekohezije – zatezne ili smičuće, ili obe istovremeno), a slično se dešava i u vrhu rastuće prsline. Razaranje veza u vrhu prsline može biti uzrokovano i generisanjem dislokacija u blizini vrha. Dekoheziju dodatno podstiču agresivna radna okolina i neobrađena (hrapava) spoljašna površina materijala, tako da zaključak koji se – na osnovu svega rečenog o nastanku prsline – može izvući glasi: **u periodu do nastanka prsline, zamor je fenomen vezan za površinu materijala.**

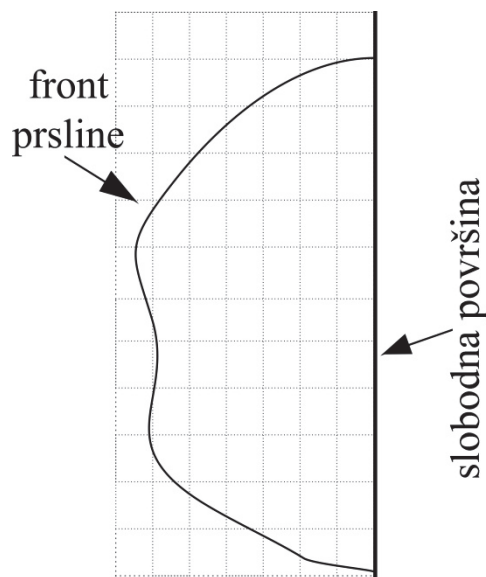


Slika 2.2 Promena brzine rasta mikro prsline tokom prolaska kroz zrnastu strukturu materijala (ilustracija preuzeta iz [8])

S obzirom da rast mikro prsline zavisi od ciklične plastičnosti, izvesne prepreke širenju oštećenja (u vidu granica zrna materijala) mogu dovesti do stvaranja određenog praga za širenje prsline. Ovo je primećeno u brojnim eksperimentima, a na Slici 2.2 ilustrovano je šta se u strukturi dešava. Brzina rasta prsline, definisana kao priraštaj dužine prsline po ciklusu opterećenja, se

smanjuje kako se vrh prsline približava granici prvog zrna. Nakon „probijanja“ ove granice, brzina rasta prsline se povećava tokom njenog rasta kroz to zrno, da bi opet počela da pada približavanjem granici drugog zrna. Nakon prolaska te granice, mikro prslina nastavlja da raste, postepeno povećavajući svoju brzinu.

Rat mikro prsline je, dakle, prilično nehomogen, jer u početku ona ima relativno veliku brzinu širenja, da bi zatim usporila ili se čak zaustavila zbog prepreka u strukturi materijala. Međutim, situacija se potpuno menja kad mikro prslina – nakon nekoliko koraka širenja – prođe kroz znatan broj zrna, tj. kad se formira *front prsline* (Slika 2.3). S obzirom da front tokom širenja ostaje jedinstven, prslina ne može rasti u svakom zrnu u proizvoljnom smeru i bilo kojom brzinom, nezavisno od smera i brzine u susednim zrnima. Ovaj kontinuitet sprečava pojavu velikih razlika brzina rasta u tačkama duž fronta prsline.



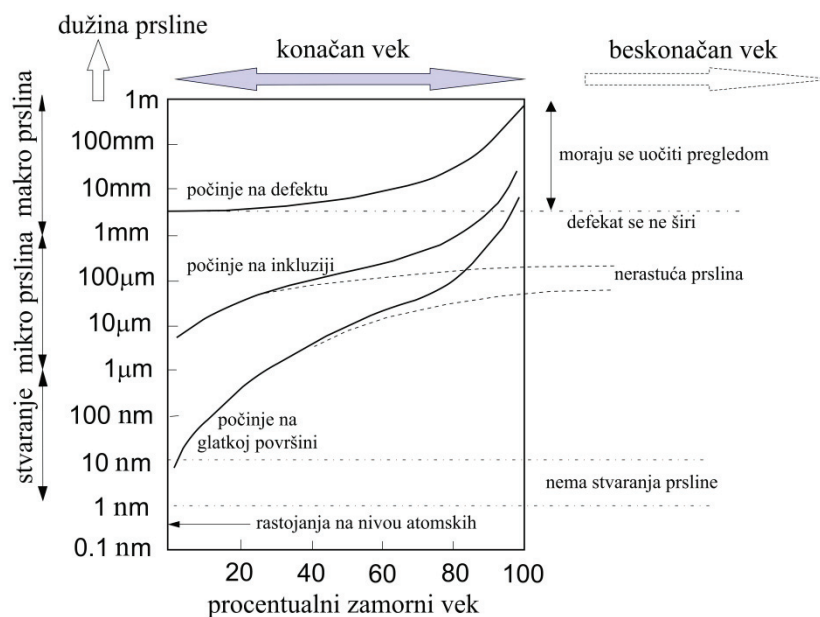
Slika 2.3 Formiranje fronta prsline približno polueleptičnog oblika

Kada broj zrna postane dovoljno velik, širenje prsline počinje da bude više-manje kontinualni proces duž celog fronta, pa se tada front može aproksimirati kontinualnom linijom, približno polueleptičnog oblika. Koliko brzo će prslina tada rasti zavisi samo od otpornosti materijala na širenje prsline.

Prethodno pomenuti aspekti slobodne površine materijala tada više nisu relevantni, što vodi ka drugom važnom zaključku: **otpornost na širenje prsline, kada ona proдре u dubinu materijala, zavisi od svojstava samog materijala, pa proces zamora prestaje da bude površinski fenomen.**

Prelaz iz faze nastanka prsline u fazu njenog rasta još nije potpuno definisan. U kvantitativnom smislu teško je reći kada se ovo dešava, ali u kvalitativnom smislu može se koristiti sledeća preporuka: *period nastanka prsline se može smatrati završenim kada mikro prslina više ne zavisi od površinskog stanja materijala* [8]. To znači da period rasta počinje onda kada otpornost materijala na rast prsline postane jedina „odgovorna“ za brzinu rasta prsline.

Veličine mikro prsline na prelasku iz jedne u drugu fazu mogu biti značajno različite za različite vrste materijala. Sam prelazak zavisi od mikrostrukturnih prepreka koje rastuća prslina mora da savlada, a one nisu iste u svim materijalima.



Slika 2.4 Faze širenja prsline u funkciji procentualnog veka pod zamorom
(ilustracija preuzeta iz [8])

Period do nastanka prsline uključuje i početni rast mikro prsline. S obzirom da je brzina rasta i dalje veoma mala, vreme do inicijacije može

predstavljati značajan deo ukupnog zamornog veka. To je ilustrovano pomoću krivih na Slici 2.4, koja prikazuje širenje prslina u funkciji procentualnog veka pod zamorom n/N , gde je n broj ciklusa opterećenja, a N broj ciklusa do loma usled zamora. Konačan lom predstavljen je vrednošću $n/N = 100\%$.

Na Slici 2.4 se mogu uočiti tri krive koje predstavljaju prsline nastale na samom početku zamornog veka, ali prsline sa različitim vrednostima početnih dužina. Donja kriva odgovara mikro prslini nastaloj na skoro „savršenoj“ površini materijala. Srednja kriva predstavlja prslinu nastalu na maloj nehomogenosti u materijalu, dok najviša predstavlja prslinu nastalu na defektu u materijalu dobijenom tokom procesa zavarivanja. Krive sa Slike 2.4 ukazuju na neke zanimljive činjenice:

(1) Mikro-prsline nastale na „savršenoj“ slobodnoj površini mogu imati dužine i manje od jednog mikrona ($<10^{-6}\text{m}$). Međutim, prsline nastale na nehomogenostima u materijalu imaju početnu veličinu sličnu veličini nehomogenosti, ali još uvek mogu biti manje od jednog milimetra. Samo prslina koja se pojavljuje na defektu makro dimenzija ima dužinu koja se odmah može detektovati.

(2) Dve donje krive pokazuju da su prsline najveći deo zamornog veka imale dužine manje od 1 mm, tj. da su sve vreme bile praktično nevidljive.

(3) Tačkaste linije na Slici 2.4 ukazuju i na mogućnost da prsline pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja ne rastu uvek do loma. To znači da u materijalu mogu postojati prepreke koje će potpuno zaustaviti rast prsline.

Slika 2.4 daje samo uopštene scenarije o mogućim načinima razvoja prslina usled zamora, a u okviru ove teze pažnja će biti usmerena samo na rast vidljivih prslina u strukturnim komponentama (sa posebnim naglaskom na komponente izgrađene od super legura), kao i na određivanje broja ciklusa spoljašnjih opterećenja koja prsline proširuju do dimenzija koje se smatraju kritičnim. U tom smislu, potrebno je prvo identifikovati faktore koji utiču na rast makro prsline, kao i uslove pod kojima je taj rast kod super legura od praktičnog interesa.

2.2 Nastanak makro prslina na nosećim strukturama

Očigledno je da spektar opterećenja mora sadržati cikluse napona iznad granice zamora kako bi se prslina uopšte i pojavila na strukturi. Rast nekih makro prslina u strukturi je potpuno prihvatljiv, ali se mora precizno odrediti brzina širenja prsline. Neki od primera su:

(a) *rast prsline u tankim limovima*, gde se ona prostire kroz celu debljinu materijala („*dubinska*“ ili *prodorna* prslina). Očigledni primeri su prsline u oplati krila ili trupa letelice.

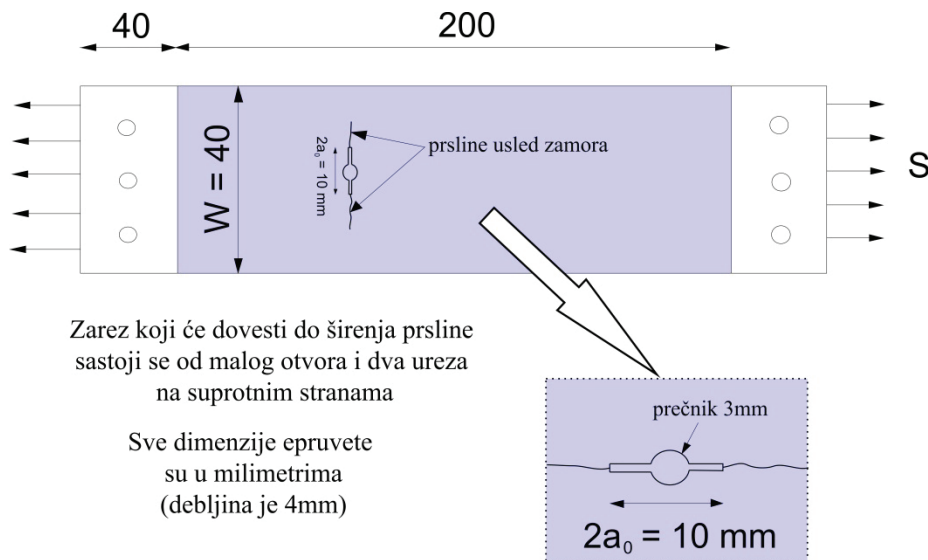
(b) *rast prsline koja delimično prodire u materijal*, kao u slučajevima pojave tzv. ugaonih ili površinskih prslina na otvorima ili rupama. *Delimično prodorne prsline* se pojavljuju i kao površinske prsline u zavarenim konstrukcijama i to u dnu vara. U mnogim slučajevima delimično prodorne prsline se pojavljuju na masivnijim komponentama i pločama većih debljina.

Prsline na strukturama se tolerišu iz različitih razloga. Moguće je da one nemaju značajan uticaj na bezbednost strukture ili da ne dovode do većih ekonomskih posledica. Ali, u ozbiljnijim slučajevima, kada su ugroženi bezbednost ljudi ili integritet strukture, problemu prsline se mora posvetiti posebna pažnja. Na primer, sudovi pod pritiskom u slučaju pojave zamorne prsline mogu eksplodirati, a lom ramenjače ili okova veze krilo-trup sigurno dovodi do neželjenih posledica.

Zato se nastanak prsline usled zamora i njen rast kroz strukturu moraju pratiti periodičnim pregledima. Svrha pregleda je otkrivanje i praćenje prsline pre nego što ona dostigne kritičnu dužinu. Da bi se procenilo kada će prslina postati „kritična“, neophodno je znati koliko brzo se ona širi, kako bi se pravovremeno izvršili inspekcijski pregledi i zamenili elementi strukture pre nego što dođe do loma.

2.3 Proučavanje rasta prsline na standardnim epruветama od super legura

Ispitivanje rasta prsline se može sprovesti na jednostavnoj epruветi napravljenoj od super legure, sa malim otvorom na sredini (Slika 2.5).



Slika 2.5 Izgled tipične epruветe sa zarezom koja se koristi u ispitivanjima zamornih karakteristika materijala

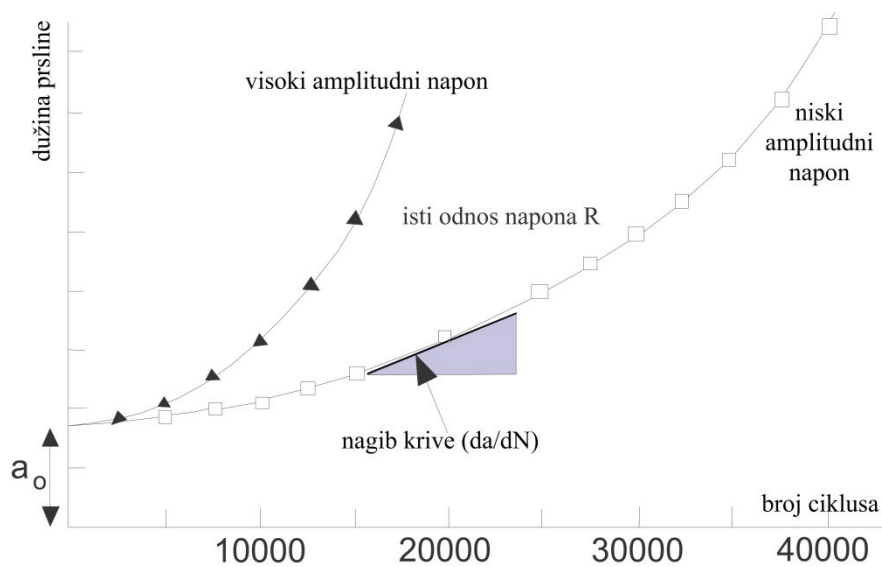
Na otvoru je potrebno napraviti oštre ureze da bi se ubrzao period nastanka prsline. Zarez koji će dovesti do širenja prsline na Slici 2.5 sastoji se od malog otvora i dva ureza na obe strane otvora napravljenja testerom za lim. Dve zamorne prsline će nastati na stranama početnog zareza izvesno vreme nakon primene opterećenja i ako su ivice jednako oštre prsline će nastati istovremeno (mada to nije uvek slučaj). U principu, može se napraviti i otvor sa samo jednim urezom, ali je simetrija, ipak, poželjnija.

Dužina prodorne („dubinske“) prsline a_0 meri se od vertikalne središnje linije epruветe do vrha prsline. Najčešće, dva oštećenja rastu simetrično, tj. dužine obeju prsline približno su iste. Ukupna dužina između vrhova prsline se onda može obeležiti sa $2a_0$. Pretpostavka je i da su frontovi nastalih prsline normalni na ravan epruветe (zbog njene male debljine), što znači da središnja prsline ima samo jednu dimenziju – dužinu. Dimenzije epruветe na Slici 2.5 date su kao primer, što znači da se i druge vrednosti dužina i širina epruветe

mogu koristiti (a na osnovu standarda definisanih od strane ASTM pod oznakom E647 [10]).

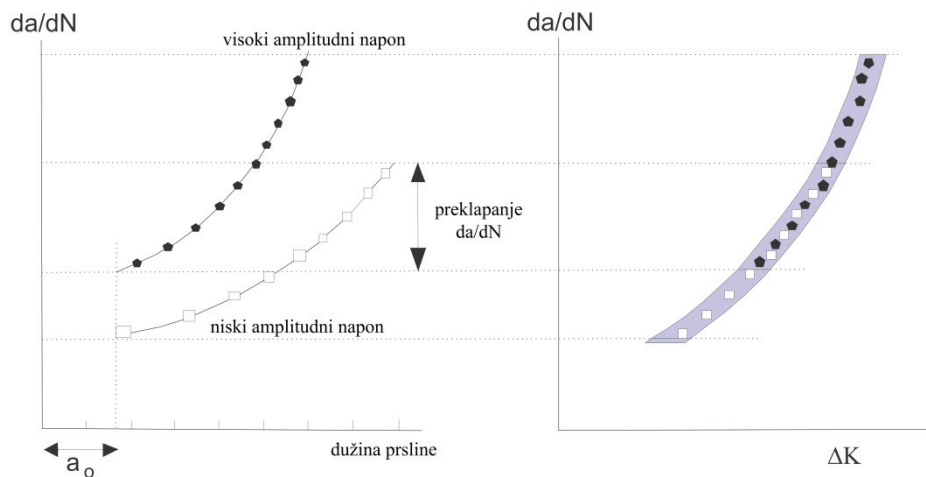
Epruveta od super legure mora biti dobro stegnuta (ukleštena) na krajevima da bi se primenilo odgovarajuće dinamičko opterećenje u mašini za testiranje. Stezanje bi trebalo da osigura homogenu raspodelu opterećenja na krajevima epruvete. Rast obeju prsline se, potom, beleži periodičnim posmatranjem trenutnog položaja njihovih vrhova.

Najjednostavniji prikaz rasta prsline je dijagram na kome je na x-osi predstavljen broj ciklusa, a na y-osi dužina prsline u funkciji broja ciklusa (Slika 2.6). Na Slici 2.6 dati su rezultati ispitivanja i za niske i za visoke vrednosti amplitudnog napona. Obe krive počinju na istoj početnoj dužini prsline a_0 , gde $2a_0$ predstavlja dužinu između krajnjih vrhova početnog zareza.



Slika 2.6 Dijagram rasta prsline u funkciji broja ciklusa spoljašnjeg opterećenja

Nagib (gradijent) obeju krivih u nekoj tački je da/dN i predstavlja trenutnu brzinu rasta u jedinicama mm/ciklus ili $\mu\text{m}/\text{ciklus}$. Ako se u svim tačkama krivih na Slici 2.6 odrede gradijenti i onda grafički predstave u funkciji dužine prsline, dobija se dijagram kao na Slici 2.7 koji predstavlja brzinu rasta prsline na epruveti od super legure u funkciji dužine prsline. Vrednosti na Slici 2.7 su fiktivne i iskorišćene su samo u svrhu ilustracije.

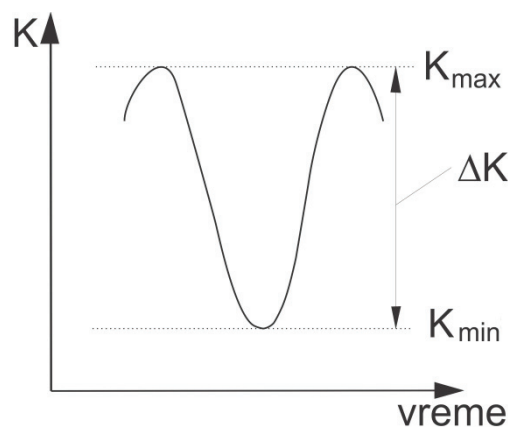


Slika 2.7 Dijagram zavisnost brzine rasta prsline u funkciji njene dužine

2.4 Princip sličnosti u proučavanju rasta prsline

Kao što Slika 2.7 pokazuje, brzine rasta prsline pri visokim i niskim nivoima amplitudnog napona delimično se poklapaju (krive su međusobno paralelne u srednjoj oblasti). To znači da se slične brzine rasta prsline pojavljuju u dva različita testa, iako ne pri istim vrednostima dužina prsline.

Ovaj su fenomen uočili Paris i njegovi saradnici [11] što je dovelo do usvajanja *principa sličnosti* zasnovanog na faktoru intenziteta napona. Faktor intenziteta napona K je parametar koji pokazuje „ozbiljnost“ raspodele napona oko vrha prsline, pa ako ciklični napon varira između σ_{min} i σ_{max} , onda i odgovarajući faktori intenziteta napona variraju između K_{min} i K_{max} (Slika 2.8).

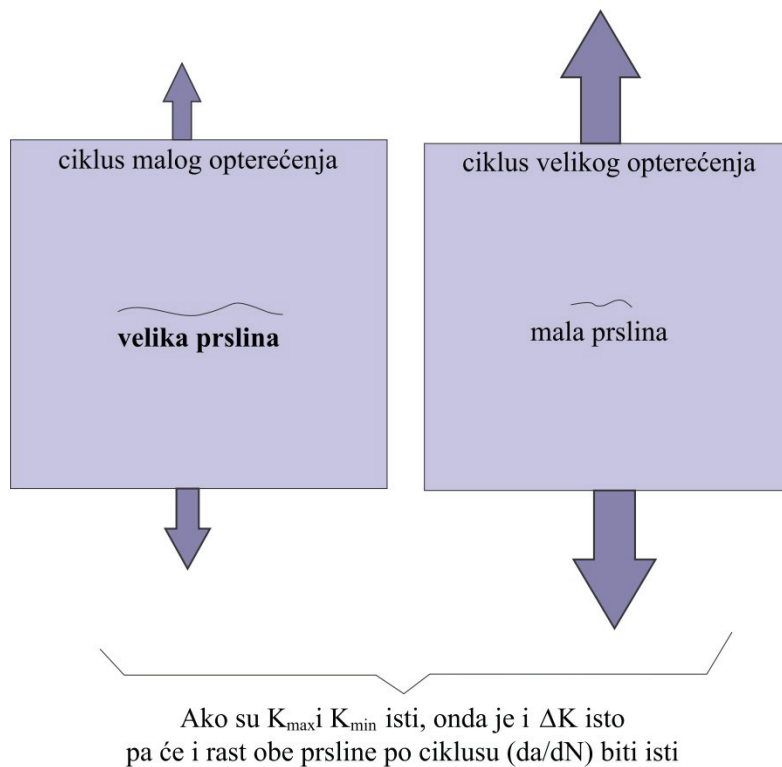


Slika 2.8 Promena faktora intenziteta napona sa spoljašnjim opterećenjem

Pošto je $K = \beta\sigma\sqrt{\pi a}$ (videti Poglavlje 3), odnos napona R isti je i za ciklični napon i za ciklične K vrednosti:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = \frac{K_{min}}{K_{max}} \quad (2.1)$$

Princip sličnosti kod rasta zamorne prslina može se objasniti pomoću dve slične epruvete sa prslinama u sredini, izložene zatezanju (tzv. CCT epruvete – eng. *Centre Cracked Tension*), koje su prikazane na Slici 2.9.



Slika 2.9 Princip sličnosti primenjen na CCT epruvetama

Jedna od epruveta, sa velikom prslinom, opterećena je naponom manjeg intenziteta. Druga epruveta ima manju prslinu, ali je opterećena naponom višeg intenziteta. Dužine prslina i promenljivi naponi izabrani su tako da su odgovarajući K ciklusi identični. Drugim rečima, iste vrednosti K_{min} i K_{max} se javljaju na obema epruvetama. Prema principu sličnosti, isti zamorni proces bi trebalo da se odvija u vrhovima prslina obe epruvete. Kao posledica toga, isto proširenje prslina Δa se može očekivati kod obe prsline jer je primenjen isti K ciklus. Brzine rasta prslina (tj. njihov rast po ciklusu) trebalo bi da su iste.

Zaključak je da brzina rasta prsline prema principu sličnosti mora biti u funkciji K_{min} i K_{max} ciklusa opterećenja:

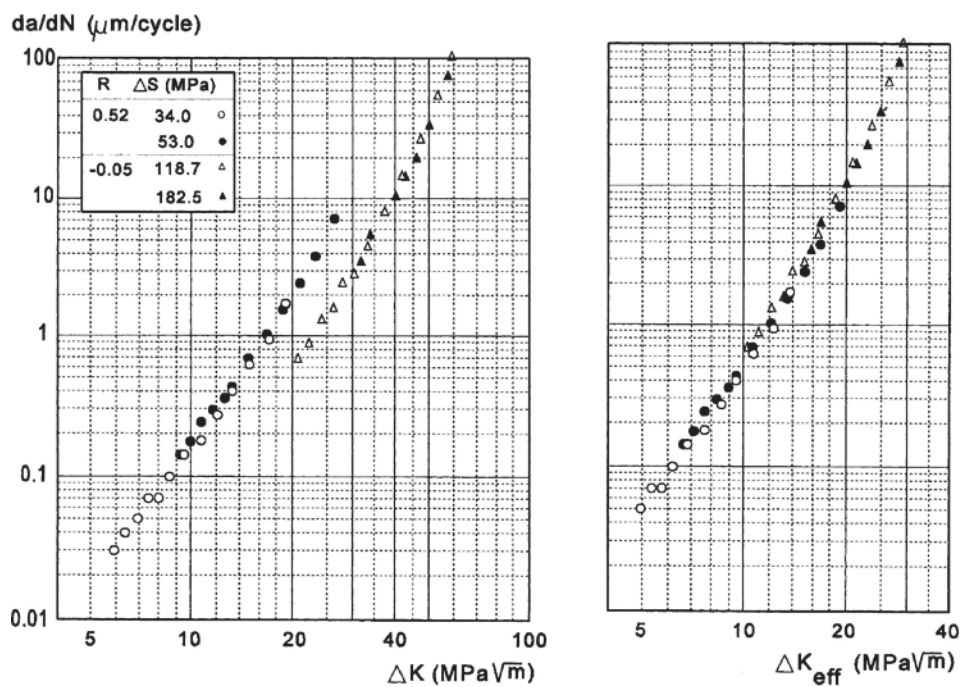
$$\frac{da}{dN} = f(K_{max}, K_{min}) \quad (2.2)$$

K ciklus se, takođe, može definisati i pomoću $\Delta K = K_{max} - K_{min}$ i odnosa napona R . Prethodna jednačina (2.2) se tada može zameniti sa

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, R) \quad (2.3)$$

ili

$$\frac{da}{dN} = f_R(\Delta K) \quad (2.3a)$$

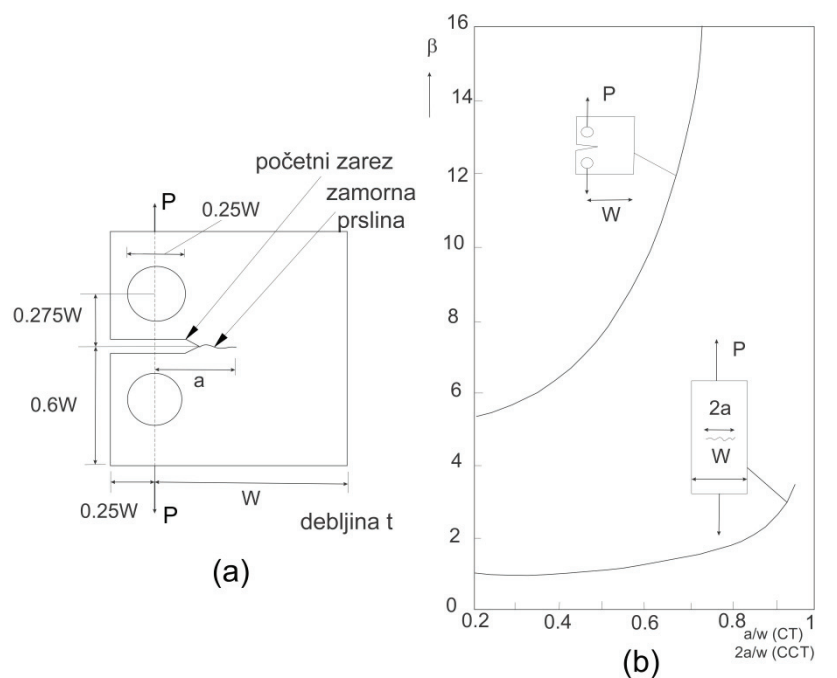


Slika 2.10 Brzina rasta prsline u epruvtama od aluminijumske legure 2024-T3 za dve različite vrednosti odnosa napona R (dijagrami preuzeti iz [12])

Vrednosti brzina rasta prsline u CCT epruvtama od Al-legure (2024-T3 Alclad) prikazane su na Slici 2.10 [12]. Ispitivanja su sprovedena za dve vrednosti R (0,52 i -0,05), a na Slici 2.10 se vidi da su dobijene dve oblasti vrednosti brzina rasta, a u skladu sa jednačinama (2.2) i (2.3).

Slika 2.9 iskorišćena je za ilustraciju ponašanja zamornih prslina u dve slične epruvete, ali sličnost oblika epruveta nije najvažniji faktor za primenu principa sličnosti. Jedna od dve epruvete na Slici 2.9 bi mogla biti i strukturna komponenta. Oblik komponente se uzima u obzir preko faktora intenziteta napona K , ili – još tačnije – faktora geometrije β u izrazu $\Delta K = \beta \Delta \sigma \sqrt{\pi a}$ (Slika 2.11b). Empirijski rezultati sa CCT uzoraka mogu se koristiti za predviđanje brzine rasta prsline u strukturi, ako se ΔK kao funkcija dužine prsline u strukturi može izračunati. Ovakva primena principa sličnosti podrazumeva da se vrednosti rasta zamorne prsline na jednostavnoj CCT epruveti mogu iskoristiti i za predviđanje rasta zamorne prsline u realnoj strukturi.

Umesto CCT epruveta mogu se koristiti i epruvete sa zarezom na ivici između otvora izložene zatezanju (Slika 2.11a), koje se zovu CT epruvete (eng. *compact tension*). Veće, i za izradu jednostavnije, CCT epruvete ipak su poželjnije.



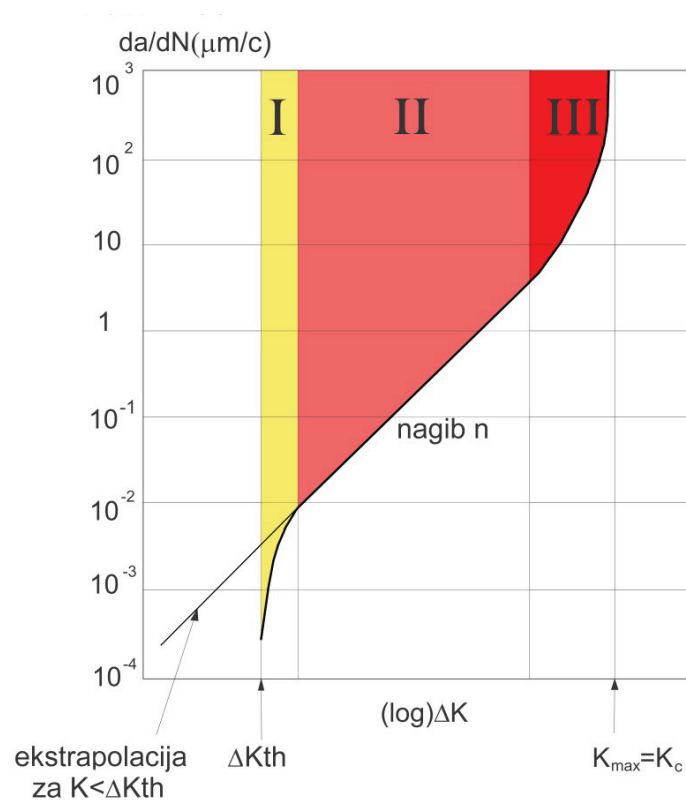
Slika 2.11 Izgled tipične CT epruvete (a) i poredenje sa CCT epruvetom (b)

Iako princip sličnosti koji vodi ka $da/dN = f_R(\Delta K)$ predstavlja najsvestraniji pristup, valja imati na umu da on ne govori ništa o mehanizmu

zamorne prsline, niti koliko će se prslina proširiti tokom ΔK ciklusa. Princip sličnosti samo kaže da bi Δa u sličnim ΔK ciklusima trebalo da bude isto. Vrednost proširenja prsline tokom ΔK ciklusa mora biti određena eksperimentalno, što se može obaviti na pomenutim epruветama. Relacija $da/dN=f_R(\Delta K)$ tada definiše *otpornost materijala na rast prsline usled zamora*.

2.5 Oblasti rasta zamorne prsline

Vrednosti brzine rasta zamorne prsline prikazane na Slici 2.10 pokrivaju određeni opseg vrednosti ΔK i brzina rasta, ali ne daju nikakve naznake o brzini rasta izvan tog opsega. Sveobuhvatniji eksperimenti su pokazali da se na dijagramu $da/dN-\Delta K$ pojavljuju dve vertikalne asimptote - u ΔK_{th} i K_C (Slika 2.12).



Slika 2.12 Tri karakteristične oblasti rasta prsline

Leva asimptota u tački $\Delta K = \Delta K_{th}$ pokazuje da su vrednosti ΔK ispod te granice (odn. praga - eng. *threshold*) preniske da bi izazvale širenje prsline.

Druga asimptota (s desne strane) pojavljuje se pri ΔK ciklusu kod koga je $K_{max} = K_C$. To znači da K_{max} doseže određenu *kritičnu vrednost* koja vodi do konačnog loma epruvete. Kad se vrednosti da/dN nacrtaju u funkciji $\log \Delta K$, funkcija $da/dN = f_R(\Delta K)$ bi trebalo da se proteže kroz tri različite oblasti, označene sa I, II i III na Slici 2.12. Ove oblasti su redom: (I) *oblast vrednosti ΔK nižih od granične vrednosti ΔK_{th}* , (II) *Parisova oblast* i (III) *oblast brzog širenja prsline*.

2.5.1 Oblast vrednosti ΔK nižih od granične vrednosti ΔK_{th}

Oblast vrednosti ΔK nižih od ΔK_{th} nije povezana sa mikro prslinama o kojima je bilo reči ranije. Ove mikro prsline se stvaraju na površini, ali zbog mikrostrukturnih barijera one ne mogu da prodru dublje u materijal, pa ostaju mikro prsline. Granična vrednost ΔK_{th} se, dakle, odnosi na makro rast zamorne prsline. Drugim rečima, ΔK_{th} je povezana sa zamornim prslinama koje su narasle na makroskopske dužine pri nivoima ΔK iznad vrednosti ΔK_{th} . Ako se ΔK nakon toga smanji, rast prsline se usporava i pretpostavlja se da neće biti daljeg rasta ako je ΔK sve vreme ispod ΔK_{th} .

Eksperimentalna istraživanja su pokazala da ΔK_{th} nije konstanta materijala, jer zavisi od odnosa napona R . Preporuke za određivanje ΔK_{th} putem ispitivanja date su u ASTM standardima [10]. Problem kod ΔK_{th} testova je postizanje zaustavljanja rasta prsline. Prema ASTM standardu, to je ostvareno ako je brzina rasta prsline reda veličine 10^{-10} m/ciklusu, što odgovara produženju prsline od samo 1mm u 10^7 ciklusa. Ovakvi testovi, naravno, uzimaju puno vremena.

Dva pitanja se sada mogu postaviti: (1) Zašto makro prsline prestaju rasti na nivoima K na kojima mikro prsline rastu i (2) koji je praktičan značaj ΔK_{th} ? Prvo pitanje deluje kao paradoks, ali kao što je objašnjeno ranije ciklično smicanje („skliznuće“) se događa lakše na površini materijala. To znači da postoje povoljni uslovi za nastanak mikro prsline i njen početni rast. Takođe, faktor intenziteta napona nije dovoljno dobar koncept za proučavanje mikro

prslina. On je uveden da bi se opisala raspodela napona u blizini vrha prslina u homogenom materijalu, uz uslov da je plastična zona relativno mala (videti Poglavlje 3). Ovo jednostavno ne važi za mikro prslina veličine prečnika jednog ili dva zrna materijala.

Što se tiče značaja ΔK_{th} , brzina oslobađanja energije G (ili sila rasta prslina, eng. *crack driving force*) sporo rastuće makro prslina veoma je mala (o brzini oslobađanja energije biće reči u Poglavlju 3). Ako je efektivno ΔK malo, postaje sve teže aktivirati sistem smicanja na vrhu zamorne prslina koji bi trebalo da doprinese njenom daljem širenju. Mehanizam postaje nepravilan, sa odstupanjima od početnog pravca rasta prslina na mikro nivou, što dovodi do usporenog rasta prslina. Mikrostrukturna svojstva tada mogu ponovo postati važna. Šta više, sila rasta prslina kod nepravilnog fronta manja je nego kod pravilnog fronta prslina. Sam vrh prslina se više ne otvara lako i prslina prestaje rasti.

Ovaj proces nije lako detaljno opisati, a i razlikuje se za različite materijale. Međutim, praktičan značaj ΔK_{th} može biti ponekad limitiran, pa se – sa aspekta otpornosti materijala na rast prslina usled zamora – realističnijim pristupom čini ekstrapolacija krive $da/dN-\Delta K$ iz Parisove oblasti na dole, ka nižim vrednostima ΔK , ispod ΔK_{th} . Ekstrapolacija je prikazana tankom linijom na Slici 2.12.

2.5.2 Parisova oblast

Prema Parisu i Erdoganu [13], odnos između da/dN i K može se opisati sledećom eksponencijalnom funkcijom:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n \quad (2.4)$$

gde su veličina C i eksponent n konstante materijala. Jednačina u dvostrukom logaritamskom dijagramu daje linearnu relaciju:

$$\log(da/dN) = \log(C) + n \cdot \log(\Delta K) \quad (2.5)$$

gde je sada n nagib (gradijent) funkcije (Slika 2.12).

2.5.3 Oblast brzog širenja prsline

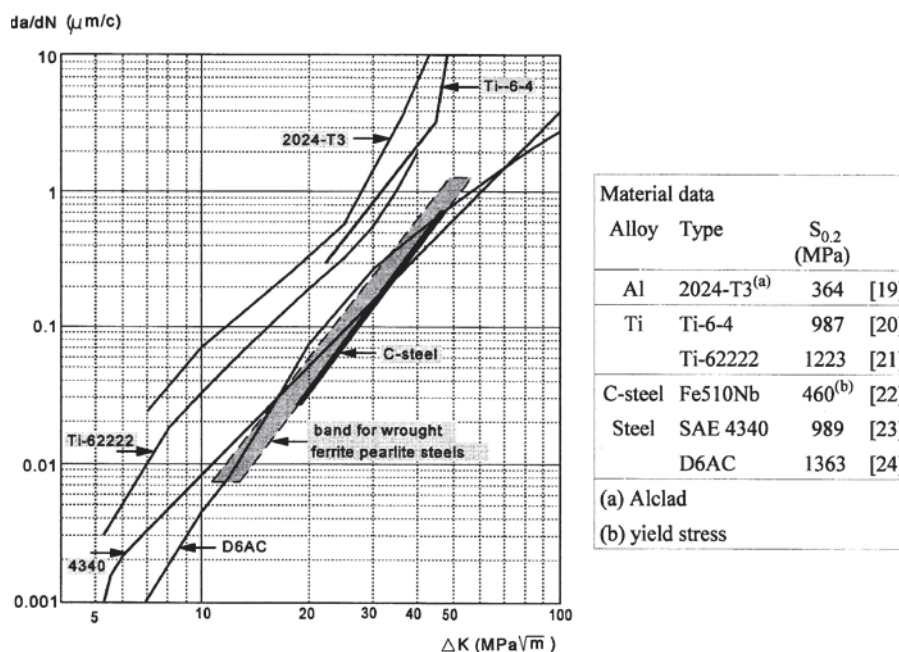
Brzina rasta prsline u oblasti III (Slika 2.12) je velika, reda veličine 0,01 mm/ciklus i više. Posmatranja elektronskim mikroskopom površine na kojoj se pojavio lom usled zamora otkrivaju tragove zamornih nabora uzrokovanih velikim brojem uzastopnih ciklusa. Međutim, razmak između nabora je generalno manji od vrednosti da/dN dobijene iz krive rasta prsline. Lokalna područja žilavog kidanja uočena su između tragova nabora, ali se žilavo kidanje još ne javlja duž celog fronta prsline, pa je iz tog razloga rast prsline još uvek stabilan. Dalje širenje prsline moguće je samo uz dodatno ciklično opterećenje, ali nepromenljive oblasti žilavog kidanja ukazuju na to da predstoji nestabilno širenje i konačni lom. Život zamorne prsline u ovoj oblasti je vrlo kratak, pa je njen značaj u praktičnim primenama mali.

Predvideti kada će doći do konačnog loma nije posebno teško, jer bi se to trebalo dogoditi pri $K_{max} = K_C$ (prema definiciji, K_C je faktor intenziteta napona koji dovodi do konačnog loma). Međutim, K_C za strukturne materijale obično nije konstantna vrednost. Konačan lom kod materijala određene žilavosti javlja se kada je preostali deo poprečnog preseka izložen plastičnom tečenju duž cele širine (tzv. *tečenje celog preseka*). U tom slučaju, vrednost K_C nema nikakvog smisla jer se faktor intenziteta napona temelji na elastičnom ponašanju materijala, sa relativno malim tečenjem jedino u vrhu prsline. U mnogim eksperimentima u kojima se određivalo K_C , veoma brzo širenje prsline se pojavljivalo pre nego što se uspostavilo stanje nestabilnog rasta i to je zavisilo od dimenzija epruvete.

2.6 Rast zamorne prsline u različitim materijalima

Rast zamorne prsline u različitim materijalima najbolje se može opisati korelacijom $da/dN-\Delta K$ za konstantne vrednosti odnosa napona R (jednačine (2.3) i (2.3a)). Korelacija može biti prikazana grafikom ili empirijskom funkcijom na osnovu rezultata ispitivanja. Takav grafik pokazuje vezu opterećenja koje prslinu širi (predstavljenog preko K ili ΔK) i otpornosti materijala na širenje prsline (predstavljene preko da/dN).

Otpornost na širenje prsline zavisi od vrste materijala, a za određene vrste legura i od nivoa čvrstoće materijala dobijenog tokom proizvodnje, uključujući termičku obradu. Otpornost može zavistiti i od pravca dejstva opterećenja u odnosu na pravac vlakana materijala (npr. paralelno ili normalno na pravac izvlačenja). Primeri svojstava materijala sa aspekta rasta prsline usled zamora prikazani su na Slici 2.13 [8].



Slika 2.13 Brzine rasta prsline u različitim materijalima (dijagram preuzet iz [8])

Slika 2.13 pokazuje rast prsline kod nekoliko materijala: jedne aluminijumove legure, dve titanijumove legure, jednog nisko-ugljeničnog čelika, dva čelika visoke čvrstoće i grupe feritno-perlitnih čelika. Nivoi čvrstoće

materijala dati su u tabeli na Slici 2.13 u vidu vrednosti napona tečenja pri kome nastaje 0,2% plastične deformacije $\sigma_{0,2} = S_{0,2}$. Sve vrednosti širenja prslina na Slici 2.13 dobijene su pri $R \approx 0$. Najviše vrednosti brzine rasta prslina javljaju se kod aluminijumove legure, iako 2024-T3 legura ima relativno dobru otpornost na rast zamorne prslina u odnosu na druge Al-legure visoke čvrstoće.

Brzine rasta prslina kod Ti legura znatno su veće nego kod čelika. Slika 2.13 takođe pokazuje da se brzine rasta prslina kod čelika sa značajno različitim vrednostima napona tečenja ne razlikuju puno. To znači da povećanje vrednosti napona tečenja kod niskolegiranog čelika visoke čvrstoće ne dovodi do znatnog povećanja otpornosti na širenje prslina. Drugim rečima, otpornost na rast zamorne prslina čelika s vrlo visokim $\sigma_{0,2}$ može biti relativno niska.

Ovaj zaključak je od velikog praktičnog značaja u smislu posledica koje mogu biti rezultat odabira materijala sa visokim naponom tečenja. Ne treba zaboraviti ni da su materijali visoke čvrstoće veoma osetljivi na pojavu zamora usled geometrijskih nepravilnosti, pa se čini da otpornost na širenje prslina ovih materijala može biti kritična karakteristika. Zato se pri projektovanju moraju uzeti u obzir svi aspekti, naročito ako se materijali visoke čvrstoće biraju iz razloga smanjenja težine konstrukcije.

Visoka osetljivost na rast zamorne prslina materijala visoke čvrstoće može se ilustrovati jednostavnim proračunom uzimajući u obzir podatke sa Slike 2.13 [8]. Proračun je sproveden za male, polukružne površinske prslina dubine a , (Tabela 2.1). Faktor intenziteta napona za polukružnu površinsku prslinu dobijen je pomoću Njuman-Radžuove (Newman-Raju) jednačine [14], uz pretpostavku da je prslina mala u odnosu na sve ostale dimenzije komponente. Vrednost ΔK za najnižu tačku polukružne prslina tada iznosi:

$$\Delta K = 0.723 \Delta \sigma \sqrt{\pi a} \quad (2.6)$$

Da bi se moglo napraviti poređenje različitih materijala, usvojeno je da vrednost cikličnog napona $\Delta \sigma$ bude jednaka 1/3 vrednosti napona tečenja $\sigma_{0,2}$. U prvom proračunu brzina rasta da/dN računata je za trenutak kada je zamorna

prslina dosegla dubinu od 2,5 mm. Vrednosti K za pet različitih materijala dobijene su zamenom $\Delta\sigma$ sa $1/3\sigma_{0.2}$ u jednačini (2.6). Brzina rasta prsline se onda može čitati na Slici 2.13. Rezultati u trećoj koloni Tabele 2.1 pokazuju da **visoka vrednost $\sigma_{0.2}$ dovodi do velike brzine rasta zamorne prsline**. Najniža brzina rasta prsline se dobija za nisko-ugljenični čelik sa niskom vrednošću napona tečenja.

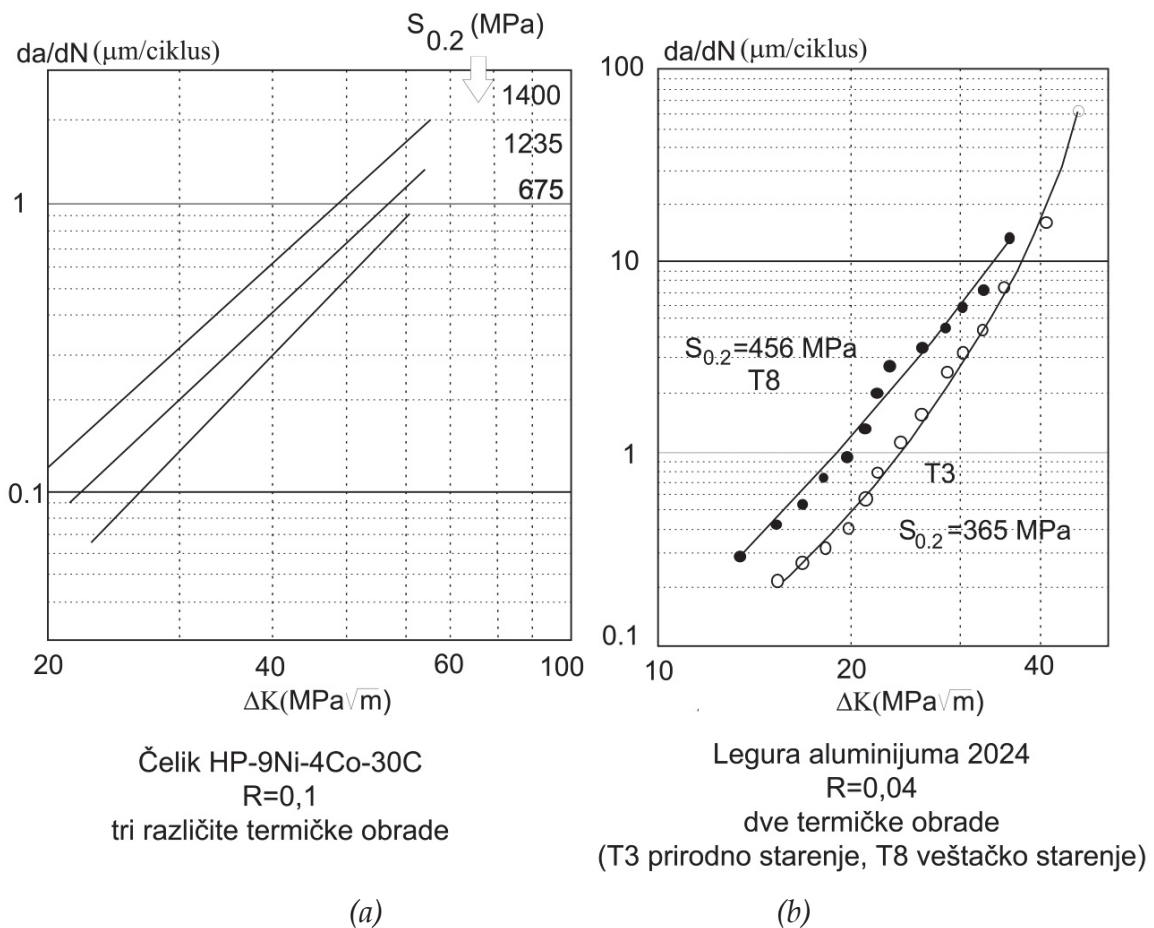
Tabela 2.1 Polukružna površinska prslina. Brzina rasta da/dN na dubini prsline 2.5 mm i dubina prsline a pri brzini $0.1 \mu\text{m}/\text{ciklus}$.

Legura	$\sigma_{0.2}$ (MPa)	$da/dN(\mu\text{m}/10^3\text{c})$ pri $a=2.5 \text{ mm}$	$a \text{ (mm)}$ pri $da/dN=0.1\mu\text{m}/10^3\text{ciklusa}$
2024-T3	364	23	7.4
nisko-uglj. čelik	460	2	23.3
SAE 4340	989	50	4.3
D6AC	1363	170	1.8
Ti-62222	1223	300	1.0

U drugom proračunu određena je veličina prsline pri kojoj brzina rasta postaje $0.1\mu\text{m}/10^3$ ciklusa. Odgovarajuće K vrednosti su uzete sa Slike 2.13, a veličina prsline je zatim određena pomoću jednačine (2.6). Kao što se može videti u poslednjoj koloni Tabele 2.1, brzina rasta od $0.1\mu\text{m}/10^3$ ciklusa javila se pri vrlo malim dužinama prsline kod legura s visokim $\sigma_{0.2}$, dok se to dogodilo pri mnogo većim prslinama u nisko-ugljeničnom čeliku i 2024-T3 Al-leguri. Problem je što uočiti prslinu tokom inspeksijskih pregleda strukture, kada je njena dužina manja od nekoliko milimetara, nije ni malo lako.

Vrednost napona tečenja materijala može se promeniti izborom drugačijeg tipa termičke obrade, ali se tada mora očekivati i promena karakteristika zamorne prsline. Dva takva primera data su na Slici 2.14. Napon tečenja čelika visoke čvrstoće značajno je povećan, sa 675 MPa na vrednosti 1235

i 1400 MPa dodatnom termičkom obradom. Kao što se vidi na Slici 2.14a, povećana vrednost $\sigma_{0,2}$ (odnosno $S_{0,2}$) dovodi do veće brzine rasta prsline. To znači da je otpornost na rast zamorne prsline znatno smanjena. Sličan trend prikazan je i na Slici 2.14b za Al-leguru 2024. Povećanje vrednosti $\sigma_{0,2}$ za 25% dovelo je do povećanja brzine rasta zamorne prsline za skoro dva puta.



Slika 2.14 Uticaj termičke obrade na rast zamorne prsline kod čelika visoke čvrstoće i aluminijumske legure 2024-T3 (dijagrami preuzeti iz [8])

Najdrastičniji učinak termičke obrade prijavljen je u [15] za Ti-legure (Ti-8Al-1Mo-1V). Jedna termička obrada (duplo kaljenje) uzrokovala je 10 do 40 puta veću brzinu rasta prsline nego druge termičke obrade (testovi su rađeni pri $R=0.1$). Struktura Ti-legura može se značajno promeniti termičkom obradom zbog pojave dve faze sa različitim strukturama kristalne rešetke. Ako se tako velike razlike mogu pojaviti, onda ne čudi da **otpornost na širenje prsline**

može značajno varirati sa promenom svojstava materijala termičkom obradom.

Tehnički važan aspekt promenljivosti svojstava zamorne prsline predstavlja pitanje da li su ova svojstva ista za nominalno slične materijale (slične prema datim specifikacijama). Razlike se mogu očekivati između materijala dobijenih od različitih proizvođača, ali postoji verovatnoća da će razlike postojati i između različitih šarži materijala dobijenog od istog proizvođača. Dokaze za ovo donelo je ispitivanje tabli lima od legure aluminijuma 2024-T3 nabavljenih iz sedam različitih fabrika [16]. Rezultati su pokazali da je jedna fabrika (nazovimo je A) proizvela lim sa oko dva puta dužim vekom zamorne prsline nego fabrika B. Razlike između nekoliko šarži materijala oba proizvođača su takođe uočene, ali rezultati nisu mogli biti povezani sa razlikama u mehaničkim svojstvima, veličini zrna ili hemijskom sastavu. Isto ispitivanje je pokazalo da je rast zamorne prsline na epruvetama opterećenim u poprečnom pravcu (tj. normalno na smer izvlačenja) bio za oko 40% brži nego u epruvetama opterećenim u uzdužnom pravcu. Napon tečenja $\sigma_{0.2}$ u poprečnom pravcu bio je za oko 10% niži nego u uzdužnom. Slični učinci pravca opterećenja su prikazani u literaturi i za ostale materijale, iako empirijski dokazi imaju svoja ograničenja.

Zaključak koji se može izvesti je da se i otpornost na širenje zamorne prsline kod super legure određenog hemijskog sastava - kao i drugih materijala, uostalom - ne može smatrati jedinstvenim svojstvom te legure. Otpornost na širenje prsline zavisi od raznih faktora, pri čemu je jedan od najznačajnijih termička obrada. Osobine zamorne prsline mogu biti i pod uticajem načina proizvodnje super legure, debljine materijala i orijentacije vlakana. Iako u literaturi ima podataka o uticaju pobrojanih faktora, najpouzdanije vrednosti otpornosti na širenje prsline u super leguri mogu se dobiti putem jednostavnih eksperimenata opisanih u odeljku 2.3 ovog poglavlja ili u literaturi [17].

POGLAVLJE 3

MODELIRANJE RASTA PRSLINE USLED ZAMORA

3.1 Modeliranje loma materijala pomoću rasta prsline - linearna elastična mehanika loma

Pristup projektovanju *pouzdatih konstrukcija* strogo zavisi od uzimanja u obzir preostale čvrstoće delimično oštećenih struktura i (u prethodnom poglavlju analizirane) brzine prostiranja prsline, što su **ključne karakteristike procesa zamora** (koje se, inače, ne uzimaju u obzir pri proračunima veka *bezbednih konstrukcija*). Zato se kod projektovanja konstrukcija na kojima se može tolerisati zamorna prslina određene dužine, velika pažnja mora posvetiti modeliranju loma materijala pomoću rasta prsline.

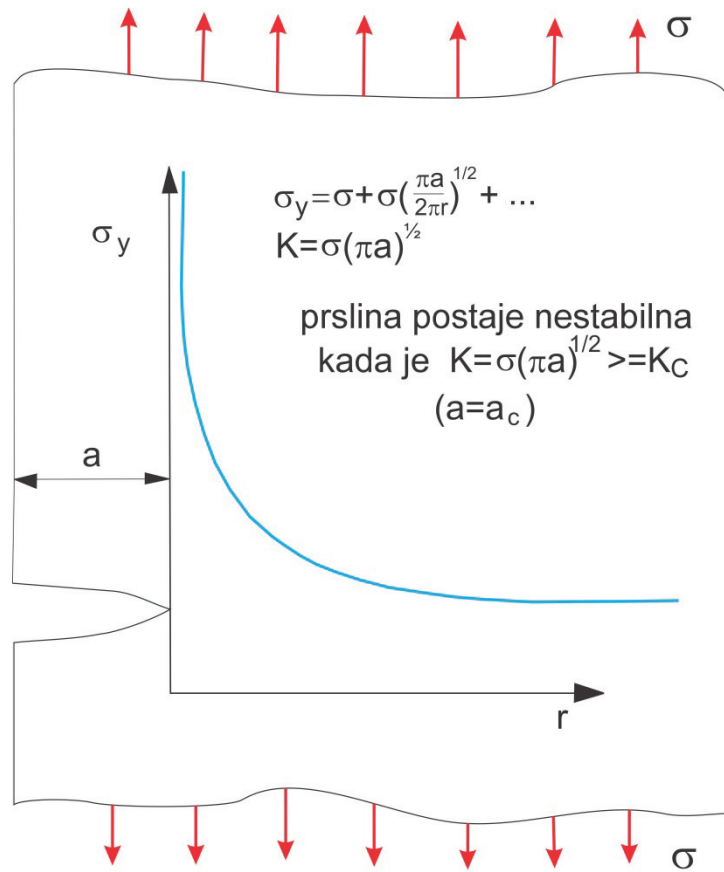
U tu svrhu koristi se mehanika loma, međutim današnja metodologija još uvek ne uspeva da se u potpunosti nosi sa svim problemima koji se u praksi javljaju. Razvijen je veliki broj metoda za analizu loma i one se koriste u raznim kompanijama i istraživačkim laboratorijama, a osnove najznačajnijih od njih će ovde biti ukratko predstavljene.

3.1.1 Polje oko vrha prsline u izotropnom, linearno-elastičnom čvrstom telu

Osnovu mehanike loma čini proučavanje ranije pomenutog faktora intenziteta napona K . Slika 3.1 ilustruje najjednostavniji koncept. Na njoj je prikazana raspodela elastičnog napona duž linije putanje jedne polovine prsline na beskonačnoj, tankoj ploči izloženoj na krajevima ravnomerno raspoređenom naponu σ .

Iz razloga što se vrh prsline može smatrati beskonačno oštrim, proračunska lokalna koncentracija napona sadrži singularitet, tj. linearno-elastična analiza predviđa beskonačan napon u vrhu prsline. To znači da bi do loma materijala koji u sebi sadrži oštru prslinu došlo i pri dejstvu

infinitesimalnog opterećenja. Međutim, idealno oštar vrh matematička je apstrakcija koja ne opisuje stvarnu situaciju. Metali se, u stvarnosti, plastično deformišu tako da se oštar vrh zatupljuje i ima određeni radijus.



Slika 3.1 Raspodela lokalnog elastičnog napona u blizini vrha prsline

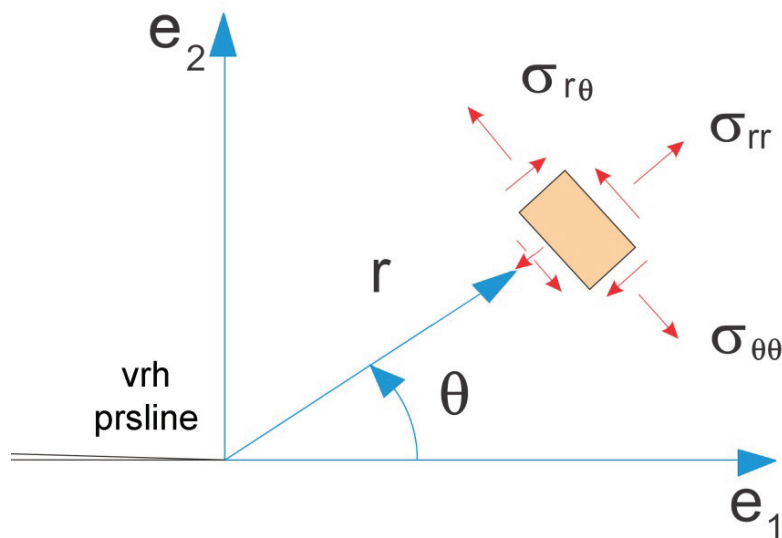
Raspodela lokalnog elastičnog napona može se opisati relacijom:

$$\sigma_y = \sigma + \sigma \sqrt{\pi a / 2\pi r} + \dots \quad (3.1)$$

gde je a - polovina dužine prsline, a r - radijalna koordinata tačke na ploči, dok članovi višeg reda zavise od geometrije ploče. Brojilac drugog člana jednačine (3.1) $\sigma \sqrt{\pi a}$ meri čvrstoću (jačinu) singulariteta i predstavlja *faktor intenziteta napona* K . Faktor intenziteta napona definiše se za beskonačnu ploču opterećenu na zatezanje, ali se vrednost $\sigma \sqrt{\pi a}$ može koristiti i za ploču konačnih dimenzija koja je simetrična u odnosu na horizontalnu osu x . Međutim, konačnost

dimenzija se tada mora uzeti u obzir preko *geometrijskog faktora korekcije* β , pa izraz za faktor koncentracije napona dobija oblik $K = \beta\sigma\sqrt{\pi a}$.

Većina tehnika mehanike loma bazira se na pretpostavci da polja pomeranja i napona u neposrednoj blizini vrha prsline uvek imaju istu raspodelu, bez obzira na geometriju tela i opterećenja koja na njega deluju. Polja u blizini vrha prsline su, dakle, fundamentalni rezultati mehanike loma.



Slika 3.2 Naponsko stanje u blizini vrha prsline

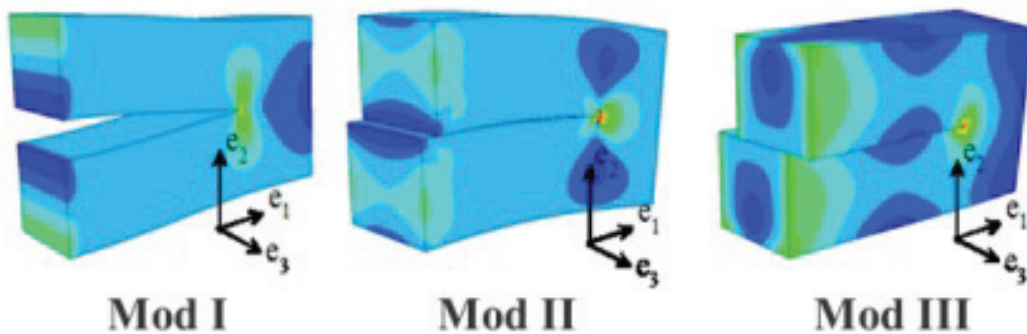
Slika 3.2 predstavlja deo beskonačno velikog elastičnog tela, Jangovog (Young) modula elastičnosti E i Puasonovog (Poisson) koeficijenta ν , koje na sebi ima prslinu. Podrazumeva se da su opterećenja koja deluju na telo dovoljno daleko od oblasti prsline. Vrednosti polja oko vrha prsline obično se izražavaju u cilindrično-polarnim koordinatama (r, θ, z) sa koordinatnim početkom u vrhu prsline, dok se pomeranja i naponi u blizini vrha predstavljaju preko tri vrednosti, K_I , K_{II} i K_{III} , koje se zovu *faktori intenziteta napona Modova I, II i III*. Po definiciji, faktori intenziteta napona računaju se na sledeći način [18]:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{22}, \quad K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{12}, \quad K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{32} \quad (3.2)$$

sa limesom računatim duž $\theta = 0$.

Faktori intenziteta napona zavise od oblika tela i načina na koji je ono opterećeno. Da bi se došlo do njihovih vrednosti mora se prvo odrediti celo polje napona u čvrstom telu, a zatim izračunati granične vrednosti pomoću izraza (3.2). Ovi proračuni su prilično zahtevni, pa se u praksi rešenje traži u tablicama vrednosti faktora intenziteta napona za određene geometrije ili pomoću numeričkih metoda kao što je MKE (o čemu će više reći biti kasnije).

Fizičko značenje sva tri faktora intenziteta napona prikazano je na Slici 3.3. Faktor intenziteta napona Moda I (u oznaci K_I) kvantifikuje pomeranja i napone pri otvaranju („cepanju“) prsline; faktor intenziteta napona Moda II (u oznaci K_{II}) opisuje smičuća pomeranja i napone koji se javljaju pri klizanju (u ravni ivica) jedne preko druge površi prsline; konačno, faktor intenziteta napona Moda III (u oznaci K_{III}) opisuje pomeranja i napone pri klizanju površi prsline van ravni ivica prsline.



Slika 3.3 Fizički smisao faktora intenziteta napona Modova I, II i III
(ilustracija preuzeta iz [18])

Naponsko stanje u blizini vrha prsline definiše se pomoću sledećih izraza [18]:

$$\sigma_{rr} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{5}{4} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(-\frac{5}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.3a)$$

$$\sigma_{\theta\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{3}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{3}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.3b)$$

$$\sigma_{r\theta} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{1}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \left(\frac{1}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) \quad (3.3c)$$

Ekvivalentni izrazi u pravougaonom koordinatnom sistemu su:

$$\sigma_{11} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) - \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2}\right) \quad (3.4a)$$

$$\sigma_{22} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \quad (3.4b)$$

$$\sigma_{12} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) \quad (3.4c)$$

$$\sigma_{31} = -\frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \quad \sigma_{32} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \quad (3.4d)$$

Konačno, vrednosti pomeranja određuju se pomoću izraza:

$$u_1 = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[1 - 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2}\right] \cos \frac{\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[2 - 2\nu + \cos^2 \frac{\theta}{2}\right] \sin \frac{\theta}{2} \quad (3.5a)$$

$$u_2 = \frac{K_I}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[2 - 2\nu - \cos^2 \frac{\theta}{2}\right] \sin \frac{\theta}{2} + \frac{K_{II}}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left[-1 + 2\nu + \sin^2 \frac{\theta}{2}\right] \cos \frac{\theta}{2} \quad (3.5b)$$

$$u_3 = \frac{K_{III}}{\mu} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} \sin \frac{\theta}{2} \quad (3.6)$$

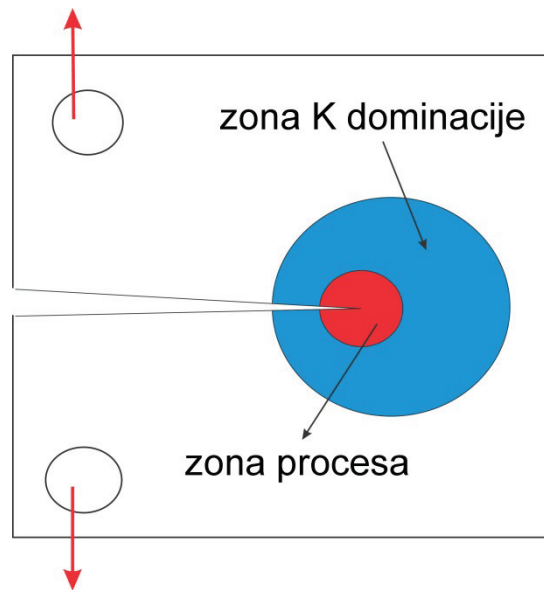
Treba naglasiti da su izrazi (3.5) za komponente pomeranja u ravni u_1 i u_2 važeći samo za ravansku relativnu deformaciju.

3.1.2 Pretpostavke i primena linearne elastične mehanike loma

Osnovni zadatak linearne elastične mehanike loma je da predvidi kritično opterećenje koje će dovesti do rasta prsline u telu. U slučajevima kada se javlja i zamor, određivanje brzine i pravca rasta prsline su, takođe, od velikog značaja.

Celokupna teorija elastične mehanike loma temelji se na sledećem argumentu: ako je izotropno čvrsto telo idealno elastično, onda se može očekivati da će asimptotska rešenja postajati sve tačnija kako se približavamo vrhu prsline. Udaljavanjem od vrha, naponsko i deformaciono stanje sve su više pod uticajem geometrije tela i graničnih uslova, pa asimptotsko polje više nije

dovoljno tačno. U praksi, asimptotsko polje neće dati tačnu naponsku sliku ni u samoj blizini vrha prslina. Prslina, kao što je rečeno, ne može biti savršeno oštra u vrhu, a ako bi i bila, nema tog čvrstog tela koje bi moglo izdržati „beskonačni“ napon predviđen asimptotskim rešenjima linearne elastične mehanike loma. Stoga se u praksi predviđa da linearno elastično rešenje neće biti tačno u neposrednoj blizini vrha prslina, gde nelinearnost materijala i drugi uticaji igraju važnu ulogu.



Slika 3.4 Oblasti oko vrha prslina

Stvarne raspodele napona i deformacija se mogu analizirati uzimanjem u obzir činjenice da se u realnosti u materijalu pojavljuju tri oblasti (Slika 3.4):

1. Oblast u neposrednoj blizini vrha prslina (gde se „proces“ odvija), u kojoj je materijal izložen nepovratnim oštećenjima.
2. Oblast nešto udaljena od vrha prslina, u kojoj se linearno elastično asimptotsko polje oko vrha može smatrati prilično tačnim (ova oblast je poznata i kao „zona K dominacije“ ili „K uticaja“).
3. Oblast dosta udaljena od vrha prslina, u kojoj naponsko polje zavisi od geometrije tela i graničnih uslova.

Oštećenje materijala (rast prslina usled zamora) posledica je onoga što se dešava u prvoj oblasti. Linearna elastična mehanika loma ne razmatra procese u

njoj, već polazi od toga da su naponska stanja u ovoj oblasti pod direktnim uticajem stanja u zoni K dominacije. Naponsko stanje u drugoj oblasti zavisi samo od tri faktora intenziteta napona; dakle, i stanje u „zoni procesa“ može se okarakterisati sa K_I , K_{II} i K_{III} . Ako bi to bilo tačno, brzina rasta prsline bila bi samo funkcija faktora intenziteta napona i ničeg drugog.

Kritične vrednosti K_I , K_{II} i K_{III} koje dovode do rasta prsline u super legurama mogu se izmeriti u standardnom laboratorijskom testu (ranije opisanom) i potom koristiti kao mere otpornosti na širenje oštećenja. **U slučajevima testova na zamor super legura, može se izmeriti brzina rasta prsline u funkciji K_I , K_{II} i K_{III} (tj. njihove promene tokom vremena) i potom taj odnos opisati korišćenjem odgovarajuće matematičke relacije.**

Nakon što se na ovaj način okarakteriše super legura, bezbednost cele strukture (ili komponenti koje sadrže prslinu) može se relativno lako proceniti. Dovoljno je izračunati faktore intenziteta napona prsline u strukturi, a zatim koristiti zakon rasta prsline pod zamorom kako bi se izračunalo hoće li ili ne prslina rasti. Tako je, na primer, kriterijum loma za rast prsline pri opterećenju koje dovodi do Moda I definisan izrazom $K_I \geq K_{IC}$, gde je K_{IC} *kritična vrednost faktora intenziteta napona* (ova vrednost se, kao što je rečeno u Poglavlju 2, još zove i *lomna žilavost* ili *čvrstoća na lom materijala*).

Eksperimentima je utvrđeno da je ovaj pristup prilično dobar, pod uslovom da su zadovoljene pretpostavke linearne elastične mehanike loma. U suštini, sledeći uslovi moraju biti zadovoljeni:

1. Sve karakteristične dimenzije epruvete moraju biti više od 25 puta veće od očekivane veličine plastične zone u vrhu prsline.
2. U slučaju ravanskog stanja deformacija u vrhu prsline, debljina epruvete mora biti veća od veličine plastične zone.

Za materijal legure sa naponom tečenja Y , u slučaju opterećenja u Modu I i sa faktorom intenziteta napona K_I , veličina plastične zone može se proceniti pomoću izraza koji je predložio Irvin (Irwin) [19]:

$$r_p \sim \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{Y} \right)^2 \quad (3.7)$$

3.1.3 Praktična primena linearne elastične mehanike loma u projektovanju konstrukcija od super legura

Da bi se linearna elastična mehanika loma mogla uspešno primeniti u proučavanju zamornog ponašanja super legura, potrebno je:

1. Dizajnirati laboratorijske epruvete od super legura tako da se na njima mogu izazvati očekivani faktori intenziteta napona u vrhovima prslina;
2. Izmeriti kritične faktore intenziteta napona koji uzrokuju lom laboratorijskih epruveta i/ili izmeriti brzine rasta prslina usled zamora u funkciji nepromenljivih (statičkih) ili ciklično promenljivih napona;
3. Proceniti očekivanu veličinu i mesto nastanka prslina u strukturi ili komponenti od super legure;
4. Izračunati faktore intenziteta napona za prslina u realnim strukturama (ili komponentama) u slučajevima predviđenih uslova opterećenja;
5. Kombinovanjem rezultata koraka 2 i 4 predvideti ponašanje prslina u strukturi koja se projektuje i na osnovu toga napraviti odgovarajuće preporuke za unapređenje bezbednosti konstrukcije.

3.1.4 Izračunavanje faktora intenziteta napona

Izračunavanje vrednosti faktora intenziteta napona očigledno je ključan korak mehanike loma. Različite tehnike mogu se koristiti za to, uključujući:

- a) Analitičko određivanje naponskog stanja (u linearnoj oblasti) epruvete ili realne strukture sa prslinom, na osnovu koga se faktor intenziteta napona može dobiti iz asimptotskog ponašanja naponskog polja u blizini vrha prslina;
- (b) Direktno određivanje faktora intenziteta napona pomoću energetske metoda ili integrala nezavisnih od putanje;

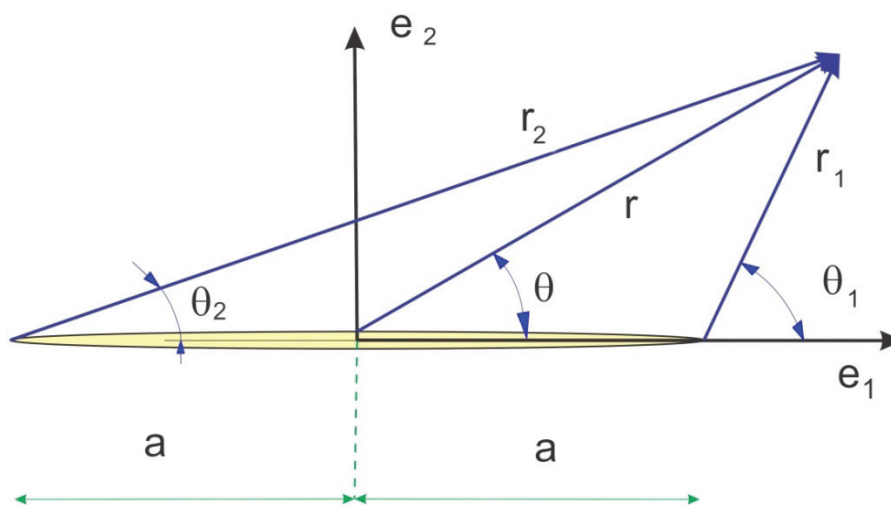
- (c) Traženje odgovarajućeg modela u standardnim tablicama;
- (d) Upotrebu numeričkih metoda - naročito su efikasne one zasnovane na integralnim graničnim jednačinama, ali se (kao što će biti demonstrirano u ovoj tezi) i *metoda konačnih elemenata* može veoma uspešno koristiti.

3.1.4.1 Analitičko određivanje faktora intenziteta napona na osnovu poznatog naponskog stanja

Analitičko određivanje faktora intenziteta napona prslina u strukturi (tj. njenim komponentama) zasnovano je na rešavanju standardnog linearno-elastičnog graničnog problema. Nakon što se izračunaju naponi u telu, faktori intenziteta napona se dobijaju na osnovu jednačina (3.2). Tačna rešenja je, međutim, moguće dobiti samo kod jednostavnijih geometrija. Na ovom mestu biće dat prikaz rešenja dobijenih u dva karakteristična slučaja.

Slučaj 1: Dvodimenzionalni (2D) procep u telu beskonačnih dimenzija

Na Slici 3.5 prikazana je 2D prslina (oblika procepa) dužine $2a$ u telu beskrajno velikih dimenzija, koje je podvrgnuto uniformnom stanju napona u beskonačnosti (σ_{22}^{∞} , σ_{12}^{∞} i σ_{32}^{∞}).



Slika 3.5 2D procep u telu beskonačnih dimenzija

Kompletno rešenje ovog problema može se naći u literaturi [18], a dobijene vrednosti se najčešće izražavaju u polarnim koordinatama (r, θ) , sa koordinatnim početkom u središtu procepa i pomoćnim uglovima i rastojanjima $(r_1, \theta_1$ i $r_2, \theta_2)$ prikazanim na Slici 3.5. Pri korišćenju formula (3.8a–3.8g) trebalo bi imati na umu da uglovi θ_1 i θ_2 moraju biti u granicama $-\pi \leq \theta_1 \leq \pi$, $0 \leq \theta_2 \leq 2\pi$. Vrednosti napona i pomeranja u celom polju date su, dakle, sledećim izrazima:

$$\begin{aligned}
u_1 = & \frac{(1 + \nu)\sigma_{22}^\infty\sqrt{r_1r_2}}{4E} \left[4(1 - 2\nu) \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{4r(1 - \nu)}{\sqrt{r_1r_2}} \cos \theta - \frac{2r^2}{r_1r_2} \left(\cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right. \right. \\
& \left. \left. - \cos \left(2\theta - \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_2}{2} \right) \right) \right] \\
& + \frac{(1 + \nu)\sigma_{12}^\infty\sqrt{r_1r_2}}{E} \left[2(1 - \nu) \sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{2r(1 - \nu)}{\sqrt{r_1r_2}} \sin \theta \right. \\
& \left. + \frac{r^2}{r_1r_2} \sin \theta \cos \left(\theta - \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_2}{2} \right) \right] \quad (3.8a)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_2 = & \frac{(1 + \nu)\sigma_{22}^\infty\sqrt{r_1r_2}}{4E} \left[8(1 - \nu) \sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} + \frac{4\nu r}{\sqrt{r_1r_2}} \sin \theta - \frac{2r^2}{r_1r_2} \left(\sin \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right. \right. \\
& \left. \left. + \sin \left(2\theta - \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_2}{2} \right) \right) \right] \\
& + \frac{(1 + \nu)\sigma_{12}^\infty\sqrt{r_1r_2}}{E} \left[(1 - 2\nu) \cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} + \frac{2r(1 - \nu)}{\sqrt{r_1r_2}} \cos \theta \right. \\
& \left. - \frac{r^2}{r_1r_2} \sin \theta \sin \left(\theta - \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_2}{2} \right) \right] \quad (3.8b)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{11} = & \frac{\sigma_{22}^\infty r}{\sqrt{r_1r_2}} \left[\cos \left(\theta - \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_2}{2} \right) - 1 - \frac{a^2}{r_1r_2} \sin \theta \sin \frac{3(\theta_1 + \theta_2)}{2} \right] \\
& + \frac{\sigma_{12}^\infty r}{\sqrt{r_1r_2}} \left[2 \sin \left(\theta - \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_2}{2} \right) - \frac{a^2}{r_1r_2} \sin \theta \cos \frac{3(\theta_1 + \theta_2)}{2} \right] \quad (3.8c)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\sigma_{22} = & \frac{\sigma_{22}^\infty r}{\sqrt{r_1r_2}} \left[\cos \left(\theta - \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_2}{2} \right) + \frac{a^2}{r_1r_2} \sin \theta \sin \frac{3(\theta_1 + \theta_2)}{2} \right] \\
& + \frac{\sigma_{12}^\infty r}{\sqrt{r_1r_2}} \frac{a^2}{r_1r_2} \sin \theta \cos \frac{3(\theta_1 + \theta_2)}{2} \quad (3.8d)
\end{aligned}$$

$$\sigma_{12} = \frac{\sigma_{22}^{\infty} r}{\sqrt{r_1 r_2}} \frac{a^2}{r_1 r_2} \sin \theta \cos \frac{3(\theta_1 + \theta_2)}{2} + \frac{\sigma_{12}^{\infty} r}{\sqrt{r_1 r_2}} \left[\cos \left(\theta - \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_2}{2} \right) + \frac{a^2}{r_1 r_2} \sin \theta \sin \frac{3(\theta_1 + \theta_2)}{2} \right] \quad (3.8e)$$

$$\sigma_{32} = \frac{\sigma_{23}^{\infty} r}{\sqrt{r_1 r_2}} \cos \left(\theta - \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_2}{2} \right) \quad (3.8f)$$

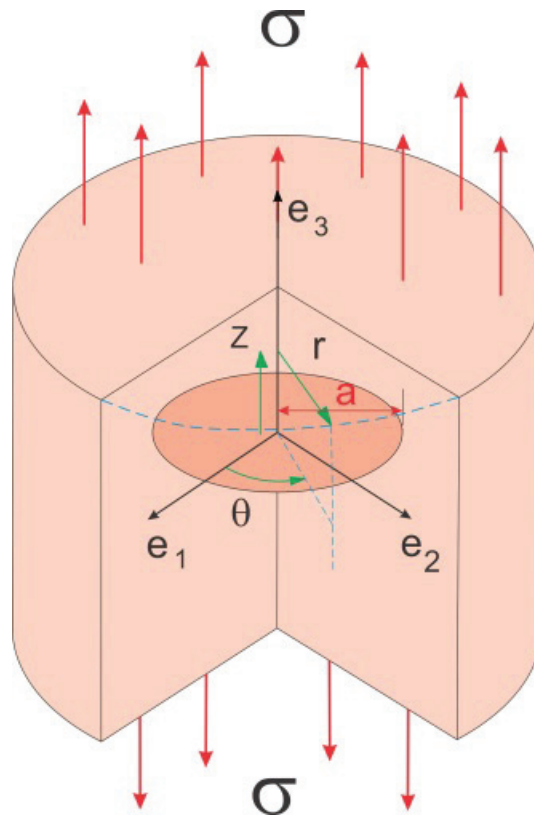
$$\sigma_{31} = \frac{\sigma_{23}^{\infty} r}{\sqrt{r_1 r_2}} \sin \left(\theta - \frac{\theta_1}{2} - \frac{\theta_2}{2} \right) \quad (3.8g)$$

Faktori intenziteta napona sada se računaju primenom izraza:

$$K_I = \sqrt{\pi a} \sigma_{22}^{\infty}, \quad K_{II} = \sqrt{\pi a} \sigma_{12}^{\infty}, \quad K_{III} = \sqrt{\pi a} \sigma_{32}^{\infty} \quad (3.9)$$

Slučaj 2: Prslina oblika novčića u telu beskonačnih dimenzija

Slika 3.6 prikazuje kružnu prslinu radijusa a u telu beskonačno velikih dimenzija izloženom aksijalnom naprezanju u beskonačnosti.



Slika 3.6 Prslina oblika novčića u telu beskonačnih dimenzija

Vrednosti pomeranja, u cilindrično-polarnim koordinatama, iznose:

$$u_r = -\frac{\nu\sigma r}{E} + \frac{(1+\nu)\sigma r}{\pi E} \left[(1-2\nu) \left(\frac{a \cdot \sqrt{\rho_2^2 - a^2}}{\rho_2^2} - \arcsin \frac{a}{\rho_2} \right) + \frac{2a^2|z| \cdot \sqrt{a^2 - \rho_1^2}}{\rho_2^2(\rho_2^2 - \rho_1^2)} \right] \quad (3.10a)$$

$$u_z = \frac{\sigma z}{E} + \frac{2(1+\nu)}{\pi E} \left[2(1-\nu) \left(\frac{z}{|z|} \sqrt{a^2 - \rho_1^2} - z \cdot \arcsin \frac{a}{\rho_2} \right) + z \left(\arcsin \frac{a}{\rho_2} - \frac{\sqrt{\rho_2^2 - a^2}}{\rho_2^2 - \rho_1^2} \right) \right] \quad (3.10b)$$

$$\rho_1 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(a+r)^2 + z^2} - \sqrt{(a-r)^2 + z^2} \right) \quad (3.10c)$$

$$\rho_2 = \frac{1}{2} \left(\sqrt{(a+r)^2 + z^2} + \sqrt{(a-r)^2 + z^2} \right) \quad (3.10d)$$

Pomeranje gornje površi prsline može se odrediti smenjivanjem u jednačine (3.10a–3.10d) vrednosti $z = 0$ i uslova $r < a$, tako da se dobija:

$$u_z = \frac{4(1-\nu^2)\sigma}{\pi E} \sqrt{a^2 - r^2} \quad (3.11)$$

Faktor intenziteta napona može se odrediti direktno iz pomeranja površi prsline. Modifikacijom izraza (3.2) dobija se:

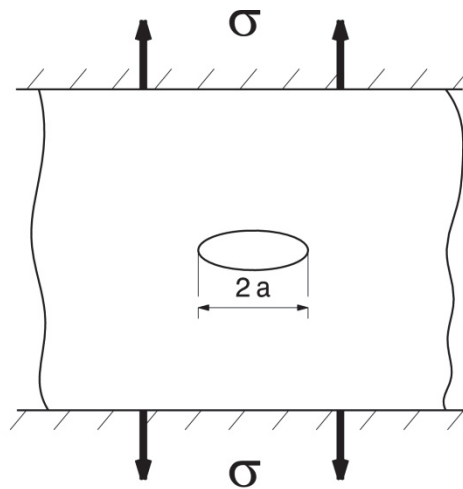
$$K_I = \lim_{r \rightarrow a} \frac{E u_z(r)}{4(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{2\pi}{(a-r)}} \quad (3.12)$$

odnosno:

$$K_I = 2\sigma\sqrt{a/\pi} \quad (3.13)$$

3.1.4.2 Određivanje faktora intenziteta napona pomoću energetske metode

Osnovu koncepta korišćenja energije u proučavanju rasta prsline definisao je rad Grifita [1] iz 1921.g. u kojem je izvedena jednačina za *brzinu oslobađanja energije*. Grifit je pošao od idealno elastične ploče jedinične debljine sa središnom prslinom dužine $2a$ (Slika 3.7), koja je na ukleštenim krajevima opterećena naponom σ .



Slika 3.7 Ploča sa prslinom i ukleštenim krajevima, opterećena naponom σ

Kada se dužina prsline na jednom kraju poveća za vrednost da , smanjuje se krutost ploče, što znači da i opterećenje mora da se smanji, jer su krajevi ploče uklešteni. Tada se smanjuje i elastična energija, pa se može reći da rast prsline za vrednost da „oslobađa“ određenu vrednost elastične energije. Ako je opterećenje veće, logično je da će se rastom prsline za vrednost da osloboditi i veća elastična energija.

Uslov za rast prsline Grifit je definisao jednačinom

$$\frac{dU}{da} = \frac{dU_Y}{da} \quad (3.14)$$

gde je U elastična energija, a U_Y energija potrebna za rast prsline. Koristeći jednačine za naponsko polje oko eliptične prsline [20], Grifit je došao do izraza

$$\frac{dU}{da} = \frac{2\pi\sigma^2 a}{E} \quad (3.15)$$

u kojem je veličina na desnoj strani u njegovu čast kasnije obeležena slovom G , tj.

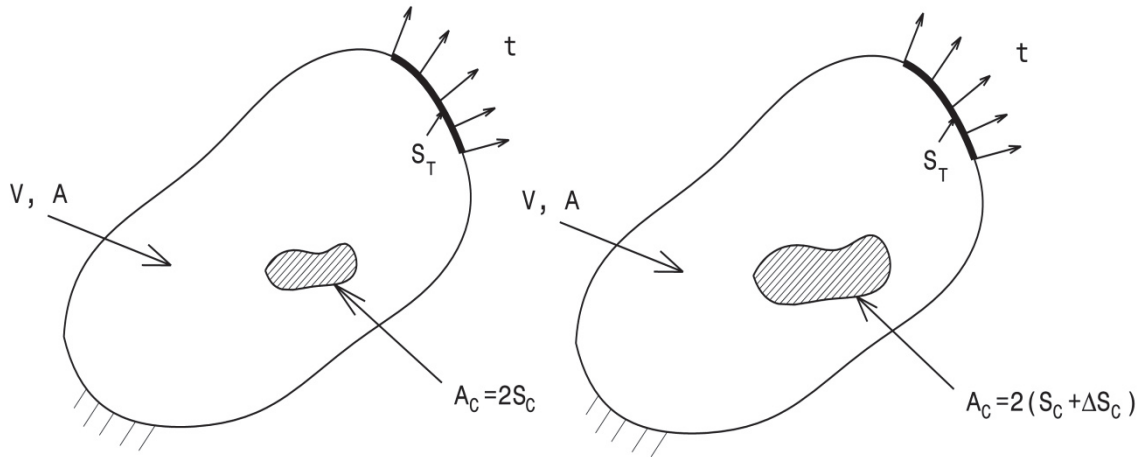
$$G = \frac{\pi\sigma^2 a}{E} \quad (3.16)$$

Veličina G postala je poznata pod imenom *brzina oslobađanja energije* ili *sila rasta prsline*, s obzirom da ima jedinicu N/m .

Danas se G definiše preko uslova energetske ravnoteže u dva različita stanja pri širenju prsline (Slika 3.8) [21]:

$$\left[\int_V W^{(2)} dV - W^{(1)} dV \right] = \left[\int_{S_t} t_i (u_i^{(2)} - u_i^{(1)}) dS \right] - 2\Delta S_C \gamma \quad (3.17)$$

gde su $W^{(2)}$ i $W^{(1)}$ unutrašnji deformacioni radovi za stanja (2) i (1), t_i površinske sile koje deluju na S_t , γ gustina površinske energije (karakteristika materijala) i S_C i $S_C + \Delta S_C$ površine prsline u stanjima (2) i (1).



Slika 3.8 Promena površine prsline S_C sa njenim širenjem (ilustracija preuzeta iz [21])

S obzirom da je potencijalna energija $\Pi = \int_V W dV - \int_{S_t} t_i u_i dA$ jednačina (3.17) prelazi u

$$\frac{\delta\Pi}{\delta S_C} + 2\gamma = 0 \quad (3.18)$$

gde prvi sabirak predstavlja $-G$, tj.

$$G = -\frac{\delta\Pi}{\delta S_C} = 2\gamma = G_C \quad (3.19)$$

Stanje definisano jednačinom (3.19) naziva se kritičnim jer će do započinjanja rasta prsline doći kad brzina oslobađanja energije postane veća od G_C (ova vrednost se može tumačiti kao otpornost materijala na rast prsline [22]). Iz tog razloga se veličina 2γ naziva *otpornost na lom* ili *reaktiona sila*. U praksi, početak širenja prsline uglavnom nastaje pre dostizanja teoretskih vrednosti G_C , pa se umesto njih koriste vrednosti iz testova na CT uzorcima.

Opšti oblik Grifitovog uslova rasta se, stoga, može napisati u obliku

$$(G - 2\gamma)\dot{S}_C \geq 0 \quad (3.20)$$

gde je \dot{S}_C brzina promene površine prsline.

Između vrednosti faktora intenziteta napona i brzina oslobađanja energije mogu se definisati sledeće veze:

$$G_I = \frac{K_I^2}{E^*}, \quad G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E^*} \quad (3.21)$$

gde je

$$E^* = \begin{cases} E, & \text{pri ravanskom stanju deformacija} \\ \frac{E}{1 - \nu^2}, & \text{pri ravanskom stanju napona} \end{cases} \quad (3.22)$$

U slučaju mešovitog opterećenja prsline, često se koristi i sledeća relacija [23]:

$$G = G_I + G_{II} = \frac{K_I^2}{E^*} + \frac{K_{II}^2}{E^*} \quad (3.23)$$

Što se tiče kritične vrednosti faktora intenziteta napona Moda I K_{IC} (odn. žilavosti loma) koja se određuje eksperimentalno, ona se može povezati sa G_{IC} (kritičnom brzinom oslobađanja energije Moda I) stavljanjem u jednačini (3.23) $K_{II} = 0$.

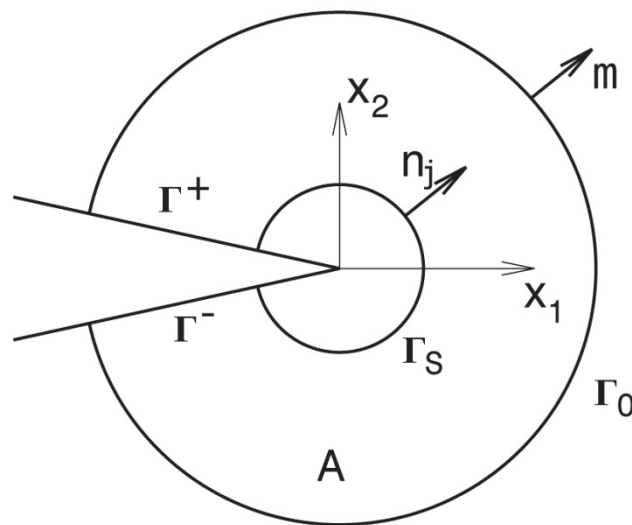
3.1.4.3 Određivanje faktora intenziteta napona pomoću integrala nezavisnih od putanja (J-integral)

J-integral je energetski parametar mehanike loma zasnovan na osnovnim zakonima mehanike kontinuuma koji ima veliku primenu u proceni zamornog veka i integriteta nosećih struktura.

U slučaju homogenih materijala sa dvodimenzionalnim poljem deformacija (tj. ravanskom deformacijom) koji nisu izloženi zapreminskim silama, tenzor napona je funkcija samo Dekartovih koordinata (oblika x_α , gde je $\alpha=1,2$), pa se može izvesti sledeći konturni integral [21]

$$J_k = \lim_{\Gamma_s \rightarrow 0} \int_{\Gamma_s} (W \delta_{kj} - \sigma_{ij} u_{i,k}) n_j d\Gamma \quad (i, j, k = 1, 2) \quad (3.24)$$

gde je Γ_s zatvorena kriva linija u ravni $x_1 x_2$, sa jediničnim vektorom spoljne normale n_j (Slika 3.9).



Slika 3.9 Integraciona putanja oko vrha prsline (ilustracija preuzeta iz [21])

U izrazu (3.24) $u_{i,k}$ predstavlja komponentu tenzora pomeranja, a W gustinu energije po jedinici nedeformisane zapremine (odn. gustinu energije relativne deformacije) koja se može izraziti jednačinom

$$W = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} \quad (3.25)$$

u kojoj je σ_{ij} komponenta tenzora napona, a ε_{ij} komponenta tenzora deformacije. Sa δ_{kj} u izrazu (3.24) označen je Kronekerov δ -sistem [24].

U suštini, J-integral predstavlja zakon održanja energije i može se primeniti i kod linearno-elastičnih materijala i kod nelinearno-elastičnih i elasto-plastičnih materijala. Rajs (Rice) je u svom radu [25] dokazao nezavisnost konturnog J-integrala (3.24) od putanje integraljenja, pokazujući – pri tom – da je vrednost J-integrala jednaka brzini oslobađanja energije:

$$J = G \quad (3.26)$$

U radu [26] je J-integral doveden u vezu sa faktorima intenziteta napona Modova I i II preko izraza u kompleksnoj ravni

$$J = J_1 - iJ_2 = \frac{1}{E^*} (K_I^2 + K_{II}^2 + i2K_I K_{II}) \quad (3.27)$$

Komponente J_1 i J_2 u izrazu (3.27) definišu mere širenja prsline normalno na strane prsline i paralelno njima, i imaju sledeće vrednosti

$$J_1 = \frac{K_I^2 + K_{II}^2}{E^*}, \quad J_2 = \frac{-2K_I K_{II}}{E^*} \quad (3.28)$$

Za definisanje naponskog i deformacionog polja u okolini vrha prsline pomoću J-integrala, kod elastično-plastičnih materijala najčešće se koriste Hačinson-Rajs-Rozengrenovi (Hutchinson-Rice-Rosengren) izrazi [27, 28] oblika

$$\begin{aligned} u_i &= \alpha \varepsilon_Y r \left(\frac{J}{\alpha \varepsilon_Y \sigma_Y I_n r} \right)^{\frac{n}{n+1}} u_i(n, \theta) \\ \sigma_{ij} &= \sigma_Y \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_Y^2 I_n r} \right)^{\frac{n}{n+1}} \tilde{\sigma}_{ij}(n, \theta) \\ \varepsilon_{ij} &= \varepsilon_Y \left(\frac{EJ}{\alpha \sigma_Y^2 I_n r} \right)^{\frac{n}{n+1}} \tilde{\varepsilon}_{ij}(n, \theta) \end{aligned} \quad (3.29)$$

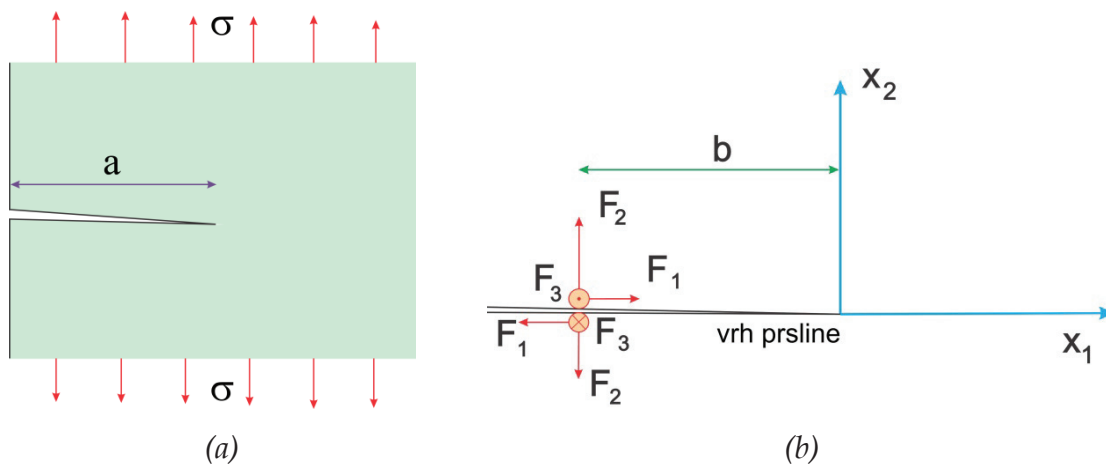
gde su n i α Remberg-Ozgdov (Ramberg-Osgood) eksponent i konstanta, ε_Y deformacija koja odgovara naponu tečenja σ_Y , I_n integraciona konstanta koja zavisi od krive $\sigma - \varepsilon$, dok su $u_i(n, \theta)$, $\tilde{\sigma}_{ij}(n, \theta)$ i $\tilde{\varepsilon}_{ij}(n, \theta)$ bezdimenzione funkcije koje zavise od Remberg-Ozgdov eksponenta i polarne koordinate θ .

3.1.4.4 Određivanje faktora intenziteta napona pomoću standardnih tablica

Veliki broj rešenja dobijenih prethodno opisanim metodama, a za najčešće korišćene geometrije, prikupljen je u nekoliko knjiga, među kojima se najviše izdvaja Murakamijeva [29]. U njoj je moguće naći i vrednosti faktora intenziteta napona za 2D procep date jednačinama (3.8), kao i vrednost K_I za prslinu u obliku novčića datu jednačinom (3.12). Pored njih, tu je i vrednost K_I za ivičnu prslinu dužine a na beskonačnoj ploči izloženoj naponu σ na krajevima (Slika 3.10a) koja iznosi $K_I = 1,1215\sigma\sqrt{\pi a}$, zatim vrednosti faktora za sva tri moda (jednačine 3.30) u slučaju kada na centralni rascep deluju tri međusobno upravne sile na rastojanju b od koordinatnog početka (Slika 3.10b), kao i mnogi drugi slučajevi.

$$K_I = \frac{F_2}{\sqrt{\pi a}} f\left(\frac{b}{a}\right), K_{II} = \frac{F_1}{\sqrt{\pi a}} f\left(\frac{b}{a}\right), K_{III} = \frac{F_3}{\sqrt{\pi a}} f\left(\frac{b}{a}\right)$$

gde je: $f(\xi) = \sqrt{(1 + \xi)/(1 - \xi)}$ (3.30)



Slika 3.10 (a) Ploča sa ivičnom prslinom opterećena naponom σ na krajevima

(b) Ploča sa centralnim rascepom i tri međusobno upravne sile

3.1.4.5 *Određivanje faktora intenziteta napona pomoću metode konačnih elemenata (MKE)*

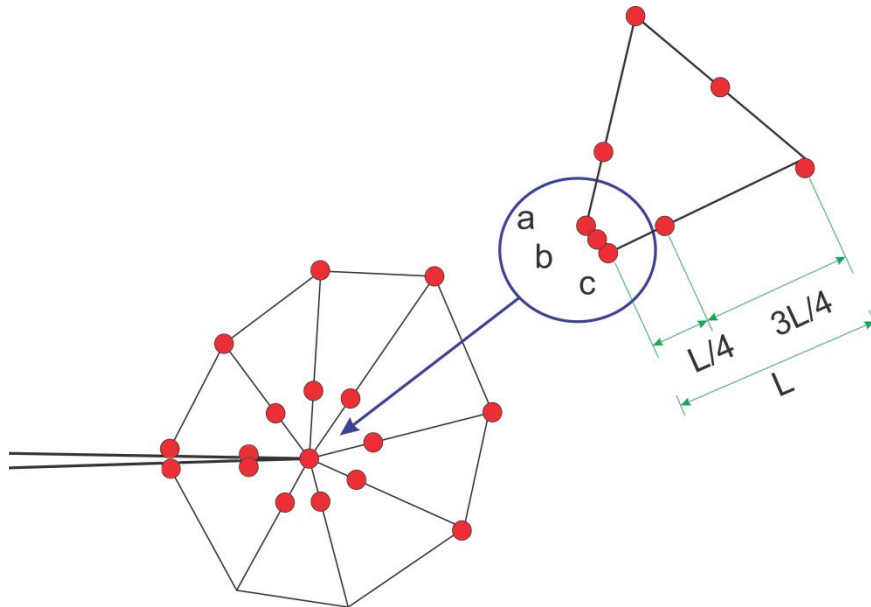
U slučajevima nosećih elemenata od super legura čije geometrije nisu jednostavne, metoda konačnih elemenata (uz metodu graničnih elemenata) predstavlja jedini način izračunavanja faktora intenziteta napona. To je, u suštini, vrlo jednostavan metod. Potrebno je, prvo, odrediti naponsko stanje tela kada na njega deluju spoljašnja opterećenja, zatim definisati poziciju prsline i onda odrediti faktore K_I , K_{II} i K_{III} uzimajući u obzir neophodne granične uslove. Nažalost, ovo je lakše reći nego u praksi sprovesti.

Problem je u tome što - po teoriji - naponsko polje (zajedno sa deformacionim) u vrhu prsline ima beskonačnu vrednost, pa se klasični konačni elementi ne mogu koristiti u ovom slučaju. Da bi se prevazišlo ovo ograničenje, razvijena su dva odvojena pristupa. Prvi je zasnovan na definisanju specijalnih konačnih elemenata za aproksimaciju singulariteta u vrhu prsline, dok se drugi zasniva na određivanju faktora intenziteta napona na osnovu vrednosti napona dovoljno daleko od vrha, a ne na osnovu same definicije. Oba pristupa daju dosta precizne vrednosti faktora intenziteta napona, a mogu se koristiti i zajedno kako bi se dobili najbolji rezultati.

Vrlo jednostavan postupak može se iskoristiti za generisanje singulariteta deformacije u vrhu prsline. Naime, geometrija tela u blizini vrha prsline mora biti predstavljena mrežom četvorougaonika sa 8 čvorova ili trouglova sa 6 čvorova (za dvodimenzionalne probleme), odnosno heksaedara sa 20 čvorova ili tetraedara sa 10 čvorova (za trodimenzionalne probleme). Elementi povezani sa vrhom prsline moraju biti četvorougaonici (odn. heksaedri). Pored toga, jedna strana svakog elementa povezanog sa vrhom prsline mora sadržati tri koincidentna čvora (kao što je prikazano Slikom 3.11).

Središni čvorovi bočnih strana elemenata povezanih sa vrhom prsline moraju biti pomereni na rastojanje jednako jednoj četvrtini dužine bočne ivice elementa. Ako su koincidentni čvorovi a , b i c na svakom elementu vrha prsline

prisiljeni da se zajedno pomeraju, to će dovesti do stvaranja $r^{-1/2}$ singulariteta deformacije u vrhu prsline, što je dobro za simulaciju linearno-elastičnih problema.



Slika 3.11 Generisanje singulariteta deformacije u vrhu prsline

Ako se čvorovima omogući da se pomeraju nezavisno, tada se generiše r^{-1} singularitet deformacije, što omogućava i simulaciju problema koji uključuju plastičnost u vrhu prsline. Na ovaj način moguće je doći i do vrednosti faktora intenziteta napona u vrhu prsline na nosećoj strukturi od super legure, ali ne i do simulacije širenja prsline. Konceptualni model je kod širenja nešto drugačiji i ovde će biti ukratko izložen.

Proces simuliranja rasta prsline je inkrementalan, što znači da se niz koraka ponavlja da bi se model iznova uspostavljao. Svaki sledeći korak počiva na prethodno izračunatim vrednostima i predstavlja jednu konfiguraciju prsline. Svaka iteracija se sprovodi na osnovu podataka iz četiri datoteke (ili baze). Prva baza je tzv. *reprezentacijska baza* (označava se simbolom R_i , gde i predstavlja broj tekuće iteracije). Ova baza sadrži sve informacije neophodne za nedvosmislen opis tela sa prslinom, u koje spadaju geometrija tela (i prsline), primenjeni naponi, pomeraji, sile, konstante materijala i stanje materijala u tom trenutku. Pomoću procesa diskretizacije (kreiranja mreže), reprezentacijska

baza se transformiše u *bazu analize naponskog stanja*, koja se označava sa A_i . I ova baza sadrži sve informacije o ispitivanom telu, ali približne, pri tom pripremljene u formi pogodnoj da bude ulaz u program za analizu naponskog stanja. To znači da se u njoj nalazi niz čvorova u kojima će osnovne promenljive polja biti izračunate, zatim mreža koja povezuje ove čvorove (površina kod analize graničnim elementima, zapremina kod analize konačnim elementima), specifikacije poznatih stanja u čvornim tačkama, stanja materijala i njihove konstante, kao i informacije neophodne za proračunavanje sila na telu i zaostalih napona i deformacija.

Procedura rešavanja se koristi da bazu analize naponskog stanja transformiše u *bazu ravnoteže* E_i koja se sastoji od primarnih (opterećenja i pomeranja) i sekundarnih (naponi i deformacije) promenljivih polja koje definišu ravnotežno rešenje za bazu A_i . Procedura rešavanja je, u stvari, jedna od ranije pomenutih numeričkih metoda. Baza E_i mora da sadrži promenljive polja i stanje materijala u svim tačkama na telu. Ove vrednosti mogu biti eksplicitne (u čvorovima) ili procenjene uz pomoć metoda interpolacije ili ekstrapolacije (u tačkama između čvorova). U kontekstu simulacije rasta prsline, ravnotežni model E_i mora sadržati i vrednosti faktora intenziteta napona ili druge parametre loma u svim tačkama duž svih frontova prsline. Ove vrednosti se čuvaju u posebnoj poddatoteci koja se obeležava sa F_i .

Baza E_i se, zajedno sa trenutnom reprezentacijskom bazom, koristi da bi se kreirala nova reprezentacijska baza R_{i+1} . Novi model predstavlja inkrementalni korak rasta prsline zasnovan na prethodno izračunatim vrednostima. Ovaj proces se, zatim, ponavlja dok se ne steknu uslovi za prekid simulacije (pojava nestabilnog rasta prsline, prodor prsline kroz celo telo i sl.)

Simbolički, simulacija rasta prsline može biti predstavljena na sledeći način:

- funkcija generisanja mreže M transformiše geometrijski model tela i prsline u model pogodan za analizu: $M(R_i) \rightarrow A_i$

- procedura analize napona S proračunava nepoznate promenljive polja i parametre loma za sve tačke duž fronta prsline: $S(A_i) \rightarrow E_i, F_i$
- funkcija obnavljanja reprezentacijskog modela U uzima vrednosti ravnotežnog stanja polja, trenutno stanje geometrije i materijala i funkciju koja predviđa razvoj oblika prsline C i kreira novu reprezentacijsku bazu: $U(E_i, R_i, C(F_i)) \rightarrow R_{i+1}$.

Ovaj proces se ponavlja sve dok se ne dostigne stanje u kojem dalja propagacija prsline više nije moguća. Korisni rezultati jedne ovakve simulacije mogu biti: konačan izgled prsline nakon n propagacija, zavisnost veličine prsline od spoljašnjeg opterećenja, promena vrednosti faktora intenziteta napona sa rastom prsline, itd.

Međutim, simulacija rasta prsline donosi i čitav niz novih poteškoća koje se ne javljaju u drugim slučajevima numeričkih modeliranja čvrstih tela. Na primer, dve dodirne površi zatvorene prsline predstavljaju posebne entitete koji su geometrijski koincidentni, što je situacija koja se ne može predstaviti standardnim pristupima u modeliranju tela. Ovo se može ilustrovati procesom klasifikacije tačaka koji predstavlja osnovu bilo kog sistema za modeliranje. Kod konvencionalnog pristupa, procesom klasifikacije se bilo koja data tačka smešta u jednu od sledeće tri grupe: tačke unutar tela, tačke van tela i tačke na nekoj od površi tela. Očigledno je da se tačka na površini prsline ne može svrstati ni u jednu od ovih grupa. Ona je istovremeno na dvema nezavisnim lokacijama koje su na površini tela, a bez susednih tačaka koje se nalaze van tela. Dakle, modeliranje ovakve geometrije nije moguće bez odgovarajuće klasifikacije tačaka koje leže na površinama prsline.

Jedan mogući način prevazilaženja opisanog problema se bazira na pretpostavci da prsline imaju proizvoljno odabranu, ali konačnu, vrednost „otvaranja“, tj. da su površi inicijalno razdvojene. Ovo je, međutim, nepoželjno jer uvođenje male fiktivne prsline može voditi ka nepouzdanim vrednostima proračuna zbog definisanih tolerancija i grešaka zaokruživanja. S druge strane,

može se tvrditi i da realne površi prsline nisu matematički koincidentne, već da u stvarnosti uvek postoji izvestan prostor između njih. To je svakako tačno, ali oblast u kojoj ovaj efekat može da ima izvestan uticaj je vrlo mala u poređenju sa ostalim dimenzijama tela i zavisi od specifičnih karakteristika materijala i brzine loma. U kontekstu istraživanja ponašanja konstrukcija napravljenih od super legura, ovakvo precizno modeliranje prsline bi imalo smisla, ali sa aspekta inženjerskih primena mehanike loma ovakvo detaljisanje potpuno je nepotrebno.

3.2 Numeričko predviđanje rasta zamorne prsline

Primena principa sličnosti (predstavljenog u Poglavlju 2) na predviđanje rasta zamorne prsline u strukturi nije moguća bez dva tipa informacija:

- (i) podataka o rastu prsline $da/dN = f_R(K)$, koji predstavljaju otpornost materijala na rast prsline, i
- (ii) faktora intenziteta napona u funkciji dužine prsline u strukturi $K(a)$, koji uzima u obzir silu rasta prsline.

Inkrementalan broj ciklusa ΔN_i potreban za inkrementalno širenje prsline Δa_i pri dužini prsline a_i se može dobiti pomoću izraza

$$\Delta N_i = \frac{\Delta a_i}{\left(\frac{da}{dN}\right)_{a=a_i}} \quad (3.31)$$

Brzina rasta se dobija iz $da/dN = f_R(\Delta K)$. Broj ciklusa potreban za proširenje prsline od početne dužine a_0 do konačne dužine a_f dobija se integracijom jednačine (3.31):

$$N_{a_0 \rightarrow a_f} = \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{f_R(\Delta K)} \quad (3.32)$$

Ako se primeni Parisova relacija (2.4):

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^n = C(\beta\Delta\sigma\sqrt{\pi a})^n \quad (3.33)$$

i zameni u jednačinu (3.32) dobija se zamorni vek prsline:

$$N = \frac{1}{C(\Delta\sigma)^n} \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{(\beta\sqrt{\pi a})^n} \quad (3.34)$$

Integral u izrazu (3.34) mora biti rešen numeričkom metodom jer β takođe zavisi od dužine prsline. Jedan zanimljiv aspekt ovde vredi spomenuti: **životni vek prsline N obrnuto je proporcionalan $(\Delta\sigma)^n$, nezavisno od vrednosti integrala.** To znači da se uticaj promene nivoa radnog napona može veoma jednostavno proceniti. Na primer, vrednost eksponenta n u Parisovoj relaciji je reda $n = 3$, pa će povećanje radnog napona za 1,25 puta dovesti do smanjenja životnog veka prsline približno 2 puta (1.25^3).

Parisova jednačina (2.4), međutim, ima izvesna ograničenja. Ona ne uzima u obzir uticaj vrednosti R na rast prsline, niti asimptotska ponašanja u oblastima I i III (Slika 2.12). Nekoliko alternativnih funkcija je predloženo u literaturi da bi se prevazišla ova ograničenja i da bi se dobile bolje predikcije korišćenjem jednačine (3.32). Forman je predložio sledeću jednačinu [30]:

$$\frac{da}{dN} = \frac{C(\Delta K)^n}{(1-R)(K_c - K_{max})} \quad (3.35)$$

Zbog člana $(K_c - K_{max})$ u imeniocu, da/dN postaje vrlo veliko ako se K_{max} približava K_c . Desna asimptota na Slici 2.12 na taj je način uzeta u obzir. Uticaj odnosa napona R takođe je uzet u obzir preko člana $(1-R)$ u imeniocu. Ali, asimptota kroz ΔK_{th} ne figurira u Formanovoj jednačini. Ona se, međutim, pojavljuje u brojiocu jednačine koju je predložio Pridl (Priddle) [31]:

$$\frac{da}{dN} = C \left[\frac{\Delta K - \Delta K_{th}}{K_c - K_{max}} \right]^n \quad (3.36)$$

Više sličnih jednačina koje zadovoljavaju oba asimptotska uslova je predloženo od raznih autora, ali sa različitim eksponentima n_1 i n_2 za brojilac i imenilac, respektivno. Vrednost ΔK_{th} u takvim jednačinama pretpostavljena je kao funkcija vrednosti R , za koju su, opet, predložene različite funkcije u literaturi, kao [32]:

$$\Delta K_{th} = A(1 - R)^\gamma \quad (3.37)$$

Konstante u jednačini (3.37) zavise od vrste materijala. Treba razumeti da ni jedna od ovih formula ne počiva na nekom fizičkom objašnjenju. One su predložene jer su se slagale sa trendovima u posmatranim rezultatima testova.

Jedna od - u praksi danas najčešće korišćenih - jednačina je tzv. NASGRO jednačina koja se koristi u NASA-i za predviđanje brzine rasta prsline usled zamora. Razvili su je Forman, Njumen (Newman), de Kening (de Koning) i Henriksen [33]. Brzinu rasta prsline oni su definisali na sledeći način:

$$\frac{da}{dN} = C \left[\left(\frac{1-f}{1-R} \right) \Delta K \right]^n \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_C} \right)^q} \quad (3.38)$$

gde su C , n , p i q empirijski dobijene vrednosti, a f je dato sledećom relacijom:

$$f = \frac{K_{op}}{K_{max}} = \begin{cases} \max(R, A_0 + A_1R + A_2R^2 + A_3R^3), & R \geq 0 \\ A_0 + A_1R, & -2 \leq R < 0 \\ A_0 - 2A_1, & R < -2 \end{cases} \quad (3.39)$$

U izrazu (3.39) A_0 , A_1 , A_2 i A_3 su konstante određene sledećim izrazima:

$$\begin{aligned} A_0 &= (0,825 - 0,34\alpha + 0,05\alpha^2) \cdot \left[\cos \left(\frac{\pi}{2} \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} \right) \right]^{\frac{1}{\alpha}} \\ A_1 &= (0,415 - 0,071\alpha) \cdot \frac{\sigma_{max}}{\sigma_0} \\ A_2 &= 1 - A_0 - A_1 - A_3 \\ A_3 &= 2A_0 + A_1 - 1 \end{aligned} \quad (3.40)$$

gde je α faktor ograničenja ravanske deformacije (napona), a σ_{max}/σ_0 odnos maksimalnog primenjenog napona i napona tečenja. U izrazu (3.38) ΔK_{th} predstavlja opseg praga intenziteta koji je definisan izrazom:

$$\Delta K_{th} = \frac{\Delta K_0 \sqrt{\frac{a}{a + a_0}}}{\left(\frac{1 - f}{(1 - A_0) \cdot (1 - R)} \right)^{1 + C_{th}R}} \quad (3.41)$$

gde je ΔK_0 opseg praga intenziteta napona za $R=0$, a je dužina prsline, a_0 svojstvena dužina prsline (0,0000381m) i C_{th} koeficijent praga.

NASGRO jednačina uzima u obzir i uticaj debljine preko kritičnog faktora intenziteta napona K_C koji je definisan izrazom:

$$\frac{K_C}{K_{IC}} = 1 + B_K e^{-\left(A_K \frac{t}{t_0}\right)^2} \quad (3.42)$$

U izrazu (3.42) A_K i B_K predstavljaju parametre prilagođavanja vrednostima dobijenim eksperimentalno, t je debljina epruvete, a t_0 referentna debljina (za stanje ravanske deformacije) koja se može odrediti pomoću izraza:

$$t_0 = 2,5 \cdot (K_{IC}/\sigma_{ys})^2 \quad (3.43)$$

U okviru softvera NASGRO [7] postoji velika baza materijala u kojoj su definisani svi koeficijenti potrebni za NASGRO jednačinu, a ostavljena je i mogućnost ručnog unosa potrebnih zamornih podataka ukoliko materijal za koji se proračun sprovodi nije deo postojeće baze.

3.3 Osobnosti početne dužine prsline a_0

Izraz za broj ciklusa (3.34) može poslužiti za još jedan jednostavan proračun. Ako se mala prsline pojavi u relativno velikoj strukturi, tada se može uzeti da je $\beta \approx 1$. Tada se integral može rešiti analitički:

$$N = \frac{1}{C(\Delta\sigma\sqrt{\pi})^n} \int_{a_0}^{a_f} \frac{da}{(\sqrt{a})^n} = \frac{1}{C(\Delta\sigma\sqrt{\pi})^n} \cdot \frac{1}{n/2 - 1} \left(\frac{1}{a_0^{\frac{n}{2}-1}} - \frac{1}{a_f^{\frac{n}{2}-1}} \right) \quad (3.44)$$

Parisova relacija za ugljenični čelik na Slici 2.13 dobija sledeći oblik:

$$\frac{da}{dN} = 1,294 \times 10^{-12} \times (\Delta K)^{3,40} \quad (3.45)$$

gde je da/dN u m/ciklus, a ΔK u $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$. Nakon smene $C = 1,294 \times 10^{-12}$ i $n=3.40$ u prethodnoj jednačini, izračunat je zamorni vek prsline za njene tri različite dužine [8] (Tabela 3.1).

Tabela 3.1. Predviđanja zamornog veka prsline kod ugljeničnog čelika

a_0 (mm)	a_f (mm)	vek zamorne prsline (10^3 ciklusa)	odnos ciklusa
5	50	382	1
5	100	419	1.1
1	50	3781	10

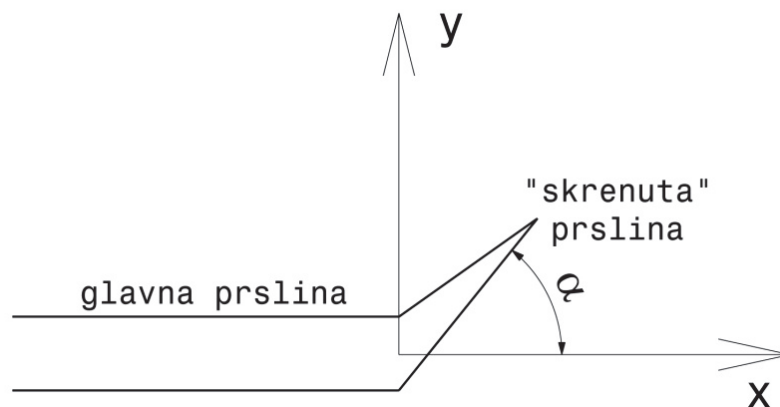
Ako se kao osnova za poređenje uzme rast prsline u rasponu od 5 do 50mm, proširenjem vrednosti a_f sa 50mm na 100mm, životni vek se povećava za samo 10% . Razlika je mala, jer je brzina rasta prsline relativno visoka između $a= 50\text{mm}$ i $a=100\text{ mm}$. Međutim, ako je dužina početne prsline 1mm umesto 5 mm, vek zamorne prsline povećava se oko 10 puta.

Ovako veliko povećanje posledica je male brzine rasta između 1 i 5mm. Ovo posmatranje je od velikog praktičnog značaja jer potvrđuje da veliki deo životnog veka čini rast vrlo male i skoro nevidljive prsline. Istovremeno, mora se razmotriti i pitanje da li se princip sličnosti može primeniti na dužine prsline reda 1mm zbog uticaja veličine zrna i elastične anizotropije. Takođe, valjanost Parisove relacije za tako male prsline nije potvrđena empirijskim rezultatima. Ove činjenice dovode u pitanje tačnost procene životnog veka vrlo malih

prslina, a pored toga potreban je i metod pomoću kojeg se može predvideti pravac u kom će se prslina kretati pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja.

3.4 Ugao skretanja prsline

U mehanici loma se pravac prostiranja prsline kroz strukturu može odrediti primenom *kriterijuma maksimalne brzine oslobađanja energije* [34]. Ovaj kriterijum predstavlja proširenje Grifitove teorije loma i predviđa da će se prslina širiti u pravcu duž koga se oslobađa maksimalna potencijalna energija. Precizna analiza oslobođene energije u slučaju mešovitog opterećenja (Modovi I i II) se zasniva na uzimanju u obzir malog ugla skretanja α (eng. *kink angle*) u odnosu na prethodni pravac kretanja vrha prsline (Slika 3.12).



Slika 3.12 Ugao skretanja prsline

Brzina oslobađanja energije u „skrenutom“ vrhu data je izrazom [35]

$$G_{skr} = \frac{\kappa + 1}{8\mu} (k_I^2 + k_{II}^2) \quad (3.46)$$

gde su k_I i k_{II} vrednosti faktora intenziteta napona u „skrenutom“ vrhu (koje su – kao i G_{skr} – funkcije ugla α), a μ i κ Laméova i Kolosova konstanta (date u Poglavlju 5). Ako se pretpostavi da se skretanje prsline dešava u okviru zone K dominacije (Slika 3.4), k_I i k_{II} se mogu izraziti u funkciji faktora intenziteta napona K_I i K_{II} , kao i ugla α :

$$k_I = C_{11}(\alpha)K_I + C_{12}(\alpha)K_{II} \quad (3.47a)$$

$$k_{II} = C_{21}(\alpha)K_I + C_{22}(\alpha)K_{II} \quad (3.47b)$$

gde su C_{ij} ($i, j = 1, 2$) funkcije ugla α . Husein (Hussain), Nuizmer (Nuismer) i Rajs su u svojim radovima [23, 36, 37] izveli vrednosti funkcija C_{ij} , a njihovim uvrščavanjem u jednačine (3.47) i (3.46) dobija se

$$G_{skr} = \frac{\kappa + 1}{8\mu} [(C_{11}^2 + C_{21}^2)K_I^2 + (C_{12}^2 + C_{22}^2)K_{II}^2 + 2(C_{11}C_{12} + C_{21}C_{22})K_I K_{II}] \quad (3.48)$$

Pravac prostiranja prsline θ se, onda, određuje traženjem maksimalne vrednosti $G_{skr}(\alpha)$:

$$\frac{\partial G_{skr}(\alpha)}{\partial \alpha} = 0, \text{ za } \alpha = \theta \quad (3.49a)$$

$$\frac{\partial^2 G_{skr}(\alpha)}{\partial \alpha^2} < 0, \text{ za } \alpha = \theta \quad (3.49b)$$

3.5. Osobnosti konačne dužine prsline a_r

Predviđanje kraja životnog veka prsline zahteva procenu kada dolazi do konačnog loma. Obično se pretpostavlja da se to događa kad K_{max} dostigne jednu od kritičnih vrednosti: K_{IC} u uslovima ravanske deformacije, a K_C u uslovima ravanskih napona. Problem određivanja kraja životnog veka prsline je često povezan sa određivanjem preostale čvrstoće strukture (ili epruvete) u funkciji dužine prsline.

Ovaj problem je dobio dosta pažnje jer je statički lom na kraju zamornog životnog života neprihvatljiv s obzirom na potencijalno veoma opasne posledice. Pretpostavka da će se statički lom pojaviti pri $K_{max} = K_{IC}$ čini se razumnom za krte materijale. Međutim, u mnogim tehničkim materijalima javljaju se značajne plastične deformacije tokom konačnog loma, ponekad čak u celoj oblasti u kojoj nema prsline. Faktor intenziteta napona tada postaje

neupotrebljiv za opisivanje vrednosti napona u vrhu prsline. U svakom slučaju, rezultate iz Tabele 3.1 bi trebalo stalno imati na umu, tj. **da se životni vek prsline do loma ne menja bitno za različite vrednosti kritične dužine prsline u trenutku loma (a_f), pod uslovom da je ona dosta veća od početne dužine prsline (a_0)**. To znači da se mogu koristiti umerene vrednosti a_f jer je njihov uticaj na predviđeni rast zamorne prsline mali.

POGLAVLJE 4

METOD KONAČNIH ELEMENATA (MKE) U SIMULACIJI RASTA PRSLINE U SUPER LEGURAMA

U prethodnim poglavljima je istaknuto da pojava zamora obuhvata procese nastanka i rasta prsline do kritične veličine koja ponekad dovodi do razdvajanja elementa na dva ili više delova. Postoje i drugi tipovi razaranja materijala, ali zamor je proces koji se najčešće javlja kod široko korišćenih metala kao što su gvožđe, čelik ili aluminijum. Kao što je rečeno, nastajanje prsline u ovim materijalima uzrokovano je klizanjem duž ravni kristalne rešetke, a usled vremenski promenljivih napona smicanja. To je, dakle, strogo lokalni proces i zavisi od dinamike samog sistema.

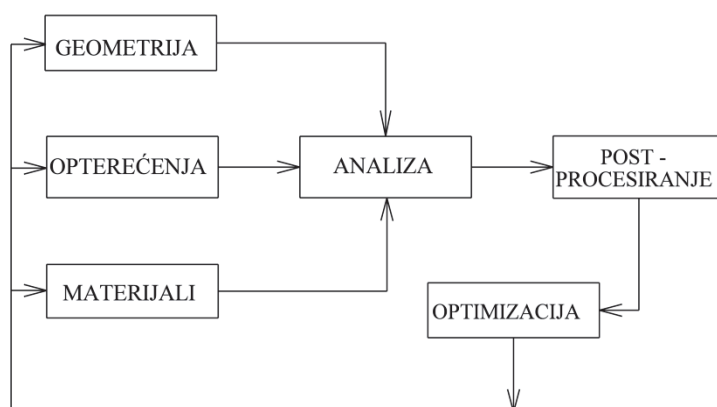
Vrednosti napona ili deformacije tokom vremena – na mestu gde se pojavila prslina – ključni su faktori za određivanje zamornog veka, dok je njihova raspodela duž cele komponente od sekundarnog značaja. To je razlog zašto je metoda konačnih elemenata (MKE) postala vrlo važno sredstvo proučavanja zamornih pojava. Korišćenjem MKE može se odabrati bilo koja oblast od značaja unutar modela i pažnja usmeriti na nju, koristeći pri tom mogućnosti MKE po pitanju simuliranja različitih dinamičkih uticaja.

Većina analiza zamora sprovodi se na najšire korišćenim metalima. Nelinearno ponašanje elastomera i polimera (pri niskim vrednostima napona) čini ih teškim za simuliranje, pa je analiza konačnim elementima u ovim slučajevima sve samo ne rutinska procedura. Termo-mehanički uticaji, takođe, uzrokuju izvesne poteškoće. Većina komercijalnih softvera za analizu primenom MKE omogućava proračun napona uzrokovanih i termičkim opterećenjem, a dobijene vrednosti se potom koriste za proračun zamornog veka. Ponašanja koja se ne mogu lako simulirati pomoću MKE su termičko puzanje (koje utiče na povećano širenje prsline), promena zamornih osobina materijala usled porasta ili pada temperature, kao i pojava korozije koja može

ubrzati ili usporiti širenje prsline. Ovakvi uticaji su obično predmet opsežnih i pažljivo planiranih istraživanja, a u izvesnoj meri su integrisani u programske kodove najšire korišćenih komercijalnih softvera za analizu primenom MKE (Ansys, Abaqus, Nastran).

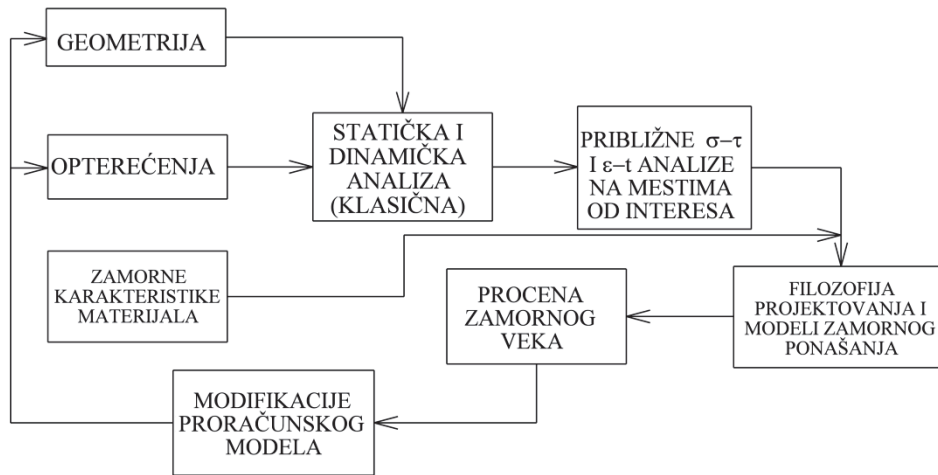
4.1 Elementi sistema za procenu zamornog veka korišćenjem MKE

Dugi niz godina proces analize zamora sledio je logiku predstavljenu dijagramom na Slici 4.1. U ovom, više teorijskom, pristupu smatrano je da svaki od tri ulazna parametra (geometrija, materijal i opterećenje) treba definisati i analizirati istovremeno [38].



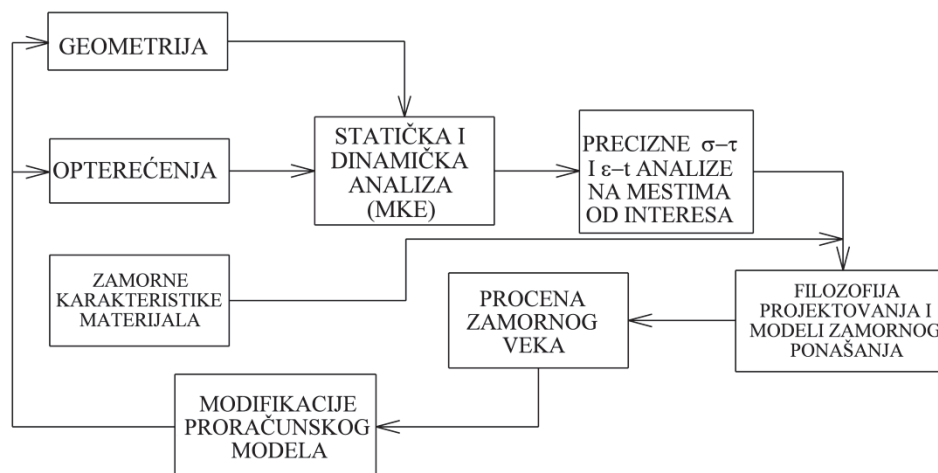
Slika 4.1 Tradicionalan pristup u analizi zamora nosećih struktura

U praksi, većina analiza je, ipak, bila bazirana na modelu prikazanom Slikom 4.2. Geometrija i opterećenja definisani su istovremeno da bi se dobila vremenska promena napona ili deformacije u tački koja se činila kritičnom sa aspekta pojave neželjenih promena izazvanih zamorom. Zamorna svojstva materijala su tek nakon toga uzimana u obzir da bi se pomoću njih procenio radni vek. Svojstva materijala potrebna u prvom koraku (određivanju naponskog i deformacionog stanja) najčešće su koeficijenti elastičnosti i krive napon-deformacija u elastičnoj/plastičnoj oblasti što, naravno, nisu zamorna svojstva materijala.



Slika 4.2 Modifikovan tradicionalni pristup u analizi zamora nosećih struktura

Prelaz sa celokupne geometrije i ukupnih opterećenja na detaljnu mapu lokalnih napona i deformacija pojedinih strukturnih komponenti, zahtevao je korišćenje različitih tehnika od kojih su neke imale solidnu analitičku podlogu, ali je većina bila bazirana na jednostavnim empirijskim osnovama. Međutim, kao posledica fluktuacija opterećenja tokom vremena, nepouzdanost procene bazirane na određenom - unapred definisanom - tipu opterećenja počinje da raste. Korišćenje MKE daje pouzdaniju kontrolu prelaska sa ukupne geometrije i opterećenja na lokalne parametre, omogućujući pri tom analitički pristup većini dinamičkih faktora.



Slika 4.3 Analiza zamora nosećih struktura zasnovana na primeni MKE

Model na Slici 4.3 opisuje ovaj proces, sa istaknutom važnošću MKE u situacijama kada je precizna analiza u tačno definisanoj oblasti od najveće važnosti.

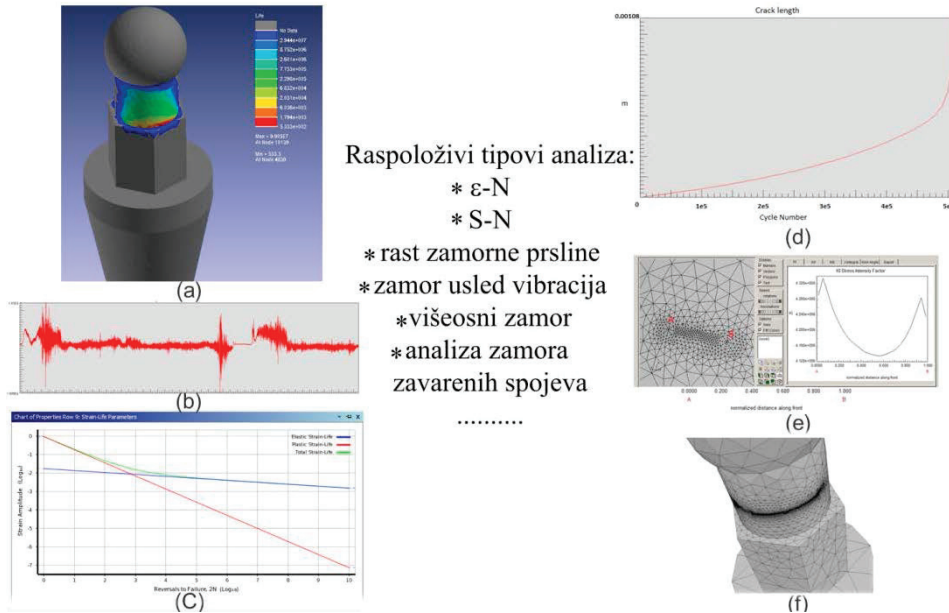
Značaj tačnosti proračuna zamornog veka zavisi od uloge komponente u strukturi, tj. opterećenja koje ona nosi i njene namene. Komponente jednostavne geometrije i jednostavnog opterećenja (npr. čista sinusoidna promena) čiji bi otkaz uzrokovao samo manju štetu, mogu biti proizvedene i stavljene u radno okruženje isključivo na bazi proračuna. Ako je situacija složenija, a posledice loše procene velike, provera proračunskog zamornog veka putem eksperimenta postaje neophodna. Jednostavan test može biti od velike koristi, dok bi rezultate dobijene primenom MKE trebalo uzeti sa velikom rezervom.

Daleko češća situacija je ona u kojoj komponenta ima složenu geometriju i nosi više različitih opterećenja, a pri tom mora biti proizvedena u velikoj seriji, uz ispunjenje zahteva po pitanju optimalne težine i nepromenjene nosivosti u kritičnim uslovima eksploatacije (zbog čega su i razvijene super legure). Tada je potrebno napraviti realističan prototip koji se ispituje pod opterećenjem što je moguće sličnijim očekivanom u eksploataciji. To je, naravno, skup postupak. Osim troškova, značajan nedostatak ovakvog određivanja zamornih karakteristika je što postupak ne može biti sproveden dok se prototip ne napravi, a ako se nakon toga uoče nedostaci u dizajnu ispravke mogu biti teško ostvarive ili skupe. Što je proces predviđanja zamornog veka tačniji i pouzdaniji, manje je verovatno da će kasnije izmene biti potrebne. **Glavni doprinos alatki za procenu veka na bazi MKE se, dakle, ogleda u mogućnosti davanja pouzdanih procena još u razvojnoj fazi projektovanja, dakle mnogo pre nego što eksperimentalna ispitivanja dođu na red.**

4.2 Metode procene zamornog veka i preciznost analiza zasnovanih na MKE

Na Slici 4.4 dat je grafički prikaz procesa proračuna zamornog veka korišćenjem MKE [39]. Tri manje slike na levoj strani prikazuju rezultate

dobijene pomoću MKE (4.4a), primenjeno opterećenje (4.4b) i korišćene podatke o materijalu (4.4c). Tri manje slike na desnoj strani (4.4d, 4.4e i 4.4f) prikazuju moguće oblike vizuelizacije rezultata. Centralni deo Slike 4.4 prikazuje različite tipove analiza zamora koji se mogu sprovesti.



Slika 4.4 Pregled elemenata procesa predviđanja veka korišćenjem MKE

Sve tehnike analize zamornog ponašanja strukturnih komponenti prikazane na Slici 4.4 su potpuno ili u velikoj meri zasnovane na jednoj od tri standardne metode procene veka:

1. metodi analize zamora na osnovu napona (ili **S-N metodi**)
2. metodi analize zamora na osnovu deformacije (ili **ϵ -N metodi**) i
3. metodi procene brzine širenja prsline (koja je predmet analize u tezi).

Kad je u pitanju verodostojnost rezultata dobijenih primenom MKE, vrlo je važno imati na umu da je MKE približna metoda i da tačnost rezultata dosta zavisi od iskustva korisnika. Male nepreciznosti u modeliranju ponašanja strukture pod opterećenjem, kao i nedovoljno dobro definisani modeli (npr. loše izabrana gustina, oblik mreže konačnih elemenata ili same dimenzije modela – što je i analizirano u nastavku ovog poglavlja), mogu imati prilično velik uticaj na tačnost predviđenih vrednosti zamornog veka. Stoga je

razumljivo da rezultati dobijeni primenom MKE imaju značaja tek ako su u bliskoj korelaciji sa rezultatima testova.

Ova razmatranja vode ka zaključku da se pri proračunu zamora strukture ili komponente mora posedovati dobro razumevanje uticaja vrednosti različitih promenljivih na dužinu zamornog veka. Na primer, ako se spoljašnje opterećenje udvostruči, šta se dešava sa zamornim vekom u kritičnim oblastima? To, naravno, zavisi od tipa spoljašnjeg opterećenja, ali pod pretpostavkom da postoji linearni odnos, te da je i napon udvostručen sa opterećenjem, za koliko će se smanjiti vek do loma/otkaza? Da bi se pronašao zadovoljavajući odgovor važno je dobro razumeti krive zamornog ponašanja materijala predstavljene u Poglavlju 2.

Pri primeni MKE u procenama zamornog veka struktura izrađenih od super legura trebalo bi, dakle, voditi računa o tri fenomena koji mogu znatno uticati na tačnost konačnog rezultata:

(1) male promene u načinu modeliranja problema zamora mogu značajno uticati na vrednost procene zamornog veka,

(2) male promene primenjenog opterećenja mogu izazvati velike promene životnog veka, i

(3) tokom testiranja, istovetne noseće strukture podvrgnute istim opterećenjima mogu pokazati velike razlike u dužini zamornog veka.

Dakle, moglo bi se zaključiti da je korišćenje MKE u proučavanju zamora prilično neefikasan i nimalo jednostavan pristup (naročito zbog činjenice da je često potrebno koristiti i nekoliko različitih softvera). Ovo, međutim, **nije tačno** jer je važno shvatiti **da je nemoguće bilo kojom metodom dobiti apsolutnu vrednost zamornog veka strukture**. Takođe, važno je razumeti da rezultati dobijeni pomoću MKE predstavljaju **vrednosti koje mogu poslužiti kao osnova za prihvatanje određene koncepcije strukture**. Tako se različiti scenariji (spoljašnja opterećenja, primenjeni materijali, tipovi veze ili oslanjanja, itd.) mogu proveriti pre nego što se donese odluka o konačnom izgledu noseće

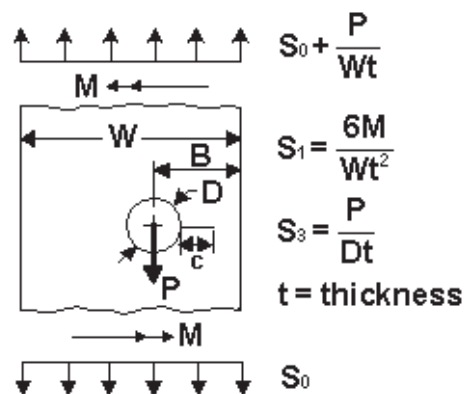
strukture. To su ključne prednosti MKE kada je u pitanju analiza konstrukcija izloženih dinamičkim opterećenjima.

4.3 Primer korišćenja MKE u određivanju faktora intenziteta napona

Osnovni zadatak prilikom predviđanja zamornog veka strukturne komponente ili sklopa sa prslinom jeste **što tačnije izračunavanje odnosa između dužine prsline i faktora intenziteta napona**. Da bi se ilustrovalo kako različiti faktori (gustina mreže, tip konačnih elemenata, dimenzije modela) utiču na tačnost proračuna, jedan takav odnos određivan je na pojednostavljenoj geometriji prikazanoj na Slici 4.5. Opterećenje (u vidu sile P) se sa „osovinice“ prenosi na „ušku“ preko otvora na „ušci“, a u vidu pritiska na donjem poluobimu otvora. Na otvoru za osovinicu nalazi se prslina početne dužine c . Da bi se procenila tačnost MKE u ovom slučaju, dobijeni rezultati su poređeni sa rešenjima iz NASA-inog softvera NASGRO v4 [7].

U NASGRO bazi postoji model obeležen oznakom TC03 (*Through Crack At Offset Hole In Plate*) koji odgovara geometriji koja je analizirana. Ulazni podaci za model TC03 su širina ploče W , nominalni napon na krajevima S_0 , debljina ploče t , rastojanje otvora od ivice ploče B , prečnik otvora D , veličina sile na osovinici P , veličina momenta savijanja M i dužina prsline c (Slika 4.5).

TC03



Slika 4.5 Model TC03 iz NASGRO baze standardnih rešenja

U prvom slučaju usvojene su vrednosti $W=254\text{mm}$, $D=25,4\text{mm}$, $B=127\text{mm}$, $t=25,4\text{mm}$, $S_0=68,95\text{MPa}$, $P=0\text{N}$ i $M=0\text{Nm}$, odnosno uzeto je da deluje samo nominalni napon S_0 , da bi se procenilo kolika bi trebalo da bude dužina ploče koja će se modelirati konačnim elementima. Kao što se na Slici 4.5 vidi, u programu NASGRO dužina ploče nije ulazni parametar jer se smatra da napon deluje dovoljno daleko od otvora i da je uniformno raspoređen na krajevima ploče. Međutim, metoda konačnih elemenata zahteva da geometrija i granični uslovi budu precizno definisani pa – kao što će se videti – dužina ploče može znatno da utiče na vrednosti faktora intenziteta napona dobijenih primenom MKE.

U softveru NASGRO faktori intenziteta napona računati su za dužine prsline od 2mm do 36mm i dobijene vrednosti su predstavljene Tabelom 4.1 i dijagramom na Slici 4.6. U proračunu je korišćen čelik Jangovog modula elastičnosti 199955 MPa, Puasonovog koeficijenta 0,33 i napona tečenja 1276MPa (oznake HP-9-4-20 190-210 UTS; GTA Weld+SR).

Tabela 4.1 Vrednosti faktora intenziteta napona K_I u funkciji dužine prsline c dobijene u programu NASGRO v4 u slučaju dejstva zateznog napona $S_0=68,95\text{MPa}$

STRESS INTENSITY SOLUTION CHECK FOR TC03

 DATE: 11-Jan-12 TIME: 11:16:55
 (NASGRO Version 4.02, September 2002.)
 SI units [mm, MPa, MPa sqrt(mm)]

Plate Thickness, t = 25.4000
 Plate Width, W = 254.0000
 Hole Diameter, D = 25.4000
 Edge to Hole Ctr, B = 127.0000

S0: Tensile Stress

S0 = 68.95

S1: Bending Stress

S1 = 0.000

S3: Avg Bearing Stress

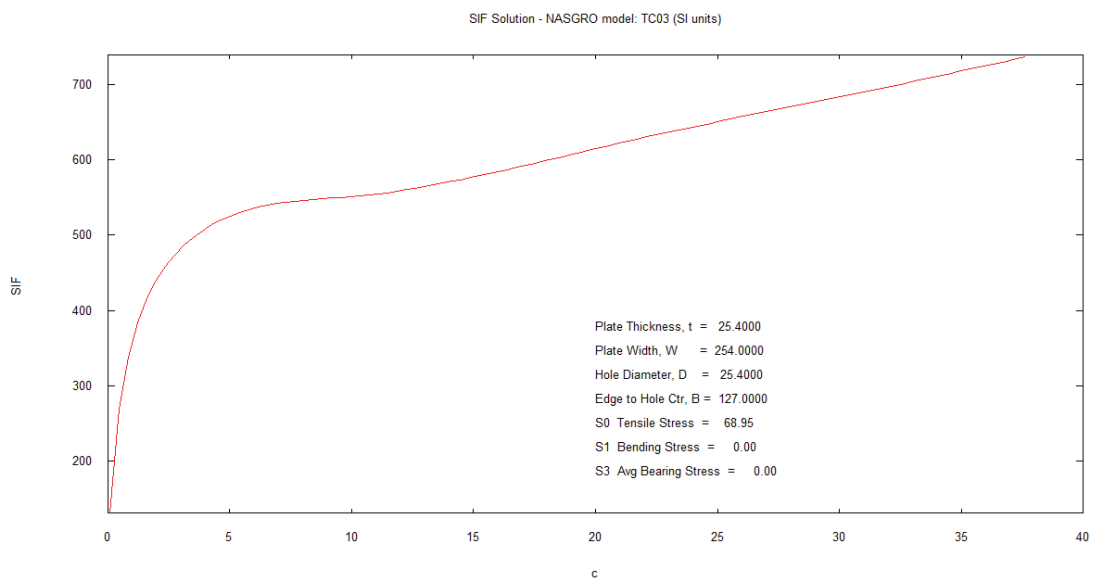
S3 = 0.000

Material Yield Stress = 1276.00

c : K : Snet : Sn/Sy

-----:-----:-----:-----
 2.0000 : 440.3846 : 77.433 : 0.061
 4.0000 : 507.9339 : 78.292 : 0.061
 6.0000 : 535.9076 : 79.190 : 0.062

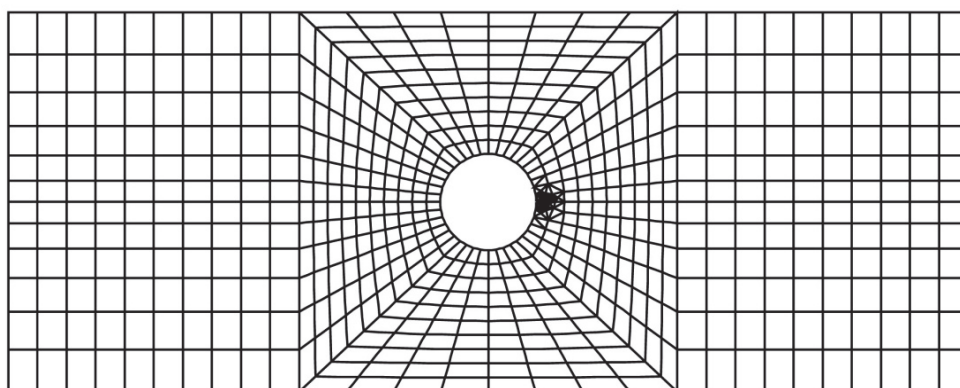
8.0000 :	545.9184 :	80.126 :	0.063
10.0000 :	550.9716 :	81.103 :	0.064
12.0000 :	558.8356 :	82.123 :	0.064
14.0000 :	570.2525 :	83.188 :	0.065
16.0000 :	583.8217 :	84.298 :	0.066
18.0000 :	598.8051 :	85.457 :	0.067
20.0000 :	614.3425 :	86.667 :	0.068
22.0000 :	629.4975 :	87.929 :	0.069
24.0000 :	643.5112 :	89.248 :	0.070
26.0000 :	656.9490 :	90.625 :	0.071
28.0000 :	670.1179 :	92.065 :	0.072
30.0000 :	683.2526 :	93.570 :	0.073
32.0000 :	696.6117 :	95.145 :	0.075
34.0000 :	710.4766 :	96.794 :	0.076
36.0000 :	724.7439 :	98.523 :	0.077



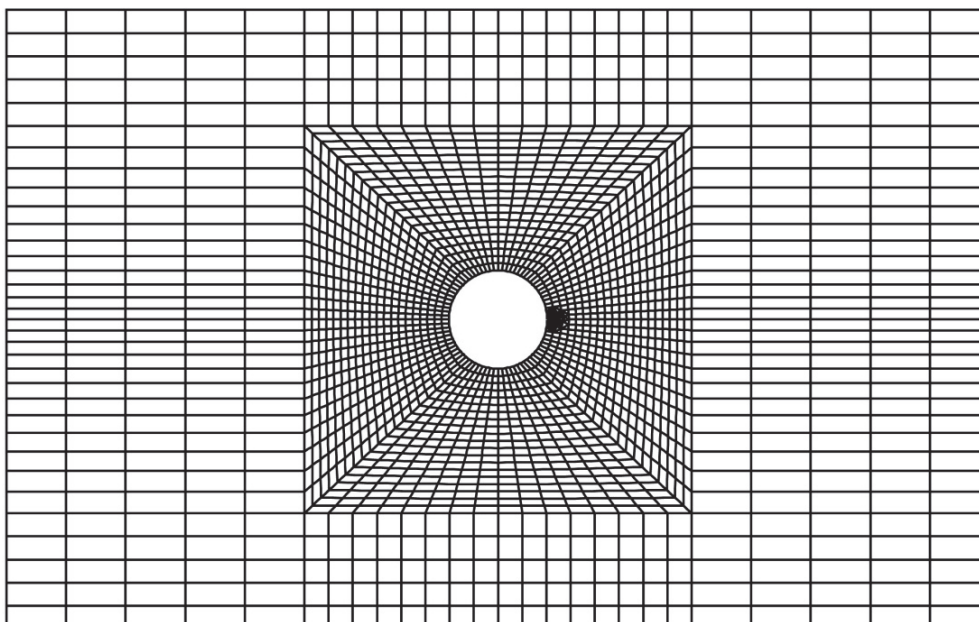
Slika 4.6 Promena faktora intenziteta napona K_I (u MPa) sa dužinom prsline c (u mm) pri dejstvu zateznog napona $S_0=68,95\text{MPa}$ (NASGRO rešenje)

Nekoliko modela konačnih elemenata (prikazanih na Slikama 4.7, 4.8, 4.9 i 4.10) razvijeni su da bi se odredile promene faktora intenziteta napona sa promenom dužine prsline i vrednosti uporedile sa NASGRO rešenjem, te da bi se utvrdio uticaj dužine ploče i tipa konačnog elementa na tačnost rešenja. U svrhu određivanja broja čvorova mreže konačnih elemenata koji će dati najpreciznije rezultate, početne mreže sva četiri modela su rafinirane u nekoliko iteracija dok nisu dobile konačne oblike prikazane na Slikama 4.7–4.10. Utvrđeno je da dalje usitnjavanje mreža ne dovodi do promene dobijenih vrednosti faktora intenziteta napona, ali da zato dolazi do značajnog porasta

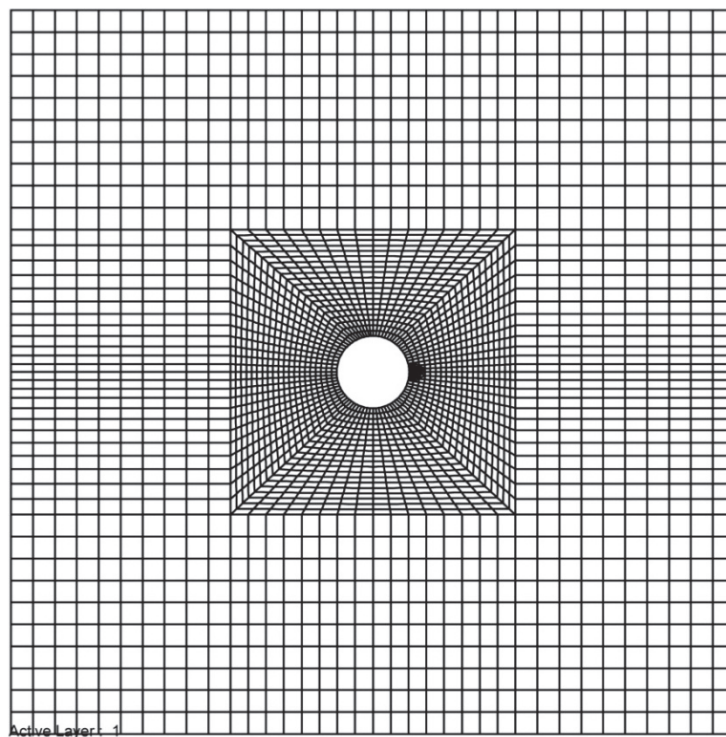
procesorskog vremena potrebnog za proračun. Kao što se može videti na Slikama 4.9 i 4.10 u proračunu ploče dimenzija 254mm ×254mm korišćena su dva tipa konačnih elemenata oko otvora ploče, trougaoni T6 elementi i četvorougaoni Q8 elementi, da bi se utvrdilo koji od njih daje bolje predikcije vrednosti faktora intenziteta napona u vrhu prsline. Oba konačna elementa su deo baze softvera FRANC2D/L [40] u kojem je proračun i vršen.



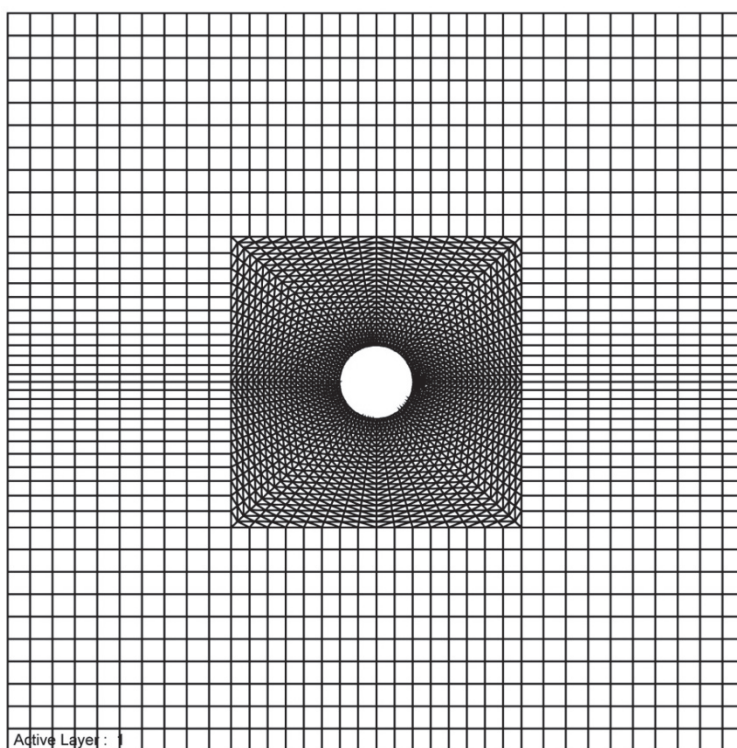
*Slika 4.7 Model konačnih elemenata ploče 254mm ×50mm sa otvorom na sredini
(Q8 elementi)*



*Slika 4.8 Model konačnih elemenata ploče 254mm ×80mm sa otvorom na sredini
(Q8 elementi)*

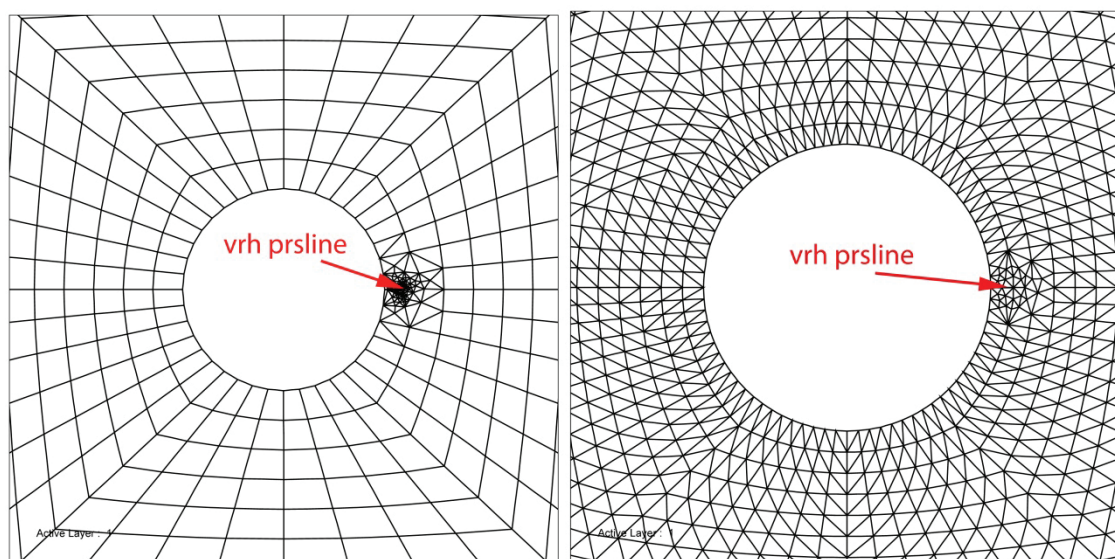


*Slika 4.9 Model konačnih elemenata ploče $254\text{mm} \times 254\text{mm}$ sa otvorom na sredini
(Q8 elementi)*

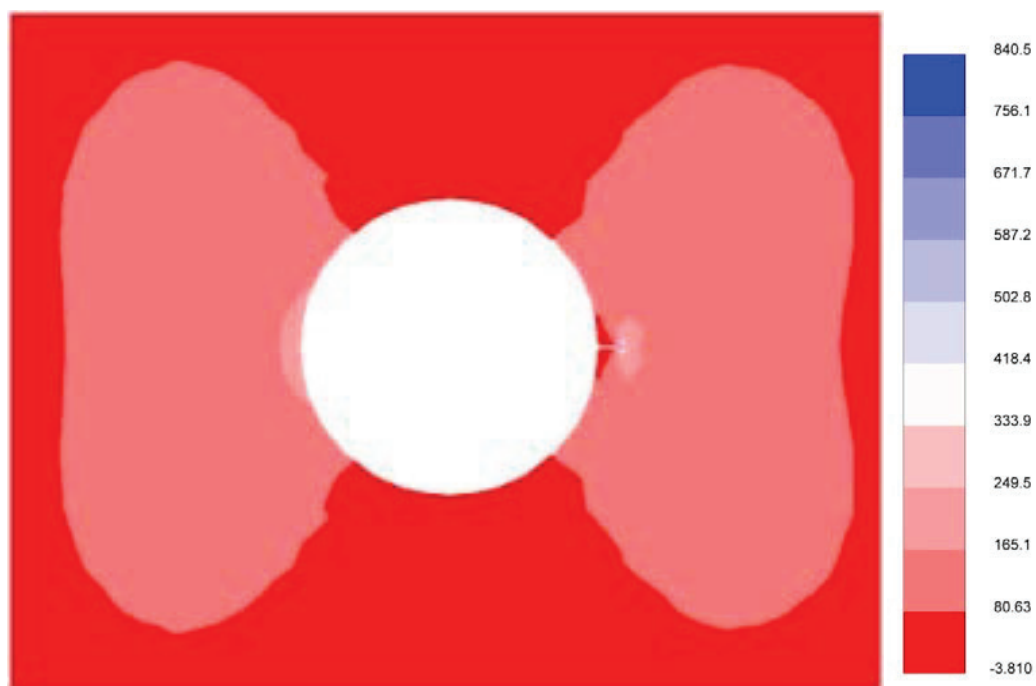


*Slika 4.10 Model konačnih elemenata ploče $254\text{mm} \times 254\text{mm}$
(T6 elementi oko otvora na ploči)*

Početne dužine prslina su u svim slučajevima iznosile 2mm (Slika 4.11) i prvo su izvršeni statički proračuni (sa ravnomerno raspoređenim naponom na gornjoj i donjoj ivici modela, vrednosti 68,95MPa) da bi se dobilo naponsko stanje na ploči i oko vrha prsline (Slika 4.12).



Slika 4.11 Inicijalna prslina na mreži sa Q8 elementima (levo) i T6 elementima (desno) oko otvora

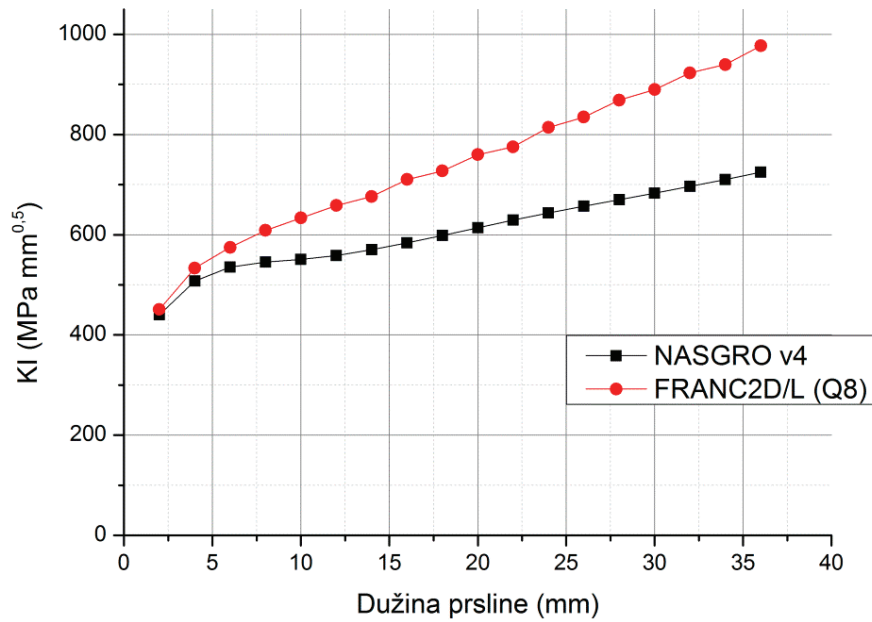


Slika 4.12 Vrednosti napona σ_1 (u MPa) u okolini otvora na ploči 254mm×50mm sa prslinom dužine 2mm

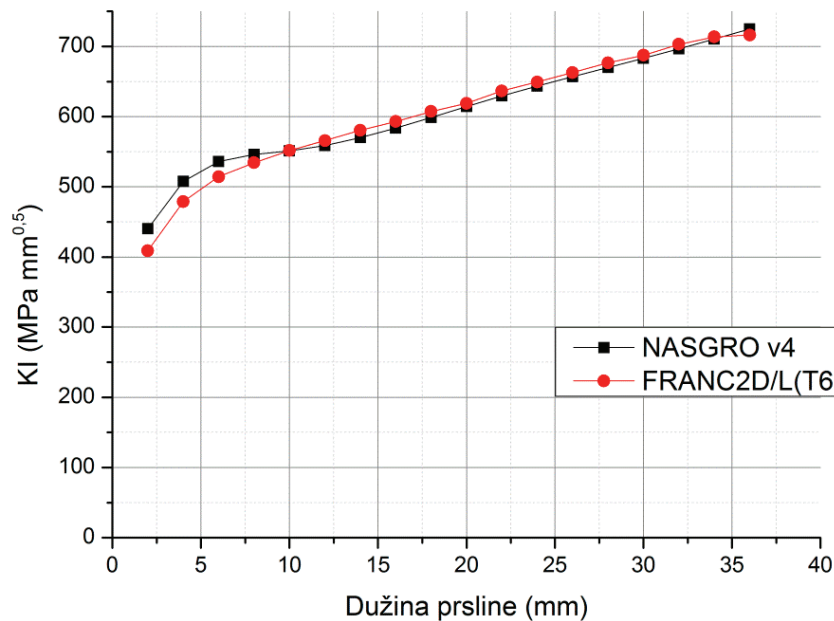
Nakon dobijanja vrednosti faktora intenziteta napona u vrhovima iniciranih prsline kod sva četiri prikazana modela konačnih elemenata, prsline su automatski propagirane (širene) u 17 uzastopnih koraka pri čemu su, u svakom koraku, njihove dužine povećavane za dodatna 2mm. Vrednosti faktora intenziteta napona dobijene tokom širenja čuvane su u odvojenim datotekama da bi se moglo izvršiti poređenje dobijenih vrednosti, kako međusobno, tako i sa vrednostima iz NASGRO softvera. Pri proračunu faktora intenziteta napona K_I korišćen je J-integral metod opisan u Poglavlju 3. U Tabeli 4.2 dat je pregled dobijenih vrednosti u sva četiri slučaja.

Tabela 4.2 Uporedni prikaz vrednosti K_I dobijenih u softverima NASGRO i FRANC2D/L za četiri modela različitih dimenzija i tipova konačnih elemenata

Dužina prsline (mm)	Vrednosti faktora intenziteta napona K_I (MPa mm ^{0.5})				
	NASGRO v4	FRANC2D/L 254x254 Q8 elem.	FRANC2D/L 254x254 T6 elem.	FRANC2D/L 254x80 Q8 elem.	FRANC2D/L 254x50 Q8 elem.
2,00	440,38	409,20	409,10	421,80	451,10
4,00	507,93	479,30	479,00	495,40	533,80
6,00	535,90	514,40	514,30	533,60	575,00
8,00	545,91	534,80	534,50	556,40	608,90
10,00	550,97	551,80	551,70	576,80	633,70
12,00	558,83	567,30	565,80	595,10	658,50
14,00	570,25	581,10	580,60	612,10	676,60
16,00	583,82	595,40	593,00	629,90	710,40
18,00	598,80	608,90	607,30	646,20	727,60
20,00	614,34	621,30	619,00	662,20	759,90
22,00	629,49	635,40	636,60	680,30	775,70
24,00	643,51	649,60	649,30	698,30	814,40
26,00	656,94	663,00	662,70	715,40	834,90
28,00	670,11	677,00	676,70	733,50	868,80
30,00	683,25	688,70	687,50	749,00	889,90
32,00	696,61	704,30	703,00	768,70	923,00
34,00	710,47	713,60	713,60	781,60	939,70
36,00	724,74	717,40	716,30	761,30	977,00



Slika 4.13 FRANC2D/L vrednosti K_I u slučaju dejstva napona $S_0=68,95\text{MPa}$ na ploči $254\text{mm}\times 50\text{mm}$ (Q8 elementi) u poređenju sa NASGRO rešenjima



Slika 4.14 FRANC2D/L vrednosti K_I u slučaju dejstva napona $S_0=68,95\text{MPa}$ na ploči $254\text{mm}\times 254\text{mm}$ (T6 elementi) u poređenju sa NASGRO rešenjima

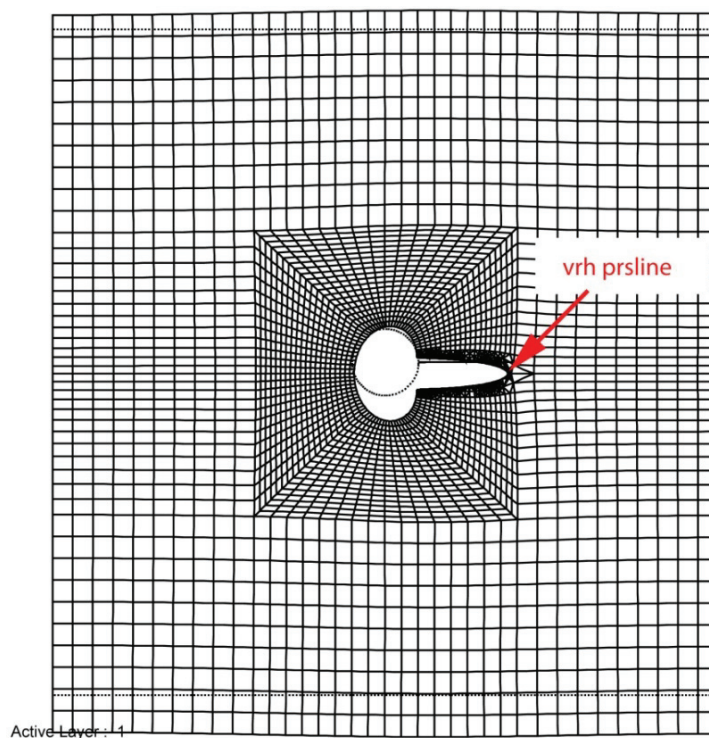
Iz Tabele 4.2, kao i sa Slika 4.13 i 4.14, vidi se da su odstupanja vrednosti faktora intenziteta napona dobijenih pomoću MKE od vrednosti iz NASGRO

rešenja najveća u slučaju ploče dimenzija 254mm×50mm, a najmanja kod ploče 254mm×254mm sa elementima tipa T6 oko otvora. Prosečna vrednost procentualnih razlika u odnosu na NASGRO rezultat kod ploče 254mm×50mm iznosi čak 21,17%, kod ploče 254mm×80mm 6,73%, kod ploče 254mm×254mm sastavljene samo od Q8 elemenata prosečna razlika je 1,91% i, konačno, kod ploče 254mm×254mm sa T6 elementima oko otvora razlika je samo 1,83%. Ne iznenađuje da su kod ploče 254mm×50mm, zbog njenih malih dimenzija, faktori intenziteta napona znatno veći od NASGRO rešenja (uticaj krajeva ploče je ovde znatno izraženiji), s tim da su faktori intenziteta napona za prve dve propagacije (2mm i 4mm) bliži NASGRO vrednostima nego u slučajevima ploča 254mm×254mm.

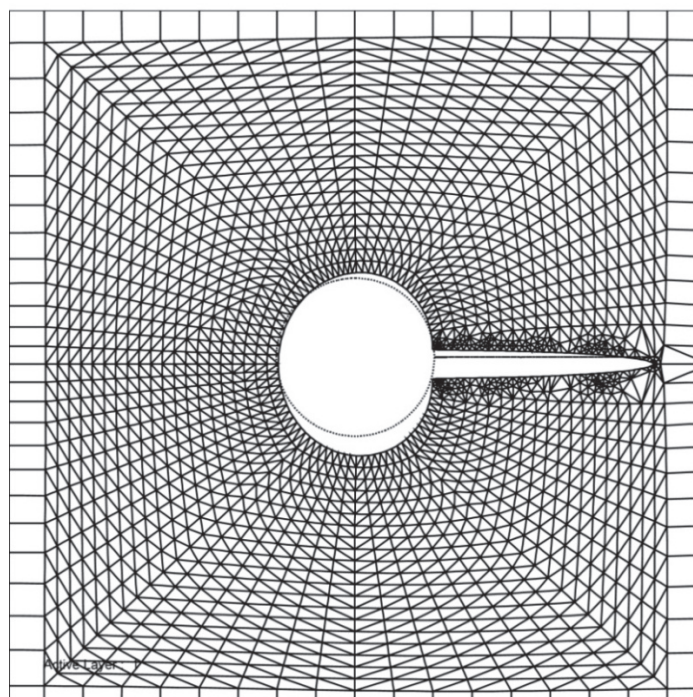
Međutim, kao što se na Slikama 4.13 i 4.14 može videti, kod ploče 254mm×254mm za veće dužine prsline (od 10mm pa na dalje) vrednosti faktora intenziteta napona K_I veoma su bliske NASGRO rešenjima, dok su kod ploče 254mm×50mm odstupanja sve veća i veća. Ovde je važno istaći i da su razlike u vrednostima dobijenih faktora intenziteta napona kod ploča 254mm×254mm sa Q8 elementima i T6 elementima oko otvora skoro zanemarljive, **što znači da se u proračunima jednako uspešno mogu koristiti oba tipa konačnih elemenata.** Na Slikama 4.15 i 4.16 prikazani su konačni oblici prsline dužina 36mm u slučajevima ploča 254mm×254mm sa Q8 elementima i T6 elementima.

Nakon što je ustanovljeno da od četiri razvijena modela konačnih elemenata najpribližnija rešenja NASGRO rešenjima daje ploča 254mm×254mm, prešlo se na izračunavanje faktora intenziteta napona u slučaju kada se samo sila P sa „osovnice“ prenosi na otvor „uške“ (Slika 4.5), tj. napon S_0 na krajevima ploče nije uzet u obzir. Za vrednost sile usvojeno je $P=44497,375\text{N}$ da bi napon u ležaju S_3 (eng. *bearing stress*) imao istu vrednost kao u prethodnom slučaju S_0 , to jest:

$$S_3 = \frac{P}{D \cdot t} = \frac{44497,375\text{N}}{25,4\text{mm} \times 25,4\text{mm}} = 68,95 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = 68,95\text{MPa} \quad (4.1)$$



Slika 4.15 Konačan izgled prsline dužine 36mm ploče 254mm×254mm (sa Q8 elementima) pri dejstvu nominalnog napona $S_0=68,95\text{MPa}$ na krajevima ploče



Slika 4.16 Konačan izgled prsline dužine 36mm ploče 254×254mm (sa T6 elementima) pri dejstvu nominalnog napona $S_0=68,95\text{MPa}$ na krajevima ploče (uvećan prikaz)

Ostala opterećenja nisu uzeta u obzir, iz razloga proučavanja uticaja napona u ležaju i pronalazjenja načina njegovog što vernijeg predstavljanja u softveru FRANC2D/L. NASGRO je kao rezultat dao vrednosti faktora intenziteta napona predstavljene u Tabeli 4.3 i na Slici 4.17.

Tabela 4.3 Vrednosti faktora K_I u funkciji dužine prsline c dobijene u programu NASGRO v4 za slučaj dejstva napona u ležaju $S_3=68,95\text{MPa}$

STRESS INTENSITY SOLUTION CHECK FOR TC03

 DATE: 13-Jan-12 TIME: 21:34:13
 (NASGRO Version 4.02, September 2002.)
 SI units [mm, MPa, MPa sqrt(mm)]

Plate Thickness, t = 25.4000
 Plate Width, W = 254.0000
 Hole Diameter, D = 25.4000
 Edge to Hole Ctr, B = 127.0000

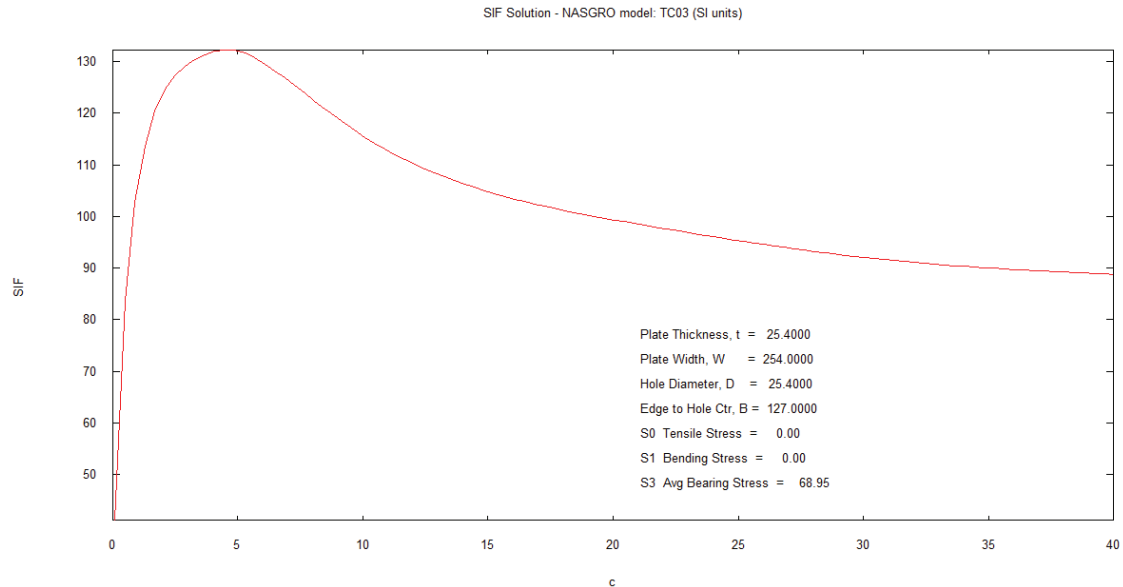
S0: Tensile Stress
 S0 = 0.000

S1: Bending Stress
 S1 = 0.000

S3: Avg Bearing Stress
 S3 = 68.95

Material Yield Stress = 1276.00

c	K	Snet	Sn/Sy
2.0000	123.8135	7.743	0.006
4.0000	131.8872	7.829	0.006
6.0000	129.8375	7.919	0.006
8.0000	122.6831	8.013	0.006
10.0000	115.6110	8.110	0.006
12.0000	110.2264	8.212	0.006
14.0000	106.3675	8.319	0.007
16.0000	103.4662	8.430	0.007
18.0000	101.2163	8.546	0.007
20.0000	99.3646	8.667	0.007
22.0000	97.6984	8.793	0.007
24.0000	96.0745	8.925	0.007
26.0000	94.5798	9.063	0.007
28.0000	93.2441	9.206	0.007
30.0000	92.0815	9.357	0.007
32.0000	91.1066	9.515	0.007
34.0000	90.3353	9.679	0.008
36.0000	89.7322	9.852	0.008

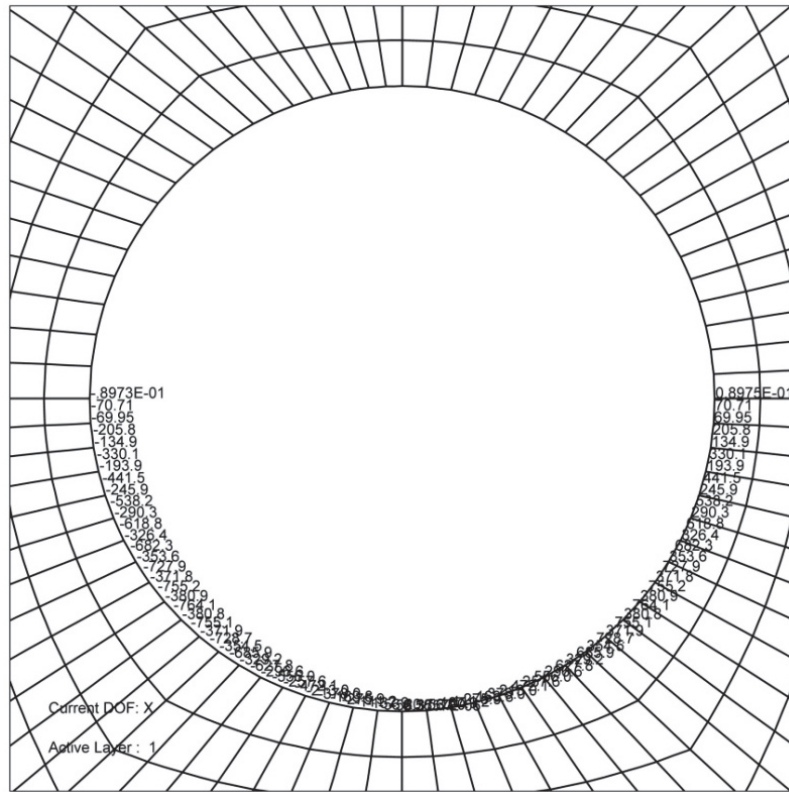


Slika 4.17 Promena faktora K_I (u MPa) sa dužinom prslina c (u mm) u slučaju dejstva napona u ležaju $S_3=68,95\text{MPa}$ (NASGRO rešenje)

Definisanje egzaktnog načina prenosa opterećenja sa osovinice na ušku sa kojom je ona u kontaktu predstavlja složen zadatak. Jedno pojednostavljeno rešenje (koje je ovde i usvojeno) se bazira na pretpostavci da se opterećenje prenosi samo duž donjeg polukruga (poluobima) otvora uške i da se ono duž njega, po čvorovima, menja po kvadratnoj funkciji. Za definisanje kvadratne funkcije promene opterećenja potrebno je definisati vrednosti u najmanje tri tačke. Logično je, zbog simetrije, u početnoj i krajnjoj tački usvojiti vrednost nula, ali se mora naći način da se odredi vrednost opterećenja u temenu kvadratne funkcije, odnosno tačno na polovini između krajnjih tačaka. Pošto opterećenje deluje samo na polovini obima, ono u funkciji promene ugla θ (merenog u odnosu na horizontalni pravac, Slika 4.18) može biti predstavljeno sledećom relacijom [41]:

$$f_r(\theta) = 4f_{max} \left[\frac{\theta}{\pi} - \left(\frac{\theta}{\pi} \right)^2 \right] \quad (4.2)$$

gde je $f_r(\theta)$ radijalna sila na mestu definisanom uglom θ , a f_{max} maksimalna vrednost sile duž poluobima i $0 \leq \theta \leq \pi$.



Slika 4.18 Vrednosti opterećenja (u MPa) po čvorovima donjeg polukruga otvora na ploči 254mm×254mm

Radijalna sila ima dve komponente, u pravcu horizontalne (x) ose i u pravcu vertikalne (y) ose. Interesantna je komponenta samo u vertikalnom pravcu, jer se komponente sile u horizontalnom pravcu u simetričnim čvorovima međusobno poništavaju. To znači da je

$$f_y = f_r \sin \theta \quad (4.3)$$

Sada se jednačina (4.2) mora integraliti da bi se dobila ukupna sila koja deluje na otvor, odnosno:

$$P = 4rtf_{max} \int_0^{\pi} \left[\frac{\theta}{\pi} - \left(\frac{\theta}{\pi} \right)^2 \right] \sin \theta d\theta \quad (4.4)$$

gde je r poluprečnik otvora, a t debljina ploče. Konačno, izražavanjem f_{max} iz jednačine (4.4) i rešavanjem integrala, dobija se vrednost sile na polovini između početne i krajnje tačke polukruga:

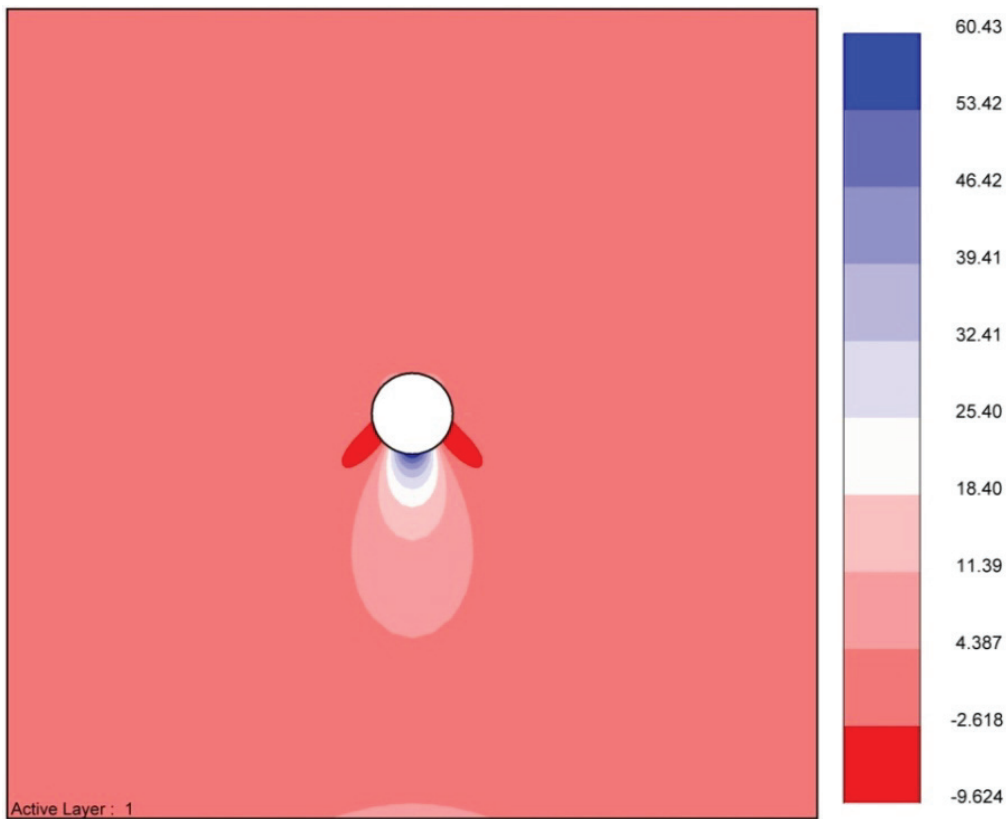
$$f_{max} = \frac{P \pi^2}{16rt} \quad (4.5)$$

U slučaju ploče sa otvorom dimenzija 254mm×254mm dobija se:

$$f_{max} = \frac{P \pi^2}{16rt} = \frac{44497,375N \times \pi^2}{16 \times 12,7mm \times 25,4mm} = 85,08964 \frac{N}{mm^2} = 85,08964MPa \quad (4.6)$$

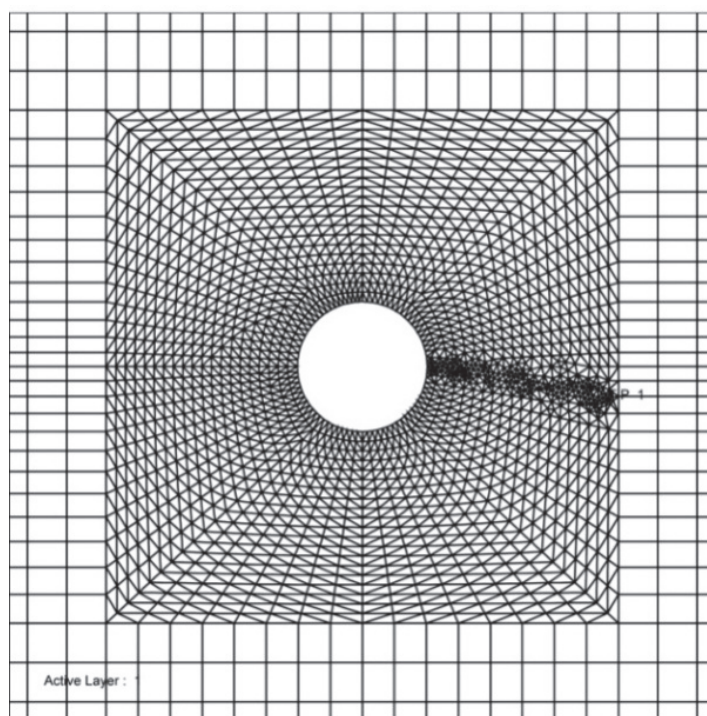
Vrednost dobijena jednačinom (4.6) uneta je u čvor donjeg polukruga (određen uglom $\theta=\pi/2$) otvora na ploči 254mm×254mm. Prethodno su u prvi i poslednji čvor (definisani uglovima $\theta=0$ i $\theta=\pi$) unete vrednosti nula, a FRANC2D/L je u ostalim čvorovima izračunao opterećenja korišćenjem kvadratne funkcije (Slika 4.18).

Na gornjoj ivici ploče je, shodno Slici 4.5, primenjen konstantan napon $P/Wt = 6,8971MPa$, dok je donja ivica ostala neopterećena. Dobijeno naponsko stanje modela prikazano je Slikom 4.19.



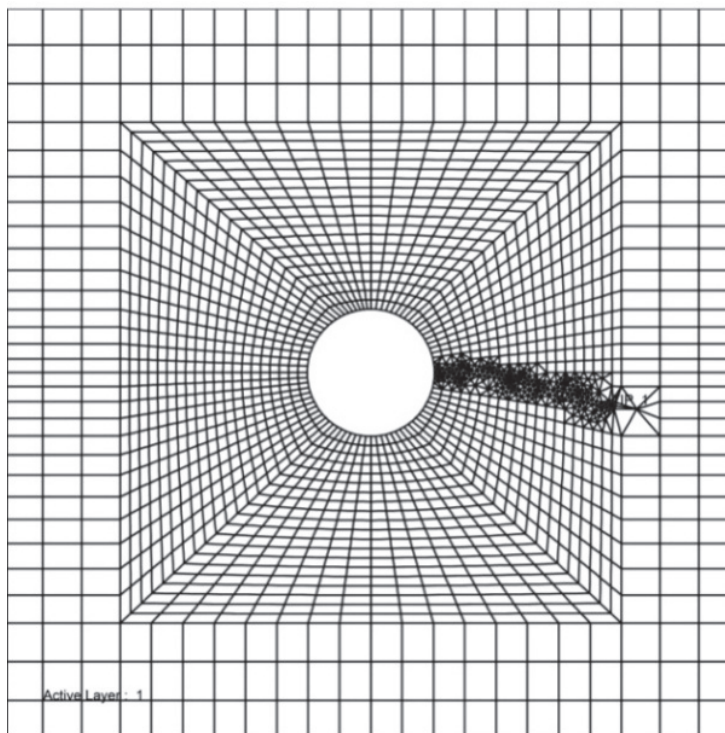
Slika 4.19 Vrednosti napona σ_1 (u MPa) oko otvora ploče 254mm×254mm u slučaju dejstva napona u ležaju $S_3=68,95MPa$

Nakon određivanja naponskog stanja pod dejstvom opterećenja S_3 , inicirana je prslina početne dužine 2mm na desnom delu otvora koji, na osnovu Slike 4.19, nije najkritičniji deo ploče sa aspekta pojave prsline (verovatnije je da će do njene pojave doći na donjem delu otvora, odnosno u plavoj zoni na Slici 4.19). Prslina je automatski propagirana u 17 koraka do dostizanja konačne dužine od 36mm. Nakon svake propagacije softver je automatski kreirao novu mrežu konačnih elemenata oko vrha prsline, izračunavao nove faktore intenziteta napona, zapisivao ih u datoteku, prslinu ponovo proširivao za 2mm i postupak ponavljao do dostizanja konačne dužine. Izgled mreže nakon poslednjeg, 17. koraka prikazan je na Slici 4.20.



Slika 4.20 Izgled mreže sa T6 elementima nakon 17. koraka automatskog širenja prsline na ploči 254mm×254mm izloženoj dejstvu napona u ležaju $S_3=68,95\text{MPa}$

Na Slici 4.20 se vidi da se prslina nije širila horizontalno kao u slučaju dejstva napona S_0 na krajevima ploče, već da je pravac njenog prostiranja imao određen nagib u odnosu na horizontalan pravac (pravac x-ose). Slična situacija je dobijena i u slučaju mreže sastavljene isključivo od Q8 elemenata (Slika 4.21).



Slika 4.21 Izgled mreže sa Q8 elementima nakon 17. koraka automatskog širenja prsline na ploči $254 \times 254 \text{ mm}$ izloženoj dejstvu napona u ležaju $S_3 = 68,95 \text{ MPa}$

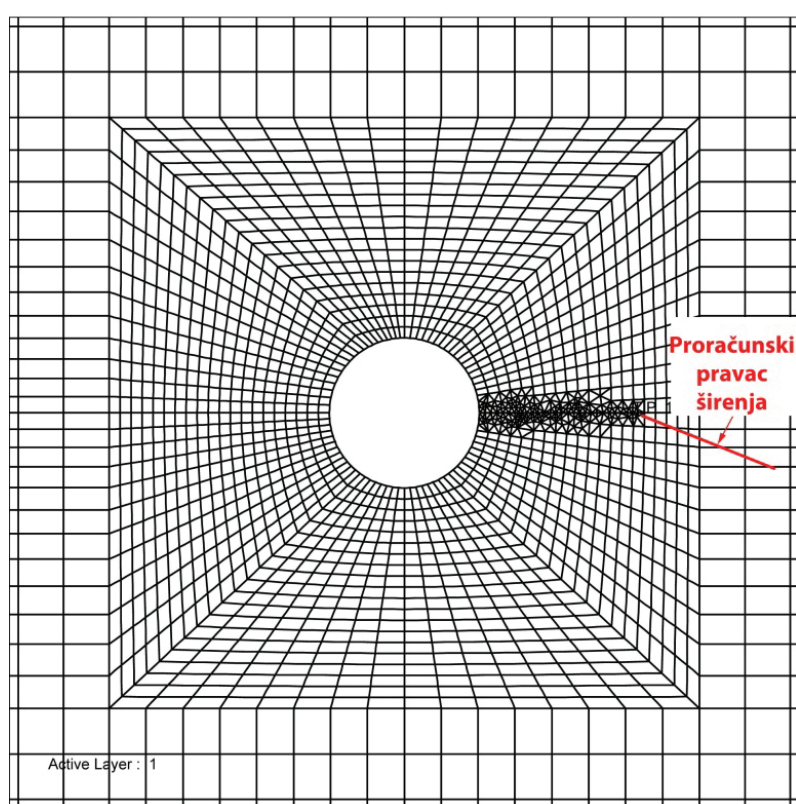
S obzirom da NASGRO softver u standardnom rešenju TC03 ne predviđa širenje prsline ni u jednom drugom pravcu sem horizontalnom, moglo se, nakon dobijanja putanja prsline sa Slika 4.20 i 4.21, očekivati da će postojati značajne razlike između vrednosti faktora intenziteta napona dobijenih u FRANC2D/L softveru i faktora intenziteta napona koje je predvideo NASGRO. U Tabeli 4.4 dati su rezultati dobijeni u sva tri slučaja, iz koje se vidi da je NASGRO dao niže vrednosti faktora intenziteta napona u odnosu na FRANC2D/L jer on prslinu sve vreme širi horizontalno, a to nije pravac u kome se javljaju najveći zatezni naponi. Za razliku od njega, FRANC2D/L određuje pravac u kome će proširiti prslinu na osnovu vrednosti izračunatog ugla skretanja prsline, a na način opisan u Poglavlju 3. Zbog različitih pristupa u određivanju vrednosti faktora intenziteta napona dolazi do odstupanja konačnih rezultata, koja su procentualno, u proseku, iznosila 6,94% (T6 elementi), odnosno 6,90% (Q8 elementi).

Tabela 4.4 Uporedni prikaz vrednosti K_I dobijenih u softverima NASGRO i FRANC2D/L u slučaju automatskog širenja prsline pri dejstvu napona $S_3=68,95\text{MPa}$

Dužina prsline (mm)	Vrednosti faktora intenziteta napona K_I (MPa mm ^{0,5})		
	NASGRO v4	FRANC2D/L 254x254 Q8 elem.	FRANC2D/L 254x254 T6 elem.
2,00	123,81	122,70	122,40
4,00	131,88	131,30	131,30
6,00	129,83	130,30	130,50
8,00	122,68	126,60	126,30
10,00	115,61	123,30	123,00
12,00	110,22	119,40	119,20
14,00	106,36	116,30	116,10
16,00	103,46	113,40	113,00
18,00	101,21	110,60	110,40
20,00	99,36	108,20	108,00
22,00	97,69	106,20	106,20
24,00	96,07	104,10	104,20
26,00	94,57	103,00	102,90
28,00	93,24	101,20	101,20
30,00	92,08	100,00	100,40
32,00	91,10	99,32	99,03
34,00	90,33	97,92	98,48
36,00	89,73	95,74	96,85

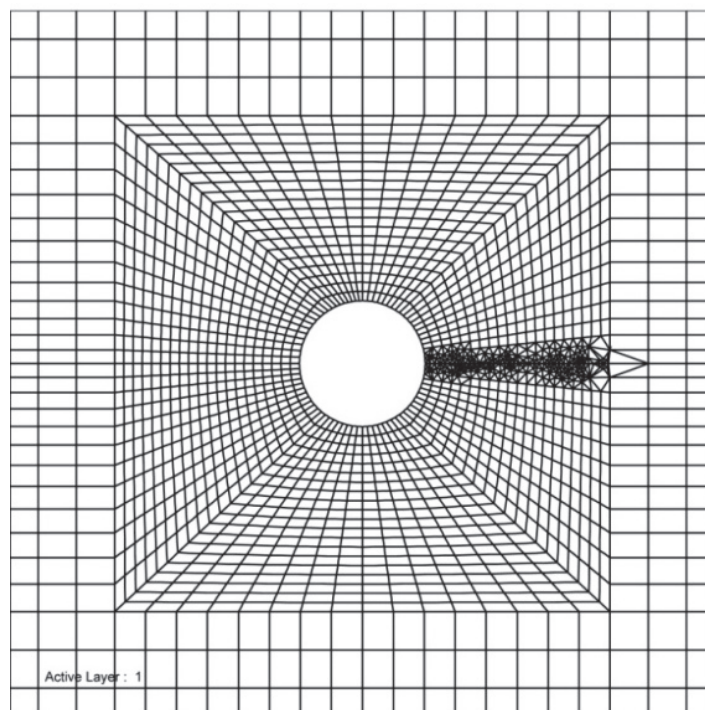
Međutim, maksimalna odstupanja su dostizala vrednosti 9,21% (T6), odnosno 9,60% (Q8), što nije zanemarljivo, pa bi prednost (u smislu bezbednosti) u praksi trebalo dati FRANC2D/L rezultatima jer više vrednosti K_I , u principu, znače i kraći projektovani zamorni vek elementa sa prslinom. To, naravno, nije najekonomičnije rešenje, ali kod strukturnih elemenata čiji bi lom doveo do katastrofalnih posledica (kao što je npr. uška okova za vezu krilotrup, slična geometriji na Slici 4.5), ekonomski faktori nisu odlučujući. Iz Tabele 4.4 se vidi i da T6 i Q8 elementi daju približno iste rezultate, što potvrđuje ranije usvojen zaključak da izbor elementa u FRANC2D/L ne utiče puno na tačnost rezultata kod proračuna prsline na ploči sa otvorom.

Da bi se, ipak, verifikovala tačnost definisanih mreža konačnih elemenata, prslina je, u slučaju dejstva napona u ležaju S_3 , i ručno propagirana, odnosno „prisiljavana“ da se širi isključivo u horizontalnom pravcu. To je ostvareno isključenjem opcije za automatsko generisanje mreže oko vrha prsline i njeno širenje, što je dovelo do toga da je tokom 17 koraka propagacije mreža oko vrha prsline morala da bude ručno kreirana. Zahvaljujući tome, vrh prsline je pri svakom novom proširenju generisan duž pravca horizontale (tj. x-ose), a ne u pravcu koji je sugerisala izračunata vrednost ugla skretanja (Slika 4.22).



Slika 4.22 Proračunski pravac (označen strelicom) nije usvajan kao pravac širenja prsline

Time je ostvareno širenje prsline bez odstupanja od pravca x-ose, kako bi se novodobijene vrednosti uporedile sa TC03 NASGRO rešenjem. Konačan oblik mreže sa Q8 elementima nakon 17 koraka ručnog širenja prsline na ploči $254\text{mm} \times 254\text{mm}$ dat je Slikom 4.23.



Slika 4.23 Izgled mreže sa Q8 elementima nakon 17. koraka ručnog širenja prslina pri naponu $S_3=68,95\text{MPa}$

Upoređivanjem vrednosti faktora intenziteta napona K_I dobijenih za prslina širene na ovaj način sa ranije dobijenim NASGRO rešenjima, može se uočiti da su razlike drastično manje nego u slučajevima kada je prslina u FRANC2D/L širena automatski (Tabela 4.5).

Prosečno procentualno odstupanje vrednosti K_I kod ručno propagirane prslina (u odnosu na NASGRO rešenje) je kod mreže sa Q8 elementima iznosilo 3,33%, dok je kod mreže sa T6 elementima ono bilo nešto manje i iznosilo je 3,03%. Najveća pojedinačna razlika dobijenih vrednosti faktora intenziteta napona kod Q8 elemenata bila je 5,86%, a kod T6 približno 5,30%. Iz Tabele 4.5 se, takođe, može videti da je NASGRO (sem za prve tri dužine prslina) opet davao niže vrednosti faktora K_I , što znači da bi i u ovom slučaju FRANC2D/L predvideo nešto kraći zamorni vek strukture pod zamorom u odnosu na NASGRO, ali i duži zamorni vek u odnosu na slučaj kada je prslina u FRANC2D/L automatski propagirana. Vrednosti K_I dobijene u sva tri slučaja (NASGRO rešenje i rešenja za dva različita tipa konačnih elemenata)

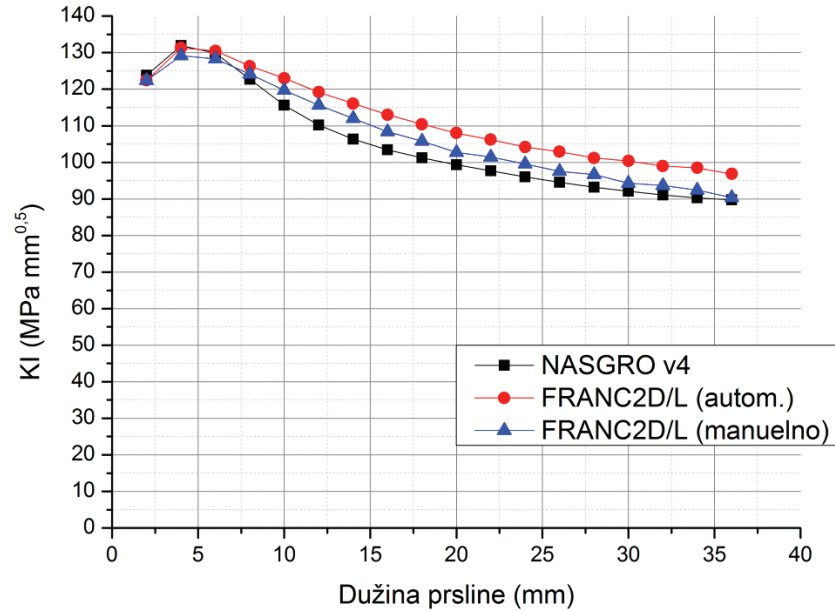
predstavljena su uporedo na graficima na Slikama 4.24 i 4.25 da bi se lakše uočile razlike između njih.

Tabela 4.5 Uporedni prikaz vrednosti K_I dobijenih u softverima NASGRO i FRANC2D/L u slučaju ručnog širenja prsline pri dejstvu napona $S_3=68,95\text{MPa}$

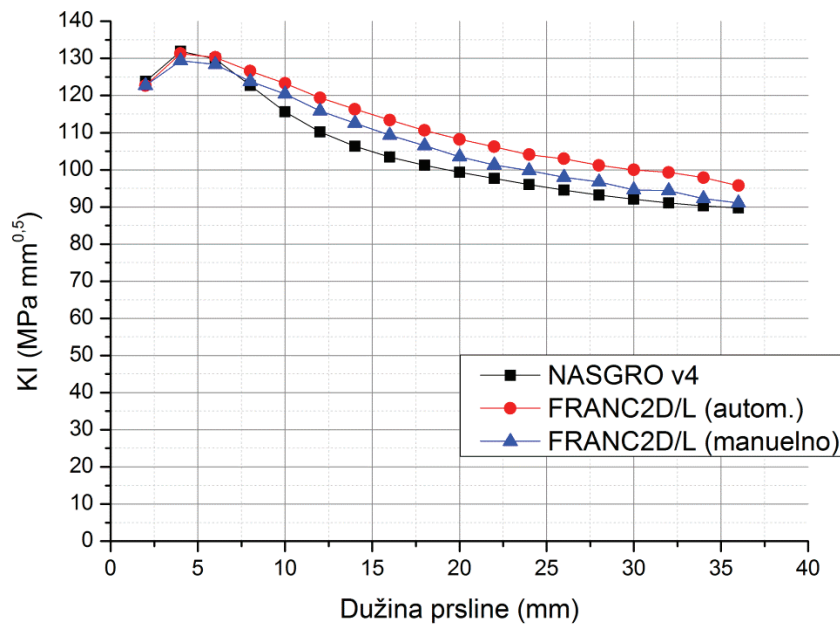
Dužina prsline (mm)	Vrednosti faktora intenziteta napona K_I (MPa mm ^{0,5})		
	NASGRO v4	FRANC2D/L 254x254 Q8 elem.	FRANC2D/L 254x254 T6 elem.
2,00	123,81	122,70	122,40
4,00	131,88	129,40	129,20
6,00	129,83	128,40	128,30
8,00	122,68	123,80	124,10
10,00	115,61	120,40	119,70
12,00	110,22	115,90	115,60
14,00	106,36	112,60	112,00
16,00	103,46	109,30	108,40
18,00	101,21	106,50	105,80
20,00	99,36	103,50	102,70
22,00	97,69	101,30	101,50
24,00	96,07	99,80	99,56
26,00	94,57	98,04	97,55
28,00	93,24	96,77	96,70
30,00	92,08	94,66	94,28
32,00	91,10	94,37	93,72
34,00	90,33	92,30	92,41
36,00	89,73	91,06	90,39

Konačno, ostalo je da se vidi kakve se vrednosti faktora intenziteta napona dobijaju u softverima NASGRO i FRANC2D/L kada na ploču sa otvorom na sredini istovremeno deluju nominalni napon S_0 na ivicama ploče i napon u ležaju S_3 . Kao i u ranijim slučajevima, prvo je izvršen proračun za NASGRO standardni model, a potom i za mreže sa konačnim elementima tipa Q8 i T6. I ovog puta je prsline propagirana na dva načina, ručno i automatski, da bi se ustanovilo da li postoje značajnije razlike u dobijenim vrednostima K_I .

Na Slici 4.26, kao i u Tabeli 4.6, dat je prikaz vrednosti K_I dobijenih u softveru NASGRO za standardni model TC03 pri dejstvu napona $S_0=S_3=68,95\text{MPa}$.



Slika 4.24 Vrednosti K_I dobijene u NASGRO i FRANC2D/L softveru (T6 elementi) u slučaju dejstva napona $S_3=68,95\text{MPa}$



Slika 4.25 Vrednosti K_I dobijene u NASGRO i FRANC2D/L softveru (Q8 elementi) u slučaju dejstva napona $S_3=68,95\text{MPa}$

Tabela 4.6 Vrednosti K_I u funkciji dužine prsline c dobijene u programu NASGRO pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3 intenziteta 68,95MPa

STRESS INTENSITY SOLUTION CHECK FOR TC03

 DATE: 13-Jan-12 TIME: 19:43:50
 (NASGRO Version 4.02, September 2002.)
 SI units [mm, MPa, MPa sqrt(mm)]

Plate Thickness, t = 25.4000
 Plate Width, W = 254.0000
 Hole Diameter, D = 25.4000
 Edge to Hole Ctr, B = 127.0000

S0: Tensile Stress
 S0 = 68.95

S1: Bending Stress
 S1 = 0.000

S3: Avg Bearing Stress
 S3 = 68.95

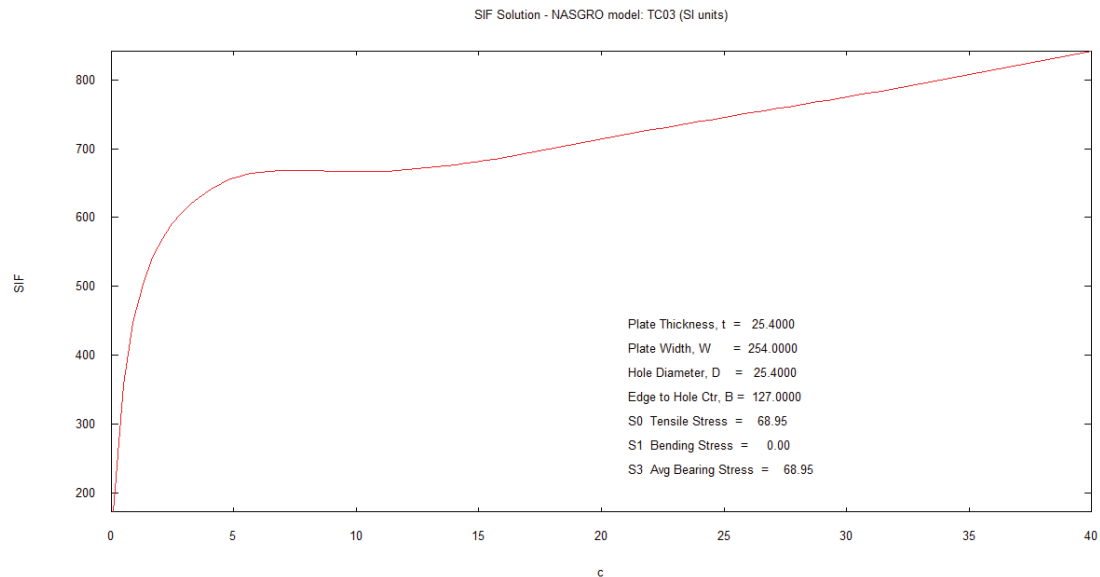
Material Yield Stress = 1276.00

c	K	Snet	Sn/Sy

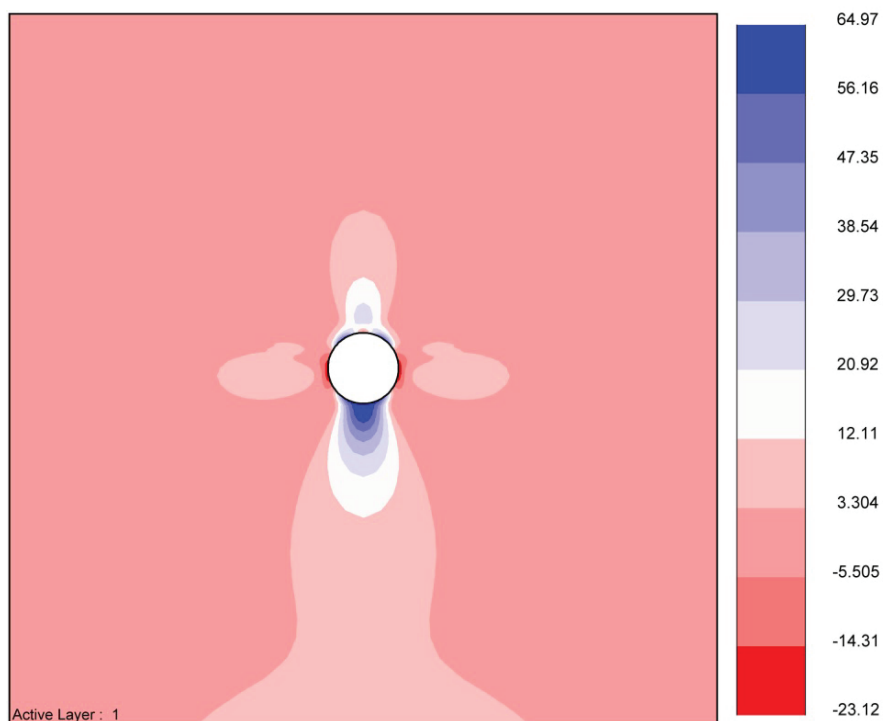
2.0000	564.1980	85.177	0.067
4.0000	639.8210	86.122	0.068
6.0000	665.7450	87.108	0.068
8.0000	668.6015	88.139	0.069
10.0000	666.5825	89.214	0.070
12.0000	669.0620	90.336	0.071
14.0000	676.6200	91.507	0.072
16.0000	687.2879	92.728	0.073
18.0000	700.0214	94.003	0.074
20.0000	713.7072	95.333	0.075
22.0000	727.1959	96.722	0.076
24.0000	739.5857	98.173	0.077
26.0000	751.5288	99.688	0.078
28.0000	763.3621	101.271	0.079
30.0000	775.3341	102.927	0.081
32.0000	787.7183	104.660	0.082
34.0000	800.8119	106.474	0.084
36.0000	814.4761	108.375	0.085

Na Slici 4.27 dato je naponsko stanje oko otvora na ploči dimenzija 254mm×254mm pri istovremenom dejstvu nominalnog napona $S_0=68,95\text{MPa}$ na ivicama ploče i napona u ležaju $S_3=68,95\text{MPa}$. Kao i ranije, proračun je vršen u FRANC2D/L softveru. Iako je sa Slike 4.27 jasno da će prslina u stvarnosti najverovatnije nastati na donjoj polovini otvora (plava zona) – a ne na bočnim

stranama – ona je inicirana na desnoj strani otvora da bi se dobijene vrednosti K_I i u ovom slučaju mogle uporediti sa NASGRO rešenjem za model TC03.

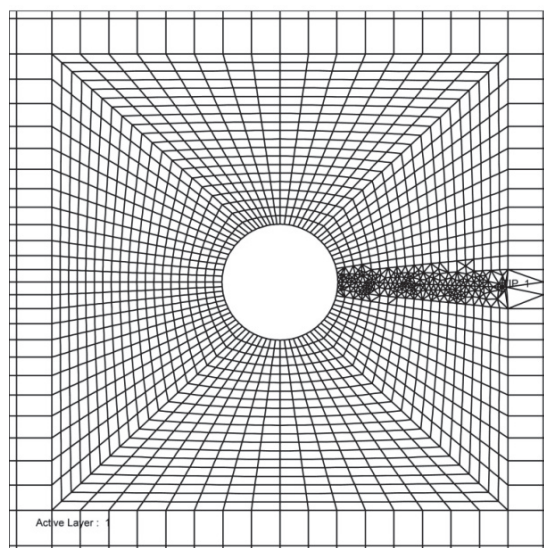


Slika 4.26 Promena K_I (u MPa) sa dužinom prslina c (u mm) pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3 intenziteta 68,95MPa (NASGRO rešenje)

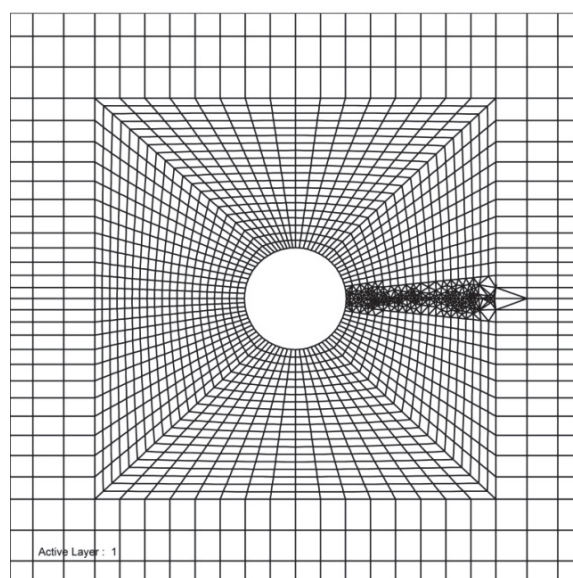


Slika 4.27 Vrednosti σ_1 (u MPa) oko otvora ploče 254mm×254mm pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3 intenziteta 68,95MPa

Izgledi mreža konačnih elemenata nakon 17 koraka automatske i ručne propagacije prsline za model sa Q8 elementima dati su na Slikama 4.28 i 4.29. Na njima se može videti da ne postoji značajna razlika u izgledima konačnih mreža (nasuprot dejstvu samo napona S_3), što se može objasniti većim uticajem nominalnog napona S_0 na širenje prsline u odnosu na napon u ležaju S_3 .



Slika 4.28 Izgled mreže (Q8 elementi) nakon 17. koraka automatskog širenja prsline pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3 intenziteta 68,95MPa



Slika 4.29 Izgled mreže (Q8 elementi) nakon 17. koraka ručnog širenja prsline pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3 intenziteta 68,95MPa

Tabela 4.7 Uporedni prikaz vrednosti K_I dobijenih u NASGRO softveru i FRANCO2D/L softveru u slučaju ručnog širenja prsline pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3

Dužina prsline (mm)	Vrednosti faktora intenziteta napona K_I (MPa mm ^{0,5})		
	NASGRO v4	FRANCO2D/L 254x254 Q8 elem.	FRANCO2D/L 254x254 T6 elem.
2,00	564,19	531,90	531,50
4,00	639,82	608,70	608,20
6,00	665,74	642,80	642,60
8,00	668,60	658,60	658,60
10,00	666,58	672,20	671,40
12,00	669,06	683,20	681,40
14,00	676,62	693,70	692,60
16,00	687,28	704,70	701,40
18,00	700,02	715,40	713,10
20,00	713,70	724,80	721,70
22,00	727,19	736,70	738,10
24,00	739,58	749,40	748,86
26,00	751,52	761,04	760,25
28,00	763,36	773,77	773,40
30,00	775,33	783,36	781,78
32,00	787,71	798,67	796,72
34,00	800,81	805,90	806,01
36,00	814,47	808,46	806,69

U Tabeli 4.7 dat je upoređan prikaz vrednosti K_I dobijenih u softveru NASGRO i primenom MKE u softveru FRANCO2D/L za slučaj istovremenog dejstva S_0 i S_3 . Vrednosti faktora intenziteta napona K_I dobijene za Q8 elemente su se od NASGRO rešenja u proseku razlikovale za 2,02% (maksimalna razlika iznosila je 5,72% i to za inicijalnu prslinu), dok je u slučaju T6 elemenata prosečno odstupanje 1,92% (maksimalno iznosi 5,80%, takođe za inicijalnu prslinu). Kao i u slučaju dejstva samo S_0 napona, kod nekoliko prvih vrednosti dužine prsline odstupanja su malo veća, da bi se kasnije vrednosti K_I razlikovale u proseku oko 1%, što je veoma dobro poklapanje dobijenih rezultata.

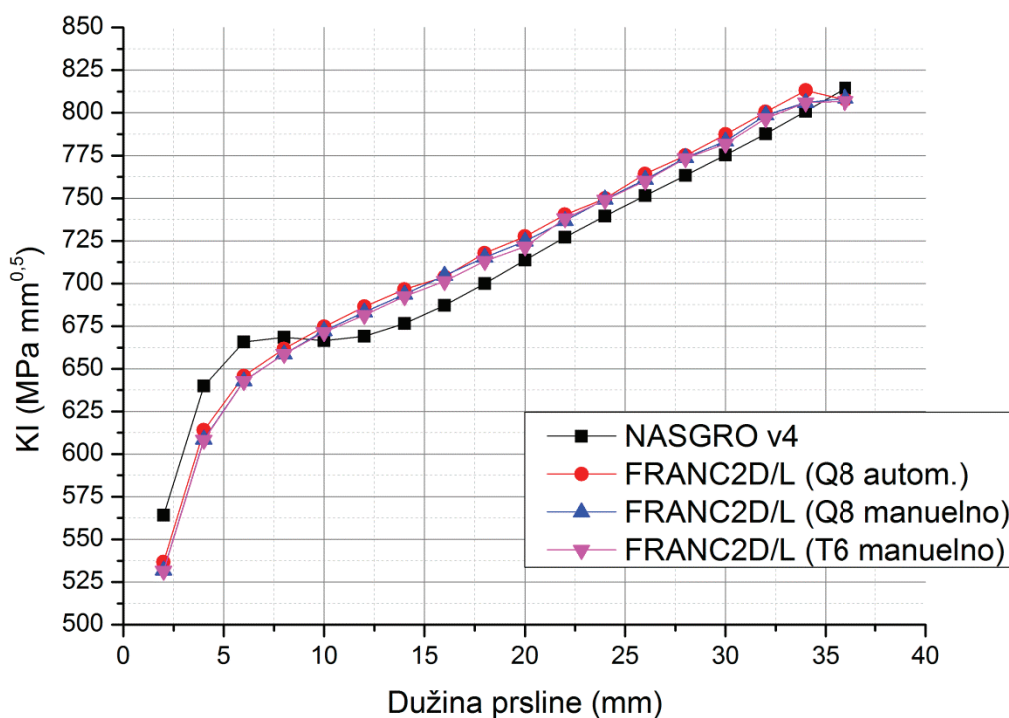
U Tabeli 4.8 dat je i uporedan prikaz vrednosti K_I dobijenih ručnim i automatskim propagiranjem prsline na modelu sa Q8 elementima pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3 .

Tabela 4.8 Uporedni prikaz vrednosti K_I dobijenih u softverima NASGRO i FRANC2D/L (Q8 elementi) u slučajevima ručnog i automatskog širenja prsline pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3

Dužina prsline (mm)	Vrednosti faktora intenziteta napona K_I (MPa mm ^{0,5})		
	NASGRO v4	FRANC2D/L 254x254 (Q8) ručno širenje	FRANC2D/L 254x254 (Q8) automat. širenje
2,00	564,19	531,90	536,80
4,00	639,82	608,70	614,00
6,00	665,74	642,80	645,80
8,00	668,60	658,60	661,80
10,00	666,58	672,20	674,70
12,00	669,06	683,20	686,50
14,00	676,62	693,70	696,60
16,00	687,28	704,70	703,90
18,00	700,02	715,40	717,80
20,00	713,70	724,80	727,60
22,00	727,19	736,70	740,30
24,00	739,58	749,40	749,80
26,00	751,52	761,04	764,20
28,00	763,36	773,77	775,00
30,00	775,33	783,36	787,40
32,00	787,71	798,67	800,50
34,00	800,81	805,90	813,10
36,00	814,47	808,46	807,60

Na osnovu Tabele 4.8 moguće je izvući zaključak da je razlika vrednosti faktora K_I dobijenih pri ručnom i automatskom širenju prsline **zanemarljivo mala**. Kada se uporede prosečna procentualna odstupanja u odnosu na vrednosti dobijene za standardni NASGRO model (2,02% pri ručnoj propagaciji, naspram 2,14% pri automatskoj) vidi se da je pri proračunima širenja prsline iz

otvora na ploči *potpuno opravdano koristiti jednostavniju automatsku propagaciju*. Na grafiku na Slici 4.30 dat je uporedan prikaz vrednosti K_I dobijenih pri ručnoj i automatskoj propagaciji prsline, zajedno sa NASGRO rešenjima.



Slika 4.30 Vrednosti K_I dobijene u softverima NASGRO i FRANC2D/L (Q8 i T6 elementi) pri ručnom i automatskom širenju prsline, a pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3

Dijagram na Slici 4.30 ukazuje na nekoliko činjenica:

1) NASGRO za početne dužine prsline daje nešto više vrednosti faktora intenziteta napona K_I u odnosu na vrednosti dobijene metodom konačnih elemenata u softveru FRANC2D/L. Međutim, za veće dužine prsline (16mm i dalje), koje su u analizi životnog veka strukturnih komponenti pod zamorom značajnije od kraćih prsline, vrednosti K_I dobijene na sva tri načina ne razlikuju se mnogo, što znači da se ovi pristupi mogu podjednako koristiti u praksi. To se, naravno, odnosi samo na standardna rešenja, jer se NASGRO uglavnom koristi kod tipičnih, relativno jednostavnih geometrija. Iako se – zahvaljujući integrisanoj metodi graničnih elemenata – NASGRO može koristiti i u

predviđanju rasta prsline kod nestandardnih geometrija, to neće biti predmet analize u ovoj tezi.

2) Vrednosti K_I dobijene metodom konačnih elemenata konstantno rastu sa prsline sve do dužine 36mm kada prvi put dolazi do pada vrednosti faktora intenziteta napona. Razlog tome bi trebalo tražiti u činjenici da je pri toj dužini vrh prsline izašao iz „gušće“ mreže elemenata i prešao u oblast manje gustine (Slike 4.28 i 4.29), pa je tačnost proračuna u toj tački upitna. S druge strane, vidljivo je da vrednosti faktora K_I dobijene pomoću NASGRO-a nakon početnog rasta pokazuju izvesno „kolebanje“ i stagnaciju na dužinama prsline od 6mm do 12mm, da bi nakon toga konstantno rasle i bile nešto niže od vrednosti dobijenih u FRANC2D/L-u.

3) Vrednosti K_I pri automatskoj propagaciji neznatno su više od onih dobijenih pri ručnom širenju prsline, što je još jedan argument za korišćenje automatske metode u proračunima, jer će ona – po svemu sudeći – dati niže vrednosti životnog veka pod zamorom. Isti zaključak važi i za poređenje ove metode sa korišćenjem NASGRO softvera.

Na osnovu svega iznetog, može se zaključiti da **MKE** – kada se pravilno i oprezno koristi – **predstavlja odličan alat za predviđanje vrednosti faktora intenziteta napona u vrhu dvodimenzionalne prsline**, kao i smera njenog prostiranja kroz strukturu pod dejstvom različitih kombinacija spoljašnjih opterećenja. U primeru koji je ovde predstavljen korišćena je jednostavna geometrija da bi se dobijeni rezultati mogli uporediti sa vrednostima dobijenim u softveru koji već decenijama – zbog pouzdanosti i eksperimentalno potvrđene tačnosti – koristi NASA. Vrednosti faktora intenziteta napona daleko je lakše i brže dobiti u NASGRO-u nego pomoću MKE, ali samo u slučajevima geometrija koje su deo NASGRO baze.

Međutim, kada se mora odrediti zamorni vek komponente složenije geometrije koja na sebi ima prsline, MKE je daleko bolji izbor od analize u NASGRO-u iz nekoliko razloga. Prvo, u većini softvera za MKE (uključujući i ovde korišćeni FRANC2D/L) postoji poseban modul za definisanje geometrije

u okviru koga je relativno lako kreirati bilo kakav 2D oblik i onda ga diskretizovati pomoću čvorova i elemenata. Definisanje takve geometrije je u NASGRO-u daleko složenije i iziskuje dosta vremena i truda. Drugo, korišćenjem MKE mogu se analizirati i dvodimenzionalni i trodimenzionalni modeli najrazličitijih oblika, kod kojih se javljaju svi modovi opterećenja (I, II i III). Konkretno, u FRAN2D/L-u je moguće – pored vrednosti K_I – izračunati i faktor intenziteta napona K_{II} u vrhu prsline (što je predstavljeno u Poglavlju 7), dok je u softveru FRAN3Dv5 (videti Prilog B) moguće analizirati trodimenzionalne prsline i određivati promene vrednosti sva tri faktora K_I , K_{II} i K_{III} u tačkama fronta rastućeg diskontinuiteta.

Naravno, svi pomenuti softveri za MKE (kao i sama metoda) imaju svoje mane (o čemu će biti reči na kraju ovog poglavlja), ali se na njihovom otklanjanju neprestano radi, a s vremena na vreme se pojavljuju i novi (ili unapređeni) numerički pristupi problematici rasta prsline koji donose veću konformnost u radu i poboljšanu tačnost. U sledećem, petom poglavlju opisan je jedan od njih, poznat pod imenom *proširena metoda konačnih elemenata*.

4.4 Procena zamornog veka komponente sa prslinom na osnovu vrednosti faktora intenziteta napona dobijenih korišćenjem MKE

Nakon što se pomoću MKE odredi promena vrednosti faktora intenziteta napona sa dužinom prsline na određenom dvodimenzionalnom ili trodimenzionalnom modelu, sledeći korak u analizi zamora jeste procena veka komponente koju taj virtuelni model predstavlja. Ovaj korak je, u suštini, jednostavan i sastoji se iz dve aktivnosti: *odabira materijala komponente* (sa zamornim karakteristikama neophodnim za proračun) i *odabira modela rasta prsline* u materijalu. Važno je naglasiti da su u prethodnom koraku (određivanju vrednosti faktora intenziteta napona) već korišćene dve karakteristike materijala (Jangov moduo elastičnosti E i Puasonov koeficijent ν), tako da ukoliko je osnovni cilj uporedna analiza zamornih vekova date komponente za

različite vrste materijala, neophodno je izračunati K_I , K_{II} i K_{III} za različite vrednosti E i ν , pa ih onda iskoristiti u proceni veka komponente.

Postoji nekoliko načina pomoću kojih se može dobiti procena broja ciklusa spoljašnjeg opterećenja koje će prslinu proširiti do dužina za koje su vrednosti faktora intenziteta napona određene statičkom analizom. Ovde će biti predstavljen jedan od njih, a u svrhu ilustracije biće korišćene vrednosti faktora intenziteta napona dobijene u primeru ploče dimenzija 254mm×254mm sa ručno širenom prslinom pri dejstvu napona S_0 i S_3 jednakih 68,95MPa.

Vrednosti faktora intenziteta napona za različite dužine prsline dobijene pomoću MKE, moguće je iz FRANC2D/L-a izvesti u vidu datoteke čiji je jedan deo prikazan na Slici 4.31. Kao što se može videti, izlaznu datoteku čine ne samo vrednosti dužine prsline i odgovarajućih faktora K_I , već i koordinate vrha prsline tokom širenja, vrednosti proračunskih uglova skretanja prsline, vrednosti faktora intenziteta napona K_{II} , kao i vrednosti brzina oslobađanja energije G_I i G_{II} (opisanih u Poglavlju 3).

```
J-Integral SIF History
Number of Cracks:      1
Number of Load Cases: 1
Crack #  Steps  X mouth  Y mouth
      1      18      0.1270E+02  0.0000E+00

Data for Crack :      1
Step 1  Crack Length : 0.2000E+01
Crack Tip Location (X,Y) : 0.1470E+02  0.0000E+00
Crack Kink Angle : -0.1194E+01
      Ld Fact      KI      KII      GI      GII
Total 1  0.1000E+01  0.5325E+03  0.5550E+01  0.1418E+01 -0.1541E-03
      1  0.1000E+01  0.5325E+03  0.5550E+01  0.1418E+01 -0.1541E-03

Step 2  Crack Length : 0.4000E+01
Crack Tip Location (X,Y) : 0.1670E+02  0.0000E+00
Crack Kink Angle : -0.1384E+01
      Ld Fact      KI      KII      GI      GII
Total 1  0.1000E+01  0.6118E+03  0.7393E+01  0.1872E+01 -0.2734E-03
      1  0.1000E+01  0.6118E+03  0.7393E+01  0.1872E+01 -0.2734E-03

Step 3  Crack Length : 0.6000E+01
Crack Tip Location (X,Y) : 0.1870E+02  0.0000E+00
Crack Kink Angle : -0.1521E+01
      Ld Fact      KI      KII      GI      GII
Total 1  0.1000E+01  0.6447E+03  0.8559E+01  0.2078E+01 -0.3663E-03
      1  0.1000E+01  0.6447E+03  0.8559E+01  0.2078E+01 -0.3663E-03

Step 4  Crack Length : 0.8000E+01
Crack Tip Location (X,Y) : 0.2070E+02  0.0000E+00
Crack Kink Angle : -0.5443E+00
      Ld Fact      KI      KII      GI      GII
Total 1  0.1000E+01  0.6593E+03  0.3132E+01  0.2174E+01 -0.4905E-04
      1  0.1000E+01  0.6593E+03  0.3132E+01  0.2174E+01 -0.4905E-04

Step 5  Crack Length : 0.1000E+02
Crack Tip Location (X,Y) : 0.2270E+02  0.0000E+00
Crack Kink Angle : -0.8399E+00
      Ld Fact      KI      KII      GI      GII
Total 1  0.1000E+01  0.6743E+03  0.4943E+01  0.2274E+01 -0.1222E-03
      1  0.1000E+01  0.6743E+03  0.4943E+01  0.2274E+01 -0.1222E-03

Step 6  Crack Length : 0.1200E+02
Crack Tip Location (X,Y) : 0.2470E+02  0.0000E+00
```

Slika 4.31 Izgled dela datoteke sa rezultatima proračuna za ručno širenu prslinu na ploči 254mm × 254mm pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3

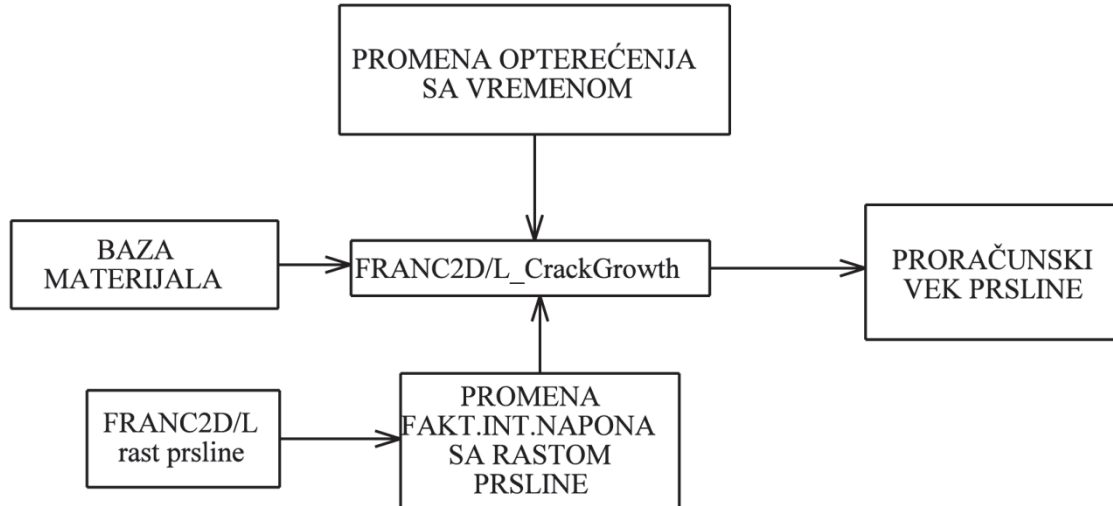
Da bi se dobila procena životnog veka pod zamorom ploče sa otvorom na kojem se pojavila prslina, potrebno je – kako je ranije naglašeno – usvojiti određeni model brzine rasta prsline u materijalu, koji će na osnovu izračunatih vrednosti faktora intenziteta napona i spektra spoljašnjeg opterećenja dati predikciju broja ciklusa opterećenja koji prslinu proširuju do određene dužine. Jedan od najpouzdanijih i u praksi najčešće korišćenih modela je tzv. modifikovan Formanov NASGRO model, čija je jednačina brzine rasta zamorne prsline (3.38) data u Poglavlju 3:

$$\frac{da}{dN} = C \left[\left(\frac{1-f}{1-R} \right) \Delta K \right]^n \frac{\left(1 - \frac{\Delta K_{th}}{\Delta K} \right)^p}{\left(1 - \frac{K_{max}}{K_C} \right)^q} \quad (4.7)$$

Jednačina (4.7) integrisana je u FRANC2D/L_CrackGrowth softver [40] (F2DCG) koji predstavlja nadogradnju FRANC2D/L i čija je osnovna svrha integracija izraza (4.7). F2DCG učitava vrednosti K_I i K_{II} koje FRANC2D/L generiše, a da bi iscrtao krivu $a-N$ (dužina prsline u funkciji broja ciklusa) potrebne su mu još zamorne karakteristike materijala i oblik spektra opterećenja (Slika 4.32). Karakteristike materijala moguće je uneti ručno, dok se spektar mora definisati u vidu tekstualne datoteke sa vrednostima promenljivog opterećenja koja se zatim učitava u F2DCG. Za ulazni spektar je moguće koristiti i vrednosti napona promenljive amplitude izmerene tokom laboratorijskih ispitivanja ili u eksploatacionim uslovima, koje će F2DCG pomoću *Range-Pair* algoritma [42] prevesti u ekvivalentni niz ciklusa sa opterećenjima konstantne amplitude.

F2DCG ima i integrisanu bazu materijala sa koeficijentima potrebnim za integraciju jednačine (4.7). Ova baza je preuzeta iz baze NASGRO softvera koju je razvila NASA u Džonson Spejs Centru, a za potrebe analize kontrole lomova na vazduhoplovnim i svemirskim sistemima (radi se o najpouzdanijoj bazi zamornih karakteristika materijala na svetu, sa preko 3000 podataka o rastu

prslina u epruветama od različitih materijala i više od 6000 vrednosti lomnih čvrstoća materijala).



Slika 4.32 Ulazni i izlazni podaci softvera FRANC2D/L_CrackGrowth

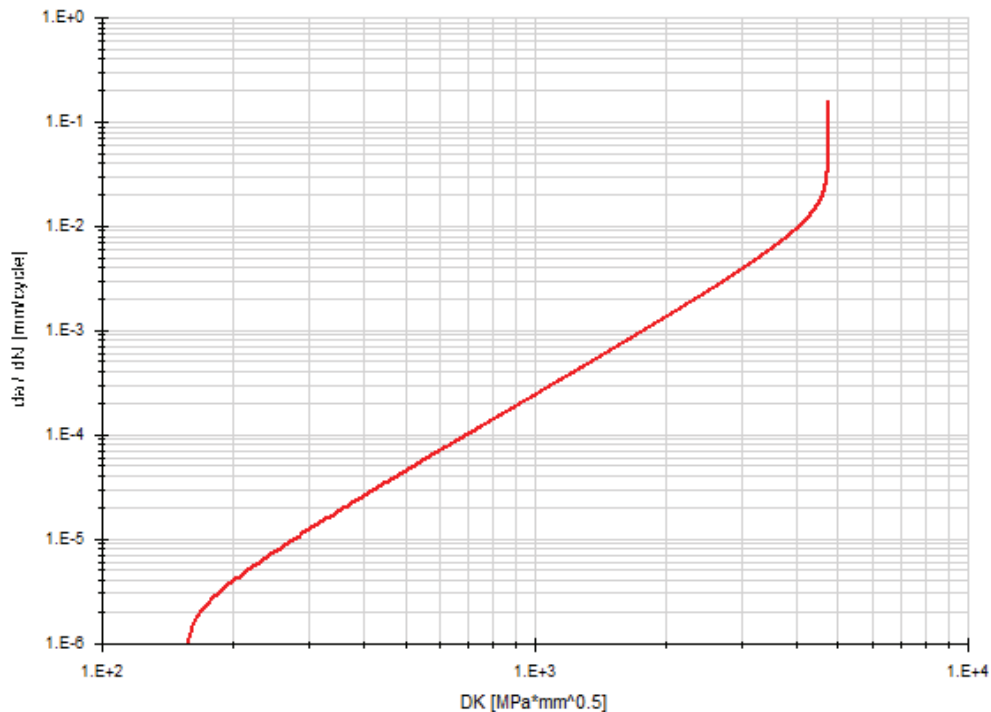
S obzirom da je u simulacijama rasta prslina iz otvora na sredini ploče korišćen čelik oznake HP9-4-20 190-210 UTS, iz baze je izabran taj materijal, čije su vrednosti koeficijenata neophodnih za integraciju jednačine (4.7) predstavljene Tabelom 4.9. Na Slici 4.33 prikazana je kriva da/dN u funkciji ΔK za čelik HP9-4-20 190-210 UTS; GTA Weld+SR u slučaju debljinu ploče 25,4mm, dok je na Slici 4.34 prikazana kriva promene kritične (lomne) vrednosti faktora intenziteta napona K_C sa promenom debljine ploče. Zvezdicom na Slici 4.34 označena je vrednost lomne žilavosti za debljinu 25,4mm koja iznosi $K_C = 4752,56 MPamm^{0,5}$ i koja je korišćena kao granična vrednost u proračunima zavisnosti dužine prslina od broja ciklusa.

Nakon definisanja tipa materijala, u F2DCG je učitana datoteka sa rezultatima proračuna za ručno širenu prslinu na ploči 254mm×254mm pri istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3 intenziteta 68,95MPa, čiji je fragment prikazan Slikom 4.31.

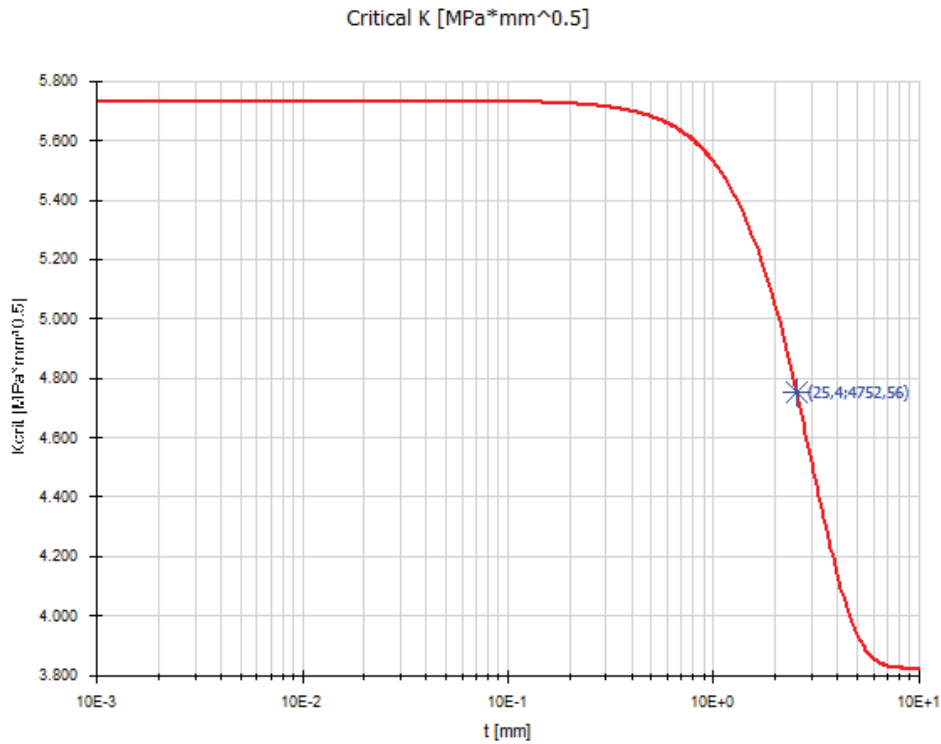
Tabela 4.9 Karakteristike čelika oznake HP9-4-20 190-210 UTS; GTA Weld+SR i koeficijenti NASGRO jednačine (jedinice: MPa i MPamm^{0,5})

Maksimalna zatezna čvrstoća	1344
Napon tečenja	1276
Ef. lomna žilavost za dubinsku prslinu K_{Ie}	4691
Lomna žilavost pri ravanskoj deform. K_{IC}	3822,3
Lomna žilavost pri ravanskom naponu K_C	5733,5
Parametar prilagođavanja A_K	0,75
Parametar prilagođavanja B_K	0,50
Parisova konstanta C	7,562e-11
Parisov eksponent n	2,26
NASGRO eksponent p	0,25
NASGRO eksponent q	0,25
Opseg praga intenziteta napona ΔK_{th}	69,5
Koeficijent praga C_{th}	1
Faktor ravanske deform./napona α	2,5
Odnos maks. napona i napona tečenja	0,3

Curve for a crack 0.5 inches (12.7 mm) long

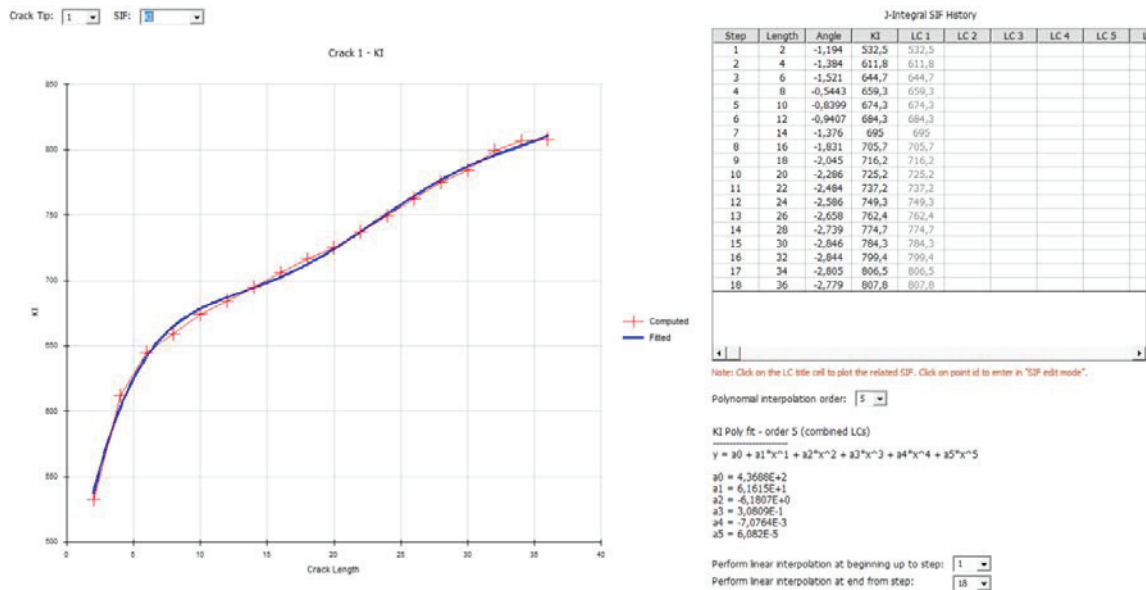


Slika 4.33 Kriva da/dN u funkciji ΔK za čelik HP9-4-20 190-210 UTS; GTA W+SR

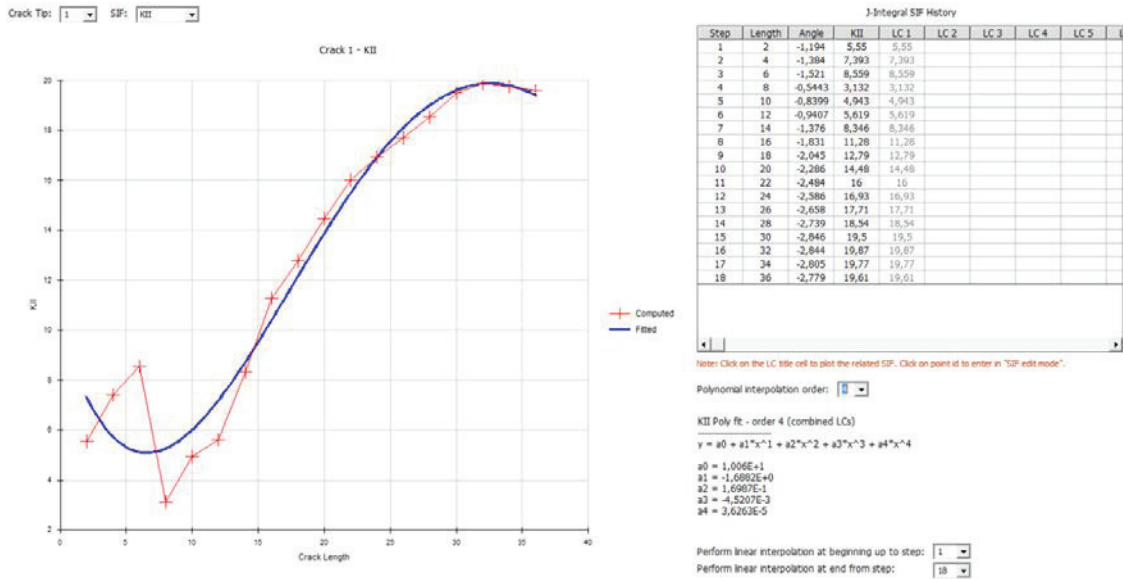


Slika 4.34 Kriva K_C u funkciji debljine (čelik HP9-4-20 190-210 UTS; GTA W+SR)

Nakon učitavanja proračunskih vrednosti faktora intenziteta napona, F2DCG kreira dijagrame i tablice prikazane na Slikama 4.35 i 4.36.



Slika 4.35 Dijagram K_I (MPa) u funkciji dužine prsline c (mm) i tabela sa učitanim rezultatima proračuna u F2DCG



Slika 4.36 Dijagram K_{II} (MPa) u funkciji dužine prsline c (mm) i tabela sa učitanim rezultatima proračuna u F2DCG

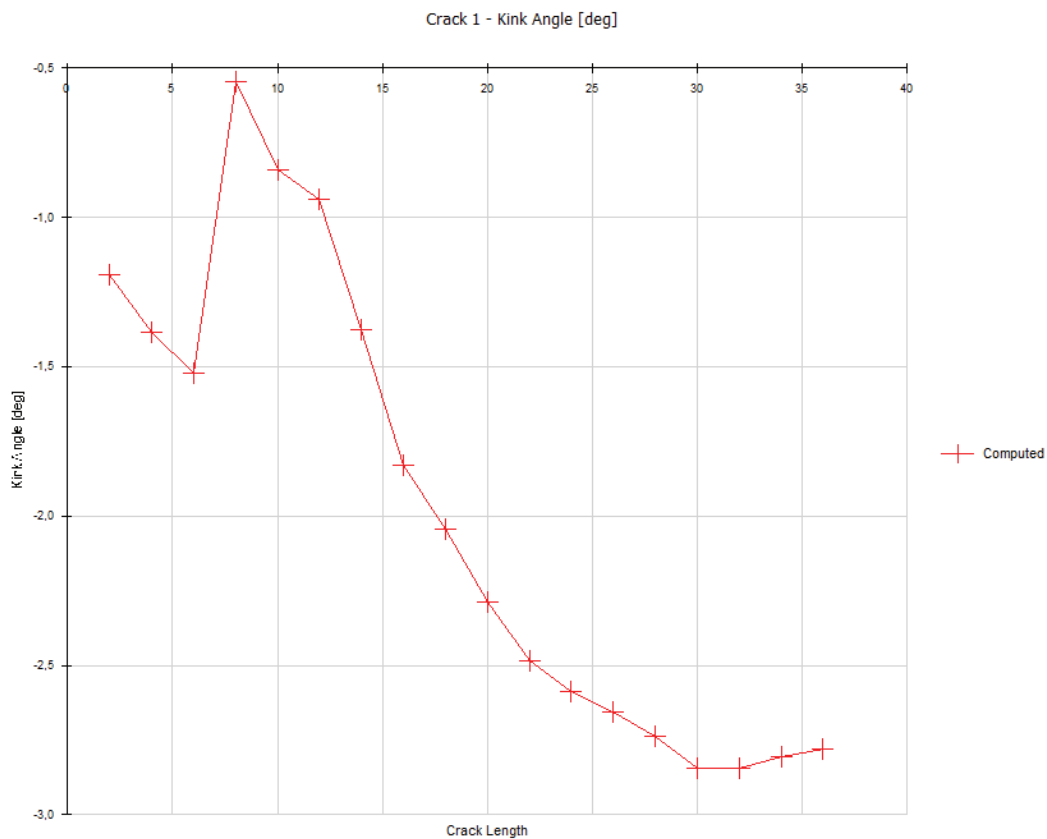
Na dijagramima na Slikama 4.35 i 4.36 F2DCG crvenom linijom povezuje „krstiće“ koji predstavljaju vrednosti faktora intenziteta napona dobijene proračunom u FRANC2D/L-u za različite dužine rastuće prsline. S druge strane, F2DCG koristi plavu boju da njome obeleži liniju trenda, odnosno kontinualnu krivu koja prolazi što je moguće bliže svakoj od crvenih tačaka (krstića). Jednačina linije trenda predstavlja polinom prvog ili višeg reda, sa koeficijentima koji se određuju metodama polinomske regresije. Tako je za promene vrednosti K_I sa dužinom prsline na ploči 254mm×254mm izloženoj istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3 dobijena jednačina polinoma oblika $y = 436,88 + 61,615x - 6,1807x^2 + 0,308x^3 - 0,00707x^4 + 0,0000608x^5$, dok je za vrednosti K_{II} dobijeno $y = 10,06 - 1,6882x - 0,16987x^2 - 0,00452x^3 - 0,00003626x^4$. Ovi polinomi se koriste u integraciji jednačine (4.7) da bi se dobila što verodostojnija procena broja ciklusa spoljašnjeg opterećenja koji će prslinu proširiti do određene dužine.

S obzirom da su vrednosti K_I dobijene u ovom slučaju značajno veće od K_{II} (od četrdeset do skoro sto puta), to se na ploči 254mm×254mm izloženoj

istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3 slobodno može zanemariti uticaj vrednosti K_{II} na brzinu rasta prsline. Dakle, prilikom integracije jednačine (4.7) opseg faktora intenziteta napona može se računati po formuli $\Delta K = K_{I_{max}} - K_{I_{min}}$. U slučajevima kada razlika faktora intenziteta napona Moda I i Moda II nije tako drastična, tj. kada se uticaj K_{II} mora uzeti u obzir, integraciju jednačine (4.7) bi trebalo sprovesti sa vrednostima efektivnog faktora intenziteta napona K_{ef} koji se određuje po formuli [43]

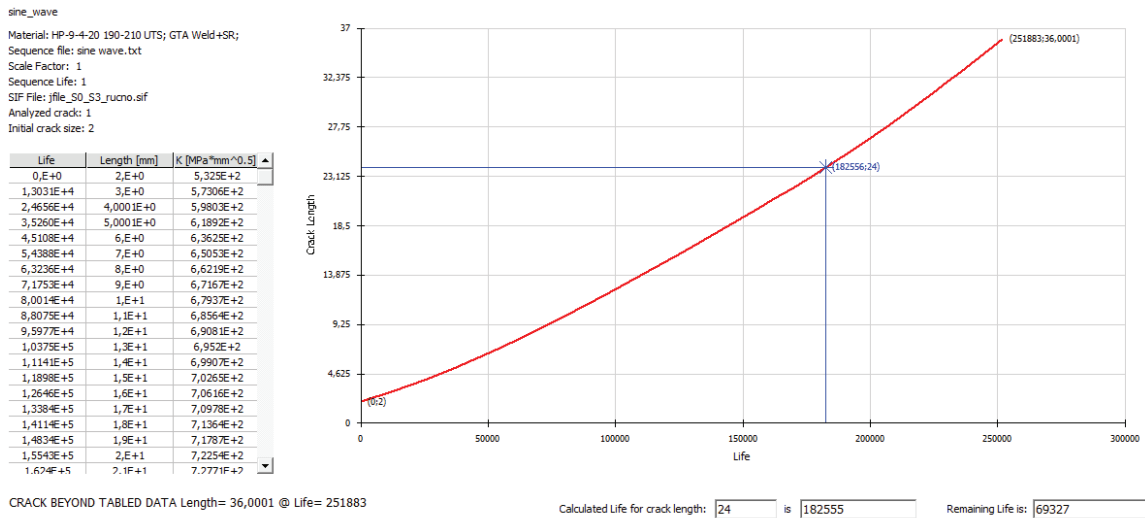
$$K_{ef} = \sqrt{K_I^2 + \beta \cdot K_{II}^2} \quad (4.8)$$

gde β predstavlja karakteristiku materijala. Vrednost ΔK tada se računa korišćenjem K_{ef} , tj. $\Delta K = K_{ef_{max}} - K_{ef_{min}}$. Na Slici 4.37 prikazana je promena ugla skretanja prsline sa porastom dužine na kojoj se vidi ukupno skretanje prsline sa horizontalnog pravca za nešto manje od 30° na dole.



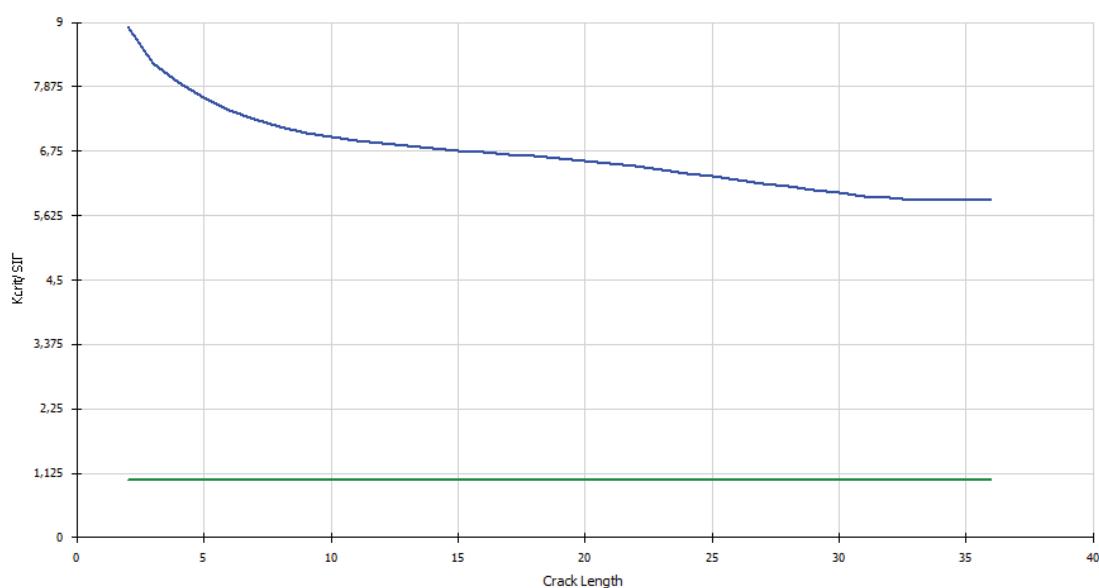
Slika 4.37 Ugao skretanja prsline (u stepenima) sa dužinom prsline c (u mm)

Da bi se dobila procena zamornog veka ploče dimenzija 254mm×254mm, u F2DCG je učitana spektar sa sinusoidnom promenom napona konstantne amplitude 68,95MPa i odnosom $R = -1$. Dobijena kriva dužine prsline u zavisnosti od broja ciklusa primenjenog spektra opterećenja data je Slikom 4.38. Na Slici 4.39 data je promena odnosa K_C/K_I sa dužinom prsline dobijena proračunom.



Slika 4.38 Vrednosti dužine prsline u funkciji broja ciklusa primenjenog sinusoidnog opterećenja na čeličnoj ploči dimenzija 254mm × 254mm

Slike 4.38 i 4.39 pokazuju da prslina nije dostigla kritičnu vrednost dužine, jer faktor intenziteta napona Moda I nije dostigao kritičnu vrednost (tj. lomnu žilavost) $K_C = 4752,56MPamm^{0,5}$ (horizontalna zelena linija na Slici 4.39 predstavlja odnos $K_C/K_I = 1$). Dužina prsline od 36mm dobijena simulacijom širenja u softveru FRANC2D/L odgovara vrednosti faktora intenziteta napona $K_I = 807,8MPa mm^{0,5}$ (Tabela 4.8) što je daleko ispod kritične vrednosti. Uz to, integracijom jednačine (4.7) dobijena je kriva zavisnosti dužine prsline od broja ciklusa (prikazana Slikom 4.38) čiji oblik jasno ukazuje da se prslina dužine 36mm još nije približila zoni ubrzanog (nestabilnog) rasta, odnosno da je brzina napredovanja oštećenja još uvek umerena (gradijent krive na Slici 4.38 skoro je konstantan).



Slika 4.39 Promena odnosa K_C/K_I sa porastom dužine prsline na čeličnoj ploči dimenzija $254\text{mm}\times 254\text{mm}$

Dobijeni proračunski broj ciklusa sinusoidnog opterećenja koji će početnu prslinu dužine 2mm proširiti do ukupne dužine od 36mm iznosi $N=251883$. Ovaj broj predstavlja **proračunski vek prsline pod zamorom** i u literaturi na engleskom jeziku se, obično, naziva samo *Life*. Na Slici 4.38 se vidi da F2DCG za proizvoljnu dužinu prsline može da proceni i preostali vek do dostizanja pune dužine od 36mm. Tako je, na primer, za dužinu prsline 24mm preostali vek (odnosno, broj ciklusa koji će prslinu proširiti do 36mm) procenjen na $N=69327$ ciklusa.

Da bi se ocenilo koliko je broj ciklusa opterećenja $N=251883$ dobijen proračunom u F2DCG pouzdan, ponovo je iskorišćen NASGRO softver i njegov potprogram NASFLA u kojem je moguće dobiti odnos *dužina prsline - broj ciklusa* za standardne uzorke. S obzirom da NASFLA potprogram kao ulazne podatke koristi oblik spektra opterećenja i broj ciklusa njegove primene da bi na osnovu njih dao predikcije dužine prsline, definisana je promena sinusoidnog tipa (sa $R=-1$) i zadat je broj ciklusa $N=251883$.

Izlazni NASGRO izveštaj dat je u Tabeli 4.10.

Tabela 4.10 Rezultati analize rasta prslina u softveru NASGRO

FATIGUE CRACK GROWTH ANALYSIS

 DATE: 28-Jan-12 TIME: 15:21:17
 (NASGRO Version 4.02, September 2002.)
 SI units [mm, MPa, MPa sqrt(mm)]

PROBLEM TITLE

 Ploca_sa_otvorom

Crack Growth Model: Non Interaction
 Ratio of growth increment to current crk size= 0.0050
 Equation/Table : NASGRO Equation

FATIGUE SPECTRUM

 [Note: Stress = Input Value * Scale Factor]

Stress Scaling Factors for Block Case: 1

Scale Factor for Stress S0: 68.950
 Scale Factor for Stress S1: 0.0000
 Scale Factor for Stress S3: 68.950

Schedule info. was input manually

Total No. of Blocks in Schedule = 1

Block Number and Case Correspondences

Block Number	Block Case No.
From - To	
1 - 1	1

Stresses: Tension, bending or pin

 [no title given]
 MODEL: TC03

FATIGUE SCHEDULE BLOCK STRESS TABLE

 S : M: NUMBER : S0 : S1 :
 T : A: OF : : :
 E : T: FATIGUE : (MPa) : (MPa) :
 P : L: CYCLES : (t1) : (t2) : (t1) : (t2) :
 -----:-----:-----:-----:
 1: 1: 251833.00 : 68.95: -68.95: 0.00: 0.00:

S : M: NUMBER : S3 :
 T : A: OF : : :
 E : T: FATIGUE : (MPa) :
 P : L: CYCLES : (t1) : (t2) :
 -----:-----:-----:

1: 1: 251833.00 : 68.95: -68.95:

Environmental Crack Growth Check for Sustained Stresses
 (Kmax less than Keac): NOT SET

[no title given]
MODEL: TC03

ANALYSIS RESULTS:

FINAL RESULTS:

Critical Crack Size has NOT been reached.

at Cycle No. 251833.00
of Load Step No. 1 Description: None
of Block No. 1
of Schedule No. 1
Crack Size c = 32.495
Total Cycles = 251833.00

Tabela 4.10 pokazuje da NASGRO predviđa proširenje prsline do dužine **a=32,495mm** nakon N=251833 ciklusa promenljivih opterećenja S_0 i S_3 amplitude 68,95MPa, što je za oko 3,5mm kraće od onoga šta je predvideo program F2DCG.

Dobijena razlika iznosi 9,73% i posledica je ranije uočene činjenice (videti Tabelu 4.8 i grafik na Slici 4.30) da NASGRO u slučaju ploče sa centralnim otvorom predviđa nešto niže vrednosti faktora intenziteta napona u odnosu na FRANC2D/L pri većim dužinama prsline. To znači i da će NASGRO, u odnosu na FRANC2D/L, predvideti kraće dužine prsline pri istom broju ciklusa opterećenja, što se i vidi iz rezultata dobijenih za ploču dimenzija 254mm×254mm.

U svakom slučaju, zaključak je da se promene faktora intenziteta napona sa dužinom prsline dobijene u FRANC2D/L-u mogu - zahvaljujući programu F2DCG - uspešno prevesti u funkcije koje sa velikom pouzdanošću predviđaju dužine prsline za određeni broj ciklusa primenjenog spoljašnjeg opterećenja. Ove funkcije se, potom, mogu koristiti u praktičnim situacijama kada je - na osnovu dužine uočene prsline i oblika spektra opterećenja - potrebno doneti odluku o trenutku sledećeg inspeksijskog pregleda ili preventivne zamene oštećene komponente. S obzirom da MKE daje - kako je prethodno pokazano - nešto veće dužine prsline pri istom broju ciklusa opterećenja, pregledi ili zamene delova nosećih struktura na osnovu rezultata dobijenih pomoću MKE biće planirani nešto ranije.

4.5 Procena zamornog veka komponenti sa prslinama izrađenih od super legura

Svi prethodno opisani proračuni vrednosti faktora intenziteta napona, kao i broja ciklusa koji dovode do određenog rasta prsline, sprovedeni su za ploču sa otvorom kod koje je materijal bio čelik oznake HP9-4-20 190-210 UTS (GTA Weld+SR). Radi se o specijalnom čeliku visoke čvrstoće i prosečnih zamornih karakteristika, koji bi se – iz ovih razloga – mogao nazvati i super legurom [44]. Međutim, pod pojmom super legura podrazumevaju se legure na bazi nikla, kobalta ili nikel-gvožđa, kao što su Hastelloy, Inconel, Waspaloy ili Rene legure (videti Poglavlje 1).

Metodologija procene zamornog veka komponenti izrađenih od super legura korišćenjem MKE ni po čemu se ne razlikuje od opisane metodologije procene veka čelične ploče sa otvorom. Proračun koji bi za super leguru trebalo sprovesti u FRANC2D/L-u (da bi se odredile vrednosti faktora intenziteta napona na ploči sa prslinom) razlikuje se od proračuna čelične ploče u samo dve konstante: Jangovom modulu elastičnosti i Puasonovom koeficijentu. Upravo u ovome se i ogleda osnovna prednost MKE u odnosu na druge metode procene zamornog veka: **kada je model konačnih elemenata jednom definisan i verifikovan (eksperimentalno ili analitički) on može biti iskorišćen za niz drugih proračuna i istraživanja ponašanja širokog spektra različitih materijala.**

MKE je naročito pogodna za istraživanje zamornog ponašanja super legura iz razloga što je do ovih materijala teško doći na tržištu, a i njihova cena viša je od cena čelika ili aluminijuma. U tom smislu se nameće ideja da bi numeričke modele komponenti složenih oblika trebalo eksperimentalno verifikovati sa materijalima koji su dostupni, a nakon verifikacije ovi bi se modeli mogli iskoristiti za procenu veka komponenti od materijala čije eksperimentalno ispitivanje iz bilo kog razloga nije moguće sprovesti (realizacija ove ideje detaljno je opisana u Poglavlju 7).

Da bi se procenio zamorni vek komponente izrađene od super legure potrebno je poznavati njene zamorne karakteristike, tj. koeficijente Parisove ili NASGRO jednačine slične onim predstavljanim u Tabeli 4.9 za čelik HP9-4-20 190-210 UTS. U NASGRO bazi postoji solidan broj super legura sa svim potrebnim karakteristikama, a za ilustraciju procene zamornog veka iz nje su izabrane 23 austenitne nikel-hrom legure poznatije pod zajedničkim imenom Inconel. Hemijski sastav najkorišćenijih Inconel legura dat je u Tabeli 4.11 [45].

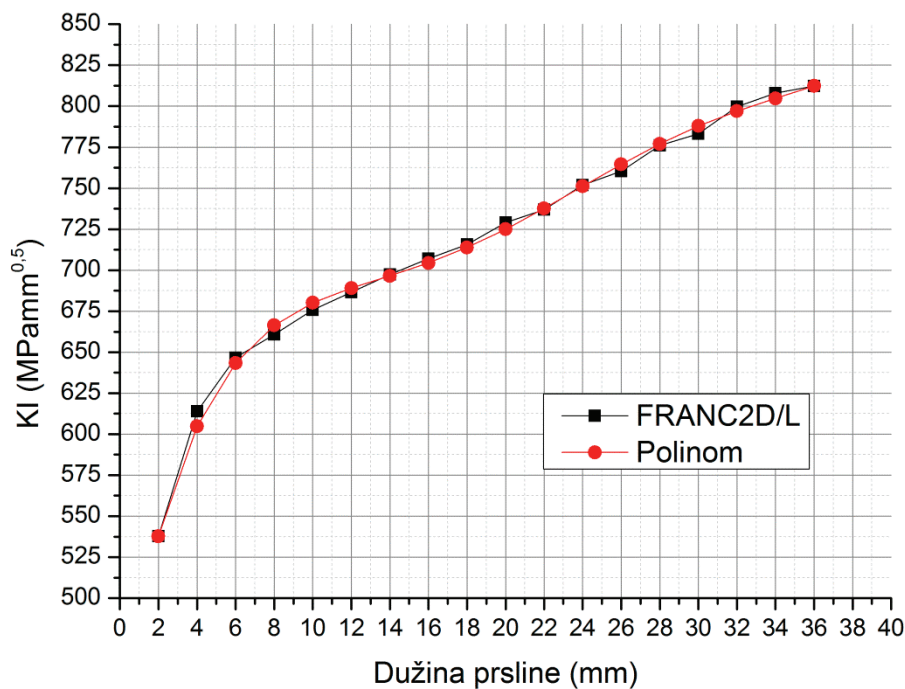
Tabela 4.11 Hemijski sastav super legura tipa Inconel

Tip	Procentualno učešće elementa u masi (%)														
	Ni	Cr	Fe	Mo	Nb	Co	Mn	Cu	Al	Ti	Si	C	S	P	B
600	72.0	14.0-17.0	6.0-10.0	-	-	-	1.0	0.5	-	-	0.5	0.15	0.015	-	-
625	58.0	20.0-23.0	5.0	8.0-10.0	3.15-4.15	1.0	0.5	-	0.4	0.4	0.5	0.1	0.015	0.015	-
718	50.0-55.0	17.0-21.0	izbalans.	2.8-3.3	4.75-5.5	1.0	0.35	0.2-0.8	0.65-1.15	0.3	0.35	0.08	0.015	0.015	0.006
X-750	70.0	14.0-17.0	5.0-9.0	-	0.7-1.2	1.0	1.0	0.5	0.4-1.0	2.25-2.75	0.5	0.08	0.01	-	-

Od 23 izabrane Inconel legure dve su bile tipa 600, četiri tipa 625, četiri tipa 706, osam tipa 718 i pet tipa X-750. Legure istog tipa međusobno se razlikuju po formi u kojoj se isporučuju i termičkoj obradi (odnosno temperaturama na kojima su obrade vršene), što je prikazano odgovarajućim oznakama pored tipa legure (npr. 600 Sht&Plt;1000F – Sht je skraćeno od *sheet* – tanke ploče, Plt od *plate* – deblje ploče, 1000F iznosi približno 538°C).

Za procenu veka ponovo je odabrana ploča dimenzija 254mm×254mm i debljine 25,4mm sa otvorom u sredini i ručno širenim prslinom, izložena

istovremenom dejstvu napona S_0 i S_3 intenziteta $68,95\text{MPa}$. Kao u slučaju čelične ploče, prvo je sproveden proračun faktora intenziteta napona na postojećem modelu u FRANC2D/L-u kojem su dodeljene nove vrednosti Jangovog modula i Puasonovog koeficijenta (za Inconel oni iznose $E = 214000\text{MPa}$ i $\nu = 0,29$ [45]). Nakon što su izračunate vrednosti K_I , one su prebačene u F2DCG u kojem je određena polinomska jednačina linije trenda (Slika 4.40).

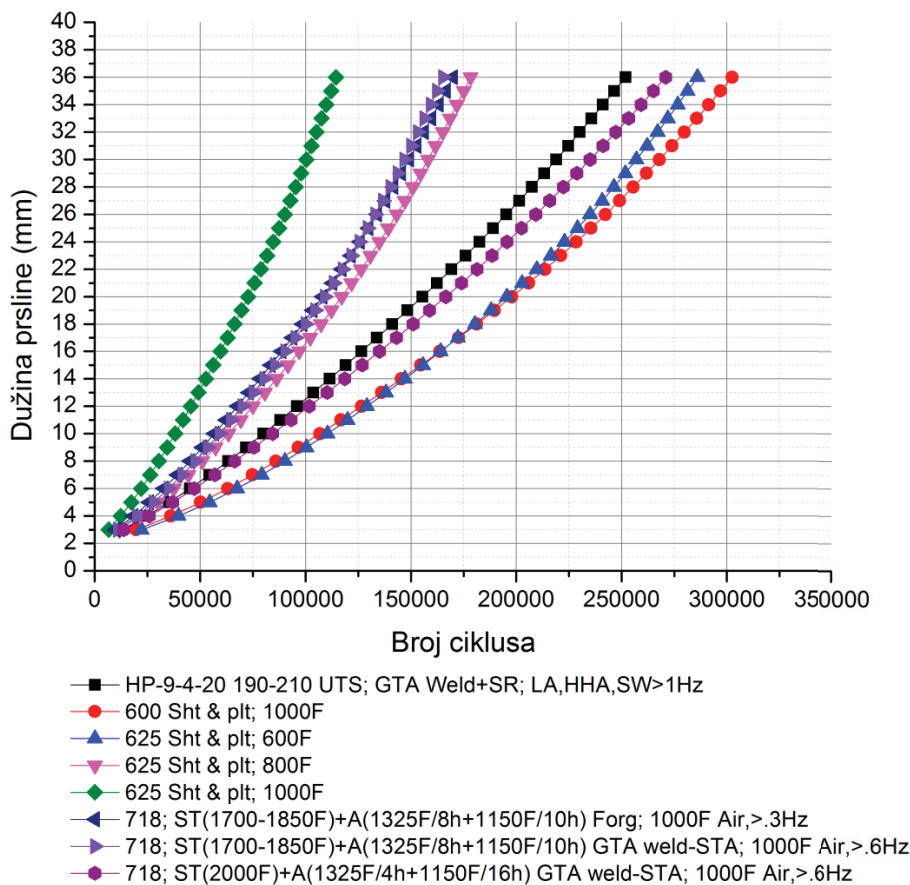


Slika 4.40 Vrednosti K_I dobijene za ploču sa otvorom izrađenu od Inconel-a

Poređenjem grafika na Slikama 4.40 i 4.30 može se uočiti velika sličnost vrednosti K_I za čelik i Inconel, što je i bilo očekivano s obzirom na sličnost vrednosti E i ν oba materijala. Slika 4.40 upućuje i na zaključak da se mogu očekivati slične vrednosti zamornih vekova ploče od čelika HP9-4-20 190-210 UTS i ploča od onih tipova Inconel legure čije su zamorne karakteristike bliske karakteristikama pomenutog čelika. Sprovedene analize zamornih vekova (identične onoj opisanoj u odeljku 4.4) ovaj su zaključak potvrdile, pokazujući i da se izabrane Inconel legure mogu podeliti u tri kategorije: (i) legure koje

imaju zamorni vek blizak veku čelika, (ii) legure koje imaju umereno veći zamorni vek i (iii) legure sa znatno dužim zamornim vekom od čelika.

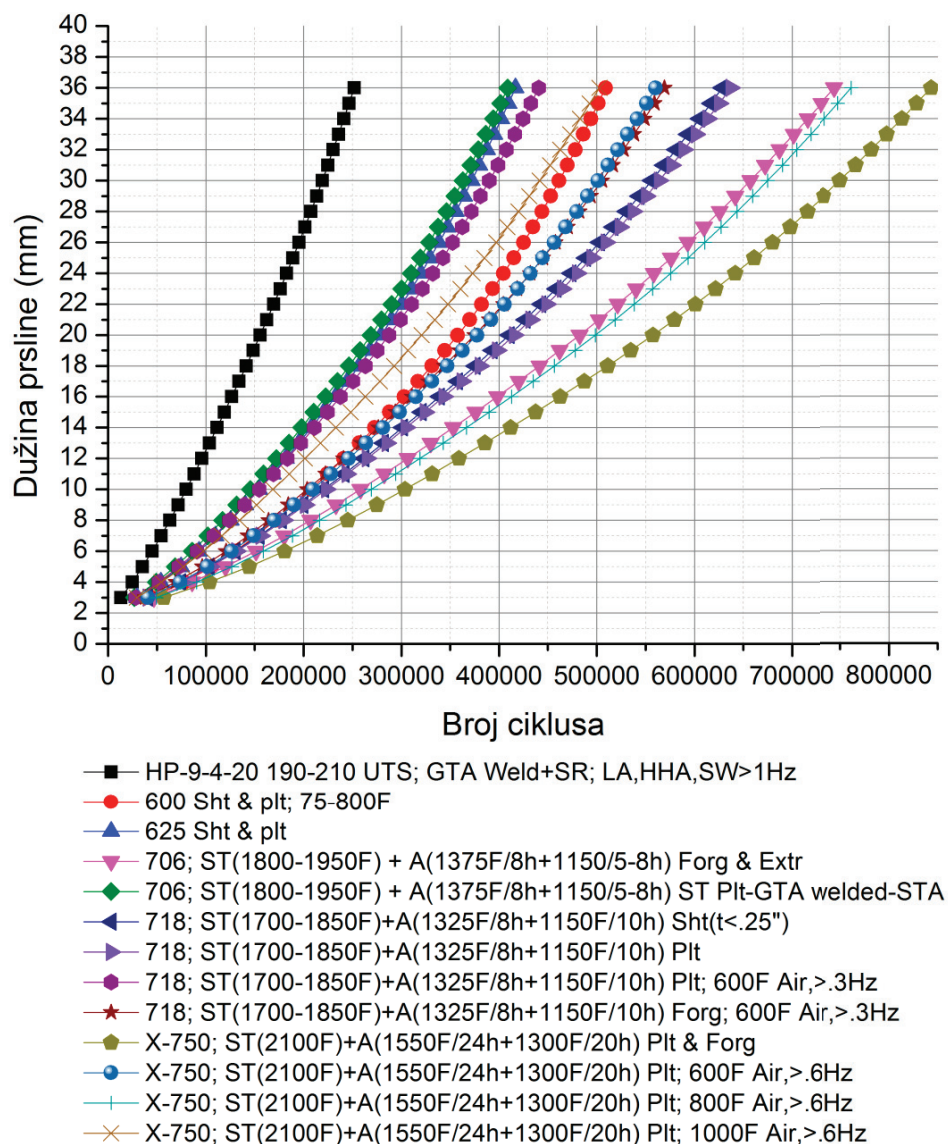
Na Slici 4.41 prikazani su dijagrami dužina prslina u funkciji broja ciklusa spoljašnjeg opterećenja (sinusoidnog tipa, $R = -1$) za ploču od čelika HP9-4-20 190-210 UTS i sedam Inconel legura sa zamornim vekovima sličnim veku čelika.



Slika 4.41 Dužine prslina u funkciji broja ciklusa primenjenog opterećenja kod Inconel legura sa zamornim vekovima sličnim veku čelika

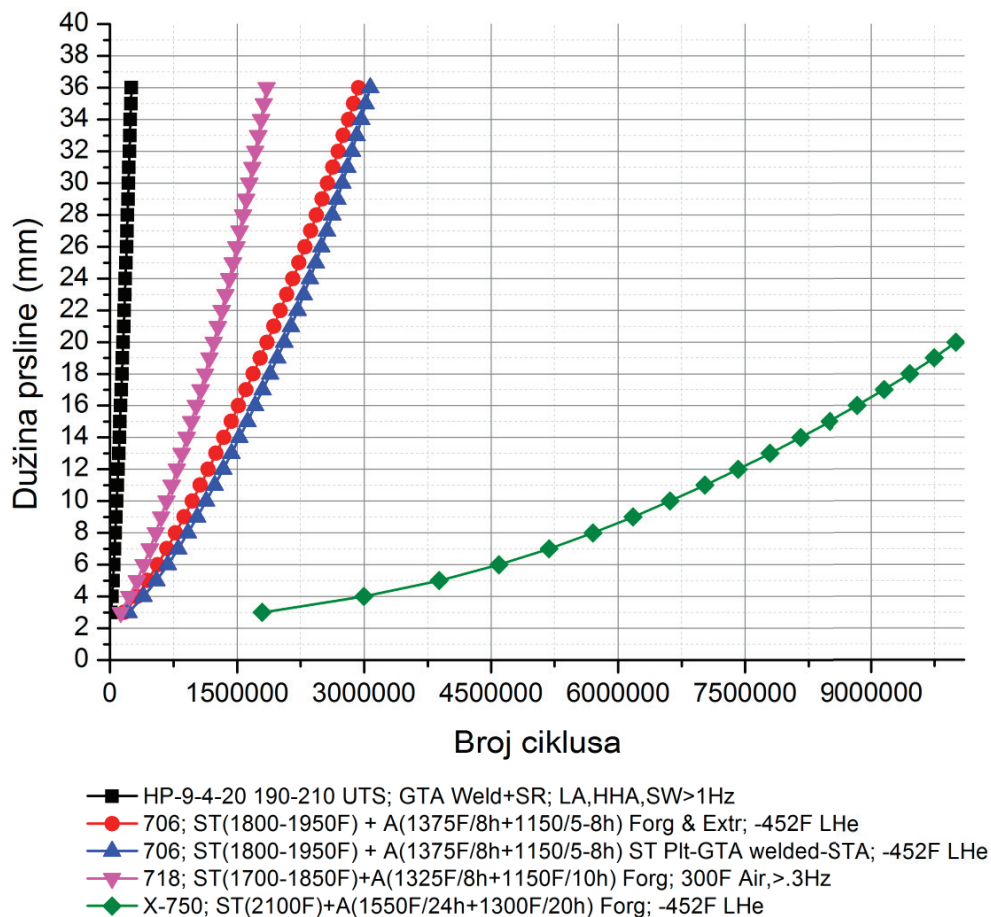
Dijagrami na Slici 4.41 pokazuju da četiri Inconel legure (625 Sht&Plt 1000F, 718 ST(1700-1850F) Air>0.6Hz, 718 ST (1700-1850F) Air>0.3Hz i 625 Sht&Plt 800F) imaju značajno manji životni vek od čelika (N=114437, N=165270, N=169909 i N=178353 ciklusa) koji, da podsetimo, iznosi N=251833. Preostale tri legure imaju nešto duže zamorne vekove i oni iznose N=270968 (718 ST(2000F) Air>0.6Hz), N=285963 (625 Sht&Plt 600F) i N=302513 (600 Sht&Plt 1000F).

Očigledno je da je čelik HP9-4-20 190-210 UTS najbližnji Inconel legurama 718 ST(2000F) Air >0.6Hz i 625 Sht&Plt 600F što delimično opravdava raniju pretpostavku da se on ponaša slično super legurama. Slika 4.41, međutim, pokazuje da ni jedna Inconel legura tipa 706 i tipa X-750 nema zamorni vek blizak veku čelika (jer ih nema na dijagramu), kao i da legure tipa 600 uvek imaju vek duži od čelika. Zajedničko za ova tri tipa legura je visok procentualni udeo nikla (oko 70%), koji očigledno značajno utiče na poboljšanje zamornih karakteristika Inconel-a.



Slika 4.42 Dužine prsline u funkciji broja ciklusa primenjenog opterećenja kod Inconel legura sa zamornim vekovima umereno dužim od veka čelika

Dijagrami na Slici 4.42 dodatno podupiru opažanje o presudnom uticaju nikla na zamorne karakteristike Inconel-a, jer od svih legura sa vekovima između $N=408762$ i $N=843297$ ciklusa najdugovečnijim su se pokazale X-750 ST(2100F), X-750 ST(2100F) Plt800F Air $>0.6\text{Hz}$ i 706 ST(1800-1950F) Forg koje u sebi imaju oko 70% ovog elementa. Konačno, Slika 4.43 - na kojoj su dati dijagrami za četiri Inconel legure sa zamornim vekovima od preko 1500000 ciklusa - predstavlja konačni dokaz dugovečnosti legura sa visokim udelom nikla, pri čemu se za jednu od njih (X-750 ST(2100F) -452F LHe) praktično može reći da ima neograničen zamorni vek (u slučaju ploče sa otvorom opterećene naponima S_0 i S_3 intenziteta 68,95MPa). Naime, nakon 10000000 ciklusa prslina se proširila samo do dužine od 20mm, pa je proračun prekinut.



Slika 4.43 Dužine prsline u funkciji broja ciklusa primenjenog opterećenja kod Inconel legura sa zamornim vekovima znatno dužim od veka čelika

Slika 4.43 pokazuje da se među četiri najdugovečnije legure našla i 718 ST(1700-1850F) Forged 300F Air>0.3Hz koja ima nešto manji procenat nikla (oko 50%) od ostalih i kojoj je odgovarajućim termičkim obradama zamorni vek znatno produžen. Međutim, i pored toga njen vek znatno je kraći od vekova ostale tri legure koje su prošle složen i skup proces termičke obrade, koji u sebi uključuje i hlađenje tečnim helijumom do temperature od -452F (tj. -269°C). Interesantno je da su legure tipa 706 prošle skoro identičnu termičku obradu i dale približno iste vrednosti zamornog veka, dok je legura X-750 poboljšavana istim postupcima, ali na višim temperaturama i u znatno dužim vremenskim intervalima (24 i 20 sati naspram 8 sati), što je dovelo do izuzetnog poboljšanja njenih zamornih karakteristika. To, naravno, ima svoju (visoku) cenu, pa se ova legura uglavnom koristi za izradu visoko opterećenih elemenata raketnih motora na tečno gorivo, kao što je, recimo, F-1 korišćen na Saturnu V [46].

Na kraju ove prve analize zamornog ponašanja super legura (druga je data u Poglavlju 7 i zasnovana je na rezultatima 3D simulacija primenom proširene MKE), treba istaći da su uporedo sa procenama veka u softveru F2DCG dobijane i procene u softveru NASGROv4, da bi se kontrolisao postupak proračuna i donosili zaključci o tačnosti korišćene metodologije. U velikoj većini slučajeva, vrednosti veka pod zamorom dobijene u NASGRO-u su bile nešto više, slično rezultatima datim u Tabeli 4.10. Na primer, za *Inconel X-750 ST(2100F) 600F Air>0.6Hz* proračunom u F2DCG dobijen je zamorni vek $N=560219$ ciklusa (za dužinu prsline od 36mm), dok je NASGRO za isti broj ciklusa predvideo širenje prsline do dužine od 33,917mm. Međutim, u slučaju najotpornijeg materijala na zamor (*Inconel X-750 ST(2100F) Forged -452F LHe*), NASGRO je dao veću dužinu (21,629mm) od F2DCG (19,94mm) za isti broj ciklusa $N=10000000$, što je u suprotnosti sa konstatacijom iz prethodnog odeljka da MKE uvek prognozira nešto veće dužine prsline pri istom broj ciklusa opterećenja. S obzirom da razlike dužina prsline nisu velike, bolje je prethodni zaključak preformulisati u sledeći: **MKE daje procene zamornog veka jednako dobro kao i metoda graničnih elemenata integrisana u softver NASGRO.**

4.6 Nedostaci i ograničenja MKE u proceni veka pod zamorom

Neki od opštih nedostataka metode konačnih elemenata već su pomenuti na početku ovog poglavlja (približnost metode, zavisnost tačnosti rezultata od kvaliteta generisane mreže elemenata, načina definisanja graničnih uslova, iskustva korisnika i dr.), pa će na ovom mestu reći biti o nečemu što je svojstveno procesu modeliranja rasta prsline kroz noseću strukturu – kreiranju nove mreže nakon svakog koraka širenja. U primeru rasta dvodimenzionalne prsline predstavljenom u ovom poglavlju, definisanje nove mreže nakon svakog koraka nije predstavljao veliki problem (što se generalno može reći za sve 2D prsline), jer je mreža menjana samo u neposrednoj blizini vrha, pri čemu su čvorovi dodavani automatski od strane softvera davali jednako dobre rezultate kao i oni ručno definisani.

Problemi se, međutim, javljaju kod simuliranja rasta trodimenzionalnih prslina i njihovog širenja u prostoru. Do pre par godina postojao je samo jedan softver zasnovan na MKE koji je mogao koliko-toliko uspešno da simulira rast prsline u složenim 3D strukturama – FRANC3D [40]. Međutim, kreiranje mreže konačnih elemenata u FRANC3D-u oko fronta prsline nakon svakog koraka širenja bilo je komplikovano i dugotrajno, jer je softver uklanjao sve površine koje su prslinom bile zahvaćene. To je značilo da se model prvo morao geometrijski „zatvoriti“ i iznova diskretizovati, pre nego što bi se pristupilo sledećem koraku širenja. Tačnost dobijenih rezultata bila je prilično diskutabilna, jer nije bilo moguće dobro proceniti kvalitet svake nove mreže, a simuliranje više od par koraka širenja predstavljalo je pravi izazov.

Stvari počinju da se menjanju u trenutku kada su Beličko (Belytschko) i Blek (Black) [47] dali prikaz uvođenja funkcija poboljšanja, pomoću kojih je singularno ponašanje integrisano u formulaciju konačnih elemenata. To je eliminisalo potrebu za kreiranjem nove mreže nakon svakog koraka širenja prsline, a ono što je proizašlo iz njihovog rada danas je poznato pod imenom proširena metoda konačnih elemenata.

POGLAVLJE 5

PROŠIRENA METODA KONAČNIH ELEMENATA (PMKE) U DEFINISANJU FAKTORA INTENZITETA NAPONA

5.1 Opšti oblik proširene metode konačnih elemenata

Modeliranje prslina i razvoj metodologija opisa diskontinuiteta u okolini prsline su poslednjih desetak godina bile teme mnogih istraživanja, što je i dovelo do razvoja potpuno novih proračunskih tehnika. Jedna od njih je i proširena metoda konačnih elemenata (eng. *Extended Finite Element Method – XFEM*) koja omogućuje predstavljanje diskontinuiteta nezavisno od mreže konačnih elemenata, korišćenjem svojstva poznatog pod imenom *partition of unity* (PU). PU svojstvo, koje su prvi označili Melenk i Babuška [48], bazira se na činjenici da je zbir interpolacionih funkcija konačnog elementa jednak jedinici, pa se dodatne funkcije (obično označene kao *funkcije poboljšanja*) mogu „ugrađivati“ u aproksimaciju pomeranja sve dok je PU svojstvo zadovoljeno, tj. dok je $\sum N_i(\mathbf{x}) = 1$ za svako \mathbf{x} ($N_i(\mathbf{x})$ su funkcije oblika konačnog elementa). Proširena metoda konačnih elemenata (PMKE) koristi funkcije poboljšanja kao sredstvo prikazivanja svih diskontinualnih ponašanja promenljivih polja, kao što su naponi na dodirima različitih materijala ili pomeranja duž prslina.

U suštini, funkcije poboljšanja se uvode u aproksimaciju pomeranja samo kod malog broja konačnih elemenata, posmatrano u odnosu na ukupnu veličinu domena. Dodatni stepeni slobode se uvode u sve elemente u kojima je prisutan diskontinuitet, a ponekad – u zavisnosti od tipa izabrane funkcije – i u susedne elemente, koji se tada nazivaju mešoviti elementi (eng. *blending elements*). Kada se funkcije poboljšanja „ugrade“ u aproksimaciju pomeranja, tada ona dobija oblik prikazan jednačinom (5.1):

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_i N_i(\mathbf{x}) \left[\mathbf{u}_i + \sum_j v^j(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i^j \right] \quad (5.1)$$

gde su \mathbf{u}_i klasični stepeni slobode konačnih elemenata, $v^j(\mathbf{x})$ je j -ta funkcija poboljšanja u i -tom čvoru, dok su \mathbf{a}_i^j dodati stepeni slobode koji odgovaraju j -toj funkciji poboljšanja u i -tom čvoru.

Dodati stepeni slobode predstavljeni jednačinom (5.1) generalno nemaju fizički smisao, pa bi ih trebalo posmatrati kao sredstvo za „popravku“ funkcija poboljšanja koje dovodi do korektne aproksimacije pomeranja. Važno je naglasiti da jednačina (5.1) ne zadovoljava svojstvo interpolacije $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}^h(\mathbf{x}_i)$ zbog uvedenih stepeni slobode, pa su potrebni dodatni proračuni da bi se odredilo stvarno pomeranje korišćenjem jednačine (5.1). Svojstvo interpolacije je u praksi veoma važno, naročito kod primena graničnih ili kontaktnih uslova, pa se stoga funkcija poboljšanja koriguje na sledeći način [49]:

$$V_i^j(\mathbf{x}) = v^j(\mathbf{x}) - v_i^j(\mathbf{x}) \quad (5.2)$$

gde je $v_i^j(\mathbf{x})$ vrednost j -te funkcije poboljšanja u i -tom čvoru. S obzirom da korigovana funkcija poboljšanja sada uzima vrednost nula u svim čvorovima, rešenje rezultujućeg sistema jednačina zadovoljava uslov $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}^h(\mathbf{x}_i)$ i dodati stepeni slobode mogu biti korišćeni za interpolaciju i postprocesiranje rezultata. Sada je korigovano pomeranje dato jednačinom

$$\mathbf{u}^h(\mathbf{x}) = \sum_i N_i(\mathbf{x}) \left[\mathbf{u}_i + \sum_j V_i^j(\mathbf{x}) \mathbf{a}_i^j \right] \quad (5.3)$$

gde je $V_i^j(\mathbf{x})$ j -ta korigovana funkcija poboljšanja u i -tom čvoru. Bubnov-Galerkinova metoda [50] sada može biti iskorišćena da se aproksimacija pomeranja data jednačinom (5.3) prevede u sistem linearnih jednačina oblika

$$\mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f} \quad (5.4)$$

gde je \mathbf{K} globalna matrica krutosti, \mathbf{q} su stepeni slobode u čvorovima, a \mathbf{f} primenjene sile u čvorovima. Globalna matrica krutosti može biti predstavljena sledećim izrazom:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{uu} & \mathbf{K}_{ua} \\ \mathbf{K}_{ua}^T & \mathbf{K}_{aa} \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

gde je \mathbf{K}_{uu} klasična matrica krutosti konačnih elemenata, \mathbf{K}_{aa} je matrica krutosti „poboljšanih“ konačnih elemenata, a \mathbf{K}_{ua} je matrica sprege između klasičnih i poboljšanih komponenti krutosti. Elementarna matrica krutosti \mathbf{K}_e za bilo koji član \mathbf{K} može biti izračunata pomoću

$$\mathbf{K}_e = \int_{\Omega^h} \mathbf{B}_\alpha^T \mathbf{C} \mathbf{B}_\beta d\Omega \quad \alpha, \beta = u, a \quad (5.6)$$

gde je \mathbf{C} konstitutivna matrica izotropnog linearnog elastičnog materijala, \mathbf{B}_u matrica izvoda klasičnih funkcija oblika, a \mathbf{B}_a matrica izvoda poboljšanih funkcija oblika. Opšti oblik \mathbf{B}_u i \mathbf{B}_a dat je sledećim matricama:

$$\mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 & 0 \\ 0 & N_{i,y} & 0 \\ 0 & 0 & N_{i,z} \\ 0 & N_{i,z} & N_{i,y} \\ N_{i,z} & 0 & N_{i,x} \\ N_{i,y} & N_{i,x} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.7a)$$

$$\mathbf{B}_a = \begin{bmatrix} (N_i V_i^j)_{,x} & 0 & 0 \\ 0 & (N_i V_i^j)_{,y} & 0 \\ 0 & 0 & (N_i V_i^j)_{,z} \\ 0 & (N_i V_i^j)_{,z} & (N_i V_i^j)_{,y} \\ (N_i V_i^j)_{,z} & 0 & (N_i V_i^j)_{,x} \\ (N_i V_i^j)_{,y} & (N_i V_i^j)_{,x} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.7b)$$

gde je $N_{i,k}$ izvod $N_i(\mathbf{x})$ po x_k , a $(N_i V_i^j)_{,k}$ izvod $N_i(\mathbf{x}) V_i^j(\mathbf{x})$ po x_k . U praksi se $(N_i V_i^j)_{,k}$ računa primenom izvoda proizvoda

$$\frac{\partial(N_i(\mathbf{x}) V_i^j(\mathbf{x}))}{\partial x_k} = \frac{\partial(N_i(\mathbf{x}))}{\partial x_k} V_i^j(\mathbf{x}) + N_i(\mathbf{x}) \frac{\partial(V_i^j(\mathbf{x}))}{\partial x_k} \quad (5.8)$$

Matrice \mathbf{q} i \mathbf{f} iz jednačine (4) mogu se izraziti preko

$$\mathbf{q}^T = \{\mathbf{u} \ \mathbf{a}\}^T, \quad \mathbf{f}^T = \{\mathbf{f}_u^T \ \mathbf{f}_a^T\} \quad (5.9)$$

gde su \mathbf{u} i \mathbf{a} vektori klasičnih i dodatih stepeni slobode, a \mathbf{f}_u i \mathbf{f}_a vektori primenjenih sila klasičnih i poboljšanih komponenti aproksimacije pomeranja. Vektori \mathbf{f}_u i \mathbf{f}_a dati su u funkciji primenjenih vučnih sila $\bar{\mathbf{t}}$ i zapreminskih sila $\bar{\mathbf{b}}$, sledećim izrazima

$$\mathbf{f}_u = \int_{\Gamma_t^h} N_i \bar{\mathbf{t}} d\Gamma + \int_{\Omega^h} N_i \bar{\mathbf{b}} d\Omega, \quad \mathbf{f}_a = \int_{\Gamma_t^h} N_i V_i^j \bar{\mathbf{t}} d\Gamma + \int_{\Omega^h} N_i V_i^j \bar{\mathbf{b}} d\Omega \quad (5.10)$$

Napon i relativna deformacija moraju biti izračunati korišćenjem funkcija poboljšanja i dodatih stepeni slobode da bi se efekat diskontinuiteta unutar određenog elementa uzeo u obzir. To znači da je u praksi potrebno koristiti sledeće relacije:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{B}_u \ \mathbf{B}_a] \{\mathbf{u} \ \mathbf{a}\}^T \quad (5.11)$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (5.12)$$

5.2 Osnovne karakteristike proširene metode konačnih elemenata

PMKE se koristi u rešavanju širokog spektra problema koji u sebi uključuju diskontinuitete. Ovi diskontinuiteti se generalno mogu podeliti u dve grupe: veliki i mali (ili, kako ih neki autori [21] nazivaju, „jaki“ i „slabi“ diskontinuiteti). Velikom diskontinuitetom se smatra situacija u kojoj i pomeranje i relativna deformacija nisu kontinualni, dok je kod malog diskontinuiteta pomeranje kontinualno, a relativna deformacija nije. Za razne slučajeve diskontinuiteta (prslina, dislokacije, granice zrna, itd.) definisane su i različite funkcije poboljšanja.

Osnovna karakteristika PMKE, kako je već naglašeno, je da ona omogućava modeliranje diskontinualnog fizičkog polja nezavisno od generisane mreže konačnih elemenata. Za razliku od klasične metode konačnih

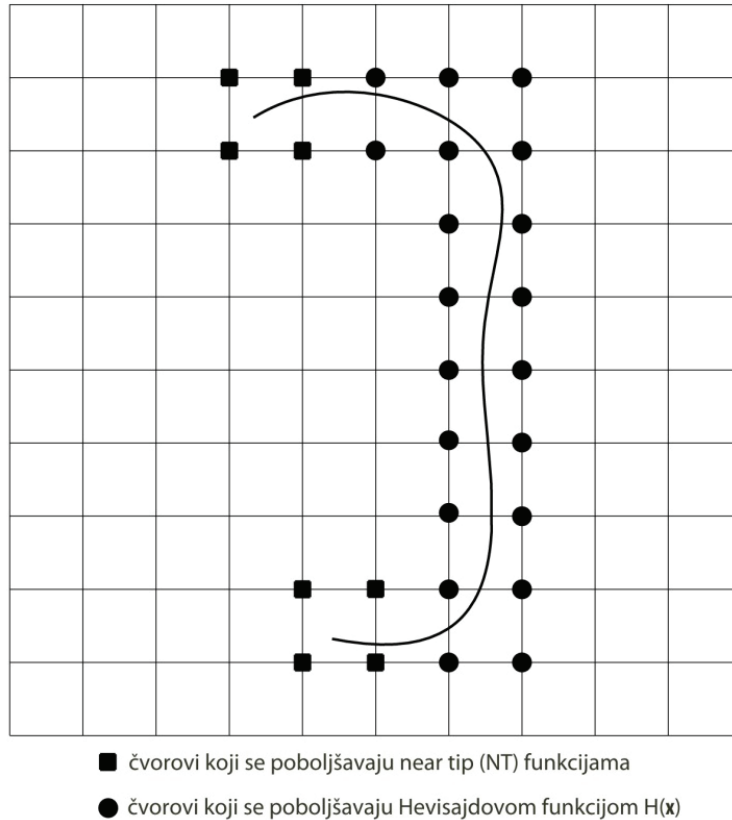
elemenata, gde proces rasta prsline zahteva sukcesivno generisanje mreže da bi se mogao pratiti rastući geometrijski diskontinuitet (videti Poglavlje 4), PMKE ne zahteva komforno preslikavanje između mreže i geometrije diskontinuiteta. Zahvaljujući PMKE moguće je koristiti proizvoljan oblik prsline u mreži elemenata, a simulacija zamornog rasta se može sprovesti bez generisanja novih čvorova oko vrha prsline kako ona napreduje.

Dakle, za aproksimaciju diskontinuiteta potrebno je koristiti dodatne funkcije koje, u stvari, predstavljaju skup funkcija poboljšanja kojima se opisuje diskontinualno polje pomeranja u prostoru oko prsline i asimptotsko polje pomeranja oko vrha prsline. Ove funkcije su globalnog karaktera, a lokalne karakteristike se dobijaju njihovim množenjem sa interpolacionim funkcijama svakog konačnog elementa. Na ovaj način moguće je „nametnuti“ diskontinualno i singularno ponašanje unutar samog izabranog elementa.

U PMKE se uglavnom koriste tri tipa čvorova (Slika 5.1):

- klasični čvorovi sa dva stepena slobode (koriste se u delu domena u kojem se ne nalazi prslina),
- H čvorovi sa četiri stepena slobode (poboljšani Hevisajdovom odskočnom funkcijom – koriste se ako je bar jedan pripadajući element presečen prslinom, pri čemu se ni u jednom elementu ne nalazi vrh prsline) i
- NT čvorovi (eng. *near tip*) sa deset stepeni slobode (koriste se kod elemenata u kojima se nalazi vrh prsline).

Očigledno je da je način izbora čvorova, odnosno kriterijuma koji se primenjuju da bi se selektovali čvorovi koji će biti „poboljšani“ novim stepenima slobode, veoma važan u procesu modeliranja prsline. Kada se definiše dobar algoritam izbora, onda PMKE može da obezbedi efikasan numerički pristup modeliranju velikih i malih diskontinuiteta, koji mogu biti i dvodimenzionalni i trodimenzionalni.



Slika 5.1 Čvorovi poboljšani $H(x)$ i NT funkcijama

5.3 Funkcije poboljšanja

Modeliranje prslina primenom PMKE je vrlo ozbiljno proučavano, a Beličko [51] je bio prvi koji je dao prikaz uvođenja NT funkcija poboljšanja baziranih na bezmrežnoj Galerkinovoj metodi. U svom radu Moz (Moës) [52] je predložio uvođenje Hevisajdove funkcije poboljšanja da bi se uprostilo predstavljanje onog dela prslina koji je udaljen od samog vrha. U radovima nekolicine autora [53 - 57] analizirane su funkcije poboljšanja za 2D i 3D probleme, linearno elastične i elasto-plastične probleme, kao i u problemima dinamičkog loma [58]. Međutim, uobičajena je praksa da se u analizi rasta prslina pomoću PMKE koriste dva tipa funkcija poboljšanja za aproksimaciju pomeranja: diskontinualna $H(x)$ funkcija (generalizovana odskočna Hevisajdova funkcija) i skup linearnih elastičnih asimptotskih funkcija pomeranja.

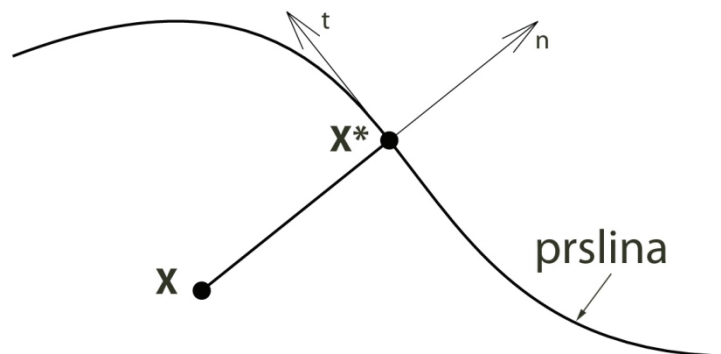
Hevisajdova odskočna funkcija [52] se – kako je već rečeno – koristi za predstavljanje dela prsline udaljenog od vrha, i predstavlja se sledećom jednačinom:

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{ukoliko je tačka iznad prsline} \\ -1, & \text{ukoliko je tačka ispod prsline} \end{cases} \quad (5.13)$$

Ako sa $\mathbf{x} = (x, y)$ označimo koordinate izabrane tačke u Dekartovom koordinatnom sistemu, onda se položaj tačke u odnosu na prslinu u generalizovanoj Hevisajdovoj funkciji može prikazati na sledeći način:

$$H(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \text{ako je } (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \cdot \mathbf{n} \geq 0 \\ -1, & \text{ako je } (\mathbf{x} - \mathbf{x}^*) \cdot \mathbf{n} < 0 \end{cases} \quad (5.14)$$

gde je \mathbf{n} jedinični vektor u pravcu spoljašnje normale, a \mathbf{x}^* presečna tačka prsline sa mrežom konačnih elemenata (Slika 5.2). Izabrana tačka \mathbf{x} u procesu definisanja broja stepeni slobode predstavlja posmatrani čvor, dok se u procesu numeričke integracije pod ovim pojmom podrazumeva Gausova tačka elementa koji je presečen prslinom, a u kojem se ne nalazi njen vrh. Treba naglasiti da funkcija poboljšanja definisana jednačinom (5.14) uvodi diskontinuitet u polje pomeranja duž prsline.



Slika 5.2 Definisavanje položaja tačke u odnosu na prslinu

Za modeliranje polja pomeranja u neposrednoj blizini linearno elastičnog vrha koriste se četiri funkcije poboljšanja [59] koje „ugrađuju“ polje pomeranja u one elemente koji sadrže vrh prsline:

$$\phi_\alpha(\mathbf{x}), \alpha=1-4 = \sqrt{r} \left[\sin \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2}, \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}, \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \right] \quad (5.15)$$

gde su r i θ polarne koordinate u lokalnom koordinatnom sistemu vezanom za vrh prsline, pri čemu je $\theta = 0$ paralelno sa prslinom. Polje pomeranja u blizini vrha prsline, nastalo dejstvom kombinovanih opterećenja modova I, II i III , može se u slučaju izotropnog materijala izraziti preko faktora intenziteta napona [60]:

$$\begin{cases} 2\mu u_1(r, \theta) \\ 2\mu u_2(r, \theta) \end{cases} = K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \{u_1^I(\theta)\} + K_{II} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \{u_2^{II}(\theta)\}; \mu u_3(r, \theta) = K_{III} \sqrt{\frac{2r}{\pi}} u_3^{III}(\theta) \quad (5.16)$$

gde su sa $u_k^I(\theta)$, $u_k^{II}(\theta)$ i $u_3^{III}(\theta)$ ($k=1,2$) označene trigonometrijske funkcije koje odgovaraju uticaju modova opterećenja I, II i III prsline na pomeranja $u_k(r, \theta)$ i $u_3(r, \theta)$, a μ je Lameova konstanta ($\mu = E/2(1 + \nu)$). Jednačine (5.17) ove trigonometrijske funkcije daju u razvijenoj formi:

$$u_1^I(\theta) = (\kappa - 1) \cos \frac{\theta}{2} + \sin \theta \sin \frac{\theta}{2} \quad (5.17a)$$

$$u_2^I(\theta) = (\kappa + 1) \sin \frac{\theta}{2} - \sin \theta \cos \frac{\theta}{2} \quad (5.17b)$$

$$u_1^{II}(\theta) = (\kappa + 1) \sin \frac{\theta}{2} + 2 \cos^2 \frac{\theta}{2} \quad (5.17c)$$

$$u_2^{II}(\theta) = (\kappa - 1) \cos \frac{\theta}{2} + 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \quad (5.17d)$$

$$u_3^{III}(\theta) = \sin \frac{\theta}{2} \quad (5.17e)$$

gde je κ Kolosova konstanta data izrazom [21]:

$$\kappa = \frac{\bar{\lambda} + 3\mu}{\bar{\lambda} + \mu} = \begin{cases} 3 - 4\nu; \bar{\lambda} = \lambda & \text{(za ravansko stanje deformacije)} \\ \frac{3 - \nu}{1 + \nu}; \bar{\lambda} = \frac{2\mu\lambda}{\lambda + 2\mu} & \text{(za ravansko stanje napona)} \end{cases} \quad (5.18)$$

u kojem je sa λ označena još jedna Laméova konstanta ($\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$).

I komponente vektora pomeranja kod ortotropnog materijala mogu biti izražene preko faktora intenziteta napona [61] korišćenjem izraza

$$\begin{Bmatrix} u_1(r, \theta) \\ u_2(r, \theta) \end{Bmatrix} = K_I \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} u_1^I(\theta) \\ u_2^I(\theta) \end{Bmatrix} + K_{II} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \begin{Bmatrix} u_1^{II}(\theta) \\ u_2^{II}(\theta) \end{Bmatrix} \quad (5.19)$$

gde su $u_k^I(\theta)$ i $u_k^{II}(\theta)$ ($k=1,2$) trigonometrijske funkcije uticaja opterećenja modova I i II na komponente vektora pomeranja kod ortotropnog materijala i koje se mogu naći u literaturi [62].

U slučaju elasto-plastične analize koriste se funkcije poboljšanja koje obuhvataju deformaciono polje u okolini vrha prsline opisano Hačinson-Rajs-Rozengrenovim singularitetom [27, 28], koji predstavlja model za ograničenu plastičnost kod ojačanja materijala izloženog zamoru po eksponencijalnom zakonu. Primenom Furijeove analize identifikovano je šest funkcija poboljšanja datih jednačinom

$$\begin{aligned} \phi_\alpha(\mathbf{x})_{,\alpha=1-6} = \\ = r^{\frac{1}{n+1}} \left[\sin \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2}, \sin \theta \sin \frac{\theta}{2}, \sin \theta \cos \frac{\theta}{2}, \sin \frac{\theta}{2} \sin 3\theta, \cos \frac{\theta}{2} \sin 3\theta \right] \end{aligned} \quad (5.20)$$

gde je n deformaciono ojačanje datog materijala, odnosno Remberg-Ozgudov eksponent. Poređenje faktora intenziteta napona dobijenih pomoću funkcija poboljšanja datim jednačinama (5.15) i (5.20) pokazalo je male razlike u rezultatima za nekoliko vrednosti n . Zato se ove funkcije poboljšanja koriste i za modeliranje elasto-plastičnog rasta zamorne prsline [63] kod materijala izloženog kombinacijama stanja preopterećenja i podopterećenja sa veoma ograničenim brojem ciklusa. Međutim, potrebno je naglasiti da se vrednosti faktora intenziteta napona dobijene na ovaj način ne razlikuju mnogo od vrednosti dobijenih klasičnom MKE, ali je zato vreme potrebno za proračun pomoću PMKE znatno duže.

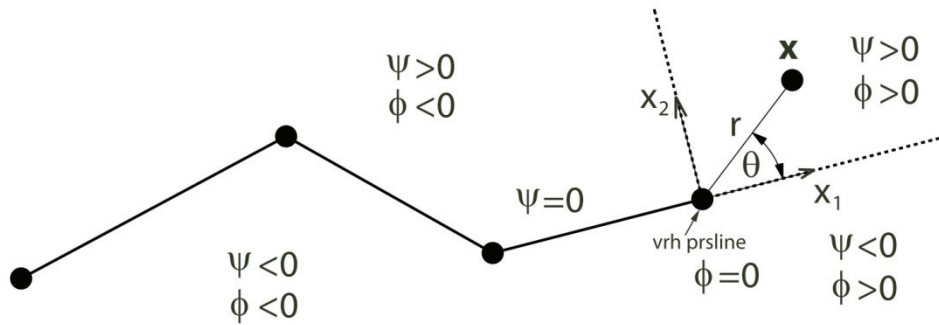
5.4 Upotreba level set (LS) metoda za određivanje tipa čvora mreže

Iz razloga što PMKE nema potrebu da se prilagođava celom domenu, potrebno je na neki način utvrditi koji su elementi mreže presečeni prslinom, kao i u kom elementu se nalazi njen vrh. Stolarska [64] je za tu svrhu predložio tzv. *level set* (LS) metod, koji za jednoznačnu identifikaciju elemenata koristi dve LS funkcije. Jedna od njih, označena sa ϕ , predstavlja LS funkciju rastojanja posmatrane tačke od vrha prsline, dok druga, označena sa Ψ , predstavlja LS funkciju normalnog rastojanja tačke od prsline (Slika 5.3), odnosno:

$$\phi_p(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_p) \cdot \mathbf{t} \quad (5.21)$$

$$\Psi_i(\mathbf{x}, \mathbf{0}) = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \cdot \mathbf{n} \quad (5.22)$$

gde je \mathbf{x}_p tačka kojom se prikazuje vrh prsline, \mathbf{x} je posmatrana tačka, a $i = (1, p - 1)$. Tangenta i normala svakog segmenta prsline se određuju na osnovu koordinata početka i kraja tog segmenta.



Slika 5.3 Veza funkcija poboljšanja i LS funkcija (ilustracija preuzeta iz [21])

Funkcije poboljšanja date jednačinama (5.13) i (5.15) sada mogu biti izražene u funkciji ϕ i Ψ , tako da je

$$H(\mathbf{x}) = H(\Psi(\mathbf{x})) = \begin{cases} 1, & \text{ako je } \Psi(\mathbf{x}) > 0 \\ -1, & \text{ako je } \Psi(\mathbf{x}) < 0 \end{cases} \quad (5.23)$$

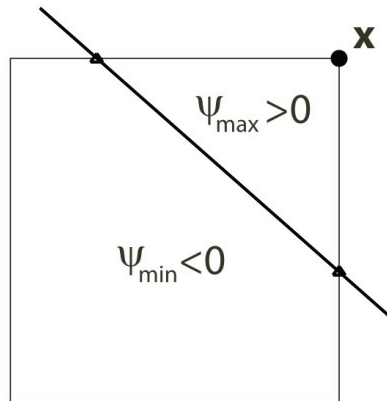
Prslina može preseći konačni element na nekoliko načina i tada LS funkcije uzimaju različite vrednosti. Ovde će ukratko biti opisana četiri karakteristična slučaja.

Slučaj 1: Prslina preseca susedne ili naspramne strane elementa

Ukoliko prslina seče element (Slika 5.4), tada je proizvod maksimalne i minimalne vrednosti funkcije $\Psi(\mathbf{x})$ za taj element manji od nule (odnosno, $\Psi_{max} \cdot \Psi_{min} < 0$), dok je proizvod maksimalne i minimalne vrednosti funkcije $\phi(\mathbf{x})$ veći od nule ($\phi_{max} \cdot \phi_{min} > 0$). Čvorovi tog elementa dobijaju indikator poboljšanja koji ukazuje na Hevisajdovu funkciju, čija se vrednost određuje po izrazu

$$H(\mathbf{x}, t) = \text{sgn}(\Psi(\mathbf{x}, t)) = \begin{cases} 1, & \text{ako je } \Psi(\mathbf{x}, t) > 0 \\ -1, & \text{ako je } \Psi(\mathbf{x}, t) < 0 \end{cases} \quad (5.24)$$

pri čemu je $\Psi(\mathbf{x}, t) \neq 0$.



Slika 5.4 Vrednost LS funkcije u slučaju presecanja strana elementa

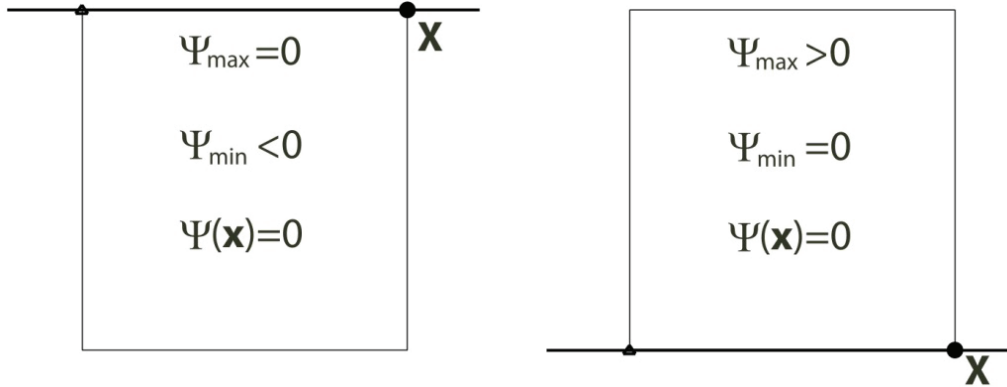
Slučaj 2: Prslina se poklapa sa stranom elementa i čvor je na njoj

U ovom slučaju (Slika 5.5) proizvod maksimalne i minimalne vrednosti funkcije $\Psi(\mathbf{x})$ za taj element jednak je nuli ($\Psi_{max} \cdot \Psi_{min} = 0$), pa se Hevisajdova funkcija određuje na osnovu izraza

$$H(\mathbf{x}, t) = \text{sgn}(\Psi_{\min}), \quad \text{ako je } \Psi_{\min} \neq 0 \quad (5.25a)$$

$$H(\mathbf{x}, t) = \text{sgn}(\Psi_{\max}), \quad \text{ako je } \Psi_{\max} \neq 0 \quad (5.25b)$$

gde je $\Psi(\mathbf{x}, t) = 0$.



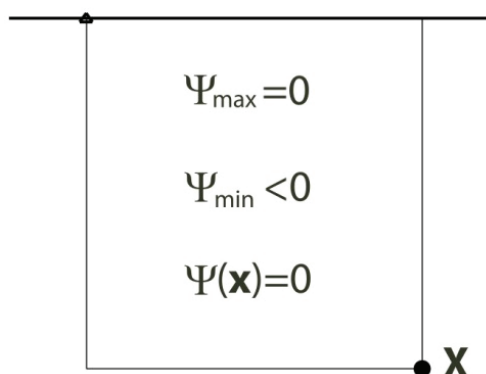
Slika 5.5 Vrednost LS funkcije u slučaju poklapanja sa stranom elementa na kojoj je čvor (ilustracija preuzeta iz [21])

Slučaj 3: Prslina se poklapa sa stranom elementa i čvor se ne nalazi na njoj

U ovom slučaju funkcija poboljšanja se određuje pomoću izraza

$$H(\mathbf{x}, t) = \text{sgn}(\Psi(\mathbf{x}, t)) \quad (5.26)$$

pri čemu je $\Psi_{\max} \cdot \Psi_{\min} = 0$, a $\Psi(\mathbf{x}, t) \neq 0$ (Slika 5.6).



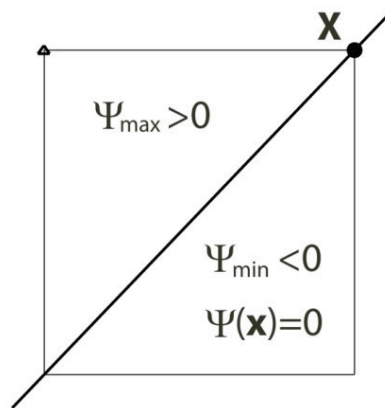
Slika 5.6 Vrednost LS funkcije u slučaju poklapanja sa stranom elementa na kojoj nije čvor (ilustracija preuzeta iz [21])

Slučaj 4: Prslina deli element po dijagonali, prolazeći kroz naspramne čvorove elementa

Funkcija poboljšanja sada ima oblik

$$H(\mathbf{x}, t) = \text{sgn}(\Psi_{\min}) \quad (5.27)$$

pri čemu je $\Psi_{\max} \cdot \Psi_{\min} < 0$ i $\Psi(\mathbf{x}, t) = 0$ (Slika 5.7).



Slika 5.7 Vrednost LS funkcije u slučaju poklapanja sa dijagonalom (preuzeto iz [21])

U slučaju da je proizvod maksimalne i minimalne vrednosti LS funkcije $\Psi(\mathbf{x})$ datog element manji od nule ($\Psi_{\max} \cdot \Psi_{\min} < 0$), a proizvod maksimalne i minimalne vrednosti LS funkcije $\phi(\mathbf{x})$ takođe manji od nule ($\phi_{\max} \cdot \phi_{\min} < 0$), tada se u tom elementu nalazi vrh prsline, pa svi čvorovi datog elementa dobijaju indikator poboljšanja koji odgovara primeni NT funkcija.

Vrednosti LS funkcija, definisane u Dekartovom koordinatnom sistemu vezanom za vrh prsline, mogu biti iskorišćene za određivanje polarnih koordinata (r, θ) proračunske tačke \mathbf{x} na sledeći način:

$$r = \sqrt{\Psi^2(\mathbf{x}, t) + \phi^2(\mathbf{x}, t)} \quad i \quad \theta = \arctg \frac{\Psi(\mathbf{x}, t)}{\phi(\mathbf{x}, t)} \quad (5.28)$$

Polarni koordinatni sistem vezan je za vrh prsline, a $\theta = 0$ označava pravac tangente na prslinu kod vrha.

Dakle, proširena metoda konačnih elemenata i level set metode se međusobno dobro dopunjuju kada je u pitanju praćenje položaja prsline. Predstavljanje prsline u tri dimenzije [56, 65] bazirano je na sličnoj metodologiji, a u praksi LS funkcije se definišu u vrlo uskoj oblasti u okolini prsline, što je pomenuto ranije. Brzina konvergencije PMKE sa funkcijama poboljšanja je poslednjih godina dosta proučavana [66-68], pogotovo zbog poteškoća vezanih za delimično poboljšane (tzv. mešovite) elemente, koji su posledica poboljšanja samog vrha prsline. Staci (Stazi) [69] je uočio da je brzina konvergencije PMKE niža nego klasične MKE, dok je Česa (Chessa) [70] primetio da delimično poboljšani elementi vrha prsline vode ka „parazitskim“ članovima u aproksimaciji pomeranja, što ga je navelo da uvede model relativne deformacije zavisane od funkcije poboljšanja. Taj model je doveo do brže konvergencije, kao i model koji je predložio Friz (Fries) [71], a koji se bazira uvođenju linearno-opadajuće težinske funkcije poboljšanja. Pomenute metode, kao i nove koje se razvijaju svakodnevno, su dovele do toga da se brzina konvergencije PMKE veoma približila brzini konvergencije klasične MKE.

5.5 Procena faktora intenziteta napona pomoću PMKE

Najčešći način definisanja faktora intenziteta napona različitih modova kod PMKE je korišćenjem integrala interakcije u tzv. obliku domena (eng. *domain form*) prilagođenom za dvodimenzionalne i trodimenzionalne probleme [53, 72, 73]. Oblik domena integrala interakcije je, u stvari, proširenje J-integrala uvedenog od strane Čerepanova (Cherepanov) i Rajsa [25, 74]. Kod oblika domena, linijski integral određen J-integralom se prevodi u površinski integral koji je daleko pogodniji za korišćenje u simulacijama koje uključuju konačne elemente. Kao što se J-integral koristi za izračunavanje brzine oslobađanja energije date prsline, integrali interakcije se koriste za procenu faktora intenziteta napona sva tri moda. Ovaj metod se pokazao kao izuzetno tačan na valjano definisanim mrežama homogenih prsline, ali i kod složenijih tipova

diskontinuiteta, uključujući i dodirne oblasti različitih materijala i račvaste prsline.

Za opštu dvodimenzionalnu homogenu prslinu, sa više modova opterećenja, J-integral se može predstaviti kao brzina oslobađanja energije G koja je, opet, funkcija faktora intenziteta napona i efektivnog Jangovog modula elastičnosti E^* (jednačine (3.21) i (3.22) u Poglavlju 3).

U trodimenzionalnom prostoru, lokalna vrednost J-integrala u tački s na frontu prsline (označena sa $J(s)$) ima sledeći oblik

$$J(s) = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \left(W n_1 - \sigma_{jk} n_j \frac{\partial u_k}{\partial x_1} \right) d\Gamma \quad (5.29)$$

gde Γ leži u ravni normalnoj na front prsline u tački s , a W je gustina energije relativne deformacije. Jednačina (5.29) se može napisati, korišćenjem Dirakove delta funkcije, i u sledećem obliku (videti 3.24)

$$J(s) = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \left(W \delta_{1j} - \sigma_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_1} \right) n_j d\Gamma \quad (5.30)$$

koji je znatno pogodniji za implementaciju u metodu konačnih elemenata.

Da bi se izračunali faktori intenziteta napona, dva stanja pomeranja i napona moraju se superimponirati u jedno. Pomoćni napon i pomeranje (koje su svojim radovima uveli Vestergard (Westergaard) [75], Vilijams (Williams) [76] i Sukumar [73]) se superimponiraju sa naponom i pomeranjem dobijenim primenom PMKE. Ako se stanja dobijena proširenom metodom konačnih elemenata predstave sa $u_{ij}^{(1)}$, $\varepsilon_{ij}^{(1)}$ i $\sigma_{ij}^{(1)}$, a „pomoćna“ stanja sa $u_{ij}^{(2)}$, $\varepsilon_{ij}^{(2)}$ i $\sigma_{ij}^{(2)}$, superimponiranjem stanja napona u jednačinu (5.30) dobija

$$J^{(1+2)}(s) = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \left[\frac{1}{2} \left(\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} \right) \left(\varepsilon_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(2)} \right) \delta_{1j} - \left(\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{ij}^{(2)} \right) \frac{\partial (u_i^{(1)} + u_i^{(2)})}{\partial x_1} \right] n_j d\Gamma \quad (5.31)$$

Razvijanjem članova jednačine (5.31) J-integral se može raščlaniti na pomoćno stanje $J^{(2)}$, PMKE stanje $J^{(1)}$ i stanje interakcije $I^{(1,2)}$ dato jednačinom

$$I^{(1,2)} = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} \left[W^{(1,2)} \delta_{1j} - \sigma_{ij}^{(1)} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_1} - \sigma_{ij}^{(2)} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_1} \right] n_j d\Gamma \quad (5.32)$$

gde je $W^{(1,2)}$ „interaktivna“ gustina energije relativne deformacije data kao

$$W^{(1,2)} = \sigma_{ij}^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(2)} = \sigma_{ij}^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(1)} \quad (5.33)$$

Korišćenjem jednačine (3.21) dva superimponirana stanja napona mogu biti predstavljena u sledećem obliku

$$J^{(1+2)} = J^{(1)} + J^{(2)} + \frac{2(K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)})}{E^*} \quad (5.34)$$

a stanje interakcije (na osnovu (5.32) i (5.34)) u sledećem obliku

$$I^{(1,2)} = \frac{2(K_I^{(1)} K_I^{(2)} + K_{II}^{(1)} K_{II}^{(2)})}{E^*} \quad (5.35)$$

Faktori intenziteta napona $K_I^{(1)}$ i $K_{II}^{(1)}$ za stanje dobijeno pomoću PMKE se dobijaju usvajanjem $K_I^{(2)} = 1$ i $K_{II}^{(2)} = 0$, odnosno $K_I^{(2)} = 0$ i $K_{II}^{(2)} = 1$, tako da su $K_I^{(1)}$ i $K_{II}^{(1)}$ jednaki

$$K_I^{(1)} = \frac{I^{(1,Mod I)} E^*}{2}, \quad K_{II}^{(1)} = \frac{I^{(1,Mod II)} E^*}{2} \quad (5.36)$$

gde je $I^{(1,Mod I)}$ integral interakcije za $K_I^{(2)} = 1$ i $K_{II}^{(2)} = 0$, a $I^{(1,Mod II)}$ integral interakcije za $K_I^{(2)} = 0$ i $K_{II}^{(2)} = 1$.

I druge metode – sem upravo opisane – koriste se za definisanje faktora intenziteta napona u slučaju istovremenog dejstva opterećenja različitih modova. Na primer, Duarte [77] je predložio metodu najmanjih kvadrata za definisanje linije trenda lokalizovanih stanja napona oko vrha prsline, da bi pomoću nje potom izračunao faktore intenziteta napona. Karihalu (Karihaloo)

[78] je uključio članove višeg reda u asimptotsko širenje vrha 2D prsline, što je omogućilo da se faktori intenziteta napona dobiju direktno, bez upotrebe integrala interakcije. Međutim, još nije razvijen metod koji bi omogućio sličnu proceduru i kod trodimenzionalne prsline. Sukumar [79] je pokušao da proceni vrednosti faktora intenziteta napona direktno iz dodatih stepeni slobode povezanih sa funkcijom poboljšanja vrha prsline, ali je tačnost dobijenih rezultata bila nezadovoljavajuća.

5.6 Određivanje pravca rasta prsline

Opšteprihvaćena teorija je da je pravac rasta prsline funkcija faktora intenziteta napona različitih modova izračunatih za vrh prsline. Iako postoji nekoliko kriterijuma i za dvodimenzionalne i za trodimenzionalne prsline [36, 80] (videti i Poglavlje 3), oni se – uglavnom – razlikuju po početnom uglu savijanja, a onda konvergiraju ka sličnim putanjama širenja [53]. Kod 2D problema ove metode daju ugao skretanja prsline koji, u principu, definiše pravac koji će minimizirati vrednost K_{II} .

Kod dvodimenzionalnih prslina glavni kriterijumi za definisanje pravca rasta u PMKE zasnovani su na određivanju kritične ravni [81], izračunavanju maksimalnog radijalnog napona [82], određivanju maksimalne brzine oslobađanja energije [36] i određivanju maksimalne gustine energije relativne deformacije [83]. Kriterijum koji se, ipak, najviše koristi kod modeliranja prsline pomoću konačnih elemenata je kriterijum maksimalnog radijalnog napona (eng. *maximum circumferential stress*), kod kojeg je pravac rasta – definisan vrednošću ugla θ_c – dat u konačnom obliku u funkciji faktora intenziteta napona različitih modova [80]:

$$\theta_c = -\arccos \left[\frac{2K_{II}^2 + K_I \sqrt{K_I^2 + 8K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right] \quad (5.37)$$

Postoje i relacije koje su izveli autori kao npr. Moz (Moës) [52] koji θ_c računa po formuli

$$\theta_c = 2 \arctg \left[\frac{1}{4} \left(\frac{K_I}{K_{II}} - \text{sign}(K_{II}) \sqrt{\left(\frac{K_I}{K_{II}} \right)^2 + 8} \right) \right] \quad (5.38)$$

ili Sukumar [53] koji je predložio izraz

$$\theta_c = 2 \arctg \frac{-2(K_{II}/K_I)}{1 + \sqrt{1 + 8(K_{II}/K_I)^2}} \quad (5.39)$$

I kriterijum zasnovan na određivanju položaja kritične ravni ima svoju primenu. Po ovoj metodi [81] prslina će rasti u pravcu pod uglom α (Slika 5.8) jednakom zbiru uglova β i γ , koji su definisani jednačinama

$$\beta = \frac{1}{2} \arctg \left(\frac{2K_{II}}{K_I} \right) \quad (5.40)$$

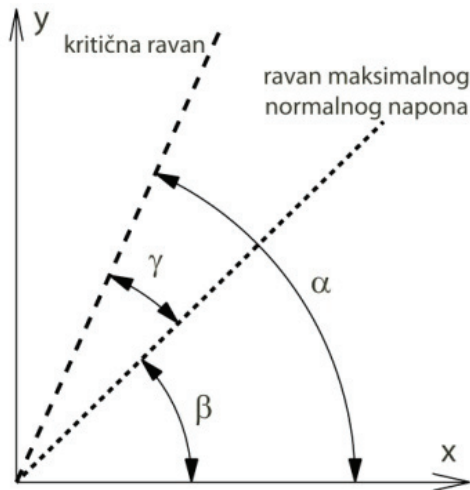
$$\gamma = \begin{cases} \frac{1}{2} \arccos \frac{-2 + \sqrt{4 - 4(1/s^2 - 3)(5 - 1/s^2 - 4s^2)}}{2(5 - 1/s^2 - 4s^2)} & \text{za } s \leq 1 \\ 0 & \text{za } s > 1 \end{cases} \quad (5.41)$$

Parametar s u izrazu (5.41) izračunava se po formuli

$$s = \frac{K_{II,da/dN}}{K_{I,da/dN}} \quad (5.42)$$

gde su $K_{II,da/dN}$ i $K_{I,da/dN}$ faktori intenziteta napona koji odgovaraju datoj brzini rasta prsline da/dN .

Kriterijum zasnovan na određivanju položaja kritične ravni obično se primenjuje u slučajevima kada su putanje prsline različite za ekvivalentne intenzitete aksijalnih i torzionih opterećenja. Međutim, s obzirom da on zahteva i poznavanje karakteristika $K_{II,da/dN}$ i $K_{I,da/dN}$ koje nisu poznate za mnoge materijale, kriterijum maksimalnog radijalnog napona preovlađujući je u skoro svim primenama PMKE.



Slika 5.8 Veza između uglova α , β i γ

5.7 Rast prsline usled zamora i ekvivalentni faktor intenziteta napona

U Poglavlju 3 je diskutovano o modelima rasta prsline usled zamora, i tada je rečeno da je većina tih modela oblika $da/dN = f(\Delta K, R)$. U softverima u kojima je implementirana PMKE (kao što je Abaqus [84]), za proračun veka zamorne prsline najčešće se koristi klasični Parisov model ili modifikovani Parisovi modeli koji uzimaju u obzir uticaj odnosa napona R . Jedan od njih je i model koji je predložio Ksjaoping (Xiaoping) i koji koristi tri parametra [85]: ΔK_{th} - koji uzima u obzir opseg faktora intenziteta praga, M_R - koji koriguje da/dN na osnovu primenjenog odnosa napona R i M_P - koji uzima u obzir interakciju između preopterećenja i podopterećenja. Ksjaopingov model ima sledeći oblik

$$\frac{da}{dN} = C[(M_R M_P \Delta K)^n - \Delta K_{th}^n] \quad (5.43)$$

gde su C i n iste karakteristike materijala kao i u klasičnom Parisovom modelu, dok se u [85] mogu naći i izrazi za M_R i M_P .

Da bi se u praksi mogao primeniti klasičan Parisov model i u slučaju kombinovanih opterećenja različitih modova, predloženo je nekoliko relacija za

određivanje *ekvivalentnog faktora intenziteta napona*, koji se može koristiti u simulacijama rasta prsline. Tanaka [86] je predložio jednačinu

$$K_{eq} = \sqrt[4]{K_I^4 + 8K_{II}^4} \quad (5.44)$$

dobijenu na osnovu eksperimentalnih istraživanja, dok je Jan (Yan) [87] predložio korekciju na osnovu kriterijuma maksimalnog radijalnog napona

$$K_{eq} = \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} [K_I(1 + \cos \theta) - 3K_{II} \sin \theta] \quad (5.45)$$

gde se θ izračunava pomoću neke od jednačina (5.37–5.39). Predložena je i jednačina zasnovana na brzini oslobađanja energije [88]

$$K_{eq} = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2} \quad (5.46)$$

kao i jednačina koja uzima u obzir kriterijum zasnovan na određivanju položaja kritične ravni [81]

$$K_{eq} = \frac{1}{B} \sqrt{(k_1)^2 + \left(\frac{k_2}{s}\right)^2 + A(k_H)^2} \quad (5.47)$$

gde su k_1 , k_2 i k_H koeficijenti povezani sa K_I i K_{II} , a A i B vrednosti koje zavise od parametra s definisanog jednačinom (5.42).

Izbor jednačine ekvivalentnog faktora intenziteta napona koja će se koristiti u proračunima nije lak zadatak, a najčešće se koristi (5.44) jer ne zahteva informaciju o pravcu prostiranja prsline. S druge strane, jedino jednačina (5.47) preko svojih koeficijenata uzima u obzir uticaje loma usled smicanja ili zatezanja, ali je njena primena otežana zbog nešto složenijeg određivanja potrebnih vrednosti i nepostojanja potrebnih karakteristika materijala.

POGLAVLJE 6

PRIMERI DEFINISANJA FAKTORA INTENZITETA NAPONA NA TRODIMENZIONALNIM MODELIMA UPOTREBOM PMKE

Kao što je u Poglavlju 4 pokazano, korišćenje metode konačnih elemenata u analizi rasta prsline na standardnom uzorku daje sasvim zadovoljavajuće rezultate, odnosno pravilnim modeliranjem mreže i preciznim definisanjem opterećenja i graničnih uslova moguće je dobiti vrednosti zamornog veka bliske vrednostima dobijenim analitičkim metodama. Takođe, primenom MKE moguće je dosta uspešno predvideti i pravac rasta prsline pod dejstvom različitih opterećenja. Međutim, proračuni predstavljeni u Poglavlju 4 sprovedeni su na dvodimenzionalnim modelima jednostavnije geometrije kod kojih je naponsko i/ili deformaciono stanje ravansko, što u praksi najčešće nije slučaj.

Realne strukturne komponente imaju kompleksniju geometriju i izložene su opterećenjima koja se samo u nekim posebnim slučajevima mogu smatrati ravanskim. To, kako je već istaknuto, znači da se kod složenih trodimenzionalnih tela izloženih prostornim opterećenjima moraju upotrebiti određeni korekcionni faktori da bi se vrednosti životnog veka dobijene proračunom za uprošćene ili standardne 2D modele mogle primeniti i na njih. Vrednosti korekcionnih faktora moguće je odrediti ili eksperimentalno ili na osnovu podataka prikupljenih tokom eksploatacije realne strukture, što inženjerima koji se bave projektovanjem konstrukcija znatno otežava posao. Jer, svaku promenu postojeće geometrije (ili definisanje potpuno nove) prati i relativno skupa eksperimentalna verifikacija, pa se konstruktori često opredeljuju za implementaciju dobro poznatih i proverenih rešenja. Ali, ponekad ni to nije dovoljno da bi se rešio određeni konkretan problem.

Kao alternativa standardnim rešenjima iz priručnika ili tablica, poslednjih godina sve više se koristi proširena metoda konačnih elemenata

(PMKE), čije su osnovne postavke predstavljene u Poglavlju 5. Zahvaljujući PMKE, moguće je simulirati širenje prsline i određivati vrednosti faktora intenziteta napona i u složenim 3D strukturama, a bez potrebe za kreiranjem nove mreže nakon svakog koraka propagacije (kao što je to slučaj sa FRANC2D/L i FRANC3D softverom). Naime, prslina se kroz postojeću mrežu širi zahvaljujući „poboljšanim“ konačnim elementima (Poglavlje 5), pa jednom definisana mreža čvorova ostaje nepromenjena do kraja proračuna. Međutim, problem sa PMKE – pored njene još uvek nedovoljne verifikovanosti – je što je implementirana u tek nekoliko softvera (Code Aster, ZeBulon, Abaqus) i što faktore intenziteta napona, kao i pravce širenja prsline, nije baš lako definisati.

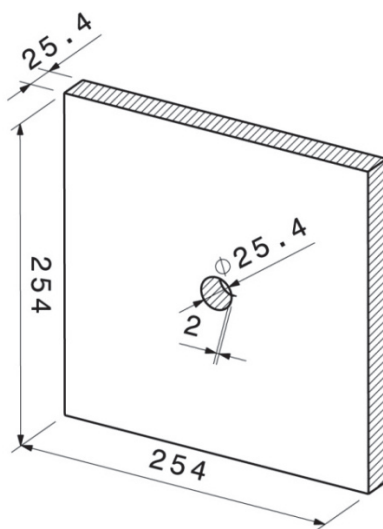
Iz ovih razloga će se – a pre upotrebe proširene metode konačnih elemenata u analizi jedne realne noseće strukture lake letelice (Poglavlje 7) – u ovom poglavlju analizirati rezultati koje PMKE daje na jednostavnijim trodimenzionalnim modelima za koje postoje proverena rešenja u literaturi.

6.1 3D simulacija širenja prsline iz centralnog otvora ploče konačnih dimenzija

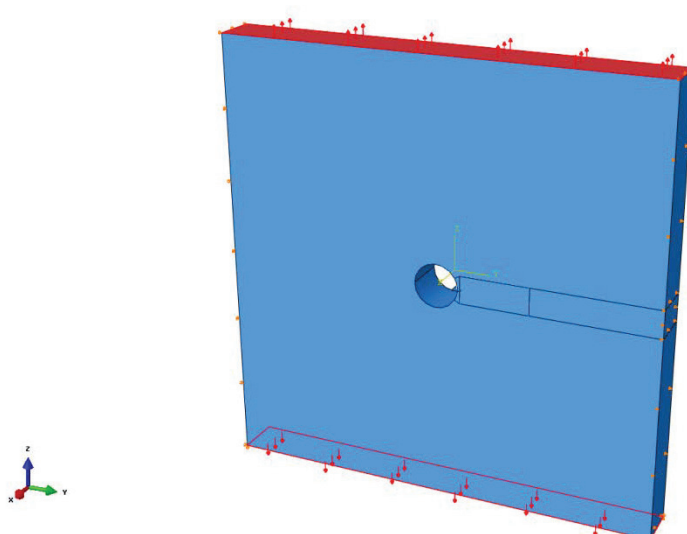
Reč je o modelu već analiziranom u Poglavlju 4, s tom razlikom što je u 2D analizi debljina ploče ($t=25,4\text{mm}$) bila definisana kao karakteristika materijala, a sada je u pitanju 3D model sa dimenzijama prikazanim na Slici 6.1. Model ploče sa prslinom definisan je u softveru CATIA v5 [89], odakle je izvezen u Abaqus. Inicijalna prslina (dužine 2mm) je u CATIA v5 definisana kao površ određene dužine i širine, a bez debljine. U Abaqus-u su definisane karakteristike materijala (čelik Jangovog modula elastičnosti 199955 MPa i Puasonovog koeficijenta 0,33), uniformni zatezni napon (vrednosti 68,95MPa) na gornjoj i donjoj površini ploče i odgovarajući granični uslovi (Slika 6.2).

Dakle, ovaj model je po karakteristikama identičan 2D modelu proračunatom u FRANC2D/L softveru i potom upoređenom sa NASGRO rešenjem. Upravo ovi rezultati će i biti iskorišćeni da se proveri tačnost

vrednosti dobijenih proširenom metodom konačnih elemenata, integrisanom u softverski paket Abaqus.



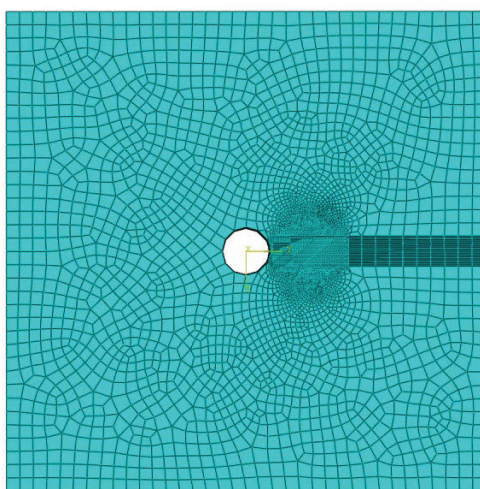
Slika 6.1 Dimenzije čelične ploče sa otvorom korišćene u simulaciji širenja prsline početne dužine 2mm



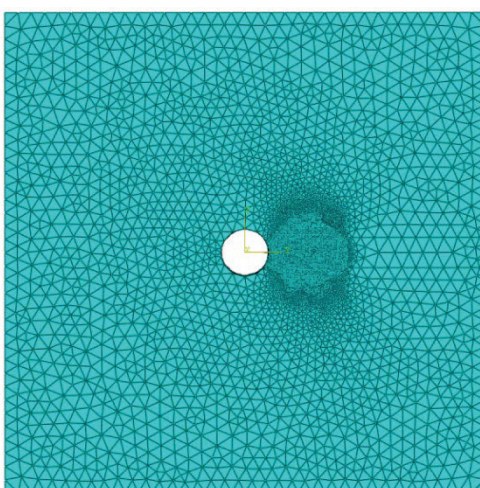
Slika 6.2 Ploča sa otvorom izložena konstantnom zateznom naponu vrednosti 68,95MPa (Abaqus model)

Slično proračunu sprovedenom u softveru FRANC2D/L (Poglavlje 4), i u Abaqus-u su definisane dve mreže konačnih elemenata - mreža sa heksaedarskim elementima (Slika 6.3) i mreža sa tetraedarskim elementima

(Slika 6.4) da bi se uporedili i rezultati dobijeni različitim tipovima elemenata. Kao što se na ovim slikama može videti, u oblastima u kojima je očekivano da će se prslina širiti generisana je znatno gušća mreža, da bi se korišćenjem većeg broja čvorova povećala tačnost vrednosti dobijenih proračunom. Potrebno je napomenuti da su na Slikama 6.3 i 6.4 dati konačni izgledi mreža do kojih se došlo nakon nekoliko iteracija i koje su na kraju i dale najbolje rezultate. Mreža heksaedara sastojala se od 224320 elemenata, dok se mreža tetraedara sastojala od čak 521673 elementa.



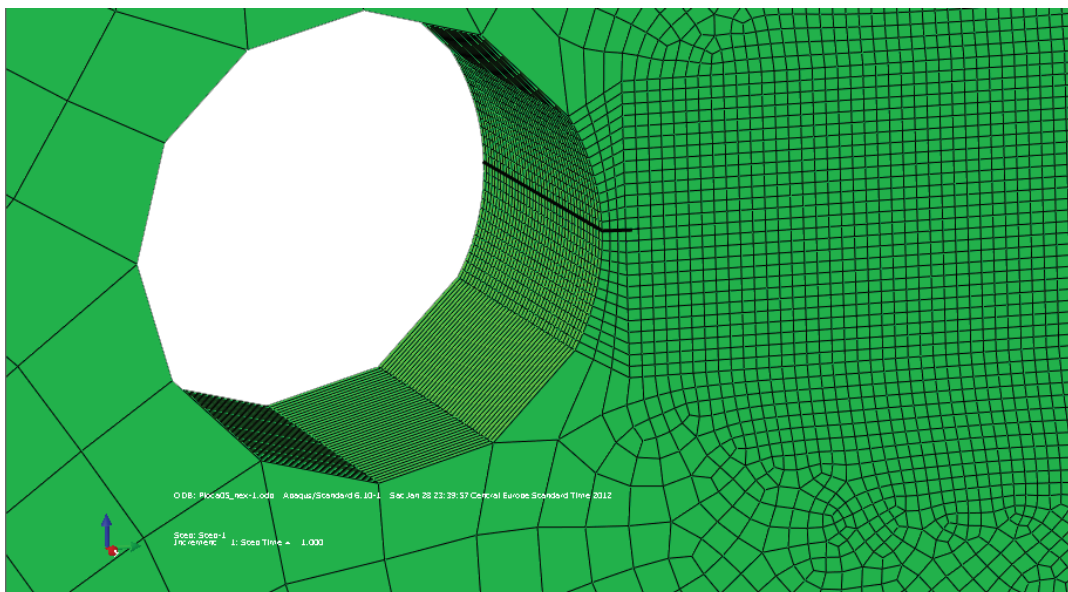
*Slika 6.3 Mreža konačnih elemenata modela ploče 254×254 sa otvorom
(heksaedarski elementi)*



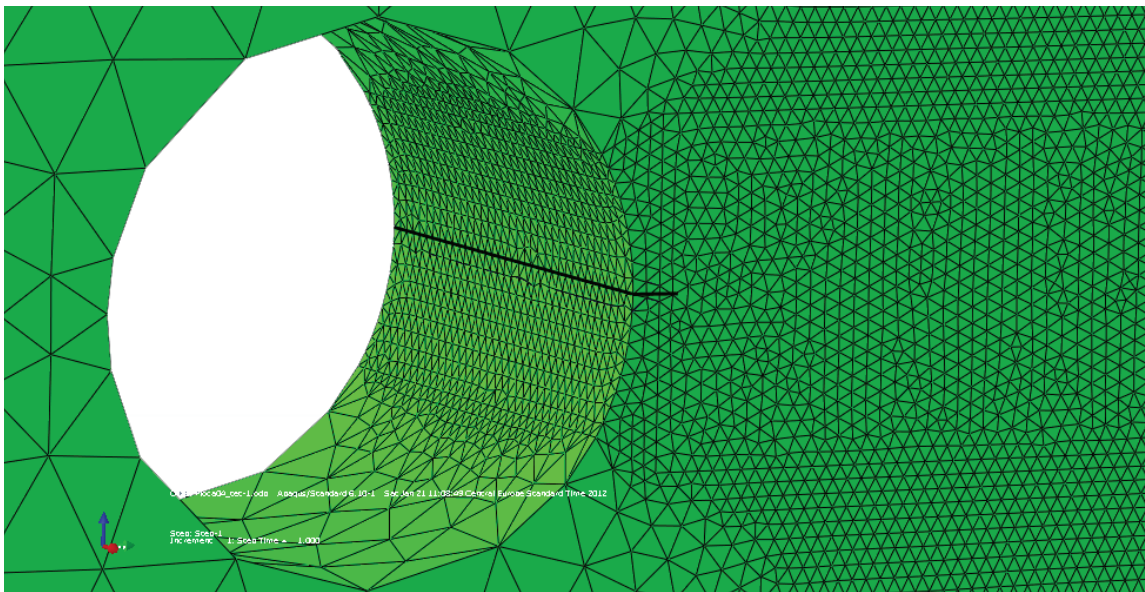
*Slika 6.4 Mreža konačnih elemenata modela ploče 254×254 sa otvorom
(tetraedarski elementi)*

Na obe mreže postavljene su inicijalne prsline dužina 2mm i širina jednakih debljini ploče (predstavljene podebljanim linijama na Slikama 6.5 i 6.6) koje se u Abaqus-u definišu kao posebni entiteti bez svojih mreža elemenata (to su površi uvezene iz softvera CATIA v5). Prvi korak u 3D analizi širenja prsline primenom PMKE identičan je prvom koraku u FRANC2D/L-u: prslinu je potrebno „otvoriti“ i izračunati vrednosti napona na ploči koje se, potom, koriste za određivanje faktora intenziteta napona u vrhu prsline i ugla skretanja u odnosu na početni pravac širenja prsline.

U slučaju 3D simulacije širenja prsline iz centralnog otvora ploče (kao i u svim ostalim PMKE primerima predstavljenim u ovoj tezi) za izračunavanje faktora intenziteta napona Modova I, II i III korišćen je dodatak (*plug-in*) pod imenom *Morfeo/Crack for Abaqus*, dobijen ljubaznošću istraživača Centra za aeronautička istraživanja CENAERO iz Brisela [90]. Ovaj softverski dodatak koristi Abaqus-ova rešenja jer nema sopstveni *solver* za konačne elemente, ali zato izračunava sve modove faktora intenziteta napona u čvorovima fronta prsline i priprema datoteku vrednosti neophodnih za sledeći korak širenja prsline u Abaqus-u.



Slika 6.5 Inicijalna prslina dužine 2mm na otvoru ploče 254×254
(heksaedarski elementi)

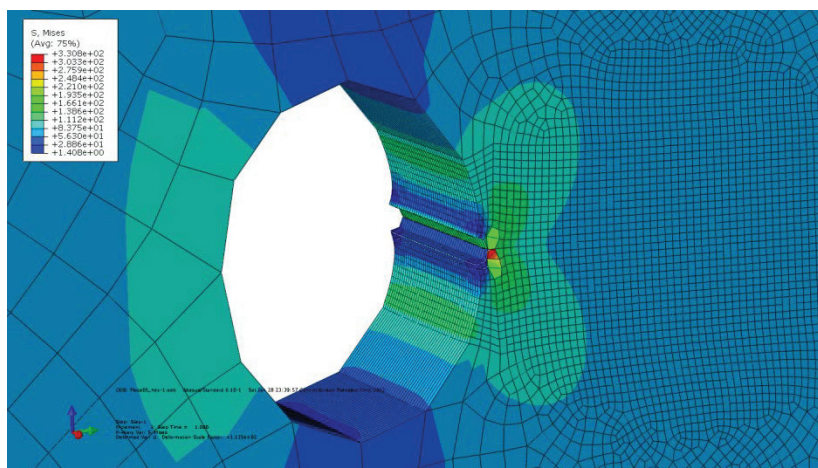


*Slika 6.6 Inicijalna prslina dužine 2mm na otvoru ploče 254×254
(tetraedarski elementi)*

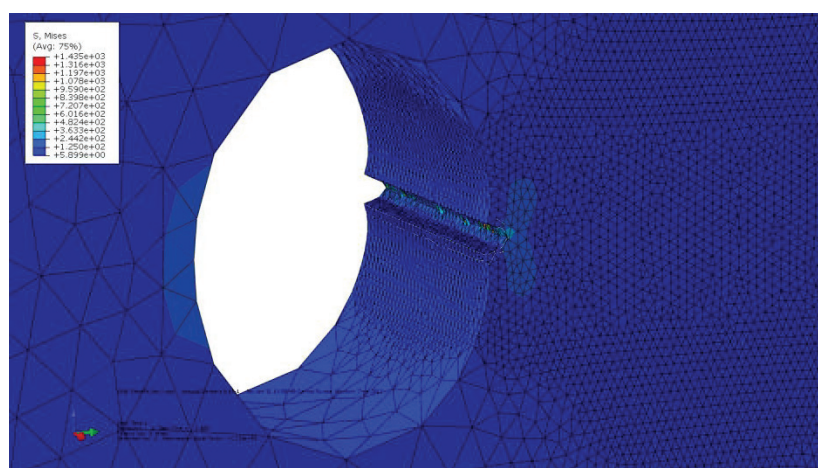
Po uspešnom otvaranju inicijalne prsline (što je pokazatelj da su početni parametri analize pravilno definisani), moguće je proučiti naponsko stanje na celoj ploči i oko same prsline, te ga uporediti sa stanjem napona dobijenim drugim metodama (ili u drugim softverima) i tako proveriti kvalitet definisanog modela sastavljenog od konačnih elemenata. Dobijene vrednosti napona i deformacija za svaki korak proračuna Abaqus čuva u posebnim datotekama.

Na Slikama 6.7 i 6.8 prikazane su vrednosti ekvivalentnih fon Mizesovih napona oko prsline na obe mreže (i od heksaedarskih i od tetraedarskih elemenata) nakon njihovih otvaranja. Vrednosti napona u blizini vrha prsline u oba slučaja bile su bliske i kretale su se između 125MPa i 330MPa, iako se na prvi pogled ne može zaključiti na osnovu Slika 6.7 i 6.8 (nekoliko ekstremnih vrednosti napona – reda veličine 1400MPa – u čvorovima fronta prsline tetraedarske mreže poremetilo je raspon boja korišćenih za prikazivanje oblasti napona).

Vrednosti fon Mizesovih napona oko vrhova prsline bile se približne vrednostima dobijenim dvodimenzionalnom simulacijom u Poglavlju 4, pa se pristupilo daljim širenjima prsline na oba modela.



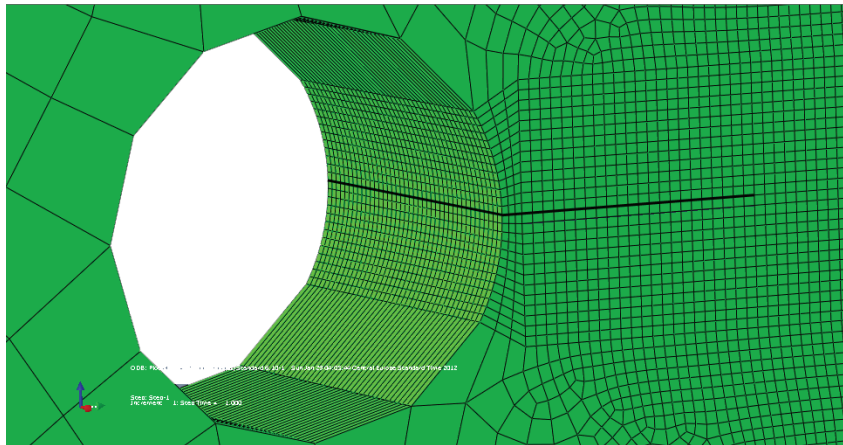
Slika 6.7 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon njenog otvaranja
(heksaedarski elementi)



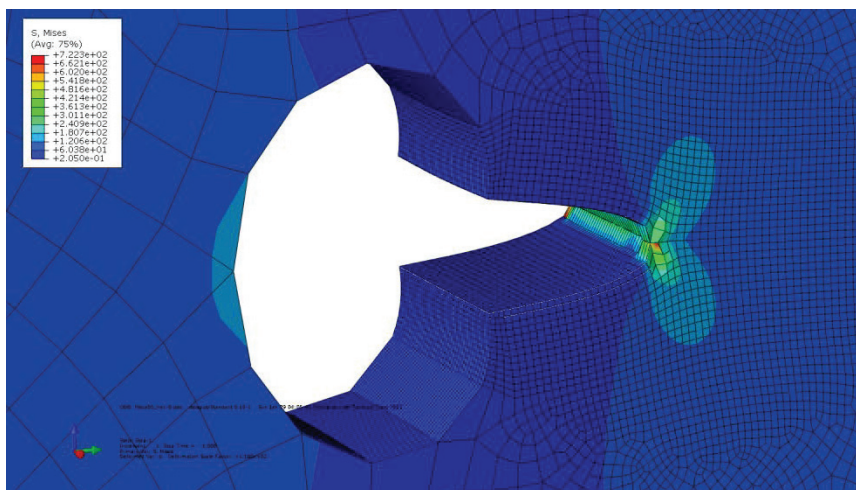
Slika 6.8 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon njenog otvaranja
(tetraedarski elementi)

Slično opcijama softvera FRANC2D/L opisanim u Poglavlju 4, koje omogućavaju i automatsko (tzv. slobodno) širenje prsline na 2D modelu i kontrolisano širenje duž pravca definisanog od strane korisnika, i dodatak *Morfeo/Crack for Abaqus* nudi dva izbora: forsirano širenja prsline u ravni (eng. *force in-plane propagation*) i slobodno širenje prsline. Za oba modela ploča sa kružnim otvorima u sredini usvojeno je slobodno širenje prsline maksimalne vrednosti 2mm po koraku, da bi se proverilo da li će se pod dejstvom normalnog zateznog napona na krajevima ploče prsline širiti u horizontalnoj ravni.

I zaista, ni nakon devetog koraka (koji je, u stvari, osmi korak širenja, jer prvi predstavlja „otvaranje“) prslina na ploči sa heksaedarskim elementima nije izašla iz horizontalne ravni, šireći se kroz nepromenjenu mrežu elemenata tačno između dva reda heksaedara (Slika 6.9). Prslina je namerno i postavljena između dva reda elemenata da tokom širenja ne bi prolazila direktno kroz njih, a s namerom da se rezultati dobijeni za ovakvu konfiguraciju kasnije uporede sa rezultatima dobijenim za drugačiji tip i raspored elemenata, kao i početni položaj prsline. Naponsko stanje oko vrha prsline nakon osmog koraka širenja predstavljeno je Slikom 6.10.



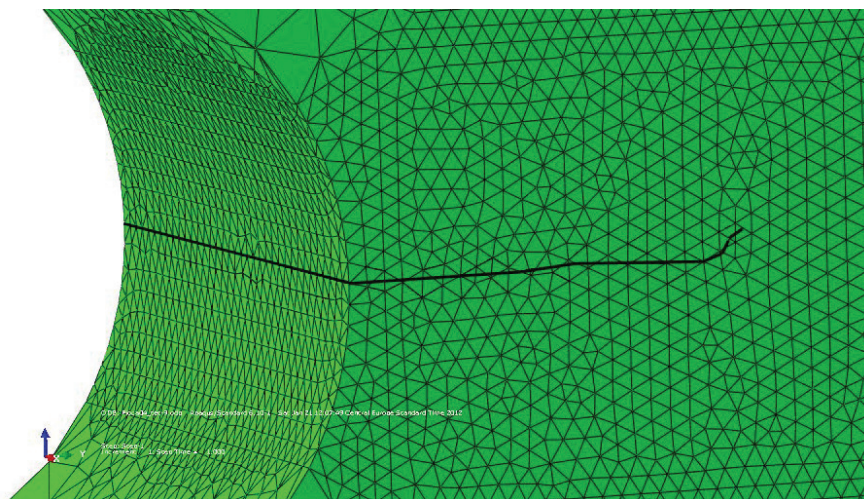
Slika 6.9 Izgled prsline na otvoru ploče 254×254 nakon 8 koraka širenja
(heksaedarski elementi)



Slika 6.10 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 8 koraka širenja
(heksaedarski elementi)

Međutim, u slučaju mreže sa tetraedarskim elementima, prslina se tokom prvih nekoliko koraka širenja kretala u horizontalnoj ravni (odn. minimalno je odstupala od nje), da bi u sedmom koraku došlo do značajnijeg skretanja fronta prslina od prvobitnog pravca prostiranja (Slika 6.11). Treba istaći i da se to desilo samo na jednoj strani fronta, dok je druga strana nastavila da se prostire približno u horizontalnoj ravni. Kao što se na Slici 6.11 može videti, prslina se kretala direktno kroz konačne elemente (što i jeste jedna od osnovnih karakteristika PMKE) jer – zbog samog oblika tetraedarskih elemenata – nije bilo moguće postaviti inicijalnu prslinu tako da se može „provući“ između njih, kao što je to bio slučaj sa heksaedarskim elementima.

Zbog nesimetričnog rasporeda tetraedarskih elemenata po dubini ploče, ali i u pravcu prostiranja prslina, došlo je do odstupanja vrednosti faktora intenziteta napona u čvorovima fronta prslina koja se kretala kroz različito postavljene tetraedarske elemente, pa je došlo i do „krivljenja“ prslina, tj. njenog izlaska iz horizontalne ravni. Ali, kao što će se videti kasnije, to nije mnogo uticalo na vrednosti faktora intenziteta napona dobijenih proračunom.



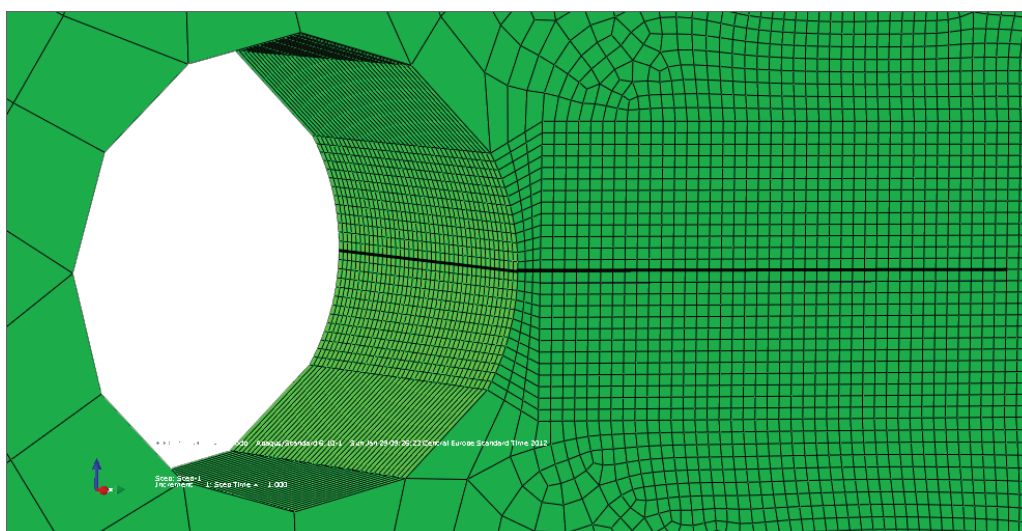
Slika 6.11 Izgled prslina na otvoru ploče 254×254 nakon 8 koraka širenja (tetraedarski elementi)

Obe prsline su zatim širene u još devet koraka od po 2mm da bi se dostigla ukupna dužina od 36mm, kao što je to bio slučaj sa 2D modelom u

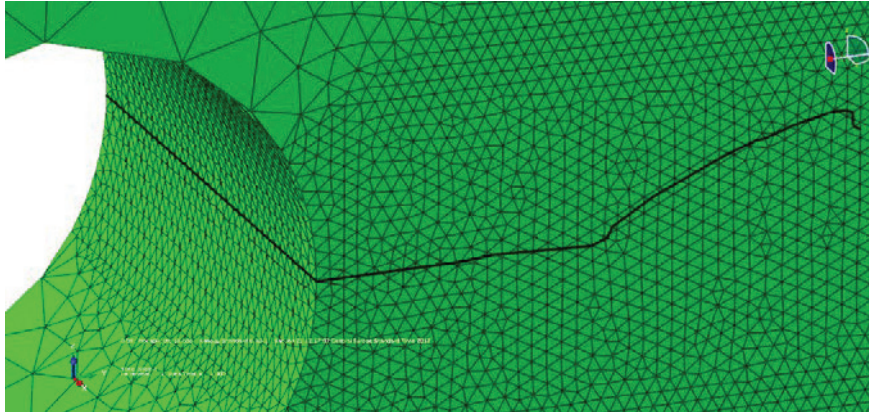
softveru FRANC2D/L i NASGRO standardnim uzorkom. Na Slici 6.12 može se videti da – u slučaju modela sa heksaedarskim elementima – prslina nije izašla iz horizontalne ravni ni posle sedamnaestog koraka širenja, te da se sve vreme kretala tačno između dva reda konačnih elemenata. U slučaju modela sa tetraedarskim elementima, prslina je jednim delom fronta nastavila kretanje približno u horizontalnoj ravni, a drugim u ravni pod određenim uglom u odnosu na horizontalni pravac (Slika 6.13).

Na Slici 6.13 jasno se vidi da, kad je prslina nakon skretanja u 7 koraku naišla na red istovetno postavljenih tetraedara, nije bilo novih odstupanja od trenutnog pravca prostiranja, sve dok prslina nije izašla iz te zone. To pokazuje da **tip, veličina i raspored konačnih elemenata mogu igrati značajnu ulogu u predviđanju pravca širenja prsline u 3D strukturama**, o čemu će kasnije biti još reči.

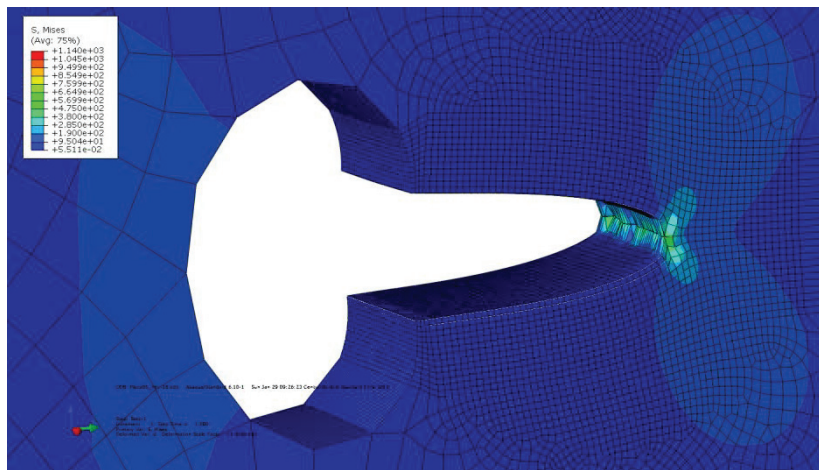
Na Slikama 6.14 i 6.15 prikazano je naponsko stanje oko vrha prsline nakon 17 koraka širenja na oba modela. Na Slikama 6.16, 6.17 i 6.18 je, ilustracije radi, prikazano naponsko stanje cele ploče sa heksaedarskim elementima u tri karakteristična trenutka (otvaranje prsline, sedmi korak širenja i poslednji, sedamnaesti korak širenja prsline).



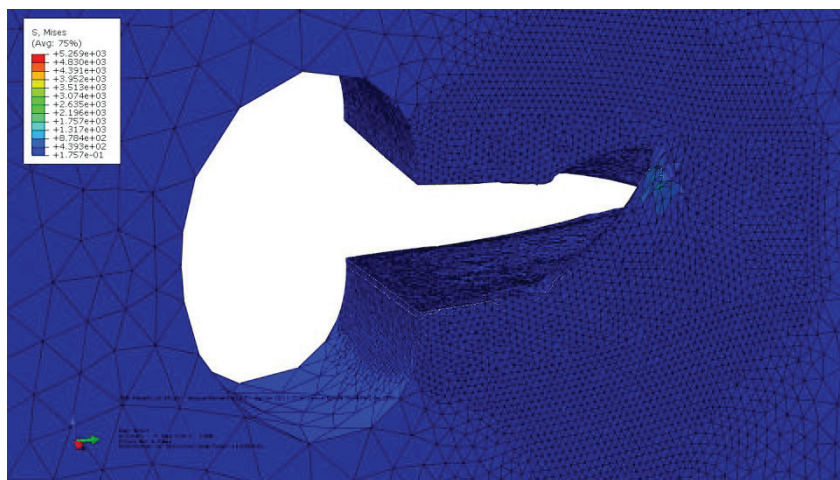
*Slika 6.12 Izgled prsline na otvoru ploče 254×254 nakon 17 koraka širenja
(heksaedarski elementi)*



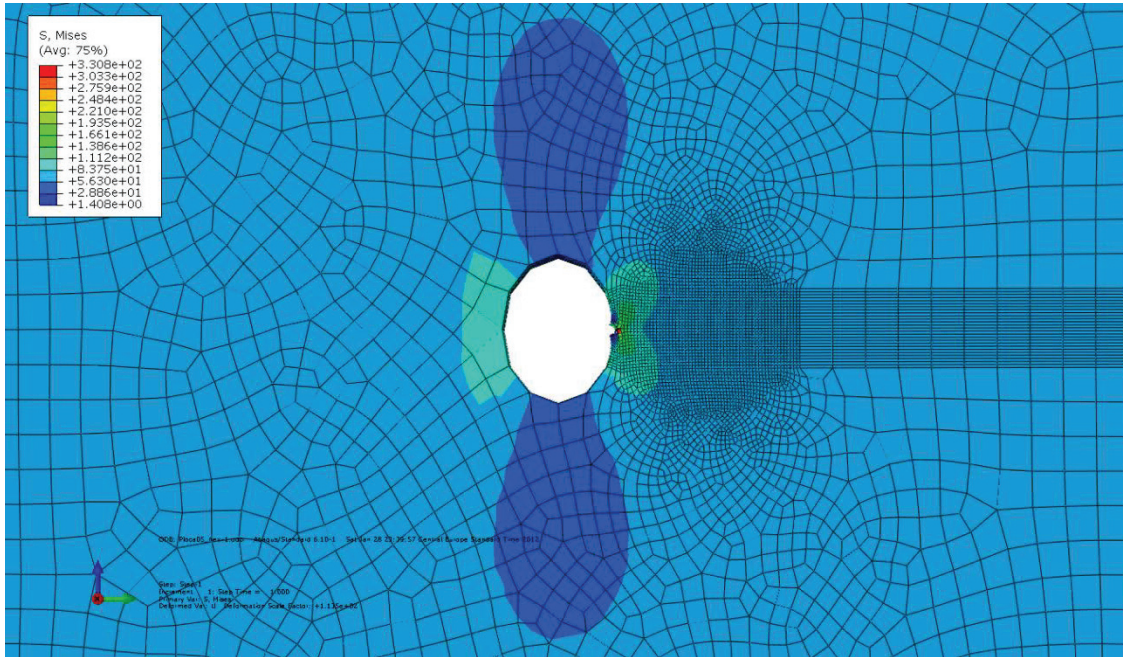
Slika 6.13 Izgled prsline na otvoru ploče 254×254 nakon 17 koraka širenja
(tetraedarski elementi)



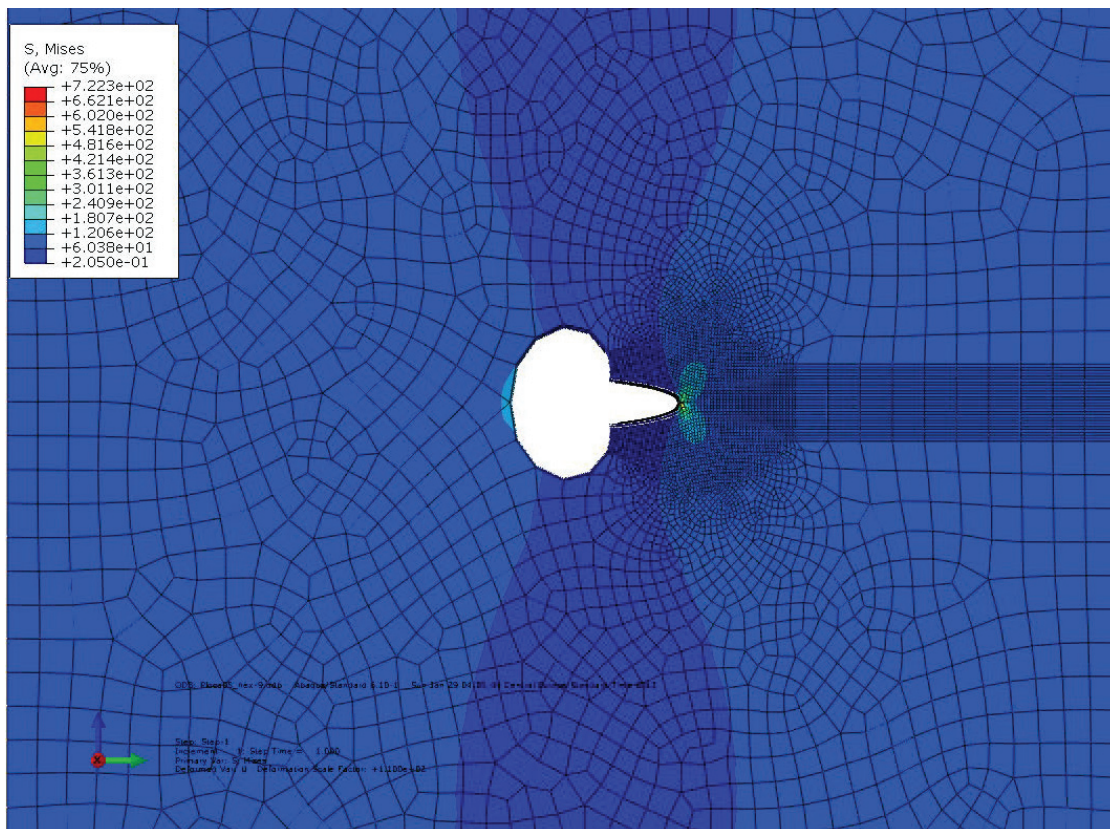
Slika 6.14 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 17 koraka širenja
(heksaedarski elementi)



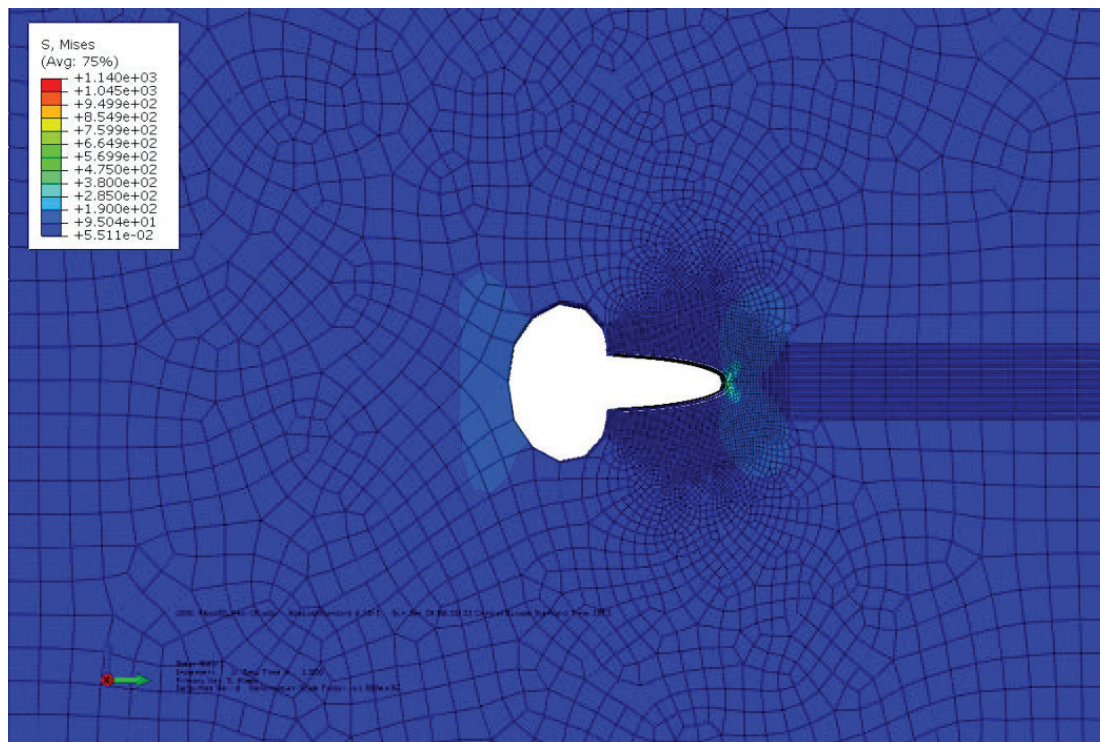
Slika 6.15 Naponsko stanje (fon Mizes) oko nesimetrično širene prsline nakon 17 koraka
širenja (tetraedarski elementi)



Slika 6.16 Naponsko stanje (fon Mizes) na ploči nakon otvaranja prsline (heksaedri)



Slika 6.17 Naponsko stanje (fon Mizes) na ploči nakon 8 koraka širenja (heksaedri)



Slika 6.18 Naponsko stanje (fon Mises) na ploči nakon 17 koraka širenja (heksaedri)

S obzirom da naponsko stanje (prikazano Slikama 6.16, 6.17 i 6.18) i oblik prsline tokom širenja na ploči sa heksaedarskim elementima odgovaraju onome što je ranije dobijeno dvodimenzionalnom analizom u FRANC2D/L-u, ostaje još da se uporede vrednosti faktora intenziteta napona dobijene 3D analizom korišćenjem PMKE sa vrednostima dobijenim ranije, korišćenjem FRANC2D/L i NASGRO softvera.

Ovde je važno imati na umu da između 2D i 3D pristupa u simuliranju širenja prsline u određenoj strukturi primenom konačnih elemenata postoji nekoliko razlika, od kojih je najznačajnija sledeća: kod 2D simulacija vrednosti faktora intenziteta napona računaju se *samo u jednoj tački* – vrhu prsline koja se širi u ravni, dok se u 3D simulacijama vrednosti izračunavaju u *nekoliko tačaka duž fronta prsline koja se širi kroz prostor*. To dovodi do toga da je u 3D analizama moguće odrediti faktore intenziteta napona za sva tri moda, dok se u 2D analizama određuju samo K_I i K_{II} , tako da bi prilikom poređenja rezultata 2D i 3D simulacija trebalo uzimati u obzir faktore koji su zajednički za oba pristupa.

Sve prethodno pomenuto, a naročito osnovna razlika – broj tačaka u kojima se računaju vrednosti u 2D i 3D analizi – navodi na ideju da je prilikom verifikacije rezultata najbolje uporediti *srednje vrednosti faktora intenziteta napona Moda I* izračunatih u tačkama duž fronta 3D prsline sa vrednostima faktora Moda I dobijenim u vrhu 2D prsline. Pored toga, vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona K_{ekv} (videti Poglavlje 5) mogu se iskoristiti za procenu uticaja ostalih Modova faktora intenziteta napona (II i III) koji su računati tokom širenja (propagacije).

Vrednosti dobijene u Abaqus-u primenom PMKE moguće je predstaviti Tabelom 6.1 u kojoj se vidi da Morfeo/Crack for Abaqus tokom svakog koraka širenja izračunava krivolinijsku koordinatu svake tačke duž fronta prsline, koordinate tačaka fronta u globalnom xyz sistemu, faktore intenziteta napona Modova I, II i III, kao i vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona. Broj izlaznih vrednosti za svaki korak propagacije očigledno je veoma veliki i zavisi od broja tačaka na frontu (što je posledica gustine mreže konačnih elemenata), pa su iz tog razloga vrednosti dobijene tokom simulacije širenja prsline na ploči sa heksaedarskim elementima naknadno obrađene i predstavljene u Tabeli 6.2.

Tabela 6.1 Prikaz vrednosti dobijenih u Abaqus-u nakon svakog koraka širenja prsline

Krivol. apscisa duž fronta prsline	x kordinata tačke fronta	y kordinata tačke fronta	z kordinata tačke fronta	Vrednost ekvival. fakt. int. napona	Mod I	Mod II	Mod III
0	25,3992	14,7	-6,15E-05	412,16	386,816	18,148	-1,159
0,3175	25,0817	14,7	-6,15E-05	412,781	387,397	18,191	-1,052
0,635	24,7642	14,7	-6,15E-05	413,497	388,066	18,238	-0,930
0,9525	24,4467	14,7	-6,15E-05	414,305	388,823	18,288	-0,794
1,27	24,1292	14,7	-6,15E-05	415,202	389,663	18,339	-0,647
...

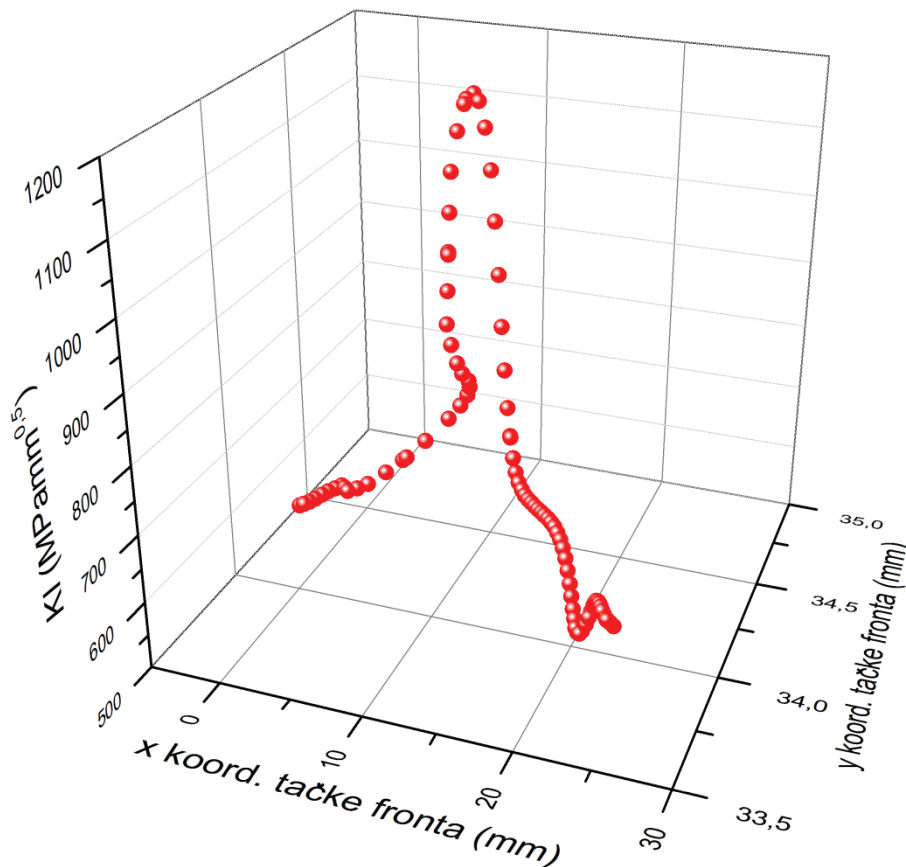
Tabela 6.2 Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I u slučaju modela sa heksaedarskim elementima

Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačaka fronta	Heksaedri					
			Vred. ekvival. faktora int. nap. K_{ekv} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
			Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	2	80	429,251	412,160	424,382	402,884	386,816	398,297
2	4	80	505,888	496,669	499,980	485,378	464,065	472,083
3	6	80	533,182	509,102	525,520	515,622	475,132	500,581
4	8	82	572,466	543,157	564,318	556,704	511,914	543,083
5	10	82	582,585	571,729	575,653	571,010	544,956	555,351
6	12	80	606,791	579,582	592,155	597,346	548,183	569,970
7	14	82	615,855	600,741	608,557	595,334	570,958	586,863
8	16	80	632,440	597,770	611,235	619,060	563,983	580,597
9	18	82	650,584	631,299	642,536	629,410	601,239	620,457
10	20	82	648,240	628,581	643,686	947,215	593,640	665,007
11	22	84	686,222	566,839	652,902	660,203	534,372	622,352
12	24	86	687,194	629,151	663,947	1190,320	525,567	712,721
13	26	86	708,389	560,975	664,137	690,010	519,052	632,458
14	28	86	695,732	630,991	679,420	673,533	596,066	649,699
15	30	88	707,570	670,846	693,471	684,528	643,995	664,358
16	32	92	732,681	549,182	689,003	696,946	453,569	645,144
17	34	86	718,702	651,420	700,405	742,176	616,811	680,408
18	36	88	754,303	674,269	716,365	708,893	594,820	669,902

Tabela 6.2 pokazuje da tokom osamnaest koraka širenja prsline iz otvora na ploči (to jest, njenog otvaranja i sedamnaest koraka propagacije) broj tačaka fronta u kojima su računati faktori intenziteta napona nije mnogo varirao, te da se kretao od 80 do 92, što govori da se prslina širila skoro potpuno u horizontalnoj ravni i da je prolazila kroz jednako gustu mrežu.

Da bi se analiziralo koliko su izračunate vrednosti faktora intenziteta napona varirale duž fronta prsline u svakom koraku, u Tabeli 6.2 su – pored promena srednjih vrednosti – date i promene minimalnih i maksimalnih vrednosti ekvivalentnog faktora napona i faktora Moda I (koji je bio dominantan tokom cele simulacije).

Tako se iz kolona u kojima su predstavljene minimalne i maksimalne vrednosti K_I može videti da je tokom nekoliko koraka širenja bilo velikih oscilacija vrednosti duž fronta prsline. U koraku dvanaest, na primer, maksimalna vrednost faktora intenziteta napona K_I iznosi $1190,32\text{MPamm}^{0,5}$, a minimalna $525,567\text{MPamm}^{0,5}$, što je razlika od preko 100%. Slična situacija je i u koraku deset, što sugerise da u tim koracima mreža elemenata u nekim tačkama prsline nije bila dovoljno rafinirana, pa su dobijene nerealno visoke maksimalne vrednosti (ne treba zaboraviti da se kod proširene metode konačnih elemenata koristi jedna mreža i da se tokom simulacije ne generišu novi elementi u pravcu širenja prsline).



Slika 6.19 Vrednosti K_I duž tačaka fronta u dvanaestom koraku širenja

Uvidom u sve vrednosti faktora intenziteta napona dobijene u dvanaestom koraku širenja (Slika 6.19) uočeno je da su ekstremne vrednosti (od $800\text{MPamm}^{0,5}$ do $1190,32\text{MPamm}^{0,5}$) dobijene u 17 tačaka fronta (od ukupno 86)

koje su sve jedna do druge, što u velikoj meri potvrđuje pretpostavku o mreži kao uzroku velikih razlika vrednosti u nekim tačkama i nekim koracima. Zato se pretpostavka o uzimanju srednje vrednosti faktora intenziteta napona K_I duž fronta prsline kao reprezentu izračunatih vrednosti čini potpuno opravdanom. Tako u desetom koraku srednja vrednost K_I iznosi $665,007\text{MPamm}^{0,5}$, a u dvanaestom $712,721\text{MPamm}^{0,5}$ što ne odstupa previše od vrednosti dobijenih u devetom ili jedanaestom koraku, gde razlike maksimalnih i minimalnih vrednosti nisu tako drastične.

Vrednosti iz Tabele 6.2 ukazuju na još jednu bitnu činjenicu: minimalne i maksimalne vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona daleko se manje razlikuju, pa u koraku deset, na primer, minimalna vrednost faktora intenziteta napona iznosi $628,581\text{MPamm}^{0,5}$, a maksimalna $648,240\text{MPamm}^{0,5}$ što je razlika od samo 3%, a slično je i u koraku dvanaest ($629,151\text{MPamm}^{0,5}$ i $687,194\text{MPamm}^{0,5}$). Vrednosti K_{ekv} računaju se na način opisan u odeljku 5.7 i u obzir uzimaju vrednosti dobijene za sve modove. Ovo navodi na zaključak da bi pri usvajanju vrednosti faktora intenziteta napona koje će kasnije biti korišćene za predviđanje zamornog veka prsline **prednost trebalo dati ekvivalentnim vrednostima**. Ali, pre donošenja konačnog zaključka potrebno je izračunate vrednosti uporediti sa FRANC2D/L i NASGRO rezultatima.

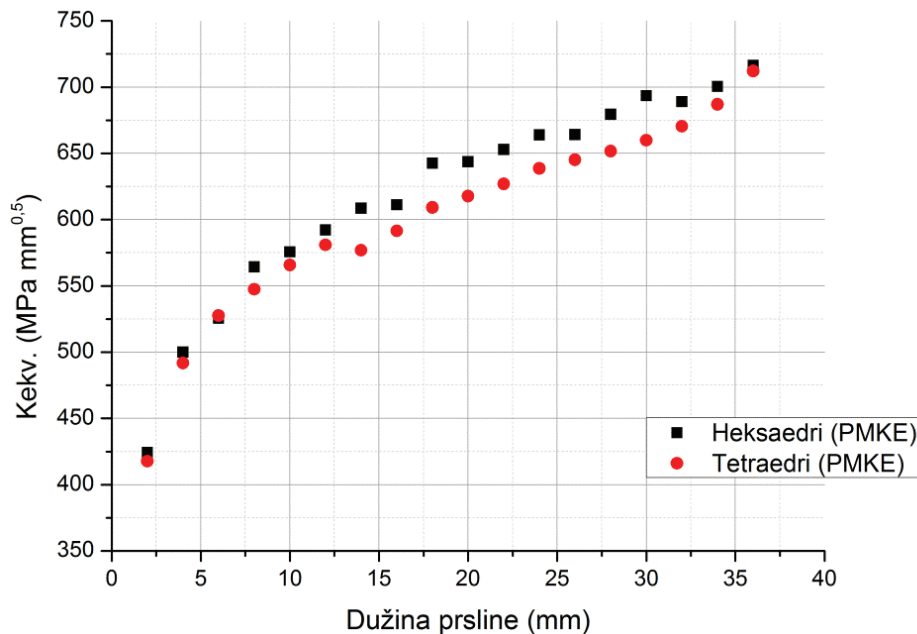
U Tabeli 6.3 date su vrednosti faktora intenziteta napona dobijene za isti model ploče sa prslinom na kružnom otvoru, ali u slučaju kada su korišćeni tetraedarski elementi. Kao što je već rečeno, u sedmom koraku je na tetraedarskoj mreži došlo do izlaska jednog kraja prsline iz horizontalne ravni (Slika 6.11), pa se front prsline nakon toga širio kroz prostor, a ne približno u ravni (kao što je to bio slučaj sa prslinom na ploči sa heksaedarskim elementima). Pored toga, mreža tetraedara imala je daleko više elemenata od heksaedara (preko dva puta), tako da je broj tačaka na frontu prsline u kojima su računane vrednosti faktora intenziteta napona značajno varirao (minimalan broj tačaka bio je 121, a maksimalan 202).

Tabela 6.3 Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I u slučaju modela sa tetraedarskim elementima

Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačaka fronta	Tetraedri					
			Vred. ekvival. faktora int. nap. K_{ekv} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
			Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	2	202	421,534	405,680	417,682	421,389	405,594	417,406
2	4	157	499,220	479,547	491,784	498,565	479,959	491,306
3	6	136	530,498	524,790	527,528	529,855	518,867	525,745
4	8	129	552,702	542,768	547,462	553,944	538,293	547,265
5	10	137	568,370	562,802	565,712	566,407	554,644	561,794
6	12	138	594,041	573,658	580,968	596,924	551,993	575,811
7	14	126	601,567	496,818	576,914	599,696	382,466	557,474
8	16	123	614,041	556,218	591,493	610,789	468,315	565,553
9	18	128	670,184	555,726	609,152	618,490	507,781	581,963
10	20	127	685,183	586,254	617,726	631,637	526,051	589,782
11	22	132	699,296	594,608	626,981	633,127	494,307	585,447
12	24	121	706,726	597,749	638,596	658,315	475,959	591,365
13	26	150	696,878	610,814	645,085	656,136	411,520	580,233
14	28	148	712,052	611,471	651,661	655,088	381,723	579,780
15	30	154	714,522	618,006	659,900	668,043	295,657	571,882
16	32	148	748,152	627,988	670,474	672,685	249,617	572,953
17	34	151	801,969	639,541	687,004	684,570	223,011	581,587
18	36	174	940,181	652,517	712,118	691,716	312,759	602,265

Analizom rezultata u Tabeli 6.3 dolazi se do zaključka da su vrednosti faktora intenziteta napona Moda I u tačkama duž fronta prsline vrlo malo oscilovale do sedmog koraka, odnosno da je razlika minimalnih i maksimalnih vrednosti iznosila tek neki procenat. Od sedmog koraka maksimalne i minimalne vrednosti počinju da se značajnije razlikuju, tj. maksimalne vrednosti nastavljaju da kontinualno rastu (radi se o tačkama na onom delu fronta koji se i dalje širio približno u horizontalnoj ravni), dok se minimalne vrednosti prvo povećavaju tokom par koraka, a onda kontinualno smanjuju (reč je o delu fronta prsline koji je izašao iz ravni). Na samom kraju širenja, maksimalna i minimalna vrednost poslednjeg fronta razlikuju se za više od 100%.

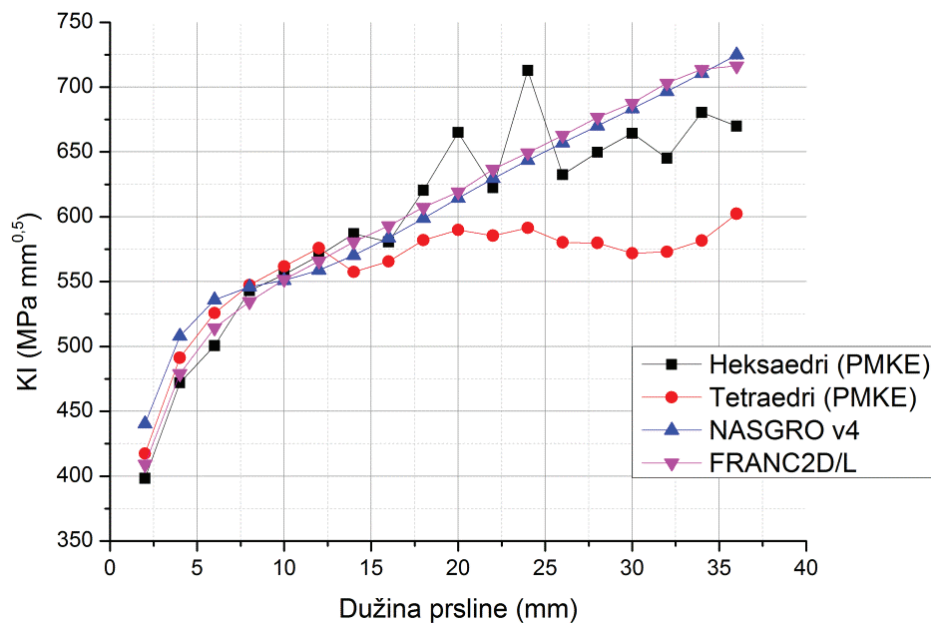
Kad su u pitanju vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona, situacija je nešto drugačija. Do sedmog koraka, takođe, ne postoji veliko odstupanje minimalnih i maksimalnih vrednosti u tačkama fronta prsline, da bi od sedmog ta razlika postala značajnija, ali ne kao u slučaju K_I . Maksimalna vrednost sve vreme pokazuje trend konstantnog rasta, dok minimalna malo stagnira u koracima sedam, osam i devet, a onda nastavlja da raste. Razlika maksimalne i minimalne vrednosti K_{ekv} u poslednjim koracima širenja iznosi oko 45%, što nije tako drastično kao u slučaju K_I , što ponovo navodi na zaključak **da su srednje vrednosti K_{ekv} pouzdanije i da bi njih trebalo koristiti u proračunima veka pod zamorom.**



Slika 6.20 Grafik promene srednje vrednosti K_{ekv} sa dužinom prsline na 3D ploči sa otvorom za različite tipove konačnih elemenata

Poređenjem srednjih vrednosti ekvivalentnih faktora intenziteta napona dobijenih tokom 18 koraka širenja na ploči sa heksaedarskim i ploči sa tetraedarskim elementima (Slika 6.20), uočava se da su tetraedarski elementi dali nešto niže vrednosti K_{ekv} od heksaedarskih, ali i da razlike vrednosti faktora po koracima – iako su se prsline širile na različite načine (Slike 6.12 i 6.13) – nisu preterano velike.

Grafici na Slikama 6.21 i 6.22 pružaju dodatne argumente za usvajanje srednjih ekvivalentnih vrednosti kao najreprezentativnijih. Na Slici 6.21 date su vrednosti faktora intenziteta napona Moda I dobijene na četiri načina: proširenom metodom konačnih elemenata (sa heksaedarskim i tetraedarskim elementima), klasičnom MKE (FRANC2D/L) i metodom graničnih elemenata (NASGRO v4).

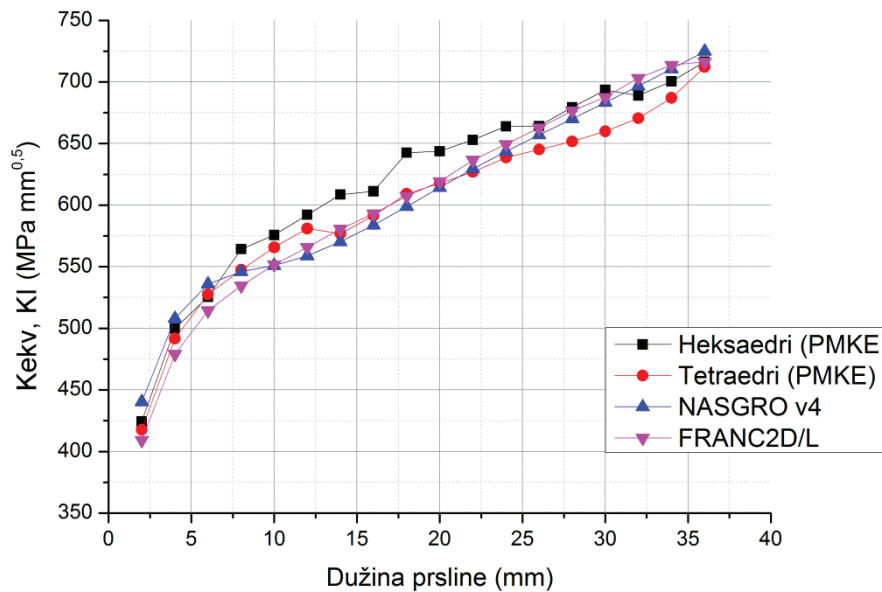


Slika 6.21 Grafik promene vrednosti K_I na ploči sa otvorom dobijenih simulacijom širenja prsline različitim metodama

Slika 6.21 pokazuje da su tokom prvih šest koraka širenja u sva četiri slučaja dobijene približno iste vrednosti K_I , a da su nakon toga razlike vrednosti dobijenih pomoću PMKE u Abaqus-u i vrednosti koje su dali FRANC2D/L i NASGRO postajale sve izraženije. To se naročito odnosi na rezultate koje su dali tetraedarski elementi i koji znatno odstupaju i od FRANC2D/L i od NASGRO rešenja. S druge strane, heksaedarski elementi su dali rezultate približnije onim dobijenim 2D analizom, ali zato vrednosti K_I znatno osciluju od koraka do koraka – čas su više od FRANC2D/L i NASGRO rešenja, a čas niže.

Međutim, kada se na istom dijagramu istovremeno prikažu srednje vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona za različite dužine prsline

dobijene pomoću heksaedarskih i tetraedarskih elemenata, kao i vrednosti K_I dobijene u FRANC2D/L i NASGRO softveru, dobija se daleko povoljnija slika: sve četiri krive veoma su bliske jedna drugoj (Slika 6.22). Vrednosti dobijene na modelu sa tetraedarskim elementima u svim koracima bliske su rešenjima sa 2D modela, dok vrednosti faktora intenziteta napona na ploči sa heksaedrima malo više odstupaju od ostalih u središnjim koracima širenja. Ranije je već pretpostavljeno koji je uzrok (kvalitet mreže) doveo do ovih razlika.

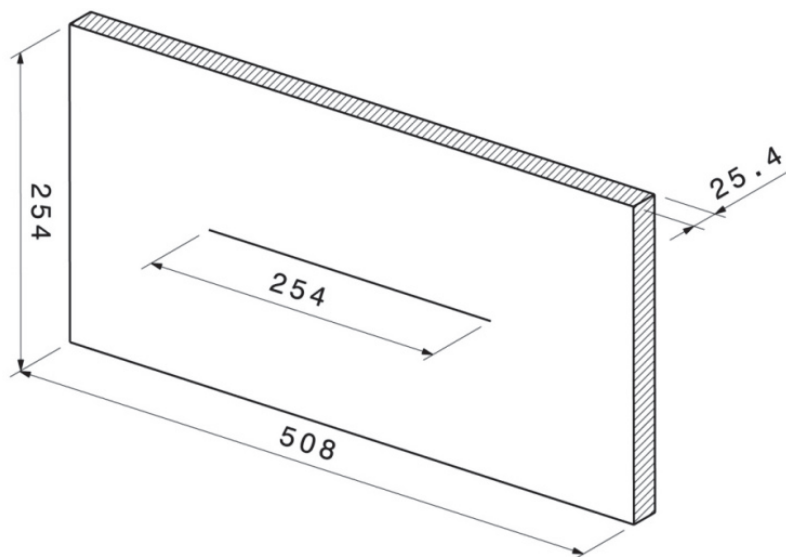


Slika 6.22 Uporedni prikaz promene srednjih vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona (PMKE) i promene vrednosti faktora intenziteta napona Moda I (FRANC2D/L i NASGRO)

Iako se na prvi pogled čini da grafik na Slici 6.22 daje nedvosmislen odgovor na pitanje koje bi vrednosti faktora intenziteta napona dobijene pomoću PMKE trebalo smatrati najreprezentativnijim i potom ih koristiti u predikcijama veka pod zamorom, približno isti oblici i položaji dobijenih krivih ne mogu da potpuno potisnu opravdanu dilemu: da li se uopšte smeju porediti vrednosti K_I iz 2D analize i K_{ekv} iz 3D analize koje, suštinski, ne reprezentuju ista stanja? Sledeći primeri bi trebalo da pomognu da se dođe do odgovora na ovo pitanje.

6.2 3D simulacija širenja centralne prsline na ploči konačnih dimenzija

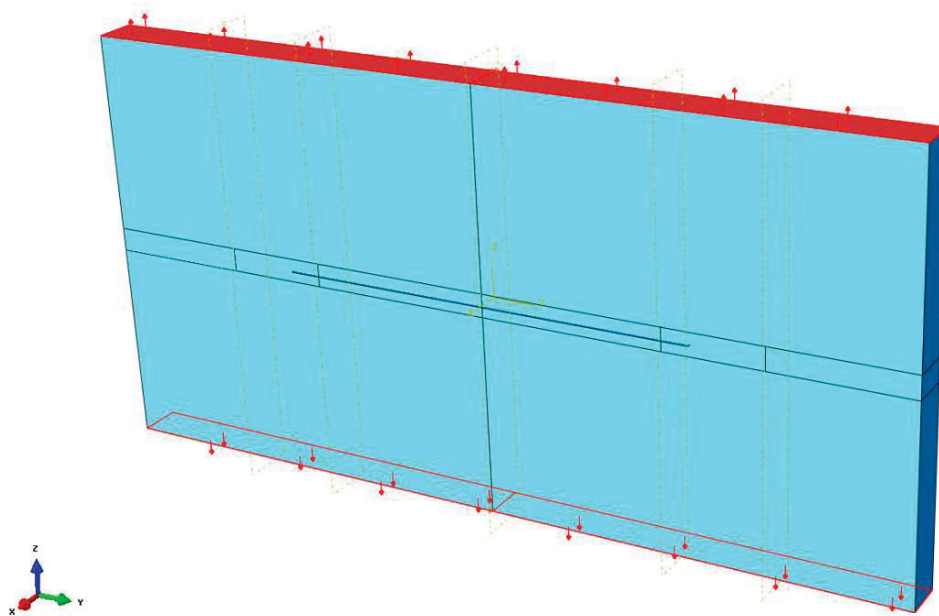
Slično prethodnom primeru, radi se o ploči konstantne debljine ($t=25,4\text{mm}$) i nešto većih dimenzija ($508\times 254\text{mm}$), ali sa centralnom inicijalnom prslinom dužine 254mm (Slika 6.23). Model ploče sa prslinom je, takođe, definisan u softveru CATIA v5, odakle je izvezen u Abaqus. Inicijalna prslina je u CATIA v5 definisana kao površ bez debljine, dok su u Abaqus-u definisane karakteristike materijala (čelik Jangovog modula elastičnosti 206800MPa i Puasonovog koeficijenta $0,3$), uniformni zatezni napon (vrednosti $6,89\text{KPa}$) na gornjoj i donjoj površini ploče i odgovarajući granični uslovi (Slika 6.24).



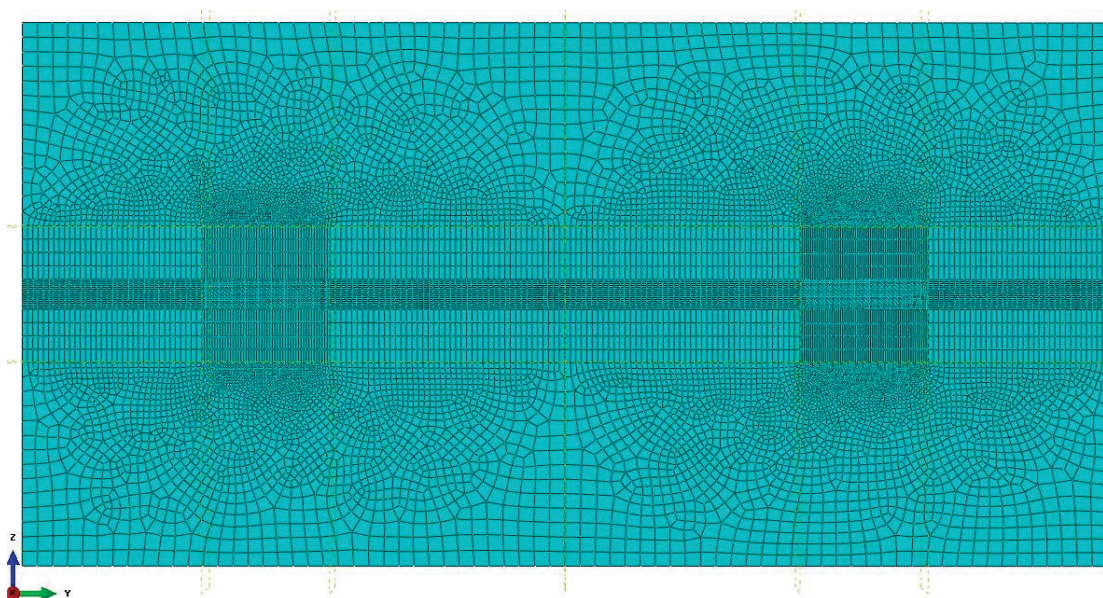
Slika 6.23 Dimenzije ploče sa centralnom prslinom korišćene u 3D simulaciji širenja

Kao i u prethodnom primeru, u Abaqus-u su definisane dve mreže konačnih elemenata – mreža sa heksaedrima (Slika 6.25) i mreža sa tetraedrima (Slika 6.26) da bi se uporedili rezultati dobijeni za različite tipove elemenata. Na Slikama 6.25 i 6.26 može se videti da je u oblastima kroz koje se prslina širi generisana veoma „gusta“ mreža, da bi se korišćenjem većeg broja čvorova povećala tačnost vrednosti dobijenih proračunom. Na slikama su prikazani izgledi mreža koje su dale najbolje rezultate i do kojih se došlo nakon nekoliko

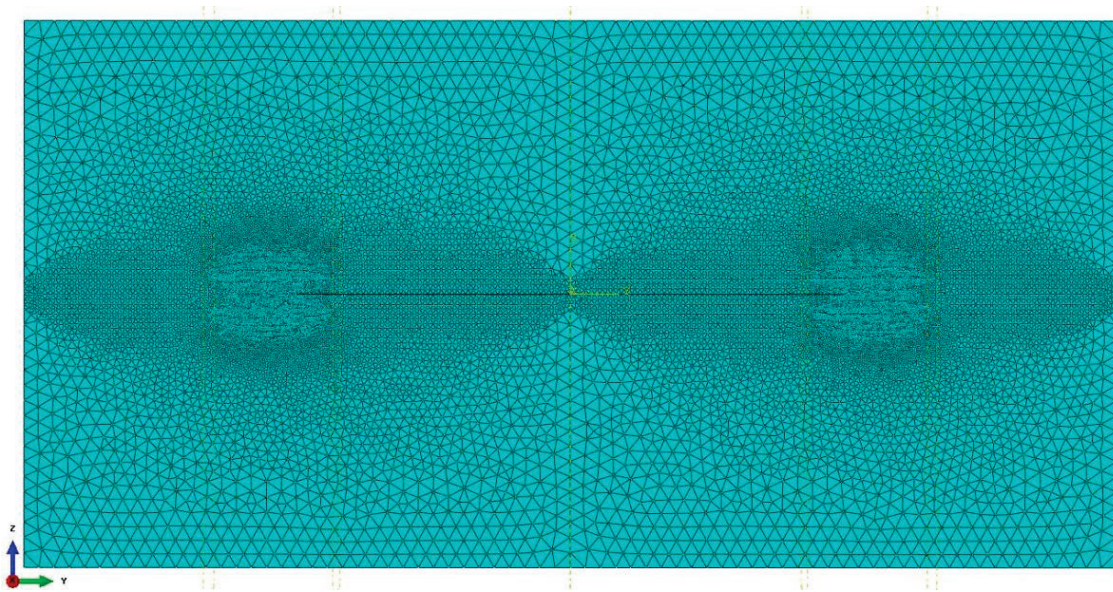
iteracija kroz koje su mreže postepeno poboljšavane. Konačna mreža sastavljena od heksaedarskih elemenata imala je 128190 elemenata, dok se mreža tetraedara sastojala od 917880 elemenata.



Slika 6.24 Opterećenje ploče 508×254 mm sa centralnom prslinom
(Abaqus model)



Slika 6.25 Mreža konačnih elemenata modela ploče 508×254 mm sa prslinom
(heksaedarski elementi)



Slika 6.26 Mreža konačnih elemenata modela ploče 508×254 sa prslinom
(tetraedarski elementi)

Na Slikama 6.27 i 6.28 prikazane su vrednosti fon Mizesovog napona oko prsline na heksaedarskoj mreži nakon prvog koraka proračuna (otvaranja prsline). Maksimalna vrednost napona u blizini vrha prsline iznosila je 0,703MPa, što je dosta niska vrednost, ali to ne treba da čudi jer je i primenjeni zatezni napon na krajevima ploče samo 0,00689MPa.

Usvojena je ovako mala vrednost napona da bi se proučila promena vrednosti faktora intenziteta napona u slučaju niskog spoljašnjeg naprezanja, kao i da bi se vrednost faktora intenziteta napona nakon otvaranja prsline uporedila sa vrednošću datom u literaturi [21], koja je, takođe, dobijena proširenom metodom konačnih elemenata, ali u 2D analizi. Inače, vrednost faktora intenziteta napona K_I se u slučaju ploče sa centralnom prslinom može odrediti po formuli:

$$K_I^{(teor.)} = \sigma \cdot f\left(\frac{a}{W}, \frac{L}{W}\right) \cdot \sqrt{\pi a} \quad (6.1)$$

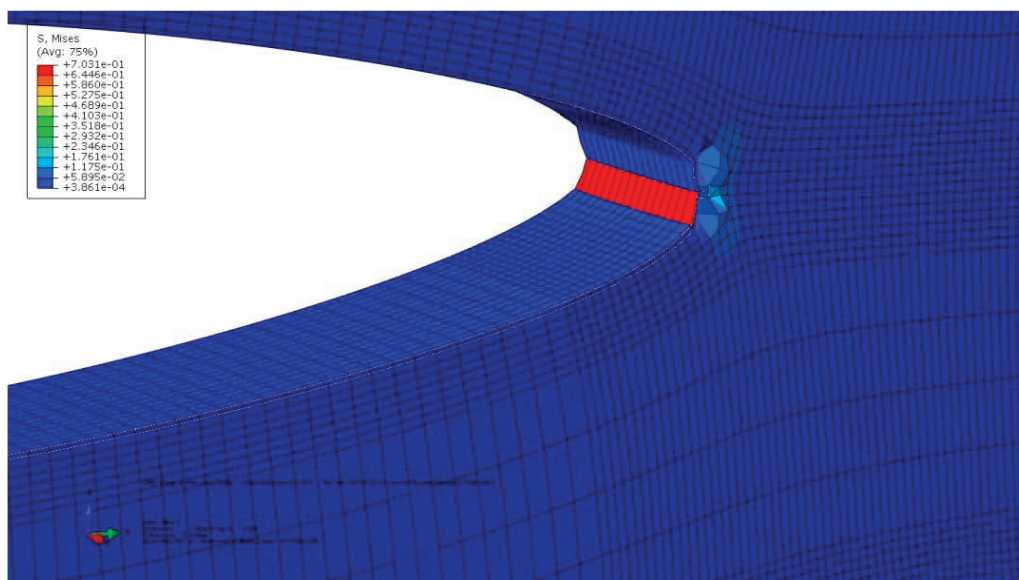
gde se korekcionni faktor $f\left(\frac{a}{W}, \frac{L}{W}\right)$ određuje iz tabela sa vrednostima koje se, takođe, mogu naći u literaturi [91].

U ovom slučaju je $\frac{a}{W} = \frac{254}{508} = 0,5$, $\frac{L}{W} = \frac{254}{508} = 0,5$, pa je $f(0,5; 0,5) \approx 1,9$, tako da je teorijska vrednost K_I :

$$K_I^{(teor.)} = 261,08 \text{ KPa}\sqrt{\text{mm}}^{0,5} = 0,26108 \text{ MPa}\sqrt{\text{mm}}^{0,5} \quad (6.2)$$



Slika 6.27 Naponsko stanje (fon Mizes) ploče nakon otvaranja prsline (heksaedarski elementi)



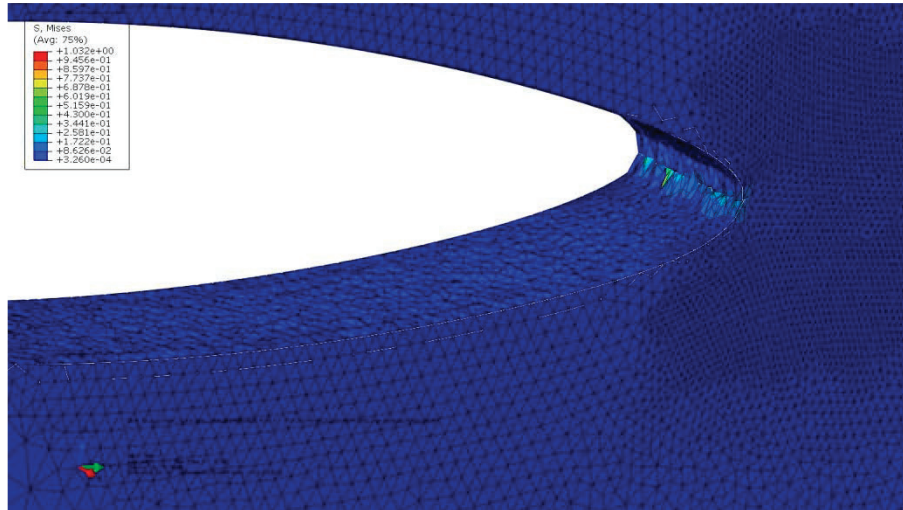
Slika 6.28 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon njenog otvaranja (heksaedri – uvećan prikaz)

Vrednosti K_I dobijene 2D analizom [21] varirale su od $239,08 \text{KPamm}^{0,5}$ do čak $405,99 \text{KPamm}^{0,5}$ i dobijene su za različite veličine integracionog domena (u odnosu na dužinu prsline) i različitim metodama (korišćene su i klasična MKE i PMKE). PMKE je dala daleko bolje predikcije, jer su prosečna odstupanja u odnosu na teorijsku vrednost (za različite veličine integracionog domena) iznosila tek oko 1%. Prosečna vrednost K_I , dobijena nakon otvaranja prsline na 3D modelu sa heksaedarskim elementima (Slike 6.27 i 6.28), iznosila je $288,3 \text{KPamm}^{0,5}$ što je za oko 10% više od teorijske vrednosti i vrednosti iz [21]. Međutim, ovo je srednja vrednost dobijena na osnovu 64 faktora intenziteta napona izračunatih u isto toliko tačaka na frontu 3D prsline, dok su teorijska vrednost i vrednost iz 2D analize primenom MKE računane samo u jednoj tački vrha.

Što se tiče ploče sa tetraedarskim elementima, dobijena je nešto niža vrednost K_I ($281,1 \text{KPamm}^{0,5}$), koja je samim tim bliža teorijskoj vrednosti predstavljenom izrazom (6.2). Na Slikama 6.29 i 6.30 prikazane su vrednosti fon Mizesovog napona oko prsline na tetraedarskoj mreži nakon prvog koraka. Maksimalni napon ($1,032 \text{MPa}$) nešto je veći nego kod ploče sa heksaedarskim elementima.



Slika 6.29 Naponsko stanje (fon Mizes) ploče nakon otvaranja prsline (tetraedarski elementi)



Slika 6.30 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon njenog otvaranja
(tetraedri – uvećan prikaz)

U dostupnoj literaturi, međutim, ne mogu se naći vrednosti faktora intenziteta napona dobijene primenom PMKE za dalje širenje prsline nakon „otvaranja“ inicijalnog oštećenja dužine 254mm. U NASGRO bazi standardnih uzoraka postoji primer ploče sa prslinom na sredini, ali se vrednosti faktora intenziteta napona dobijene u NASGRO v4 softveru ne mogu koristiti za verifikaciju rešenja dobijenih primenom PMKE u Abaqus-u, jer NASGRO za proračun koristi ploču beskonačne dužine.

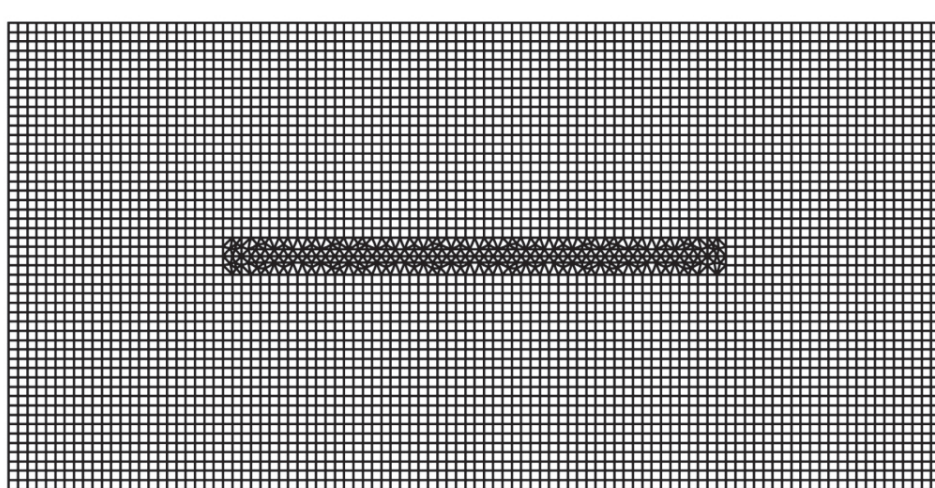


Slika 6.31 Naponsko stanje (fon Mizes) ploče nakon 18 koraka širenja prsline
(heksaedarski elementi)



Slika 6.32 Naponsko stanje (fon Mizes) ploče nakon 18 koraka širenja prsline (tetraedarski elementi)

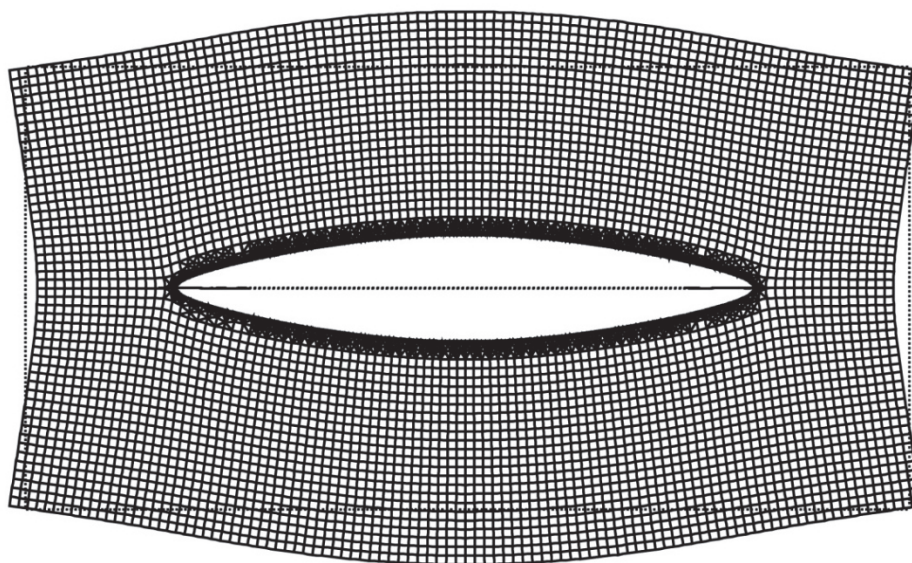
Kao što je pokazano u Poglavlju 4, dimenzije ploče i te kako utiču na tačnost rezultata dobijenih primenom MKE, tako da su za verifikaciju rezultata ovde morale da budu korišćene vrednosti dobijene za 2D model ploče proračunat u FRANC2D/L softveru. Na Slikama 6.31 i 6.32 prikazano je naponsko stanje ploče sa heksaedarskim i tetraedarskim elementima nakon 18 koraka širenja prsline, dok je na Slici 6.33 dat izgled mreže ploče sa centralnom prsline generisane u softveru FRANC2D/L.



Slika 6.33 Izgled mreže elemenata ploče 508x254mm sa centralnom prsline u softveru FRANC2D/L

Model u FRANC2D/L-u opterećen je istim zateznim naponom na krajevima ploče kao i model u Abaqus-u, a primenjeni su i isti granični uslovi i karakteristike materijala (debljina ploče je jedna od njih). Konačan izgled deformisane mreže elemenata na Slici 6.34 potvrdio je da su svi parametri vezani za širenje prsline dobro definisani, jer je mreža veoma slična deformisanim 3D mrežama prikazanim na Slikama 6.31 i 6.32. Oblik prsline prikazan Slikom 6.34 dobijen je nakon 20 koraka propagacije (otvaranje + 19 širenja), pa je samim tim izgled ploče malo drugačiji nego na Slikama 6.31 i 6.32, jer je u 3D simulacijama sprovedeno 18 koraka širenja maksimalne vrednosti 2,5mm u oba vrha prsline.

Konačna dužina prsline je, dakle, kod 3D modela iznosila 339mm, a kod 2D modela 349mm. U obe simulacije (2D i 3D) korišćena je opcija za slobodno širenje prsline, odn. one nisu „prisiljavane“ da se kreću u ravni. Međutim, u sva tri slučaja prsline se širila isključivo u horizontalnoj ravni.



Slika 6.34 Izgled deformisane mreže elemenata u softveru FRANC2D/L nakon 20 koraka širenja prsline

U Tabeli 6.4 date su vrednosti faktora intenziteta napona dobijene simulacijom širenja prsline na ploči sa heksaedarskim elementima, dok su u Tabeli 6.5 date vrednosti dobijene na ploči sa tetraedarskim elementima.

Tabela 6.4 Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I u slučaju modela sa heksaedarskim elementima

Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačaka fronta	Heksaedri					
			Vred. ekviv. faktora int. nap. K_{ekv} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
			Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	254	64	0,2926	0,2823	0,2884	0,2923	0,2822	0,2883
2	259	64	0,3015	0,2944	0,2981	0,3012	0,2942	0,2978
3	264	64	0,3076	0,3056	0,3069	0,3073	0,3055	0,3067
4	269	64	0,3177	0,3143	0,3159	0,3174	0,3142	0,3156
5	274	64	0,3265	0,3238	0,3252	0,3264	0,3236	0,3249
6	279	64	0,3364	0,3332	0,3346	0,3361	0,3332	0,3343
7	284	64	0,3471	0,3427	0,3448	0,3469	0,3427	0,3445
8	289	64	0,3562	0,3534	0,3545	0,3559	0,3533	0,3542
9	294	64	0,3684	0,3632	0,3657	0,3681	0,3631	0,3654
10	299	64	0,3769	0,3739	0,3755	0,3766	0,3735	0,3753
11	304	66	0,3915	0,3848	0,3879	0,3913	0,3847	0,3876
12	309	64	0,4000	0,3956	0,3982	0,3997	0,3952	0,3978
13	314	64	0,4151	0,4082	0,4114	0,4148	0,4080	0,4111
14	319	66	0,4241	0,4196	0,4224	0,4238	0,4194	0,4221
15	324	64	0,4390	0,4332	0,4363	0,4386	0,4330	0,4360
16	329	66	0,4499	0,4472	0,4482	0,4496	0,4469	0,4479
17	334	66	0,4661	0,4596	0,4629	0,4656	0,4594	0,4625
18	339	68	0,5121	0,5048	0,5087	0,5118	0,5046	0,5084

Ono što se može primetiti jeste da su sada **razlike minimalnih i maksimalnih vrednosti** i ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora napona Moda I **značajno manje nego što je to bio slučaj u prvom primeru**, što potvrđuje zaključak da oblik i gustina mreže imaju značajan uticaj na tačnost rezultata dobijenih primenom proširene metode konačnih elemenata.

Kod modela ploče sa centralnom prslinom lakše je napraviti kvalitetnu mrežu elemenata jer ona nema otvor koji je izvor koncentracije napona i oko kojeg se mreža mora pažljivo generisati, da bi se predupredilo dobijanje nerealno visokih ili niskih vrednosti napona.

Tabela 6.5 Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I u slučaju modela sa tetraedarskim elementima

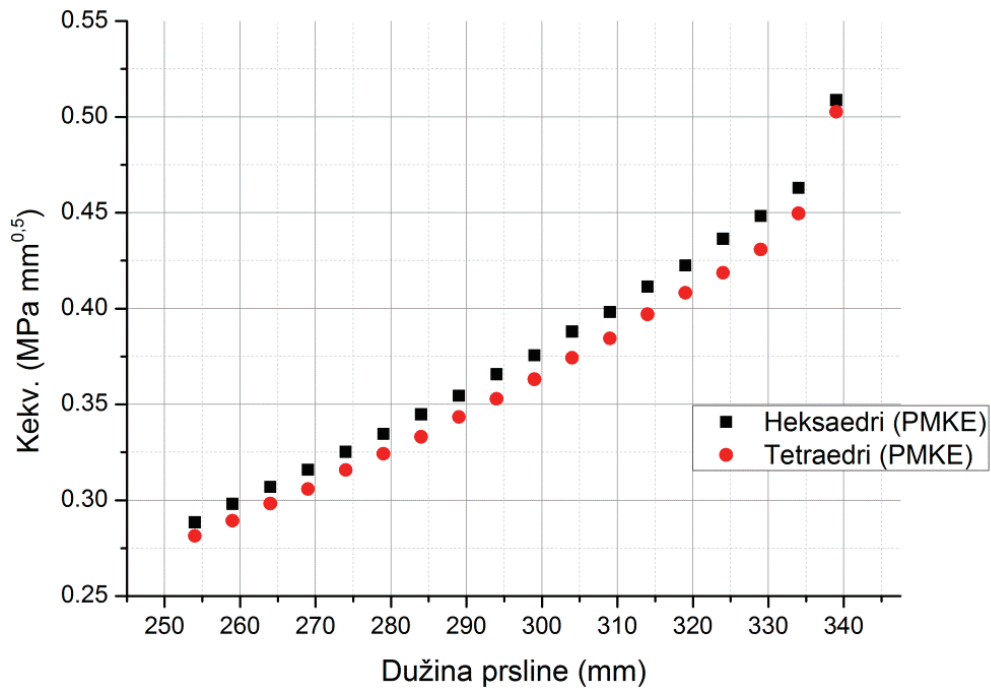
Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačkaka fronta	Tetraedri					
			Vred. ekviv. faktora int. nap. K_{ekv} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
			Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	254	190	0,2871	0,2711	0,2814	0,2870	0,2707	0,2811
2	259	208	0,2927	0,2844	0,2893	0,2925	0,2838	0,2890
3	264	222	0,3006	0,2946	0,2982	0,3008	0,2938	0,2980
4	269	226	0,3074	0,3045	0,3059	0,3087	0,3039	0,3056
5	274	217	0,3194	0,3110	0,3158	0,3193	0,3100	0,3155
6	279	212	0,3259	0,3215	0,3242	0,3259	0,3210	0,3240
7	284	227	0,3348	0,3291	0,3330	0,3342	0,3255	0,3324
8	289	208	0,3460	0,3382	0,3434	0,3456	0,3276	0,3420
9	294	216	0,3543	0,3500	0,3529	0,3544	0,3364	0,3515
10	299	212	0,3688	0,3596	0,3631	0,3640	0,3525	0,3602
11	304	212	0,3794	0,3701	0,3743	0,3753	0,3649	0,3721
12	309	199	0,3938	0,3814	0,3845	0,3871	0,3810	0,3831
13	314	203	0,4026	0,3934	0,3970	0,3982	0,3906	0,3955
14	319	184	0,4120	0,3960	0,4082	0,4126	0,3908	0,4069
15	324	155	0,4223	0,4136	0,4186	0,4216	0,4066	0,4167
16	329	152	0,4354	0,4246	0,4308	0,4351	0,4232	0,4301
17	334	126	0,4566	0,4453	0,4496	0,4547	0,4405	0,4476
18	339	107	0,5122	0,4951	0,5026	0,5110	0,4953	0,5025

Vrednosti iz Tabele 6.4 pokazuju da je na mreži sa heksaedrima broj tačkaka fronta u kojima su računane vrednosti K_{ekv} i K_I skoro sve vreme bio

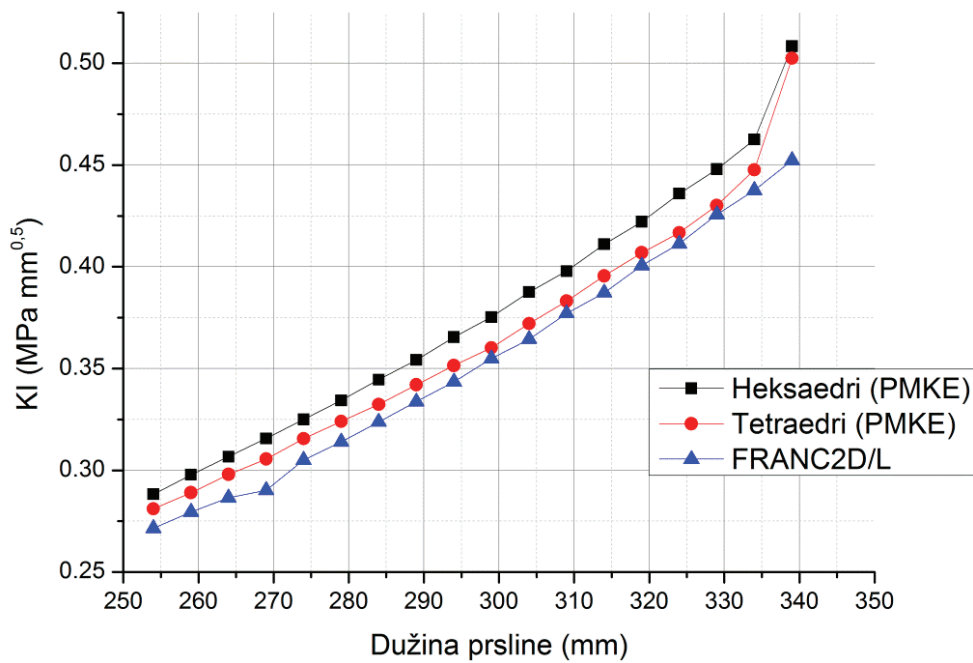
konstantan i da je iznosio 64 (u par koraka bio je nešto veći, 66 i 68), te da su izračunate **srednje vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I u svim koracima skoro identične**. To pokazuje da su vrednosti faktora intenziteta napona Modova II i III ili bile zanemarljivo male ili negativne, odnosno da se ovi modovi uopšte ne javljaju tokom širenja prsline. I zaista, uvidom u datoteke u kojima Abaqus čuva sve izračunate vrednosti tokom koraka širenja, pronađeno je dovoljno argumenata za potvrdu prethodnog zaključka.

Analizom vrednosti u Tabeli 6.5 (slučaj ploče sa tetraedarskim elementima) dolazi se do istog zaključka kao u slučaju ploče sa heksaedarskim elementima: razlika **srednjih vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I u svim koracima skoro je zanemarljiva**, što ukazuje na odsustvo Modova II i III tokom širenja prsline. Za razliku od ploče sa heksaedrima, broj tačaka fronta na ploči sa tetraedrima je od koraka do koraka stalno rastao, od 254 tačke (koliko je bilo u početku) do 339 tačaka (koliko ih je bilo u poslednjoj propagaciji). Ranije je pretpostavljeno (prethodni primer) da je to posledica samog oblika tetraedarskog elementa kroz koji se prsline širi, a ovde može biti pomenuta još jedna činjenica koja dodatno pojašnjava veliku razliku u brojevima tačaka na frontu: broj konačnih elemenata na ploči sa tetraedrima znatno je veći nego broj elemenata na heksaedarskoj ploči – 917880 naspram 128190, što je odnos veći od 7:1.

Grafik na Slici 6.35 pokazuje da su razlike vrednosti ekvivalentnih faktora intenziteta napona dobijene na pločama sa ova dva tipa elemenata skoro zanemarljive, mada je vidljivo da su vrednosti dobijene na tetraedarskoj ploči u svim koracima niže od onih na heksaedarskoj ploči. Uzimanjem u obzir i rezultata dobijenih pomoću softvera FRANC2D/L, moguće je nacrtati novi dijagram (Slika 6.36) koji pokazuje da su vrednosti faktora intenziteta napona dobijene 2D analizom nešto niže od vrednosti dobijenih i pomoću heksaedarskih i pomoću tetraedarskih elemenata.



Slika 6.35 Grafik promene vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona na 3D ploči sa centralnom prslinom za različite tipove konačnih elemenata



Slika 6.36 Grafik promene vrednosti faktora intenziteta napona Moda I na 3D ploči sa centralnom prslinom (heksaedarski i tetraedarski elementi, Abaqus) i 2D ploči (FRANC2D/L)

Vrednost faktora intenziteta napona Moda I nakon otvaranja prsline dobijena u FRANC2D/L softveru iznosila je $0,2715MPamm^{0,5}$, što je blisko teorijskoj vrednosti $0,26108MPamm^{0,5}$ dobijenoj pomoću formule (6.1). Tokom širenja prsline u FRANC2D/L softveru vrednost K_I je kontinualno rasla i – za razliku od ploča sa heksaedarskim i tetraedarskim elementima – u 18 koraku nije došlo do naglog skoka vrednosti (Slika 6.36). Skok vrednosti K_I na 3D pločama je posledica činjenice da je prsline na njima izašla iz oblasti velike gustine mreže, što je još jedan prilog tezi da je **kvalitet mreže od presudnog značaja kada je tačnost rezultata simulacije u pitanju**.

Konačno, u Tabeli 6.6 dat je uporedni prikaz vrednosti K_I dobijenih u softveru FRANC2D/L i Abaqus-u na ploči sa tetraedrima, koji su dali približnije rezultate od heksaedara (a što je posledica i znatno većeg broja konačnih elemenata generisanih na tetraedarskoj ploči). Kao što se u Tabeli 6.6 može videti, razlike u vrednostima K_I po koracima nisu velike (od 1,04% do 5,29%), sa izuzetkom poslednjeg koraka (11,10%) koji je već objašnjen (izlazak prsline iz oblasti velike gustine elemenata). Dobijene vrednosti definitivno pokazuju da se i 3D simulacijom – ako je generisana mreža kvalitetna – mogu dobiti dovoljno dobre vrednosti faktora intenziteta napona, koje se potom mogu koristiti u određivanju broja ciklusa koji će prsline od inicijalne dužine proširiti do njene konačne veličine.

Procenu broja ciklusa moguće je dobiti i u okviru Abaqus-a koji, na osnovu izračunatih vrednosti K_{ekv} po koracima i unetih vrednosti Parisovog koeficijenta (n), Parisovog eksponenta (C) i odnosa napona (R) izračunava broj ciklusa primenom modifikovanog Parisovog zakona širenja prsline, datog jednačinom (3.35). U slučaju centralne prsline na ploči 508×254 mm usvojena je vrednost eksponenta $n=2,26$ i vrednost koeficijenta $C=7,526 \cdot 10^{-11}$ koje odgovaraju čeliku oznake HP-9-4-20 190-210 UTS; GTA Weld+SR iz NASGRO baze. Za odnos minimalnog i maksimalnog napona usvojena je vrednost $R=-1$.

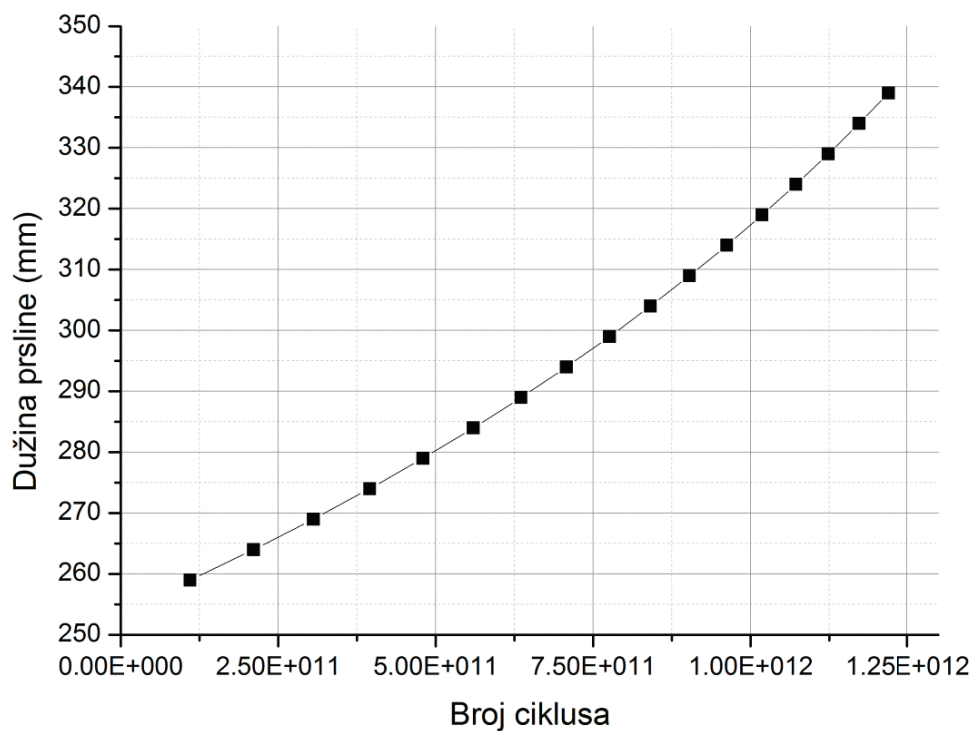
Tabela 6.6 Uporedni prikaz vrednosti faktora intenziteta napona Moda I za 3D ploču sa tetraedarskim elementima (Abaqus) i 2D ploču (FRANC2D)

Dužina prslina (mm)	FRANC2D	Abaqus (3D) tetraedri	Razlika (%)
	K_I (MPa mm ^{0,5})		
254	0,2715	0,2811	3,54%
259	0,2795	0,2890	3,41%
264	0,2865	0,2980	4,01%
269	0,2902	0,3056	5,29%
274	0,305	0,3155	3,45%
279	0,314	0,3240	3,19%
284	0,3238	0,3324	2,65%
289	0,3337	0,3420	2,50%
294	0,3435	0,3515	2,32%
299	0,3549	0,3602	1,50%
304	0,3644	0,3721	2,10%
309	0,3771	0,3831	1,60%
314	0,3873	0,3955	2,12%
319	0,4006	0,4069	1,58%
324	0,4113	0,4167	1,32%
329	0,4257	0,4301	1,04%
334	0,4376	0,4476	2,30%
339	0,4523	0,5025	11,10%

Grafik na Slici 6.37 pokazuje da je potreban izuzetno veliki broj ciklusa (reda veličine $1 \cdot 10^{11}$) da prslinu sa početne dužine od 254mm proširi na 259mm, dok je za dostizanje ukupne dužine od 339mm neophodno više od $1,2 \cdot 10^{12}$ ciklusa. Ovakav rezultat nije neočekivan jer je u proračunu korišćena veoma niska vrednost zateznog napona (samo 0,00689MPa).

Interesantno je pomenuti da je softver NASGRO za identičan model ploče, samo beskonačne dužine, prilikom pokušaja širenja prslina prikazao

poruku „prslina ne raste“, pa je kao rezultat dao broj ciklusa jednak nuli. To, takođe, potvrđuje da je primenjeno opterećenje veoma malo i da će se pod njim prslina proširiti za par milimetara tek nakon jako velikog broja ciklusa.

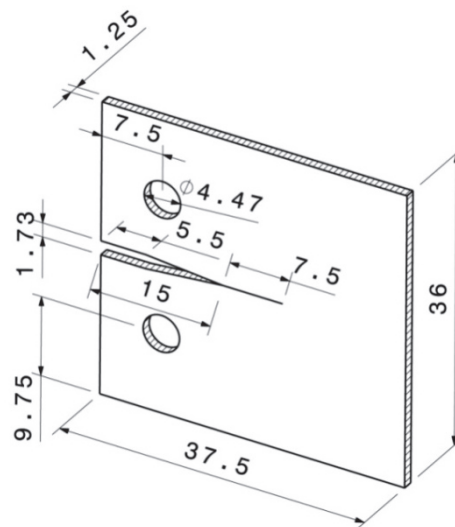


Slika 6.37 Grafik promene dužine prsline (heksaedarski elementi, Abaqus) sa brojem ciklusa opterećenja

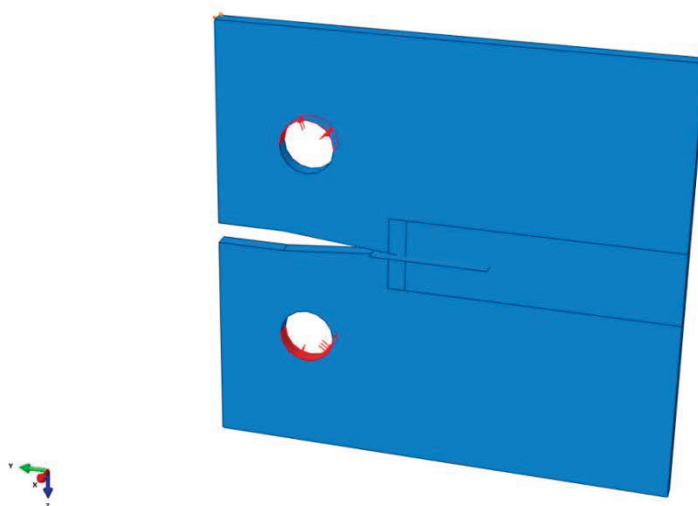
Merodavnu vrednost broja ciklusa, međutim, moguće je dobiti samo testiranjima na zamor, o čemu će više reči biti u Poglavlju 7. Pre toga će se tačnost vrednosti faktora intenziteta napona koje daje PMKE proveriti kroz simulacije širenja prslina na još nekoliko 3D modela.

6.3 3D simulacija širenja prsline na standardnoj CT epruveti male debljine

Na Slici 6.38 prikazane su dimenzije standardne CT epruvete debljine 1,25mm na osnovu kojih je napravljen model sa inicijalnom prslinom u softveru CATIA v5, koji je zatim – kao i u prethodnim primerima – izvezen u Abaqus. Inicijalna prslina je dužine 7,5mm, a na otvorima epruvete primenjen je napon vrednosti 35,777MPa na površinama označenim na Slici 6.39.



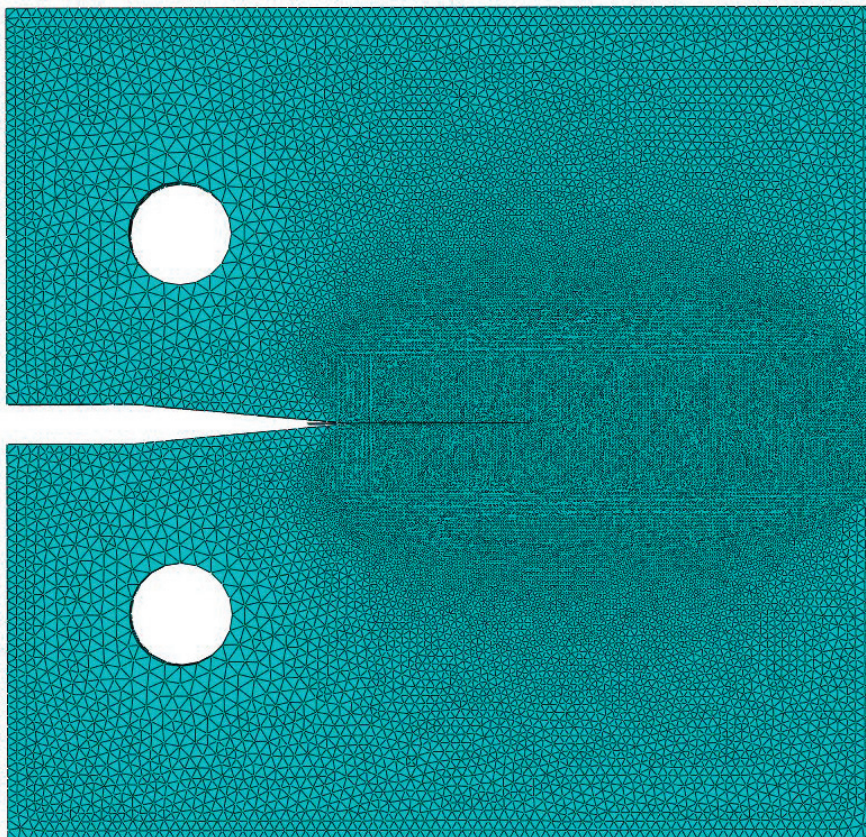
Slika 6.38 Dimenzije CT epruvete korišćene u simulaciji širenja prsline početne dužine 7,5mm



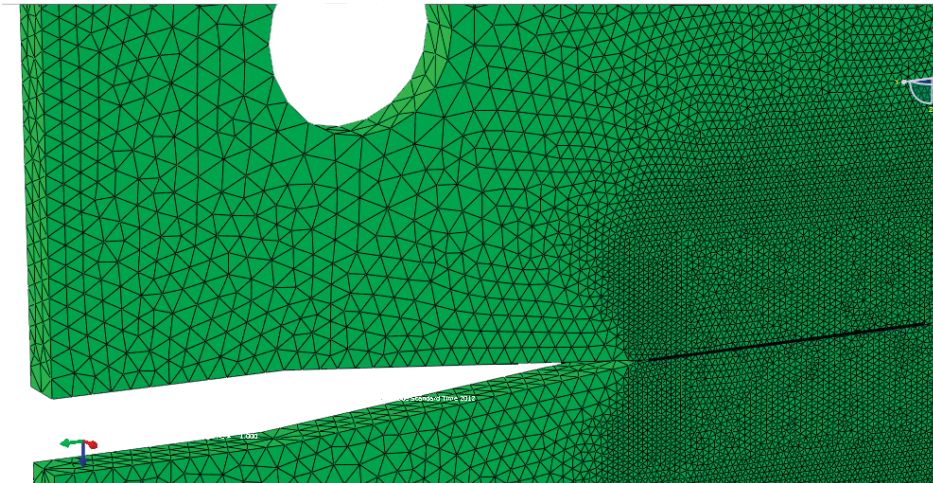
Slika 6.39 Model CT epruvete sa opterećenjem korišćenim u simulaciji širenja prsline (Abaqus model)

U Abaqus-u su definisane karakteristike materijala CT epruvete (Jangov moduo elastičnosti 206800 MPa i Puasonov koeficijent 0,3) i generisana je mreža za koju su korišćeni tetraedarski konačni elementi (Slika 6.40). Model sa heksaedarskim elementima ovog puta nije razmatran. Mreža prikazana Slikom 6.40 sastojala se od 756985 elemenata.

Kao i u prethodnim primerima, mreža je značajno usitnjena u pravcu prostiranja prsline, što se – pored položaja inicijalne prsline – može videti na Slici 6.41. Rast prsline simuliran je u ukupno sedam koraka (otvaranje i šest koraka širenja), pri čemu je u svakom koraku nakon otvaranja maksimalno proširenje prsline iznosilo 0,5mm (radi se o maksimalnom pomeranju tačaka fronta). Ovog puta je – za razliku od prethodnih primera – forsirano širenje prsline u jednoj ravni.

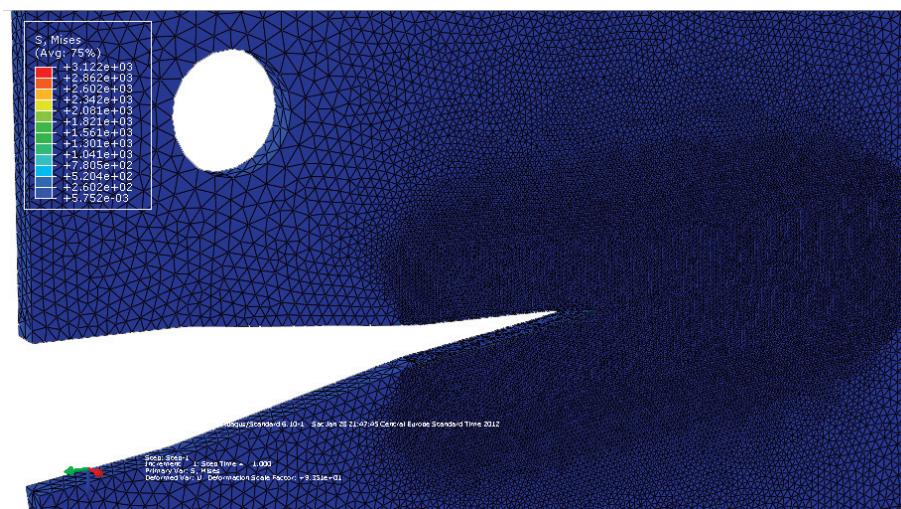


*Slika 6.40 Mreža konačnih elemenata modela CT epruvete dimenzija 37,5×36mm
(tetraedarski elementi)*



Slika 6.41 Inicijalna prslina dužine 7,5mm na vrhu zareza CT epruvete dimenzija 37,5×36mm

Na Slikama 6.42 i 6.43 prikazano je naponsko stanje oko prsline nakon njenog otvaranja i nakon šestog (poslednjeg) koraka širenja. Maksimalne vrednosti fon Mizes napona u tačkama vrha prsline i neposredno oko vrha bile su jako visoke i u prvom i u poslednjem koraku (preko 3000MPa), dok vrednosti u ostalim tačkama mreže CT epruvete ne prelaze 260MPa. Ovakva raspodela vrednosti je očekivana, jer je početni zarez na CT epruveti (u ovom slučaju dužine 15mm) izvor visoke koncentracije napona, pa se moglo pretpostaviti da će prslina koja se iz njega širi relativno brzo rasti.



Slika 6.42 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon njenog otvaranja

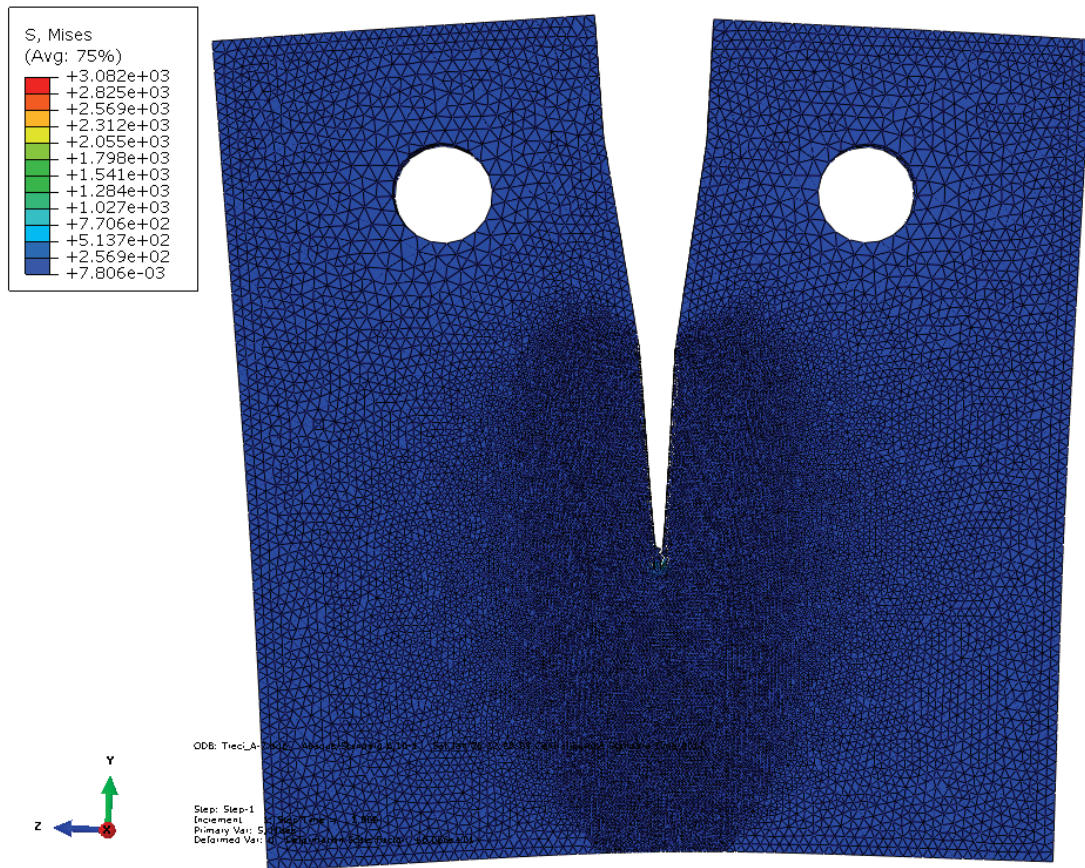


Slika 6.43 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 6 koraka širenja

Slika 6.44 daje nešto jasniju sliku o tome kako je CT epruveta izgledala na kraju simulacije rasta prsline, koja je okončana u sedmom koraku jer je u nekoliko tačaka fronta dobijena negativna vrednost faktora intenziteta napona K_I (crvenom bojom označena u Tabeli 6.7). Negativna vrednost K_I znači da se pomeranja nekih tačaka fronta presecaju, pa se zbog preklapanja površina prsline neki njeni delovi zatvaraju. Tada je dalje širenje jedinstvenog fronta onemogućeno. Ovakva situacija ($K_I < 0$) javlja se i u slučajevima kada su naponi ispred fronta pritisni, pa je i tada dalje širenje fronta nemoguće.

Do rezultata kao u Tabeli 6.7 obično dolazi kada se forsira širenje prsline u određenoj ravni i/ili pravcu, što ovde i jeste bio slučaj. Međutim, onda se postavlja pitanje koliko su verodostojne vrednosti faktora intenziteta napona dobijene pre nego što je širenje prsline stalo i mogu li se one koristiti u procenama veka strukture izložene zamoru. Odgovor na ova pitanja pruža poređenje vrednosti dobijenih u Abaqus-u i NASGRO rešenja za CT epruvetu.

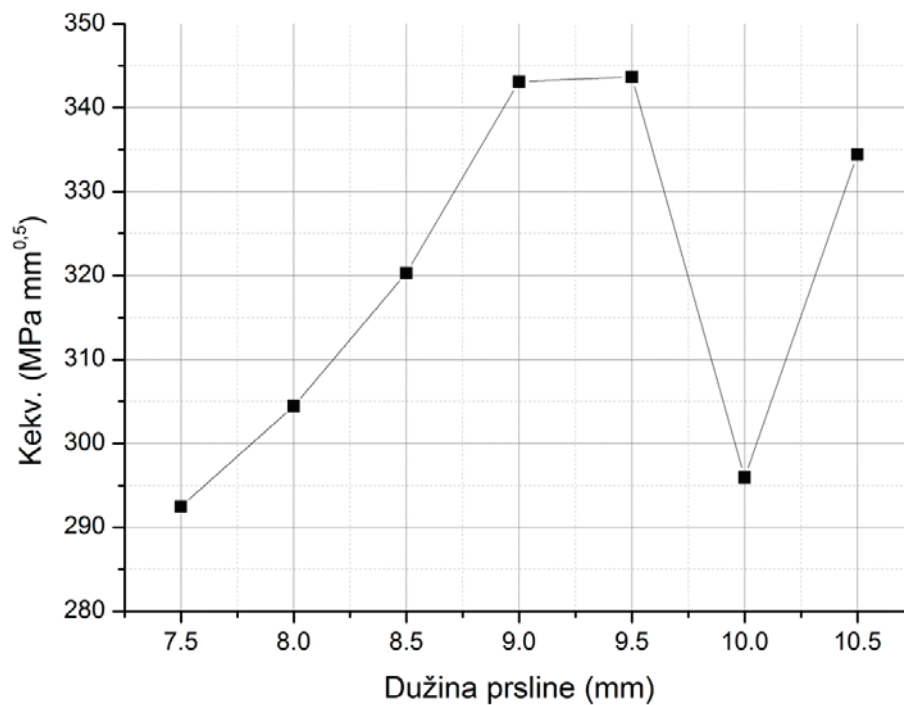
Pre prikaza NASGRO rešenja, na Slici 6.45 dat je grafik promene vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona tokom širenja prsline.



Slika 6.44 Naponsko stanje (fon Mizes) ploče nakon 6 koraka širenja

Tabela 6.7 Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I CT epruvete tokom 7 koraka simulacije (tetraedarski elementi)

Korak	Dužina prslina (mm)	Broj tačaka fronta	Tetraedri					
			Vred. ekviv. fakt. int. nap. K_{ekv} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
			Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	7,5	30	294,38	289,33	292,50	294,04	288,29	292,19
2	8	44	307,30	301,65	304,46	307,37	301,77	304,54
3	8,5	33	323,78	317,49	320,32	322,79	314,01	319,67
4	9	31	369,23	334,90	343,12	395,86	328,37	342,56
5	9,5	38	364,80	281,60	343,67	360,32	221,17	322,70
6	10	64	355,40	249,56	295,94	333,01	145,71	232,75
7	10,5	62	926,54	292,83	334,42	296,26	-882,29	195,19



Slika 6.45 Grafik promene vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona sa dužinom prsline na CT epruveti

Ulazni podaci za NASGRO model CT epruvete (oznake SS02) su rastojanje od ivice epruvete do centra otvora W , debljina ploče B , prečnik otvora D i vrednost sile P koja deluje u otvorima (Slika 6.46). Napon S_3 (koji NASGRO računa po formuli $S_3 = P/BD$) jednak je 35,777MPa (vrednost korišćena u Abaqus 3D simulaciji), što - uzimajući u obzir dimenzije CT epruvete - znači da je vrednost primenjene sile približno 200N. Intenzitet sile P potreban je da bi se odredila analitička vrednost faktora intenziteta napona K_I CT epruvete prilikom otvaranja prsline, koja je data relacijom [91]:

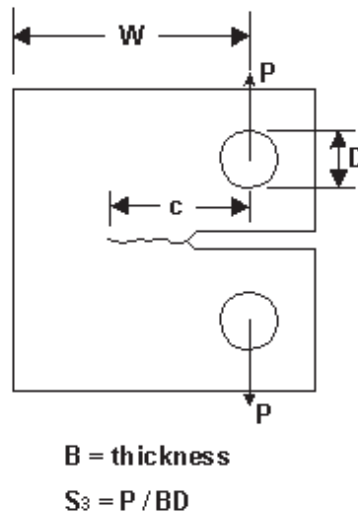
$$K_I^{(teor.)} = \frac{P \cdot Y(c/w)}{B \cdot w^{1/2}} \quad (6.3)$$

Bezdimenziona korekciona funkcija $Y(c/w)$ u (6.3) sledećeg je oblika:

$$Y(c/w) = 39,7 \left(\frac{c}{w}\right)^{\frac{1}{2}} - 294 \left(\frac{c}{w}\right)^{\frac{3}{2}} + 1118 \left(\frac{c}{w}\right)^{\frac{5}{2}} - 1842 \left(\frac{c}{w}\right)^{\frac{7}{2}} + 1159 \left(\frac{c}{w}\right)^{\frac{9}{2}} \quad (6.4)$$

pri čemu važi $0,3 \leq \left(\frac{c}{w}\right) \leq 0,7$.

SS02



Slika 6.46 Compact Tension (CT) standardni uzorak (NASGRO baza): $D=4,47\text{mm}$;
 $W=30\text{mm}$; $B=1,25\text{mm}$; $S_3=35,777\text{MPa}$

U slučaju CT epruvete koja je proračunavana u Abaqus-u odnos c/w iznosi $15/30$, tj. $c/w=0,5$ što znači da je $Y(0,5) = 10,1734988$. Kada se vrednost korekcionne funkcije Y uvrsti u izraz (6.3) sa ostalim vrednostima, dobija se teorijska vrednost faktora intenziteta napona Moda I:

$$K_I^{(teor.)} = \frac{200\text{N} \cdot 10,1734988}{1,25\text{mm} \cdot (30\text{mm})^{1/2}} = 297,187\text{MPamm}^{0,5} \quad (6.5)$$

Iz Tabele 6.7 se vidi da je srednja vrednost K_I – izračunata kao prosečna vrednost trideset faktora intenziteta napona Moda I u tačkama na frontu početne prsline – vrlo bliska rezultatu (6.5) i da iznosi $292,196\text{MPamm}^{0,5}$, što opravdava upotrebu PMKE-a i kod tankih modela strukture, ako ni za šta drugo, a ono bar za određivanje početne vrednosti K_I .

Proračun sproveden u softveru NASGRO, čiji su rezultati dati u Tabeli 6.8, za početnu vrednost K_I daje $282,024\text{MPamm}^{0,5}$ što je niže i od vrednosti koju je dao Abaqus i od teorijske vrednosti. Međutim, ova razlika nije toliko velika (u odnosu na Abaqus rešenje ona iznosi 3,48% – što se vidi u poslednjoj

koloni Tabele 6.9), a i u sledeća tri koraka širenja NASGRO i Abaqus daju vrednosti koje se, sa inženjerskog stanovišta, bitno ne razlikuju.

Ali, već u koraku 5 (četvrto širenje prsline) razlika vrednosti je oko 9%, da bi u šestom i sedmom koraku došlo do drastičnih odstupanja (i preko 100%). Simulacija rasta prsline u Abaqus-u je stala nakon sedmog koraka zbog pojave negativnih vrednosti K_I , što je verovatno posledica uticaja kako oblika 3D elemenata kroz koje se prsline širila, tako i činjenice da je forsirano širenje prsline u jednoj ravni (što, očigledno, nije moguće u potpunosti ostvariti).

Tabela 6.8 Vrednosti faktora intenziteta napona Moda I CT uzorka tokom 7 koraka širenja prsline (NASGRO rešenje)

STRESS INTENSITY SOLUTION CHECK FOR SS02

DATE: 19-Feb-12 TIME: 19:41:52
(NASGRO Version 4.02, September 2002.)
SI units [mm, MPa, MPa sqrt(mm)]

Hole Diameter, D = 4.4700
Thickness, B = 1.2500
Edge to Hole Ctr, W = 30.0000

S3: Avg Bearing Stress
S3 = 35.78

Material Yield Stress = 1276.00

c	: K	: Snet	: Sn/Sy
15.0000	: 282.0243	: 81.667	: 0.064
15.5000	: 297.1367	: 87.861	: 0.068
16.0000	: 313.6633	: 94.746	: 0.074
16.5000	: 331.8127	: 102.430	: 0.079
17.0000	: 351.8295	: 111.038	: 0.086
17.5000	: 374.0019	: 120.723	: 0.093
18.0000	: 398.6716	: 131.670	: 0.103

Tabela 6.9 Uporedni prikaz vrednosti faktora intenziteta napona Moda I za 3D CT uzorak sa tetraedarskim elementima (ABAQUS) i 2D CT uzorak (NASGRO)

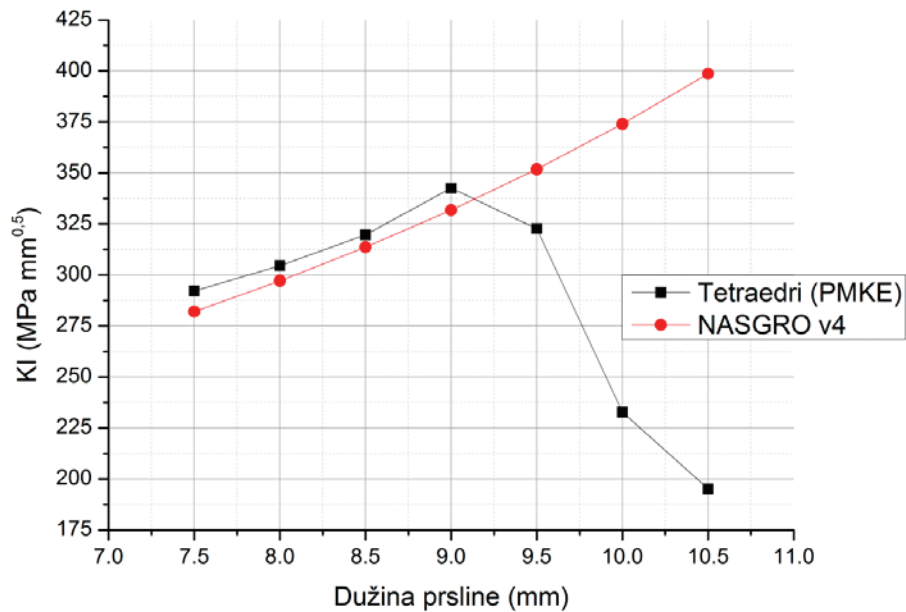
Dužina prsline (mm)	NASGRO	Abaqus (3D) tetraedri	Razlika (%)
	K_I (MPa mm ^{0,5})		
7,5	282,0243	292,196	3,48%
8	297,1367	304,548	2,43%
8,5	313,6633	319,670	1,88%
9	331,8127	342,562	3,14%
9,5	351,8295	322,703	9,03%
10	374,0019	232,758	60,68%
10,5	398,6716	195,193	104,25%

Grafik na Slici 6.47 još bolje ilustruje upravo izneta opažanja – pad vrednosti K_I na modelu CT epruvete u Abaqus-u jasno je vidljiv nakon četvrtog koraka. Grafik pokazuje i da su vrednosti K_I dobijene u Abaqus-u bile nešto više od vrednosti koje je dao NASGRO u prva četiri koraka simulacije.

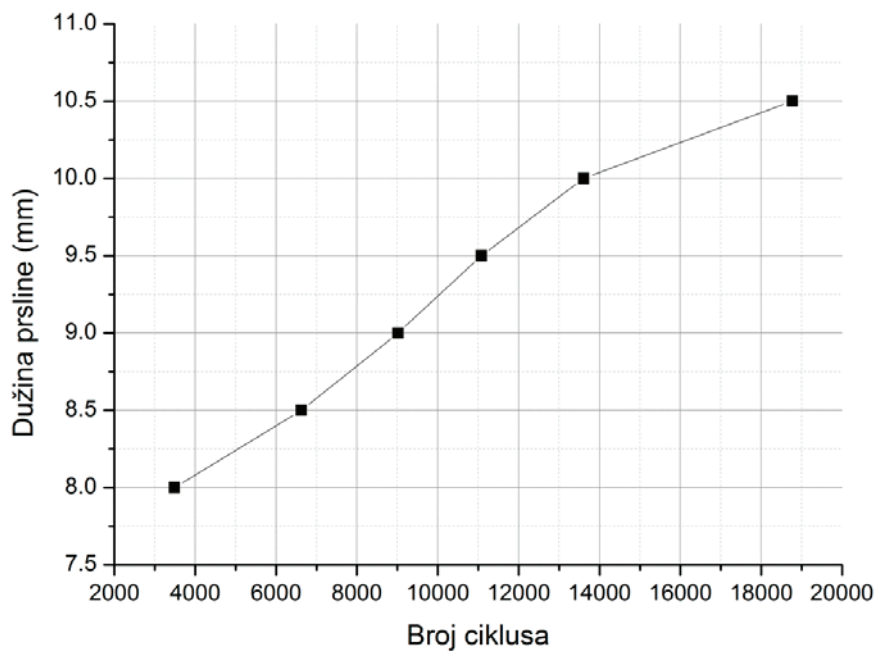
Konačno, na Slici 6.47 dat je broj ciklusa naizmjeničnog opterećenja ($R=-1$) maksimalne vrednosti 35,777MPa koji će početnu prslinu dužine 7,5mm proširiti do konačne dužine od 10,5mm. Kao i u prethodnom primeru (odjeljak 6.2), u proračunu je korišćen čelik oznake HP-9-4-20 190-210 UTS sa vrednostima eksponenta $n=2,26$ i Parisovog koeficijenta $C=7,526 \cdot 10^{-11}$ koje je bilo potrebno uneti u Abaqus.

Na Slici 6.48 može se uočiti da je potreban broj ciklusa relativno mali (nešto više od 18000), ali i da je u prvim koracima širenja bio potreban manji broj ciklusa da se prslina proširi za zadanu dužinu, u odnosu na broj ciklusa u kasnijim koracima (gradijent krive je kasnije – što se na Slici 6.47 može videti – nešto manji). To znači da je u simulaciji došlo do blagog usporavanja rasta prsline, što se vidi i po manjim vrednostima K_I od petog do sedmog koraka. Dobijene vrednosti broja ciklusa se, naravno, moraju uzeti sa rezervom i jedino

ispitivanje prave epruvete opterećene silama od 200N može pružiti odgovor na pitanje koliko je proračunski broj ciklusa blizak realnom broju.



Slika 6.47 Grafik promene vrednosti faktora intenziteta napona Moda I sa dužinom prsline na 3D modelu CT uzorka (tetraedarski elementi, Abaqus) i 2D modelu CT uzorka (NASGRO rešenje)



Slika 6.48 Grafik promene dužine prsline sa brojem ciklusa opterećenja (tetraedarski elementi)

Iako simulacija širenja prsline na CT epruveti nije u potpunosti uspela jer se prsline nije proširila više od 3mm (mada je glavni uzrok tome forsiranje širenja u horizontalnoj ravni iz razloga poređenja vrednosti K_I sa NASGRO rešenjima), ova 3D simulacija jednog tipičnog 2D problema pokazuje da se primenom PMKE mogu dobiti zadovoljavajuće vrednosti faktora intenziteta napona pri otvaranju prsline, kao i tokom prvih nekoliko koraka širenja na tankim epruvetama. S obzirom da je softverski sprečeno širenje prsline u pravcu koji predviđa jednačina (5.37), prsline bi se proširila na veću dužinu da je dozvoljen slobodan rast, ali bi tada ona skrenula sa horizontalnog pravca u kojem NASGRO predviđa širenje.

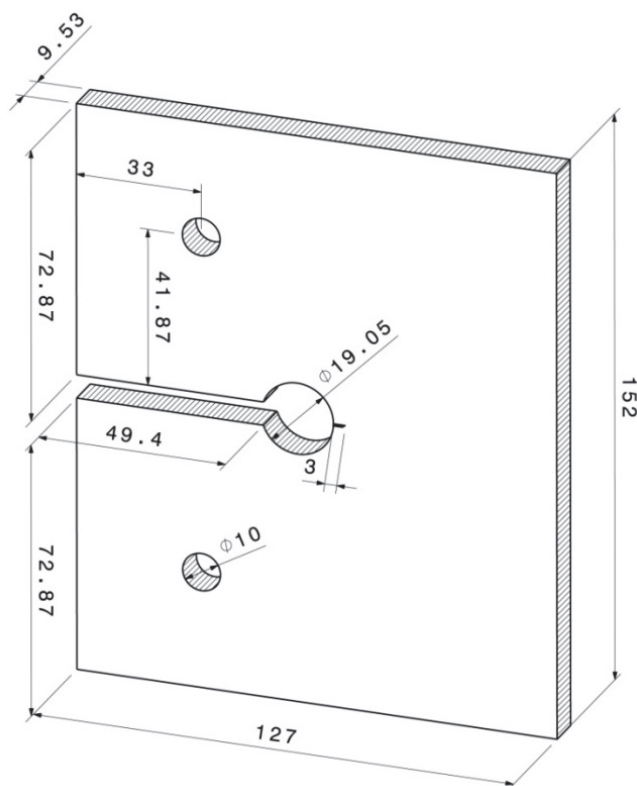
To potvrđuju vrednosti u Tabeli 6.7, u kojoj se vidi da su tokom prvih nekoliko koraka širenja prsline srednje vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona skoro jednake srednjim vrednostima faktora intenziteta napona Moda I (što je uočeno i u ranijim primerima), a da onda počinju da odstupaju, što sugerise da dolazi do povećavanja vrednosti faktora intenziteta napona drugih modova (u ovom konkretnom slučaju – Moda III). U poslednjem, sedmom koraku dolazi i do velikih oscilacija vrednosti K_{ekv} duž fronta prsline (maksimalna iznosi $926,54MPamm^{0,5}$, a minimalna $292,83MPamm^{0,5}$) što ukazuje i na problem sa mrežom tetraedara, koju je teško dobro generisati oko oštrog vrha zareza na modelu veoma male debljine.

Generalni zaključak koji bi se na osnovu ovog primera mogao izvesti glasi: **u slučajevima tankih nosećih struktura opterećenih u svojoj ravni, upotreba 3D modela je nepotrebna, pa je vrednosti faktora intenziteta napona bolje potražiti pomoću softvera za 2D analizu, kao što su FRANC2D/L i/ili NASGRO.**

6.4 3D simulacija širenja prsline iz otvora ploče sa prorezom konačnih dimenzija

U ovom primeru reč je o nestandardnoj epruveti za koju ne postoji definisana teorijska vrednost faktora intenziteta napona u vrhu inicijalne prsline i koja nije deo NASGRO baze uzoraka. Iz ovih razloga, tačnost vrednosti dobijenih 3D simulacijom u Abaqus-u biće proverena njihovim upoređivanjem sa vrednostima dobijenim u softveru FRANC2D/L koji – kao što je pokazano – daje vrednosti bliske teorijskim i NASGRO vrednostima (naravno, pod uslovom da su granični uslovi, operećenja i mreža konačnih elemenata u FRANC2D/L definisani na ispravan način).

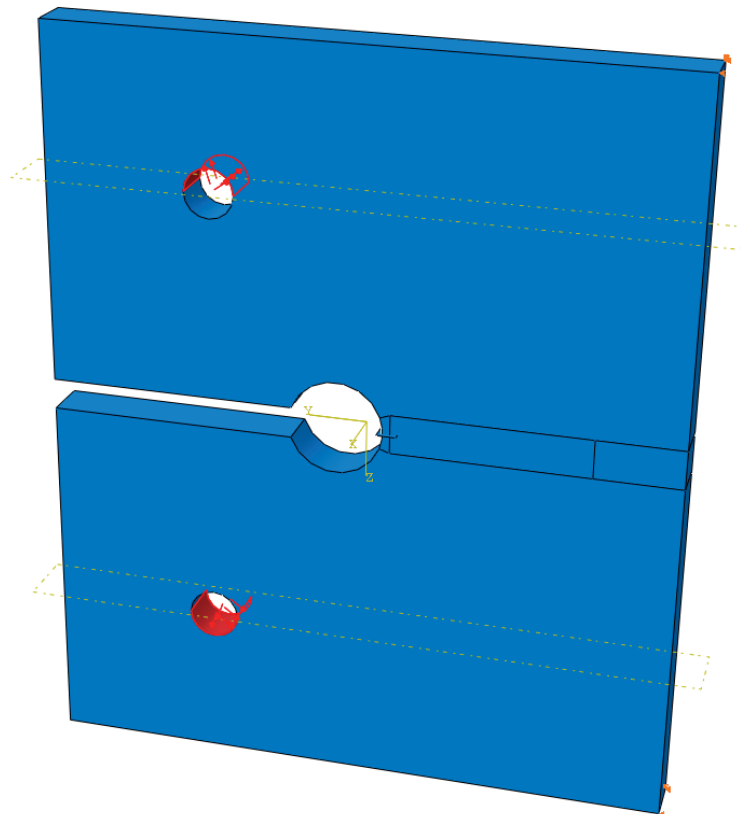
Osnovna svrha ovog primera je da pokaže da se za verifikaciju rezultata dobijenih proširenim metodom konačnih elemenata na trodimenzionalnom modelu nešto kompleksnije geometrije može uspešno koristiti i klasična metoda konačnih elemenata.



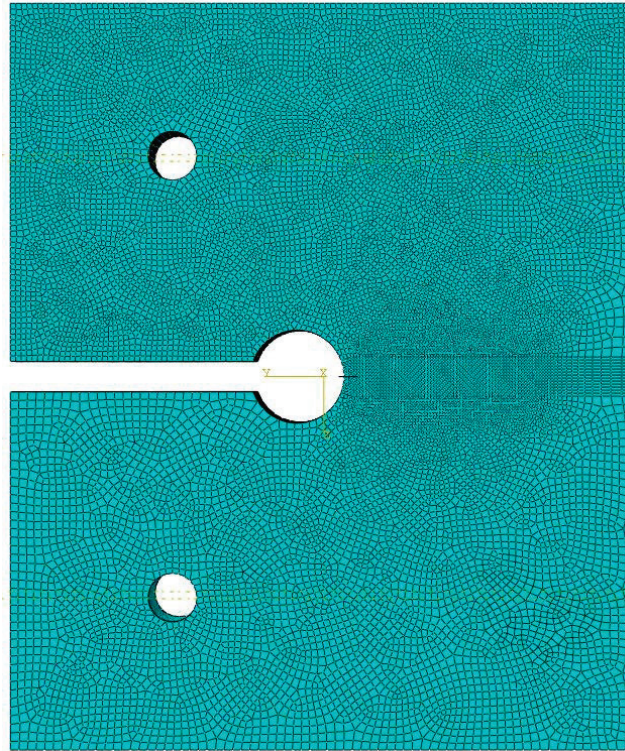
Slika 6.49 Dimenzije ploče korišćene u simulaciji širenja prsline početne dužine 3mm

Dimenzije epruvete (ploče) sa inicijalnom prslinom, koja je bila predmet 3D simulacije u Abaqus-u, date su na Slici 6.49. Ova ploča donekle je slična onoj iz primera u odeljku 6.1, ali na njoj postoji i centralni „kanal“ (prorez) širine 6,26mm, pri čemu opterećenja nisu uneta na krajevima ploče, već preko dva simetrično postavljena otvora prečnika 10mm. Model ploče sa prslinom je definisan u softveru CATIA v5, odakle je izvezen u Abaqus (Slika 6.50).

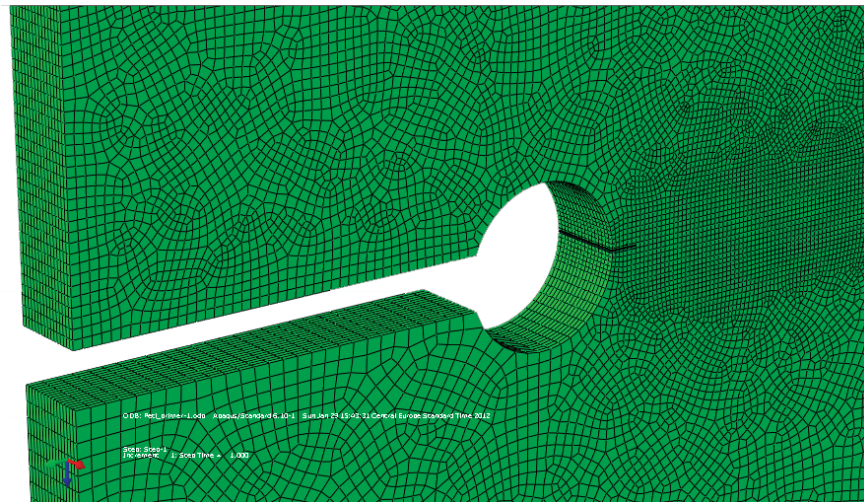
Inicijalna prslina na otvoru dužine je 3mm, a materijal ploče je čelik Jangovog modula elastičnosti 206000 MPa i Puasonovog koeficijenta 0,3. Usvojeno je da u otvorima deluju sile od po 10kN, ili u jedinicama pritiska 104,93MPa. U proračunu je korišćena mreža konačnih elemenata sastavljena od heksaedara, pri čemu je u pretpostavljenom pravcu širenja prsline generisan znatno veći broj čvorova. Konačan model korišćen u proračunu (prikazan na Slici 6.51) imao je 261824 elementa.



*Slika 6.50 Model ploče sa otvorom i prorezom izložene konstantnom naponu
(Abaqus model)*



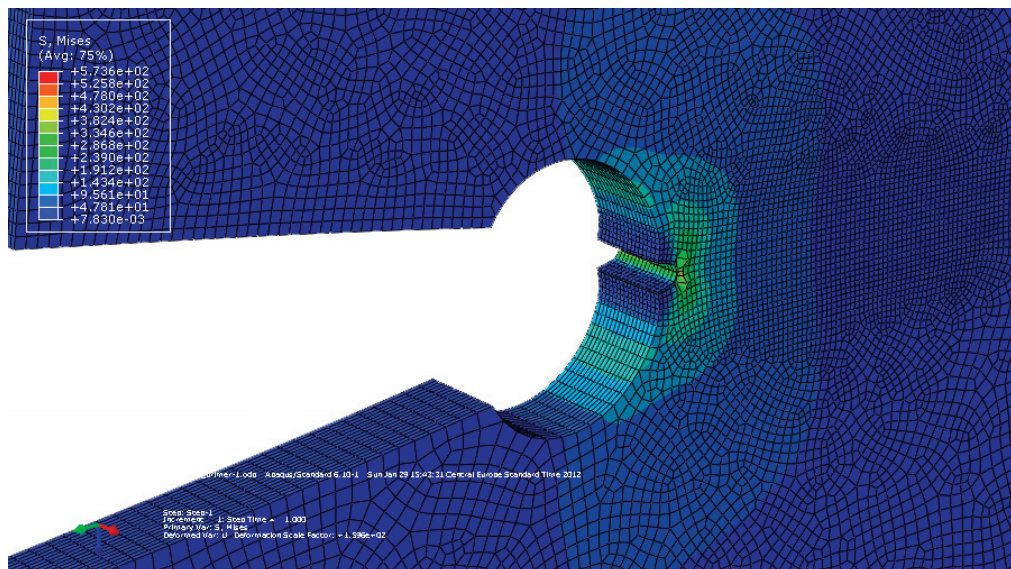
Slika 6.51 Mreža konačnih elemenata modela ploče $127 \times 152 \text{ mm}$ (heksaedarski elementi)



Slika 6.52 Inicijalna prslina dužine 3mm na otvoru ploče $127 \times 152 \text{ mm}$

Inicijalna prslina postavljena je po sredini centralnog reda heksaedarskih elemenata (Slika 6.52), a naponsko stanje nakon otvaranja prsline pokazalo je da maksimalna vrednost fon Mizes napona u jednom od čvorova fronta iznosi $573,6 \text{ MPa}$ (Slika 6.53). Ova vrednost će kasnije biti upoređena sa vrednošću

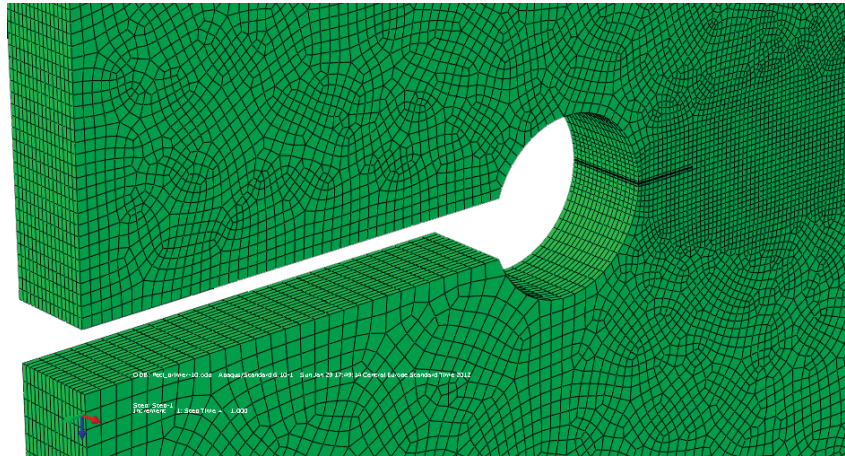
napona dobijenom u FRANC2D/L-u nakon otvaranja prsline, da bi se proverilo koliko su trodimenzionalni i dvodimenzionalni model saglasni.



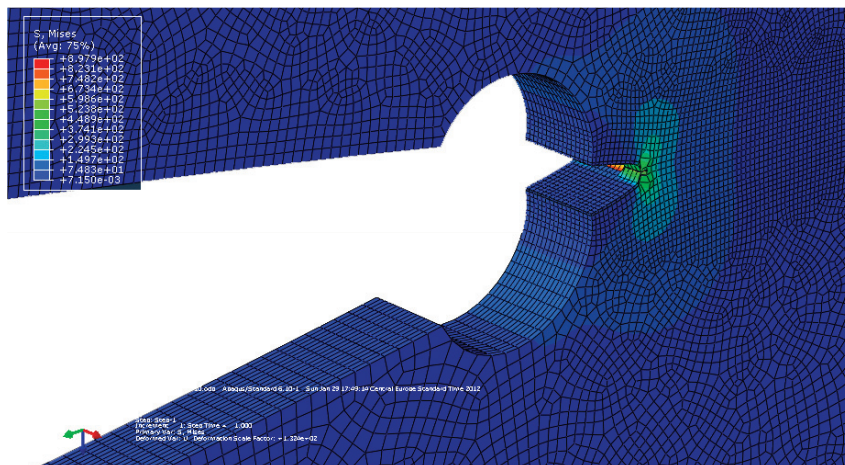
Slika 6.53 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon njenog otvaranja

Rast prsline u Abaqus-u simuliran je tokom deset koraka – otvaranje prsline i devet širenja od po 0,5mm nakon otvaranja. Konačna dužina prsline iznosila je 7,5mm i kao što se na Slici 6.54 može videti, prslina se sve vreme prostirala u ravni veoma bliskoj horizontalnoj. Uvidom u vrednosti dobijene numeričkom simulacijom (predstavljene u Tabeli 6.10), dobija se potvrda da se prslina prostirala u jednoj ravni, jer je broj tačaka fronta tokom 8 koraka bio nepromenjen (32 tačke), dok je u dva koraka bio malo viši (34 tačke). Naponsko stanje oko vrha prsline nakon devetog koraka širenja (prikazano Slikom 6.55) pokazuje da je maksimalna vrednost fon Mizesovog napona u jednom od čvorova fronta iznosila 897,9MPa, što je dosta visoka, ali ne i neočekivana vrednost, jer je intenzitet primenjenih sila bio dosta veliki (10000N).

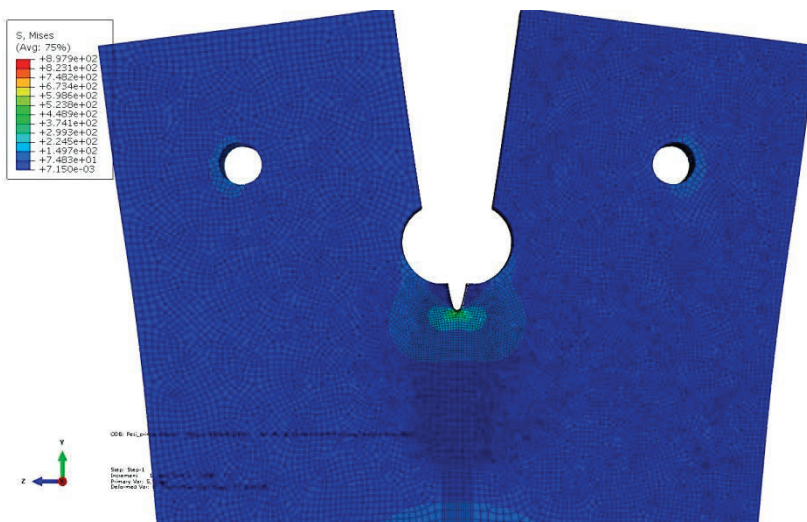
Na Slici 6.56 dato je naponsko stanje cele ploče nakon poslednjeg koraka širenja, iz koga se jasno vidi velika koncentracija napona oko vrha prsline, kao i znatno niži napon u ostalim delovima ploče. Slika 6.56 pokazuje i da je model ploče nakon devet koraka širenja i dalje potpuno simetričan, što je dokaz da su svi granični uslovi i opterećenja pravilno definisani.



Slika 6.54 Izgled prsline nakon 9 koraka širenja na ploči 127×152mm



Slika 6.55 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 9 koraka širenja



Slika 6.56 Naponsko stanje (fon Mizes) ploče nakon 9 koraka širenja

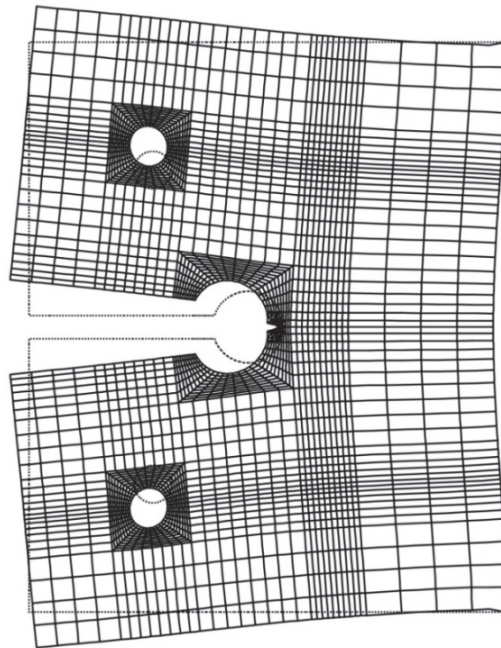
Tabela 6.10 Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I tokom 10 koraka simulacije rasta prsline

Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačaka fronta	Heksaedri					
			Vred. ekviv. fakt. int. nap. K_{ekv} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
			Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	3	32	750,311	727,726	742,887	749,762	727,099	742,318
2	3,5	32	749,174	732,330	743,300	748,509	731,473	742,580
3	4	32	780,453	766,774	775,987	779,819	765,827	775,294
4	4,5	34	786,018	774,977	781,692	785,870	774,591	781,552
5	5	32	813,478	803,740	810,964	812,520	803,196	810,176
6	5,5	32	849,223	838,672	845,485	848,343	837,687	844,593
7	6	32	872,301	853,780	865,562	871,492	852,594	864,618
8	6,5	32	871,143	864,228	868,782	870,398	863,024	867,887
9	7	32	890,826	879,799	885,700	890,257	878,513	884,991
10	7,5	34	896,073	893,563	894,889	895,919	893,400	894,845

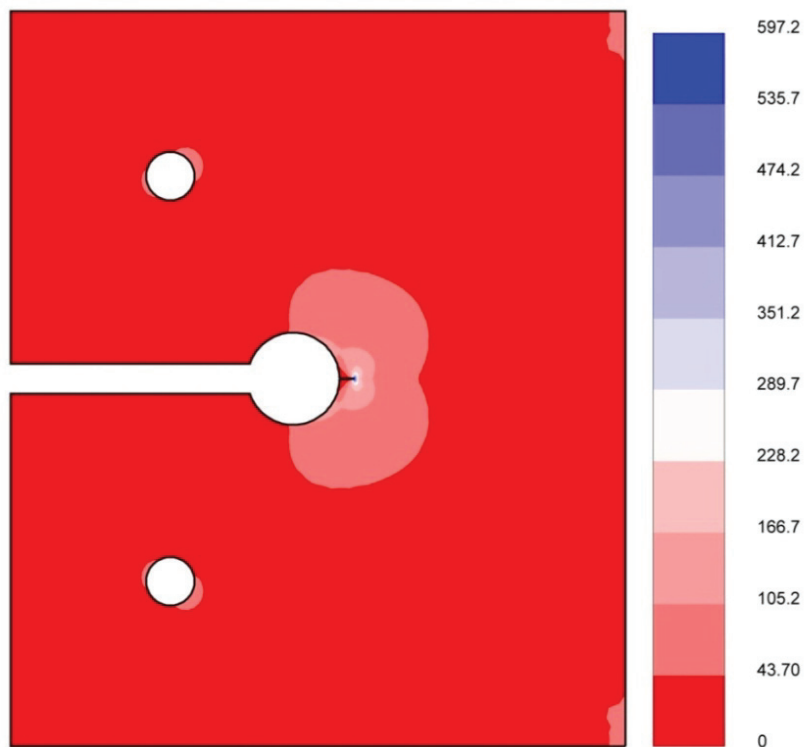
Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona, kao i faktora intenziteta napona Moda I, tokom svih deset koraka simulacije rasta prsline u Abaqus-u date su u Tabeli 6.10, dok je na Slici 6.57 prikazana deformisana mreža dvodimenzionalnog modela ploče (definisano u FRANC2D/L-u) nakon otvaranja prsline.

Naponsko stanje nakon otvaranja prsline na 2D ploči u FRANC2D/L-u pokazuje da je najveća vrednost fon Mizes napona u vrhu prsline i da iznosi 597,2MPa (Slika 6.58). Očigledno je da je ova vrednost bliska maksimalnoj vrednosti fon Mizes napona od 573,6MPa dobijenoj u Abaqus-u na 3D ploči, što potvrđuje da obe metode daju slične predikcije (da bi se izbeglo pogrešno interpretiranje dobijenih rezultata, mora se imati na umu da FRANC2D/L za prikazivanje vrednosti napona koristi spektar boja **u obrnutom redosledu od Abaqus-a** – zato je ploča na Slici 6.58 obojena u crveno, a ne u plavo kao što je to slučaj sa 3D modelom na Slici 6.53). Poređenjem Slika 6.53 i 6.58 može se uočiti i sličnost raspodele napona na ploči (oblici oblasti sličnih napona skoro su

identični), što je još jedan pokazatelj da su i 2D i 3D model definisani na skoro isti način.



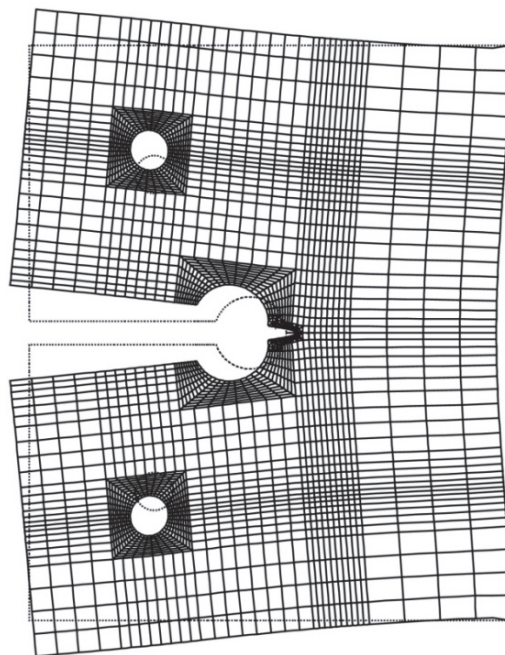
Slika 6.57 Prvi korak (otvaranje prsline) – FRANC2D/L model



Slika 6.58 Naponsko stanje (fon Mizes) nakon otvaranja prsline (jedinice MPa)

Nakon otvaranja inicijalne prsline dužine 3mm, i kod 2D modela je proračun sproveden kroz devet koraka širenja od po 0,5mm, do dostizanja konačne dužine prsline od 7,5mm. Izgled deformisane mreže po završetku 2D simulacije predstavljen je Slikom 6.59. Poređenjem 2D i 3D mreže (Slike 6.56 i 6.59) može se, ponovo, uočiti sličnost oblika deformisanih ploča, dok su i vrednosti faktora intenziteta napona Moda I u Abaqus-u i FRANC2D/L-u tokom svih koraka veoma bliske (Tabela 6.11).

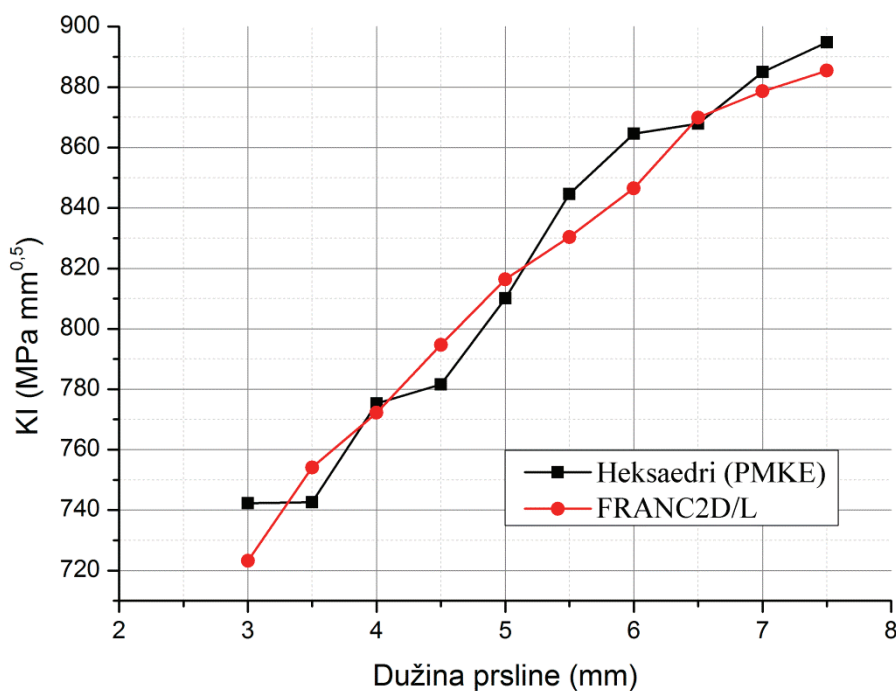
Najveća razlika vrednosti K_I iznosi 2,58% (prvi korak - otvaranje prsline) i u većini koraka ispod je jednog procenta, što je veoma dobro poklapanje rezultata. To se može videti i na Slici 6.60 na kojoj su promene vrednosti faktora intenziteta napona Moda I tokom širenja prsline na 2D i 3D modelu prikazane uporedo. Konačno, grafik na Slici 6.61 pokazuje promenu dužine prsline u funkciji broja ciklusa primenjenog opterećenja. Identično ranijim primerima, korišćeno je naizmenično promenljivo opterećenje ($R=-1$) i čelik oznake HP-9-4-20 190-210 UTS. Dobijeni broj ciklusa manji je od 3500, što je potvrda da je primenjeno opterećenje veoma veliko, te da će se prslina kroz analiziranu strukturu širiti veoma brzo.



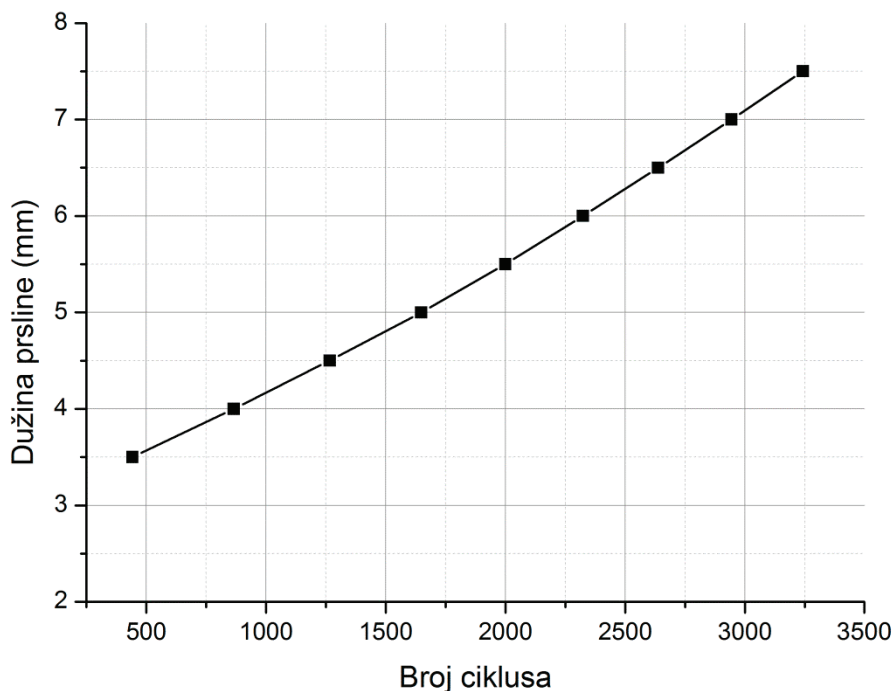
Slika 6.59 Izgled prsline na ploči nakon 9 koraka širenja – FRANC2D/L model

Tabela 6.11 Uporedni prikaz vrednosti faktora intenziteta napona Moda I za 3D ploču sa heksaedarskim elementima (Abaqus) i 2D ploču (FRANC2D/L)

Dužina prsline (mm)	FRANC2D	Abaqus (3D) heksaedri	Razlika (%)
	K_I (MPa mm ^{0,5})		
3	723,2	742,318	2,58%
3,5	754,1	742,580	1,55%
4	772,2	775,294	0,40%
4,5	794,7	781,552	1,68%
5	816,4	810,176	0,77%
5,5	830,4	844,593	1,68%
6	846,5	864,618	2,10%
6,5	869,9	867,887	0,23%
7	878,6	884,991	0,72%
7,5	885,4	894,845	1,06%



Slika 6.60 Grafik promene vrednosti faktora intenziteta napona Moda I sa dužinom prsline na 3D ploči (heksaedarski elementi, Abaqus) i 2D ploči (FRANC2D/L)



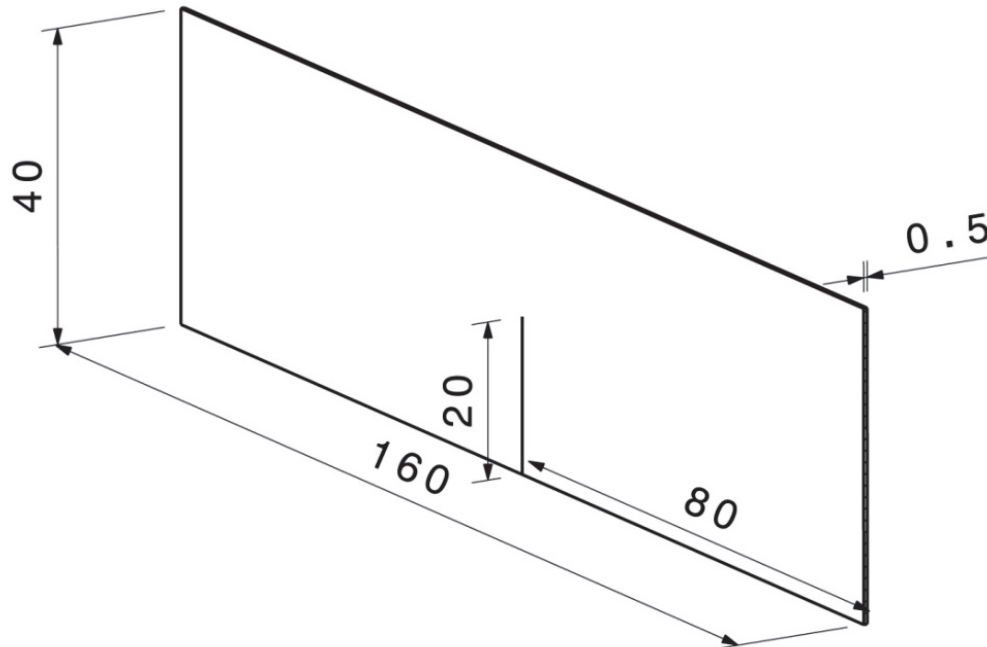
Slika 6.61 Grafik promene dužine prsline sa brojem ciklusa opterećenja

6.5 3D simulacija širenja ivične prsline na tankoj ploči na dva oslonca opterećenoj silom

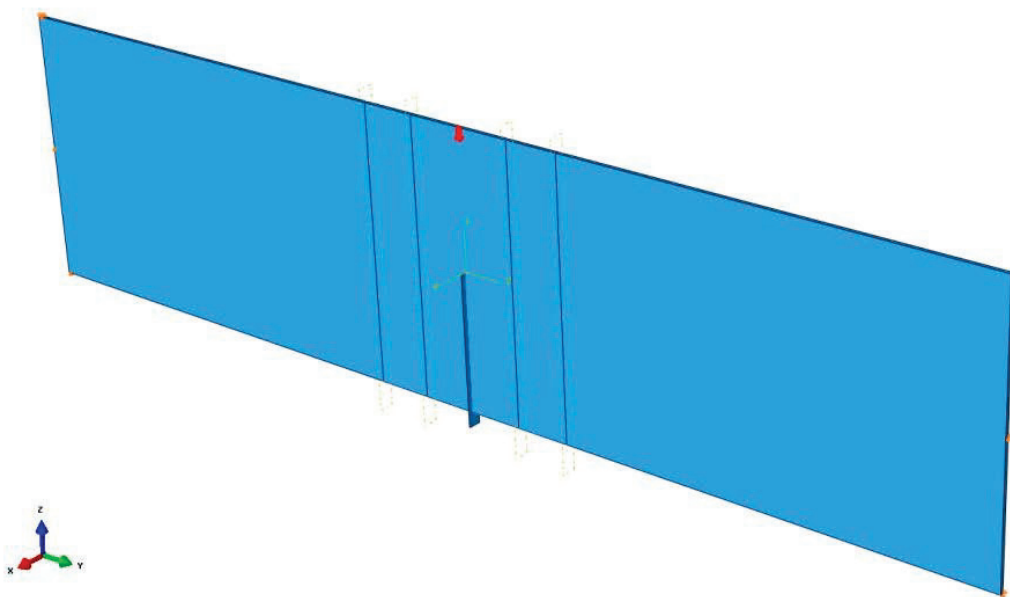
Na Slici 6.62 prikazane su dimenzije tanke ploče (debljine 0,5mm) koja je svojim krajevima oslonjena na dva nepokretna oslonca. Ploča je, zajedno sa inicijalnom ivičnom prslinom dužine 20mm, modelirana u softveru CATIA v5, da bi zatim bila uvezena u Abaqus u kome je na sredini gornje ivice opterećena silom od 1N (Slika 6.63).

Materijal ploče je – kao i u prethodnim primerima – čelik, ovog puta sa vrednostima Jangovog modula elastičnosti 206800MPa i Puasonovog koeficijenta 0,29. Zbog jednostavne geometrije ploče (tj. odsustva otvora) generisana je samo mreža heksaedarskih elemenata (Slika 6.64), na kojoj je početna prslina (Slika 6.65) nakon devetnaest koraka širenja došla do gornje ivice (Slika 6.66).

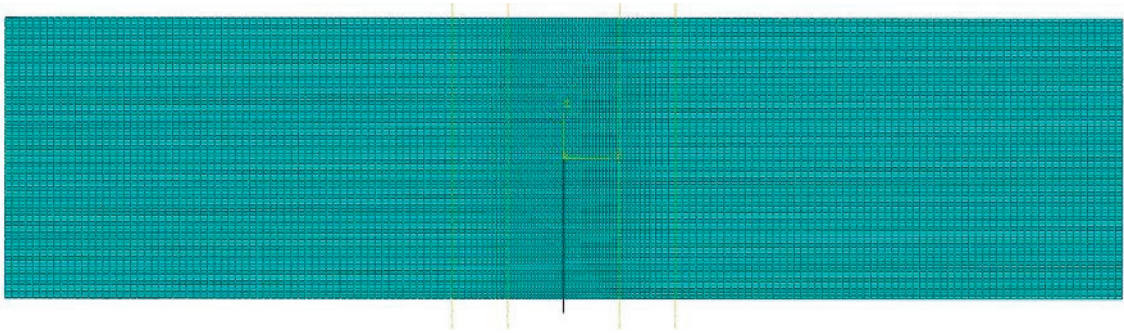
Mreža se sastojala od 59292 elementa, a širenje prsline je prekinuto u trenutku kada novi front više nije mogao biti generisan, što je bio znak da je prslina došla do same ivice modela ploče.



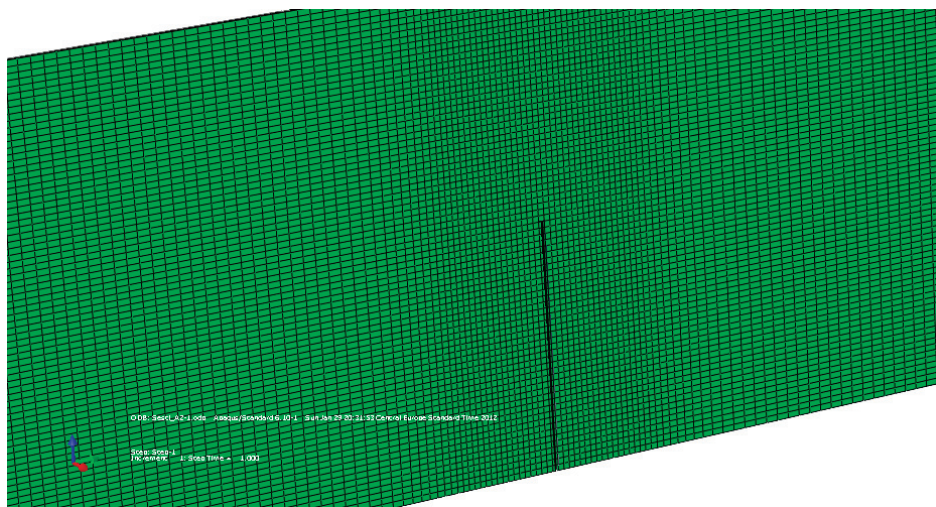
Slika 6.62 Dimenzije ploče na dva oslonca sa ivičnom prslinom dužine 20mm



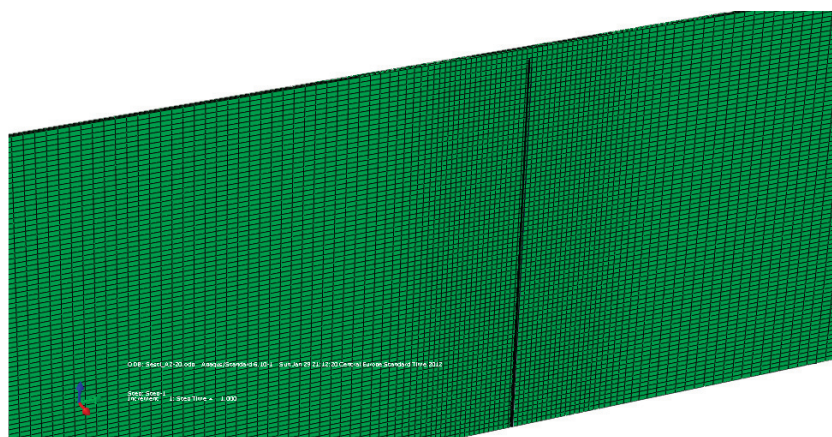
Slika 6.63 Model ploče sa ivičnom prslinom opterećene silom od 1N na sredini (Abaqus)



Slika 6.64 Mreža konačnih elemenata modela ploče 160×40 na dva oslonca (heksaedri)

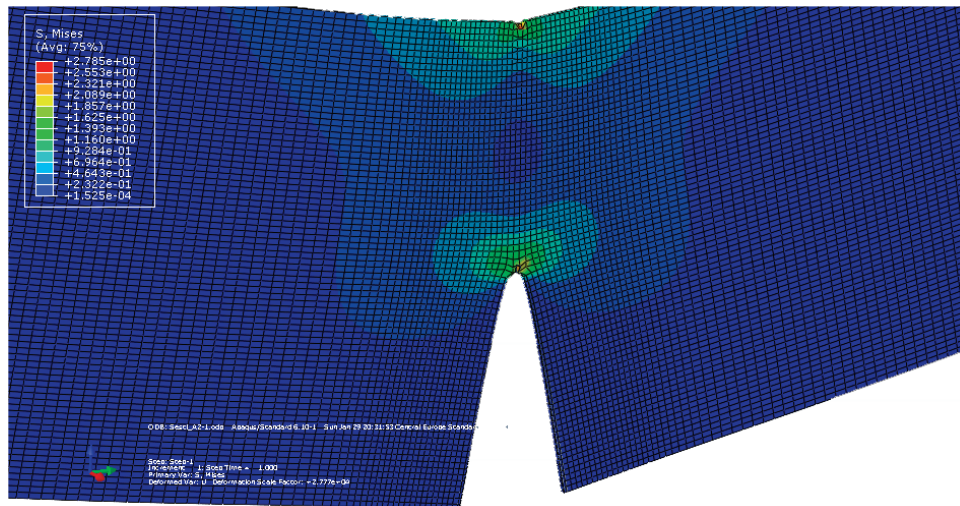


Slika 6.65 Inicijalna prslina dužine 20mm na ivici ploče 160×40mm

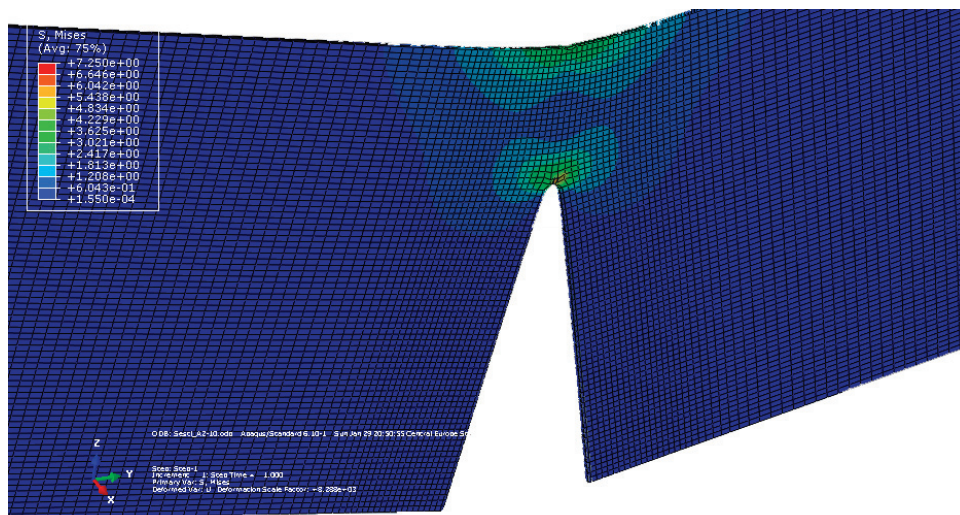


Slika 6.66 Izgled prsline nakon 19 koraka širenja

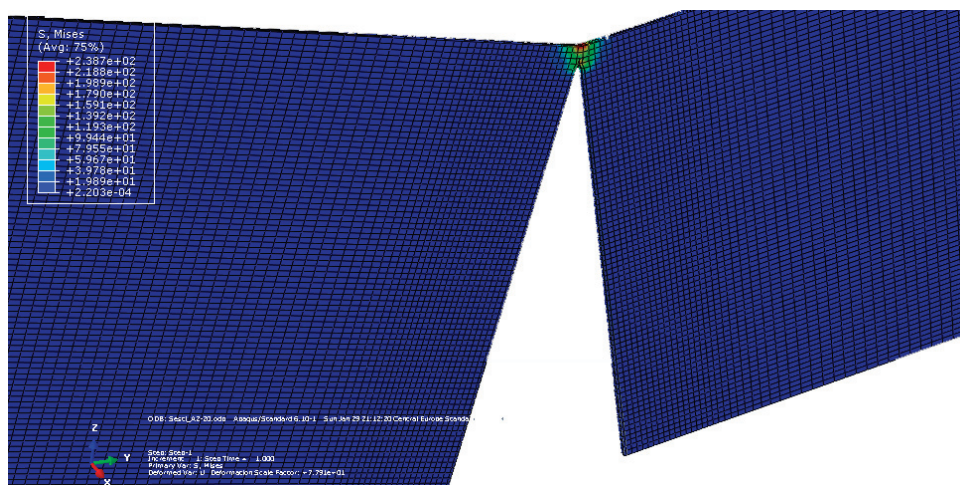
Na Slikama 6.67, 6.68 i 6.69 prikazano je naponsko stanje na ploči nakon tri karakteristična koraka simulacije: otvaranja prsline, devetog korak širenja i poslednjeg, devetnaestog koraka širenja prsline.



Slika 6.67 Naponsko stanje (fon Mizes) na ploči nakon otvaranja prsline



Slika 6.68 Naponsko stanje (fon Mizes) na ploči nakon 9 koraka širenja prsline



Slika 6.69 Naponsko stanje (fon Mizes) na ploči nakon 19 koraka širenja prsline

S obzirom da je u odeljku 6.3 na tankoj CT epruveti forsirano širenje prsline u ravni i da je zbog toga prsline nakon sedmog koraka prestala da raste, ovde je omogućeno slobodno širenje vertikalne prsline i uz to ona je namerno postavljena da se prostire po sredini jednog reda heksaedarskih elemenata (Slika 6.65).

Tabela 6.12 Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I tokom 20 koraka širenja prsline

Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačaka fronta	Heksaedri					
			Vred. ekviv. faktora int. nap. K_{ekv} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
			Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	20	8	3,767	3,763	3,765	3,758	3,753	3,755
2	21	8	4,07253	4,06789	4,070	4,05691	4,05347	4,055
3	22	8	4,43056	4,42112	4,426	4,41391	4,40025	4,408
4	23	8	4,86322	4,84879	4,854	4,85331	4,83538	4,842
5	24	8	5,34293	5,30772	5,317	5,32247	5,2853	5,295
6	25	8	5,85477	5,81185	5,835	5,81441	5,76894	5,797
7	26	8	6,49842	6,4517	6,477	6,46848	6,40515	6,441
8	27	8	7,30479	7,22113	7,262	7,28119	7,14055	7,211
9	28	8	8,35344	8,22149	8,311	8,28607	8,20409	8,261
10	29	8	9,53812	9,50769	9,518	9,50559	9,45567	9,472
11	30	8	11,0387	10,9544	10,988	11,0011	10,9164	10,958
12	31	8	12,8276	12,6248	12,702	12,7766	12,48	12,606
13	32	8	15,3849	15,343	15,373	15,2699	15,2155	15,253
14	33	8	19,1633	18,7477	18,962	19,1431	18,7146	18,920
15	34	8	24,1126	23,8957	24,024	24,045	23,8331	23,962
16	35	8	31,7015	31,6715	31,682	31,6453	31,6204	31,628
17	36	8	44,0389	43,9693	43,996	43,9117	43,8358	43,862
18	37	8	67,9763	67,4084	67,731	67,7603	67,1635	67,501
19	38	8	124,157	123,583	123,756	123,603	123,093	123,236
20	39	8	326,966	325,743	326,342	324,985	323,952	324,463

Kao što je pokazano u odeljku 6.1, kada se prsline postavi horizontalno, tačno između dva reda heksaedarskih elemenata, ona se sve vreme kreće približno u horizontalnoj ravni (naravno, pod uslovom da su spoljašnja opterećenja simetrična). Slična situacija dobijena je i u ovom slučaju: prsline je

postavljena vertikalno i sve vreme je ostala u vertikalnoj ravni, pri čemu se kretala tačno kroz sredinu heksaedarskih elemenata. Kao što se može videti iz rezultata predstavljenih Tabelom 6.12, tokom svih dvadeset koraka simulacije (otvaranje prsline i devetnaest koraka širenja) broj tačaka fronta prsline bio je nepromenjen i iznosio je osam, što pokazuje da se prsline kretala kroz homogenu mrežu i da pri tom nije skretala sa prvobitnog pravca.

Vrednosti u Tabeli 6.12 pokazuju i da su razlike minimalnih i maksimalnih vrednosti faktora intenziteta napona (i ekvivalentnog i Moda I) duž fronta prsline skoro zanemarljive, a upoređivanjem srednjih vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I vidi se da razlika skoro i nema. Ovako visoka saglasnost rezultata upućuje na zaključak da su dobijene vrednosti faktora intenziteta napona visoke tačnosti, ali to ipak mora biti provereno poređenjem sa rešenjima iz literature ili rešenjima dobijenim drugim metodama.

Teorijska vrednost faktora intenziteta napona u vrhu inicijalne prsline se kod ploče na dva oslonca opterećene koncentrisanom silom P na sredini može izračunati korišćenjem izraza [21]:

$$K_I^{(teor.)} = f\left(\frac{L}{W}, \frac{c}{W}\right) \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi c} \quad (6.6)$$

gde je L širina ploče, W visina ploče, a c dužina prsline. Napon σ u jednačini (6.6) izračunava se po formuli:

$$\sigma = \frac{3PL}{2BW^2} \quad (6.7)$$

pa je u ovom slučaju:

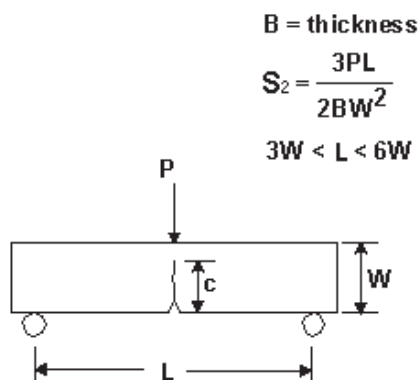
$$\sigma = \frac{3 \cdot 1N \cdot 160mm}{2 \cdot 0,5mm \cdot (40mm)^2} = 0,3MPa$$

Korekcionni faktor $f\left(\frac{160}{40}, \frac{20}{40}\right)$ iznosi $f = 1,41$ [91], tako da se konačno dobija:

$$K_I^{(teor.)} = f\left(\frac{L}{W}, \frac{c}{W}\right) \cdot \sigma \cdot \sqrt{\pi c} = 1,41 \cdot 0,3 \cdot \sqrt{\pi \cdot 20} = 3,353MPamm^{0,5} \quad (6.8)$$

Upoređivanjem vrednosti iz izraza (6.8) sa srednjom vrednošću K_I iz Tabele 6.12, koja predstavlja prosek vrednosti faktora intenziteta napona Moda I u osam tačaka na frontu početne prsline, vidi se da su one veoma bliske i da je međusobna razlika vrlo mala ($3,353MPamm^{0,5}$ naspram $3,755MPamm^{0,5}$) što je, na osnovu analize rezultata iz Abaqus-a, i pretpostavljeno ranije. Vrednosti ostalih faktora intenziteta napona mogu se uporediti sa NASGRO rešenjima za ploču na dva oslonca (Slika 6.70 i Tabela 6.13).

SS05



Slika 6.70 Savijanje ploče u tri tačke (NASGRO model): $W=40mm$; $L=160mm$;

$$B=0,5mm; P=1N$$

Tabela 6.13 Vrednosti faktora intenziteta napona Moda I ploče na dva oslonca tokom 20 koraka simulacije rasta prsline (NASGRO rešenje)

STRESS INTENSITY SOLUTION CHECK FOR SS05

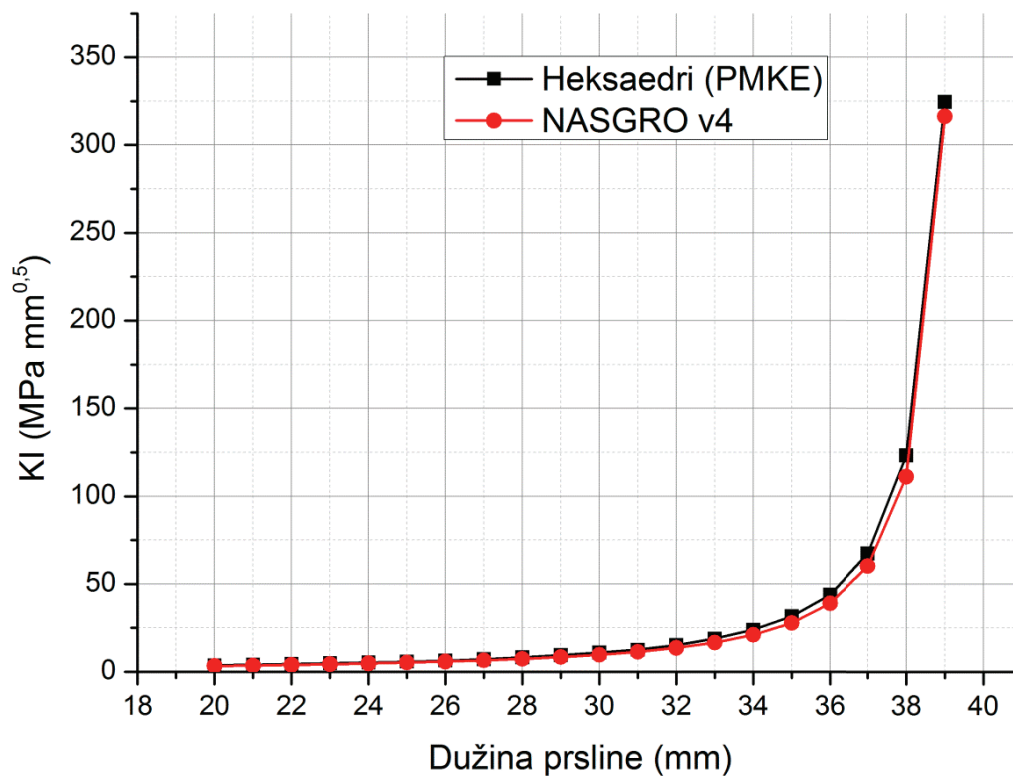
 DATE: 19-Feb-12 TIME: 22:12:56
 (NASGRO Version 4.02, September 2002.)
 SI units [mm, MPa, MPa sqrt(mm)]

Thickness, B = 0.5000
 Width, W = 40.0000
 Span, S = 160.0000

S2: Bending Stress
 S2 = 0.3000

Material Yield Stress = 1276.00

c	K	Snet	Sn/Sy
20.0000	3.3678	0.888	0.001
21.0000	3.6520	0.984	0.001
22.0000	3.9748	1.096	0.001
23.0000	4.3442	1.229	0.001
24.0000	4.7707	1.387	0.001
25.0000	5.2679	1.579	0.001
26.0000	5.8539	1.812	0.001
27.0000	6.5533	2.102	0.002
28.0000	7.4002	2.467	0.002
29.0000	8.4430	2.936	0.002
30.0000	9.7526	3.552	0.003
31.0000	11.4366	4.385	0.003
32.0000	13.6651	5.550	0.004
33.0000	16.7218	7.249	0.006
34.0000	21.1119	9.867	0.008
35.0000	27.8176	14.208	0.011
36.0000	38.9909	22.200	0.017
37.0000	60.2512	39.467	0.031
38.0000	111.1928	88.800	0.070
39.0000	316.2579	355.200	0.279



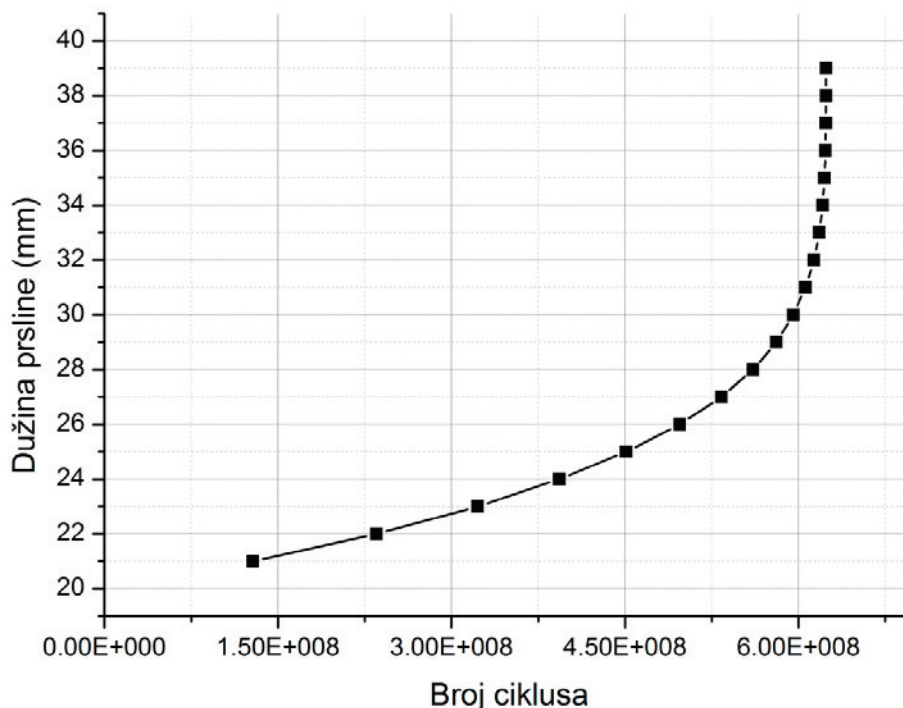
Slika 6.71 Grafik promene vrednosti faktora intenziteta napona Moda I sa dužinom prsline na 3D ploči na dva oslonca (heksaedari, Abaqus) i 2D ploči (NASGRO)

Uporedni prikaz vrednosti K_I dobijenih 3D simulacijom korišćenjem PMKE u Abaqus-u i 2D analizom u softveru NASGRO korišćenjem metode graničnih elemenata (Slika 6.71), pokazuje da je pretpostavka o visokoj tačnosti rezultata dobijenih upotrebom PMKE bila opravdana. Grafik na Slici 6.71 pokazuje da se tokom prvih dvanaest koraka simulacije NASGRO i Abaqus rešenja potpuno poklapaju, da bi u kasnijim koracima došlo do manjih odstupanja. Kao i u ranijim primerima, Abaqus je dao nešto više vrednosti K_I nego NASGRO (Tabela 6.14), što znači da će korišćenje Abaqus rezultata voditi ka nižem pretpostavljenom veku pod zamorom.

Tabela 6.14 Uporedni prikaz vrednosti faktora intenziteta napona Moda I za 3D ploču na dva oslonca (heksaedarski elementi, Abaqus) i 2D ploču na dva oslonca (NASGRO)

Dužina prsline (mm)	NASGRO	Abaqus (3D) heksaedri	Razlika (%)
	K_I (MPa mm ^{0,5})		
20	3,3678	3,755	10,32%
21	3,652	4,055	9,94%
22	3,9748	4,408	9,82%
23	4,3442	4,842	10,29%
24	4,7707	5,295	9,90%
25	5,2679	5,797	9,13%
26	5,8539	6,441	9,11%
27	6,5533	7,211	9,12%
28	7,4002	8,261	10,42%
29	8,443	9,472	10,86%
30	9,7526	10,958	11,00%
31	11,4366	12,606	9,28%
32	13,6651	15,253	10,41%
33	16,7218	18,920	11,62%
34	21,1119	23,962	11,89%
35	27,8176	31,628	12,05%
36	38,9909	43,862	11,11%
37	60,2512	67,501	10,74%
38	111,1928	123,2366	9,77%
39	316,2579	324,4636	2,53%

Ako se pogledaju razlike NASGRO i Abaqus vrednosti (izražene u procentima i predstavljene u poslednjoj koloni Tabele 6.14), može se doneti – na prvi pogled – zbujujuć zaključak: vrednosti razlika uglavnom su oko 10%, što se ne čini prihvatljivim. Međutim, pažljivijom analizom vrednosti K_I uočava se da su apsolutne vrednosti razlika u najvećem broju koraka veoma male. Na primer, u koraku četiri, razlika dobijenih vrednosti iznosi samo $0,4978MPamm^{0,5}$ što je sa inženjerske tačke gledišta zanemarljivo, a procentualna greška iznosi preko 10%. S druge strane, u poslednjem koraku apsolutna razlika vrednosti K_I dobijenih u Abaqus-u i NASGRO-u iznosi $8,2057MPamm^{0,5}$, a u procentima samo 2,53%, tako da bi trebalo voditi računa o ovoj činjenici kada se izvode zaključci o vrednostima dobijenim različitim metodama i pomoću različitih softvera.



Slika 6.72 Grafik promene dužine prsline na ploči sa koncentrisanom silom u funkciji broja ciklusa opterećenja

Na Slici 6.72 dat je dijagram dužine prsline na ploči opterećenoj koncentrisanom silom intenziteta $P=1N$ u funkciji broja ciklusa naizmeničnog opterećenja ($R=-1$). Kao i u prethodnim primerima, u proračunu je korišćen

čelik oznake HP-9-4-20 190-210 UTS iz NASGRO baze, dok je za procenu broja ciklusa korišćen modifikovani Parisov zakon. Kao što se na Slici 6.72 može videti, potreban je veliki broj ciklusa (reda veličine $1 \cdot 10^8$) da prslinu početne dužine 20mm proširi za 1mm, dok je za dostizanje konačne dužine od 39mm neophodno više od $6 \cdot 10^8$ ciklusa. Ovakav rezultat je očekivan jer je u proračunu korišćena mala vrednost sile (a time i napona, veličine 0,3MPa).

Ovaj primer je pokazao da sa dobro definisanom mrežom i pravilno postavljenim graničnim uslovima, 3D simulacija tipičnog 2D problema primenom proširene metode konačnih elemenata ipak može dati veoma dobre rezultate. Pored toga, pokazano je i da prolazak prsline direktno kroz heksaedarske elemente ne daje lošije vrednosti u odnosu na slučaj kada je ona prolazila između njih, što znači da **početno postavljanje prsline u određeni položaj u odnosu na same elemente nije od preterano velikog značaja.**

Iako je i iz ovog primera (kao i primera iz odeljka 6.3) jasno da je korišćenje 3D simulacije u analizi jednog ravanskog problema u neku ruku „gubljenje vremena“ (modeliranje ploče, generisanje mreže, definisanje opterećenja i graničnih uslova i, konačno, sam proračun – trajali su preko osam sati!), jer je korišćenjem softvera NASGRO vrednosti K_I na ploči na dva oslonca moguće dobiti za nešto više od 10 minuta!

Međutim, kako je i ranije istaknuto, NASGRO se ne može koristiti za izračunavanje vrednosti K_I prsline koja se širi kroz složenu trodimenzionalnu geometriju komponente ili sklopa, dok Abaqus ima tu mogućnost. Zato je potrebna verifikacija vrednosti koje Abaqus daje na jednostavnijim geometrijama i u slučajevima dvodimenzionalnog naponskog stanja, da bi se sa izvesnom sigurnošću mogle prihvatiti predikcije koje će Abaqus dati za kompleksnije trodimenzionalne geometrije. Analiza jedne takve geometrije – ramenjače lakog aviona izložene zamoru – predmet je sledećeg poglavlja.

POGLAVLJE 7

EKSPERIMENTALNA I NUMERIČKA SIMULACIJA ZAMORA RAMENJAČE KRILA LAKOG AVIONA IZLOŽENE OPTEREĆENJU PROMENLJIVE AMPLITUDE

Dobra procena zamorne izdržljivosti vazduhoplovnih komponenti i sklopova je poslednjih decenija postala važan segment projektovanja, što je posledica sve izraženijih potreba za laganim konstrukcijama koje će biti pouzdane, ne preterano skupe i istovremeno što jednostavnije za izradu. To se posebno odnosi na glavne strukturne elemente aviona kao što su ramenjača krila, glavni okvir trupa i okovi, čiji bi eventualni lom usled zamora mogao da dovede do katastrofalnih posledica. Da bi se ispunili strogi zahtevi po pitanju bezbednosti, ali i da bi se projektovane komponente proverile pre upotrebe, sprovode se brojna eksperimentalna ispitivanja koja su često skupa i dugotrajna. S obzirom na stalno prisutnu težnju proizvođača letelica da vreme između idejnog projekta i gotovog proizvoda smanje na najmanju moguću meru, korišćenje metode konačnih elemenata u proceni zamornog veka nameće se kao dobra alternativa eksperimentalnim ispitivanjima.

Brojni testovi standardnih epruveta (uzoraka) naponima konstantnih amplituda dali su veliki broj podataka o tome kako se različiti materijali ponašaju u uslovima zamora [92, 93]. Međutim, strukturne komponente vazduhoplova su tokom eksploatacije mahom izložene opterećenjima promenljive amplitude, pa se dostupni rezultati iz ispitivanja epruveta konstantnim amplitudama ne mogu primeniti bez određenih korekcija. Pored toga, geometrija realnih komponenti vazduhoplova značajno se razlikuje od geometrije epruveti, što problem predviđanja zamornog veka dodatno usložnjava. Tada je jedino rešenje eksperimentalno određivanje zamornog veka komponenti (ili sklopova) letelica izloženih promenljivim amplitudama opterećenja, ali svaka, pa i najmanja, promena opterećenja, geometrije i/ili

načina vezivanja komponenti neminovno vodi ka novim ispitivanjima, što ceo proces projektovanja značajno poskupljuje i produžava.

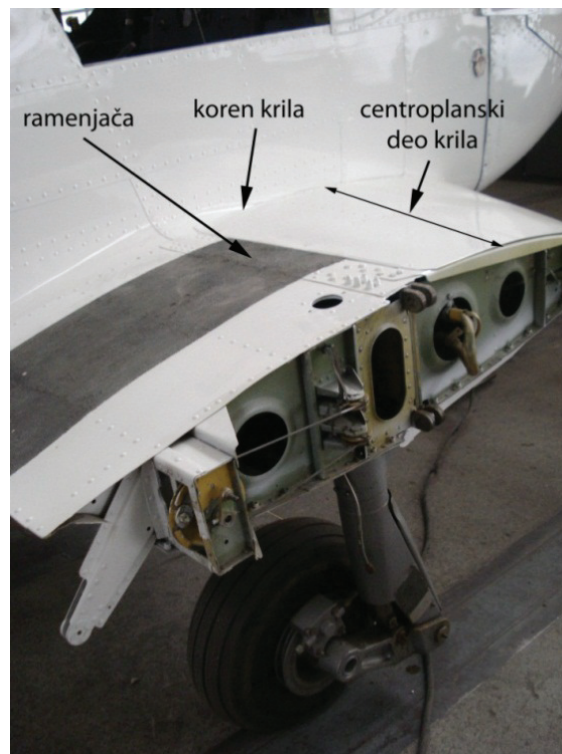
U slučajevima kada je razvijen numerički model strukturne komponente ili sklopa, sve potrebne promene se mogu relativno lako implementirati, pa se nove procene veka dobijaju veoma brzo i po niskoj ceni. Ali, pitanje koje se tada postavlja glasi: kako možemo biti sigurni da je numerički model dobar, odnosno da su njegova predviđanja pouzdana i zadovoljavajuće precizna? Očigledno je da se inicijalni numerički model mora eksperimentalno verifikovati, pa se tek nakon verifikacije vrednosti zamornog veka dobijene proračunom za promenjive amplitude opterećenja mogu smatrati dovoljno dobrim. Naravno, odrediti apsolutno tačnu vrednost zamornog veka praktično je nemoguće jer čak i potpuno iste komponente, izložene tokom eksperimenta istim spektrima opterećenja, mogu da pokažu prilično različite zamorne karakteristike. Međutim, čak i kad ne mogu da obezbede visoku tačnost rezultata (zbog same prirode problema), numeričke analize nam pomažu da definišemo kriterijume za prihvatanje ili odbacivanje određenih konstruktivnih rešenja, kao i da uporedimo dva različita koncepta i donesemo odluku koji je od njih prihvatljiviji [94]. A to je već veliki korak ka konačnom cilju – projektovanju bezbednih elemenata vazduhoplovnih struktura.

7.1 Materijal i metode korišćene u eksperimentalnoj analizi zamora ramenjača

Najvažnije uloge strukture vazduhoplova tokom životnog veka su nošenje opterećenja i obezbeđivanje neophodne sile uzgona koja je posledica aerodinamičnosti spoljašnjih površina. Ovo se ostvaruje korišćenjem tankozidnih konstrukcija kod kojih su unutrašnje površine ojačane uzdužnim i poprečnim učvršćujućim elementima. Dominantan metod koji se koristi pri spajanju tankozidnih elemenata lakih letelica u jedinstvenu celinu i dalje predstavlja zakivanje.

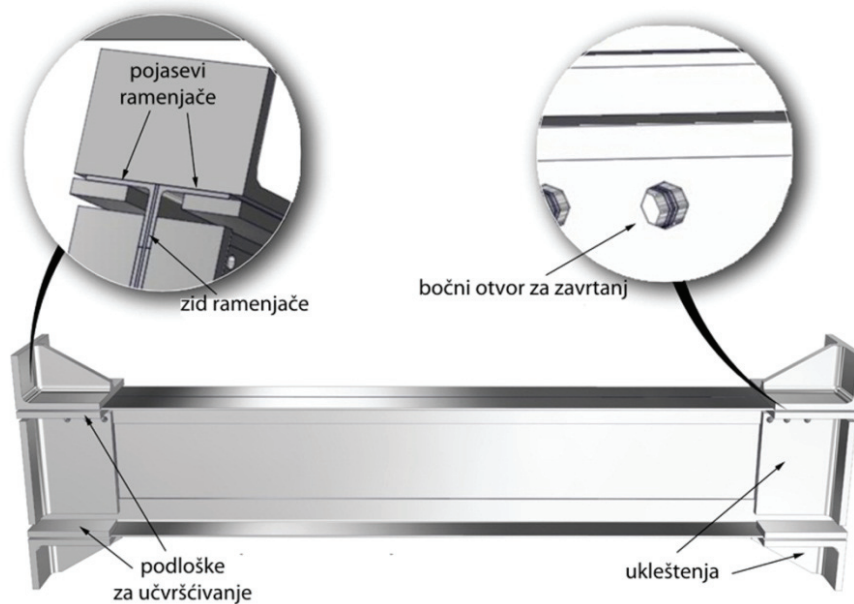
Krilo je jedan od najvažnijih sklopova avionskih struktura, pa je jasno da mu se mora posvetiti posebna pažnja pri određivanju zamornog veka letelica [95]. Najvažniji deo krila su tzv. C-grede ili I-grede (poznatije kao *ramenjače*) koje obezbeđuju stabilnost pri pritiscima opterećenjima. One su postavljene po dužini krila, u pravcu normalnom na trup. Obično, krila imaju dve ili tri ramenjače, ali lake letelice većinom imaju krila sa jednom nosećom ramenjačom [96]. Kod lakih letelica, ramenjača nosi gotovo sva savijajuća i smičuća opterećenja, od kojih je najizraženija sila uzgona. Generisana sila uzgona savija celo krilo naviše i kao posledica toga gornji elementi ramenjače izloženi su pritisku, dok su donji izloženi zatezanju.

Predmet eksperimentalne i numeričke analize bila je I-greda lake letelice čiji je centropilanski deo prikazan Slikom 7.1. Kritična oblast u kojoj tokom eksploatacije najčešće dolazi do pojave prsline nalazi se sa donje strane, u korenu krila, i obuhvata pojaseve ramenjače i oplatu krila. Pojasevi su za oplatu i zid ramenjače u ovom slučaju spojeni sa dva reda zakivaka prečnika 3,2mm.



Slika 7.1 Sklop centropilanskog dela krila lakog aviona

Konstrukcija ramenjače koja je bila predmet testiranja na zamor, kao i elementi veze i elementi pomoću kojih je opterećenje unošeno tokom eksperimenta, predstavljeni su Slikom 7.2. Ispitivana je samo ramenjača bez pripadajuće oplata, tako da efekat ojačanja usled prisustva noseće oplata nije uzet u obzir.



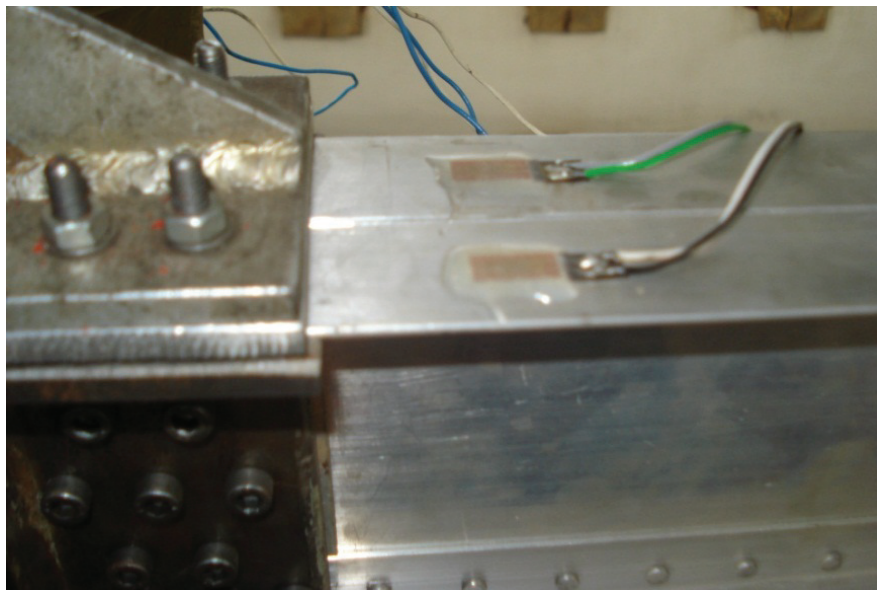
Slika 7.2 Oblik ramenjače i elemenata veze korišćenih u eksperimentu i numeričkoj analizi

Delovi ramenjače se uglavnom izrađuju od ojačanih aluminijumskih legura čije su osnovne prednosti lakoća, visoka specifična čvrstoća i dobra otpornost na koroziju. Legure koje obezbeđuju osnovna mehanička svojstva su Al-Zn-Mg-Cu (kod familije 7xxx) i Al-Cu-Mg (kod familije 2xxx). Dve najčešće korišćene legure u vazduhoplovnim primenama su 7075-T6 i 2024-T3 [97, 98]. Termička obrada T6 koristi se kod Al-Zn-Mg-Cu familije legura i predstavlja veštačko starenje. T6 tretman obezbeđuje maksimalne vrednosti tvrdoće, granice elastičnosti i otpornosti na razvlačenje legure, ali dovodi i do skromnih vrednosti lomne čvrstoće i otpornosti na koroziju pod zatezanjem. S druge strane, T3 se sastoji od termičke obrade nakon koje sledi obrada na hladno, a

zatim prirodno starenje do znatno stabilnijeg stanja. T3 tretman tako poboljšava čvrstoću i otpornost na koroziju legure. Zbog navedenih razloga i relativno niske nabavne cene, za izradu delova ramenjače sa Slike 7.2 korišćene su ploče debljina 1,6mm (za izradu pojaseva ramenjače) i 1mm (zid ramenjače) od legure 2024-T3 čija je hemijska struktura predstavljena u Tabeli 7.1 [99]. Za potrebe ispitivanja na zamor napravljeno je 10 identičnih ramenjača dužine 600mm (što predstavlja dužinu centropanskog dela krila lake letelice) na koje su potom postavljene merne trake na mestima gde je očekivana pojava oštećenja usled zamora (Slika 7.3).

Tabela 7.1 Hemijska struktura aluminijumove legure 2024-T3

Komponenta	Procentualno učešće (%)	Komponenta	Procentualno učešće (%)
Al	90,7 - 94,7	Cr	Max 0,1
Cu	3,8 - 4,9	Fe	Max 0,5
Mg	1,2 - 1,8	Mn	0,3 - 0,9
Si	Max 0,5	Ti	Max 0,15
Zn	Max 0,25	ostalo, svaka	Max 0,05
		ostalo, ukupno	Max 0,15



Slika 7.3 Položaj mernih traka korišćenih u eksperimentu

Najvažnije pitanje koje se postavilo pre početka ispitivanja zamornog ponašanja aluminijumskih ramenjača glasilo je: kakav spektar opterećenja koristiti u eksperimentu? Poznato je da je priroda stvarnih opterećenja stohastička i da podaci iz merenja u eksploatacionim uslovima često (iz raznih razloga) nisu dostupni [100-103]. Opterećenje letelice je kombinacija slučajnih i determinističkih opterećenja kao što su, na primer, opterećenja u manevrima. Nekada je praksa bila da se u eksperimentima koriste samo deterministička opterećenja, a da se slučajna predstave jednom ili dvema amplitudama zbog jednostavnosti. Međutim, danas je praksa da se u testovima na zamor elemenata krila koristi istorija opterećenja slična istoriji prikazanoj na Slici 7.4 [104].



Slika 7.4 Ground-Air-Ground (GAG) ciklus koji se koristi u testovima na zamor

Kriva na Slici 7.4 predstavlja superpoziciju determinističkih opterećenja i dva tipa slučajnih opterećenja: turbulencije (opterećenja u buri) i opterećenja tokom rulanja na pisti. Na visini krstarenja opterećenja u buri se ponekad pojavljuju, ali su daleko izraženija tokom penjanja, a sama turbulencija je stvar vremenskih uslova, pa se njena jačina razlikuje od leta do leta. Zbog toga je uobičajeno da se u testovima na zamor simulira 8 do 10 različitih vremenskih uslova [105]. Tokom sletanja i poletanja javljaju se opterećenja koja su posledica

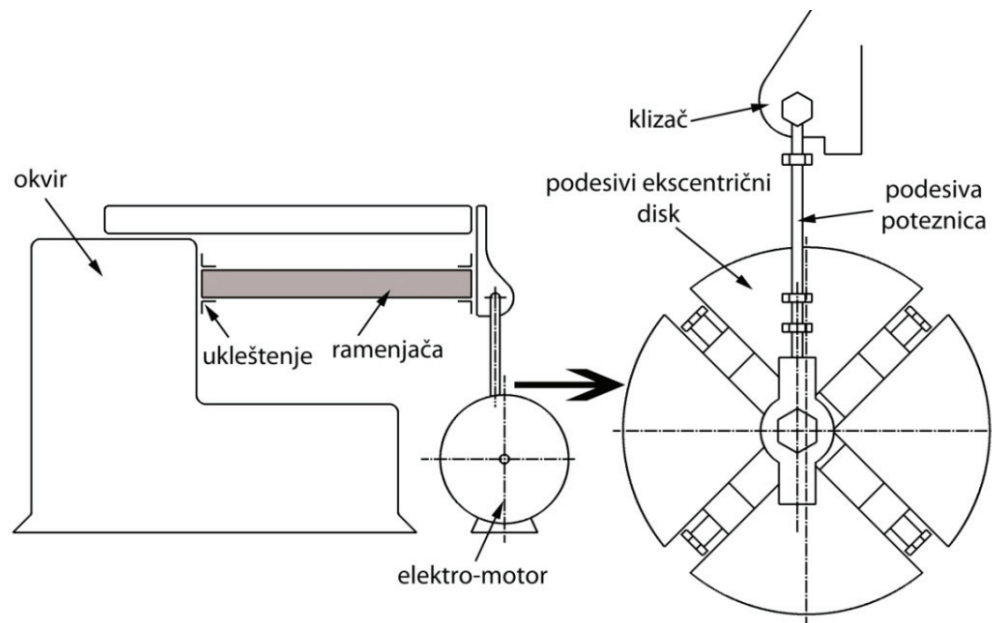
hrapavosti piste i ako se proceni da ova opterećenja ne mogu izazvati oštećenje krila, mogu se slobodno izostaviti.

Na osnovu napred rečenog, jasno je da bi za svaki pojedinačni avion trebalo definisati jedinstven program testiranja što, svakako, nije ekonomski opravdano. Poslednjih decenija je definisano nekoliko standardizovanih „istorija“ (spektara) opterećenja sa ciljem pojednostavljenja procedura testiranja na zamor i eliminisanja potrebe za definisanjem novih programa testiranja u svakom pojedinačnom slučaju. Različite istorije opterećenja definisane su za različite tipove letelica (npr. TWIST se koristi kod transportnih aviona, FALSTAFF kod borbenih, itd.), a postojeći podaci se mogu koristiti i u slučajevima kada za neke tipove letelica ne postoje standardizovane istorije. Nizovi opterećenja u ovim standardizovanim istorijama su u potpunosti definisani u numeričkim formatu, a opseg opterećenja se može i menjati. Glavni problem pri proceni zamornog veka sa standardizovanim spektrima je izostavljanje brojnih malih ciklusa u spektrima, jer ako bi i ti ciklusi bili uključeni ispitivanja bi mogla potrajati jako dugo vremena.

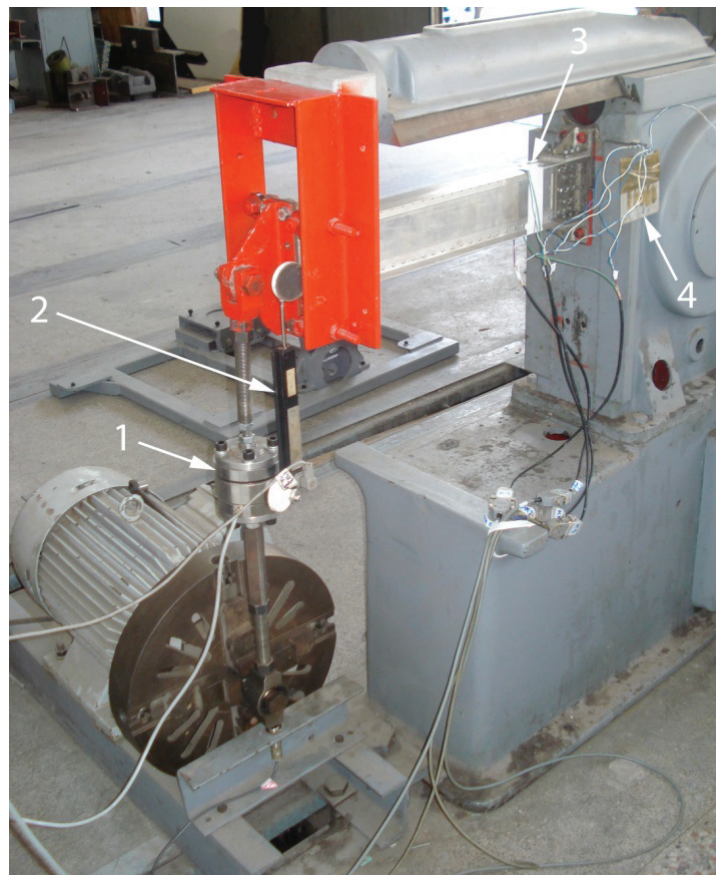
7.2 Sistem za testiranje na zamor korišćen u ispitivanju ramenjača

Dakle, da bi se dobila konačna procena zamornog veka potrebno je ispitati komponentu ili celu konstrukciju opterećenjima promenljivih amplituda koja se definišu na jedan od sledeća dva načina: uzimanjem u obzir raspodela ciklusa opterećenja snimljenim u letu na letelicama istog tipa ili korišćenjem standardizovanih spektara opterećenja. Složenost istorija opterećenja koja se moraju simulirati često zahteva korišćenje kompjuterski kontrolisanih mašina [106] čija je cena visoka, pa je za potrebe testiranja ramenjača lakog aviona razvijen jednostavniji sistem kojim je, takođe, moguće unositi različite tipova spektara opterećenja.

Sistem korišćen u ispitivanjima prikazan je na Slikama 7.5 i 7.6.



Slika 7.5 Skica sistema za testiranje na zamor korišćenog u ispitivanju ramenjača lakog aviona



Slika 7.6 Osnovne komponente sistema za testiranje na zamor

Tokom ispitivanja ramenjača, sila na poteznici merena je pomoću davača sile tipa U3 50kN proizvođača Hottinger Baldwin Messtechnik, Nemačka (poz. 1 na Slici 7.6). Uz pretpostavku da je poteznica sve vreme kruta pod dejstvom spoljašnje sile, ugib kraja ramenjače meren je u odnosu na središnju tačku poteznice pomoću montiranog davača sile. Za merenje ugiba ramenjače korišćen je linearni davač pomeraja PM2S 150 mm, proizvođača ELAP Spa, Italija (poz. 2 na slici 7.6).

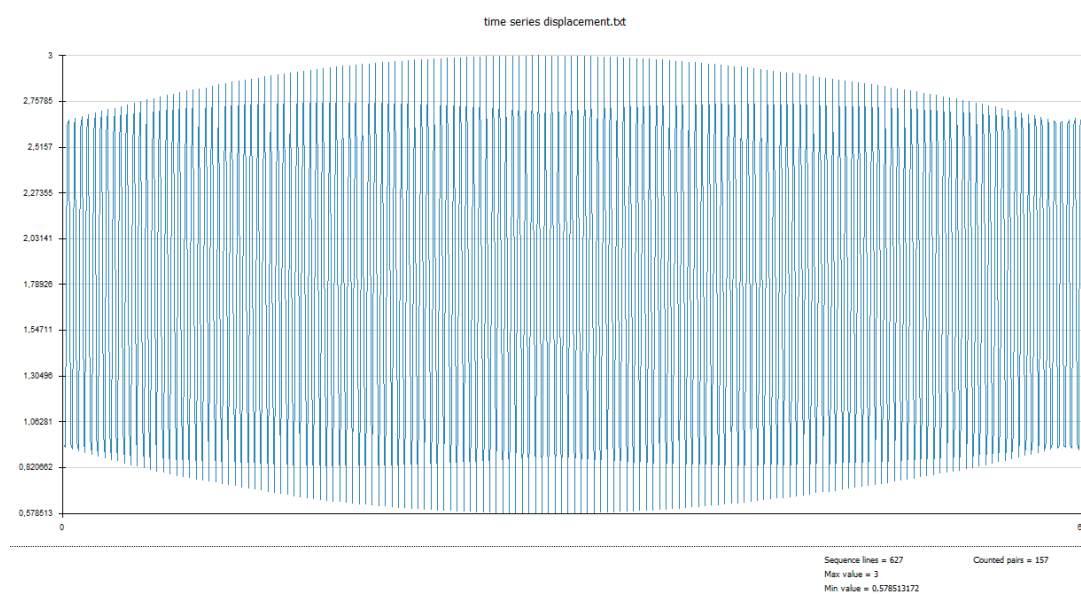
Naponi su mereni u području ukleštenja u četiri tačke pomoću mernih traka za aluminijum tipa 1-LY13-10/120, proizvođača Hottinger Baldwin Messtechnik. Svaka od mernih traka (poz. 3 na slici 7.6) je, preko jedne slepe merne trake (poz. 4 na slici 7.6), bila povezana u jednu polovinu Vitstonovog mosta, a zatim i sa sistemom za akviziciju. Prikupljanje i analiza podataka vršeni su pomoću SPIDER8 akvizicionog sistema (Slika 7.7) proizvođača Hottinger Baldwin Messtechnik i pripadajućeg programskog paketa po imenu Catman Express.

Ramenjače su prvo testirane opterećenjima konstantnih amplituda da bi se na osnovu dobijenih rezultata proverio razvijeni numerički model, a zatim su primenjene kompleksnije istorije opterećenja promenljive amplitude [105]: programirano opterećenje sa *lo-hi-lo* sekvencama, slučajno opterećenje grupisano po vrednostima amplituda, slučajno opterećenje uskog opsega amplituda i slučajno opterećenje širokog opsega amplituda. Sve navedene istorije opterećenja simulirane su na aparaturi sa Slike 7.6 i snimljene akvizicionim sistemom Spider8, pa su potom korišćene kao ulazni podaci u numeričkim simulacijama širenja zamorne prsline u programima Ansys Workbench i FRANC2D/L.

Ovde će biti prikazane eksperimentalne vrednosti i rezultati dobijeni metodom konačnih elemenata samo u slučaju kada je korišćeno opterećenje uskog opsega amplituda, čiji je jedan blok predstavljen Slikom 7.8. Broj ciklusa opterećenja u ovom bloku iznosio je 157.



Slika 7.7 Spider8 akvizicioni sistem

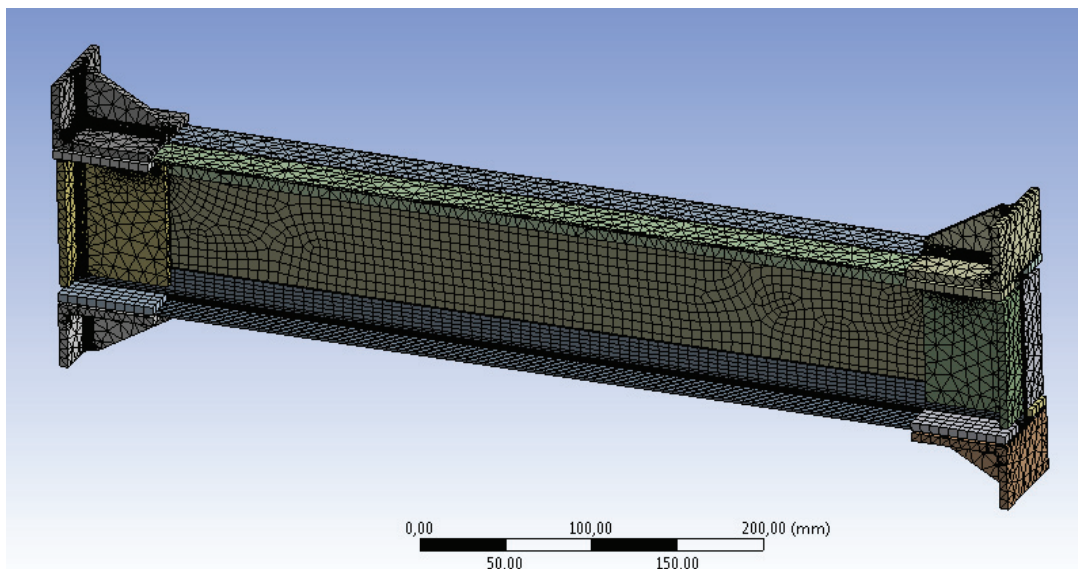


Slika 7.8 Blok spoljašnjeg opterećenja uskog opsega amplituda
(predstavljen u jedinicama pomeranja)

7.3 Verifikacija 3D numeričkog modela ε -N metodom procene veka

Numerički model ramenjače lakog aviona (Slika 7.9) razvijen je u programu Ansys Workbench [107] i predstavlja vernu sliku realnih ramenjača koje su ispitivane i elemenata veze korišćenih u eksperimentu. Model konačnih elemenata korišćen u konačnim proračunima imao je ukupno 2410012 čvorova i 1224900 konačnih elemenata i dobijen je iterativnim postupkom koji se sastojao iz poređenja proračunskih vrednosti dobijenih za trenutnu mrežu konačnih elemenata i vrednosti dobijenih testiranjima četiri ramenjače opterećenjima konstantnih amplituda. U svakoj iteraciji mreža je poboljšavana kako bi se proračunske vrednosti približile eksperimentalnim.

Vrednosti zamornog veka proračunavane su korišćenjem S - N metode jer je broj ciklusa koji je dovodio do pojave vidljivog oštećenja u eksperimentima u sva četiri slučaja premašivao 3×10^6 ciklusa. Kada je vrednost zamornog veka dobijena metodom konačnih elemenata konačno postala bliska srednoj vrednosti eksperimentalnih rezultata, numerički model je prihvaćen kao zadovoljavajući, pa se prešlo na testiranja opterećenjima promenljivih amplituda, među kojima je bio i blok prikazan Slikom 7.8.



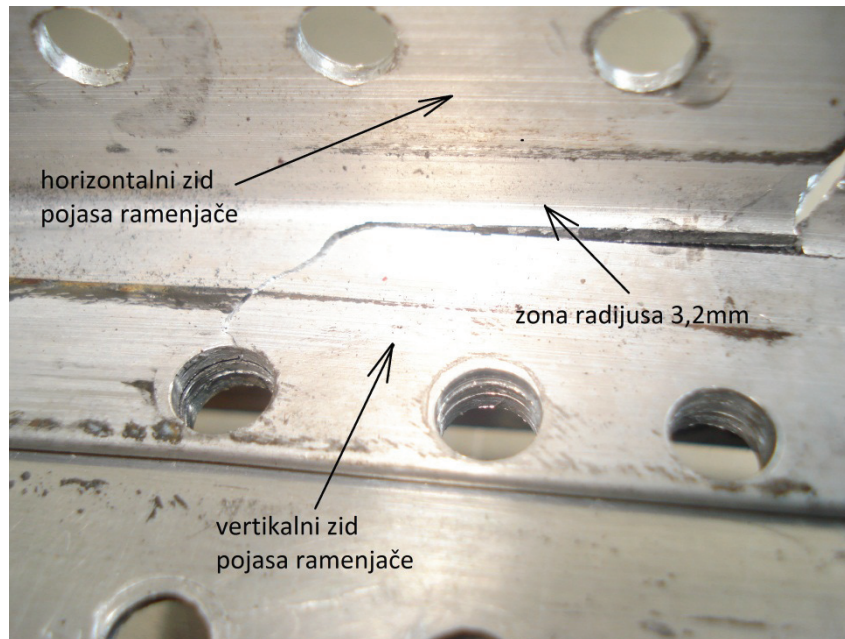
Slika 7.9 Početna mreža konačnih elemenata korišćena u proračunu

Opterećenje uskog opsega amplituda definisano je tako da izazove oštećenje na gornjim pojasevima ramenjače, a ne na donjim (što se dešava u realnosti), iz razloga lakšeg uočavanja pojave prsline i praćenja njenog rasta. Definisani spektar opterećenja, sa minimalnom vrednošću jednakom +391,2N, maksimalnom +2028N i frekvencijom od 12,5Hz, izazvao je jak zatezni napon u gornjim pojasevima, pa se vidljiva prslina pojavila na levom pojasu ispod ukleštenja nakon samo 8542 ciklusa (Slika 7.10).



Slika 7.10 Mesto na gornjem levom pojasu ramenjače gde je uočena prslina

Prslina je zatim počela da se širi horizontalnim zidom pojasa ka zidu ramenjače, da bi – kada mu se približila – naglo promenila pravac i krenula da se prostire zonom između vertikalnog i horizontalnog zida pojasa (radijusa 3,2mm) pod uglom od 90° u odnosu na prvobitni pravac. Nakon izvesnog broja ciklusa opterećenja, prslina je izašla iz zone radijusa 3,2mm i prešla na vertikalni zid pojasa (Slika 7.11). Istovremeno, drugi krak prsline se od mesta gde se ona pojavila širio horizontalnim zidom u pravcu suprotnom od prvog kraka (tj. udaljavao se od zida ramenjače), sve dok nije došlo do konačnog razdvajanja materijala na ivici pojasa ramenjače (Slika 7.10).

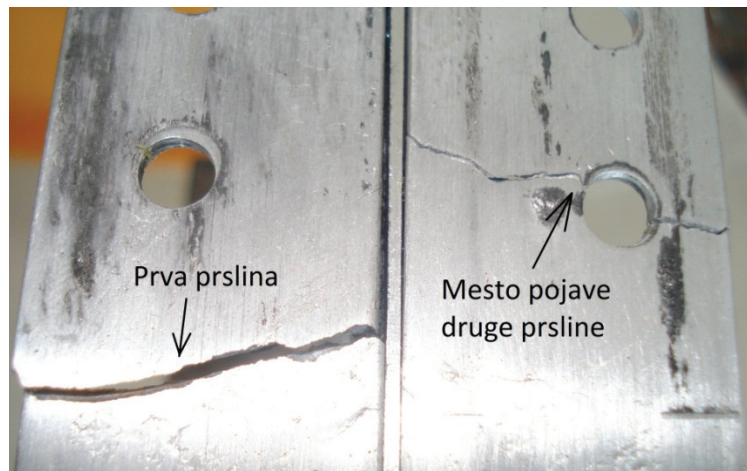


Slika 7.11 Izgled putanje prsline na vertikalnom zidu levog pojasa ramenjače

Da bi se širenje prsline pažljivo proučilo, testiranje je s vremena na vreme prekidano, ramenjača je pregledana i beležene su trenutne dužine prsline. Nakon 39450 ciklusa uočena je još jedna prslina na desnom pojasa ramenjače za koju je kasnije utvrđeno da je nastala na zavrtnajskom otvoru koji je povezivao pojas sa gornjim ukleštenjem (Slika 7.12). Prslina je uočena tek kada se proširila na vertikalni deo pojasa (Slika 7.13) jer je nastala između gornjeg ukleštenja i podloške, pa njeno pojavljivanje nije bilo registrovano vizuelnim pregledom.

Obe prsline su zatim nastavile da se šire ispod podloški i više nisu bile vidljive, pa je nakon 58520 ciklusa test prekinut i ramenjača je skinuta da bi se utvrdilo šta se dešava ispod podloški. Tada je uočeno da su obe prsline došle do bočnih zavrtnajskih otvora i to poslednjih na oba gornja pojasa (Slike 7.14 i 7.15).

Utvrđeno je i da se prslina nije pojavila na zidu ramenjače, a u trenutku kada je eksperiment prekinut ništa nije ukazivalo na to da će uskoro doći do konačnog loma ramenjače. Sem prikazanih prsline na pojasevima (Slika 7.16), nije bilo znakova oštećenja ni na jednom drugom mestu sklopa ramenjače.



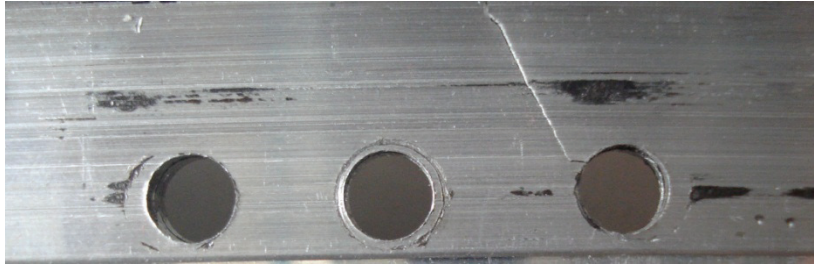
Slika 7.12 Putanje obe prsline na horizontalnim zidovima pojaseva ramenjače



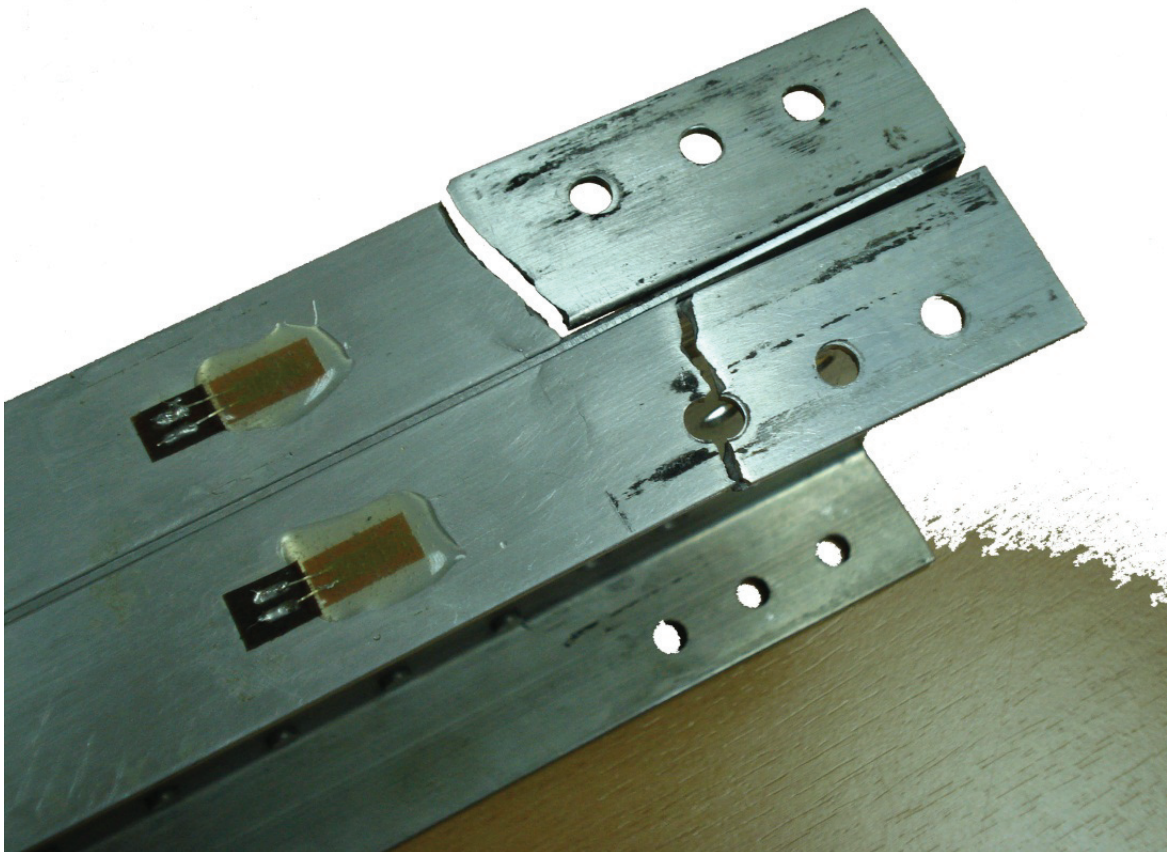
Slika 7.13 Izgled putanje prsline na vertikalnom zidu desnog pojasa ramenjače



Slika 7.14 Putanja prsline na vertikalnom zidu levog pojasa ramenjače (bočni pogled)



Slika 7.15 Putanja prsline na vertikalnom zidu desnog pojasa ramenjače (bočni pogled)

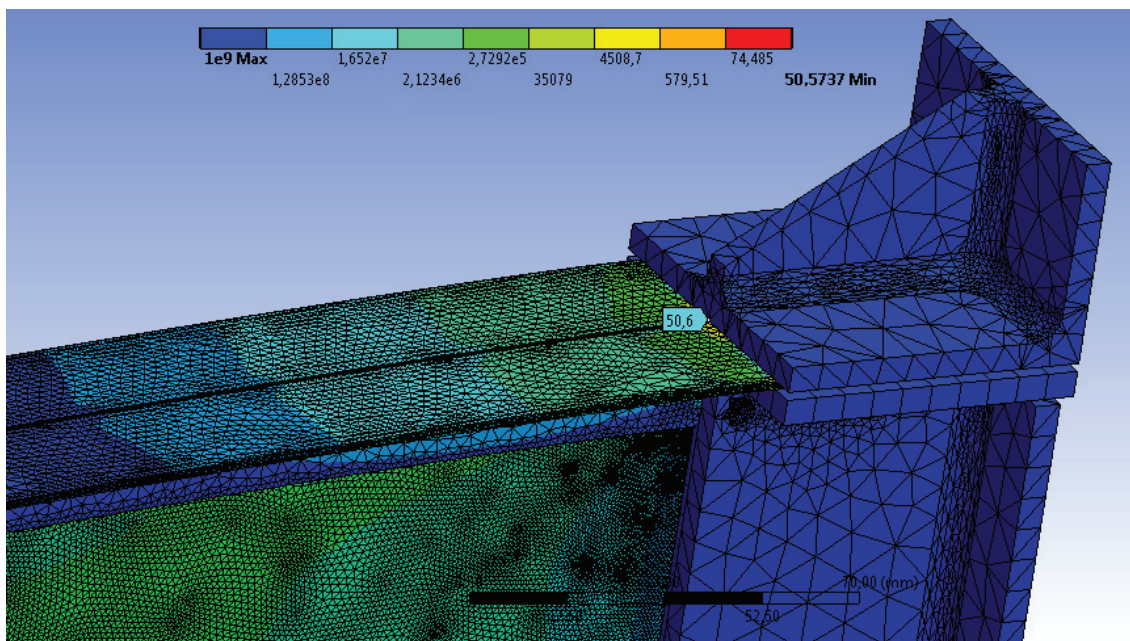


Slika 7.16 Izgled pojaseva ramenjače nakon završetka eksperimenta

Nakon sprovedenog eksperimenta pristupilo se numeričkoj analizi korišćenjem MKE da bi se ustanovilo da li će model u Ansys-u, izložen istovetnoj istoriji opterećenja kao i realna ramenjača, predvideti broj ciklusa do pojave prsline približan onom dobijenom u eksperimentu. S obzirom da se prva prsline pojavila nakon samo 8452 ciklusa (što je, očigledno, primer niskocikličnog zamora), u proračunu je korišćen ε - N metod, sa istorijom opterećenja (Slika 7.8) koja je iz Spidera8 učitana u Ansys. Kako su tokom

eksperimenta mereni i promenljiva sila kojom je opterećivana ramenjača i deformacije koje je ona proizvela, u Ansys-u su sprovedeni proračuni i sa silom koja deluje na kraju ramenjače i sa primenjenim pomeranjem na kraju ramenjače koje je, na taj način, predstavljalo spoljašnje opterećenje.

Rezultati dobijeni u oba slučaja neznatno su se razlikovali i iznosili su 50,6 blokova (Slika 7.17), odnosno 52,6 blokova. S obzirom da se jedan blok sastoji od 157 ciklusa, lako je izračunati da MKE analiza u Ansys-u predviđa da će se prslina na ramenjači pojaviti nakon približno 7944 ciklusa. Na Slici 7.17 se vidi i da Ansys predviđa pojavu prsline usled zamora blizu mesta gde je ona i uočena u eksperimentu, što je potvrdilo da je numerički model dobro definisan. Metod ε - N u Ansys-u omogućava i primenu dve teorije srednjeg napona (*Morrow Mean Stress* i *SWT* [105]), pa je proračun prvo sproveden bez korišćenja teorija srednjeg napona, a potom su primenjene obe teorije koje nisu dale značajno različite rezultate.



Slika 7.17 Vrednost broja blokova spoljašnjeg opterećenja koji će izazvati oštećenje gornjeg pojasa ramenjače (Ansys rešenje)

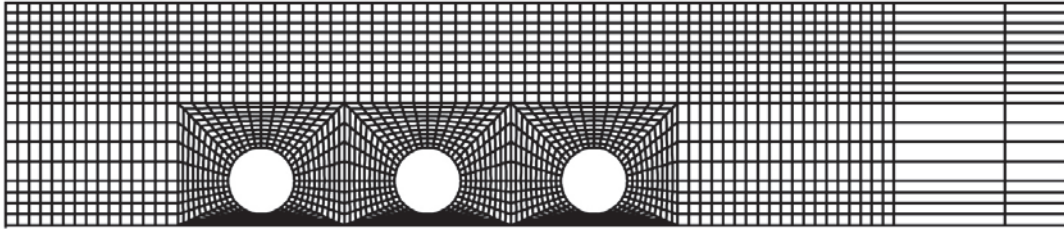
7.4 2D numerički model korišćen u simulaciji rasta zamornih prslina na vertikalnim zidovima pojaseva ramenjače

Nakon što je i eksperimentalno i korišćenjem MKE dobijen približno isti broj ciklusa koji dovodi do pojave inicijalnog oštećenja na ramenjači, prešlo se na definisanje novog numeričkog modela sa namerom da se pomoću njega izvrši simuliranje rasta zamorne prslina u oba gornja pojasa ramenjače. S obzirom da su se obe prsline širile prvo horizontalnim zidovima pojaseva, a onda prešle na vertikalne zidove koji su zakivcima spojeni sa zidom ramenjače, odlučeno je da se rast prslina simulira od trenutka kada su počele da se šire vertikalnim zidovima prema bočnim zavrtnajskim otvorima, tj. od trenutka kada su izašle iz zona radijusa 3,2mm.

Procenjeno je da je ovo kritična faza rasta obe prsline, a i simuliranje rasta prslina na horizontalnim delovima nije bilo izazovno jer je tu opterećen samo jedan sloj materijala. Za razliku od toga, simuliranje rasta prslina na vertikalnim delovima je podrazumevalo definisanje tri sloja materijala različitih debljina (dva pojasa i zid) i njihovo međusobno povezivanje konačnim elementima koji će simulirati spojeve ostvarene zakivcima. Kako su oba pojasa debljine 1,6mm, a zid 1mm, očigledno je da se u ovom slučaju radilo o prslinama koje se prostiru celom debljinom materijala (tzv. „dubinske“ ili prodorne prsline), za koje je 2D model prsline sasvim odgovarajući, pa je ceo proračun sproveden u programu za 2D analizu FRANC2D/L već opisanom u Poglavlju 4.

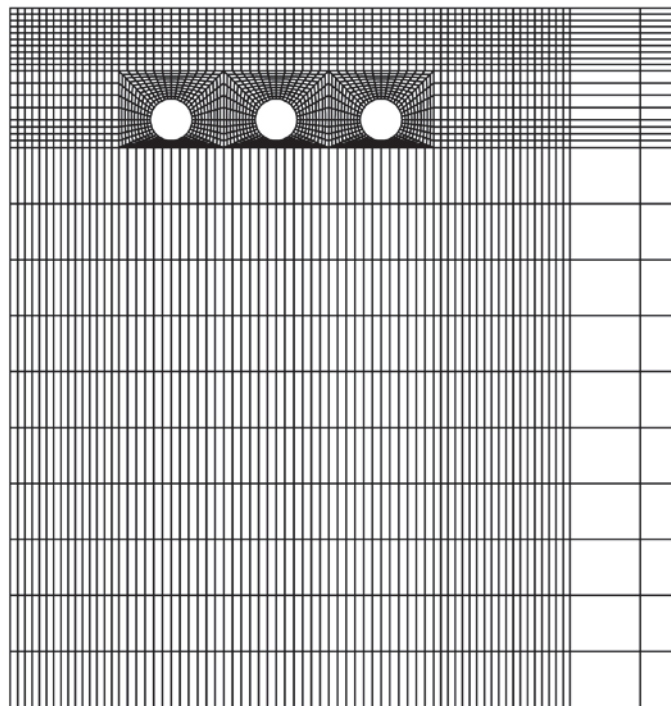
FRANC2D/L softver, pored simuliranja rasta prsline u slučaju dvodimenzionalnih problema, ima mogućnost i simuliranja rasta prsline u višeslojnim strukturama, kao i proračun spojeva ostvarenih zakivcima ili lepljenjem. Da bi spoj bio analiziran, svaki sloj mora biti predstavljen posebnom mrežom koja u zoni preklapanja mora biti identična mrežama ostalih slojeva i koja se sa njima povezuje „zakivnim“ ili „adhezivnim“ elementima. Slojevi moraju biti ravni, a sa njima je moguće sprovoditi ne samo dvodimenzionalne,

već i trodimenzionalne analize. Na Slici 7.18 prikazan je deo generisanih mreža prvog i trećeg sloja (debljina 1,6mm) oko zavrtnajskih otvora, koji predstavljaju vertikalne zidove gornjih pojaseva ramenjača.



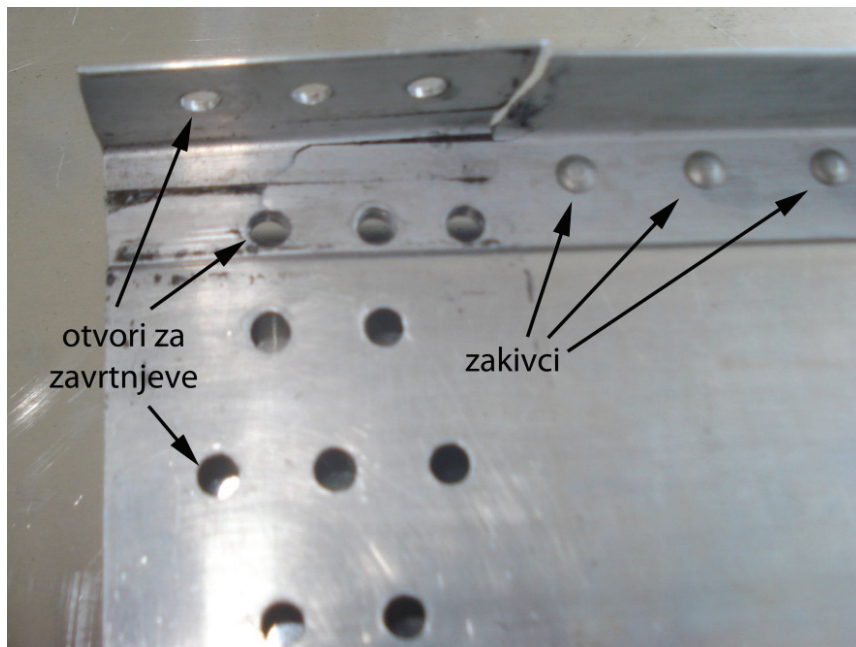
Slika 7.18 Deo mreža konačnih elemenata vertikalnih zidova gornjih pojaseva ramenjače (1. i 3. sloj)

Drugi sloj (prikazan Slikom 7.19) predstavlja zid ramenjače debljine 1mm koji je smešten između prvog i trećeg sloja. Poređenjem Slika 7.18 i 7.19 moguće je uočiti da su mreže u oblastima dodira pojaseva sa zidom ramenjače na sva tri sloja identične, što je – kako je već istaknuto – uslov koji mora biti zadovoljen da bi slojevi mogli biti povezani u jednu celinu u FRANC2D/L-u.



Slika 7.19 Deo mreže konačnih elemenata zida ramenjače (2. sloj)

Mreža sva tri sloja definisana je u pomoćnom programu CASCA [40], a slojevi su u FRANC2D/L-u međusobno spojeni korišćenjem „zakivnih“ elemenata. Zakivci se tretiraju kao elastične smičuće opruge, a njihova krutost se definiše kao konstanta materijala i izračunava primenom približne formule $K_{zakiv.} = 12EI/7L^3$ [108]. Zakivci se mogu modelirati samo u čvorovima, a kada povezuju dva sloja moraju biti definisani u čvoru gornjeg sloja. Ovo eliminiše potrebu za interpolacijom pomeranja u tačkama primene zakivne veze kako bi se izračunale sile u zakivcima. Na mrežama na Slikama 7.18 i 7.19 su elementi za simuliranje zakivaka definisani u čvorovima koji odgovaraju položaju stvarnih zakivaka na ramenjačama korišćenim u ispitivanju (Slika 7.20).



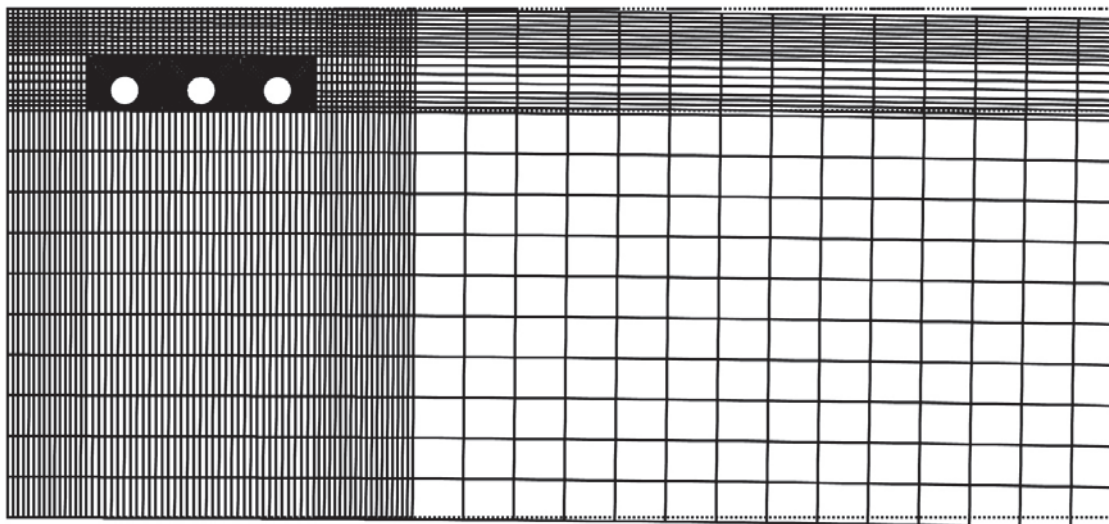
Slika 7.20 Položaji zakivaka i zavrtnjskih otvora na ispitivanoj ramenjači

Treba naglasiti da donji pojasevi ramenjača nisu modelirani da bi se smanjio broj konačnih elemenata korišćenih u proračunu, a i iz razloga što se na njima nisu pojavile prsline tokom eksperimenta.

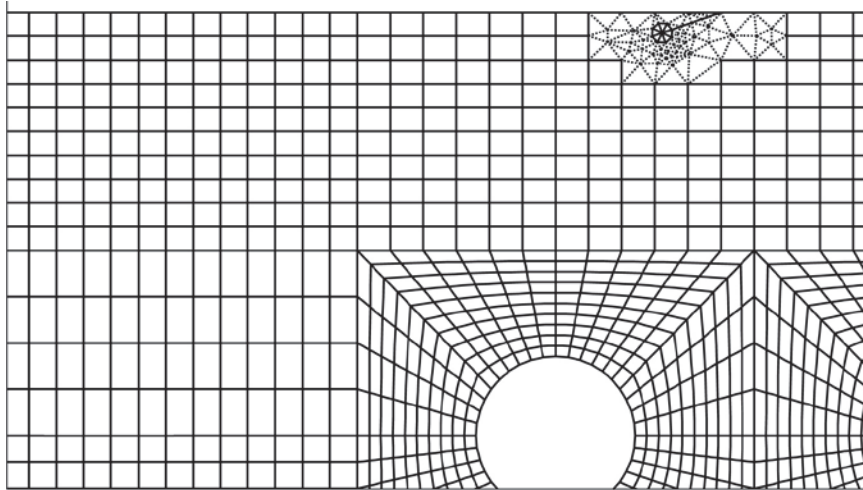
Nakon što su slojevi povezani, fiksirana su pomeranja čvorova u oba pravca na levim ivicama sva tri sloja, kao i čvorova na gornjim i donjim ivicama koji se nalaze u oblasti gde je ramenjača bila ukleštena tokom eksperimenta.

Zatim je na svim čvorovima desne ivice drugog sloja (zid ramenjače) primenjeno pomeranje veličine 3mm koje odgovara vrednosti maksimalnog pomeranja dobijenog tokom testiranja opterećenjem uskog opsega amplituda. Oblik deformisanih mreža sva tri sloja nakon sprovedenog proračuna (Slika 7.21) bio je dokaz da su elementi koji simuliraju zakivke uspešno preneli opterećenje sa sloja 2 na slojeve 1 i 3. Dobijene vrednosti ekvivalentnih napona su, takođe, bile bliske vrednostima dobijenim u Ansys-u.

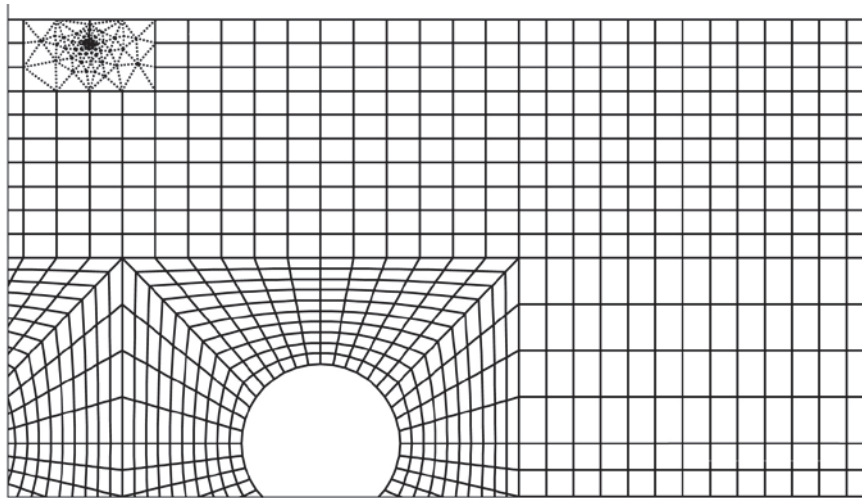
Nakon upoređivanja vrednosti dobijenih napona, prešlo se na iniciranje prslina u slojevima 1 i 3. S obzirom da je u FRANC2D/L-u moguće definisati dva tipa prslina *INTERNAL CRACK* (unutrašnja prslina) i *EDGE CRACK* (prslina na spoljnoj ivici), odlučeno je da se izabere drugi tip i da se širenje simulira od gornjih ivica oba sloja ka zavrtnajskim otvorima. Za određivanje mesta gde će prsline biti inicirane iskorišćene su Slike 7.14 i 7.15. Tako je na prvom sloju prslina inicirana na mestu prikazanom Slikom 7.22, a na drugom sloju na mestu prikazanom Slikom 7.23. Naponska slika nije pokazala najveće vrednosti napona na izabranim mestima, ali iz eksperimenta je poznato da prsline nisu tu nastale, već da su na ovim mestima izašle iz zone radijusa 3,2mm i počele da se šire vertikalnim zidovima pojaseva ramenjače.



Slika 7.21 Izgled deformisane mreže sva tri sloja sa konačnim elementima

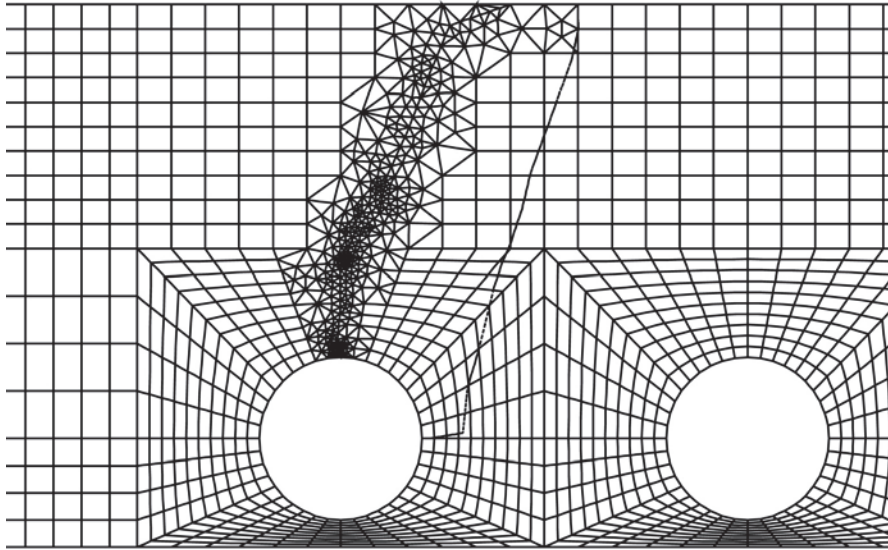


Slika 7.22 Početni položaj prve prsline na mreži elemenata prvog sloja

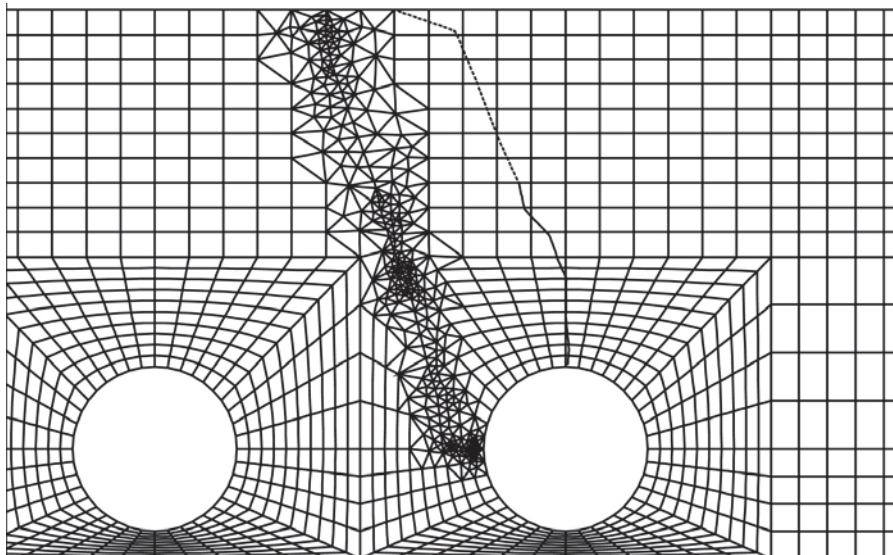


Slika 7.23 Početni položaj druge prsline na mreži elemenata trećeg sloja

Prsline su zatim širene korišćenjem standardne metode koja pravac širenja predviđa na osnovu maksimalnog radijalnog napona oko vrha prsline [18]. Svaki put kada su prsline širene nove mreže oko vrhova prsline su generisane, proračun je ponovo sproveden, a vrednosti faktora intenziteta napona su računane korišćenjem dve metode: *J-Integral Technique* and *Modified Crack Closure Integral Technique* [18]. Prsline su širene istovremeno i nakon devet koraka propagiranja došle su do ivica zavrtnajskih otvora (Slike 7.24 i 7.25). Kompletna istorija promene faktora intenziteta napona za obe prsline tada je sačuvana u tekstualnoj datoteci *history.sif*.

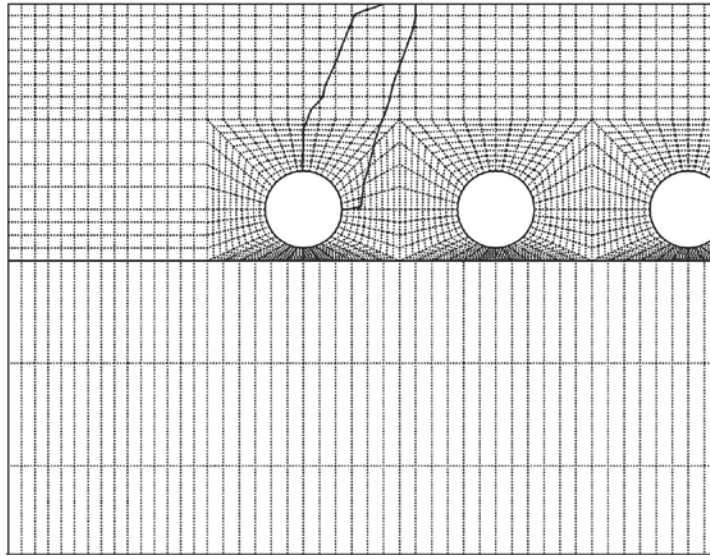


Slika 7.24 Izgled mreže konačnih elemenata prvog sloja na kraju širenja prslina (tanka linija predstavlja oblik druge prslina koja se nalazi na trećem sloju)

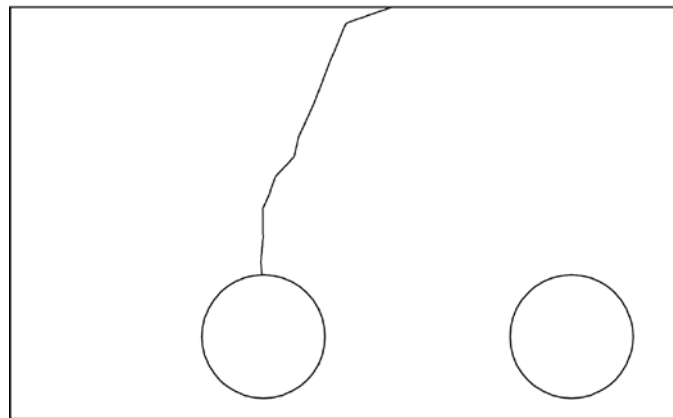


Slika 7.25 Izgled mreže konačnih elemenata trećeg sloja na kraju širenja prslina (tanka linija predstavlja oblik prve prslina koja se nalazi na prvom sloju)

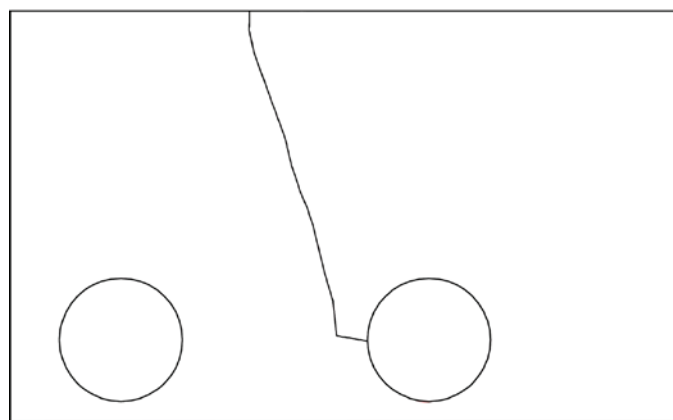
Na Slici 7.26 tankim linijama prikazane su obe prsline „viđene“ sa sloja 2, a na Slikama 7.27 i 7.28 dat je izgled prsline bez mreže konačnih elemenata. Poređenjem ovih slika sa Slikama 7.14 i 7.15, može se videti da su se virtualne prsline širile putanjama veoma sličnim onim kojim su se kretale realne prsline na ramenači izloženoj opterećenju promenljive amplitude.



Slika 7.26 Putanje prve i druge prsline posmatrane sa drugog sloja



Slika 7.27 Putanja prve prsline (bez prikaza mreže konačnih elemenata)



Slika 7.28 Putanja druge prsline (bez prikaza mreže konačnih elemenata)

7.5 Procena zamornog veka 2D prslina nastalih na pojasevima ramenjače

Nakon što je istorija promene faktora intenziteta napona sačuvana u vidu tekstualne datoteke, ta datoteka je – na način opisan u Poglavlju 4 – učitana u program FRANC2D/L_Crack Growth (F2DCG) pomoću kojeg se može izvršiti integracija izraza (4.7). Pored izračunatih vrednosti faktora intenziteta napona, ulazni podaci za F2DCG su i promena spoljašnjeg opterećenja tokom vremena (Slika 4.32) i podaci o korišćenom materijalu (karakteristike legure aluminijuma 2024-T3 prikazane u Tabeli 7.2 [7]).

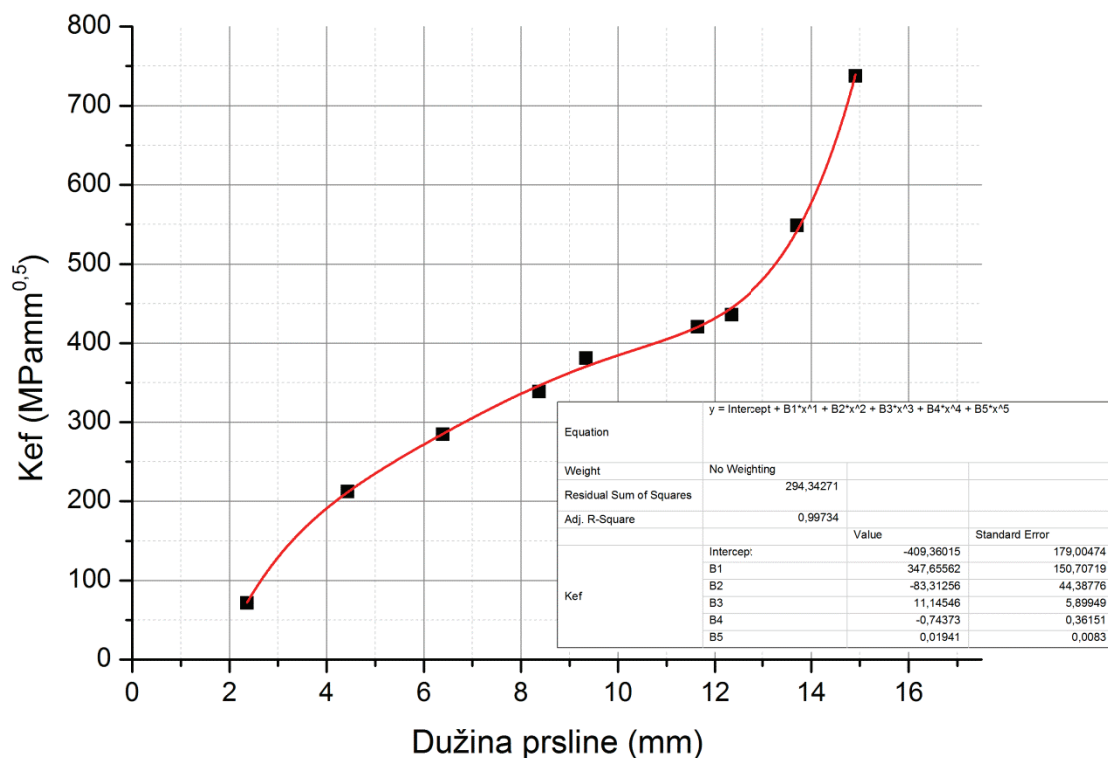
Tabela 7.2 Zamorne karakteristike legure aluminijuma 2024-T3 i koeficijenti NASGRO jednačine (jedinice: MPa i MPamm^{0,5})

Maksimalna zatezna čvrstoća	455,1
Napon tečenja	365,4
Ef. lomna žilavost za dubinsku prslinu K_{Ie}	1459
Lomna žilavost pri ravanskoj deform. K_{IC}	1042
Parametar prilagođavanja A_K	1
Parametar prilagođavanja B_K	1,5
Parisova konstanta C	$2,382 \times 10^{-12}$
Parisov eksponent n	3,20
NASGRO eksponent p	0,25
NASGRO eksponent q	1
Opseg praga intenziteta napona ΔK_{th}	42,39
Koeficijent praga C_{th}	1,21
Faktor ravanske deform./napona α	2,0
Odnos maks. napona i napona tečenja	0,3

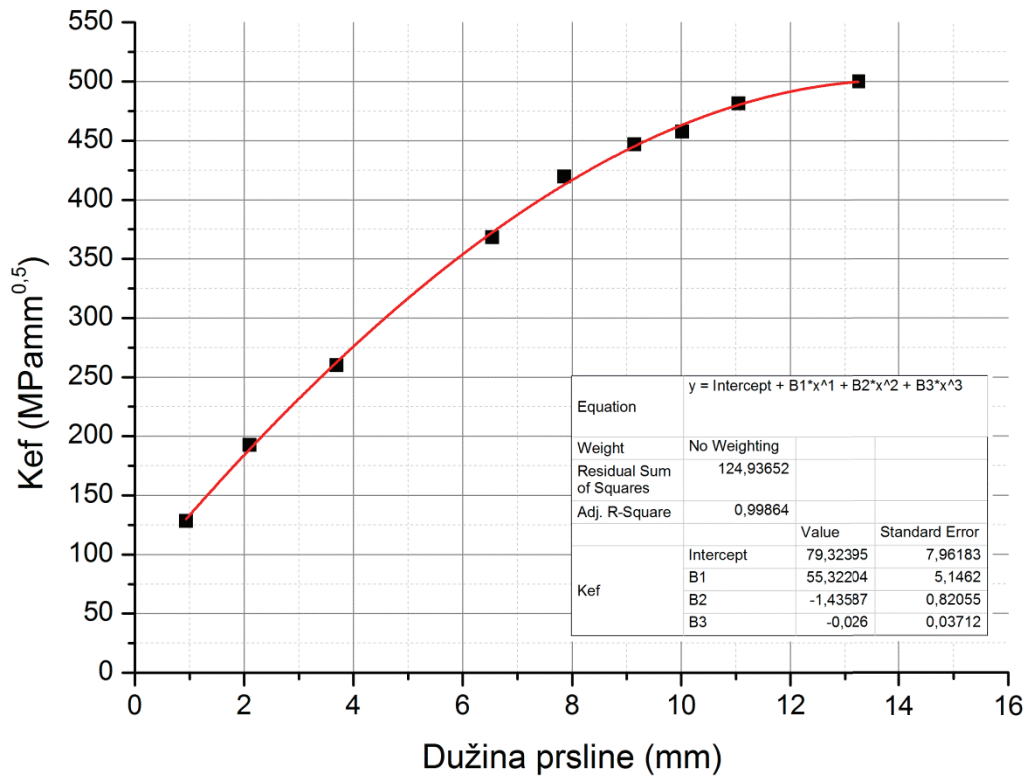
Prilikom integracije jednačine (4.7), F2DCG obično koristi faktor intenziteta napona K_I , dok se K_{II} zanemaruje, pa se ΔK računa po formuli $\Delta K = K_{I\max} - K_{I\min}$. Međutim, proračun korišćenjem samo K_I je za prvu prslinu dao vek $N=124492$ ciklusa, što je skoro tri puta veći vek od onog dobijenog u eksperimentu, dok je za drugu prslinu procenjen vek $N=14001$ ciklusa. Analizom datoteke *history.sif* utvrđeno je da vrednost faktora intenziteta napona K_{II} u odnosu na K_I nije zanemarljiva za prvu prslinu, pa je

odlučeno da se u proračunu koristi efektivna vrednost K_{ef} koja se izračunava pomoću jednačine (4.8).

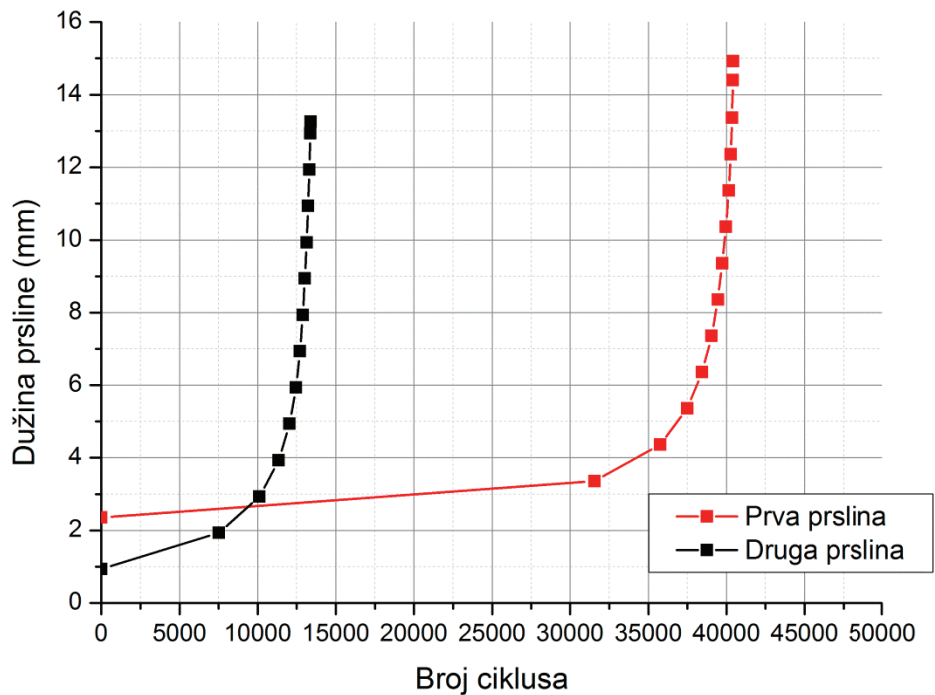
Da bi se novi proračun sproveo, prvo su na osnovu vrednosti K_I i K_{II} iz *history.sif* datoteke izračunate vrednosti K_{ef} za svaki korak širenja obe prsline, a onda su primenom metoda polinomske interpolacije određene jednačine linija koje opisuju promene K_{ef} sa dužinom prsline. U slučaju prve prsline dobijena je jednačina petog stepena $y = 0,01941x^5 - 0,7437x^4 + 11,1454x^3 - 83,3125x^2 + 347,655x - 409,360$ za koju je izračunat koeficijent determinacije $R^2 = 0,99734$. Promena efektivnog faktora intenziteta napona sa dužinom je u slučaju druge prsline opisana polinomskom jednačinom trećeg stepena $y = -0,026x^3 - 1,43587x^2 + 55,322x + 79,3239$, sa koeficijentom determinacije jednakim $R^2 = 0,99864$. Visoke vrednosti R^2 dobijene u oba slučaja pokazale su da polinomske funkcije (predstavljene Slikama 7.29 i 7.30) verno opisuju promene vrednosti K_{ef} sa dužinama prsline i da, stoga, mogu biti korišćene u integraciji jednačine (4.7).



Slika 7.29 Grafik promene vrednosti K_{ef} sa dužinom prve prsline



Slika 7.30 Grafik promene vrednosti K_{ef} sa dužinom druge prsline

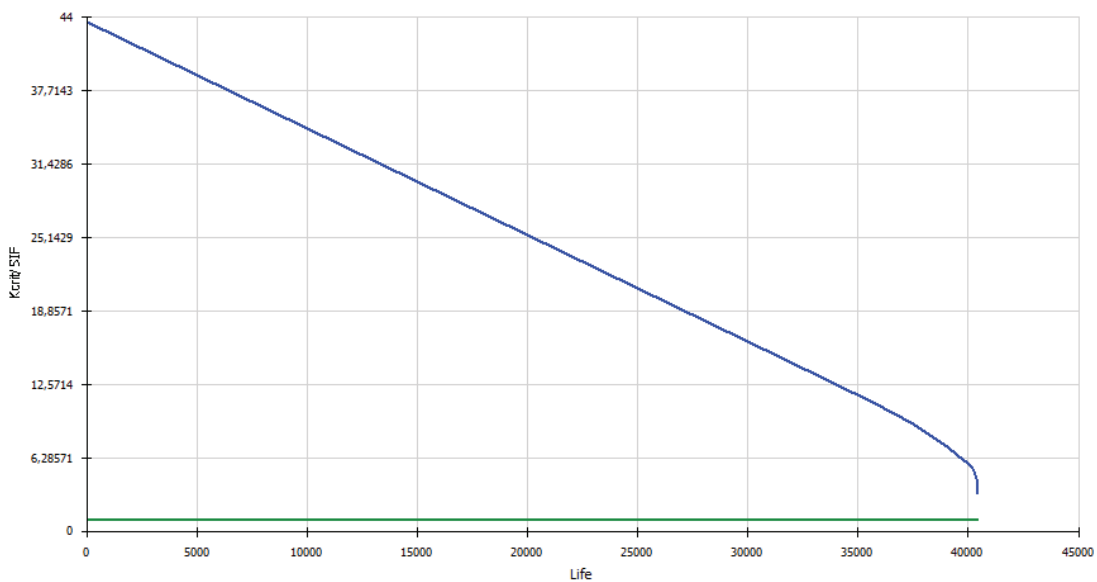


Slika 7.31 Grafik zavisnosti dužina obeju prsline od broja ciklusa primenjenog opterećenja

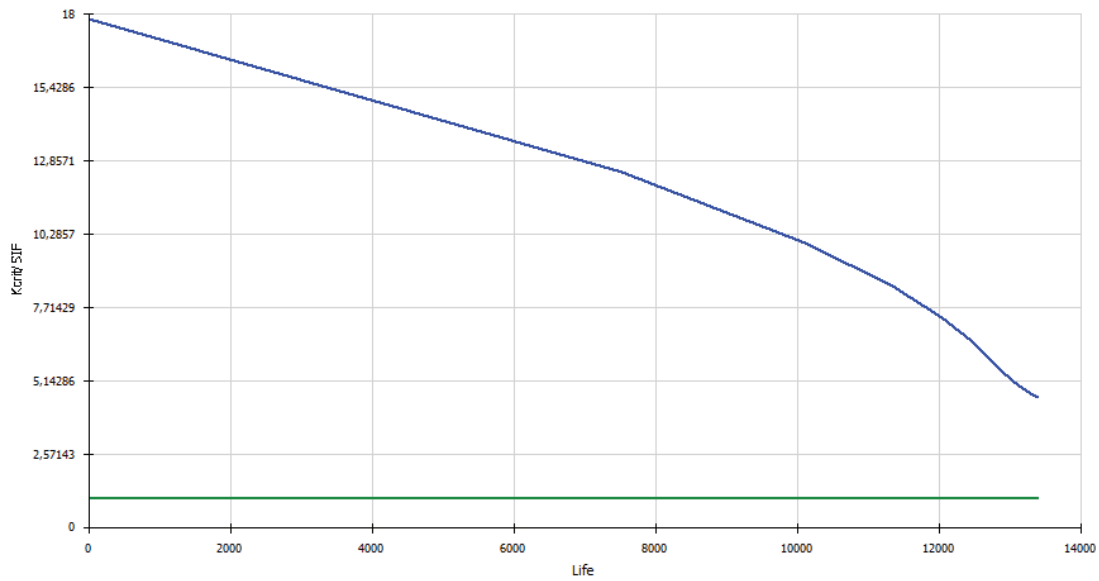
Nakon što su jednačine polinomskih funkcija uvršćene u izraz (4.7), F2DCG je izračunao da će se prva prslina proširiti do dužine $a=14,92\text{cm}$ nakon $N=40413$ ciklusa primenjenih opterećenja (odnosno nakon 257,4 blokova sa Slike 7.8), a da će se druga nakon $N=13392$ ciklusa (85,3 blokova) proširiti do dužine $a=13,26\text{cm}$ (Slika 7.31).

Dobijene vrednosti su se dosta dobro poklopile sa vrednostima dobijenim eksperimentom, što je opravdalo upotrebu K_{ef} u slučaju prve prsline, dok je razlika broja ciklusa dobijenih korišćenjem K_I i K_{ef} kod druge prsline bila veoma mala (14001 naspram 13392 ciklusa). To ukazuje na mali uticaj K_{II} na brzinu širenja druge prsline, odnosno da su vrednosti K_{II} u ovom slučaju potpuno zanemarljive.

Na Slikama 7.32 i 7.33 prikazane su promene odnosa K_C/K_{ef} u funkciji veka (broja ciklusa), koje pokazuju da konačne vrednosti K_{ef} dobijene u simulaciji rasta obe prsline nisu dostigle kritičnu vrednost faktora intenziteta napona K_C .

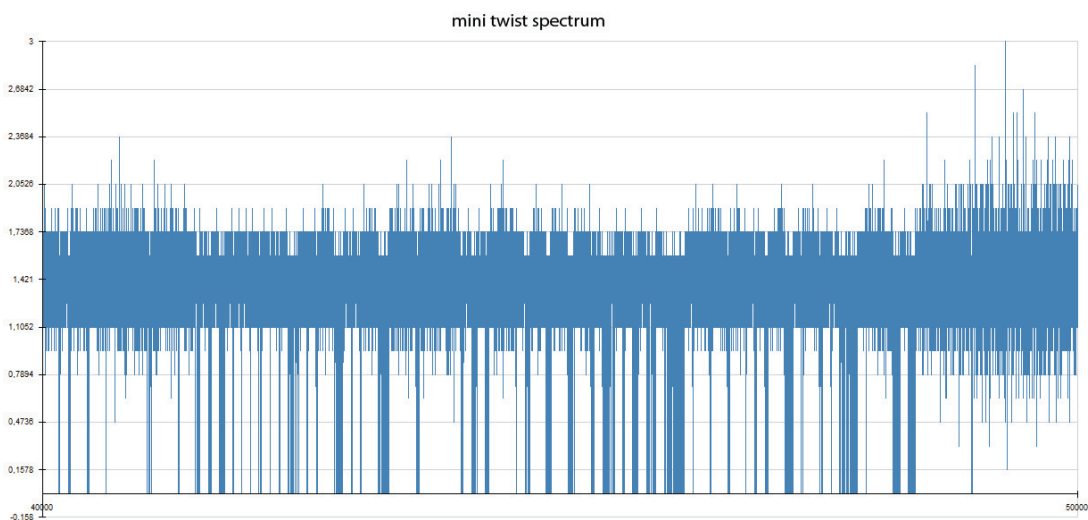


Slika 7.32 Grafik promene odnosa K_C/K_{ef} sa brojem ciklusa (prva prslina)

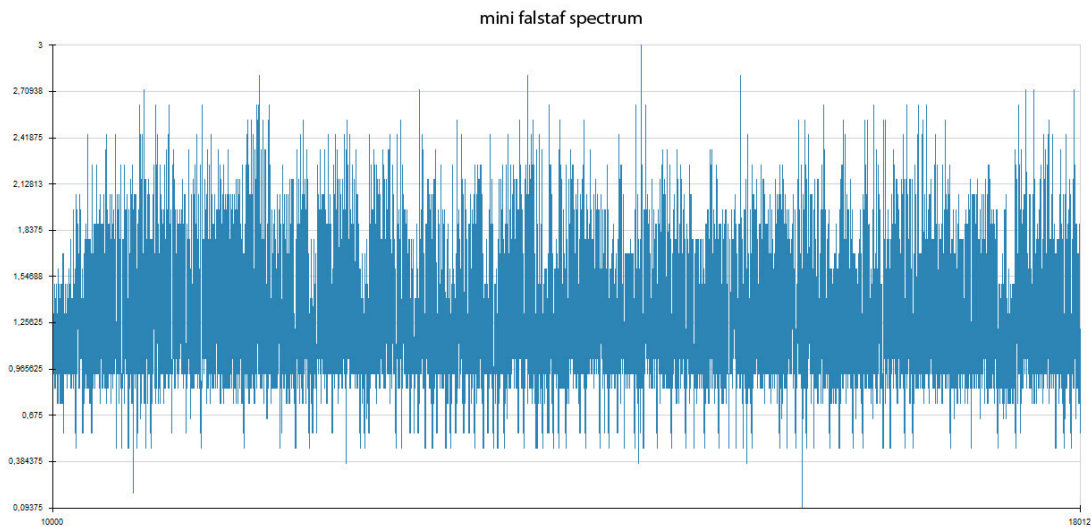


Slika 7.33 Grafik promene odnosa K_c/K_{ef} sa brojem ciklusa (druga prslina)

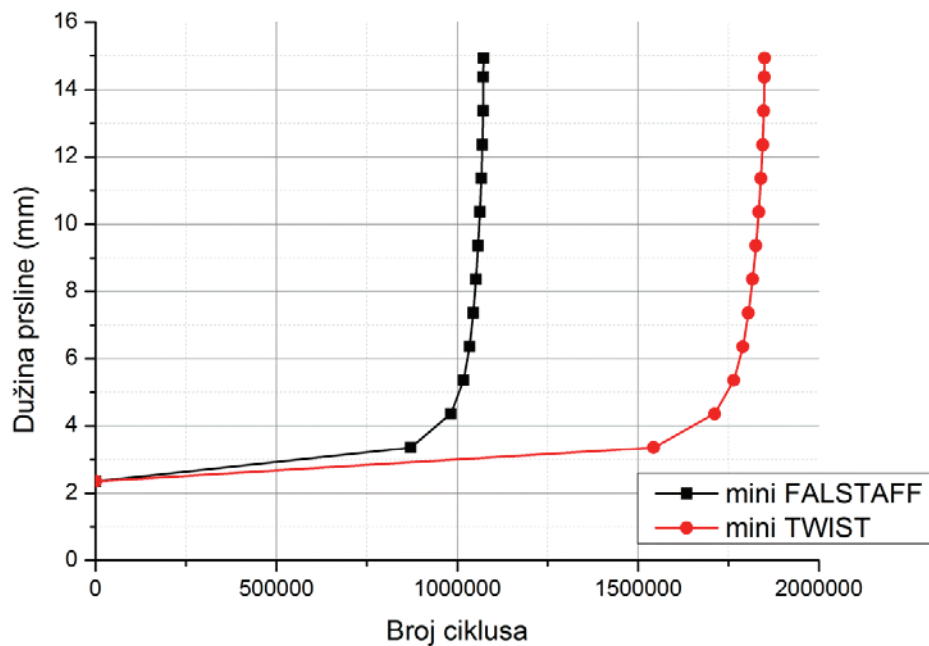
Na kraju, sproveden je i proračun zamornog veka obeju prslina izloženih standardnim spektrima opterećenja *mini-TWIST* i *mini-FALSTAFF* [109] (Slike 7.34 i 7.35) da bi se dobile procene brojeva ciklusa koji će prslina tokom eksploatacije proširiti do dimenzija dobijenih u eksperimentu. Proračun u Ansys-u je pri *mini-TWIST* spektru predvideo pojavu oštećenja nakon približno 660000 ciklusa opterećenja, a pri *mini-FALSTAFF* nakon 290000 ciklusa.



Slika 7.34 Deo *mini-TWIST* spektra korišćenog u proračunu zamornog veka ramenjače



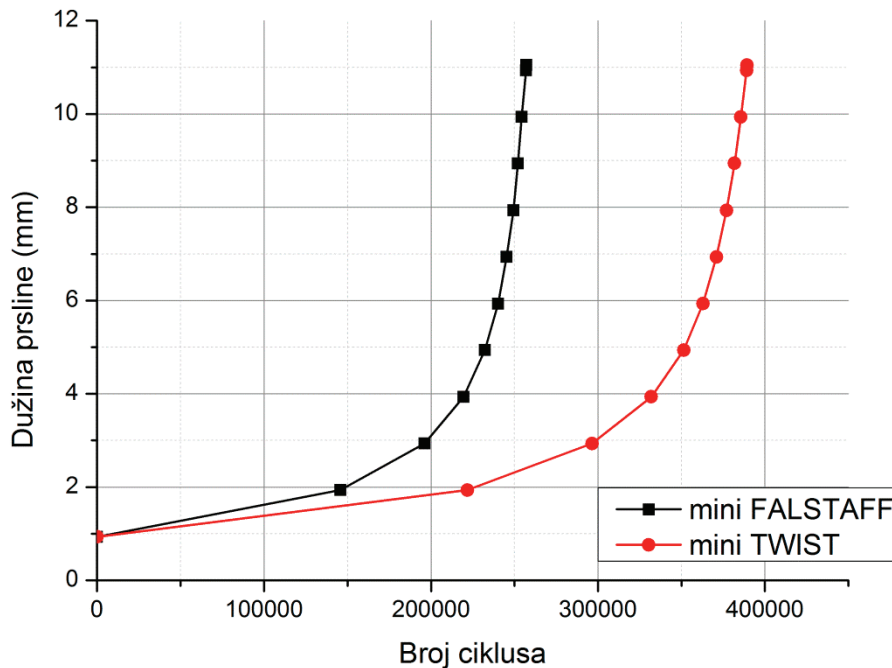
Slika 7.35 Deo mini-FALSTAFF spektra korišćenog u proračunu zamornog veka ramenjače



Slika 7.36 Grafik promene dužine prve prsline sa brojem ciklusa za različite standardne spektre opterećenja

Na Slici 7.36 prikazan je grafik promene dužine prve prsline za koju je – u slučaju dejstvu mini-TWIST spektra – dobijen proračunski vek $N=1849468$ ciklusa (ili oko 103 sata leta) do dostizanja dužine $a=14,91\text{mm}$, odn. $N=1072496$ ciklusa (ili oko 60 sati leta) pri dejstvu mini-FALSTAFF spektra. Na Slici 7.37

dati su grafici promena dužina druge prsline u funkciji broja ciklusa standardnih spektara. Pri dejstvu mini-TWIST spektra dobijen je vek $N=389350$ ciklusa (ili oko 22 sata), a pri dejstvu mini-FALSTAFF spektra $N=257220$ (nešto više od 14 sati leta).



Slika 7.37 Grafik promene dužine druge prsline sa brojem ciklusa za različite spektre opterećenja

Poređenjem vrednosti dobijenih eksperimentom i numeričkom simulacijom lako je uočiti njihovu sličnost. U eksperimentu je prva prsline uočena nakon 8542 ciklusa, a MKE je predvidela pojavu oštećenja najranije nakon 7944 ciklusa dejstva opterećenja promenljive amplitude. Sabiranjem ove vrednosti sa vrednošću $N=40413$ dobijenom za broj ciklusa koji će prslinu na vertikalnom zidu levog pojasa ramenjače proširiti do poslednjeg zavrtnjskog otvora, dobija se ukupan vek prsline pod zamorom $N=48357$. U eksperimentu je prsline do otvora za zavrtnj na vertikalnom zidu stigla nakon 58520 ciklusa, a razlika od približno 10000 ciklusa može se objasniti činjenicom da se, pre prelaska na vertikalni zid pojasa ramenjače, prsline jedno vreme širila

horizontalnim zidom i zonom radijusa 3,2mm između vertikalnog i horizontalnog zida.

Druga prslina je u eksperimentu uočena nešto kasnije (nakon 39450 ciklusa) i to tek kada je postala vidljiva u oblasti između horizontalnog i vertikalnog zida. Naknadno je utvrđeno da je ova prslina nastala na zavrtanjskom otvoru ispod gornjeg ukleštenja i njen nastanak se može objasniti pojavom koncentracije napona oko tog otvora. Broj ciklusa do nastanka ove prslina, nažalost, nije zabeležen. Sabiranjem proračunskog broja ciklusa širenja druge prslina do zavrtanjskog otvora na vertikalnom zidu (koji je iznosio 13392) i broja ciklusa nakon kojeg je prslina uočena u eksperimentu, dolazi se do ukupnog veka pod zamorom druge prslina koji iznosi 52842. Kao i kod prve prslina, razlika od skoro 6000 ciklusa može se objasniti kretanjem prslina u oblasti između dva zida pojasa ramenjače.

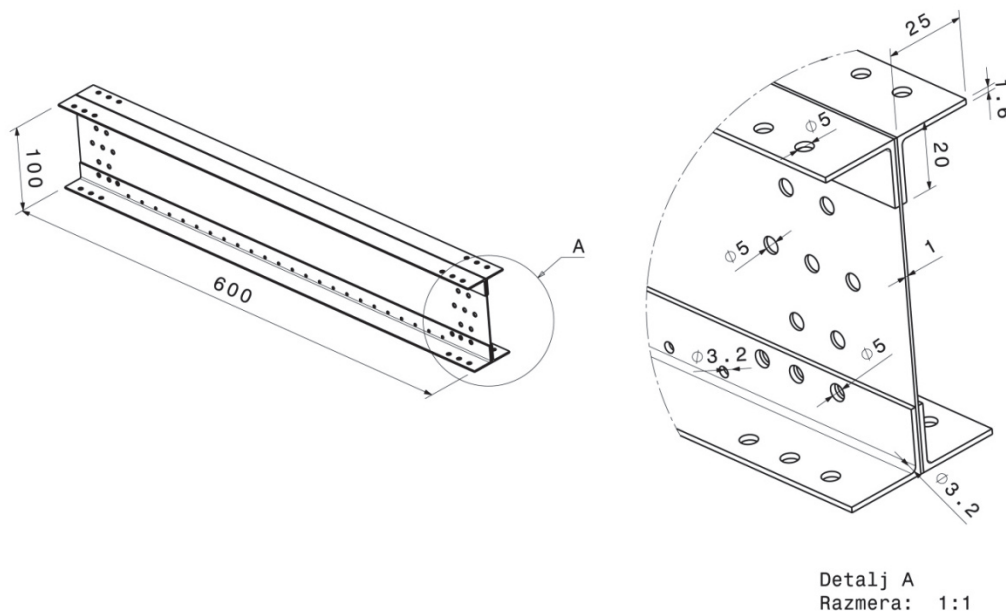
Dobijene proračunske vrednosti vekova pod zamorom prslina u slučaju dejstava mini-TWIST i mini-FALSTAFF spektara opterećenja relativno su niske, ali treba uzeti u obzir da su ovo standardni spektri koji se koriste kod testiranja transportnih i borbenih aviona, a da se ovde radi o ramenjači lakog aviona [110]. Vrednosti zamornog veka u slučaju dejstva mini-TWIST spektra (laki avion je, po opterećenjima tokom leta, sličniji transportnom) reda su veličine od nekoliko stotina hiljada ciklusa (druga prslina) do nekoliko miliona ciklusa (prva prslina). Ove vrednosti bi u praksi, prilikom planiranja inspeksijskih intervala, trebalo korigovati izvesnim faktorom sigurnosti, ali se one mogu smatrati dobrom procenom.

Konačno, opisana metodologija simulacije širenja 2D prslina korišćenjem MKE pokazala se pouzdanom, jer je dala procene veka koje odgovaraju vrednostima dobijenim u eksperimentu. Međutim, ovom metodologijom nije moguće simulirati prelaz prslina sa horizontalnog na vertikalni zid pojasa (jer je to 3D problem), odnosno objasniti zašto se prslina jedno vreme kretala zonom radijusa 3,2mm. Odgovor na ovo, ali i još neka pitanja, moguće je dobiti korišćenjem proširene metode konačnih elemenata.

7.6 Proširena metoda konačnih elemenata (PMKE) u proceni zamornog veka 3D prsline na aluminijumskoj ramenjači lakog aviona

Kao što je u odeljku 7.5, korišćenjem klasične metode konačnih elemenata, pokazano da se dvodimenzionalnom simulacijom rasta prsline u FRANC2D/L-u može dobiti proračunski vek ramenjače izložene dinamičkom opterećenju približan veku dobijenom u eksperimentu, u ovom odeljku biće demonstrirano da se dobre predikcije veka mogu dobiti i simulacijom rasta prsline na trodimenzionalnoj geometriji ramenjače korišćenjem proširene metode konačnih elemenata (PMKE).

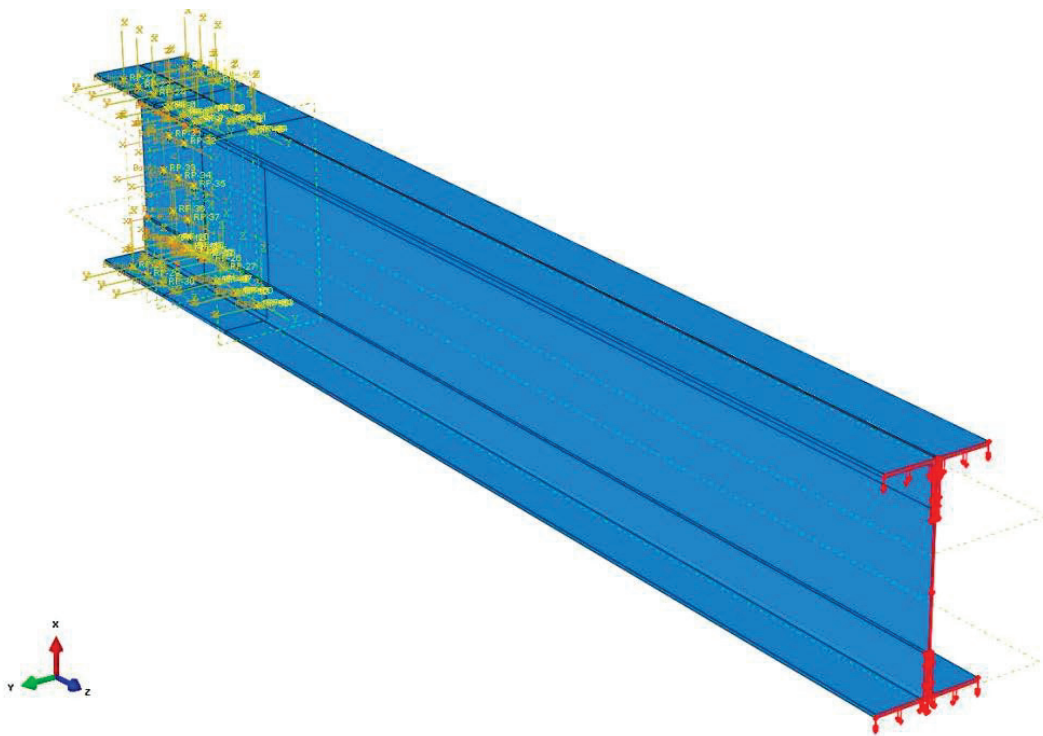
U prethodnim poglavljima je pomenuto da je PMKE relativno nova metoda koja još nije potpuno afirmisana i koja – da bi bila opšte prihvaćena – mora da se još „dokazuje u praksi“. To znači da se rezultati dobijeni pomoću PMKE za složenu 3D geometriju još uvek ne mogu smatrati pouzdanim bez eksperimentalne provere, pa bi primer proračuna veka ramenjače izložene promenljivom opterećenju trebalo da doprinese (zajedno sa primerima iz Poglavlja 6) donošenju objektivnijeg suda o upotrebnoj vrednosti PMKE.



Slika 7.38 Dimenzije i oblik aluminijumske ramenjače korišćene u simulaciji širenja 3D prsline

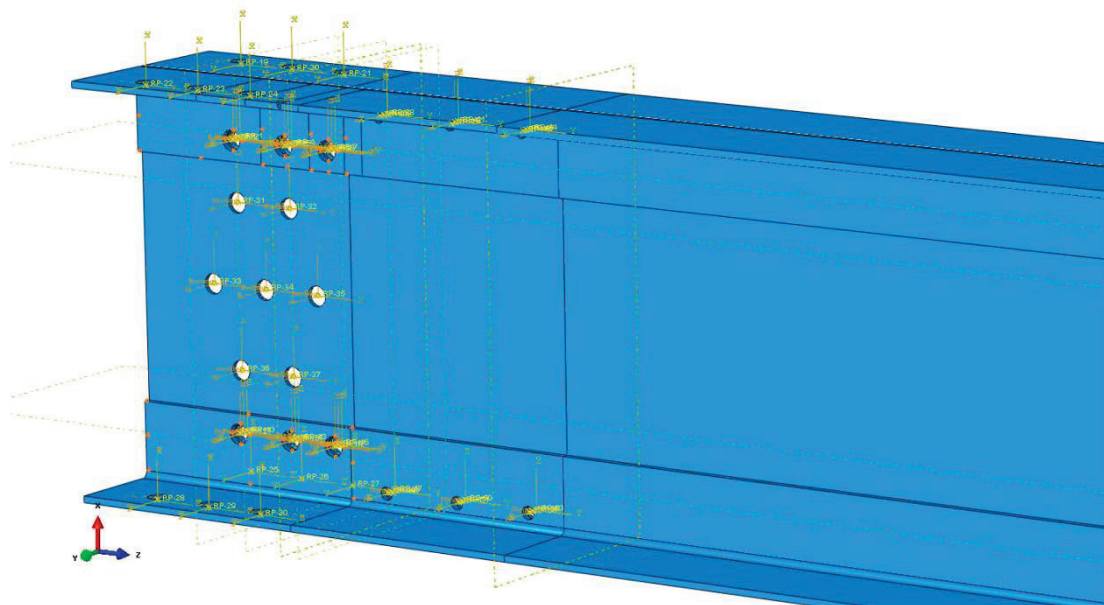
Na Slici 7.38 predstavljene su dimenzije virtuelne geometrije aluminijumske ramenjače koja je modelirana u softveru CATIAv5. Sve dimenzije preuzete su sa ramenjača koje su eksperimentalno ispitivane pod dejstvom različitih spoljašnjih opterećenja, korišćenjem opreme opisane u odeljku 7.2. Međutim, radi pojednostavljenja numeričkog modela i skraćivanja vremena potrebnog za proračun, sa virtuelne geometrije ramenjače – pre njenog uvoza u Abaqus – uklonjeni su svi otvori za zakivke duž četiri pojasa ramenjače, kao i svi otvori za zavrtnajske veze na jednoj strani ramenjače, pa je geometrija dobila konačan oblik prikazan Slikom 7.39.

Treba istaći da su proračuni u početku sprovedeni na geometriji predstavljenoj Slikom 7.38, ali to – uz komplikacije oko generisanja kvalitetne mreže u blizini velikog broja otvora i drastično povećanog broja čvorova (preko 3000000) – nije donelo značajno preciznije rezultate od onih dobijenih na modelu sa Slike 7.39, pa su kasniji proračuni sprovedeni isključivo na uprošćenom modelu ramenjače.



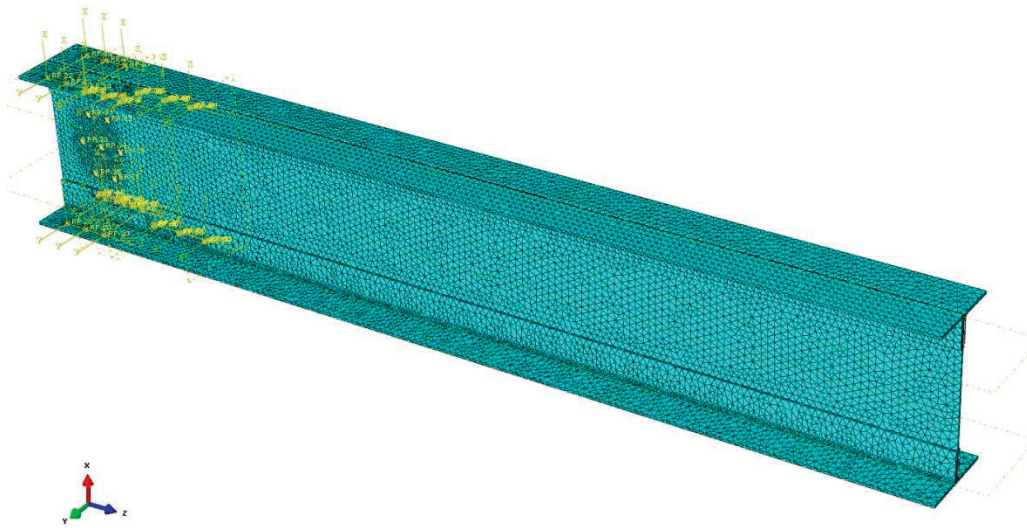
Slika 7.39 Model ramenjače sa primenjenim pomeranjem od 3mm (ABAQUS model)

Slika 7.39 pokazuje da je na kraju ramenjače sa kojeg su uklonjeni svi otvori za zavrtnjeve primenjeno pomeranje veličine 3mm (predstavljeno crvenim strelicama), koje je odgovaralo maksimalnom pomeranju izmerenom u eksperimentu i potom korišćenom u 2D simulaciji rasta prsline u softveru FRANC2D/L. Otvori za zavrtnjeve koji se nalaze na drugoj strani modela (na Slici 7.40 dati sa pripadajućim lokalnim koordinatnim sistemima) iskorišćeni su da se preko njih virtuelna ramenjača fiksira na način kako je to urađeno sa realnom ramenjačom u eksperimentu, čime je postignuta velika saglasnost primenjenih graničnih uslova sa uslovima ispitivanja.



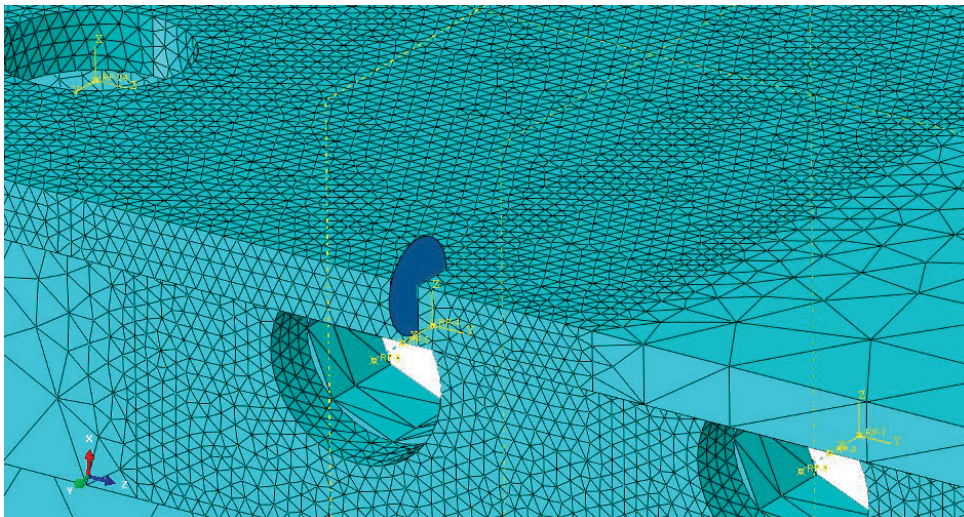
Slika 7.40 Granični uslovi definisani na otvorima za fiksiranje ramenjače
(ABAQUS model)

Zbog specifičnosti geometrije ramenjače i prisustva relativno velikog broja otvora (i pored toga što su uklonjeni svi otvori za zakivke i polovina otvora za zavrtnjske veze), za formiranje mreže konačnih elemenata korišćeni su tetraedarski elementi, za koje je – kroz primere u Poglavlju 6 – pokazano da daju dobre predikcije promene vrednosti faktora intenziteta napona na frontu prsline. Generisana je mreža sa 303843 elementa, čiji je izgled dat na Slici 7.41.



Slika 7.41 Mreža konačnih elemenata modela ramenjače (tetraedarski elementi)

Kako se u eksperimentima prslina pojavljivala i prvobitno širila u zoni pojasa ramenjače koja je u dodiru sa ivicama gornjeg ukleštenja i podloške (Slika 7.10), mreža je u istoj zoni na modelu značajno usitnjena (Slika 7.42) da bi se u proračunu dobile što verodostojnije vrednosti faktora intenziteta napona u tačkama fronta prsline.

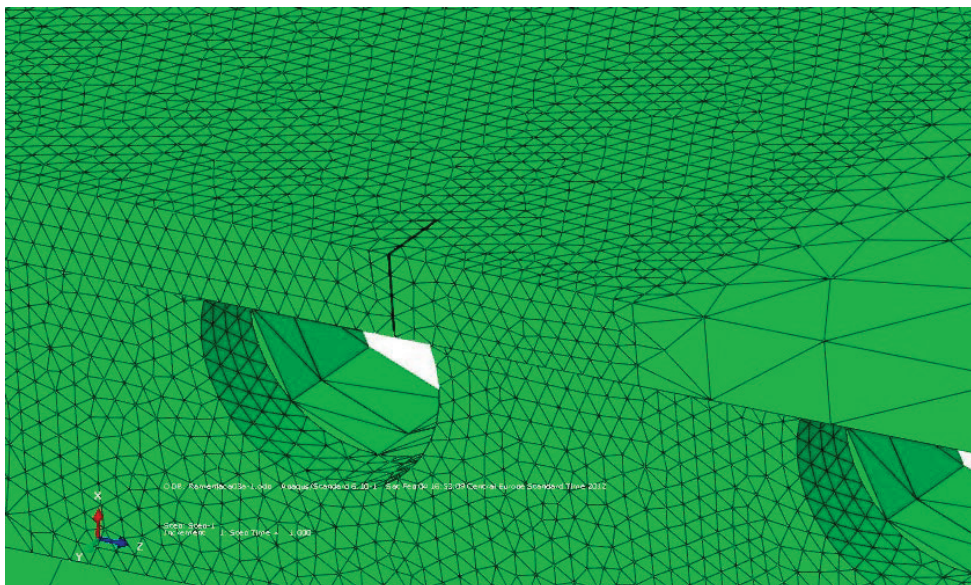


Slika 7.42 Mreža konačnih elemenata gornjeg pojasa ramenjače sa inicijalnom prslinom oblika novčića (tetraedarski elementi)

Pored toga, početna prslina oblika novčića (tamno plavi krug na Slici 7.42) inicirana je na ivici gornjeg levog pojasa modela ramenjače, a ne na poziciji

na kojoj se ona pojavila u eksperimentu sa opterećenjem uskog opsega amplituda (malo više udesno, u pravcu zida ramenjače). Razlog izbora ivice kao mesta iniciranja prsline je taj što se prsline u eksperimentima sa različitim istorijama opterećenja uvek pojavljivale u istoj zoni ramenjače, ali na različitim mestima unutar nje, što je i razumljivo s obzirom na stohastičku prirodu fenomena zamora. Stoga je odlučeno da se prslini u simulaciji „obežbedi“ veći prostor za širenje kako bi se pratila i analizirala promena faktora intenziteta napona duž najveće moguće putanje prsline.

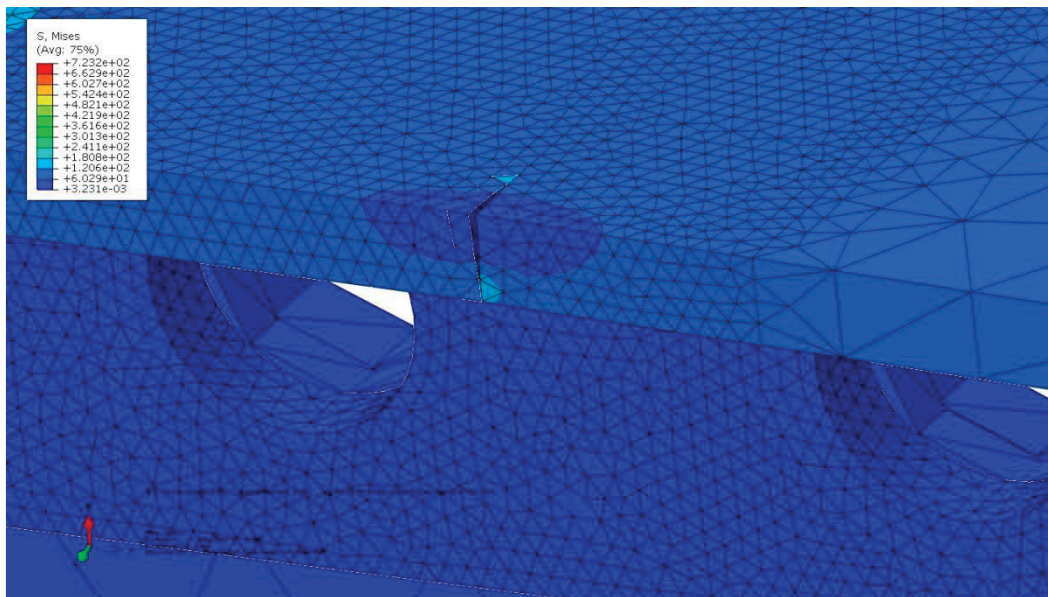
Početa prsline bila je dužine 1mm (što je nešto manje od poluprečnika kruga korišćenog za njeno iniciranje na ivici pojasa) i, kao što se na Slici 7.42 može videti, ona nije prodirala kroz celu debljinu horizontalnog zida pojasa. Nakon prvog koraka proračuna u Abaqus-u (tj. otvaranja prsline) mreža konačnih elemenata izgledala je kao na Slici 7.43, dok je naponsko stanje oko prsline prikazano Slikom 7.44, sa maksimalnom vrednošću fon Mizes napona jednakom $723,2MPa$.



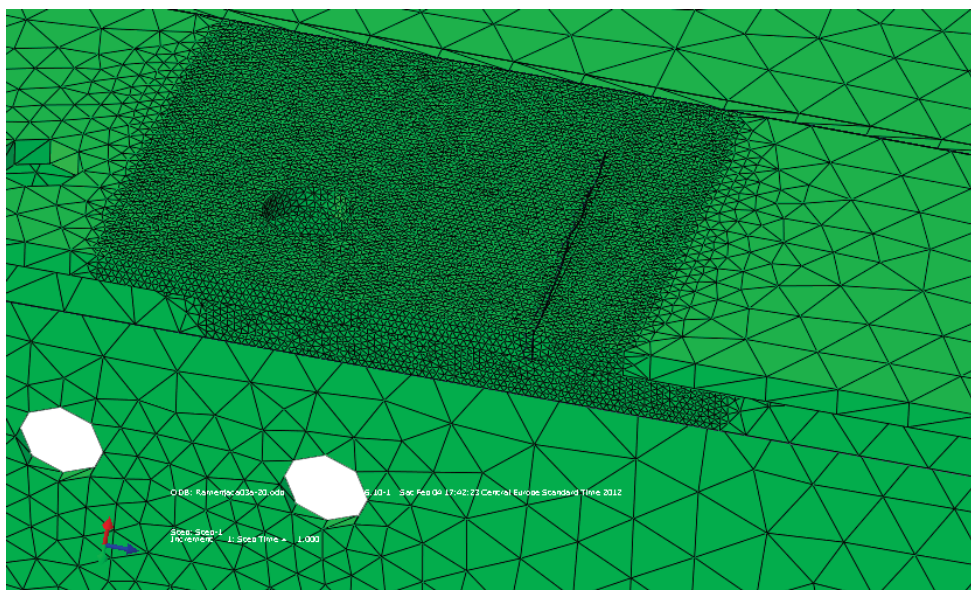
Slika 7.43 Inicijalna prsline dužine 1mm na gornjem pojasu ramenjače

Nakon uspešnog otvaranja prsline, započeto je njeno širenje u koracima od maksimalno 1mm, pri čemu ono nije ograničavano na jednu ravan, već je dozvoljeno kretanje prsline u pravcu u kojem proračun predviđi da je

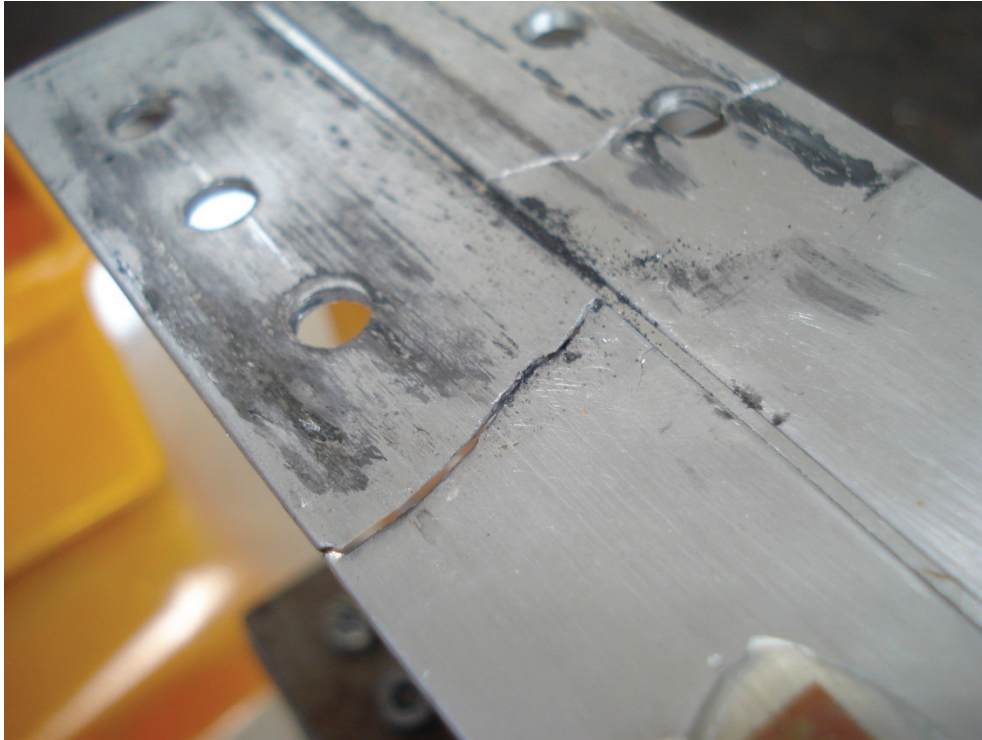
najverovatnije da će se ona širiti. Nakon devetnaest koraka propagacije prslina je imala oblik prikazan Slikom 7.45, na kojoj se jasno vidi da putanja prsline na horizontalnom delu pojasa nije bila prava, već krivudava linija, slična onoj dobijenoj u eksperimentu (Slika 7.46). To je bila potvrda da su granični uslovi i opterećenje u vidu pomeranja pravilno definisani i da je virtuelni (numerički) model dobra aproksimacija realne ramenjače korišćene u eksperimentu.



Slika 7.44 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon njenog otvaranja



Slika 7.45 Izgled prsline nakon 19 koraka širenja od po 1mm

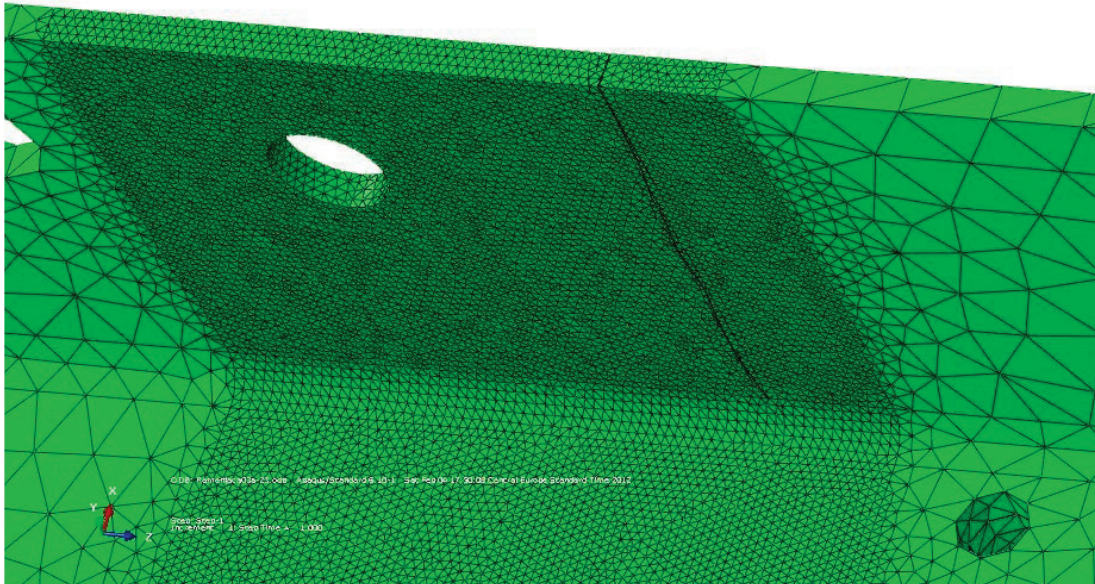


Slika 7.46 Izgled putanje prsline dobijene u eksperimentu

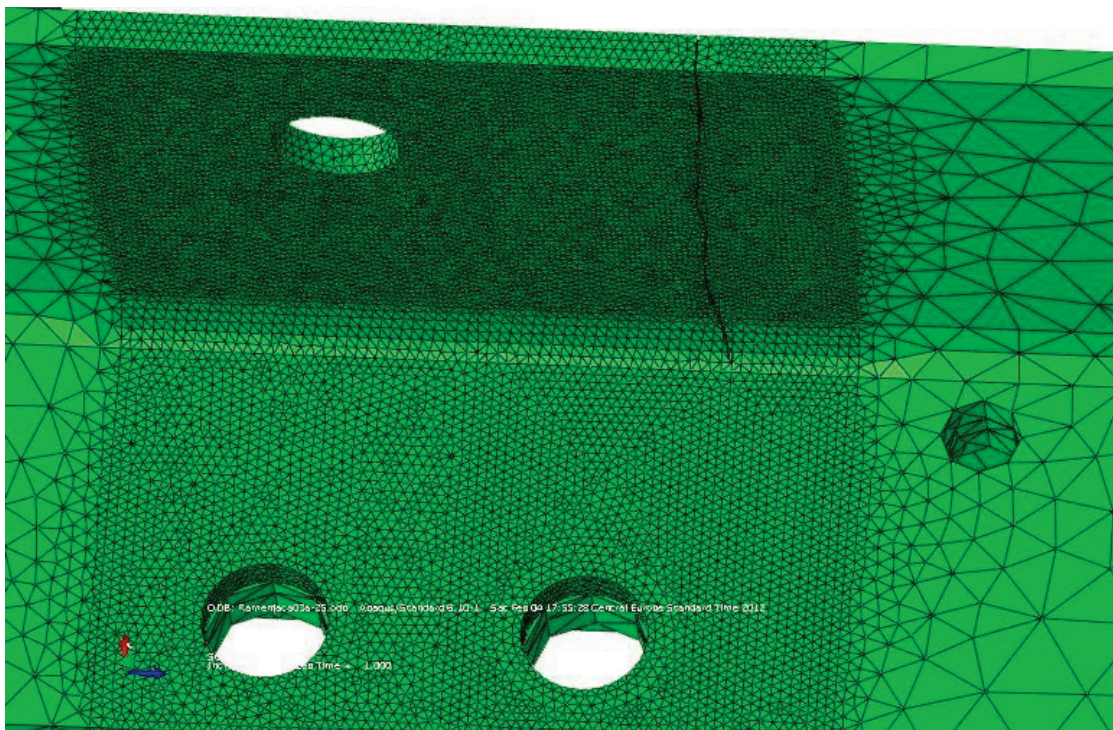
Širenje prsline je, zatim, nastavljeno i nakon 22 koraka ona je stigla do oblasti radijusa 3,2mm između horizontalnog i vertikalnog zida gornjeg pojasa, kroz koju se tokom narednih nekoliko koraka i kretala (Slike 7.47 i 7.48). To je, inače, oblast pojasa u kojoj on počinje da ostvaruje dodir sa zidom ramenjače, a kako se prslina tokom eksperimenata ni jednom nije pojavila na zidu ramenjače, domen širenja oštećenja je na početku simulacije ograničen samo na geometriju pojasa. Iz tog razloga, prslina nakon izlaska iz oblasti radijusa 3,2mm nije nastavila da se širi zidom ramenjače, već samo vertikalnim zidom pojasa koji je u kontaktu sa zidom ramenjače, što je i bio jedan od uslova definisanih pre početka trodimenzionalne simulacije.

Naponsko stanje oko prsline nakon 24 koraka širenja (odnosno, neposredno pre izlaska prsline iz zone radijusa 3,2mm) prikazano je na Slikama 7.49 i 7.50, na kojima se vidi i oblik deformisanog pojasa sa prslinom (treba napomenuti da prikazane deformacije i „otvor“ prsline nisu dati u stvarnoj razmeri - sve je softverski uvećano da bi se stanje komponente moglo lakše

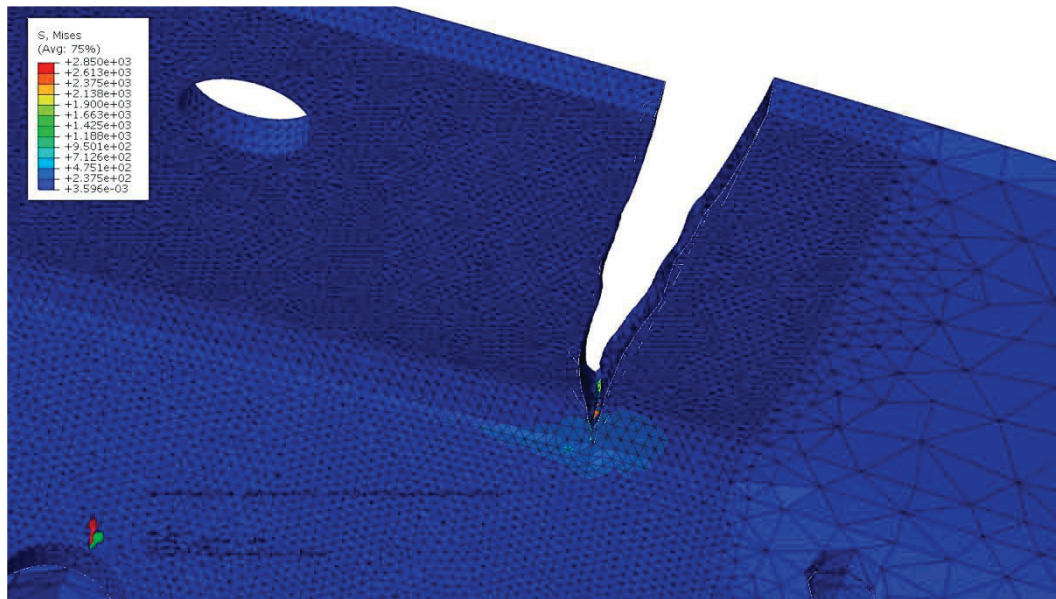
analizirati). Maksimalna vrednost fon Mizes napona u nekom od čvorova fronta iznosila je 2850MPa , dok su se vrednosti u neposrednoj blizini vrha prsline kretale od $475,1\text{MPa}$ do $950,1\text{MPa}$.



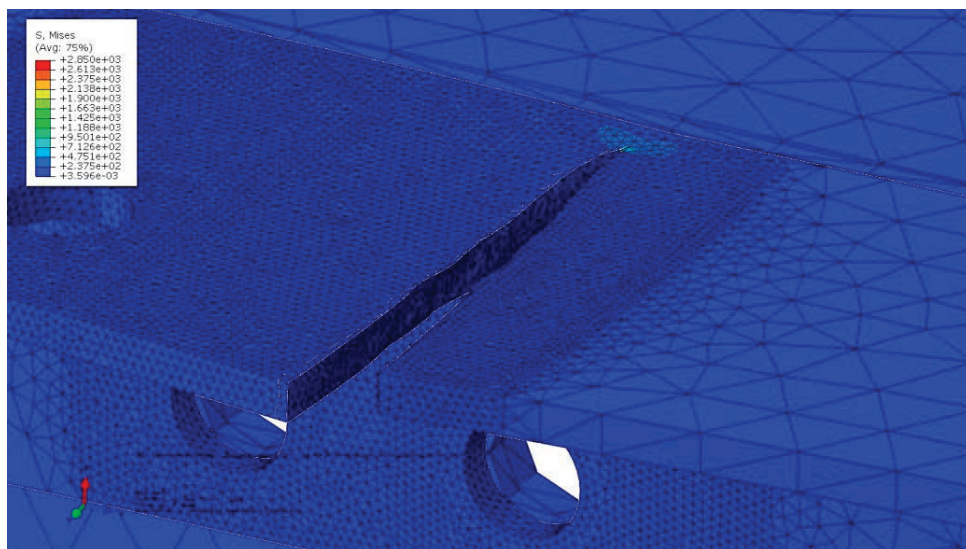
Slika 7.47 Izgled prsline nakon 22 koraka širenja od po 1mm (pogled sa donje strane)



Slika 7.48 Izgled prsline nakon 24 koraka širenja od po 1mm (pogled sa donje strane)



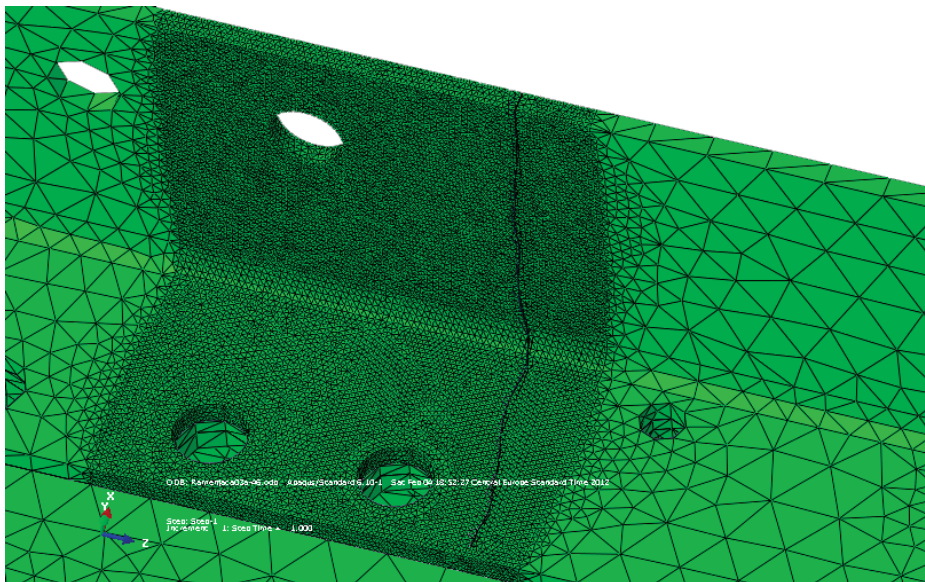
Slika 7.49 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 24 koraka širenja
(pogled sa donje strane)



Slika 7.50 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 24 koraka širenja
(pogled sa gornje strane)

Nakon izlaska iz zone radijusa 3,2mm, virtuelna prsline je nastavila da se kreće vertikalnim zidom pojasa ramenjače i posle 45 koraka širenja (od otvaranja prsline) došla je do ivice vertikalnog zida (Slika 7.51) i Abaqus više nije mogao da formira novi front. Drugim rečima, došlo je do konačnog loma

pojasa usled prolaska prslina kroz njega, po širini oba zida. Izgled prslina dat Slikom 7.51 nije dobijen ni u jednom eksperimentu sa ramenjačama od materijala 2024-T3, jer su prslina nakon ulaska u zonu radijusa 3,2mm uglavnom nastavljale da se njome kreću, u pravcu pod uglom od približno 90° u odnosu na putanju na horizontalnom zidu predstavljenu Slikom 7.12. Nakon analize prslina i lomova dobijenih na ramenjačama tokom eksperimenata, došlo se do zaključka da su pojasevi – koji su, inače, dobijeni savijanjem 2024-T3 ploča određenih dimenzija – u zonama radijusa imali zaostale zatezne napone. Ulaskom prslina u te zone dolazilo je do povećanja lokalnih napona, što je i dovodilo do razaranja materijala i širenja prslina kroz njih.

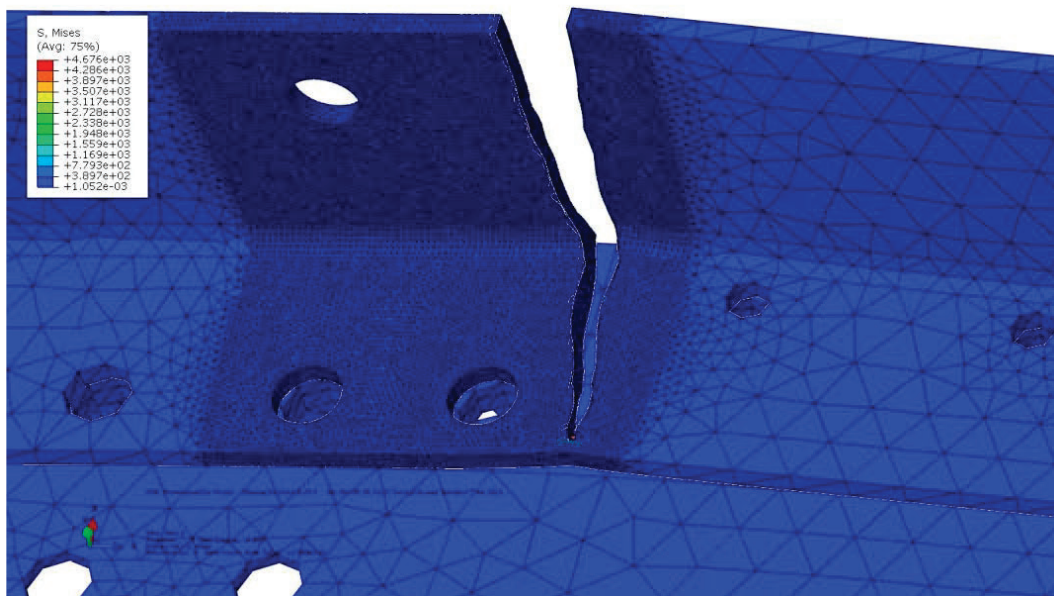


Slika 7.51 Izgled prslina nakon 45 koraka širenja od po 1mm (pogled sa donje strane)

Na Slikama 7.11 i 7.13 vidi se da su se obe prslina, i na levom i na desnom pojasiu ramenjače, tokom određenog broja ciklusa spoljašnjeg opterećenja kretale zonama radijusa 3,2mm, da bi u nekom trenutku izašle iz njih i nastavile da se šire ka poslednjim zavrtanjskim otvorima. Eksperiment je pokazao da su se prslina ovim zonama kretale tokom par hiljada ciklusa spoljašnjeg opterećenja, a kako su tada one dostigle dužine i od tridesetak milimetara (prva prslina), pretpostavka da je materijal u ovim zonama bio prednapregnut (možda čak i oštećen – mikrostrukturna oštećenja) dobila je

svoje opravdanje, jer su se prsline zonama brzo kretale. Iz ovih slučajeva može se izvući zaključak **da je tokom procesa izrade glavnih vazduhoplovnih komponenti neophodno odabrati ne samo kvalitetan materijal, već i odgovarajući postupak oblikovanja elemenata i najefikasniji tip naknadne termičke obrade, koji će smanjiti mogućnost pojave zaostalih naprezanja.**

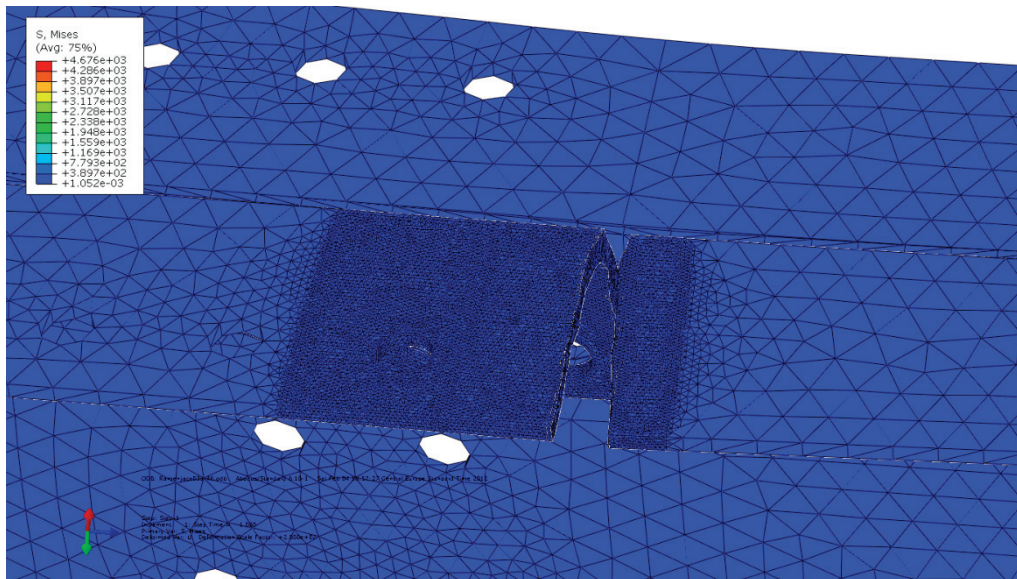
Na Slikama 7.52, 7.53 i 7.54 dato je naponsko stanje oko vrha prsline na kraju njenog širenja, koje pokazuje da je maksimalna vrednost u čvorovima prsline bila $4676MPa$, a da se u okolini vrha napon kretao u rasponu od $1169MPa$ do $1559MPa$.



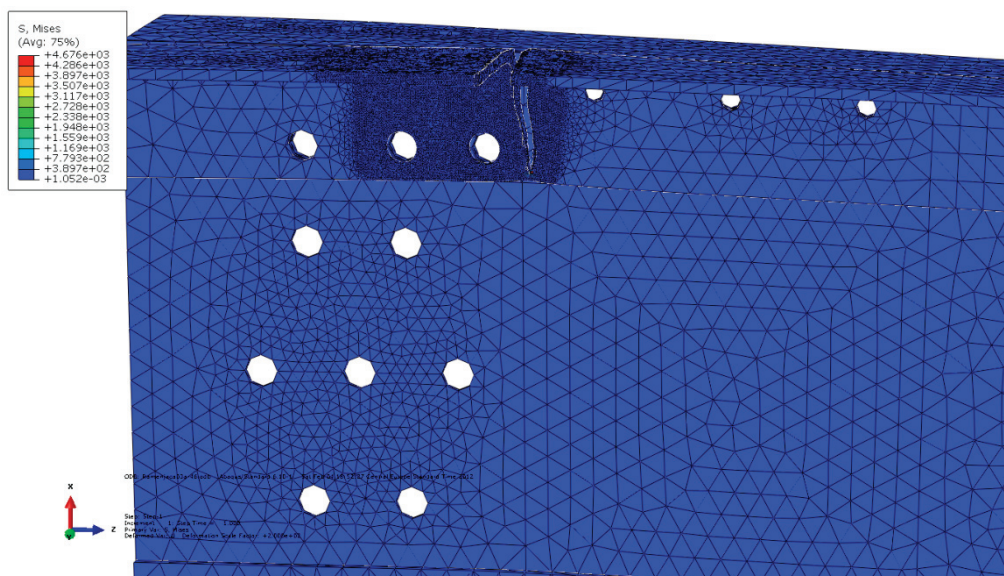
Slika 7.52 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 45 koraka širenja (pogled sa donje strane)

Oblik prsline na vertikalnom zidu pojasa ramenjače (Slika 7.51), dobijen trodimenzionalnom simulacijom propagacije oštećenja korišćenjem PMKE, nije odgovarao oblicima prsline dobijenim u eksperimentima iz još jednog razloga. Jedinе karakteristike legure 2024-T3 koje su u simulaciji korišćene su Jangov moduo elastičnosti (vrednosti $73000MPa$) i Puasonov koeficijent (vrednosti $0,33$), pri čemu je pretpostavljena *potpuna izotropnost materijala* i izostanak bilo kakvog mikro oštećenja u njemu. Kao rezultat ovih pretpostavki, dobijena je skoro najkraća moguća putanja prsline duž zidova pojasa, koja se ne odlikuje

naglim skretanjima, već samo manjim odstupanjima od pravca u kojem je prslina inicirana.



Slika 7.53 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 45 koraka širenja (pogled sa gornje strane)



Slika 7.54 Naponsko stanje (fon Mizes) na ramenjači nakon 45 koraka širenja (pogled sa bočne strane)

Da bi se analizirala verovatnoća pojave i širenja prsline na drugim delovima pojasa ramenjače, na generisanoj mreži konačnih elemenata je

inicijalna prslina postavljena na različita mesta, pa i u zonu radijusa 3,2mm (i to u pravcu u kojem se stvarna prslina širila tokom eksperimenta). Međutim, nakon otvaranja prsline, već u prvom sledećem koraku, Abaqus je prikazivao poruku da je dalje širenje prsline nemoguće jer su vrednosti faktora intenziteta napona veoma bliske nuli. To je bila potvrda pretpostavke da je širenje prsline ovom zonom moguće jedino u slučaju kad u njoj već postoji izvesno naponsko stanje (zaostali zatezni napon) ili mikro oštećenja u strukturi materijala.

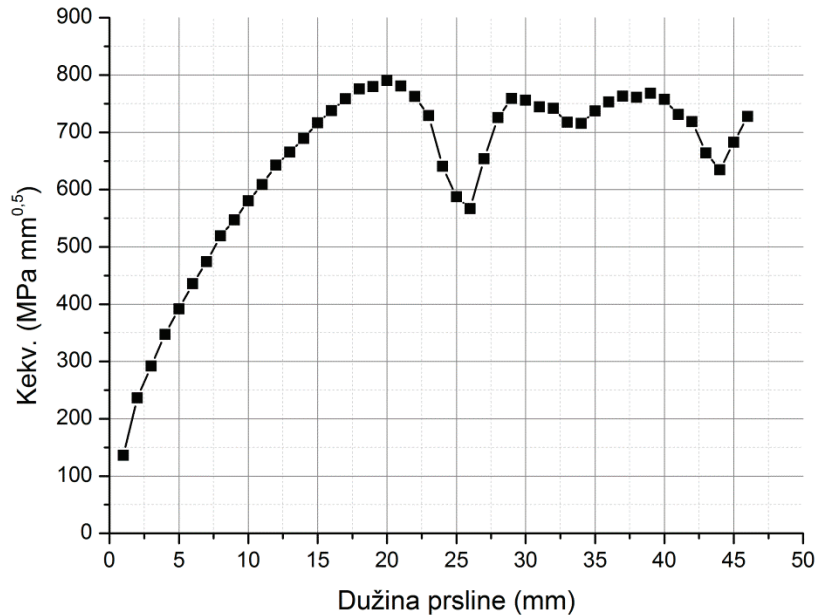
Kao i u primerima iz prethodnog poglavlja, tokom svakog koraka širenja prsline računane su vrednosti faktora intenziteta napona Moda I i ekvivalentnog faktora intenziteta napona u vrhu prsline, koje su u funkciji dužine prsline predstavljene Tabelom 7.3.

Tabela 7.3 Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I za prslinu na pojasu ramenjače od 2024-T3 pri dejstvu primenjenog pomeranja od 3mm

			Tetraedri					
			Vred. ekviv. faktora int. nap. K_{ekv} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačaka fronta	Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	1	20	138,678	134,545	136,025	139,025	135,378	136,682
2	2	25	253,886	226,932	236,461	245,790	229,136	233,822
3	3	20	296,453	288,411	291,978	293,205	288,477	290,799
4	4	19	355,690	339,466	347,197	354,237	339,446	346,691
5	5	16	395,794	387,573	392,023	394,214	391,013	392,653
6	6	17	450,694	426,088	435,673	448,580	428,005	434,640
7	7	19	478,861	467,768	474,237	475,095	465,515	472,017
8	8	22	526,203	513,699	519,532	524,898	505,408	514,665
9	9	15	556,621	537,933	546,987	548,672	533,396	540,989
10	10	22	585,258	576,896	580,596	579,164	547,254	567,014
11	11	19	629,285	592,731	608,985	611,936	579,549	593,008

12	12	24	676,938	603,792	642,468	672,021	584,889	632,884
13	13	29	677,887	653,492	665,442	669,007	644,908	658,629
14	14	20	697,955	681,625	689,093	665,233	651,159	657,662
15	15	20	727,070	700,509	716,752	718,429	681,473	703,891
16	16	19	748,252	725,788	737,541	729,231	698,299	715,427
17	17	23	769,358	738,295	758,608	759,201	714,929	744,076
18	18	16	792,089	768,371	775,517	787,894	760,820	769,163
19	19	20	793,738	755,383	779,585	783,740	749,092	768,003
20	20	20	807,831	776,104	790,442	786,635	762,165	774,414
21	21	16	782,835	778,856	780,780	780,092	773,277	776,288
22	22	20	785,557	734,591	762,366	784,132	697,165	743,907
23	23	23	742,274	697,416	729,154	733,229	664,794	712,718
24	24	30	659,412	620,302	640,564	630,376	617,660	623,821
25	25	35	648,635	537,646	587,540	629,475	508,622	574,803
26	26	40	620,583	522,437	566,972	606,811	523,325	559,013
27	27	33	869,697	485,310	654,067	825,059	500,286	645,470
28	28	24	850,326	581,597	725,730	840,520	590,558	712,773
29	29	25	810,775	703,084	759,198	801,094	714,493	755,755
30	30	20	771,231	742,939	755,954	765,628	738,801	750,446
31	31	19	757,192	732,311	744,414	743,842	725,209	734,992
32	32	18	747,939	736,862	741,725	742,877	709,875	726,474
33	33	23	728,988	700,861	717,330	705,783	666,554	687,956
34	34	21	724,062	701,643	715,498	709,868	652,198	690,758
35	35	23	784,156	697,312	737,215	767,812	692,482	726,131
36	36	19	767,658	743,145	752,754	762,734	731,874	741,970
37	37	17	781,965	734,106	763,236	778,527	707,103	746,303
38	38	27	777,65	742,239	760,791	763,762	728,443	740,383
39	39	18	800,329	718,432	768,188	788,263	690,492	749,472
40	40	22	767,17	751,343	757,403	720,377	679,230	698,844
41	41	21	754,186	705,533	731,028	752,712	686,687	717,037
42	42	24	742,684	697,336	718,670	725,206	596,650	665,890
43	43	21	697,121	622,947	664,065	639,513	458,282	552,711
44	44	27	672,574	585,665	634,529	586,485	519,955	563,843
45	45	18	743,352	643,458	682,498	741,299	622,583	670,799
46	46	23	739,827	721,688	727,443	723,731	699,928	706,950

Na Slici 7.55 dat je grafik promene vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona sa dužinom prsline, nacrtan na osnovu vrednosti K_{ekv} iz Tabele 7.3.



Slika 7.55 Grafik promene vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona sa dužinom prsline na pojasa ramenjače od 2024-T3 pri dejstvu primenjenog pomeranja od 3mm

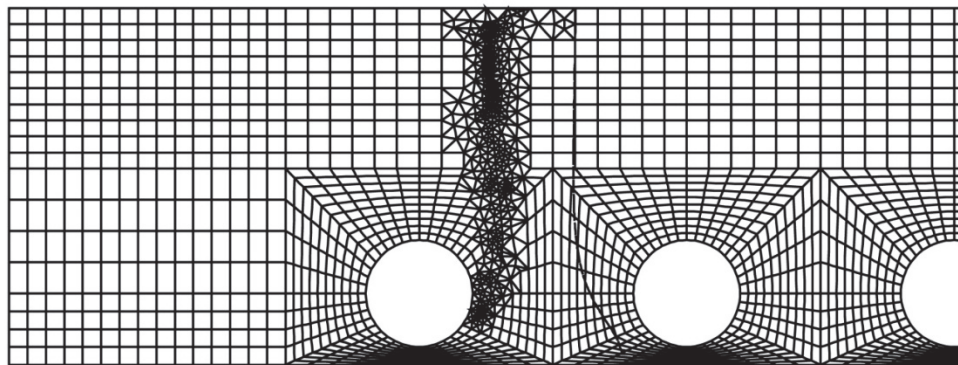
Tabela 7.3 i grafik na Slici 7.55 ukazuju na nekoliko važnih činjenica. Prva je da je broj tačaka fronta prsline tokom njenog rasta malo oscilovao i da se uglavnom kretao oko 20. Nešto veći (od 35 do 40 tačaka) bio je samo u koracima kada je prsline prolazila kroz zonu radijusa 3,2mm što je i očekivano, jer je oštećenje tada prelazilo sa horizontalnog na vertikalni zid pojasa. Ranije je pokazano (odeljci 6.2 i 6.5) da stabilan broj tačaka fronta znači i veću tačnost vrednosti faktora intenziteta napona, a isto se može reći i za slučaj kada vrednosti K_{ekv} i K_I pokazuju tendenciju rasta bez velikih oscilacija. Na Slici 7.55 se vidi da K_{ekv} kontinualno raste sve do dvadesetog koraka (kada ima vrednost $790,442MPamm^{0,5}$), da bi od dvadeset i prvog počeo da opada, što se poklapa sa ulaskom prsline u zonu između horizontalnog i vertikalnog zida pojasa. Vrednost ekvivalentnog faktora nastavlja da opada sve do koraka 26 (kada

prslina izlazi iz zone radijusa 3,2mm), a onda počinje ponovo da raste do vrednosti $759,198MPamm^{0,5}$ (dvadeset i deveti korak), nakon čega, do konačnog loma, osciluje u relativno uskom opsegu od $634,529$ do $768,188MPamm^{0,5}$.

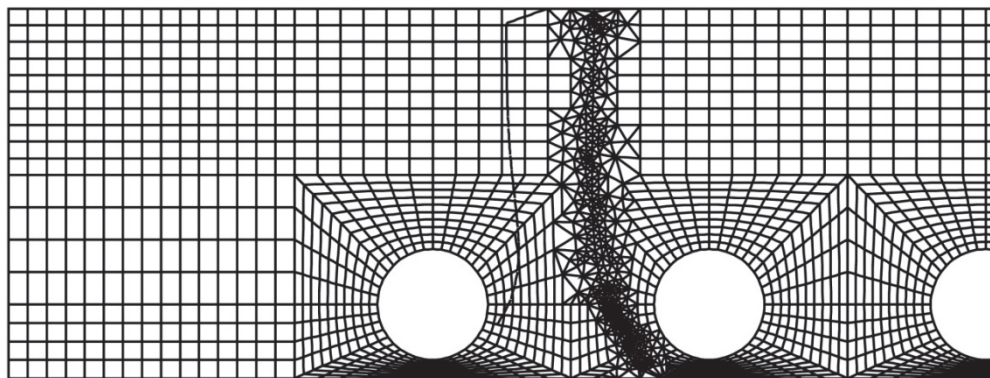
Druga važna činjenica na koju upućuju rezultati proračuna je da se vrednosti K_{ekv} i K_I tokom velike većine koraka propagacije bitno ne razlikuju, što navodi na zaključak da je Mod I ovde dominantan u odnosu na Mod II i Mod III, što se – s obzirom na način unosa opterećenja i položaj inicijalne prslina – moglo i pretpostaviti. Ako se ovom zaključku suprotstave rezultati dobijene u 2D simulaciji širenja prslina na levom pojasu ramenjače (FRANC2D/L, prethodni odeljak), tokom koje su dobijene značajne vrednosti faktora intenziteta napona K_{II} , dolazi se do još jedne potvrde da je u zoni radijusa 3,2mm na stvarnoj ramenjači postojalo zaostalo naprezanje.

Naime, tokom 2D simulacije širenja nije dozvoljen slobodan rast prslina od mesta gde su inicirane, već je njihov konačan oblik (predstavljen Slikama 7.27 i 7.28) dobijen ručnim širenjem i forsiranjem kretanja vrhova prslina u pravcima u kojima su se stvarne prslina prostirale na pojasevima tokom eksperimenta. Na Slikama 7.56 i 7.57 dati su oblici putanja 2D prslina na levom i desnom pojasu u slučaju kada je u FRANC2D/L-u omogućeno njihovo slobodno širenje.

Kao što se može videti, obe prslina su se nakon iniciranja kretale u vertikalnom pravcu (sa manjim odstupanjima), da bi u jednom trenutku – kada su se približile zavrtnjskim otvorima – počele da skreću sa dotadašnjeg pravca širenja. Oblici ovih putanja veoma su slični putanji na vertikalnom zidu pojasa dobijenoj u 3D simulaciji (Slika 7.51), s tom razlikom što prslina na 3D modelu nije prošla dovoljno blizu otvora za zavrtnj da bi – kao 2D prslina – odstupila od prvobitnog pravca prostiranja. Putanje na Slikama 7.56 i 7.57 su, dakle, još jedna potvrda postojanja naprezanja u zoni radijusa 3,2mm i pre ulaska prslina u nju, koje je dovelo do pojave značajnijih vrednosti faktora intenziteta napona K_{II} u vrhu prslina, odgovornih za drugačiji oblik putanje u eksperimentu od oblika dobijenih numeričkim simulacijama.



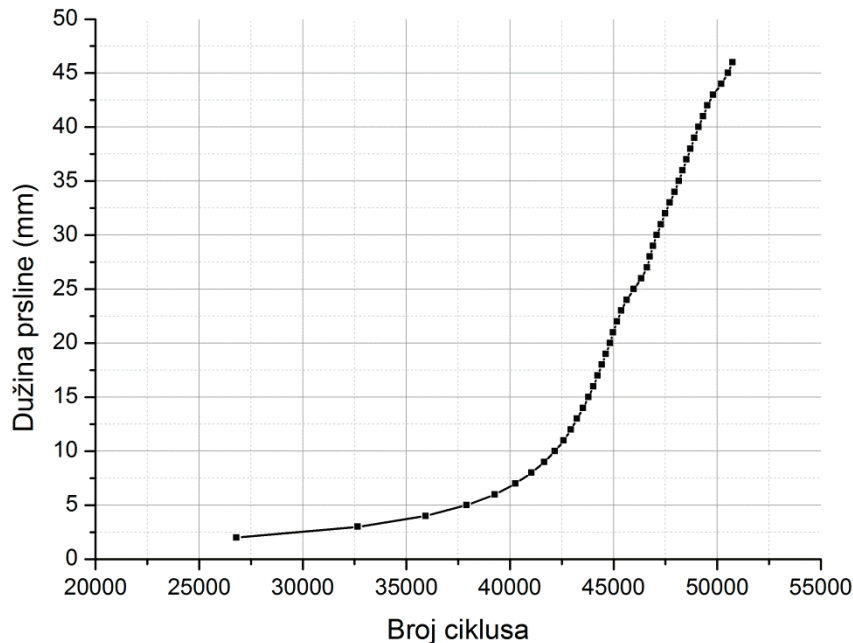
Slika 7.56 Putanja 2D prsline na levom pojasu ramenjače u slučaju slobodnog (automatskog) širenja oštećenja (tankom linijom predstavljena je putanja prsline na desnom pojasu)



Slika 7.57 Putanja 2D prsline na desnom pojasu ramenjače u slučaju slobodnog (automatskog) širenja oštećenja (tankom linijom predstavljena je putanja prsline na levom pojasu)

Bez obzira na različit oblik putanje dobijen 3D simulacijom širenja prsline u odnosu na oblik koji je stvarna prsline imala tokom eksperimentalnog ispitivanja ramenjače lakog aviona, odlučeno je da se izračuna broj ciklusa opterećenja koji će inicijalnu prslinu sa ivice horizontalnog zida proširiti celom širinom pojasa do konačnog razdvajanja materijala (Slika 7.51), te da se ta vrednost uporedi sa brojem ciklusa u eksperimentu. Kao i u primerima iz Poglavlja 6, korišćen je modifikovan Parisov zakon brzine širenja prsline (jedini trenutno integrisan u Abaqus), sa odgovarajućim vrednostima eksponenta n i

Parisovog koeficijenta C ($n = 3,2; C = 2.382 \cdot 10^{-12}$) za aluminijumovu leguru 2024-T3. Za vrednost R usvojen je približan odnos minimalnog i maksimalnog napona dobijenog u eksperimentu ($R=0,15$). Grafik zavisnosti dužine prsline u funkciji broja ciklusa dat je na Slici 7.58.



Slika 7.58 Grafik promene dužine prsline na 2024-T3 ramenjači sa brojem ciklusa opterećenja (tetraedarski elementi, Abaqus) pri dejstvu primenjenog pomeranja od 3mm

Vrednosti broja ciklusa dobijene primenom modifikovanog Parisovog zakona pokazuju da će se prslina početne dužine 1mm proširiti na dužinu od 2mm nakon približno 27000 ciklusa spoljašnjeg opterećenja (u ovoj analizi simuliranog preko odgovarajućeg pomeranja kraja ramenjače), a da će dužinu od 3mm dostići nakon sledećih 5850 ciklusa. Da bi prslina ušla u zonu radijusa 3,2mm potrebno je približno 44000 ciklusa opterećenja od pojave prsline, a od trenutka njenog potpunog prelaska na vertikalni zid pojasa ramenjače (korak 26), pa do konačnog razdvajanja materijala (korak 46), proći će oko 5000 ciklusa. Ukupan broj ciklusa potreban da prslinu proširi sa početne dužine 1mm do dostizanja krajnje dužine neposredno pre loma, po modifikovanoj Parisovoj formuli, iznosi 50743. (Interesantno je da je softver F2DCG, kada su u njega unete vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona, korišćenjem

Formanove NASGRO jednačine (4.7) predvideo veoma sličan broj ciklusa: $N=49530$. To znači da se u ovom slučaju jednako uspešno mogu koristiti oba modela – i Formanov NASGRO i modifikovani Parisov. Ako se vrednosti 50743 doda broj ciklusa do pojave prsline na pojasu ramenjače (dobijen analizom u Ansys-u) koji iznosi 7944 ciklusa, dobija se ukupni procenjeni vek ramenjače pod zamorom $N=58687$ ciklusa.

U prethodnom odeljku, kada je opisan eksperiment sa spoljašnjim opterećenjem uskog opsega amplituda, navedeno je da je ispitivanje ramenjače prekinuto nakon 58520 ciklusa opterećenja, što je broj veoma blizak upravo dobijenoj proračunskoj vrednosti (58687 ciklusa) koju je dao modifikovani Parisov zakon, a na osnovu vrednosti faktora intenziteta napona dobijenih u 3D simulaciji širenja prsline u Abaqus-u. Međutim, prilikom donošenja konačnih zaključaka o uspešnosti sprovedene simulacije, neophodno je biti oprezan, jer ova dva broja – premda veoma bliska – ne opisuju iste pojave.

Kao prvo, vrednost 58520 predstavlja broj ciklusa primenjenog opterećenja uskog opsega amplituda registrovanih akvizicionim sistemom *do trenutka prekida eksperimenta* (razlog za prekid naveden je ranije), a ne *do trenutka pojave loma pojasa ramenjače*, dok vrednost $N=58687$ dobijena 3D simulacijom predstavlja broj ciklusa do loma. Drugim rečima, **$N=58687$ jeste proračunski vek ramenjače pod zamorom, dok $N=58520$ nije stvarni vek pod zamorom.**

Kao drugo, već je navedeno da je putanja prsline u 3D simulaciji odgovarala putanji stvarne prsline samo na horizontalnom zidu pojasa (Slike 7.45 i 7.46), ali i da virtuelna prslina nije inicirana na mestu na kojem se stvarna pojavila u tom eksperimentu, već nešto dalje od njega. Ulaskom u zonu između vertikalnog i horizontalnog zida ramenjače došlo je do velike razlike „u ponašanju“ virtuelne i stvarne prsline, što je objašnjeno pretpostavkom o postojanju zaostalih zateznih napona i/ili mikro oštećenjima strukture materijala. Stvarna prslina se izvesno vreme širila ovom zonom (procena je da je to trajalo oko dve hiljade ciklusa) i zatim iz nje izašla u blizini bočnih otvora za zavrtanjske veze, dok virtuelna nije, tako da bi broj ciklusa u eksperimentu koji

dovodi do širenja prsline određene dužine bio manji da nije bilo kretanja prsline zonom radijusa 3,2mm i potom krivolinijskog prostiranja duž vertikalnog zida pojasa.

Pored toga, prslina se u eksperimentu, nakon izlaska iz zone radijusa 3,2mm, na vertikalnom zidu pojasa ramenjače kretala ukoso („privučena“ zavrtanjskim otvorom, ali i zbog uticaja zaostalih napona), pa je njena dužina znatno uvećana, a time i vek (FRANC2D/L ga je procenio na oko 40 hiljada ciklusa). Modifikovani Parisov zakon i NASGRO jednačina predviđaju da će se prslina dobijena simulacijom u Abaqus-u vertikalnim zidom pojasa širiti tokom približno 5000 ciklusa spoljnog opterećenja, što je velika razlika u odnosu na rezultat dobijen u FRANC2D/L-u. Međutim, ukupna dužina stvarne prsline (uzimajući u obzir i prostiranje zonom radijusa 3,2mm) iznosila je oko 55mm, što je za 9mm duže od virtuelne prsline, pa se ovim može objasniti velika razlika u predviđenim brojevima ciklusa.

Različitost putanja stvarne i virtuelne prsline, kao i početnih i krajnjih tačaka između kojih su se one prostirale na stvarnoj i virtuelnoj ramenjači, vodila je ka zaključku da ima smisla porediti brojeve ciklusa (tj. stvarni i proračunski zamorni vek) samo u situacijama kada se prsline ponašaju približno isto, kada nema zaostalih napona i kada je virtuelna prslina inicirana na mestu na kome se stvarna i pojavila. Da bi se ovo potvrdilo, sprovedeno je još nekoliko eksperimenata na ramenjačama koje su – za razliku od prethodno korišćenih – bile izrađene od termički poboljšane legure aluminijuma 2024-T3 (sa zamornim karakteristikama datim u Tabeli 7.4), pri čemu su nakon oblikovanja na hladno pojasevi meko žareni i izloženi procesu stabilizacije [97] sa ciljem smanjenja zaostalih napona.

Poređenjem karakteristika poboljšane legure 2024-T3 datih u Tabeli 7.4 sa karakteristikama ranije korišćene legure 2024-T3 (datih u Tabeli 7.2) vidi se da se one neznatno razlikuju i to, uglavnom, po vrednostima Parisove konstante C i eksponenta n . Međutim, pokazaće se da je ta razlika dovoljna da životni vek prsline poveća za nekoliko desetina hiljada ciklusa.

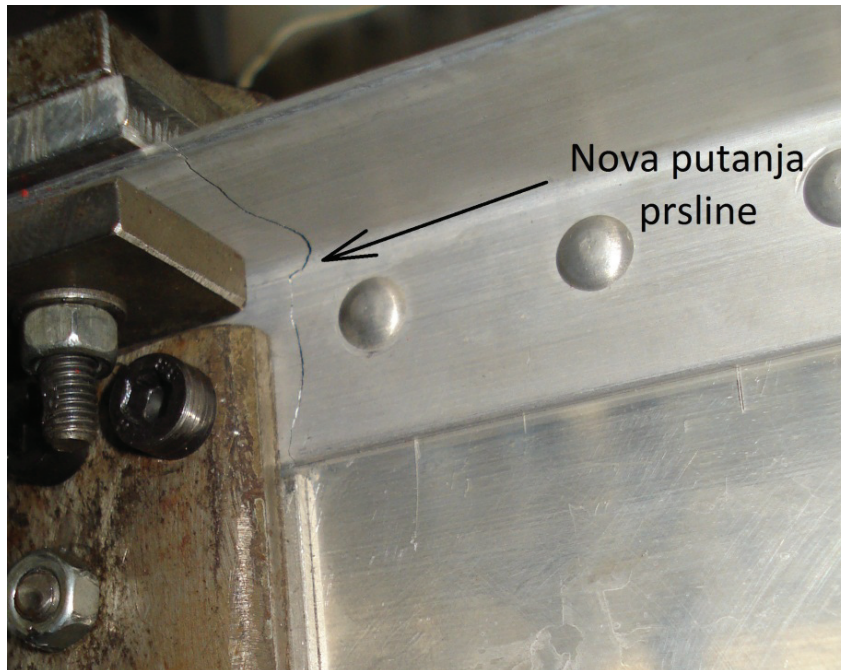
Tabela 7.4 Zamorne karakteristike poboljšane legure 2024-T3 i koeficijenti NASGRO jednačine (jedinice MPa i MPamm^{0,5})

Maksimalna zatezna čvrstoća	448,2
Napon tečenja	330,9
Ef. lomna žilavost za dubinsku prslinu K_{Ie}	1286
Lomna žilavost pri ravanskoj deform. K_{IC}	938,2
Parametar prilagođavanja A_K	1
Parametar prilagođavanja B_K	1
Parisova konstanta C	$6,106 \times 10^{-11}$
Parisov eksponent n	2,60
NASGRO eksponent p	0,25
NASGRO eksponent q	1
Opseg praga intenziteta napona ΔK_{th}	27,8
Koeficijent praga C_{th}	2,0
Faktor ravanske deform./napona α	2,0
Odnos maks. napona i napona tečenja	0,3

Uslovi u kojima su eksperimenti sa novim ramenjačama sprovedeni – uključujući i primenjeni spektar opterećenja – bili su identični onima opisanim u odeljku 7.2, iz razloga poređenja rezultata dobijenih na ramenjačama od novog materijala i ranijih rezultata (već predstavljenih u ovom poglavlju). Dve osnovne razlike (u odnosu na pređašnje eksperimente) koje su odmah bile vidljive ogledale su se u povećanom broju ciklusa spoljašnjeg opterećenja potrebnom da prslinu proširi do određene dužine na novoj ramenjači i drugačijem pravcu prostiranja prsline na njoj.

Na Slici 7.59 se može videti da se prslina na novoj ramenjači širila duž putanje koja je mnogo bliža putanji dobijenoj simulacijom u Abaqus-u (Slika 7.51) i da se nije prostirala zonom radijusa 3,2mm. To potvrđuje da je za ranije skretanje prsline najodgovorniji bio zaostali napon, koji je na novom pojasu – po svemu sudeći – značajno umanjen procesom stabilizacije. Pored toga, na ramenjači sa Slike 7.59 je pre početka ispitivanja napravljen mali urez na mestu gde je u Abaqus-u postavljena virtuelna prslina, da bi se stvarna prslina u eksperimentu širila sa istog mesta i tako mogla porediti sa „numeričkom“. U

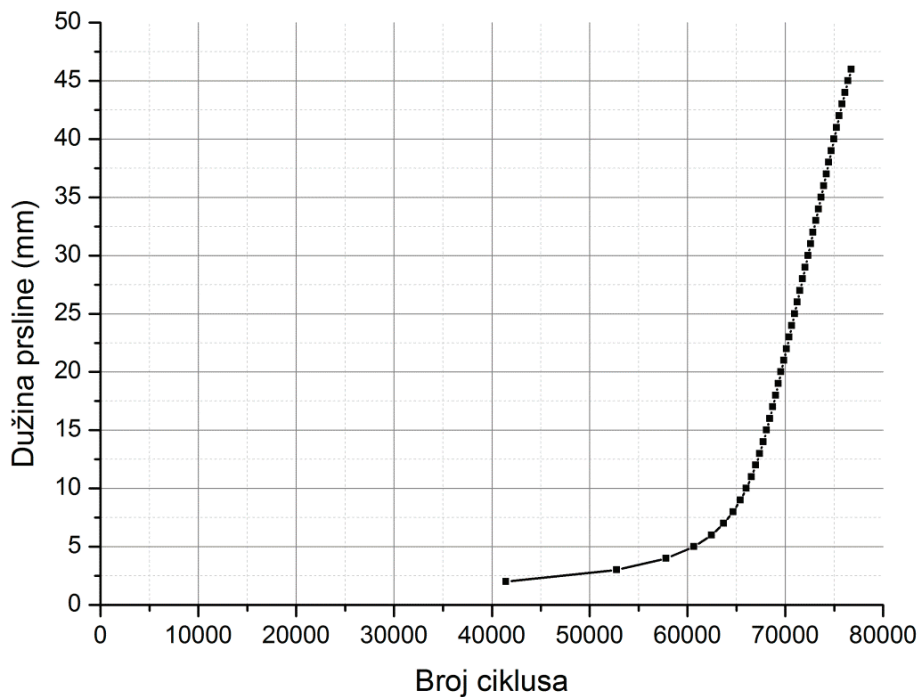
ovom slučaju, određivanje broja ciklusa do iniciranja prsline – korišćenjem softvera Ansys (Slika 7.17) – nije bilo neophodno, jer je prsina već postojala na pojasu ramenače korišćene u eksperimentu.



Slika 7.59 Izgled prsline na ramenači od poboljšane legure 2024-T3

Prsina prikazana Slikom 7.59 je ovakav izgled dobila nakon 64148 ciklusa primenjenog opterećenja (čiji je segment prikazan Slikom 7.8) što je značajno više od 50743 ciklusa koliko je za prethodnu leguru predvideo modifikovani Parisov model integrisan u Abaqus (odn. 49530 ciklusa koje je predvideo F2DCG).

S obzirom da su promenjene samo zamorne karakteristike materijala ramenače, a ne i moduo elastičnosti i Puasonov koeficijent, vrednosti faktora intenziteta napona ranije dobijene u Abaqus-u mogle su da budu ponovo iskorišćene, tj. novi proračun K_{ekv} nije bio potreban. Sve što je trebalo uraditi je u F2DCG ponovo uvesti ranije izračunate vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona i na osnovu njih dobiti novu procenu zamornog veka za poboljšanu leguru 2024-T3 (čije su zamorne karakteristike prethodno preuzete iz NASGRO baze). Na Slici 7.60 predstavljen je rezultat sprovedenog proračuna.

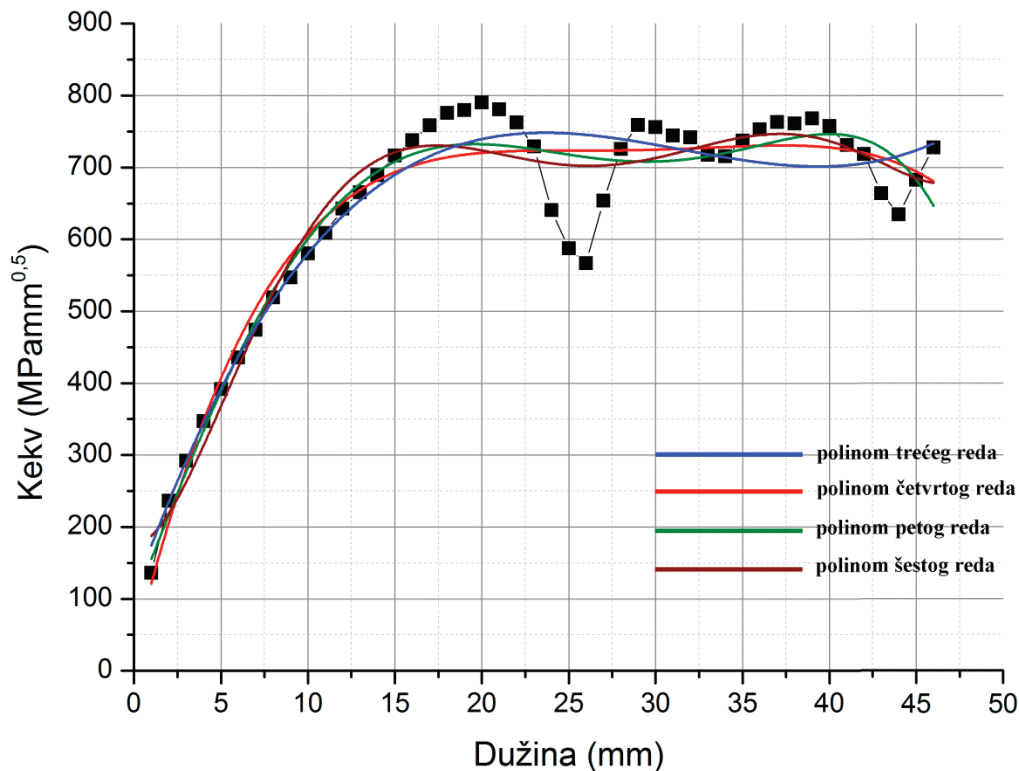


Slika 7.60 Grafik promene dužine prsline sa brojem ciklusa opterećenja na ramenjači od poboljšane 2024-T3 legure pri primenjenom pomeranju od 3mm

Broj ciklusa dobijen na ovaj način iznosio je 76758 što je za oko 12000 ciklusa više nego u eksperimentu, pa se ovako veliko odstupanje ne može objasniti razlikom oblika putanja virtuelne i stvarne prsline (koju je lako uočiti kada se uporede Slike 7.51 i 7.59). Pored toga, prslina se na virtuelnoj ramenjači kretala skoro najkraćom putanjom od jedne do druge krajnje ivice pojasa, pa bi zamorni vek (jednak 76758 ciklusa) dobijen pomoću Abaqus-a i F2DCG-a trebalo da bude kraći, a ne duži od onog dobijenog u eksperimentu (jer, svako skretanje prsline sa najkraće moguće putanje bi trebalo da produži vek pojasa).

Do razlike između eksperimentalnog i proračunskog broja ciklusa došlo je iz sledećeg razloga. Grafik promene vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona sa dužinom prsline (prikazan Slikom 7.55) pokazuje prilične oscilacije K_{ekv} na dužinama većim od 25mm, što je razumljivo jer je tada prslina prelazila sa horizontalnog na vertikalni zid pojasa ramenjače i promenila pravac prostiranja za 90° . Međutim, softver F2DCG koristi grafik sa Slike 7.55 da bi pronašao jednačinu linije trenda neophodnu za integraciju NASGRO

izraza (4.7), pa loše „prilagođena“ trend-linija može dovesti do nedovoljno preciznih procena veka. Očigledno je da liniju sa Slike 7.55 nije moguće dovoljno dobro aproksimirati ni jednom polinomskom funkcijom (Slika 7.61), pa izbor stepena polinoma linije trenda veoma utiče na tačnost procenjenog broja ciklusa.



Slika 7.61 Aproksimacija krive promene ekvivalentnog faktora intenziteta napona polinomskim funkcijama viših redova

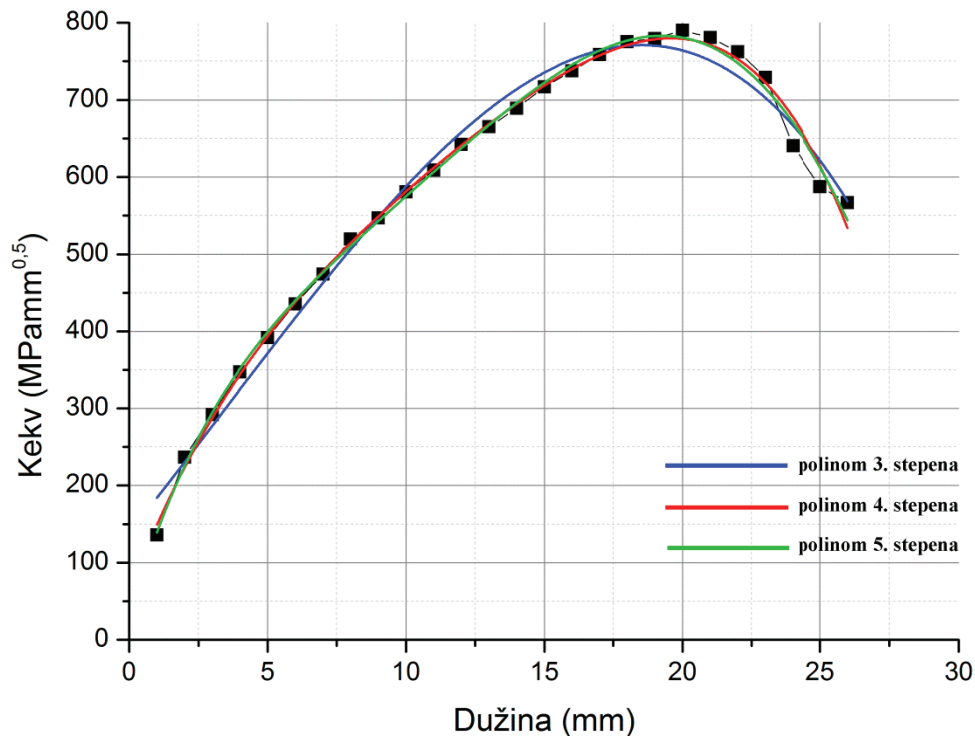
Vrednost zamornog veka prsline $N=76758$ koju je predvideo F2DCG dobijena je korišćenjem polinoma četvrtog stepena, koji je na Slici 7.61 predstavljen crvenom linijom. Očigledno je da se ona (kao i ostale linije na Slici 7.61 koje simbolizuju polinome trećeg, petog i šestog stepena) poklapa sa crnom linijom (promena ekvivalentnog faktora intenziteta napona) samo do dužine prsline približno jednake 15mm. Nakon toga, oblik crvene linije trenda počinje značajno da odstupa od oblika linije promene K_{ekv} koja ima nekoliko „skokova“ i „padova“, dok je linija polinoma četvrtog stepena skoro horizontalna između 20mm i 42mm. To znači da je prilikom integracije jednačine (4.7) pri dužinama

prslina od 20mm do 42mm F2DCG koristio vrednosti K_{ekv} koje značajno odstupaju od vrednosti dobijenih simulacijom i to je glavni razlog zašto proračunski vek prslina toliko odstupa od eksperimentalno utvrđene vrednosti. Slično se može reći i za ostale linije na Slici 7.61, međutim polinomi trećeg i petog stepena, na primer, daju značajno niže predikcije zamornog veka od polinoma četvrtog stepena ($N=52899$ i $N=61991$, respektivno), pri čemu je vek dobijen polinomom petog stepena veoma blizak eksperimentalnoj vrednosti.

Ako se pažljivije pogleda oblik linija na Slici 7.61, može se izvesti zaključak zašto polinom petog stepena – iako i njegov graf odstupa od oblika grafa K_{ekv} – daje najbolje predikcije. Crvena linija (polinom četvrtog stepena) je, kao što je rečeno, na dužinama od 20 do 42mm skoro horizontalna, dok plava (polinom trećeg stepena) i zelena (polinom petog stepena) na istom potezu imaju jednu, odnosno dve prevojne tačke. „Plava“ polinomska funkcija, stoga, ima dve lokalne ekstremne vrednosti, dok „zelena“ ima čak tri, pri čemu oblik zelene linije od 20. do 42. milimetra više podseća na oblik linije promene K_{ekv} . **Dakle, oblik polinomske funkcije mora biti što sličniji obliku funkcije promene K_{ekv} da bi se dobile dobre predikcije.** Oblik funkcije polinoma petog stepena je, u slučaju ramenjače, najbližiji funkciji promene K_{ekv} i zato je vek $N=61991$ najbliži eksperimentalno dobijenoj vrednosti, i pored značajnog odstupanja vrednosti na toj liniji od onih dobijenih proračunom u Abaqus-u.

Za vrlo precizne predikcije zamornog veka očigledno je da linija trenda mora biti bliska grafiku promene K_{ekv} , a kad to nije moguće postići umesto jedne linije bi trebalo koristiti više njih (tj. **krivu ekvivalentnog faktora intenziteta napona bi trebalo aproksimirati po segmentima**). Da bi se proverio ovaj pristup, izabrano je prvih 26 tačaka sa dijagrama na Slici 7.55 i to iz sledećih razloga: (1) one predstavljaju prvih 25 koraka širenja prslina do dužine od 26mm za koju je u eksperimentu utvrđen pripadajući broj ciklusa ($N=58473$) i (2) deo krive promene K_{ekv} definisan ovim tačkama mogao se dobro aproksimirati već polinomom trećeg stepena (plava linija na Slici 7.62), dok su polinomi četvrtog i petog stepena dali linije trenda (na Slici 7.62 predstavljene

crvenom i zelenom bojom) koje su bile skoro identične ciljnoj liniji. Pouzdanost procene broja ciklusa opterećenja sada je morala biti veća, što je i potvrdilo poređenje eksperimentalne vrednosti sa vrednostima dobijenim proračunima.



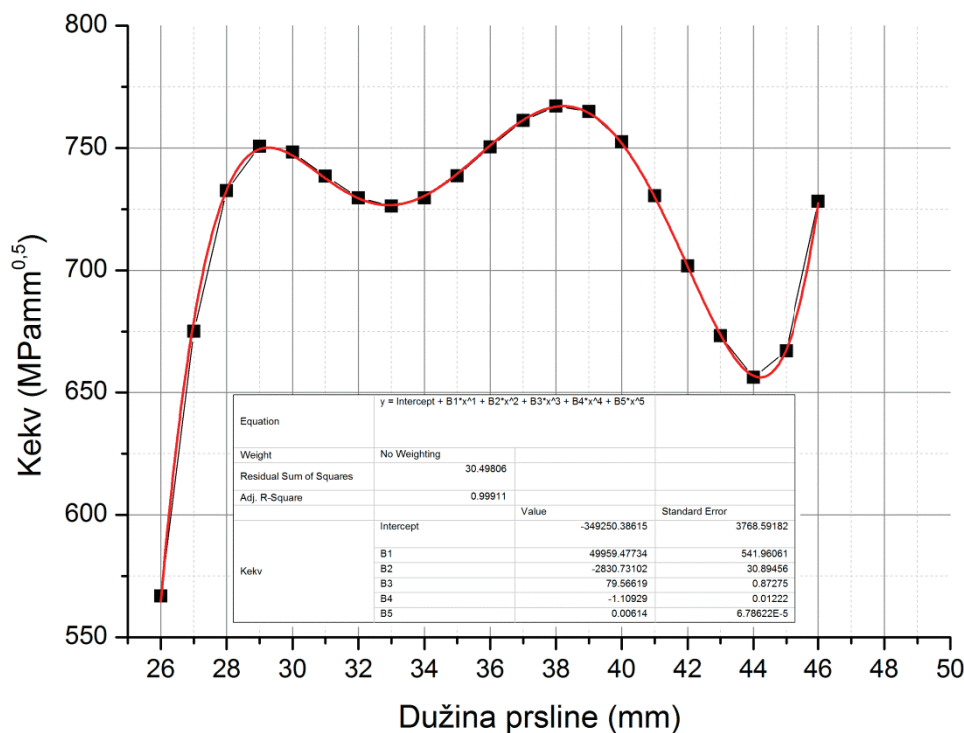
Slika 7.62 Aproksimacija dela krive promene ekvivalentnog faktora intenziteta napona polinomskim funkcijama viših redova

Naime, koristeći liniju trenda trećeg stepena, F2DCG je predvideo vek $N=49534$ ciklusa do dostizanja dužine prsline od 26mm, polinom četvrtog stepena dao je za skoro 6000 ciklusa višu vrednost veka ($N=55346$), dok je aproksimacija polinomom petog stepena dala najveću vrednost: $N=56812$. S obzirom da grafik na Slici 7.62 pokazuje da linija trenda trećeg stepena (plave boje) najviše odstupa od linije promene K_{ekv} sa dužinom prsline, vrednost veka $N=49534$ bi trebalo odbaciti kao najmanje pouzdanu, dok se preostale dve, vrlo bliske vrednosti, mogu smatrati podjednako dobrim.

Poređenjem proračunskih ciklusa sa brojem ciklusa dobijenim u eksperimentu ($N=58473$), vidimo da vrednosti dobijene numeričkim putem ne odstupaju mnogo od stvarne (razlike su, približno, 1600 i 3000 ciklusa), a

odstupanja se sada mogu tumačiti različitošću stvarne i virtuelne putanje prsline, kao i stohastičkom prirodom procesa zamora materijala. Međutim, bez obzira na razlike, očito je da su predikcije dosta dobre i da se pretpostavka o važnosti što preciznije aproksimacije linije promene K_{ekv} pokazala potpuno ispravnom.

Ostalo je još da se vidi da li će „segmentna“ aproksimacija linije promene K_{ekv} (korišćenjem većeg broja kraćih linija) dati dobru predikciju ukupnog zamornog veka do dostizanja dužine prsline od 46mm. Preostalih 20 tačaka, kojima je pridodata i 26 tačka iz prethodne grupe (zbog kontinuiteta linije), dalo je graf promene K_{ekv} (crna linija na Slici 7.63) koji je aproksimiran polinomskom funkcijom petog stepena sa koeficijentom determinacije $R^2 = 0,999$. Ova funkcija predstavljena je crvenom linijom na Slici 7.63.



Slika 7.63 Aproksimacija dela krive promene ekvivalentnog faktora intenziteta napona polinomskom funkcijom petog stepena

Proračun sproveden u F2DCG, pri kojem je korišćen polinom petog stepena, dao je predikciju broja ciklusa $N=5722$ koji će prslinu proširiti od

dužine 26mm do konačne dužine jednake 46mm. Sabiranjem ove vrednosti sa vrednošću zamornog veka dobijenom pri širenju prsline do dužine 26mm (56812 ciklusa) **dobija se ukupni proračunski zamorni vek prsline $N=62534$ koji je blizak eksperimentalno utvrđenom veku ($N=64148$ ciklusa).**

Veoma dobro poklapanje proračunskog veka prsline pojasa ramenjače (dobijenog na način prethodno opisan) sa stvarnim zamornim vekom, omogućava donošenje nekoliko važnih zaključaka:

1. Proširena metoda konačnih elemenata daje veoma dobre predikcije vrednosti faktora intenziteta napona i kod oblikom složenih virtuelnih nosećih struktura sastavljenih od više elemenata.

2. Za procenu zamornog veka složenih nosećih struktura opravdano je koristiti vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona.

3. Pri proceni zamornog veka nosećih struktura od velike je važnosti pravilan izbor polinomske funkcije kojom će se, pri integraciji izraza da/dN , aproksimirati funkcija promene K_{ekv} sa dužinom prsline.

4. Kod složenijih oblika krivih koje opisuju promenu K_{ekv} sa dužinom prsline, poželjno je koristiti više polinomske funkcije kojima se mogu dobro aproksimirati pojedini segmenti krivih. Ukupan proračunski zamorni vek tada se dobija sabiranjem vekova proračunatih za svaki pojedinačni segment krive.

5. Zamorne karakteristike korišćenih materijala, kao i termička obrada i stabilizacija nakon oblikovanja elemenata sklopova, znatno utiču na pravac prostiranja prsline u strukturi, a time i na vrednosti zamornog veka.

6. Eksperimentalna ispitivanja bi trebalo sprovoditi kad god je to moguće i ekonomski opravdano, ali dobro definisan i verifikovan numerički model može da da vrednosti veka veoma bliske eksperimentalno utvrđenim vrednostima. Pored toga, takav model može biti korišćen i za istraživanje zamornog ponašanja noseće strukture izrađene od različitih materijala, pa se – na osnovu poređenja dobijenih rezultata i detaljne ekonomske analize – može odabrati legura koja će se najbolje ponašati u složenom, dinamički promenljivom okruženju.

7.7 Proširena metoda konačnih elemenata (PMKE) u proceni zamornog veka 3D prsline na ramenjači izrađenoj od super legura

Zaključci do kojih se došlo eksperimentalnom i numeričkom analizom ramenjača izrađenih od dva tipa aluminijumove legure 2024-T3 izloženih spektru opterećenja uskog opsega amplituda, omogućili su i definisanje metodologije analize zamora ramenjača izrađenih od drugih materijala, uključujući i super legure. S obzirom na nedostupnost i visoku cenu, eksperimentalna analiza ramenjača od ovih materijala nije mogla biti izvedena, ali kako se u analizi aluminijumskih ramenjača PMKE pokazala kao efikasna i zadovoljavajuće tačna metoda procene zamornog veka, odlučeno je da se ona upotrebi i u istraživanju ponašanja super legura izloženih zamoru.

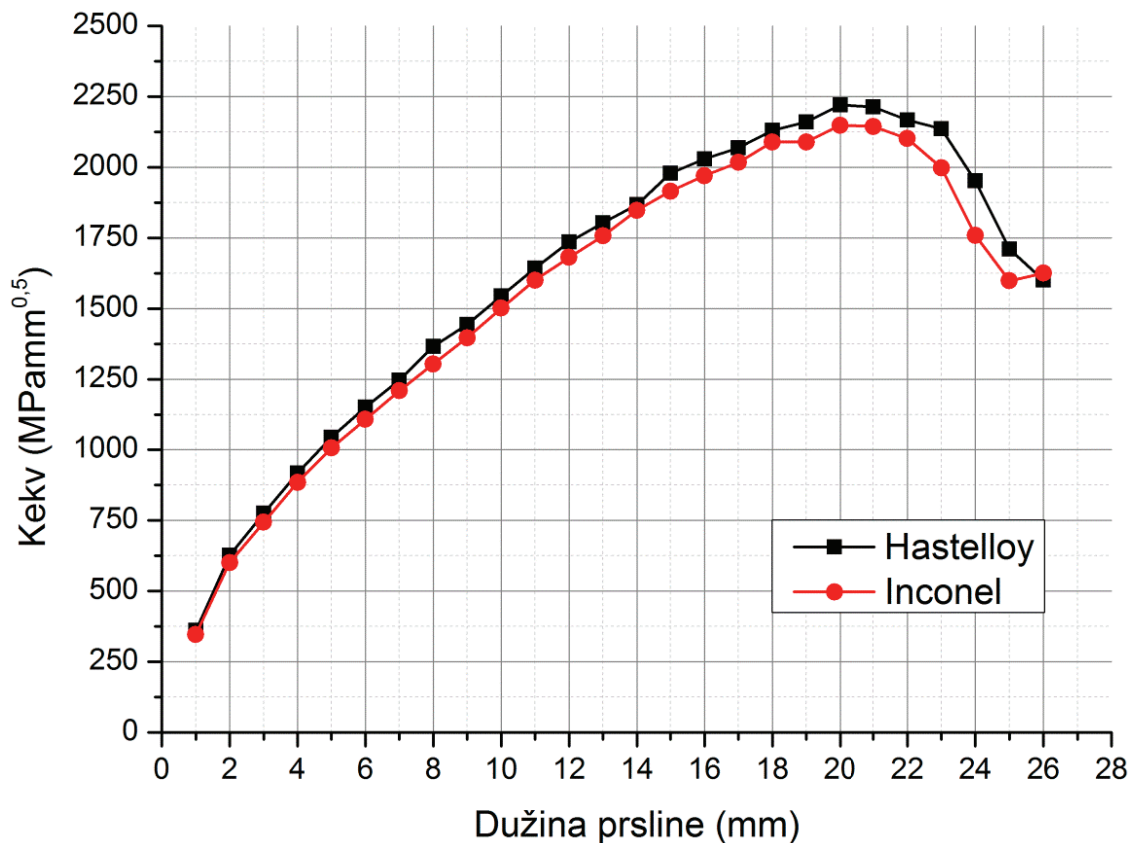
U Poglavlju 4 opisan je postupak procene zamornog veka komponenti od super legura sa ravanskim (dvodimenzionalnim) širenjem zamorne prsline. U slučaju ramenjače od super legure, reč je o prostornom, trodimenzionalnom širenju, ali je metodologija procene veka (korišćena u odeljku 7.6) skoro identična metodologiji opisanoj u Poglavlju 4. Razlika se ogleda jedino u tome što je kod 2D analize procena zamornog veka dobijena na osnovu promena vrednosti faktora intenziteta napona K_I u vrhu prsline, dok su kod 3D analize korišćene srednje vrednosti K_{ekv} računane za svaki novi položaj fronta prsline.

U Poglavlju 6 pokazano je da je opravdano koristiti K_{ekv} umesto K_I u proceni veka i da se tada – iz razloga što je K_{ekv} skoro uvek veće od K_I – dobijaju nešto niže procene broja ciklusa. Eksperimentalne i numeričke analize ramenjača od aluminijumove legure 2024-T3 potvrdile su opravdanost upotrebe K_{ekv} , pa su i u proceni veka pod zamorom ramenjača izrađenih od super legura korišćene vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona.

Za razliku od procena veka koje su u Poglavlju 4 dobijane isključivo za različite tipove Inconel legure, ovde su predmet analize bila i tri tipa Hastelloy legure koja je, takođe, deo NASGRO baze. Za potrebe istraživanja iskorišćen je numerički model ramenjače razvijen ranije (Slike od 7.39 do 7.42), s tim što su

menjane dve karakteristike materijala: Jangov moduo elastičnosti (Inconel $E = 214000MPa$; Hastelloy $E = 205000MPa$) i Puasonov koeficijent (Inconel $\nu = 0,29$; Hastelloy $\nu = 0,32$) [97].

Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona dobijene proračunom u Abaqus-u za obe legure date su u Tabeli 7.5, dok je na Slici 7.64 dat uporedan prikaz promena vrednosti K_{ekv} sa dužinom prsline. Tabela 7.5 i Slika 7.64 pokazuju da su dobijene vrednosti K_{ekv} za Hastelloy i Inconel bile približno iste za manje dužine prsline, dok su pri većim dužinama vrednosti K_{ekv} na ramenjači od Hastelloy-a bile nešto više od vrednosti K_{ekv} na ramenjači od Inconel-a.

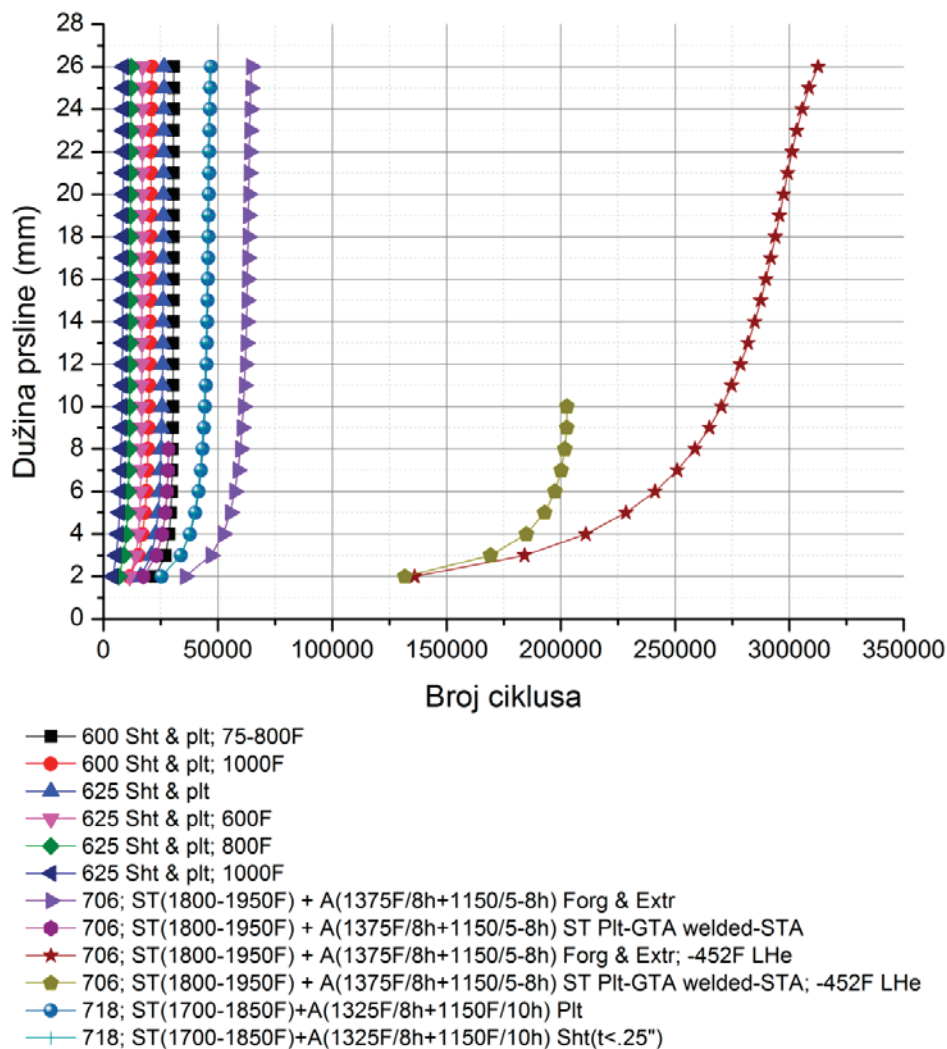


Slika 7.64 Grafici promena vrednosti ekvivalentnih faktora intenziteta napona sa dužinom prsline na pojasevima ramenjače od Inconel-a i Hastelloy-a pri dejstvu primenjenog pomeranja od 3mm

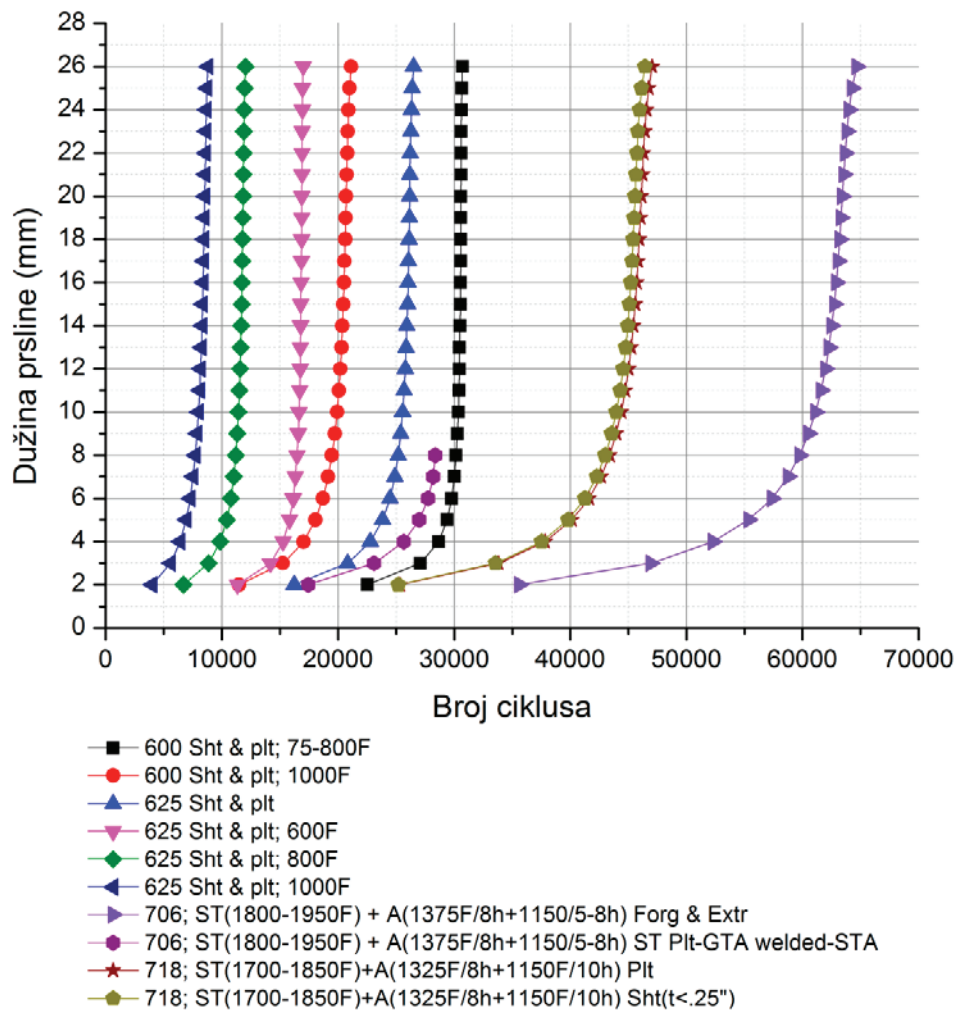
Tabela 7.5 Vrednosti ekvivalentnog faktora intenziteta napona prsline na pojasu ramenjače od Inconel-a i Hastelloy-a pri dejstvu pomeranja od 3mm

			Tetraedri					
			Inconel			Hastelloy		
			Vred. ekviv. faktora int. nap. K_{ekv} (MPa mm ^{0,5})			Vred. ekviv. faktora int. nap. K_{ekv} (MPa mm ^{0,5})		
Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačkica fronta	Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	1	20	353,418	343,601	347,135	367,536	357,311	360,9877
2	2	27	646,917	576,654	600,969	675,012	601,289	626,66
3	3	18	756,509	732,160	744,037	789,219	761,602	775,3118
4	4	20	911,038	858,083	885,289	942,402	890,173	917,0442
5	5	16	1019,10	992,103	1006,86	1058,15	1029,16	1044,76
6	6	20	1145,79	1076,28	1108,30	1180,63	1122,84	1151,40
7	7	20	1217,22	1190,84	1209,26	1254,88	1227,11	1247,39
8	8	22	1308,35	1301,56	1304,65	1381,43	1345,69	1365,91
9	9	16	1402,99	1388,19	1396,84	1456,64	1433,77	1443,46
10	10	20	1505,81	1498,57	1501,92	1568,02	1536,68	1544,98
11	11	23	1607,84	1592,13	1601,17	1673,50	1614,29	1642,95
12	12	20	1705,53	1644,95	1681,57	1795,15	1658,18	1736,03
13	13	21	1777,31	1730,43	1757,68	1841,26	1758,97	1803,37
14	14	20	1871,38	1830,93	1848,15	1880,58	1853,04	1867,80
15	15	22	1935,49	1845,50	1915,78	2011,90	1940,65	1979,23
16	16	22	2010,27	1938,77	1970,09	2072,63	1956,02	2029,62
17	17	20	2054,82	1977,68	2017,36	2124,84	1957,07	2069,03
18	18	17	2119,48	2044,18	2089,73	2191,52	2069,07	2130,70
19	19	17	2120,82	2068,39	2089,92	2244,16	2122,73	2160,22
20	20	20	2200,66	2117,57	2148,98	2247,63	2170,02	2220,56
21	21	20	2168,53	2116,12	2144,52	2255,97	2186,28	2214,14
22	22	21	2144,26	2050,84	2102,02	2222,85	2108,49	2168,05
23	23	18	2010,41	1989,17	1998,46	2146,10	2126,16	2136,37
24	24	27	1848,26	1688,94	1759,46	1963,80	1940,57	1952,90
25	25	36	1758,18	1482,80	1598,92	1864,34	1602,89	1711,24
26	26	49	1806,43	1334,58	1625,11	1802,59	1316,27	1601,53

U uporednoj analizi različitih tipova Inconel i Hastelloy legura korišćene su vrednosti K_{ekv} samo za prvih 25 koraka rasta prsline, jer su eksperimenti sa ramenjačom pokazali da je oblik virtuelne prsline u Abaqus-u najpribližniji obliku realne prsline na horizontalnom zidu pojasa ramenjače tokom tih koraka. Stoga se procene veka dobijene za dostizanje dužine prsline od 26mm na Inconel i Hastelloy ramenjači mogu smatrati najpouzdanijim. Pored toga, proračuni su pokazali i da će kod nekih Inconel legura doći do dostizanja kritičnih vrednosti faktora intenziteta napona znatno pre proširenja prsline do dužine od 26mm (706 ST welded-STA; -425F LHe na Slici 7.65 i 706 ST welded-STA na Slici 7.66).



Slika 7.65 Dužine prsline na ramenjačama od različitih tipova Inconel legura u funkciji broja ciklusa primenjenog opterećenja



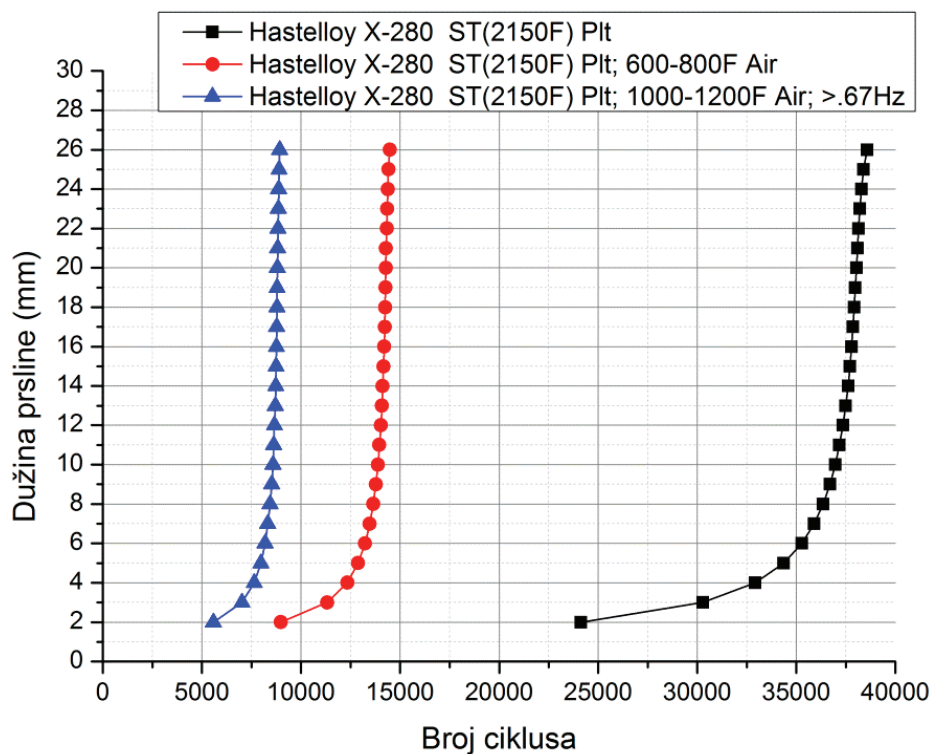
Slika 7.66 Dužine prslina u funkciji broja ciklusa primenjenog opterećenja kod Inconel legura sa zamornim vekovima sličnim veku 2024-T3

Kao i u slučajevima procena zamornih vekova dvodimenzionalnih prslina na pločama izrađenim od različitih tipova Inconel legure (Poglavlje 4), i kod ramenača sa trodimenzionalnim prslinama su neki tipovi Inconel legura pokazali lošije zamorne karakteristike od obe legure aluminijuma 2024-T3 korišćene u eksperimentu.

Na Slici 7.66 prikazani su grafici dužina prslina u funkciji broja ciklusa za deset tipova Inconel legure, od kojih je samo jedna (706 ST Forg&Extr.) pokazala nešto bolje zamorne karakteristike od poboljšane legure 2024-T3 (procenjeni vek iznosio je $N=64665$ ciklusa). Kod ranije pomenute legure 706 ST welded-STA prslina se već na osmom milimetru dužine (i nakon samo 28360 ciklusa)

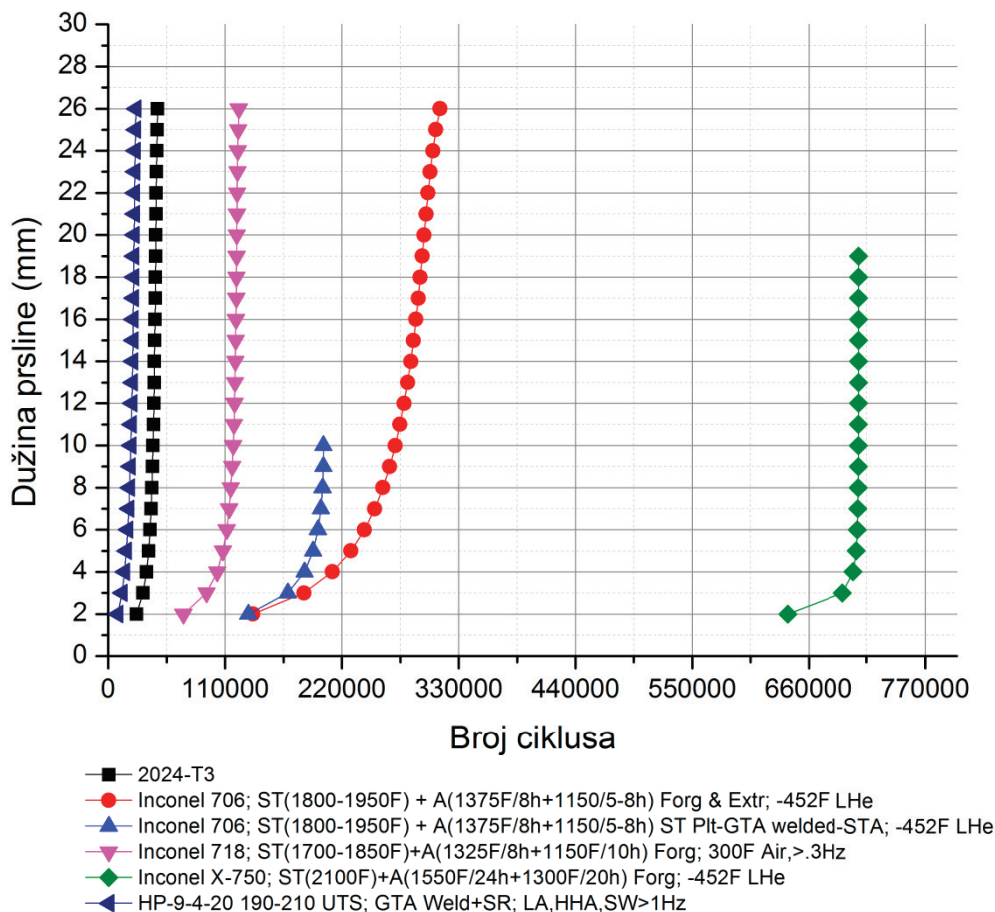
„približila“ vrednosti K_C , pa je zbog njenog ulaska u zonu nestabilnog rasta F2DCG obustavio dalji proračun. Od dvanaest razmatranih Inconel legura samo su dve (706 ST welded-STA; -425F LHe i 706 ST Forged&Extr; -425F LHe) dale značajno duži zamorni vek od legura 2024-T3 (N=202669 i N=312558 ciklusa), pri čemu je kod prve legure prslina već na desetom milimetru ušla u zonu nestabilnog rasta (Slika 7.65).

Situacija je još nepovoljnija kod Hastelloy legura. Sva tri tipa koja se mogu naći u NASGRO bazi pokazuju lošije zamorne karakteristike od obe legure 2024-T3. Slika 7.67 pokazuje da bi, kad su u pitanju Hastelloy legure, najduži zamorni vek imala ramenjača napravljena od legure oznake X-280 ST(2150F) Plt (N=38568 ciklusa), koji je značajno manji od vekova aluminijumovih legura korišćenih u eksperimentima. Ovo saznanje je potpuno u skladu sa ponašanjem legura visoke čvrstoće ilustrovano Slikom 2.13 (Poglavlje 2).



Slika 7.67 Dužine prslina na ramenjačama od različitih tipova legure Hastelloy u funkciji broja ciklusa primenjenog opterećenja

S obzirom da je analiza zamornog ponašanja super legura u Poglavlju 4 pokazala da su najdugovečniji materijali dve Inconel legure tipa 706, jedna tipa 718 i jedna tipa X-750 (videti Sliku 4.43), napravljena je i uporedna analiza zamornog ponašanja ramenjača koje bi bile napravljene od ovih materijala. Poređenja radi, na Slici 7.68 dati su dijagrami dužina prslina u funkciji broja ciklusa za sve četiri pomenute super legure, zajedno sa dijagramima za leguru aluminijuma 2024-T3 i čelik HP9-4-20 190-210 UTS korišćen u primeru u Poglavlju 4 (na slici je dat dijagram za običnu, a ne poboljšanu leguru 2024-T3, čiji je zamorni vek procenjen na $N=46344$ ciklusa).



Slika 7.68 Dužine prslina na ramenjačama od različitih materijala (Inconel, čelik, aluminijum) u funkciji broja ciklusa primenjenog opterećenja

Dijagrami na Slici 7.69 pokazuju da će prsline na ramenjačama od dve super legure (Inconel 706 ST welded STA; -425F LHe i X-750 ST Forg -425F LHe)

ući u zonu nestabilnog rasta znatno pre dostizanja dužine od 26mm. Međutim, prslina na ramenjači napravljenoj od legure X-750 imala bi ubedljivo najduži životni vek ($N=707706$ ciklusa), koji je mnogostruko veći od vekova prslina na ramenjačama od ostalih materijala. Tako je, na primer, za proširenje inicijalne prsline sa dužine 1mm na dužinu od 2mm na X-750 ramenjači potrebno 640155 ciklusa, što je duplo više od ukupnog veka prsline dužine 26mm na *Inconel 706 ST Forg&Extr.* ramenjači ($N=312558$ ciklusa) koja je druga po „dugovečnosti“ (crveni kružići na Slici 7.68).

Preostale dve super legure takođe pokazuju bolje zamorne karakteristike od legure 2024-T3. Tako bi prslina na ramenjači od legure *Inconel 718 ST Forg.* imala životni vek $N=122922$ ciklusa, dok bi prslina na ramenjači od legure *Inconel 706 ST welded-STA -425F LHe* ušla u zonu nestabilnog rasta već pri dužini od 10mm, ali tek nakon 202669 ciklusa opterećenja. Interesantna je činjenica da su obe legure kod kojih prslina nije dostigla dužinu od 26mm (X-750 i 706 *ST welded*) bile hladene u tečnom helijumu do -269°C , ali je kroz istu proceduru prošla i legura 706 *ST Forg&Extr.*, što ukazuje na veliki uticaj postupaka obrade deformisanjem (*Forg.* - kovanje, *Extr.* - istiskivanje) na zamorni vek materijala.

Od svih materijala korišćenih u ovoj analizi, najslabije zamorne karakteristike pokazao je čelik oznake *HP9-4-20 190-210 UTS*, pa bi prslina na ramenjači napravljena od njega imala zamorni vek od samo $N=26000$ ciklusa.

Međutim, kada bi X-750 *Forg. -452F LHe* - koja se u ovoj analizi pokazala kao najotpornija na zamor - i bila dostupna i relativno jeftina, jedna bitna karakteristika svih Inconel legura ograničavala bi njenu širu upotrebu u izradi vazduhoplovnih konstrukcija - velika gustina. Prosečna vrednost gustine Inconel legura iznosi $\rho = 8440\text{kg/m}^3$ [97], dok je gustina legure 2024-T3 približno $\rho = 2780\text{kg/m}^3$. Masa aluminijumskih ramenjača koje su ispitivane (bez zakivaka i elemenata veze korišćenih u eksperimentima) iznosila je 282 grama, pa se na osnovu odnosa gustina 2024-T3 i Inconel legura (približno 1:3) lako dolazi do približne mase Inconel ramenjače: 846 grama.

Razlika od 564 grama ne čini se velikom, ali ovde se radi o ramenjači centropilanskog dela krila dužine samo 60cm. Ako bi se isti materijal upotrebio i za izradu ramenjača koje se prostiru duž oba polurazmaha (izvan centropilanskog dela krila), razlika u masama 2024-T3 i X-750 ramenjača bila bi velika, što bi značajno uvećalo masu letelice i time pogoršalo njene performanse.

Zaključak je da bi super legure izuzetnih zamornih karakteristika (kao što je *Inconel X-750*) imalo smisla koristiti samo u izradi izuzetno važnih komponenti nosećih struktura letelica, čiji bi lom usled zamora doveo do katastrofalnih posledica. Na primer, okov za vezu krilo-trup (Prilog A) izrađuje se od čelika čija je prosečna gustina $\rho = 7800\text{kg/m}^3$ bliska gustini *Inconel* legura, pa bi korišćenje X-750 - sa inženjerskog stanovišta - u ovom slučaju bilo potpuno opravdano. Da li bi to bilo i ekonomski opravdano - pitanje je koje izlazi van okvira ove teze.

POGLAVLJE 8

ZAKLJUČAK

Zamor je proces tokom kojeg dolazi do oštećenja nosećih struktura usled ponovljenih opterećenja čiji su intenziteti značajno manji od statičke čvrstoće materijala od kojih su strukture izrađene. U praksi se oštećenja usled zamora mogu pojaviti i nakon nekoliko miliona ciklusa, što je situacija koju nije lako numerički simulirati i predstaviti u virtuelnom okruženju. S obzirom da su oštećenjima sklone i super legure do čijih zamornih karakteristika nije uvek lako doći, istraživanje zamornog veka struktura izrađenih od ovih materijala predstavlja (i predstavljaće) svojevrsan izazov.

Rast prsline usled zamora jedan je od glavnih uzroka vazduhoplovnih nesreća u prošlosti, a mnogi incidenti će i u budućnosti biti povezani sa ovim fenomenom. Razvoj novih analitičkih i numeričkih metoda pomoću kojih se može simulirati rast prsline i proceniti vek strukture sa oštećenjem, značajno doprinosi smanjenju rizika od novih nesreća. Osnovni cilj ove teze – pored definisanja i eksperimentalne verifikacije nove metodologije predviđanja zamornog veka realnih strukturnih komponenti – bio je da se istraže nove metode numeričkog modeliranja rasta prsline, bazirane na predstavljanju diskontinuiteta nezavisno od mreže konačnih elemenata.

Iako je u Poglavljima 4 i 7 pokazano da i klasična metoda konačnih elemenata daje dobre predikcije veka pod zamorom nosećih struktura, poteškoće koje se javljaju u vidu generisanja nove mreže nakon svakog koraka propagacije prsline mogu biti eliminisane jedino korišćenjem proširene metode konačnih elemenata. Ali, i tada postoji veliki broj promenljivih čiji se uticaj mora dobro proceniti da bi se rast oštećenja kroz strukturu mogao uspešno predvideti.

Iz tog razloga je razvijen (i u tezi predstavljen) niz originalnih trodimenzionalnih numeričkih modela, na kojima su inicijalne prsline „širene“ kroz nepromenljive mreže konačnih elemenata (Poglavlje 6). Vrednosti faktora

intenziteta napona dobijene primenom PMKE upoređivane su sa vrednostima iz literature i/ili vrednostima dobijenim korišćenjem klasične MKE, pri čemu su – u velikoj većini slučajeva – dobijene male razlike u rezultatima. Pored toga, sprovedena je i detaljna analiza uticaja broja konačnih elemenata koji se koriste u analizi, tipa konačnog elementa, početnog položaja prsline u odnosu na konačne elemente, početne dužine prsline i pretpostavljenog koraka širenja na tačnost vrednosti faktora intenziteta napona dobijenih pomoću PMKE. U raspoloživoj literaturi još uvek ne postoji veliki broj rešenja problema zamora strukturnih elemenata dobijenih primenom PMKE, pa u tom smislu primeri iz Poglavlja 6 dosta doprinose verifikaciji ovog relativno novog numeričkog pristupa.

Najznačajniji doprinos proučavanju problematike zamora nosećih struktura dat je, ipak, u Poglavlju 7, jer je u okviru njega – poređenjem numeričkih i eksperimentalnih rezultata – uspešno verifikovana predložena metodologija određivanja zamornog veka složene vazduhoplovne strukture. Metodologija se sastoji od definisanja numeričkog modela strukture koja se analizira, njegovog „izlaganja“ spektru promenljivih opterećenja, procene broja ciklusa spektra koji će dovesti do pojave oštećenja, modeliranja prsline na kritičnom mestu virtuelne strukture, njenog širenja kroz model i, konačno, određivanja broja ciklusa spoljašnjeg opterećenja koji će dovesti do loma.

Za potrebe verifikacije predložene metodologije, razvijen je originalan i efikasan sistem za ispitivanja na zamor nosećih konstrukcija koji je u tezi detaljno opisan i koji će i u budućnosti poslužiti za proveru novih proračunskih modela. Na osnovu vrednosti prikupljenih korišćenjem najmodernije merne i akvizicione tehnike, kao i kompleksne obrade mernih podataka, dobijeni su rezultati koji su – zajedno sa numerički dobijenim vrednostima – značajno pomogli da se nekarakteristične pojave uočene u eksperimentu (širenja prsline zonom između vertikalnog i horizontalnog zida pojasa ramenjače) uspešno protumače, te da se donesu zaključci o načinima njihovog eliminisanja (dodatna termička obrada i drugačiji metod oblikovanja pojaseva). Pored toga,

eksperimentalno verifikovan numerički model ramenjače lake letelice poslužio je i za istraživanje ponašanja pod zamorom ramenjača izrađenih od super legura, što se pokazalo kao odlična alternativa skupim i dugotrajnim eksperimentalnim istraživanjima ovih inače teško dostupnih materijala.

Predložena metodologija i rezultati ostvareni u tezi mogli bi biti iskorišćeni za određivanje mesta nastanka prsline i brzine njenog širenja pod dejstvom spektra opterećenja i na drugim strukturama izrađenim od super legura (lopaticice turbina i sl.), i to još u fazi projektovanja. Time bi se značajno pojednostavio i racionalizovao proces optimizacije nosećih struktura otpornih na zamor i omogućila njihova provera mnogo pre početka serijske proizvodnje, što bi dovelo do znatnih ušteta kako u fazama projektovanja i proizvodnje, tako i eksploataciji skupih vazduhoplovnih sredstava.

Dalji razvoj teorijskog i praktičnog pristupa rešavanju problema zamora sigurno će dovesti do daljeg usavršavanja letelica u smislu poboljšanja otpornosti na zamor kritičnih nosećih struktura. Postojeće teorije o lomu, numeričke metode, statističke alatke i metode detektovanja mesta nastanka i kontrole rasta prsline sigurno će i u budućnosti predstavljati osnovna sredstva za projektovanje, pogotovo što se i letelice koje su danas u eksploataciji odlikuju visokom pouzdanošću struktura kad je zamor u pitanju. Razvijanje novih „super“ materijala sa još boljim zamornim performansama, uz usavršavanje postojećih numeričkih metoda rešavanja problema zamora, put je kojim treba dalje ići. Ova teza samo je jedan od putokaza na njemu.

LITERATURA

- [1] Griffith A. A., The Phenomena of Rupture and Flow in Solids, Phil. Trans. Roy. Soc. of London, A221, 1921.
- [2] Heywood R. B., Designing against fatigue of metals, Chapman and Hall, London, 1962.
- [3] Miner R. V., Gayda J., Maier R. D., Fatigue and creep-fatigue deformation of several nickel-base superalloys at 650°C, Metallurgical and Materials Transactions A, Volume 13, Number 10, 1982.
- [4] Gopinath K., Gogia A.K., Kamat S.V., Balamuralikrishnan R., Ramamurty U., Tensile Properties of Ni-Based Superalloy 720Li: Temperature and Strain Rate Effects, The Minerals, Metals & Materials Society and ASM International, 2008.
- [5] Onofrio G., Osinkolu G.A., Marchionni M., Fatigue crack growth of UDIMET 720 Li superalloy at elevated temperature, International Journal of Fatigue, Volume 23, Issue 10, 2001, pp. 887-895.
- [6] Zýkaa J., Hrbáček K., Sklenický V., Analysis of creep tests of the in 792-5a alloy, Proc. Metallurgy and Materials (METAL 2009) Conference, Hradec nad Moravicí, Czech. Rep., 19-21 May 2009.
- [7] <http://www.swri.org/4org/d18/mateng/matint/nasgro/Overview/>
- [8] Schijve J., Fatigue of Structures and Materials, Springer, 2009.
- [9] Bullen W.P., Head A.K., Wood W.A., Structural changes during the fatigue of metals. Proc. Roy. Soc., Vol. A216, 1953, p. 332.
- [10] <http://www.astm.org/Standards/E647.htm>
- [11] Paris P.C., Gomez M.P., Anderson W.E., A rational analytical theory of fatigue, The Trend of Engineering, Vol. 13, 1961, pp. 9-14.

-
- [12] Schijve J., Fatigue crack propagation and the stress intensity factor, Faculty of Aerospace Engineering, Delft, Memorandum M-191, 1973.
- [13] Paris P.C., Erdogan F., A critical analysis of crack propagation laws, Trans. ASME, Series D, Vol. 85, 1963, pp. 528–535.
- [14] Newman J.C. Jr., Raju I.S., Stress-intensity factor equation for crack in three-dimensional finite bodies subjected to tension and bending loads, Fracture Mechanics, ASTM STP 791, Vol. 1, 1983, pp. 238–265.
- [15] Yoder G.R., Cooley L.A., Crooker T.W., The effect of load ratio on fatigue crack growth in Ti-8Al-1Mo-1V, Eng. Fracture Mech., Vol. 17, 1983, pp. 185–188.
- [16] Schijve J., De Rijk P., The fatigue crack propagation in 2024-T3 Alclad sheet materials from seven different manufacturers, Nat. Aerospace Lab. NLR, Report TRM.2162, Amsterdam, 1966.
- [17] Šmíd M., et.al., Fatigue properties of nickel-base superalloy inconel 792-5a at 800°C, Proc. Metallurgy and Materials (METAL 2010) Conference, Rožnov pod Radhoštěm, Czech. Rep., 18-20 May 2010.
- [18] Bower A.F., Applied Mechanics of Solids, CRC Press, 2009.
- [19] Irwin, G. R., Plastic Zone Near a Crack and Fracture Toughness, Proc. Sagamore Res. Ord. Materials, p. 63, 1960.
- [20] Inglis C. E., Stresses in a Plate due to Presence of Cracks and Sharp Corners, Trans. Inst. Naval Architects, 55, 1913.
- [21] Jovičić G., Živković M., Vulović S., Proračunska mehanika loma i zamora, Mašinski fakultet, Kragujevac, 2011.
- [22] Sedmak A., Primena mehanike loma na integritet konstrukcija, Mašinski fakultet, Beograd, 2003.

-
- [23] Hussain M. A., Pu S. I., Underwood J., Strain energy release rate for a crack under combined mode I and mode II, *Fracture Analysis*, ASTM STP 560, Am. Soc. Test. Mater., 1974, pp 2-28.
- [24] Jarić J., Konturni J-integral Rajska, *Uvod u mehaniku loma i konstruisanje sa sigurnošću od loma (monografija)*, RO Institut SOUR Goša, S. Palanka, Tehnološko-metalurški fakultet, Beograd, 1980, str. 4-1 do 4-18.
- [25] Rice J. R., A Path Independent Integral and Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 35, No. 2, 1968, pp. 379-386.
- [26] Hellen T., Blackburn W., The calculation of stress intensity factor for combined tensile and shear loading, *International Journal of Fracture* 11, 1975, pp. 605-617.
- [27] Hutchinson J. W., Singular Behavior at the End of a Tensile Crack in a Hardening Material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, No. 1, 1968, pp. 13-31.
- [28] Rice J. R., Rosengren G. F., Plain Strain Deformation Near a Crack Tip in a Power-Law Hardening Material, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 16, 1968, pp. 1-12.
- [29] Murakami Y., *Stress Intensity Factors Handbook*, Pergamon Press, 1986.
- [30] Forman R.G., Kearney V.E., Engle R.M., Numerical analysis of crack propagation in cyclic-loaded structures, *J. Basic Engrg.*, Trans. ASME, Vol. D89, 1967, pp. 459-464.
- [31] Priddle E.K., High cycle fatigue crack propagation under random and constant amplitude loadings, *Int. J. Pressure Vessels&Piping*, Vol. 4, 1976, p. 89.

- [32] Klesnil M., Lukáš, P., Influence of strength and stress history on growth and stabilization of fatigue cracks, *Engrg. Fracture Mech.*, Vol. 4, 1972, pp. 77-92.
- [33] Forman R. G., Mettu S. R., Behavior of Surface and Corner Cracks Subjected to Tensile and Bending Loads in Ti-6Al-4V Alloy, *Fracture Mechanics: Twenty-second Symposium*, Vol. 1, ASTM STP 1131, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 1992, pp. 519-546.
- [34] Wu C. H., Maximum-energy-release-rate criterion applied to a tension-compression specimen with crack, *Journal of Elasticity*, Volume 8, Number 3, 1978, pp. 235-257.
- [35] Jin Z. H., Sun C.T., *Fracture Mechanics*, Academic Press, 2011.
- [36] Nuismer R. J., An energy release rate criterion for mixed mode fracture, *Int. J. Fract.* Vol. 11, No. 2, 1975, pp. 245-250.
- [37] Cotterell B., Rice J. R., Slightly curved or kinked cracks, *Int. J. Fract.* 16, 1980, pp. 155-169.
- [38] Bishop N., Sherratt F., *Finite Element Based Fatigue Calculations*, The International Association for the Engineering Analysis Community, 2000.
- [39] Grbović A., Rašuo B., Vidanović N., Perić M., Simulation of Crack Propagation in Titanium Mini Dental Implants (MDI), *FME Transactions*, Volume 39, No 4, 2011, pp. 165-170.
- [40] http://www.cfg.cornell.edu/software/franc2d_casca.htm
- [41] Narayana K.B., Cracks emanating from pin-loaded lugs, *Engineering Fracture Mechanics*, Volume 47, Issue 1, January 1994, Pages 29-38.
- [42] Liu A.F., *Mechanics and Mechanisms of Fracture: An Introduction*, ASM International, 2005, pp. 383-389.

-
- [43] Broek D., *The Practical Use of Fracture Mechanics*, Springer, 1989.
- [44] Ritchie R. O., Chang V. A., Paton N. E., Influence of retained austenite on high strength alloy steel fatigue crack propagation in HP 9-4-20, *Fatigue of Engineering Materials and Structures*, Vol. 1, 1979, pp. 107-121.
- [45] <http://www.specialmetals.com/documents/>
- [46] Young A., *The Saturn V Booster: Powering Apollo into History*, Springer-Verlag, 2009.
- [47] Belytschko T., Black T., Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 45, No. 5, 1998, pp. 601-620.
- [48] Melenk J. M., Babuška I., The partition of unity finite element method: basic theory and applications, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 139, 1996, pp. 289-314.
- [49] Belytschko T., Moës N., Usui S., Parimi C., Arbitrary discontinuities in finite elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 50, No. 4, 2001, pp. 993-1013.
- [50] Reddy J. N., *An Introduction to the Finite Element Method*, McGraw-Hill: New York, 2005.
- [51] Belytschko T., Lu Y. Y., Gu I. L., Element-free Galerkin methods, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 37, 1994, pp. 229-256.
- [52] Moës N., Dolbow J., Belytschko T., A finite element method for crack growth without remeshing, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 46, No. 1, 1999, pp. 131-150.

-
- [53] Sukumar N., Prévost J. H., Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method, Part I: Computer implementation, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 26, 2003, pp. 7513-7537.
- [54] Huang R. , Sukumar N., Prévost J. H., Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method, Part II: Numerical applications, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 40, No. 26, 2003, pp. 7539-7552.
- [55] Sukumar N., Moës N., Moran B., Belytschko T., Extended finite element method for three-dimensional crack modelling, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 48, No. 11, 2000, pp. 1549-1570.
- [56] Gravouil A., Moës N., Belytschko T., Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets - Part II: Level set update, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 53, No. 11, 2002; pp. 2569-2586.
- [57] Moës N., Gravouil A., Belytschko T., Non-planar 3D crack growth by the extended finite element and level sets –Part I: Mechanical model, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 53, No. 11, 2002; pp. 2549-2568.
- [58] Zi G., Chen H., Xu J., Belytschko T., The extended finite element method for dynamic fractures, *Shock and Vibration*, Vol. 12, No. 1, 2005, pp. 9-23.
- [59] Fleming M., Chu Y. A., Moran B., Belytschko T., Enriched element-free Galerkin methods for crack tip fields, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 40, No. 8, 1997, pp. 1483-1504.
- [60] Saouma V. E., *Lecture Notes in Fracture Mechanics*, CVEN-6831, Dept. of Civil, Environmental and Architectural Engineering, Univ. of Colorado, 2000.

-
- [61] Šumarac D., Krajčinović D., Osnovi mehanike loma, Naučna knjiga, Beograd, 1990.
- [62] Mohammadi S., Extended finite element method for fracture analysis of structure, Blackwell Publishing Ltd., Oxford, UK, 2008.
- [63] Elguedj T., Gravouil A., Combescure A., A mixed augmented Lagrangian-extended finite element method for modelling elastic-plastic fatigue crack growth with unilateral contact, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2007; Vol. 71, No. 13, 2007, pp. 1569-1597.
- [64] Stolarska M., Chopp D. L., Moës N., Belytschko T., Modelling crack growth by level sets in the extended finite element method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 51, No. 8, 2001, pp. 943-960.
- [65] N., Chopp D. L., Bèchet E., Moës N., Three-dimensional non-planar crack growth by a coupled extended finite element and fast marching method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 76, No. 5, 2008, pp. 727-748.
- [66] Ventura G., Gracie R., Belytschko T., Fast integration and weight function blending in the extended finite element method, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 77, No. 1, 2008, pp. 1-29.
- [67] Tarancon J., Vercher A., Giner E., Fuenmayor J., Enhanced blending elements for XFEM applied to linear elastic fracture mechanics, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 77, No. 1, 2008, pp. 126-148.
- [68] Chanine E., Laborde P., Renard Y., Crack tip enrichment in the XFEM using a cutoff function, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 75, No. 6, 2008, pp. 629-646.

-
- [69] Stazi F. L., Budyn E., Chessa J., Belytschko T., An extended finite element method with higher-order elements for curved cracks, *Computational Mechanics*, Vol. 31, No. 2-3, 2003, pp. 38-48.
- [70] Chessa J., Wang H., Belytschko T., On the construction of blending elements for local partition of unity enriched finite elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 57, No. 7, 2003, pp. 1015-1038.
- [71] Fries T. P., A corrected XFEM approximation without problems in blending elements, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol 75, No. 5, 2007, pp. 503-532.
- [72] Daux C., Moës N., Dolbow J. E., Sukumar N., Belytschko T., Arbitrary branched and intersecting cracks with the extended finite element method. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 48, No. 12, 2000, pp. 1741-1760.
- [73] Sukumar N., Huang Z. Y., Prévost J. H., Suo Z., Partition of unity enrichment for bimaterial interface cracks, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 59, No. 8, 2004, pp. 1075-1102.
- [74] Cherepanov G. P., The propagation of cracks in a continuous medium, *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, Vol. 31, No. 3, 1967, pp. 503-512.
- [75] Westergaard I., Bearing pressures and cracks, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 6, No. 1, 1939, pp. 49-53.
- [76] Williams M., On the stress distribution at the base of a stationary crack, *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 24, No. 1, 1957, pp. 109-114.
- [77] Duarte C., Hamzeh O. H., Liszka T. J., Tworzydło W. W., A generalized finite element method for the simulation of three-dimensional dynamic crack

propagation, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 190, No. 15-17, 2001, pp. 2227-2262.

[78] Karihaloo B. L., Xiao Q. Z., Modelling of stationary and growing cracks in FE framework without remeshing. A state-of-the-art review, *Computers and Structures*, Vol. 81, No. 3, 2003, pp. 119-129.

[79] Sukumar N., Chopp D. L., Moran B., Extended finite element method and fast marching method for three-dimensional fatigue crack propagation, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 70, No. 1, 2003, pp. 29-48.

[80] Richard H. A., Fulland M., Sander M., Theoretical crack path prediction, *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, Vol. 28, No. 1-2, 2005, pp. 3-12.

[81] Liu Y., Mahadevan S., Threshold stress intensity factor and crack growth rate prediction under mixed-mode loading, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 74, No. 3, 2007, pp. 332-345.

[82] Erdogan F., Sih G. C., On the crack extension in plates under plane loading and transverse shear, *Journal of Basic Engineering*, Vol. 85, 1963, pp. 519-525.

[83] Sih G. C., Strain-energy-density factor applied to mixed mode crack problems, *International Journal of Fracture*, Vol. 10, No. 3, 1974, pp. 305-321.

[84] <http://www.3ds.com/products/simulia/portfolio/abaqus/latest-release/>

[85] Xiaoping H., Moan T., Weicheng C., An engineering model of fatigue crack growth under variable amplitude loading, *International Journal of Fatigue*, Vol. 30, No. 1, 2008, pp. 2-10.

[86] Tanaka K., Fatigue crack propagation from a crack inclined to the cyclic tension axis, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 6, No. 3, 1974, pp. 493-507.

- [87] Yan X., Zhang Z., Mixed mode criteria for the materials with different yield strengths in tension and compression, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 42, No. 1, 1992, pp. 109-116.
- [88] Rhee H., Salama M., Mixed-mode stress intensity factors solutions for a warped surface flaw by three-dimensional finite element analysis, *Engineering Fracture Mechanics*, Vol. 28, No. 2, 1987, pp. 203-209.
- [89] <http://www.3ds.com/products/catia/>
- [90] <http://www.cenaero.be/>
- [91] Ćulafić V. B., *Uvod u mehaniku loma*, Mašinski fakultet, Podgorica, 1999.
- [92] Boyer H. E., (editor), *Atlas of Fatigue Curves*, American Society for Metals, 1986.
- [93] Qian G., Hong Y., Zhou C., Investigation of high cycle and Very-High-Cycle Fatigue behaviors for a structural steel with smooth and notched specimens, *Engineering Failure Analysis*, Vol. 17, No. 7-8, 2010, pp. 1517-1525.
- [94] Infante V., Silva J. M., Case studies of computational simulations of fatigue crack propagation using finite elements analysis tools, *Engineering Failure Analysis*, Vol. 18, No. 2, 2011, pp. 616-624.
- [95] Mansoor M., Ejaz N., Fatigue failure of an aircraft wings due to fitting error in hi-locks, *Engineering Failure Analysis*, Vol. 16, No. 7, 2009, pp. 2195-2201.
- [96] Hiscocks R. D., *Design of Light Aircraft*, DARcorporation, 2002.
- [97] Rasuo B., *Aircraft Production Technology* (in Serbian), Faculty of Mechanical Engineering, Belgrade, 1995.
- [98] Kvackaj T., Bidulsky R. (editors), *Aluminum Alloys, Theory and Applications*, InTech, 2011.

-
- [99] Abdullah S., Beden S. M., Ariffin A. K., Fatigue Crack Growth Simulation of Aluminium Alloy under Cyclic Sequence Effects, *Aluminum Alloys, Theory and Applications*, InTech, 2011, pp. 237-258.
- [100] Tovo R., Cycle distribution and fatigue damage under broad-band random loading, *Int. J. Fatigue*, Vol. 24, No. 11, 2002, pp. 1137-1147.
- [101] Nagode M., Fajdiga M., On a new method for prediction of the scatter of loading spectra, *Int. J. Fatigue*, Vol. 20, No. 4, 1998, pp. 271-277.
- [102] He X., Zhai B., Dong Y., Liu W., Safe-life analysis accounting for the loading spectra variability, *Engineering Failure Analysis*, Vol. 17, No. 5, 2010, pp. 1213-1220.
- [103] Klemenc J., Fajdiga M., Description of statistical dependencies of parameters of random load states (dependency of random load parameters), *Int. J. Fatigue*, Vol. 22, No. 5, 2000, pp. 357-367.
- [104] Niu M., *Airframe Structural Design*, Technical Book Co, Hong Kong, 1988.
- [105] *Fatigue and Fracture*, ASM Handbook, Volume 19, 1997.
- [106] Rasuo B., Experimental Techniques for Evaluation of Fatigue Characteristics of Laminated Constructions from Composite Materials: Full-Scale Testing of the Helicopter Rotor Blades, *Journal of Testing and Evaluation (JTE)*, Vol. 39, Issue 2, ASTM International, USA, 2011, pp. 237-242.
- [107] <http://www.ansys.com>
- [108] Mitchell M. R., Landgraf R. W. (editors), *Advances in fatigue lifetime predictive techniques*, 3rd Volume, ASTM, 1996.
- [109] McKeighan P. C., Ranganathan N. (editors), *Fatigue Testing and Analysis Under Variable Amplitude Loading Conditions*, ASTM, Mayfield, 2005, p.245.

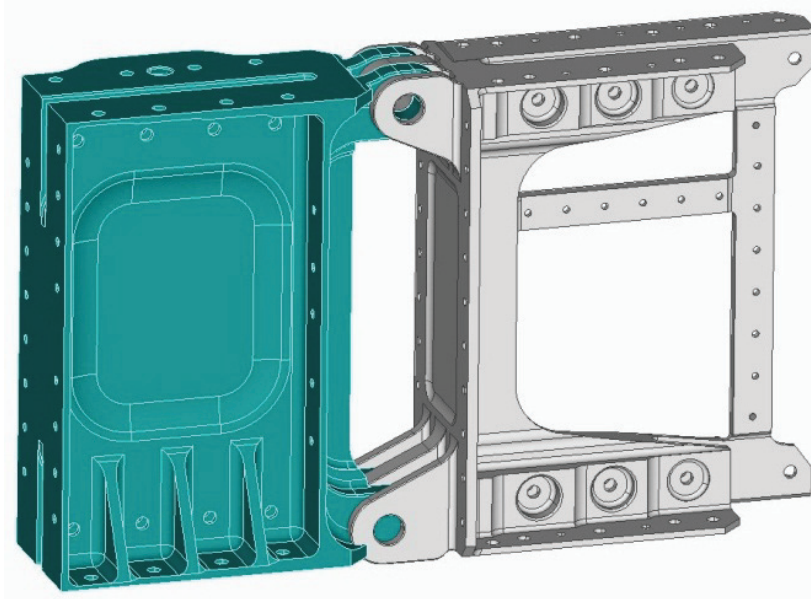
[110] Grbović A., Rašuo, B., Metoda konačnih elemenata u proceni brzine rasta prsline na ramenjači lakog aviona izloženoj opterećenju promenljive amplitude, Tehnika, Godina LXVII, No. 3 Beograd, 2012, strane 1-8 (predato za štampu).

PRILOG A

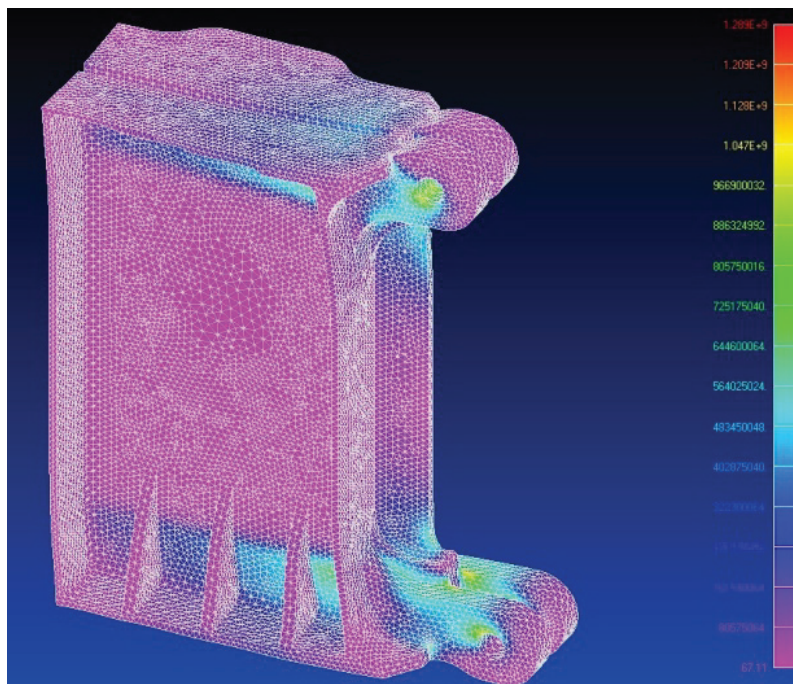
Primer 3D simulacije širenja prsline iz otvora uške okova za vezu krilo-trup lakog aviona

Za razliku od primera u Poglavlju 6, u kojima je rast prsline simuliran na trodimenzionalnim modelima standardnih ili donekle modifikovanih epruveta, ovde ćemo demonstrirati upotrebu proširene metode konačnih elemenata u određivanju vrednosti faktora intenziteta napona na nešto složenijoj geometriji, kao što je uška okova za vezu krilo-trup lakog aviona.

Glavni okov veze, koji je bio predmet analize, deo je sklopa prikazanog na Slici 1, čija je otpornost na dejstvo spoljašnjih sila koje se javljaju tokom leta analizirana metodom konačnih elemenata (Slika 2).

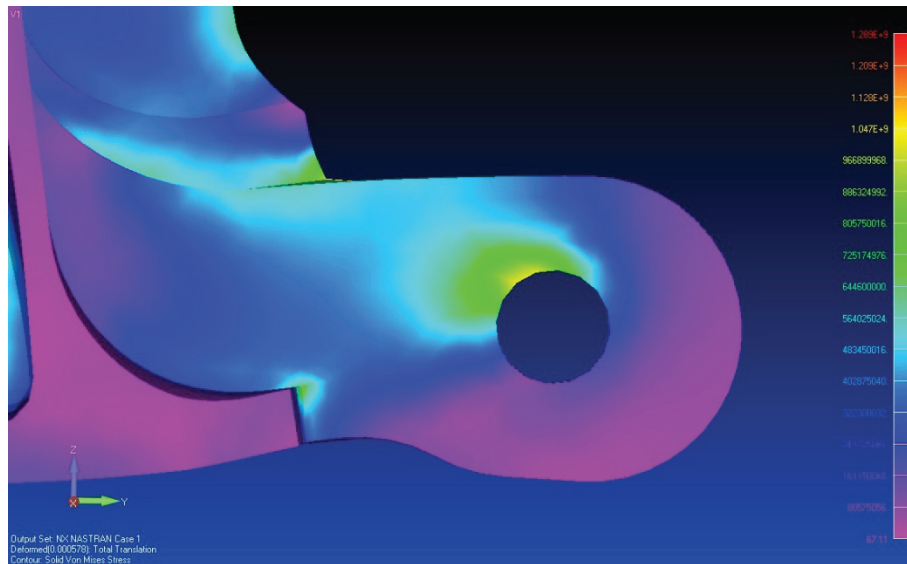


Slika 1 Sklop okova za vezu krilo-trup lakog aviona (glavni okov je predstavljen zelenom bojom)

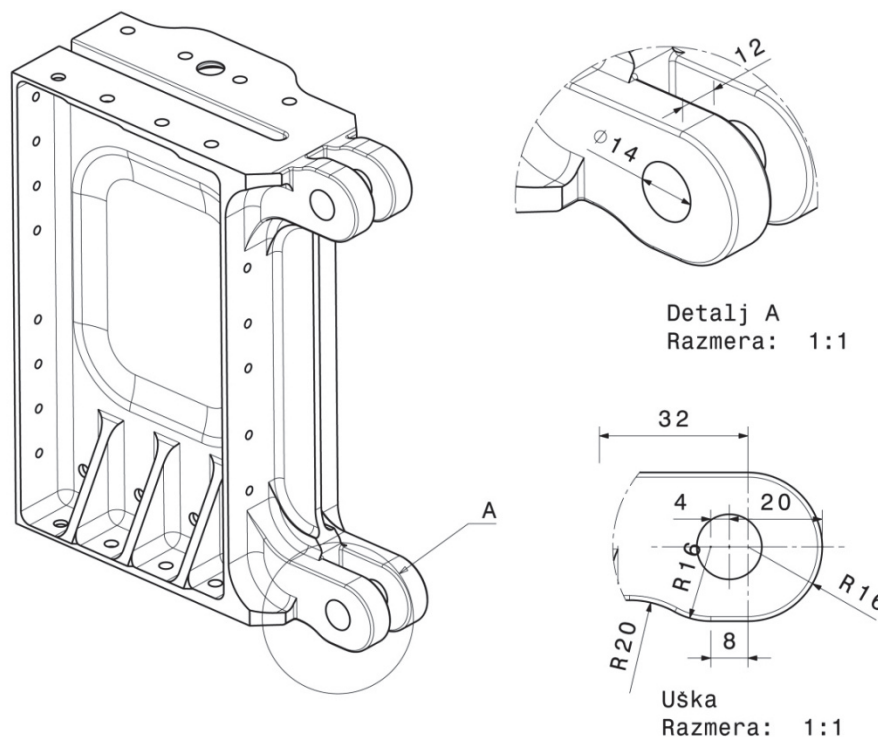


Slika 2 Analiza nosivosti glavnog okova primenom MKE u NASTRAN-u

Kao što se na Slici 2 može uočiti, najviše vrednosti napona na glavnom okovu tokom eksploatacije letelice mogu se očekivati na otvorima uški, kroz koje prolazi osovina čija je namena osiguranje veze glavnog okova ramenjače centropanskog dela i okova na ramenjači krila. Uvećani prikaz jedne od uški (Slika 3) omogućava uvid u vrednosti fon Mizes napona u najopterećenijoj zoni otvora uške (koji se kreću između 725,175MPa i 886,324MPa), pri čemu su ove vrednosti dobijene u slučaju kada je okov opterećen maksimalnim predviđenim spoljašnjim silama (koeficijent opterećenja iznosio je $n=6$). Materijal glavnog okova je čelik (usvojeni su Jangov moduo 206000MPa i Pusionov koeficijent 0,3), a izgled samog okova i dimenzije uške dati su na Slici 4.



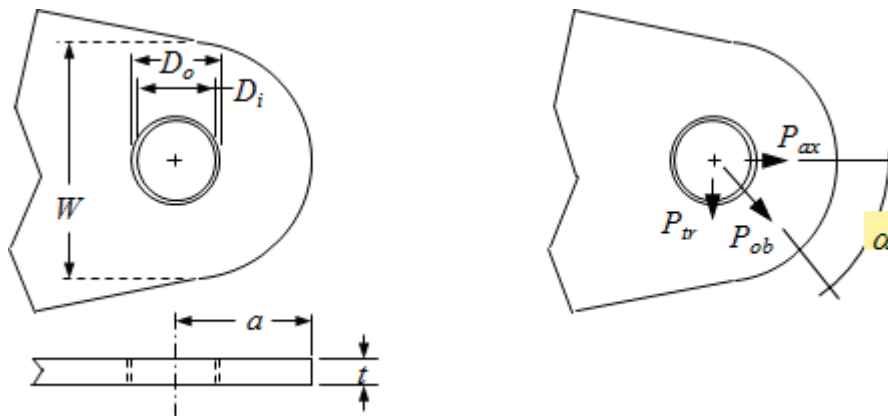
Slika 3 Naponsko stanje na ušci glavnog okova veze krilo-trup lakog aviona (NASTRAN)



Slika 4 Izgled okova za vezu krilo-trup lakog aviona i dimenzije uške na kojoj je simuliran rast prsline

Glavni okov veze krilo-trup jedan je od najvažnijih elemenata strukture aviona i njegov eventualni lom usled zamora – koji bi gotovo sigurno doveo i do gubitka krila – bi imao katastrofalne posledice. Iz tog razloga, projektovanju okova se posvećuje velika pažnja, a materijal od koga se izrađuje najčešće je legirani čelik velike lomne čvrstoće i otpornosti na zamor. Najopterećeniji deo okova je, kao što smo videli, uška i prilikom provere njene nosivosti moraju se poštovati sve preporuke definisane vazduhoplovnim propisima.

Prethodna analiza opterećenja kojima je laki avion izložen tokom leta (koja ovde neće biti detaljno izneta), pokazala je da je ukupna maksimalna aksijalna sila, koja se sa osovinnice prenosi na uške okova, intenziteta $P_{ax\ uk.} = 208830,7N$ dok je maksimalna transverzalna sila intenziteta $P_{tr\ uk.} = 20177,3N$. S obzirom da okov ima par uški (Slika 4) koje su istih dimenzija i oblika, vrednosti sila koje opterećuju jednu ušku duplo su manje, tj. $P_{ax} = 104415,35N$ i $P_{tr} = 10088,65N$ (Slika 5). Ukupnu silu P_{ob} moguće je odrediti primenom Pitagorine teoreme ($P_{ob} = 104901,6N$), a ugao α primenom jednostavne trigonometrijske relacije (u ovom slučaju $\alpha=5,52^\circ$). S obzirom da je P_{ax} znatno veće od P_{tr} , te da P_{ob} malo odstupa od horizontalnog pravca, odlučeno je da se – iz razloga pojednostavljenja numeričkog modela – u analizi širenja prsline iz otvora na uški koristi samo aksijalna sila, ali intenziteta jednakog intenzitetu sile P_{ob} , tj. $P_{ax} = 104901,6N$.



Slika 5 Dimenzije uške korišćene u proračunu i raspored sila koje deluju na ušku glavnog okova

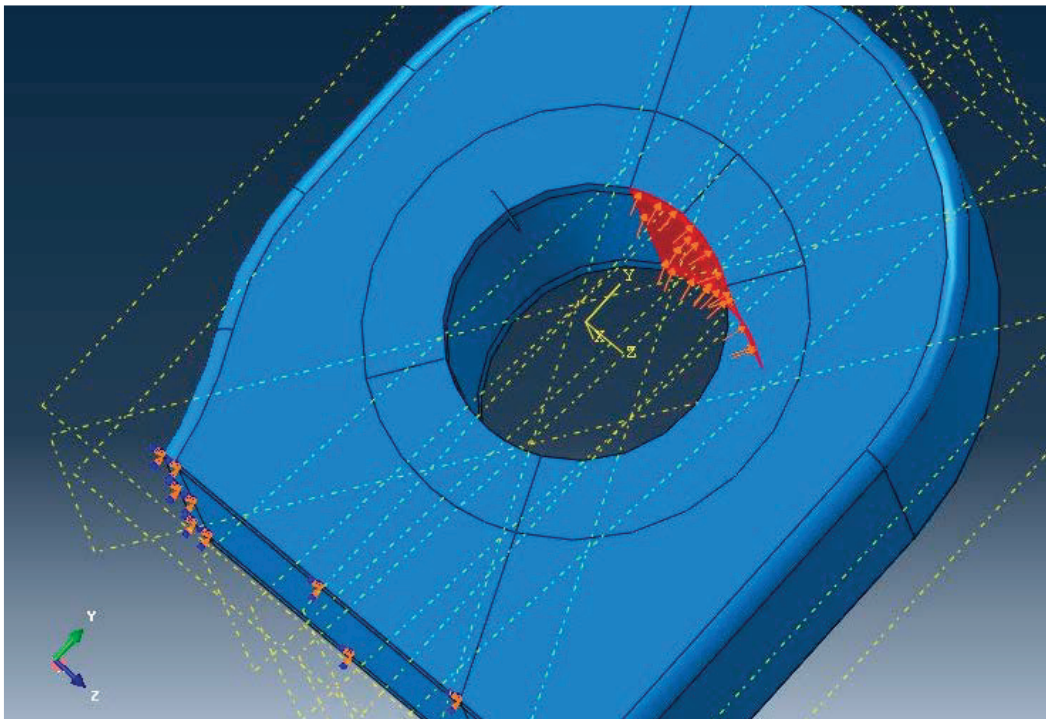
Propisi koji su definisani za ušku opterećenu silama kao na Slici 5 (ref) kažu da se maksimalni dozvoljeni zatezni napon u aksijalnom pravcu $\sigma_{max,zat.}$, pri dejstvu maksimalno dozvoljene aksijalne zatezne sile P_{ax} , može izračunati po formuli:

$$\sigma_{max,zat.} = \frac{P_{ax}}{(W - D_o) \cdot t \cdot K_{ax}} \quad (1)$$

gde je K_{ax} lomni faktor aksijalnog naprezanja, koji se za različite materijale i različite odnose W/D_0 određuje iz dijagrama na strani 7 (ref Bombardier). U slučaju uške prikazane Slikom 4, za odnos $W/D_0 = 32/14 = 2,286$ i materijal čelik, vrednost lomnog faktora aksijalnog naprezanja iznosi približno $K_{ax} = 0,583$. S obzirom da je $t = 12mm$ i $P_{ax} = 104901,6N$ primenom formule (1) dobijamo da je maksimalni dozvoljeni napon u aksijalnom pravcu $\sigma_{max,zat.} = 833,028MPa$. Ova vrednost se dosta dobro slaže sa maksimalnim vrednostima napona oko otvora uške prikazanim na Slici 3, koje se na mestu dodira sa osovinnicom, da podsetimo, kreću od 725,175MPa do 886,324MPa. Stoga je dobijena maksimalna vrednost napona (833,028MPa) usvojena kao vrednost spoljašnjeg

opterećenja u simulaciji širenja prsline iz otvora na uški, da bi se procenilo koliko će ciklusa ovako visokog napona inicijalnu prslinu proširiti do kritične dužine.

Model uške koji je korišćen u simulaciji dobijen je u CATIA v5 „odsecanjem“ od modela glavnog okova, a nakon što je uvezen u Abaqus na njemu su definisani neophodni granični uslovi i uneto je opterećenje u vidu pritiska intenziteta 833,028MPa (strelice na crvenoj površini, Slika 6). Oblast gde je uneto opterećenje ne poklapa se sa najopterećenijom oblašću uške na Slici 3, iz razloga što je u Abaqus-u bilo daleko jednostavnije definisati oblast prikazanu Slikom 6. S obzirom na simetričnost otvora uške i nameru da se odredi približan broj ciklusa opterećenja koji dovodi do pojave kritične dužine prsline, pretpostavljeno je da će dato opterećenje dati približno iste vrednosti broja ciklusa u kojoj god oblasti otvora uške da je ono postavljeno da deluje. Naravno, mesto gde će doći do pojave prsline zavisi od oblasti dejstva spoljnjeg opterećenja, ali – kao što smo već rekli – ovde cilj nije bio određivanje mesta gde će se oštećenje pojaviti, već simulacija širenja prsline nakon što je ona nastala.

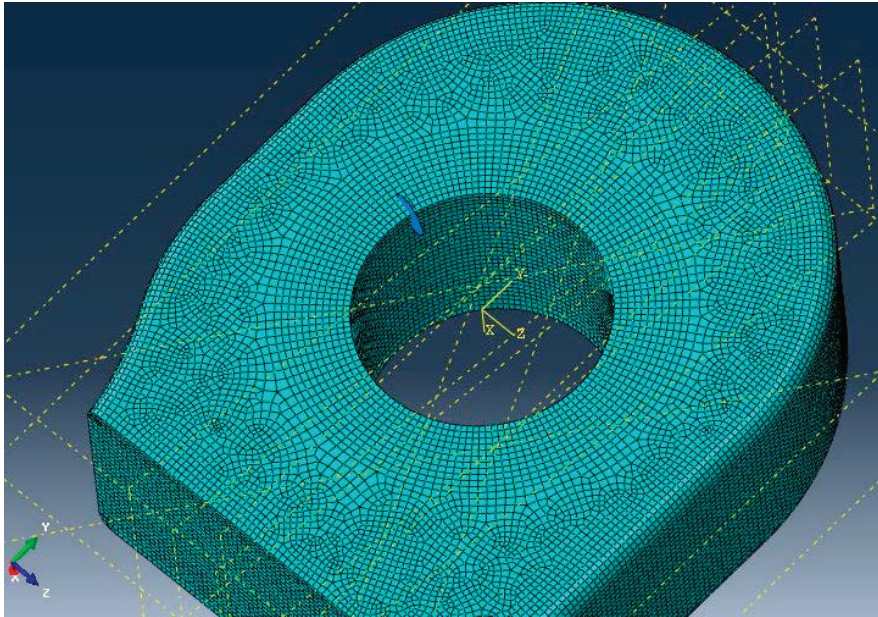


Slika 6 Model uške sa prslinom oblika novčića izložene naponu od 833,028MPa (Abaqus model)

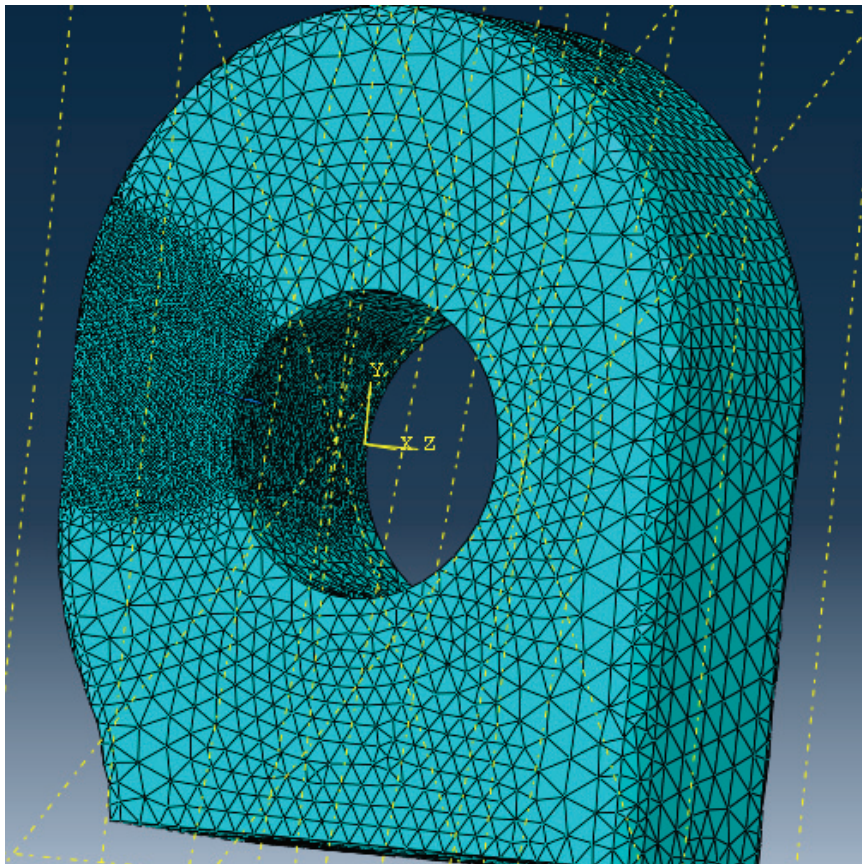
Za razliku od prethodnih primera, u kojima je korišćena samo „dubinska“ prslina (tj. ona koja prolazi kroz celu debljinu materijala; eng. *through crack*), ovde je pretpostavljeno da na uški može doći i do pojave „ugaone“ prsline (eng. *corner crack*), tj. da se na otvoru može pojaviti delimično oštećenje koje se ne prostire kroz celu debljinu uške. Ideja je bila da se uporedi širenje „ugaone“ prsline sa širenjem „dubinske“ prsline iz istog mesta na otvoru, odnosno da se utvrdi u kom slučaju će pre doći do dostizanja kritične vrednosti dužine prsline.

Kao i u nekim ranijim primerima, napravljene su dve mreže konačnih elemenata, sa heksaedrima (Slika 7) i tetraedrima (Slika 8), na koje je postavljena inicijalna prslina oblika novčića (eng. *penny-shaped crack*). Slično simulacijama u kojima je za predstavljanje inicijalne „dubinske“ prsline korišćena površ oblika pravougaonika, ovde je za svrhu predstavljanja „ugaone“ prsline iskorišćena površ kružnog oblika poluprečnika 2mm. Mreža modela sa heksaedrima korišćena u

proračunu je imala 221708 čvorova i 211023 elemenata, dok je konačni model sa tetraedarskim elementima imao 121350 čvorova i 695350 elemenata.



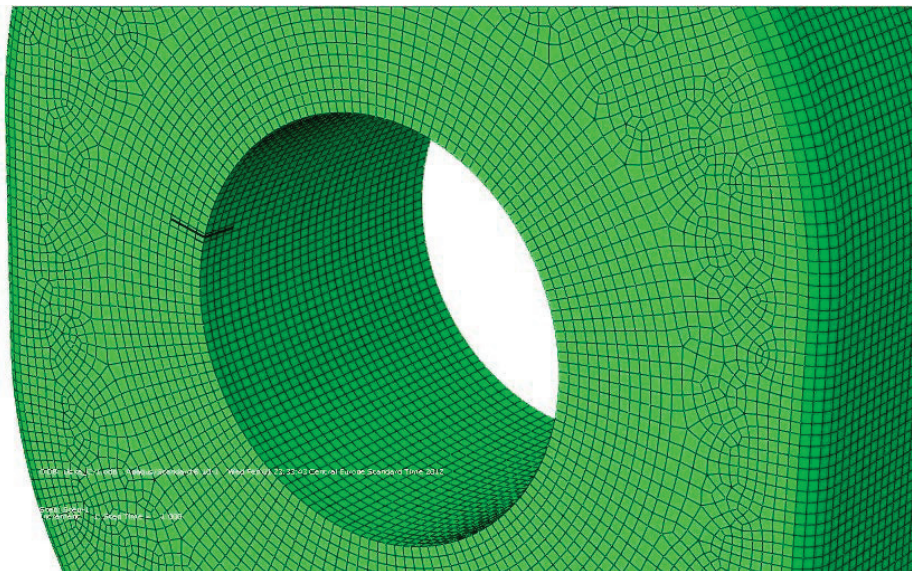
Slika 7 Mreža konačnih elemenata modela uške sa inicijalnom prslinom oblika novčića (heksaedarski elementi)



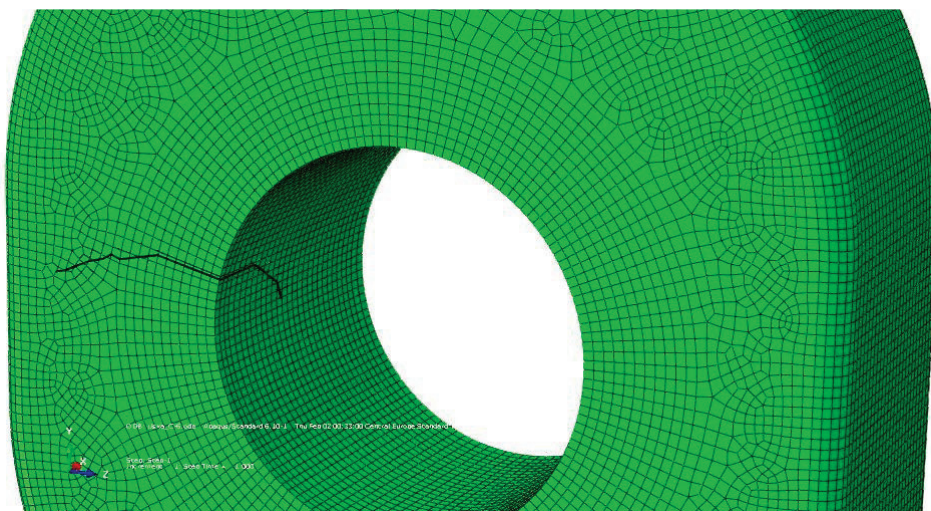
Slika 8 Mreža konačnih elemenata modela uške sa inicijalnom prslinom oblika novčića (tetraedarski elementi)

Kao što se na Slikama 7 i 8 može videti, u slučaju mreže sa tetraedarskim elementima u očekivanom pravcu prostiranja prsline generisan je znatno veći broj čvorova mreže u odnosu na ostale delove uške, dok kod mreže sa heksaedrima to nije bio slučaj – mreža cele uške je skoro potpuno simetrična u odnosu na centar otvora. Ranije smo već videli da tip, oblik i raspored elemenata utiču na konačne rezultate proračuna, pa je ideja bila da se uticaj tih faktora na tačnost predviđanja i u ovom slučaju analizira.

Rast prsline je prvo simuliran na mreži sa heksaedarskim elementima koja je, zajedno sa položajem inicijalne prsline početne dužine 2mm, predstavljena Slikom 9. Tokom širenja prsline nije forsirano prostiranje fronta u jednoj ravni, već je omogućeno generisanje novih tačaka fronta u pravcima u kojima proračun pokaže da će se prslina najverovatnije širiti (drugim rečima, dozvoljen je slobodan rast prsline). Nakon pet koraka širenja od po maksimalno 2mm po koraku, prslina je dobila oblik prikazanom Slikom 10, a širenje je zatim prekinuto jer se u jednom od čvorova fronta prsline pojavila negativna vrednost faktora intenziteta napona $\sigma_{\text{Moda I}}$ (Tabela 1).



Slika 9 Inicijalna prslina oblika novčića dužine 2mm na otvoru uške (heksaedarski elementi)

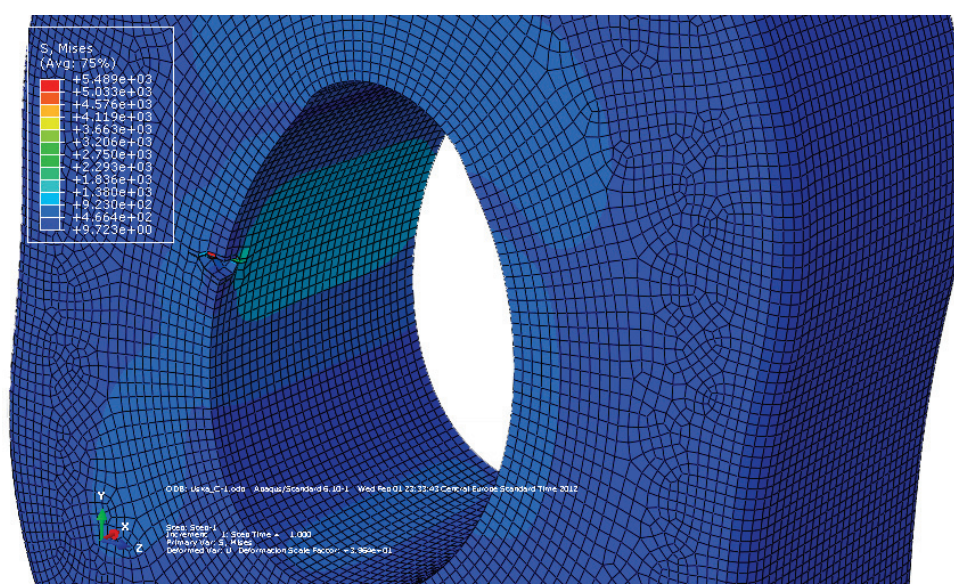


Slika 10 Izgled prsline na otvoru uške nakon 5 koraka širenja (slobodno širenje, heksaedarski elementi)

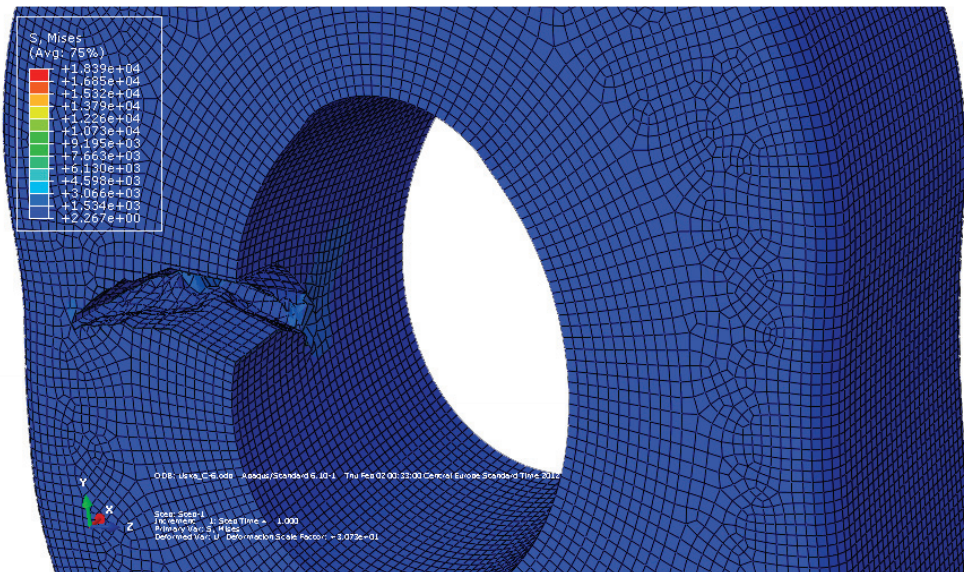
			Heksaedri					
			Efektivna vred. faktora int. nap. K_{ef} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačaka fronta	Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	2	14	1281,64	1119,81	1203,12	1282,92	1117,88	1203,04
2	4	12	1999,13	1556,07	1740,59	2584,17	1578,41	2017,05
3	6	22	1631,72	1449,15	1548,02	1637,12	1155,57	1352,96
4	8	9	2419,93	1694,47	1955,69	5004,39	2680,97	3461,80
5	10	35	1373,61	708,87	1135,81	1385,17	233,29	1064,89
6	12	62	1532,71	553,81	926,09	1379,05	-1507,08	487,76

Tabela 1 Vrednosti efektivnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I u slučaju modela uške sa heksaedarskim elementima i slobodnim širenjem prsline

Naponsko stanje dobijeno na ušci nakon otvaranje prsline (prikazano Slikom 11) pokazalo je da su vrednosti fon Mizes napona u neposrednoj blizini vrha prsline jako velike, sa maksimumom koji u jednom od čvorova fronta iznosi čak 5489MPa. Po dubini otvora uške naponi su nešto umereniji i kreću se od 923MPa do 1380MPa, što je vrednost u neposrednoj blizini ivice prsline oblika novčića. Nakon pet koraka širenja (odn. ukupno šest koraka simulacije) napon na celoj ušci bio je veoma visok (Slika 12) i u proseku se kretao od 1534MPa do 4598MPa u neposrednoj blizini ivice prsline. Maksimalna vrednost dobijena u nekom od čvorova fronta prsline iznosi čak 18390MPa i sigurno je reč o singularitetu koji je posledica nepravilnog širenja prsline kroz neki od elemenata mreže. Na Slici 12 se jasno vidi da se prslina širila van ravni i nejednako u različitim pravcima, što je dovelo do toga da je na kraju ona imala nepravilni „izvitopereni“ oblik koji karakteriše i izvesna „distorzija“ elemenata, koja se na istoj slici manifestuje приметnim izobličenjima heksaedara i njihovim delimičnim preklapanjima.

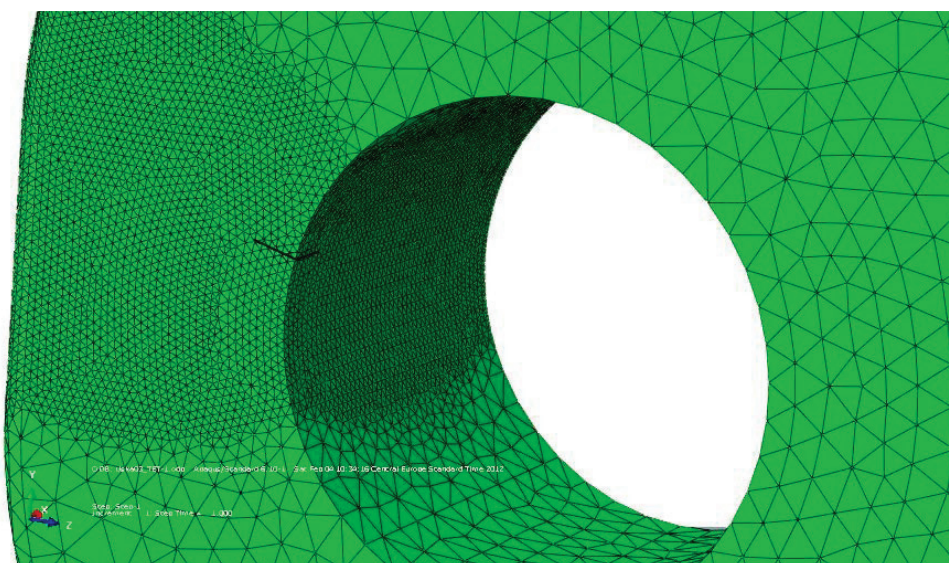


Slika 11 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline oblika novčića nakon njenog otvaranja (heksaedarski elementi)

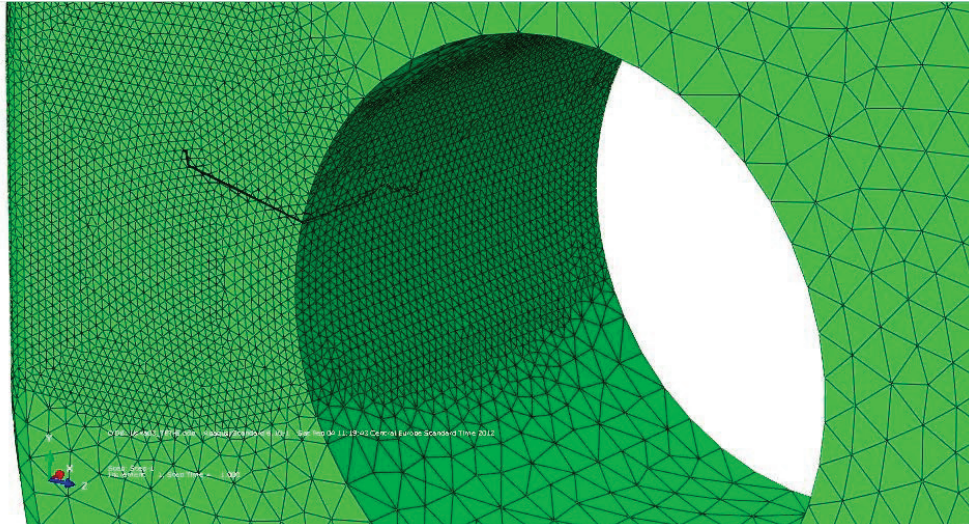


Slika 12 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 5 koraka širenja (slobodno širenje, heksaedarski elementi)

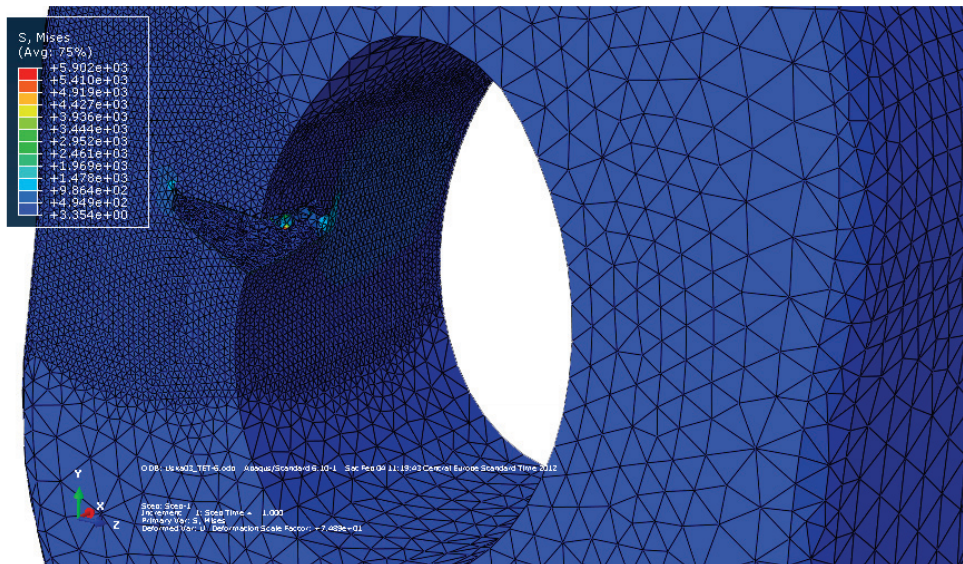
Slična situacija je dobijena i na mreži sa tetraedarskim elementima. Inicijalna prslina (prikazana na Slici 13) je širena u manjim koracima (maksimalno 1mm po koraku) da bi se videlo da li će se sa manjim priraštajem rasta, kao i prostiranjem kroz značajno gušću mrežu nego u slučaju heksaedarskih elemenata, dobiti bitno drugačije vrednosti fon Mizes napona i faktora intenziteta napona. Rast prsline je simuliran u ukupno šest koraka (otvaranje i pet propagacija), da bi u sedmom koraku softver prijavio pojavu negativnih vrednosti faktora intenziteta napona Moda I. Izgled prsline nakon pet koraka širenja dat je na Slici 14 na kojoj se vidi da je ona samo donekle slična prslini dobijenoj na mreži sa heksaedrima (Slika 10). Međutim, kada se uzme u obzir da je prslina na tetraedarskoj mreži manja i da je dostigla tek 7mm dužine (naspram 12mm dobijenih na heksaedarskoj mreži) i kada se, zatim, uporede oblici obe prsline do 7mm dužine, dolazi se do zaključka da su one veoma slične, tj. da su obe mreže konačnih elemenata na istom domenu dale slične predikcije pravaca širenja oštećenja.



Slika 13 Inicijalna prslina oblika novčića dužine 2mm na otvoru uške (tetraedarski elementi)



Slika 14 Izgled prsline na otvoru uške nakon 5 koraka širenja (slobodno širenje, tetraedarski elementi)



Slika 15 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 5 koraka širenja (slobodno širenje, tetraedarski elementi)

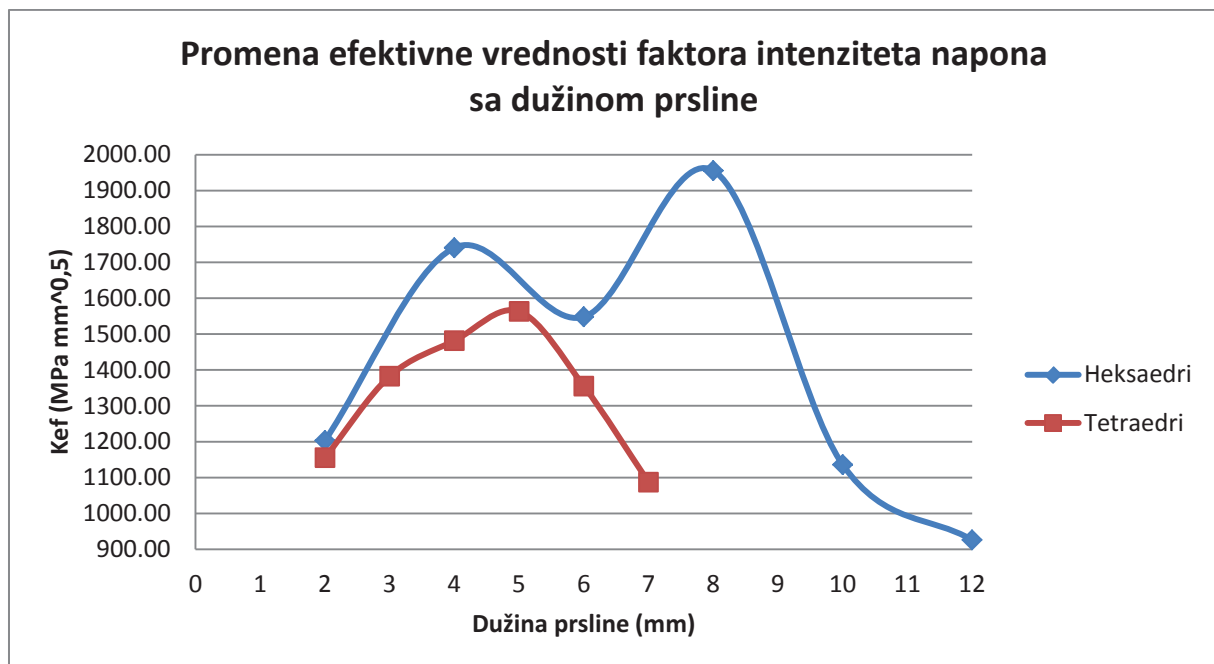
Naponsko stanje oko prsline na ušci sa tetraedarskim elementima po okončanju njenog širenja (Slika 15) pokazuje da su vrednosti napona na ušci bile visoke i da su se u proseku kretale od 1478MPa do 3936MPa u neposrednoj blizini ivice prsline. Ove vrednosti su nešto niže nego vrednosti dobijene na ušci sa heksaedarskim elementima, što je razumljivo jer je konačna prsline u ovom slučaju kraća za celih 5mm. Maksimalna vrednost napona u nekom od čvorova fronta iznosila je 5902MPa, tj. u ovom slučaju nije dobijena ekstremno visoka vrednost kao na mreži sa heksaedrima.

Kao što se iz Tabele 2 može videti, vrednosti K_I i K_{ef} na mreži sa tetraedrima daleko manje osciluju sa rastom prsline (u odnosu na mrežu sa heksaedarskim elementima), a tetraedarska mreža ranije i „prijavljuje“ negativnu vrednost K_I , što se može objasniti njenom većom gustinom, a samim tim i većom tačnošću. (Kao što smo već ranije rekli, negativna vrednost K_I znači da je rast prsline u pravcu u kome se pokušava formirati novi front nemoguć i dovoljno je da jedna tačka starog fronta ima negativno K_I pa da se novi front ne može formirati). Uporedni prikaz efektivnih vrednosti faktora intenziteta napona dobijenih na obe mreže (Slika 16) pokazuje velike oscilacije vrednosti K_{ef}

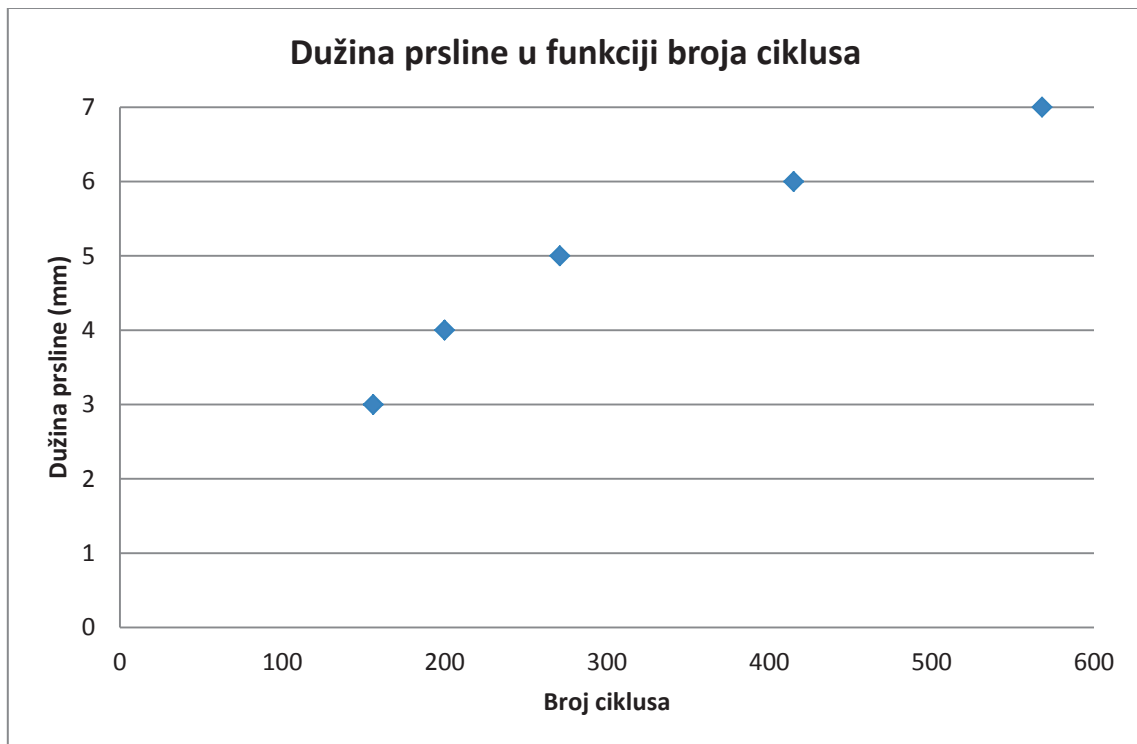
dobijenih tokom širenja prsline na heksaedarskoj mreži, kao i „prirodniji“ rast i potom pad vrednosti K_{ef} dobijenih na mreži sa tetraedrima. Vrednosti K_{ef} na dužinama prsline koje su uporedive (2mm, 4mm i 6mm) su donekle slične, ali velike oscilacije vrednosti K_{ef} na modelu sa heksaedarskim elementima prilično obesmišljavaju analizu procentualnih razlika. Zbog pravilnijeg oblika dijagrama koji predstavlja rezultate na mreži sa tetraedarskim elementima, urađena je procena broja ciklusa koji će dovesti do širenja prsline određene dužine samo za taj slučaj. Kao i u prethodnim primerima, usvojen je odnos napona $R=-1$, a za određivanje broja ciklusa korišćen je Parisov zakon sa parametrima $n = 2,26$ i $C = 7,526 \cdot 10^{-11}$. Grafik na Slici 17 pokazuje promenu dužine prsline u funkciji broja ciklusa primenjenog opterećenja. Konačan broj ciklusa je vrlo mali i iznosi $N=568$.

Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačaka fronta	Tetraedri					
			Efektivna vred. faktora int. nap. K_{ef} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
			Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	2	40	1299,94	1044,84	1155,38	1306,22	1039,67	1153,84
2	3	53	1929,91	1208,76	1382,53	2447,42	1203,42	1433,43
3	4	67	1682,04	1298,76	1481,61	3243,83	1303,75	1603,01
4	5	81	1932,62	1161,30	1563,13	1823,81	1081,39	1487,99
5	6	120	1866,75	670,82	1354,84	1545,87	473,17	1218,96
6	7	91	1630,91	349,70	1087,30	1723,08	90,87	857,08

Tabela 2 Vrednosti efektivnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I u slučaju modela uške sa tetraedarskim elementima i slobodnim širenjem prsline

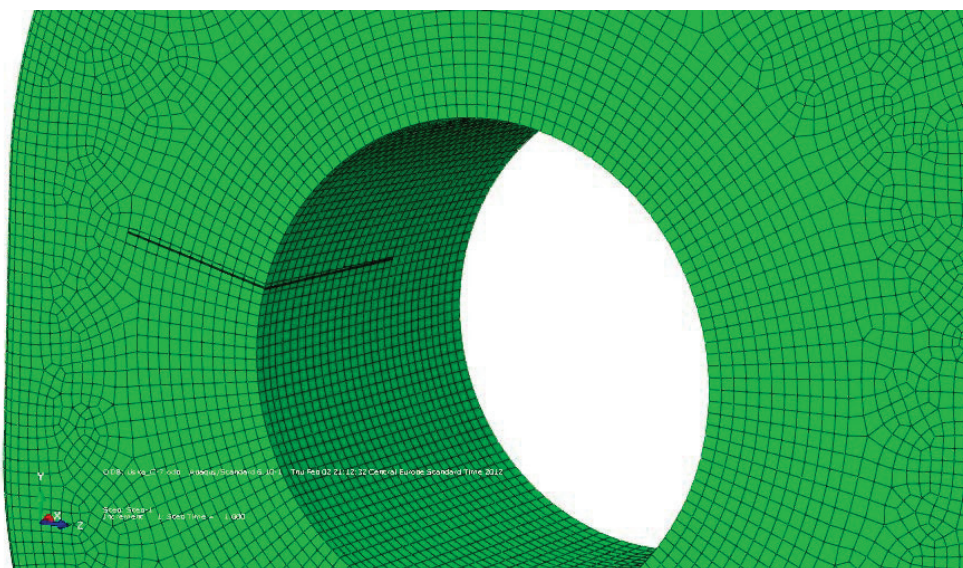


Slika 16 Grafik promene efektivne vrednosti faktora intenziteta napona sa dužinom slobodno širene prsline na ušci (heksaedarski elementi)



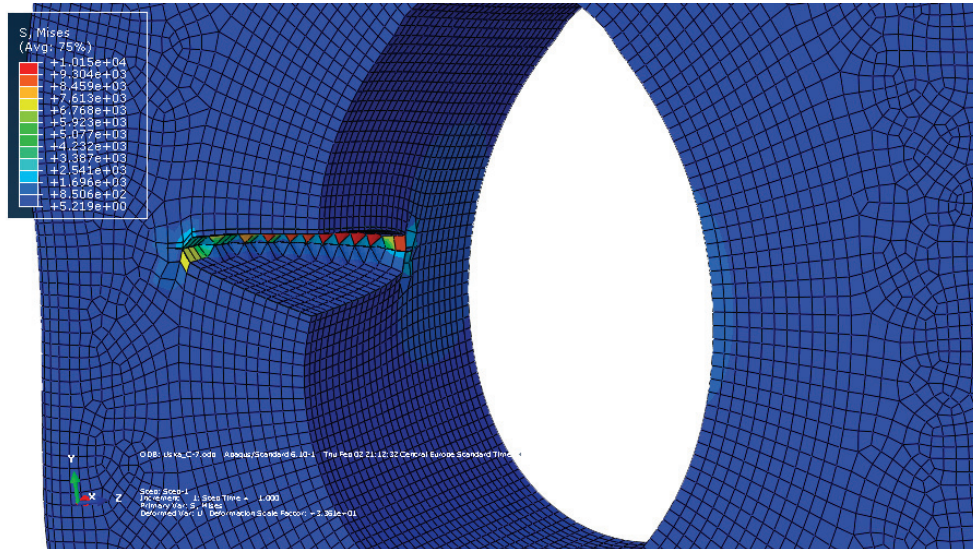
Slika 17 Grafik promene dužine prsline sa brojem ciklusa opterećenja (slobodno širena prslina, tetraedarski elementi)

S obzirom da je mreža heksaedarskih elemenata dala prilično nepouzdanu rezultate, a činila se – sa aspekta generisanih oblika elemenata – sasvim dobro definisanom, odlučeno je da se na njoj sprovede nova simulacija rasta prsline, ali sa forsiranim (kontrolisanim) širenjem u ravni i sa duplo manjim maksimalnim korakom širenja (1mm umesto 2mm). Nakon otvaranja, prslina je širena u još 6 koraka, dok nije poprimila oblik predstavljen Slikom 18. Kao što se može videti, prslina nije izašla iz ravni i sve vreme je se kretala po sredini reda heksaedarskih elemenata u kojem je i bila inicirana.

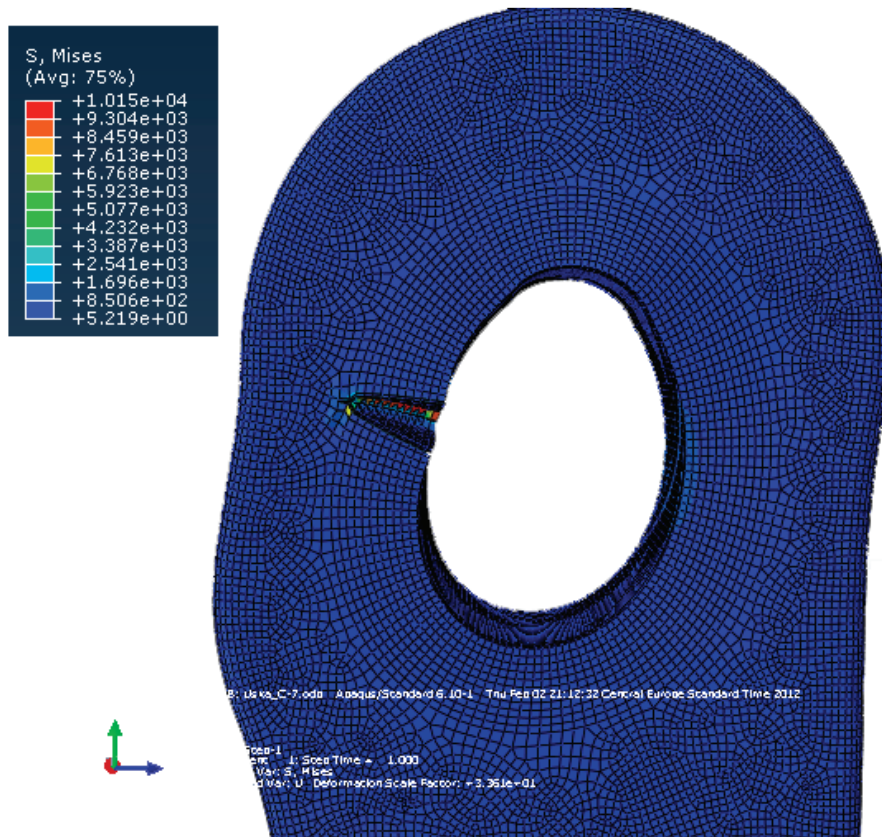


Slika 18 Izgled prsline na otvoru uške nakon 6 koraka širenja (kontrolisano širenje u ravni, heksaedarski elementi)

Naponsko stanje oko prsline nakon sedam koraka simulacije rasta (otvaranje i šest koraka širenja) prikazano je na Slici 19, dok je naponsko stanje cele uške prikazano na Slici 20. Napon na ušci se u proseku kretao od 1696MPa do 4232MPa u blizini ivice prsline, sa vrlo visokom maksimalnom vrednošću od 10150MPa u jednom od čvorova na frontu. Međutim, od vrednosti fon Mizes napona daleko su interesantniji rezultati predstavljeni Tabelom 3.



Slika 19 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 6 koraka širenja (kontrolisano širenje u ravni, heksaedarski elementi)

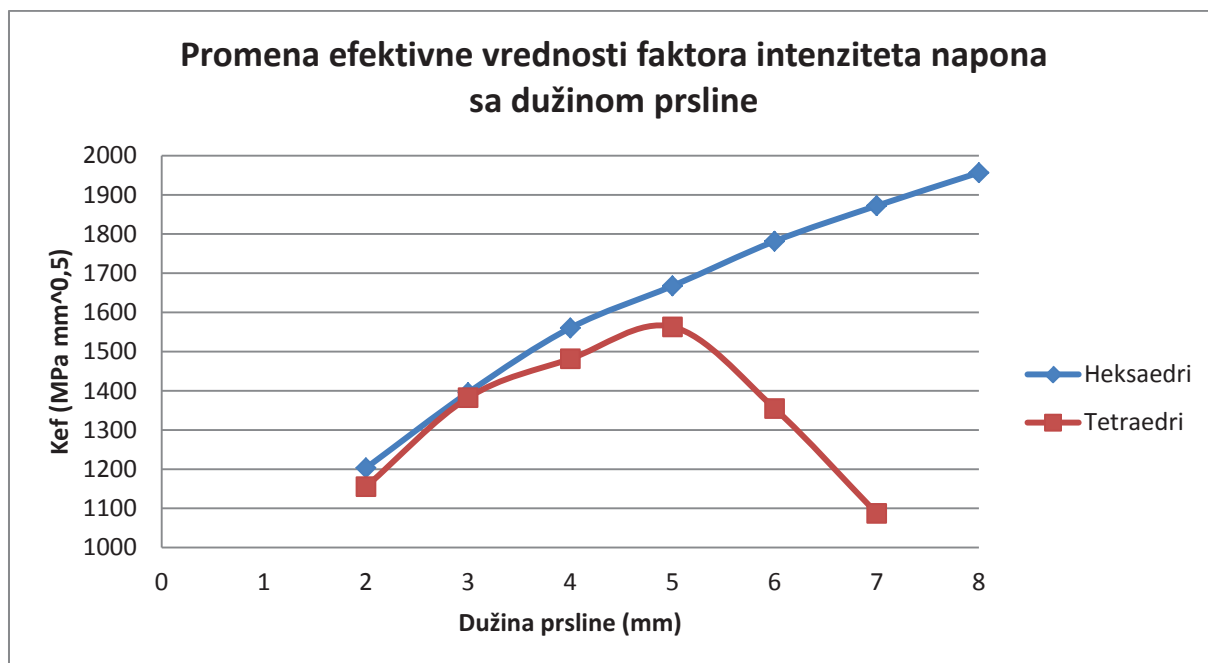


Slika 20 Naponsko stanje (fon Mizes) na ušci nakon 6 koraka širenja (kontrolisano širenje u ravni, heksaedarski elementi)

Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačaka fronta	Heksaedri					
			Efektivna vred. faktora int. nap. K_{ef} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
			Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	2	14	1281,64	1119,81	1203,12	1282,92	1117,88	1203,04
2	3	22	1620,84	1266,39	1395,40	1605,83	1093,75	1323,43
3	4	30	1813,83	1420,85	1560,34	1806,29	1415,71	1552,45
4	5	38	1990,86	1496,79	1667,47	1983,72	1498,86	1668,65
5	6	46	2139,00	1588,09	1781,63	2138,81	1585,82	1777,70
6	7	53	2246,24	1696,40	1872,15	2244,99	1693,98	1873,75
7	8	58	2353,80	1799,61	1956,56	2342,47	-423,24	1707,04

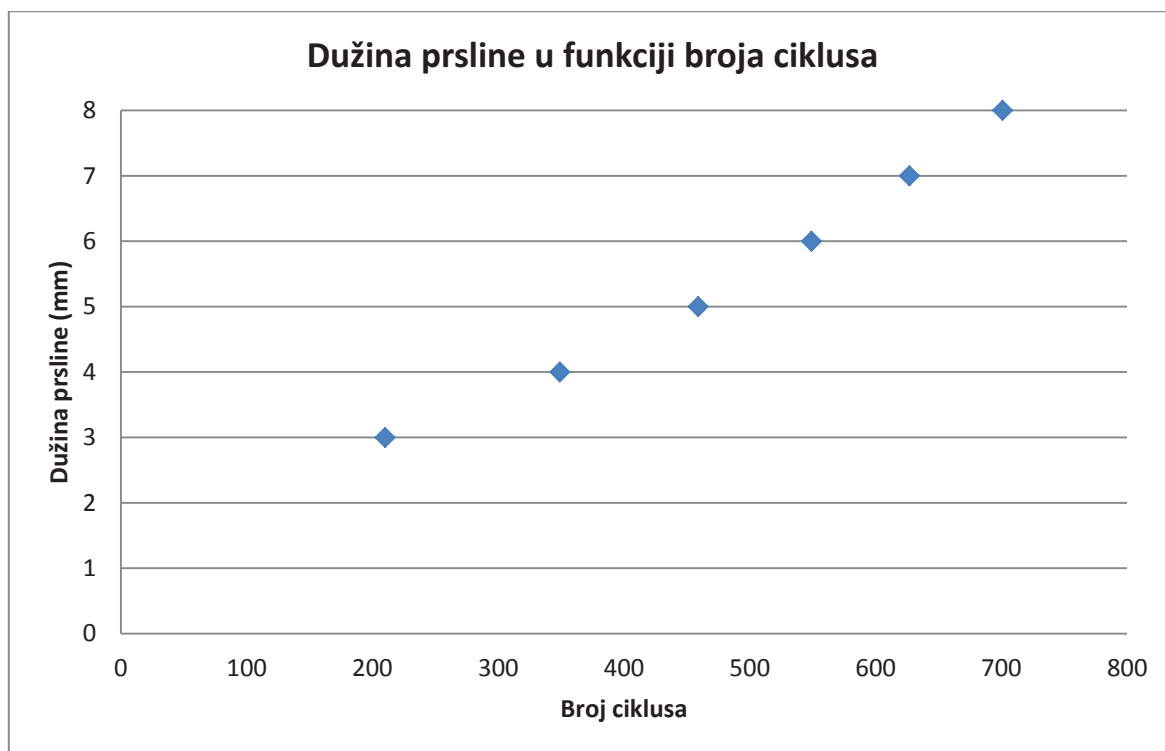
Tabela 3 Vrednosti efektivnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I u slučaju modela uške sa heksaedarskim elementima i kontrolisanim širenjem prsline oblika novčića

Za razliku od vrednosti faktora intenziteta napona koje su dobijene na mreži heksaedarskih elemenata u slučaju slobodnog širenja prsline (Tabela 1), vrednosti K_{ef} i K_I dobijene kod kontrolisanog širenja prsline pokazuju tendenciju rasta, sve do sedmog koraka u kome se u više tačaka fronta pojavljuju negativne vrednosti K_I (Tabela 3). Grafik na Slici 21 pokazuje da je promena K_{ef} sa dužinom prsline skoro linearna, za razliku od „skokovite“ promene K_{ef} na Slici 16. Pored toga, vidimo i da su vrednosti K_{ef} u prva tri koraka širenja prsline i na heksaedarskoj i na tetraedarskoj mreži relativno bliske, da bi od četvrtog koraka razlike postajale sve veće.



Slika 21 Grafik promene efektivnih vrednosti faktora intenziteta napona sa dužinom kontrolisano širene prsline (heksaedarski elementi) i slobodno širene prsline (tetraedarski elementi)

Konačno, grafik na slici 22 daje prikaz promene dužine prsline sa brojem ciklusa kod kontrolisanog rasta prsline. Maksimalni broj ciklusa dobijen primenom Parisovog zakona iznosi $N=701$ (za dužinu prsline $a=8\text{mm}$), dok je broj ciklusa do dostizanja dužine $a=7\text{mm}$ procenjen na $N=627$. Kao što se može videti, ovaj broj je malo veći od broja ciklusa koji je dobijen za slučaj slobodnog širenja prsline na modelu sa tetraedarskim elementima (i koji je iznosio $N=568$), što znači da i simulacija sa slobodnim širenjem prsline i simulacija sa kontrolisanim širenjem – bez obzira na različite konačne oblike prsline, tipove elemenata i odstupanja u vrednostima faktora intenziteta napona – daju slične predikcije veka pod zamorom.



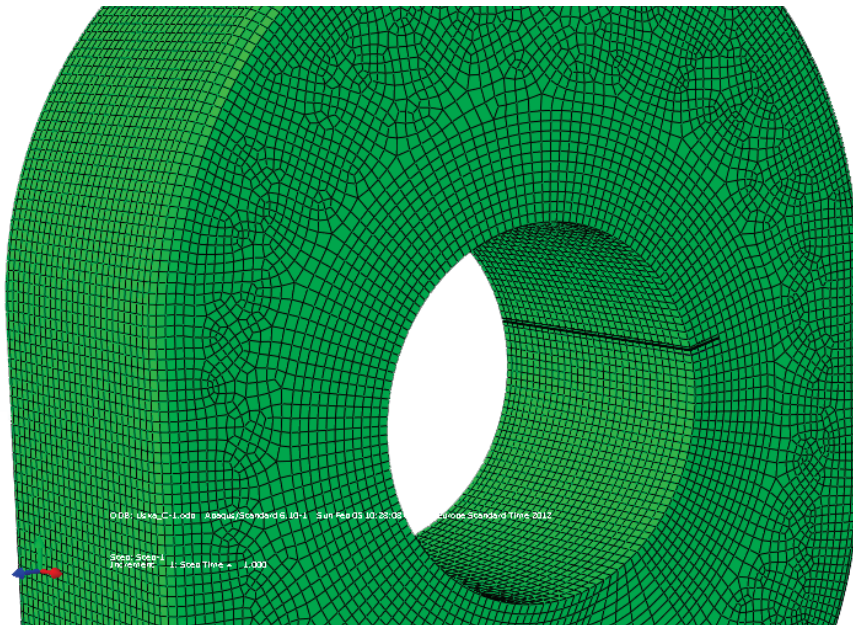
Slika 22 Grafik promene dužine kontrolisano širene prsline oblika novčića (heksaedarski elementi) sa brojem ciklusa opterećenja

Na osnovu vrednosti dobijenih u simulacijama rasta „ugaone“ prsline oblika novčića inicirane na ivici otvora uške, može se izvesti zaključak da se prsline – jednom kad se pojavi na ušci – širi veoma brzo i da je potreban mali broj ciklusa da ona dostigne dužinu od desetak milimetara. Treba još jednom istaći da je u ovim proračunima korišćena vrednost napona zatezanja dobijena na osnovu maksimalne dozvoljene aksijalne sile (i to u slučaju kada je koeficijent opterećenja $n=6$, što je vrlo visoka vrednost), ali s obzirom da je glavni okov – sa aspekta bezbednosti – jedan od najvažnijih delova strukture, čini se opravdanim proveru uške sa ovako visokim vrednostima opterećenja.

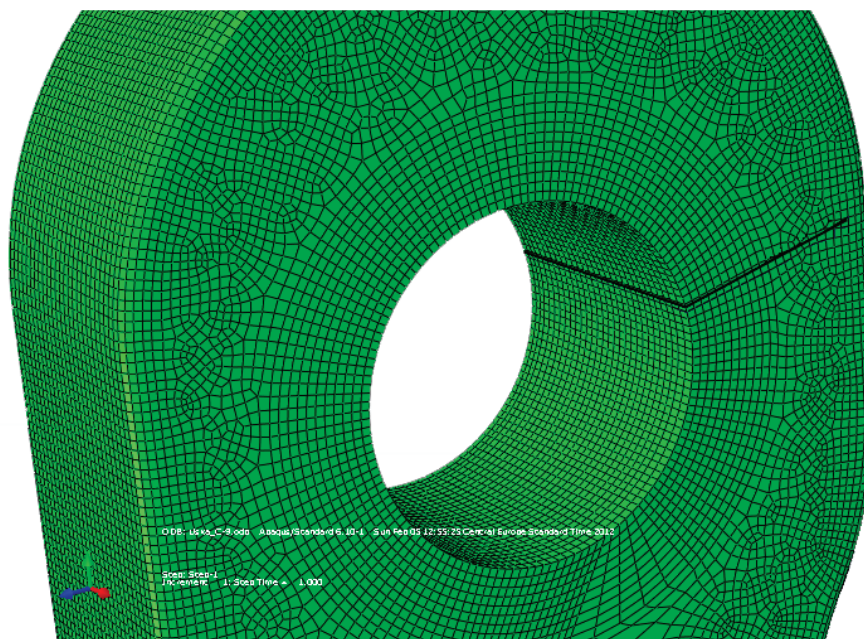
Sprovedeni proračuni su pokazali da delimično oštećenje brzo raste, ali i da vrednosti faktora intenziteta napona duž fronta prsline dosta osciluju po koracima. Tako se na mreži sa heksaedrima, pri slobodnom širenju prsline, minimalne i maksimalne vrednosti K_I duž fronta drastično razlikuju. U koraku 4, na primer, maksimalna vrednost K_I je $5004,39\text{MPa}$ (što je veoma blisko kritičnoj vrednosti K_{IC}), a minimalna $2680,97\text{MPa}$ (što je razlika od skoro 87%), pa je iz tog razloga napredovanje prsline u različitim pravcima neujednačeno (otuda i njeno „vitoperenje“). Čim razlika maksimalnih i minimalnih vrednosti postane značajna, to je znak da se delovi prsline ne šire jednakom brzinom, a

kad se na jednom delu fronta pojave negativne vrednosti K_I u tom pravcu prslina više ne može da raste, pa proračun staje jer softver ne može da formira novi neprekinuti front prsline.

S obzirom na sve uočene osobenosti „ugaone“ prsline koja se širila iz otvora, odlučeno je da se sprovede i proračun sa „dubinskom“ prslinom, tj. oštećenjem koje se prostire duž cele debljine uške (Slika 23), da bi se dobijene vrednosti faktora intenziteta napona i broja ciklusa u oba slučaja uporedile, te da bi se izvukao generalni zaključak o ponašanju uške kada se na njoj pojavi prslina. Simulacija rasta je sprovedena i na tetraedarskim i na heksaedarskim elementima, sa slobodnim i sa kontrolisanim širenjem prsline, a ovde ćemo predstaviti slučaj u kojem je prslina najviše napredovala – ukupno 8 koraka širenja od po maksimalno 0,75mm (Slika 24).

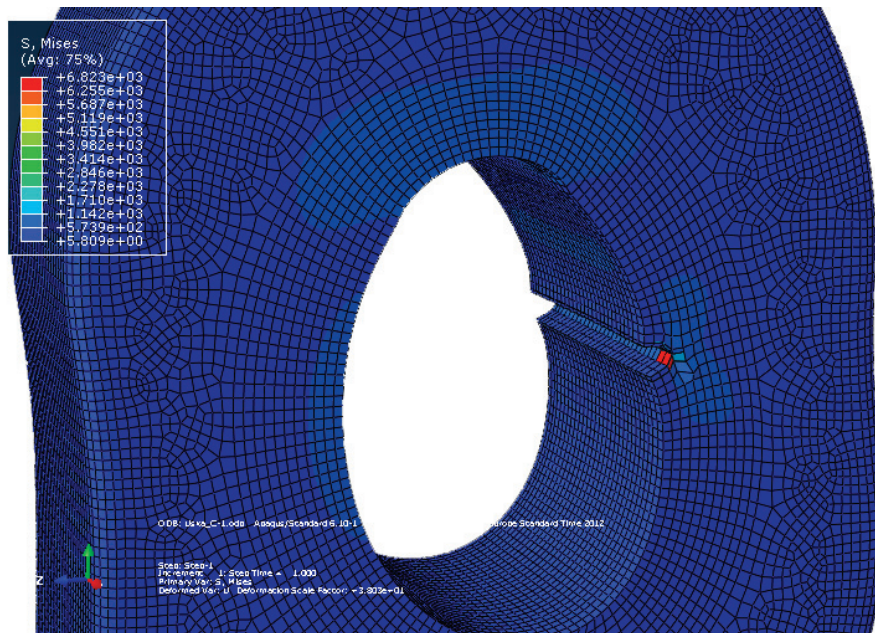


Slika 23 Inicijalna ivična prslina dužine 1,25mm kroz celu debljinu uške (heksaedarski elementi)

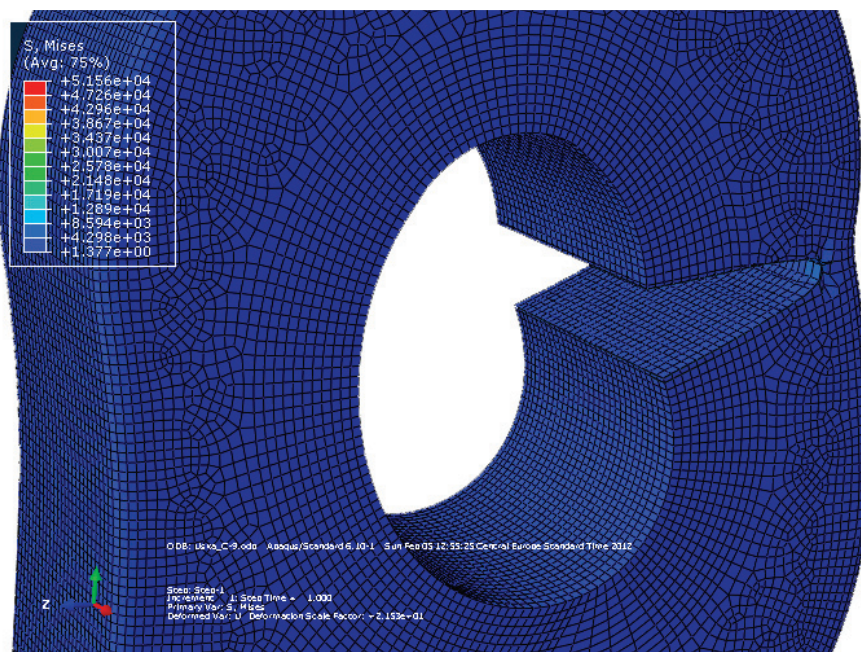


Slika 24 Izgled ivične prsline na ušci nakon 8 koraka širenja (kontrolisano širenje u ravni, heksaedarski elementi)

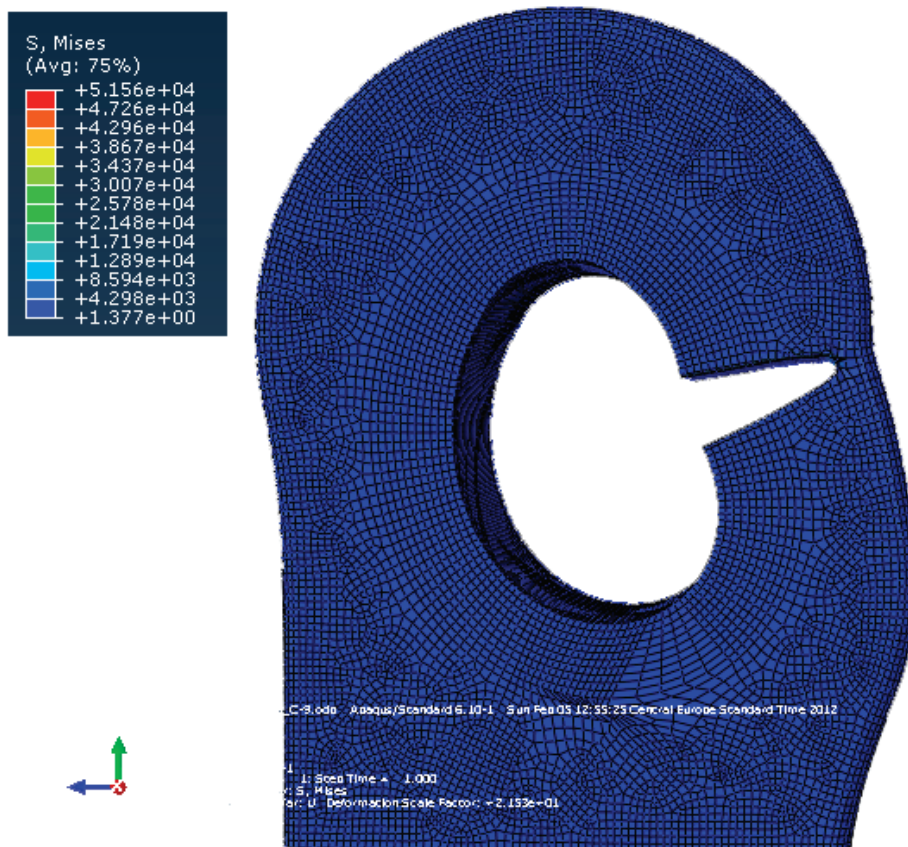
Naponsko stanje na ušci nakon otvaranja prsline (Slika 25) pokazuje da su naponi u okolini prsline koja se prostire celom debljinom bili manji u odnosu na napone nakon otvaranja „ugaone“ prsline (vrednosti se, u ovom slučaju, kreću od 1142MPa do 2278MPa), ali je zato maksimalna vrednost fon Mizes napona u jednom od čvorova fronta (6823MPa) bila veća nego kod „ugaone“ prsline na obe mreže – heksaedarskoj i tetraedarskoj. Prslina se (kao što se i vidi na Slici 24) sve vreme kretala u jednoj ravni, a naponsko stanje posle 8 koraka širenja (Slike 26 i 27) pokazuje da su vrednosti napona na kraju rasta na celoj ušci dosta visoke (do 4298MPa), sa singularnom vrednošću od čak 51560MPa u jednom od čvorova fronta.



Slika 25 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon njenog otvaranja (heksaedarski elementi)



Slika 26 Naponsko stanje (fon Mizes) oko prsline nakon 8 koraka širenja (kontrolisano širenje u ravni, heksaedarski elementi)



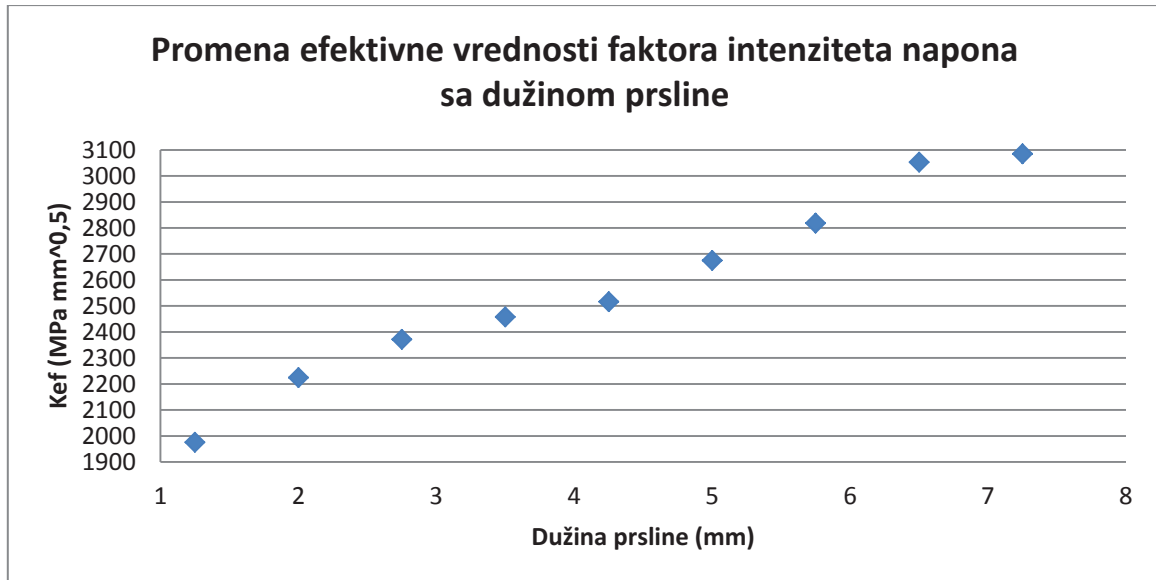
Slika 27 Naponsko stanje (fon Mises) oko prsline nakon 8 koraka širenja (kontrolisano širenje u ravni, heksaedarski elementi) – drugi ugao

Vrednosti efektivnog faktora intenziteta napona, kao i faktora napona Moda I (predstavljene Tabelom 4), pokazuju konstantnu tendenciju rasta sa širenjem prsline, dok razlika maksimalnih i minimalnih vrednosti po koracima (sem poslednjih) nije tako velika kao kod „ugaone“ prsline.

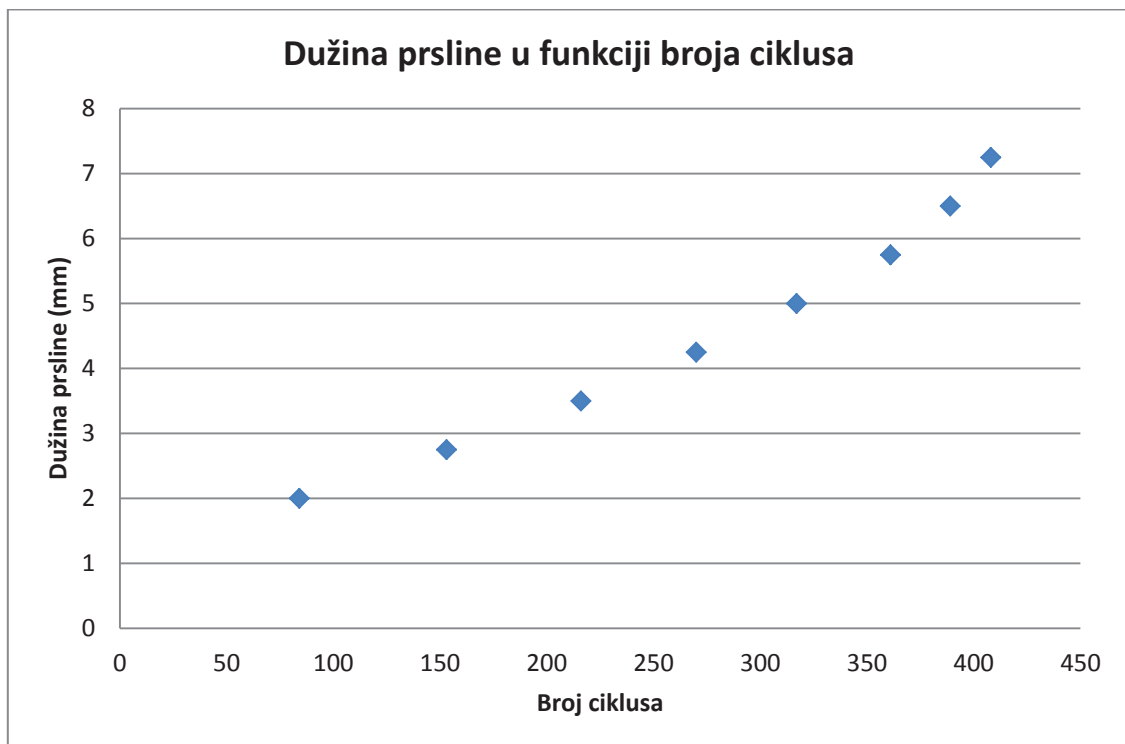
Korak	Dužina prsline (mm)	Broj tačaka fronta	Heksaedri					
			Efektivna vred. faktora int. nap. K_{ef} (MPa mm ^{0,5})			Faktor int. napona Moda I K_I (MPa mm ^{0,5})		
			Max	Min	Srednja vrednost	Max	Min	Srednja vrednost
1	1,25	58	2020,73	1878,97	1975,73	2019,43	1876,97	1974,27
2	2,00	60	2245,33	2182,45	2224,09	2244,20	2180,66	2222,10
3	2,75	58	2380,99	2345,09	2371,53	2378,64	2320,31	2360,68
4	3,50	58	2486,80	2440,17	2457,58	2449,92	1971,08	2316,70
5	4,25	61	2762,26	2413,78	2516,19	2734,97	2360,57	2481,08
6	5,00	63	2776,20	2609,50	2674,60	2776,03	2288,89	2614,89
7	5,75	58	2918,78	2702,31	2818,05	2885,23	2696,31	2790,51
8	6,50	58	3145,00	2965,41	3052,80	3114,52	301,08	2598,67
9	7,25	67	3532,27	2142,87	3084,65	3642,05	1301,12	2762,92

Tabela 4 Vrednosti efektivnog faktora intenziteta napona i faktora intenziteta napona Moda I u slučaju modela uske sa heksaedarskim elementima i kontrolisanim širenjem „dubinske“ prsline

Grafik promene efektivne vrednosti faktora intenziteta napona sa dužinom prsline (prikazan na Slici 28) pokazuje trend sličan onom koji smo uočili u ranijim primerima (primeri 1 i 2), pa se – zbog toga što su vrednosti dobijene u tim primerima uspešno verifikovane – može smatrati najrepresentativnijim od svih K_{ef} grafika dobijenih za užku glavnog okova. Na Slici 29 prikazan je i grafik dužine prsline u funkciji broja ciklusa opterećenja koji pokazuje da je broj ciklusa do dostizanja dužine „dubinske“ prsline od 7,25mm nešto veći od 400, odnosno $N=408$.



Slika 28 Grafik promene efektivne vrednosti faktora intenziteta napona sa dužinom kontrolisano širene „dubinske“ prsline na ušci (heksaedarski elementi)



Slika 29 Grafik promene dužine kontrolisano širene „dubinske“ prsline na ušci (heksaedarski elementi) sa brojem ciklusa opterećenja

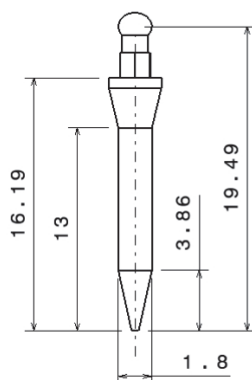
PRILOG B

Primer korišćenja MKE u simulaciji širenja zamorne prsline dentalnog implantata izrađenog od titanijuma

U poslednjih nekoliko godina, u literaturi (kao i kliničkoj praksi) uočljiv je sve veći napor stomatologa da pronađu nove načine lečenja bezubih pacijenata. Zbog specifičnosti i složenog oblika donje vilice (odn. njenog dela koji se zove alveolarni greben), izgradnja donje kompletne proteze u većini slučajeva predstavlja veliki izazov za terapeuta.

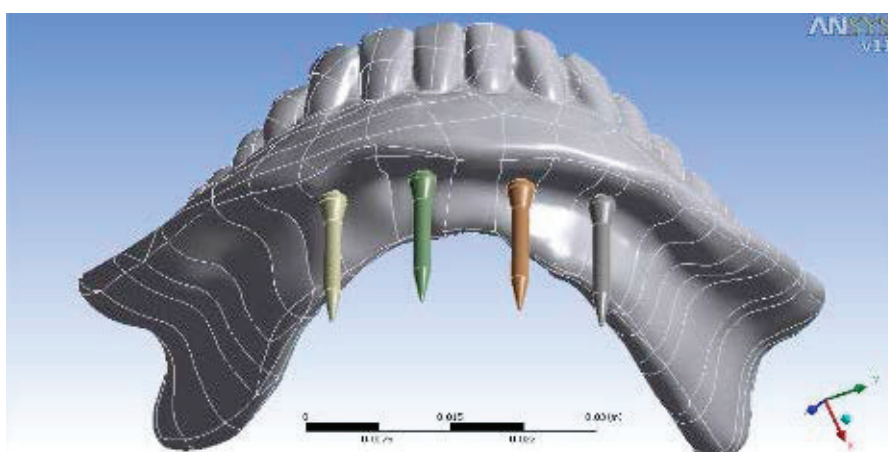
Ubrzo nakon ekstrakcije, alveolarni greben se na mestu gde se zub nalazio resorbuje i prelazi u nešto što se u kliničkoj praksi zove preostali (rezidualni) alveolarni greben, čiji se oblik drastično razlikuje od pacijenta do pacijenta. Rezidualni alveolarni greben (RAG) zajedno sa okolnim tkivom čini oslonac pokretne proteze, pa pacijenti sa slabo očuvanim RAG-om često imaju problem velike nestabilnosti zubne nadoknade, što dovodi i do značajno lošijeg kvaliteta života.

Implantologija je unapredila terapiju bezubih pacijenata koji imaju jako izraženu resorpciju alveolarnog grebena. Oralne rehabilitacija obično podrazumeva upotrebu dva do četiri implantata za nošenje totalne proteze, ali atrofija bezube vilice može ograničiti mogućnost ugradnje standardnih implantata čiji se prečnici kreću u rasponu od 2,75mm do 3,30mm (mada mogu biti i veći). U takvim slučajevima se kao rešenje nameću implantati prečnika od 1,8mm do 2,4mm (Slika 1), koji se ugrađuju minimalno invazivnim tehnikama tokom samo jedne posete stomatologu.



Slika 1 Titanijumski mini dentalni implantat

MDI prikazan na slici je značajno manji od standardnih implantata koji se koriste u stomatologiji, pa se kao logično nameće pitanje da li će on biti u stanju da uspešno odigra namenjenu mu ulogu. Jedna analiza primenom MKE, koju je autor ove teze ranije publikovao, pokazala je da su i dva MDI-a dovoljna da stabilizuju totalnu protezu, ali se iz praktičnih razloga (zbog mogućeg loma ili ispadanja jednog MDI-a) u svakodnevnoj praksi ipak koriste četiri (Slika 2).



Slika 2 Četiri MDI-a kao nosioci donje totalne proteze

Klinička praksa beleži i da je do loma MDI-a tokom eksploatacije dolazilo jako retko, ali lomovi titanijumskih implantata nisu retki tokom njihove ugradnje (Slika 3).



Slika 3 MDI polomljen tokom ugradnje

Do loma MDI-a dolazi uglavnom usled prevelikog momenta pomoću kojeg se implantat uvrće u kost. Međutim, čak i ako je MDI uspešno ugrađen u pacijentov RAG, postoji mogućnost da je tokom ugradnje došlo do pojave mikro oštećenja koja kasnije mogu dovesti do loma usled zamora implantata izloženog promenljivim silama žvakanja. Da bi se odredilo približno vreme eksploatacije do (eventualnog) loma oštećenog implantata primenom MKE, neophodno je definisati sledeće ulazne podatke: geometriju modela za proračun, karakteristike materijala, mrežu konačnih elemenata, tip oslonca i – konačno – veličinu, pravac i načina unošenja opterećenja.

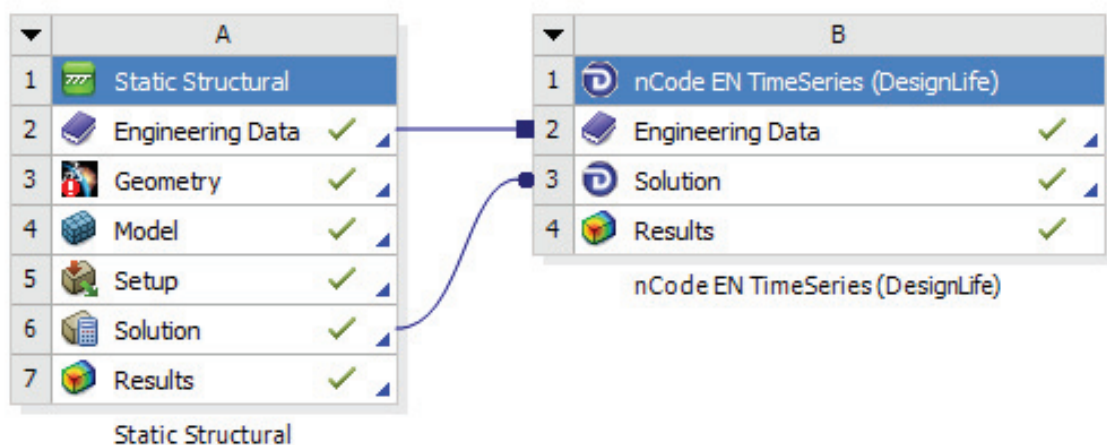
Da bi se pobrojani ulazni podaci pravilno definisali i zatim sproveo proračun, najčešće je dovoljan samo jedan softver za konačne elemente, na primer programski paket pod imenom Ansys Workbench v13. Međutim, geometriju implantata daleko je lakše definisati u CAD/CAM softveru kao što je CATIA v5, pa je onda izvesti u Ansys. Pored toga, iako Ansys ima modul za analizu zamornog ponašanja, postoje i specijalizovani softveri čija je osnovna namena određivanje životnog veka pod zamorom i koji se mogu direktno povezati sa Ansys-om.

Jedan od njih je *nCode Design Life v7* kojem je, zbog bolje optimizovanog programskog koda, potrebno deset puta manje vremena da dođe do rešenja u odnosu na Ansys. Konačno, Ansys nema mogućnost jednostavne simulacije širenja zamorne prsline, za razliku od *Franc3DV5* softvera kome je to osnovna namena. Dakle, analiza zamornog ponašanja MDI-a, koju ovde dajemo kao primer korišćenja MKE, **sprovedena je uz pomoć četiri softvera**, što dovoljno govori o složenosti procedure određivanja veka komponenti izloženih dinamičkim opterećenjima.

Iako svi pobrojani „inputi“ neophodni za analizu na prvi pogled deluju logično i čini se malo verovatnim da neki od njih može biti zaboravljen prilikom modelovanja i proračuna, to se dešava i iskusnim korisnicima, pa prvi „prozor“ koji se otvara pri pokretanju statičke strukturalne analize u Ansys Workbench-u v13 (AWv13) predstavlja svojevrsnu listu za proveru (eng. *check list*). Svaki

segment u MKE analizi predstavljen je ovim osnovnim prozorom i ako pored njega stoji „ček“ simbol (odnosno, ako je štikliran), to je znak da je on uspešno završen (Slika 4).

U suprotnom, pored imena koraka koji još nije okončan nalazi se crveni znak x (iks). AWv13 (a i drugi softveri) često ne dozvoljava izvršenje sledećeg koraka ukoliko je on uslovljen pravilnim izvršenjem nekog od prethodnih, pa u takvim slučajevima softver šalje odgovarajuću poruku, npr. da se ne može pristupiti kreiranju mreže jer postoje nepravilnosti u geometriji koje se prethodno moraju otkloniti, ili tome slično.



Slika 4 Izgled „ček liste“ u AWv13

Funkcije osnovnog prozora mogu se ukratko opisati na sledeći način: dvostrukim klikom na *Engineering Data* otvara se novi prozor u kom se definišu osobine materijala korišćenih u analizi (Slika 5); dvostrukim klikom na *Geometry* pokreće se potprogram u kom se model crta ili uvozi iz drugog CAD programa (u slučaju implantata geometrija je definisana u CATIA-i); u okviru opcije *Model* kreira se mreža; u *Setup*-u se definišu sile, oslonci i željene izlazne vrednosti, dok je *Solution* predviđen za pokretanje proračuna i proveru tačnosti rezultata. *Results* služi za vizuelno prikazivanje dobijenih vrednosti.

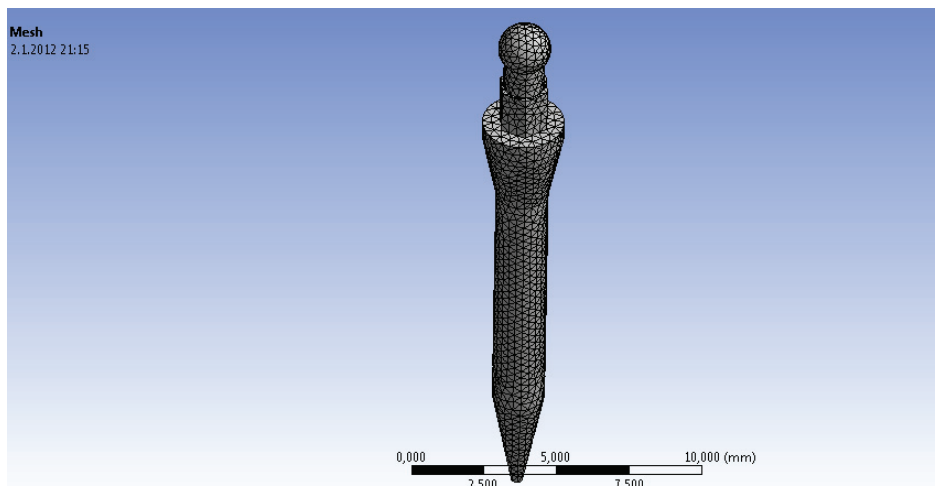
Properties of Outline Row 4: Titanium 2TA11				
	A	B	C	D E
1	Property	Value	Unit	<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="checkbox"/>
2	Density	4500	kg m ⁻³	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
3	Isotropic Elasticity			<input type="checkbox"/>
4	Derive from	Young...		
5	Young's Modulus	1,171E+11	Pa	<input type="checkbox"/>
6	Poisson's Ratio	0,3		<input type="checkbox"/>
7	Bulk Modulus	9,7583E...	Pa	<input type="checkbox"/>
8	Shear Modulus	4,5038E...	Pa	<input type="checkbox"/>
9	Strain-Life Parameters			<input type="checkbox"/>
17	Tensile Yield Strength	1,185E+09	Pa	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>
18	Tensile Ultimate Strength	1,233E+09	Pa	<input type="checkbox"/> <input type="checkbox"/>

Slika 5 Definisiranje osobina materijala u AWv13

Nakon definisanja osobina materijala i geometrije, sledeće na ček listi je definisanje mreže konačnih elemenata (Slika 6). Glavna prednost AWv13 u odnosu na ostale softvere za MKE je u tome što poseduje veoma dobre matematičke algoritme za automatsko kreiranje mreže konačnih elemenata, odnosno automatsku diskretizaciju domena.

Pored toga, AWv13 uspešno „prepoznaje“ mesta kontakta između elemenata u sklopu i na tim mestima generiše kontaktne elemente, dok broj elemenata i čvorova zavisi od varijante za koju se opredelio korisnik.

Na primer, moguće je ili uneti prosečnu veličinu željene dužine jednog elementa (recimo 1mm) ili se opredeliti za tip mreže (gruba – srednja – fina), a odabir veličine elementa prepustiti softveru, pa potom njen kvalitet i tačnost dodatno poboljšati putem opcija *Relevance* (izborom vrednosti od 0 do 100%) i *Smoothing*. Mreža MDI-a prikazana Slikom 6 ima 20314 čvorova i 12742 konačnih elemenata.

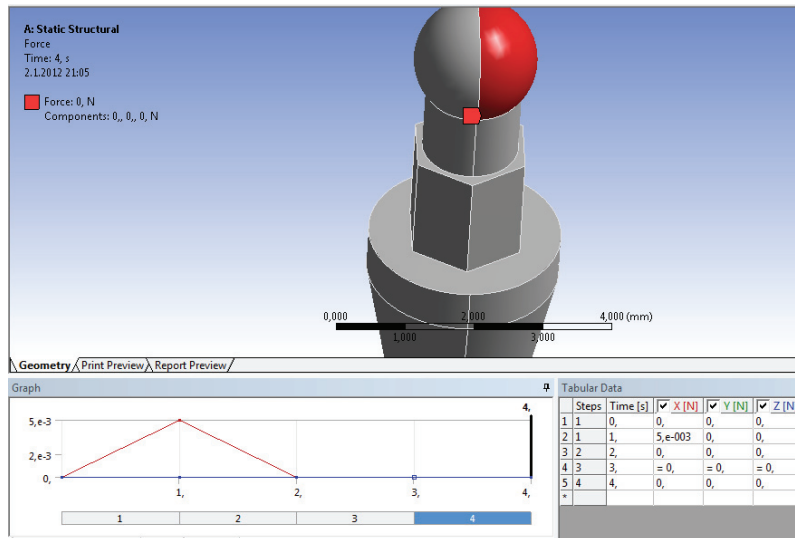


Slika 6 Mreža konačnih elemenata MDI-a

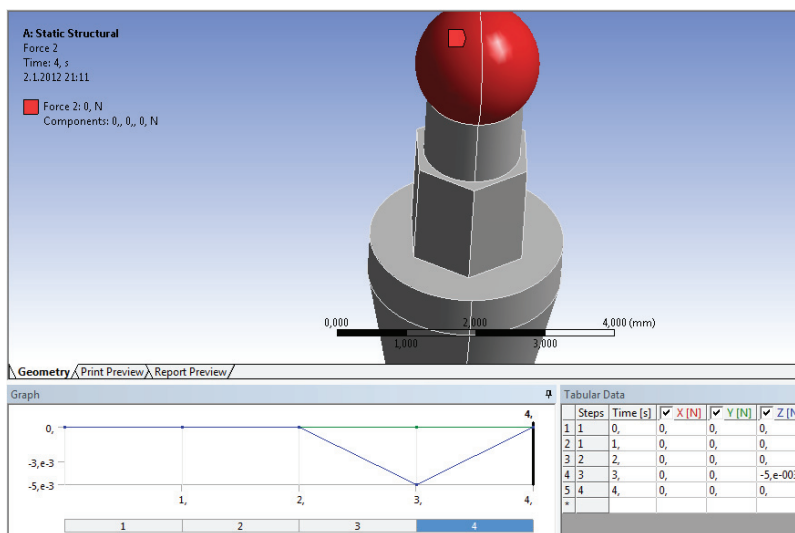
Opterećenja koja deluju na model sastavljen od konačnih elemenata mogu biti primenjena u obliku virtuelnih sila, momenata, ubrzanja, temperatura, pritiska ili periodičnih pobuda. Odabrani tip opterećenja trebalo bi da na najbolji mogući način predstavi opterećenje u realnim uslovima. U slučaju simuliranja sile žvakanja, kao logično rešenje nameće se definisanje virtuelne sile kojom bi se opteretio definisani model implantata.

U literaturi postoje brojni podaci o veličini i pravcu sile žvakanja kod bezubih pacijenata. Intenzitet maksimalne sile varira između 50N i 210N, ali se većina autora slaže da njena vrednost veoma retko prelazi 100N. Pravac sile žvakanja je promenljiv tokom vremena, pa se pri proračunima nosivosti proteza najčešće koriste sledeća tri reprezentativna: pravac normale na gornju površinu zuba proteze, pravac pod uglom 45° u odnosu na bočnu površinu zuba i pravac normale na bočnu površinu zuba. U ovoj slučaju su na virtuelni model MDI-a primenjene horizontalna i vertikalna komponenta sile žvakanja, pri čemu je uzeto da one ne deluju istovremeno već tokom različitih vremenskih intervala.

Sile su primenjene na gornji deo implantata koji je u dodiru sa totalnom protezom (crvene površine na Slikama 7 i 8) i preko kojeg se sile sa proteze prenose na MDI tokom žvakanja. MDI je svojim donjim delom duboko u mandibularnoj kosti, pa se može smatrati da je nepokretan (fiksiran) sve vreme.



Slika 7 Unošenje horizontalne komponente sile žvakanja

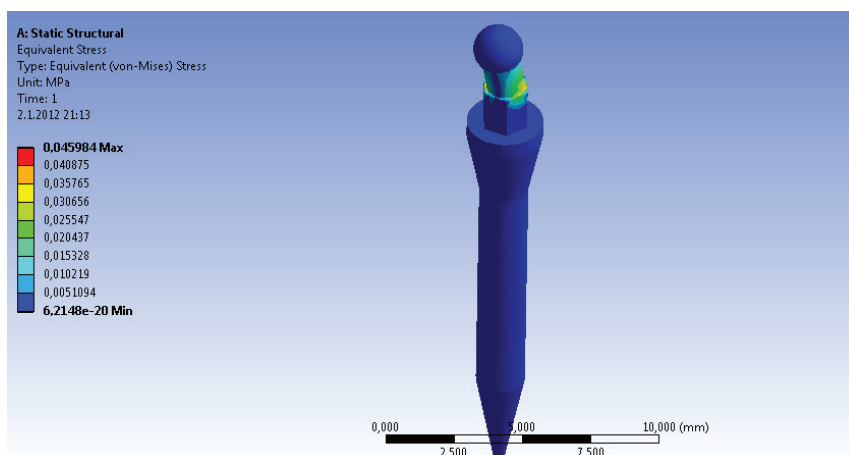


Slika 8 Unošenje vertikalne komponente sile žvakanja

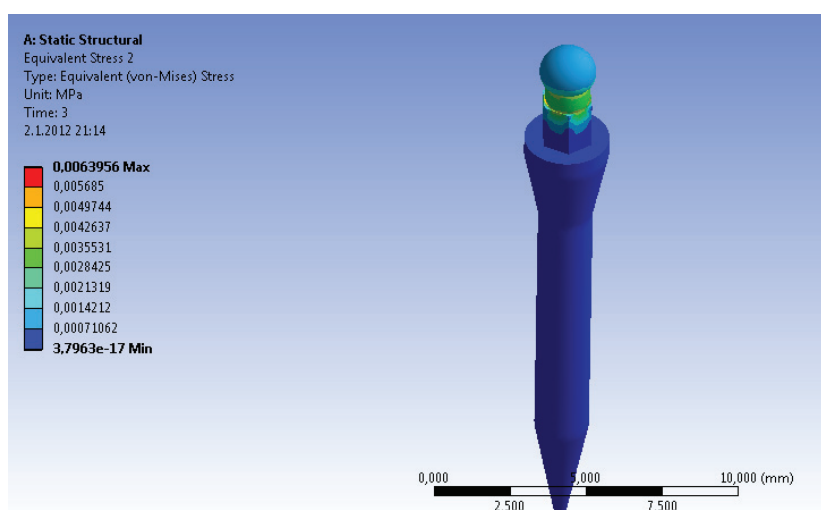
Kao što se na slikama vidi, horizontalna komponenta sile žvakanja je primenjena tokom prve dve sekunde i ona linearno raste od nule do maksimalne vrednosti, a potom linearno opada do nule. Identično je uneta i vertikalna komponenta sile, s tom razlikom da je uzeta da ona deluje tokom treće i četvrte sekunde. Maksimalni intenzitet obe sile je iznosio samo 0,005N jer su kasnije one množene sa generisanim varijabilnim spektrom opterećenja maksimalne amplitude 20000N što je, konačno, dalo predviđenu maksimalnu

silu žvakanja od 100N. Treba naglasiti da je opterećenje MDI-a, prouzrokovano silom žvakanja koja deluje na protezu, znatno manje od pretpostavljenih 100N jer veliki deo opterećenja nosi sama proteza, ali je ovde uzeta najnepovoljnija varijanta, bez obzira što je šansa njenog pojavljivanja skoro zanemarljiva.

Nakon što je opterećenje uneto, sprovedena je analiza primenom MKE, a raspodele vrednosti dobijenih fon Mizesovih (Von Mises) napona u slučajevima delovanja horizontalne i vertikalne komponente sile žvakanja su prikazane na Slikama 9 i 10. Dobijene su male maksimalne vrednosti napona (0,0459MPa i 0,00639MPa, respektivno), jer su i korišćene male vrednosti sile (0,005N).

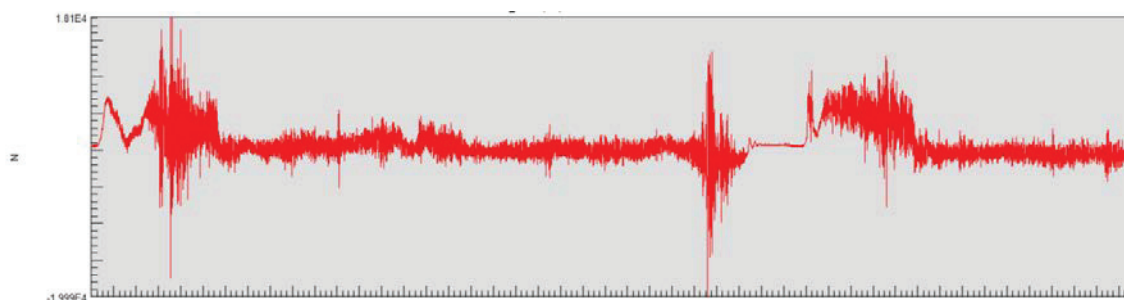


Slika 9 Raspodela fon Mizesovih napona u slučaju dejstva horizontalne komponente sile žvakanja



Slika 10 Raspodela fon Mizesovih napona u slučaju dejstva vertikalne komponente sile žvakanja

No, u drugoj fazi simulacije, sprovedenoj u nCode Design Life (nCDF) softveru, ove vrednosti množene su opterećenjima iz spektra sa Slike 11 kako bi se dobile vrednosti promenljivih opterećenja koje odgovaraju eksploatacionim uslovima. Generisani spektar opterećenja je na ovaj način za srednju vrednost komponenti sile žvakanja koje deluju na implantat dao 5N, sa standardnom devijacijom od 11,32N i maksimalnom vrednošću sile od 100N. Ukupno vreme trajanja spektra bilo je 94 sekunde.



Slika 11 Spektar opterećenja korišćen u proračunu

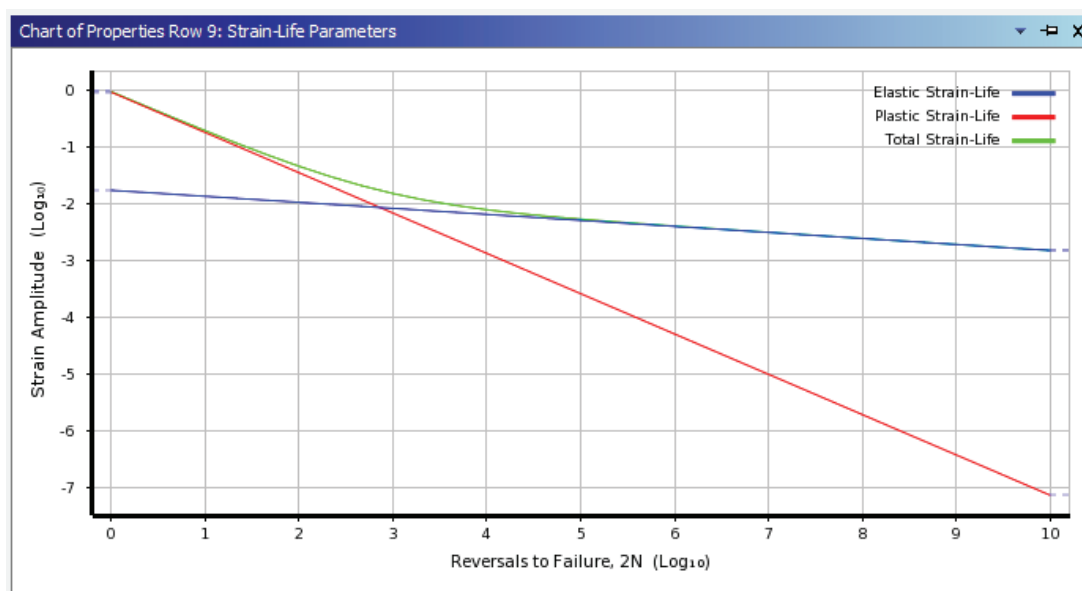
Očigledno je da se u ovom slučaju radi o proračunu veka pod zamorom elementa na koji deluje više vremenski promenljivih opterećenja (preciznije, dva vremenski promenljiva opterećenja). Većina softvera za analizu konstrukcija primenom MKE, pa tako i nCDF, omogućuju uzimanje u obzir uticaja više opterećenja, kao i njihovo superponiranje u svrhu dobijanja procene ukupnog zamornog veka. Jedna rezultujuća vrednost napona (npr. maksimalni glavni napon, fon Mizesov napon, Treskin (Tresca) napon, itd.) koristi se za određivanje zamornog veka u svakoj tački modela. Linearna superpozicija se ostvaruje pomoću sledeće jednačine:

$$\sigma_{ij}(t) = \sum_k P_k(t) \left(\frac{\sigma_{ij,k}}{P_{k,MKE}} \right) \quad (1)$$

gde su: $P_k(t)$ promena sile tokom vremena, $P_{k,MKE}$ vrednost sile korišćene kao statičko opterećenje modela (obično jedinična sila) i $\sigma_{ij,k}$ vrednost napona u tački (i,j) usled k -tog statičkog opterećenja. Osnovni cilj opisanog matematičkog

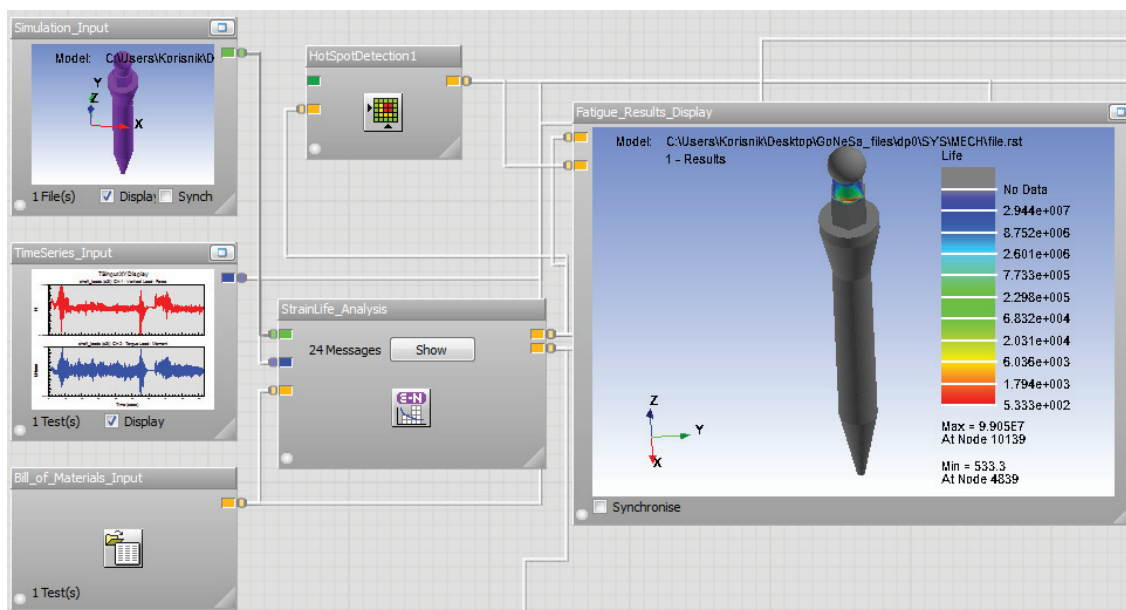
postupka je identifikovanje kritične oblasti (sa aspekta pojave prsline usled zamora) strukture izložene višestrukum opterećenju i izračunavanje broja ciklusa koji će dovesti do pojave vidljivog oštećenja.

Softver nCode Design Life se nakon instalacije integriše u AWv13, pa se analiza strukture izložene zamoru pokreće jednostavnim prevlačenjem nCDF ikonice na Ansys-ovu ček listu. Na ovaj način se nCDF direktno povezuje sa Ansys-ovom bazom rešenja i iz nje „povlači“ sve što je potrebno za proračun radnog veka pod zamorom, kao što su, na primer, *strain-life* vrednosti za titanijum predstavljene grafikom na Slici 12.



Slika 12 Strain-life vrednosti za titanijum

Korisniku su u nCDF-u na raspolaganju oba tipa analize $S-N$ i $\varepsilon-N$, pri čemu postoji mogućnost unošenja kontinualnih sinusoidnih opterećenja konstantnih amplituda (nCode Constant), realnih opterećenja snimljenih tokom vremena (nCode Time Series) i opterećenja koja se pojavljuju u određenim vremenskim intervalima (nCode Time Step). Za proračun zamornog veka MDI-a od titanijuma izabrana je $\varepsilon-N$ nCode Time Series analiza (sa prethodno opisanim spektrom), čiji je šematski prikaz predstavljen na Slici 13.



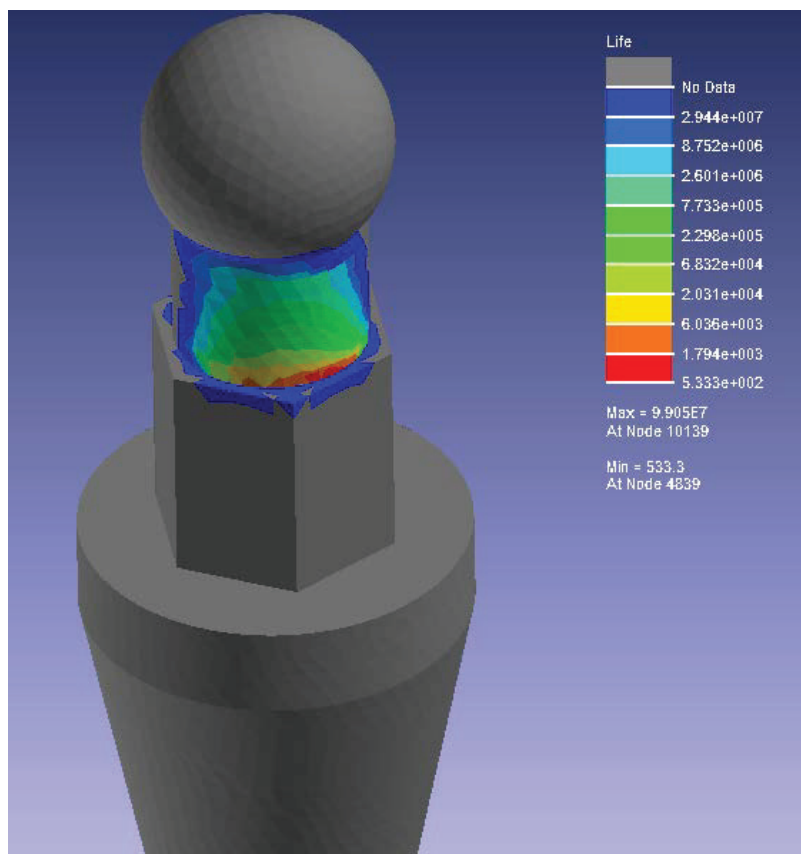
Slika 13 Šematski prikaz Time Series analize

Svi važniji elementi analize ponašanja strukture pod zamorom (Simulation Input, Time Series Input, Bill of Materials Input, Hot Spot Detection i Strain Life Analysis) su na Slici 13 predstavljeni manjim prozorima koji se u nCDF zovu glifovi (eng. *glyphs*). Glifovi su međusobno povezani vodovima (eng. *pipes*) koji prikazuju tok podataka od jednog do drugog elementa analize. *Simulation Input*, na primer, povezuje nCDF sa AWv13 i iz Ansys-a uzima rezultate prethodnog proračuna, koje zatim prosleđuje glifu pod imenom *Strain Life Analysis* u okviru koga se vrši procena zamornog veka pomoću ϵ - N metode.

U *Strain Life Analysis* prozor „utiču“ i podaci iz još dva glifa, *Time Series Input* (u koji su prethodno uneti podaci o generisanim spektrima komponenti sile žvakanja, predstavljenim crvenom i plavom bojom) i *Bill of Materials Input* (gde su unete karakteristike materijala neophodne za proračun veka pod zamorom). Iz glifa *Strain Life Analysis* izlaze dva voda, jedan ka velikom prozoru *Fatigue Results Display* u kojem se vizuelno predstavljaju rezultati proračuna, a drugi ka *Hot Spot Detection* glifu koji čuva informaciju o „vrućim“ tj. kritičnim mestima konstrukcije sa aspekta pojave oštećenja usled zamora.

Na Slici 14 je proračunska kritična oblast MDI-a jasno označena bojama, a izračunati broj ponavljanja spektra opterećenja (predstavljenog ranijom slikom) koji će dovesti do pojave oštećenja varira između 533 (crvena oblast) i 200000 (zelena oblast). Prevedeno u vreme, to znači da će do pojave vidljivog oštećenja doći između 14 sati (najgori slučaj) i 5000 sati (optimalan slučaj).

Pod satom se ovde podrazumeva primena spektra u neprekidnom trajanju od 60 minuta, pa je lako izračunati da će do eventualnog oštećenja implantata proći od nekoliko meseci do nekoliko godina. Sive oblasti na MDI-u su one koje imaju skoro beskonačan životni vek pod zamorom, dok plava boja označava jako dug vek (preko 10 miliona ciklusa).



Slika 14 Proračunska kritična oblast MDI-a

Sve vrednosti dobijene poračunom moguće je izvesti i u tabelarnom obliku predstavljenom na Slici 15.

	Plane angle	Max Stress	Min Stress	Max Strain	Min Strain	Part	Material	Life
	degrees	MPa	MPa	strain	strain			Repeats
1	-85.52	1061	-1008	0.01223	-0.01053	PartBody	Titanium 2TA11	533.3
2	-86.14	1052	-998.5	0.01193	-0.01028	PartBody	Titanium 2TA11	584.6
3	-87.61	988.1	-929.5	0.01018	-0.008866	PartBody	Titanium 2TA11	1084
4	-85.64	1011	-956.4	0.01005	-0.008697	PartBody	Titanium 2TA11	1181
5	-88.86	963.5	-902.7	0.009622	-0.008413	PartBody	Titanium 2TA11	1377
6	-83.32	944.5	-882.4	0.009254	-0.008115	PartBody	Titanium 2TA11	1637
7	-84.33	933	-870.3	0.009055	-0.007952	PartBody	Titanium 2TA11	1809
8	-82.6	966	-907.2	0.008999	-0.007848	PartBody	Titanium 2TA11	1929
9	-87.5	953.4	-894.4	0.008871	-0.007746	PartBody	Titanium 2TA11	2065
10	-86.43	948	-888.7	0.008779	-0.007672	PartBody	Titanium 2TA11	2170
11	-86.72	904.3	-839.2	0.00852	-0.007522	PartBody	Titanium 2TA11	2402
12	-85.91	871.9	-806.4	0.008073	-0.007153	PartBody	Titanium 2TA11	3168
13	-87.27	905.5	-843	0.008051	-0.007084	PartBody	Titanium 2TA11	3333
14	-86.13	859	-791.8	0.007831	-0.006962	PartBody	Titanium 2TA11	3684
15	85.53	748.9	-816.4	0.006516	-0.007294	PartBody	Titanium 2TA11	5220
16	-88.35	868.1	-802.6	0.007377	-0.006538	PartBody	Titanium 2TA11	5342
17	85.64	787.8	-853.5	0.006414	-0.007224	PartBody	Titanium 2TA11	5709
18	83.81	732.6	-799.4	0.006362	-0.007113	PartBody	Titanium 2TA11	6140
19	-87.94	803	-736	0.007151	-0.006395	PartBody	Titanium 2TA11	6181
20	-87.67	792.6	-726.1	0.007045	-0.006302	PartBody	Titanium 2TA11	6787
21	80.85	719.4	-785.9	0.006235	-0.006964	PartBody	Titanium 2TA11	7051

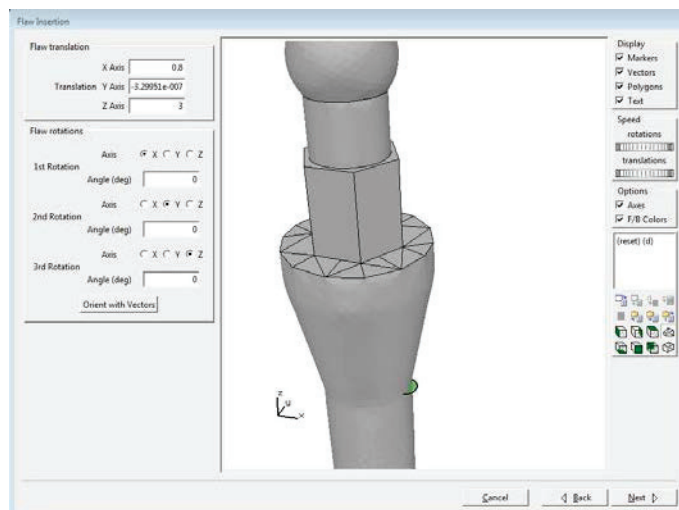
Slika 15 Tabelarni prikaz rezultata proračuna

U tabeli se jasno vidi u kom čvoru mreže je izračunat minimalni vek pod zamorom – to je čvor sa identifikacionim brojem 4839 koji pokazuje vek od 533,3 ponavljanja upotrebljenog spektra opterećenja (u nCDF-u se vek pod zamorom naziva život, eng. *Life*). I za ostale čvorove koji su u kritičnoj oblasti moguće je u tabeli pročitati vrednosti životnog veka, ali i minimalne i maksimalne vrednosti napona i relativne deformacije. Za čvor 4839 vidimo da je vrednost napona varirala između +1061MPa i -1008MPa, dok se relativna deformacija kretala u granicama (+0,01223; -0,01053). U ostalim čvorovima, naravno, ove vrednosti su srazmerno manje. Metod proračuna korišćen u ovom slučaju je *Signed Tresca*.

Konačno, dolazimo do simulacije rasta prsline usled zamora primenom programa FRANC3D v5 (F3Dv5). Proračun u nCDF-u je identifikovao kritičnu oblast MDI-a i dao vrednosti veka pod zamorom, odnosno broj ciklusa koji će dovesti do oštećenja implantata. Još ranije smo istakli da do oštećenja MDI-a može doći i tokom njegove ugradnje, pa je interesantno videti koliko će vremena proteći od pojave prsline do potpunog loma implantata.

Prvi korak u određivanju karakteristika prsline koja se širi usled prisustva promenljivih opterećenja je utvrđivanje njene početne dužine. Ovde je izabrana vrednost 0,05mm što odgovara prslini koju je moguće uočiti okom. Namerno nije uzeta duža prslina jer je ideja bila da se simulira rast prsline skoro od trenutka njenog nastanka, odn. od trenutka kada postaje vidljiva. Ne bi trebalo zaboraviti i da je prečnik implantata u kritičnoj oblasti malo veći od 1,5mm, tako da se vrednost početne dužine 0,05mm može smatrati sasvim zadovoljavajućom.

Sledeći korak je definisanje geometrije prsline u F3Dv5. Prethodno je potrebno iz Ansys-a u F3Dv5 uvesti mrežu MDI-a i definisane konturne uslove, da bi se nakon generisanja prsline i kreiranja nove mreže konačnih elemenata model iz F3Dv5 ponovo vratio u Ansys na proračun. Proračun je moguće sprovesti samo u Ansys-ovom modulu APDL, dakle ne u AWv13. Da rezimiramo, neophodni koraci za simulaciju rasta prsline u F3Dv5 su: učitavanje informacija o generisanoj mreži elemenata, definisanje nove mreže oko ubačene prsline, sprovođenje proračuna u Ansys-u, učitavanje dobijenih rezultata i, konačno, određivanje faktora intenziteta napona duž fronta prsline.

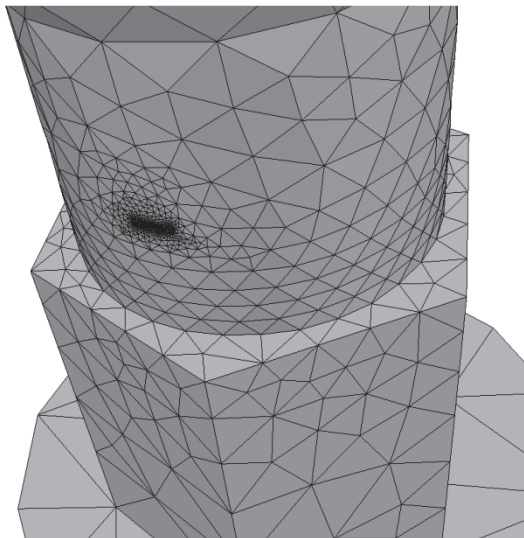


Slika 16 Geometrija MDI-a u F3Dv5

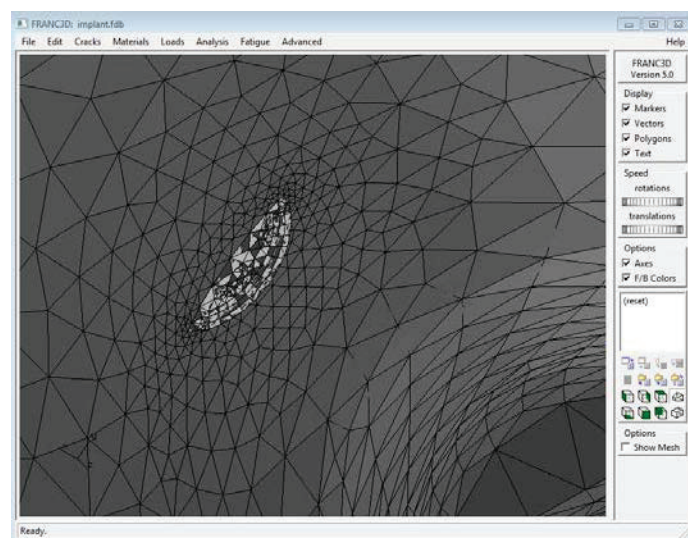
U ovom slučaju, pretpostavljeno je da je prslina u implantatu polukružnog oblika i da je izložena zatezanju. Prslina je, potom, uneta u geometriju i

pozicionirana na željenom mestu uz pomoć opcija translacija u tri međusobno upravna pravca (x , y i z) i rotacija oko osa u tim pravcima (na Slici 16 je geometrija prsline predstavljena zelenom bojom). Inicijalna prslina je postavljena približno u centar kritične oblasti dobijene poračunom u softveru nCDF.

Nakon dovođenja prsline na odgovarajuće mesto, generisana je nova mreža konačnih elemenata prikazana Slikama 17 i 18.



Slika 17 Nova mreža konačnih elemenata



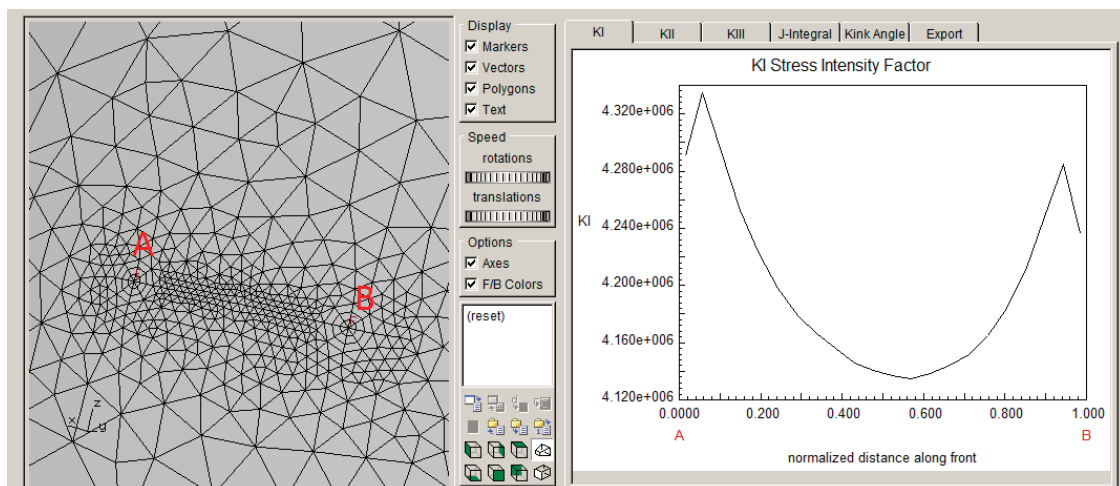
Slika 18 Mreža konačnih elemenata prsline

Nova meža je potom (zajedno sa prethodno definisanim konturnim uslovima) „vraćena“ u Ansys gde je sprovedena statička analiza čiji su rezultati

automatski učitani u F3Dv5, koji je na osnovu njih izračunao vrednosti faktora intenziteta napona duž fronta prsline od tačke A do tačke B (Slika 19). F3Dv5 dobijene vrednosti faktora intenziteta napona Moda I (koji je dominantan) koristi za određivanje položaja čvorova novog fronta proširene prsline, korišćenjem tzv. *Specified Median Extension* kriterijuma (odn. unete srednje vrednosti širenja prsline).

Relativno širenje (propagacija) u svakoj tački duž fronta prsline se izračunava na osnovu izabranog zakona rasta prsline (Paris, Forman i dr.) i unete srednje vrednosti širenja. Srednja vrednost širenja se pojavljuje u tački na frontu prsline čija je vrednost faktora intenziteta napona Moda I jednaka medijani izračunatih vrednosti faktora intenziteta napona između tačaka A i B. Na primer, ako se koristi Parisov eksponencijalni zakon rasta prsline, vrednosti relativnog širenja po čvoru se određuju sledećom formulom:

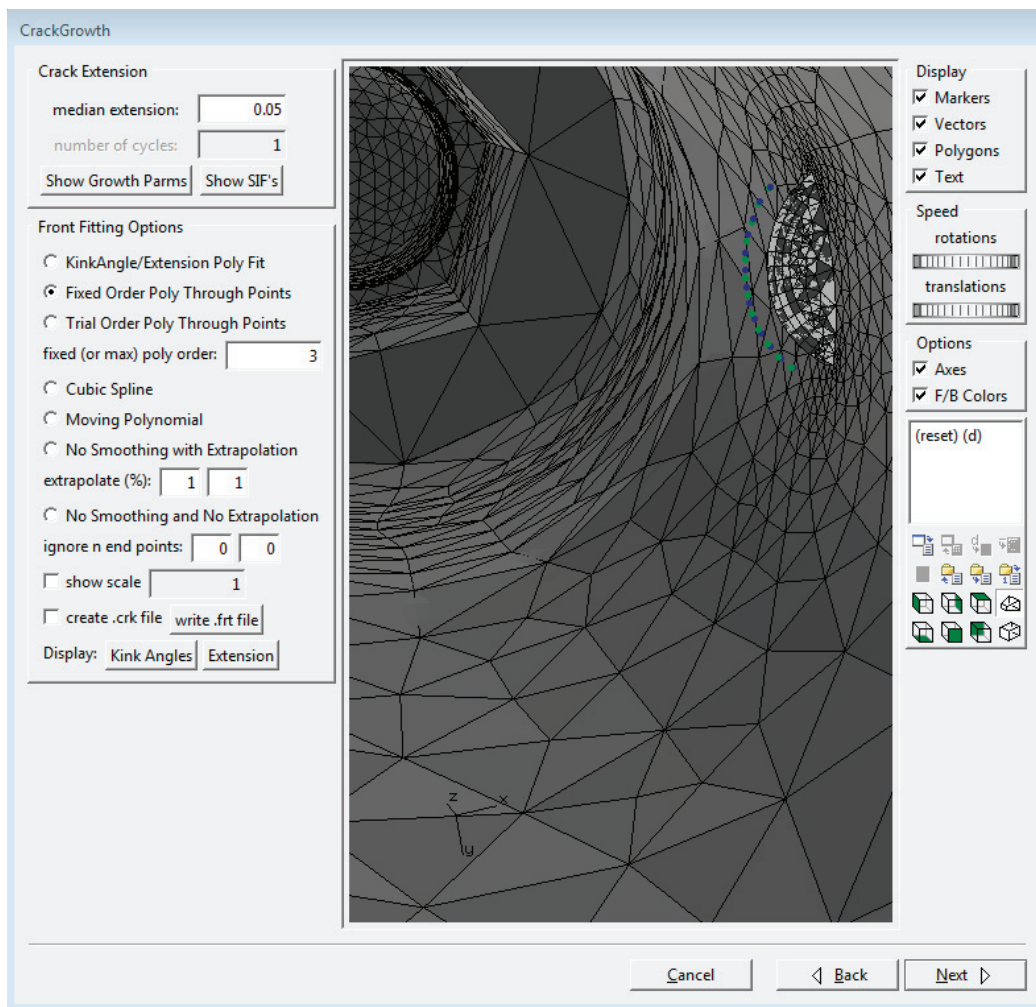
$$\Delta a_{\text{čvora } i} = \Delta a_{\text{srednje}} \cdot \left(\frac{\Delta K_{\text{čvora } i}}{\Delta K_{\text{srednje}}} \right)^n \quad (2)$$



Slika 19 Vrednosti faktora intenziteta napona duž fronta prsline

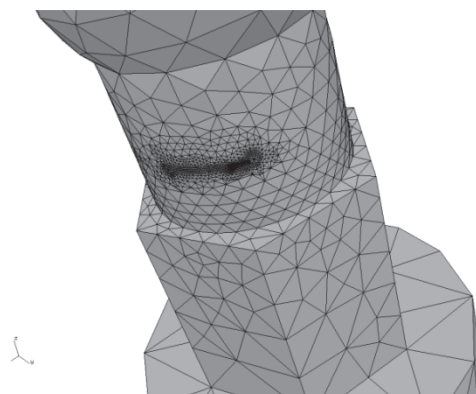
Nakon što proračuna nove koordinate tačaka fronta prsline, F3Dv5 ih ubacuje u geometriju implantata (zeleno-plave tačke na Slici 20), generiše novu

mrežu konačnih elemenata, šalje je u Ansys i postupak se ponavlja na prethodno opisani način.

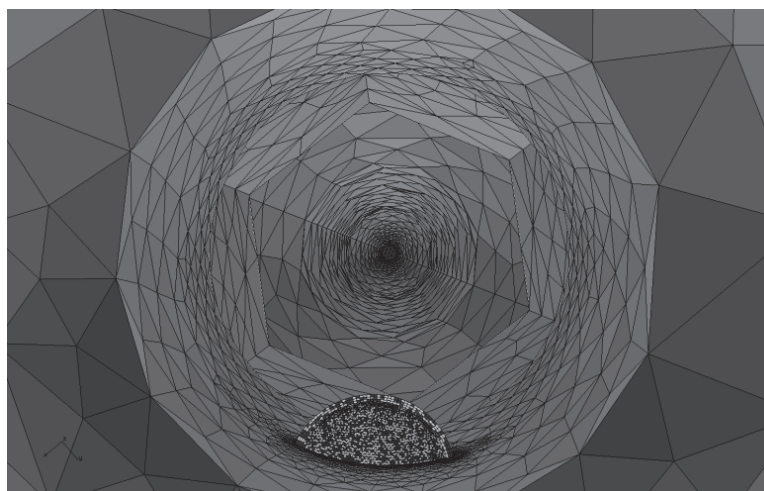


Slika 20 Formiranje novog fronta prsline

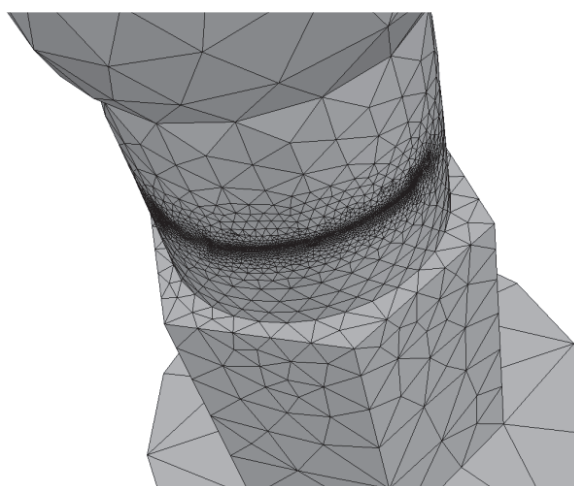
Slike 21, 22, 23, 24, 25 i 26 prikazuju generisanu mrežu konačnih elemenata implantata nakon petog i jedanaestog (poslednjeg) koraka propagacije, kao i spoljašnji izgled proširene prsline nakon istih koraka. Pre svake sledeće propagacije uneta je srednja vrednost širenja prsline, zatim je određena jednačina linije koja prolazi kroz generisane tačke novog fronta prsline, da bi na kraju dobijena linija bila ekstrapolirana do preseka sa površinom modela implantata.



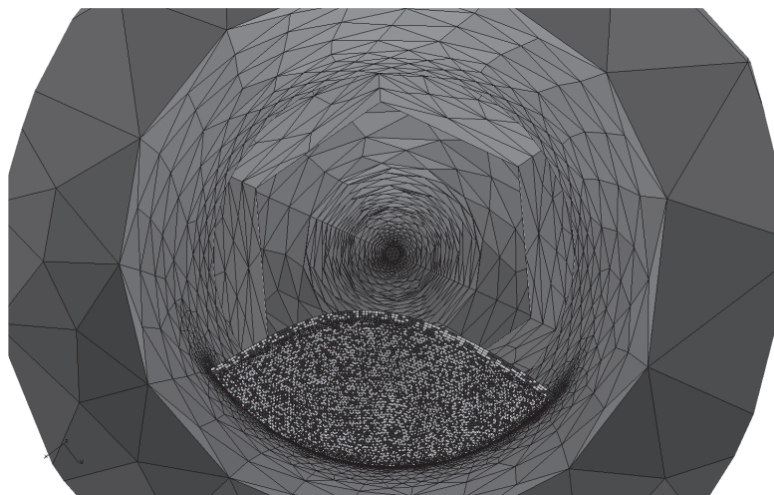
Slika 21 Mreža konačnih elemenata nakon 5. koraka



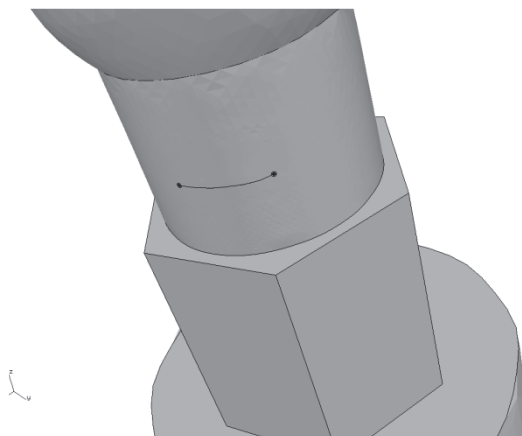
Slika 22 Mreža prsline nakon 5. koraka



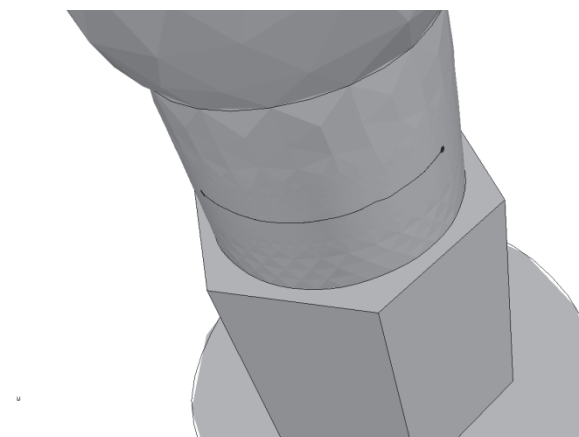
Slika 23 Mreža konačnih elemenata nakon 11. koraka



Slika 24 Mreža prsline nakon 11. koraka



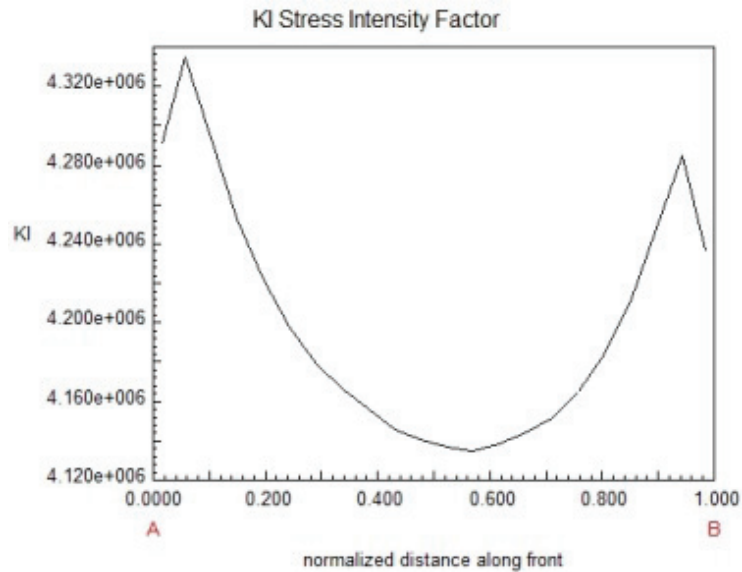
Slika 25 Izgled prsline nakon 5. koraka



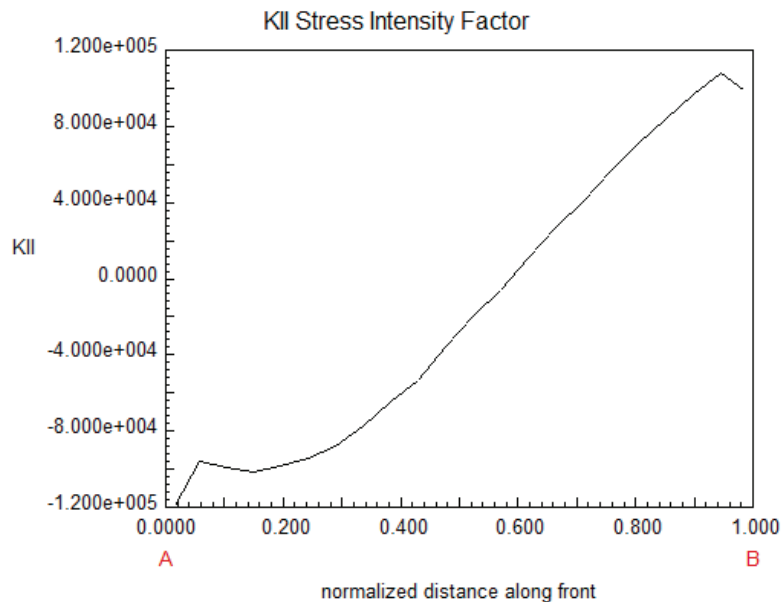
Slika 26 Izgled prsline nakon 11. koraka

Za svaki sledeći korak propagacije prsline, F3Dv5 koristi izračunate vrednosti faktora intenziteta napona iz prethodnog koraka. Naravno, ove

vrednosti je moguće prikazati grafički i tako pratiti njihove promene tokom simuliranja rasta prsline. Na Slikama 27 i 28 prikazane su vrednosti faktora intenziteta napona za Modove I i II duž fronta prsline nakon prvog koraka. Sa slika je vidljivo da su vrednosti faktora intenziteta napona Moda I bile znatno veći od faktora intenziteta napona Moda II, što opravdava korišćenje samo Moda I pri izračunavanju vrednosti relativnog širenja po čvoru.



Slika 27 Vrednosti faktora intenziteta napona Moda I duž fronta prsline



Slika 28 Vrednosti faktora intenziteta napona Moda II duž fronta prsline

Rast prsline može biti usporen ili čak zaustavljen ako je ispitivani objekat izložen određenim tipovima i vrednostima opterećenja. Ovaj efekat se može proceniti pomoću različitih modela retardacije (usporenja) prsline. F3Dv5 koristi standardni Vilenborgov (Willenborg) algoritam usporenja prsline i automatski ga primenjuje.

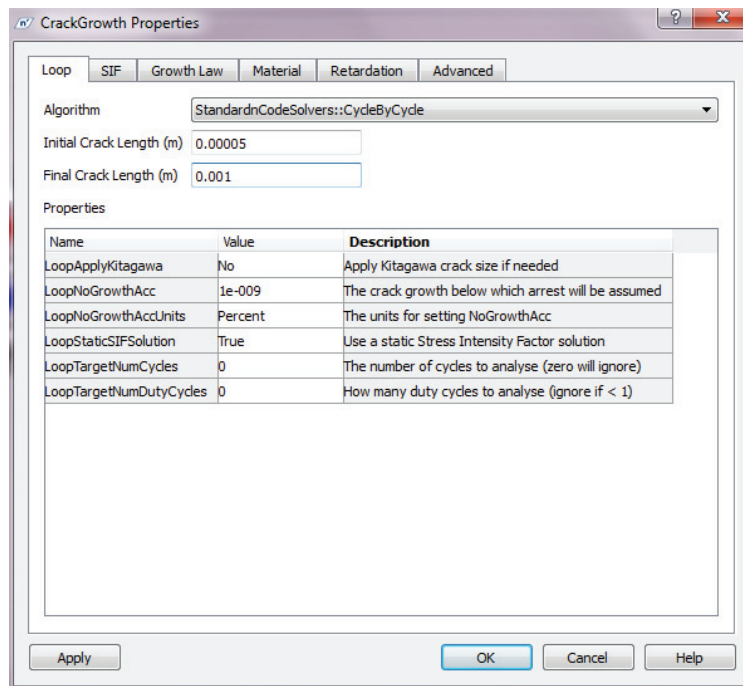
Nakon što su izračunate vrednosti faktora intenziteta napona, one se mogu iskoristiti da se odredi broj ciklusa spoljnjeg opterećenja koji će prslinu proširiti do veličine dobijene nakon jedanaest koraka propagacije i koja je približno iznosila 1mm. Dobijene vrednosti faktora intenziteta napona u svakom koraku za oba moda, čuvaju se u jednoj datoteci koja – zajedno sa spektrom opterećenja, usvojenim zakonom rasta prsline, karakteristikama materijala i modelom retardacije – predstavlja ulazni podatak neophodan da bi se odredio broj ciklusa koji će dovesti do proširenja prsline na dužinu od 1mm.

Pored toga, potrebno je definisati i početnu dužinu prsline i tip prsline, kao što je to prikazano Slikama 29 i 30. U slučaju MDI-a od titanijuma upotrebljen je ranije opisani spektar opterećenja, dok su u proračunu korišćeni Parisov zakon rasta prsline i Vilenborgov model retardacije. Ceo proračun je sproveden u nCDF-u.

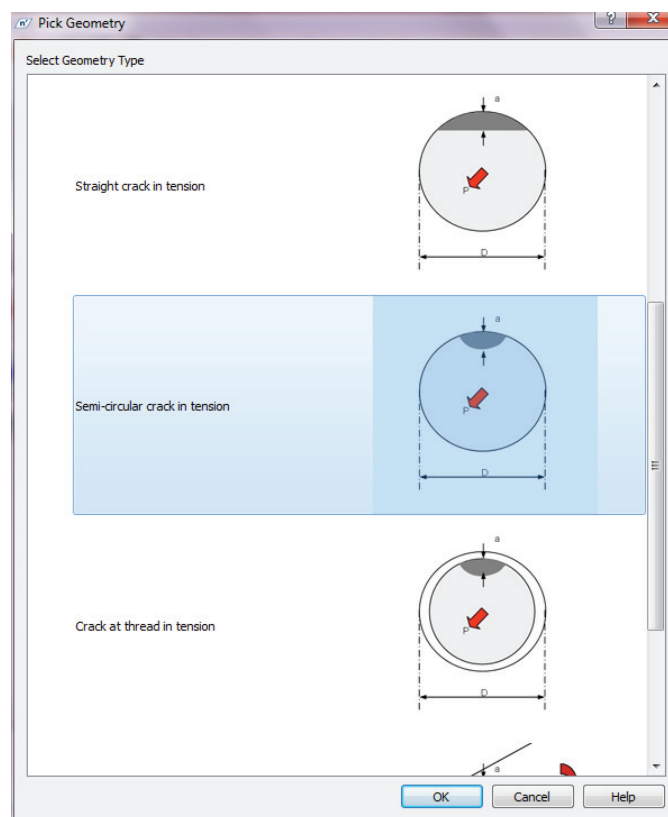
Grafik na Slici 31 prikazuje vrednosti dobijene proračunom. Na njemu je dužina prsline predstavljena u funkciji broja ciklusa primenjenog spektra. Lako je uočiti da će prslina sa dužine 0,05mm narasti do dužine 1,08mm nakon nešto više od 520000 ciklusa. To je razlog zašto proračun u F3Dv5 nije nastavljen nakon jedanaestog koraka propagacije jer dobijeni broj ciklusa opterećenja predstavlja veoma dug vek pod zamorom implantata sa prslinom.

Kao što je ovim primerom pokazano, MKE je moguće koristiti za simuliranje i analizu širenja prsline usled zamora i kod malih, oblikom složenih nosećih struktura, a ne samo kod daleko jednostavnijih epruveta. Rezultati koji su opisanom metodologijom dobijeni, potvrdili su zapažanja iz kliničke prakse da su MDI izrađeni od titanijuma vrlo pouzdani i da se njihov lom tokom eksploatacije retko javlja. Čak i u slučaju da je tokom ugradnje MDI-a na njemu

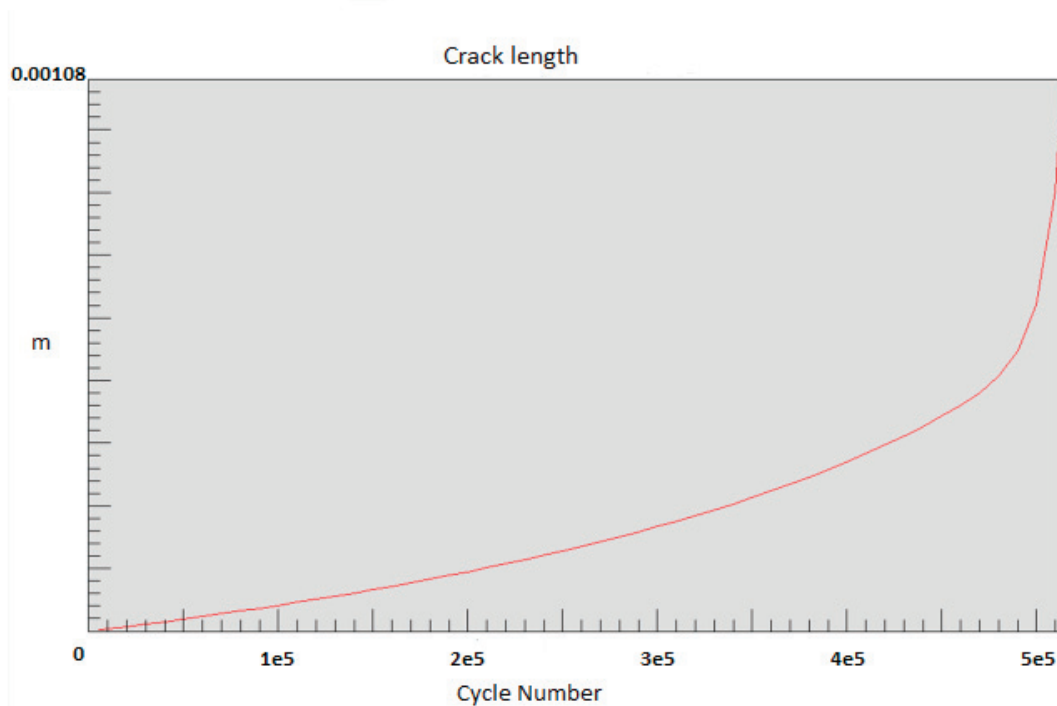
došlo do pojave mikro oštećenja, velika je verovatnoća da će on svoju funkciju uspešno obavljati veoma dugo.



Slika 29 Definisane počete dužine prsline



Slika 30 Definisane tipa prsline



Slika 31 Dužina prsline predstavljena u funkciji broja ciklusa primenjenog spektra

Pored toga, proračun u softveru nCode Design Life je pokazao i da će potpuno neoštećen implantat pokazati sklonost kao pojavi prsline u najgorem slučaju tek nakon nekoliko meseci upotrebe, a da je verovatnije da će do pojave mikro oštećenja doći nakon par godina. S obzirom da je u proračunu korišćen spektar koji ima veoma promenljivu amplitudu i traje relativno dugo, može se zaključiti da je minimalni vek pod zamorom neznatno oštećenog MDI-a od 520000 ciklusa apsolutno prihvatljiv.

BIOGRAFSKI PODACI AUTORA

Aleksandar M. Grbović rođen je 1970. godine u Užicu. Osnovnu školu završio je 1984. godine, a srednju školu (gimnazija – matematički smer) 1988. godine. Nosilac je Vukove diplome.

Mašinski fakultet u Beogradu upisao je 1988. godine, na kome je i diplomirao 1994. godine na Katedri za vazduhoplovstvo (prosečna ocena 9,03.) Diplomski rad odbranio je sa ocenom 10. Po diplomiranju upisao je poslediplomske studije na vazduhoplovnom odseku Mašinskog fakulteta, a istovremeno na Katedri za železničko mašinstvo angažovan je kao istraživač-talenat-pripravnik. Dana 01.02.1997. izabran je za asistenta-pripravnika za predmet Čvrstoća letelica na Katedri za vazduhoplovstvo.

Vojsku je odslužio u periodu septembar 1997. – septembar 1998. U međuvremenu, položio je sve ispite na poslediplomskim studijama, a dana 22.06.2000.god. odbranio je magistarsku tezu pod nazivom „Zamor i procena veka noseće strukture letelica“. Za asistenta za predmet Čvrstoća letelica na Katedri za vazduhoplovstvo izabran je 01.02.2001.g., a godine 2009. izabran je za asistenta za grupu predmeta Katedre za vazduhoplovstvo.

Tokom rada na Mašinskom fakultetu bio je bio angažovan u izvođenju nastave na brojnim predmetima dodiplomskih studija, a pored nastave držao je i veliki broj kurseva iz CAD/CAM tehnologija, kako domaćim tako i stranim studentima poslediplomskih studija. Od 2001.g. do 2005.g. držao je nastavu i u Vazduhoplovno-tehničkoj akademiji u Žarkovu.

Objavio je više radova u domaćim i stranim časopisima, a koautor je i dve naučne monografije.

Posедуje aktivno znanje engleskog jezika. Oženjen je i otac je dvoje dece. Živi u Beogradu.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а _____ Александар М. Грбовић _____

број индекса _____

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

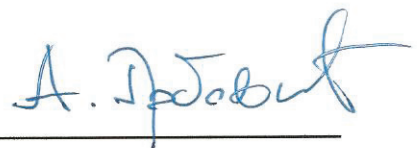
ИСТРАЖИВАЊЕ ЗАМОРНОГ ВЕКА НОСЕЋИХ СТРУКТУРАЛНИХ ЕЛЕМЕНАТА

ИЗРАЂЕНИХ ОД СУПЕР ЛЕГУРА

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, _____ 17.05.2012. _____



Прилог 2.

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора _____ Александар М. Грбовић _____

Број индекса _____

Студијски програм _____

Наслов рада ИСТРАЖИВАЊЕ ЗАМОРНОГ ВЕКА НОСЕЋИХ СТРУКТУРАЛНИХ
ЕЛЕМЕНАТА ИЗРАЂЕНИХ ОД СУПЕР ЛЕГУРА

Ментор _____ Проф. др Бошко Рашуо _____

Потписани _____ Александар М. Грбовић _____

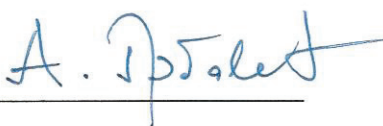
Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, _____ 17.05.2012. _____



Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

ИСТРАЖИВАЊЕ ЗАМОРНОГ ВЕКА НОСЕЋИХ СТРУКТУРАЛНИХ

ЕЛЕМЕНАТА ИЗРАЂЕНИХ ОД СУПЕР ЛЕГУРА

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство

2. Ауторство - некомерцијално

3. Ауторство – некомерцијално – без прераде

4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима

5. Ауторство – без прераде

6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 17.05.2012.

A. Djole