

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ФИЗИЧКИ ФАКУЛТЕТ

Сања М. Грујовић Здолшек

**ДУГЕ У ТРАНСМИСИЈИ ЈОНА КРОЗ ВРЛО
ТАНКА ЕЛЕКТРОСТАТИЧКА СОЧИВА**

докторска дисертација

Београд, 2024

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF PHYSICS

Sanja M. Grujović Zdolšek

**RAINBOWS IN TRANSMISSION OF IONS
THROUGH VERY THIN ELECTROSTATIC
LENS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2024

Ментор:

Др Игор Телечки, научни сарадник

Институт за нуклеарне науке "Винча"

Универзитет у Београду

Чланови комисије:

др Игор Телечки, научни сарадник, ИНН "Винча", Универзитет у Београду

Проф. др Зоран Николић, редовни професор, Физички факултет, Универзитет у Београду

Проф. др Горан Попарић, редовни професор, Физички факултет, Универзитет у Београду

Датум одбране:

Дуге у трансмисији јона кроз врло танка електростатичка сочива

Сажетак:

У овој докторској дисертацији предмет теоријског истраживања је разматрање ефекта дуге у трансмисији протонског снопа енергије 10keV кроз врло танка електростатичка сочива диполног, линијског дугиног, квадруполног, квадратног дугиног и двоструког линијског типа. Јонско електростатичко сочиво можемо сматрати врло танким када процес трансмисије јона кроз њега укључује само једну благу дефлексију од његових електрода.

Приступ се заснива на импулсној апроксимацији. У тој апроксимацији, угао трансмисије протона кроз сочиво је мали. Такође, претпоставља се да се електроде сочива могу третирати као тачкаста наелектрисања. Растојање између две наспрамне електроде је 10mm , а напон на електродама 1kV . Вредности компонената ударног параметра протона изабрани су равномерно у оквиру области равни ударног параметра одређене изабраном квадратном апертуром постављеном испред сочива. Узето је да су вектори брзине улазних јона паралелни оси сочива, док се дуж трансверзалних оса протонски снап фокусира или дефокусира.

У студији сваког од пет врло танка електростатичк сочива, анализирани су линије једноструког расејања и тачке у равни ударног параметра у којима је ефект интерференције максималан или минималан; тачке у равни ударног параметра у којима је диференцијални пресек за трансмисију протона максималан или минималан и њихове слике у равни угла трансмисије; тачке у равни ударног параметра у којима Јакобијан трансверзалних вектора положаја протона има екстремуме као и њихове слике у равни трансверзалног положаја. Ова променљива садржи члан који описује дефлексију јона од појединачних електрода и члан који описује мешан утицај електрода на сваки јон. Откривено је да је други члан узрок ефекта дуге, који је, како се тиме показало, комплексан ефекат у динамици јонских снопова. Изрази за наведене параметаре су добијени аналитички, а екстремуми су одређени нумерички. Поред њих, анализирани су и просторне линије дуга у равни ударног параметра и њихове слике у равни трансверзалног положаја, а такође и дводимензионалне просторне и угаоне расподеле протона трансмитованих кроз свако од пет врло танка сочива. Оне су добијене коришћењем метода рачунарске симулације. Из тих анализа изведен је закључак да снап у области након сочива пропагира тако да расподела честица унутар снопа прати линије дуге, па су дефинисане светла и тамна страна дуге као област са већом и област са мањом густином расподеле јона, док дуга представља границу између тих области. Крајњи закључак прорачуна је да свако сочиво на снап утиче тако што му квалитативно мења облик.

Кључне речи: јонски снопови, комплексни ефекти, дуге, мултиполна сочива

Научна област: Физика

Ужа научна област: Физика и хемија са јонским сноповима

Rainbows in transmission of ions through very thin electrostatic lens

Abstract

In this PhD thesis, the subject of theoretical research is the consideration of the rainbow effect in the transmission of a proton beam of energy 10keV through very thin electrostatic lenses of dipole, line rainbow, quadrupole, square rainbow and double line type. An ionic electrostatic lens can be considered very thin when the process of ion transmission through it involves only a slight deflection from its electrodes.

The approach is based on the impulse approximation. In this approximation, the proton transmission angle through the lens is small. Also, it is assumed that the lens electrodes can be treated as point charges. The distance between two opposite electrodes is 10mm, and the voltage at the electrodes is 1kV. The values of the components of the impact parameter of the protons are chosen uniformly within the region of the impact parameter plane, determined by the preselected square aperture placed in front of the lens. It is assumed that the velocity vectors of the incoming ions are parallel to the axis of the lens, while along the transverse axes the proton beam is focused or defocused.

In the study of each of the five very thin electrostatic lenses, the single scattering lines and the points in the plane of the impact parameter where the interference effect is maximal or minimal were analyzed; points in the plane of the impact parameter where the differential cross section for proton transmission is maximal or minimal and their images in the plane of the transmission angle; points in the impact parameter plane where the Jacobian of the transverse proton position vectors has extrema as well as their images in the transverse position plane. This variable contains a term that describes the deflection of ions from individual electrodes and a term that describes the mixed effect of the electrodes on each ion. It was discovered that the second term is the cause of the rainbow effect, which, as it turns out, is a complex effect in the dynamics of ion beams. The expressions for the mentioned parameters were obtained analytically, and the extremes were determined numerically. In addition to them, the spatial rainbow lines in the impact parameter plane and their images in the transverse position plane were analyzed, as well as the two-dimensional spatial and angular distribution of protons transmitted through each of the five very thin lenses. They were obtained using computer simulation methods. From those analyses, it was concluded that the beam in the area after the lens propagates so that the distribution of particles within the beam follows the lines of the rainbow, so the light and dark side of the rainbow are defined as the area with a higher and an area with a lower density of ion distribution, while the rainbow represents the boundary between these areas. The ultimate conclusion of the calculation is that each lens affects the beam by qualitatively changing its shape.

Key words: ion beams, lenses, rainbows, complex effects

Scientific field: Physics

Scientific subfield: Physics and chemistry with ion beams

САДРЖАЈ

1	УВОД	1
2	ТЕОРИЈСКИ ОСНОВИ	3
2.1	Мултиполна сочива	3
2.1.1	Квадруполно сочиво	3
2.1.2	Мултиполи вишег реда	5
2.2	ИМПУЛСНА АПРОКСИМАЦИЈА	6
2.3	ДУГЕ	7
2.3.1	УСЛОВ ЗА ФОРМИРАЊЕ ДУГЕ.....	8
2.4	ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ.....	11
3	РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА	17
3.1	ДИПОНО СОЧИВО	17
3.1.1	ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ.....	17
3.1.2	ЛИНИЈЕ ДУГА.....	19
3.1.3	РАСПОДЕЛА ЧЕСТИЦА УНУТАР ДУГА.....	23
3.2	ЛИНИЈСКО ДУГИНО СОЧИВО	26
3.2.1	ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ.....	26
3.2.2	ЛИНИЈЕ ДУГА.....	32
3.2.3	РАСПОДЕЛА ЧЕСТИЦА УНУТАР ДУГА.....	37
3.3	КВАДРУПОЛНО СОЧИВО	39
3.3.1	ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ.....	39
3.3.2	ЛИНИЈЕ ДУГА.....	46
3.3.3	РАСПОДЕЛА ЧЕСТИЦА УНУТАР ДУГА.....	51
3.4	КВАДРАТНО ДУГИНО СОЧИВО	53
3.4.1	ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ.....	53
3.4.2	ЛИНИЈЕ ДУГА.....	60
3.4.3	РАСПОДЕЛА ЧЕСТИЦА УНУТАР ДУГА.....	66
3.5	ДВОСТРУКО ДИПОЛНО СОЧИВО.....	67
3.5.1	ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ.....	67
3.5.2	ЛИНИЈЕ ДУГА.....	75
3.5.3	РАСПОДЕЛА ЧЕСТИЦА УНУТАР ДУГА.....	82
4	ЗАКЉУЧАК	86
5	ЛИТЕРАТУРА	88
6	БИОГРАФИЈА АУТОРА	90

1 УВОД

Предмет изучавања у оквиру дисертације је трансмисија протона енергија 10 keV кроз врло танка електростатичка сочива диполног, линијског дугиног, квадруполног, квадратног дугиног и двоструког диполног типа. Истражена су фокусирајућа својства свих пет типова сочива анализом слика линија дуга у трансверзалној равни чији су интезитети јако изражени у нумеричким моделима трансмисије снопова протона које изучавамо. С обзиром да су сочива танка процес трансмисије укључује само једну дефлексију јона од његових електрода због тога је кретање јона кроз сочиво описано импулсном апроксимацијом.

Анализиране су дводимензионалне просторне расподеле протона трансмитованих кроз свако од пет наведених врло танких сочива, добијене коришћењем метода рачунарске симулације. Вредности компонената ударног параметра, односно почетни положаји протона изабрани су равномерно (хомогено) у оквиру области равни ударног параметра која је одређена изабраном апертуром постављеном испред сочива. Док је за векторе почетних брзина претпостављено да су паралелни оси сочива. У овим анализама, посебна пажња је посвећена вези између ефекта интерференције и појављивања дуга у равни ударног параметра као и облицима дугиних максимума у просторним и угаоним расподелама трансмитованих протона. Сlike линија дуга добијене су такође рачунарском симулацијом посматране су како у равни ударног параметра тако и у равни угла расејања. Такође је дата и аналитичка веза између јакобијана пресликавања у обе посматране равни. Из те везе се јасно може видети да слике јакобијана пресицавања у трансверзалној равни на великој удаљености се поклапа са сликом јакобијана у равни угла трансмисије. Анализа еволуција дугиних линија и снопа протона након изласка из сочива у трансверзалној равни је централни резултат ове дисертације.

Мотив за дисертацију био је рад [1] о класичном расејању под малим углом на вишечестичној мети где је посебна пажња посвећена ефекту вишеструког асејања. У коме је модел импулсна апроксимација примењена на расејање наелектрисане честице на пољу електричног дипола. По истој аналогiji модел је примењен и на снап протона који се расејавају на пет поменутих сочива.

У првом делу дата је класична теорија кретања наелектрисаних честица кроз електростатички квадрупол у линеарној апроксимацији која је аналогна параксијалној апроксимацији у оптици. Дат је услов за постојање дуга при пресликавању равни ударног параметра на раван трансверзалних позиција. Показано је даје у случају линеарне апроксимације јакобијан пресликавања константан. Приказана је основна теорија импулсне апроксимације.

У другом делу приказана је математичка теорија интерференције јакобијана. Примењена је теорија импулсне апроксимације на свих пет разматраних сочива. Дати су аналитички облици јакобијана у којима су јасно груписане суме које представљају појединачна расејања и вишеструка расејања протона од електрода. По аналогiji са оптиком члан вишеструког расејања назвали смо интерференционим чланом. Показана је веза између Јакобијана пресликавања из равни ударног параметра на трансверзалу раван и раван угла пресликавања.

У трећем делу приказани су резултати за свих пет разматраних сочива горе поменутом моделу импулсне апроксимације при чему је енергија снопа била 10 keV док је

потенцијал на електродама био 1 kV. Посвећена је пажња вези између ефекта интерференције и појављивања дуга у равни уратног параметра, као и облицима дугиних максимума у просторним и угаоним расподелама трансмитованих протона. Израчунате су нуле интерференционог члана јакобијана као и нуле њихових парцијалних извода у равни ударног параметра. Израчунати су ефикасни пресеци из реципрочне вредности јакобијана али и посебно из реципрочне вредности само интерференционог члана јакобијана па је упоредном анализом изведен закључак о доприносу интерференције на укупно пресликавање. Израчунате су, приказане и анализиране еволуције просторних линије дуге како у равни ударног параметра тако и у равнима трансверзалних положаја, а поред тога анализиране су и одговарајуће дводимензионалне просторне расподеле протона, трансмитованих кроз наведене типове сочива, на различитим растојањима од сочива које су карактерисале квалитативним променама у облику линија дуге.

У четвртом делу су изведени закључци проистекли из приказаних резултата, предлози за њихову примени и даљи планови истраживања.

2 ТЕОРИЈСКИ ОСНОВИ

2.1 Мултиполна сочива

Слично својствима светлосних зрака, снопови наелектрисаних честица такође имају тенденцију да се рашири због инхерентне дивергенције снопа. Да задржи снап честица заједно и за генерисање специфично жељених својстава снопа у одабраним тачкама дуж линије за транспорт потребни су уређаји за фокусирање. У фотонској оптици фокусирање се обезбеђује стакленим сочивима. Карактеристично својство таквих фокусирајућа сочива је да се светлосни зрак одбија за угао пропорционалан растојање зрака од центра сочива (парааксијална апроксимација). Са таквим сочивом снап паралелних зрака може се фокусирати у тачку фокуса. Аналогно и у јонској и електронској оптици постоје сочива која у линеарној апроксимацији имају такве особине. Највише коришћени уређаји који обезбеђује жељено фокусирање снопа наелектрисаних честица јесу квадруполна сочива.

2.1.1 Квадруполно сочиво

Квадруполна сочива се широко користе за фокусирање као и за транспорт снопа у акцелераторским постројењима [2] [3] [4] [5] [6]. Због различитог поларитета суседних електрода у околини оптичке осе сочива, потенцијал не зависи од лонгитудиналне координате z , односно поље је трансверзално што је у литератури познато као планарно поље [7].

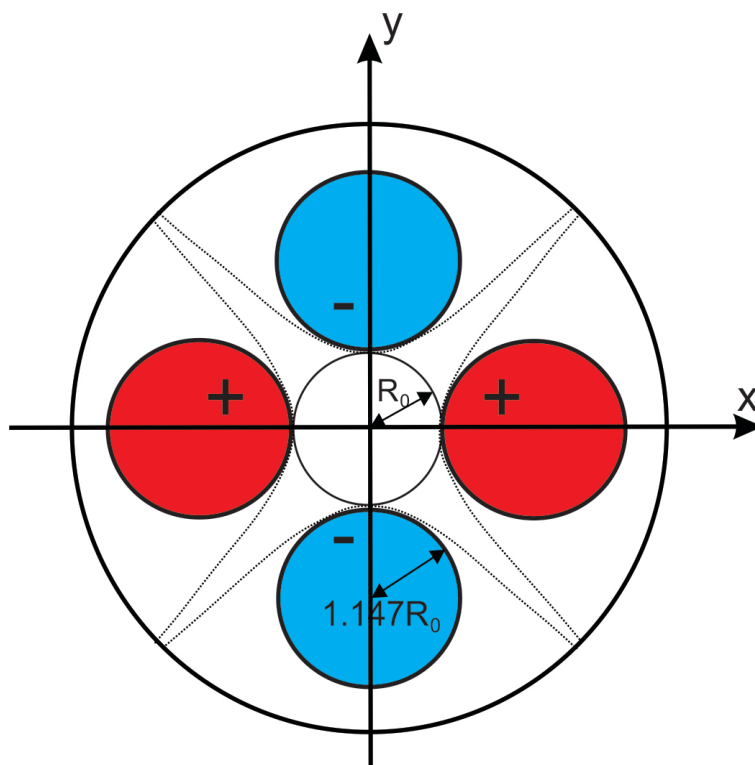
Скретање снопа унутар квадрупола (рефракциона моћ) за честице близу оптичкој осе је у линеарној апроксимацији пропорционална њеној раздаљини осе. Због те особине он „снажно фокусира“ нарочито у односу на кружна сочива због чега се скоро искључиво користи у високо енергетским акцелераторима [8]. Још једна важна примена квадрупола је у електронској микроскопији где због могућности фокуситања снопа дуж осе има задатак да елиминише неизбежну сферну аберација [8] [9] кружних сочива у комбинацији са другим мултиполима. Нажалост квадруполи имају својство да у једној равни тзв фокусирајућој равни преламају снап ка осе док у другој равни (дефокусирајућој) одаљава снап од његове осе. Дакле да би се постигао укупан ефекат фокусирања, потребна су најмање два квадрупола са супротним поларитетом њихових одговарајућих електрода [2] [3] [4].

За електростатички квадрупол полупречника R_0 са потенцијалом на електродама $\pm V_0$ (слика 1), расподела потенцијала до тачности четвртог реда у линеарној апроксимацији дата је следећим изразом:

$$V(x, y) = (x^2 - y^2) \frac{V_0}{R_0^2} + \dots \quad (2.1)$$

(**)

Неопходан услов за овакав потенцијал је да пресек електрода буде хиперболичан: $x^2 + y^2 = const$. Међутим електроде су најчешће кружног пресека. У том случају да би горња једначина била што приближнија тачној најбољи однос пречника електрода и квадрупола је 1.141.



Слика 1 Електростатички квадрупол полупречника R_0 са потенцијалом на електродама $\pm V_0$ (извор: Игор Телечки)

Одговарајуће компоненте вектора електростатичког поља \vec{E} налазимо решавањем Лапласове једначине $\vec{E} = -\vec{\nabla}V(x, y, z)$ из чега је једноставно видети да поље линеарно расте са растојањем од осе сочива. С обзиром да на јон масе m_p и наелектрисања q_p делује Кулонова сила $\vec{F}_c = q_p \vec{E}$, у случај малих брзина ($v \ll c$) коришћењем основне једначине динамике, диференцијалне једначине кретања јона унутар квадрупола имају следећи облик:

$$m_p \ddot{x} = -q_p \frac{2V_0}{R_0^2} x \text{ и } m_p \ddot{y} = q_p \frac{2V_0}{R_0^2} y \quad (2.2)$$

Значи да је у апроксимацији потенцијала квадрупола датог једначином (2.1) могуће аналитички изразити трајекторије јона. За паралелни улазни сноп наелектрисаних честица, једначине кретања првог реда унутар квадрупола су периодичне у

фокусирајућој равни. Тако су излазни положаји и углови честица у тој равни дати следећим изразом

$$x = x_0 k \cos k \text{ и } \theta_x = -x_0 \sin k \quad (2.3)$$

Док у дефокусирајућој равни они дивергирају, те су одговарајуће једначине једнаке облика:

$$y = y_0 k \cosh k \text{ и } \theta_y = -y_0 \sinh k \quad (2.4)$$

При чему је вредност коефицијента

$$k = \frac{2V_0 q}{R_0^2 E} L \quad (2.5)$$

Где је L – дужина квадруполоа, док је E – енергија честице.

2.1.2 Мултиполи вишег реда

Ако у ивицама правилних многоуглова поставимо наизменично електроде чији се потенцијали суседних електрода разликују по апсолутној вредности добијамо електростатичке мултиполе вишег реда. За њих је карактеристично да немају фокус првог реда ни у једној равни, тј параксијални зраци при проласку кроз њих не осећају присуство поља [8]. Због те особине њихова примена је у корекцији путање снопа или што је најчешће у комбинацији са квадруполима служе да неутралишу непожељне аберације у електронској и јонској микроскопији [8] [9]. У табели 1 дати су изрази потенцијала најчешћих електростатичких мултипола хексапола, октапола и додекапола са тачношћу до петог реда [7] [8] [9] [10].

Табела 1. Вредности електростатичких потенцијала неких мултипола.

мултипол	Електростатички потенцијал
хексапол	$-\frac{V_0}{6R_0^3}(y^3 - 3yx^2)$
октапол	$-\frac{V_0}{24R_0^4}(x^4 - 6x^2y^2 + y^4)$
додекапол	$-\frac{V_0}{120R_0^5}(x^5 - 6x^3y^2 + 5xy^4)$

2.2 ИМПУЛСНА АПРОКСИМАЦИЈА

Када се разматрају судари код којих је поље U слабо и углови дефлексије мали, рачунање ефективног попречног пресека судара се знатно поједностављује. У тим прорачунима није потребно узимати у обзир центар масе система. Поред тога, и промена енергије се занемарује [11].

Ако узмемо да је z оса правац кретања честице m , yz – раван, раван расејања и p' импулс честице након расејања, очигледно је угао расејања:

$$\sin \theta_y = \frac{p_y'}{p'} \quad (2.6)$$

За мале углове, $\sin \theta_y \approx \theta_y$, а p' се може апроксимирати почетним импулсом $p = mv_\infty$:

$$\theta_y \approx \frac{p_y'}{mv_\infty} \quad (2.7)$$

Пошто је $\dot{p} = F$, укупна промена импулса у y – правцу је

$$p_y' = \int_{-\infty}^{\infty} F_y dt \quad (2.8)$$

$$F_y = -\frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.9)$$

Такође, ако претпоставимо да честица није имала отклон са иницијалне путање, односно да се креће праволинијски, са униформном брзином вредности v_∞ , $dt = \frac{dz}{v_\infty}$.

Сада израз за укупну промену импулса 2.8 има следећи облик

$$p_y' = -\frac{1}{v_\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U}{\partial y} dz \quad (2.10)$$

Овај израз за импулс можемо искористити за рачунање угла расејања, који у случају расејања са малом дефлексијом добија следећи облик

$$\theta_y = -\frac{1}{mv_{\infty}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial U}{\partial y} dz \quad (2.11)$$

2.3 ДУГЕ

Ефект кристалне дуге открио, је Н. Нешковић [12] у теоријском разматрању трансмисије протона кинетичке енергије 7 MeV кроз канал <110> силицијума дебљине 150 nm. Након тога, Краус и сарадници [13] уочили су ефект експериментално са протонима кинетичке енергије 7 MeV и кристалом силицијума дебљине 140 nm. Иста група, из Националне лабораторије у Оук Риџу, Тенеси, САД, извела је низ додатних мерења ефекта [14]. Тиме је и експериментално доказано теоријско разматрање Н. Нешковића, чиме је отворен прозор у област проучавања ефекта дуге, прво на микроскопском нивоу, кроз каналисање протона, а касније и на макроскопском нивоу, у трансмисији протона кроз електростатичка сочива.

Један од резултата тих истраживања је студија Нешковића и сарадника [15] посвећена је трансмисији протона кинетичке енергије 10 keV кроз квадратно електростатичко дугино сочиво, где је показано је да је еволуција просторне расподеле одређена еволуцијом одговарајуће дуге, која је добијена помоћу приступа из теорије кристалних дуга. По проласку кроз сочиво, протонски сноп је јасно подељен на светлу и тамну компоненту, које одговарају светлој односно тамној страни дуге. Сви фокусирани протони конфинирани су унутар линије дуге. Пошто се облик линије дуге може класификовати помоћу теорије катастрофа, ефект је назван катастрофично фокусирање јонског снопа. Аутори су такође испитали угаоне расподеле транзитованих јона на излазу из сочива. У случајевима када се јаве дуге (за одређене напоне), скоро сви фокусирани протони конфинирани су унутар тих линија. То значи да сочиво делује тако да се формира језгро протонског снопа, које укључује протоне фокусиране у равни трансверзалног положаја и у равни угла трансмисије. Еволуције група фокусираних и дефокусираних протона квантитативно су анализирани помоћу три параметра – коефицијента фокусирања сочива, и коефицијената конфинирања сочива за фокусиране и дефокусиране протоне.

Поред тога у раду Телечког и сарадника [16] анализирана је трансмисија паралелног и непаралелног снопа протона енергије 10 keV кроз квадратно електростатичко дугино сочиво, као и рад Нешковића и сарадника који је укључен у монографију о дугиним сочивима [17] и који је посвећен убрзавајућим својствима квадратног радиофреквентног дугиног сочива. Такође је иста група из Института за нуклеарне науке "Винча" [18] објавила је и студију дублета квадратних електростатичких дугиних сочива са протонима кинетичке енергије 10 keV.

Идеја за проучавање танких електростатичких сочива је проистекла из разматрања процеса расејања од вишечестичну мету, када се то расејање одвија под малим углом.

Приступ таквом типу процеса развијен је у решавања проблема расејања наелектрисане честице на електричном диполу [1], где је и развијен приступ, а који се појавио у анализи резултата експеримената расејања јона на металној површини покривеној алкалним атомима [19] [20]. Резултати из рада [1] биће због комплетности приказни у докторској дисертацији. После тога, приступ је примењен у решавању проблема трансмисије јона кроз канале врло танких кристала [12]. Тај модел, који је назван модел кристалних дуга, такође је заснован на импулсној апроксимацији [21]. Касније је проширен тако да се може употребити за анализу трансмисије јона кроз канале кристале било које дебљине, и тако је добијена теорија кристалних дуга [22] [23].

2.3.1 УСЛОВ ЗА ФОРМИРАЊЕ ДУГЕ

Дистрибуција интензитета снопа у равни снимања тј трансверзалној равни је веома важна информација о карактеристици самог снопа. Постоје површине у којима је интензитет снопа веома висок, а ове површи настају из чињенице да се суседни зраци у равни ударног параметра међусобно секу у трансверзалној равни. Такве површи, познате као дугине површи, су од великог интереса у пракси, пошто се њихови пресеци са трансверзалним равнима виде као линије велике густине струје.

За моно енергетски и паралелан почетни снап свака путања је јединствено одређена скупом од два параметра почетних координата x_0 и y_0 .

$$x(x_0, y_0; z), y(x_0, y_0; z) \quad (2.12)$$

Посматрајмо две суседне трајекторије дате изразима

$$\begin{aligned} x_1 &= x(x_0, y_0; z) \\ y_1 &= y(x_0, y_0; z) \\ x_2 &= x(x_0 + dx_0, y_0 + dy_0; z) \\ y_2 &= y(x_0 + dx_0, y_0 + dy_0; z) \end{aligned} \quad (2.13)$$

За веома мале прираштаје Δx_0 и Δy_0 x_2 и y_2 се могу развити у Тејлоров ред тако да прираштаји представљају линеарне чланове,

$$\begin{aligned} x_2 &= x_1 + \frac{\partial x}{\partial x_0} \Delta x_0 + \frac{\partial x}{\partial y_0} \Delta y_0 \\ y_2 &= y_1 + \frac{\partial y}{\partial x_0} \Delta x_0 + \frac{\partial y}{\partial y_0} \Delta y_0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

Два зрака ће се сећи у равни z_c ако је,

$$x_2(z_c) = x_1(z_c) \text{ и } y_2(z_c) = y_1(z_c) \quad (2.15)$$

Користећи релације 2.14 лако изводимо услов

$$\begin{aligned} \frac{\partial x(z_c)}{\partial x_0} \Delta x_0 + \frac{\partial x(z_c)}{\partial y_0} \Delta y_0 &= 0 \\ \frac{\partial y(z_c)}{\partial x_0} \Delta x_0 + \frac{\partial y(z_c)}{\partial y_0} \Delta y_0 &= 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Овај скуп од две једначине има нетривијално решење само ако је детерминанта коефицијената једнака нули:

$$J(z_c) = \frac{\partial x(z_c)}{\partial x_0} \frac{\partial y(z_c)}{\partial y_0} - \frac{\partial x(z_c)}{\partial y_0} \frac{\partial y(z_c)}{\partial x_0} = 0 \quad (2.17)$$

Што представља је суштински услов за постојање дуга при пресликавању равни ударног параметра на раван трансверзалних позиција.

Веза између пресликавања елементарних површи у равни ударног параметра $ds_0 = dx_0 dy_0$ и трансверзалне равни $ds = dx dy$ је:

$$dx dy = J(x, y, z_c) dx_0 dy_0 \quad (2.18)$$

То значи да је реципрочна вредност Јакобијана пропорцијална интезитету снопа на екрану. Ако је површина на тој раздаљини дугина $z = z_c$ онда је $ds = 0$ односно пресликавање је сингуларно што значи да се ds_0 пресликава у фокус.

За мале углове расејања веза између диференцијалног пресек трансмисије јона и Јакобијана пресликавања је:

$$\sigma = \frac{1}{|J|} \quad (2.19)$$

Дуж линије дуге у равни ударног параметра диференцијални пресек за расејање јона је сингуларан.

Без смањења општости можемо на исти начин услов за постојање дуге при пресликавању равни ударног параметра на раван угла расејања дефинисати трансверзалним угловима θ_x и θ_y

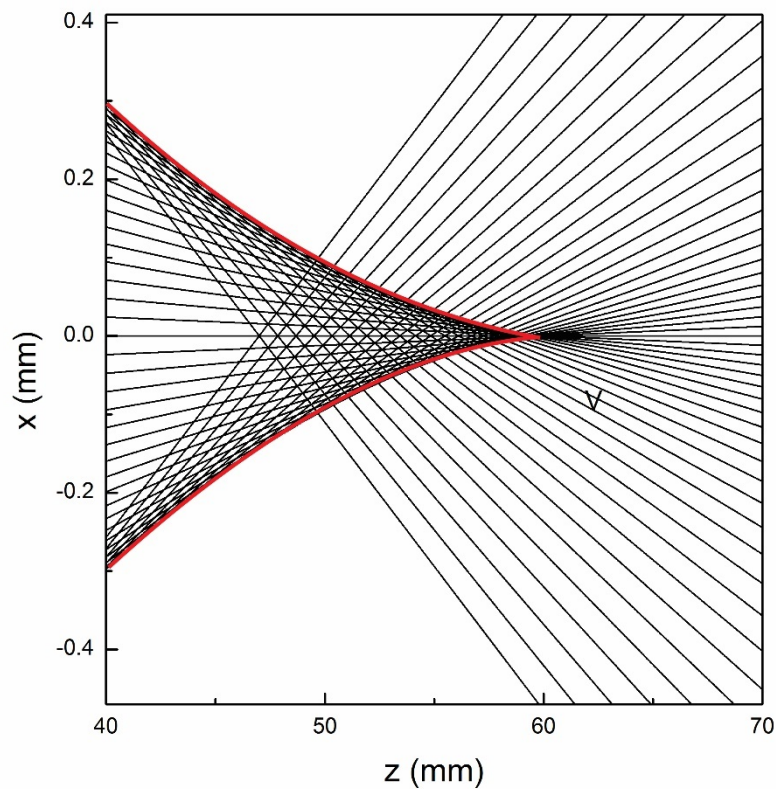
$$J_{\theta}(\theta_x, \theta_x) = \frac{\partial \theta_x}{\partial x_0} \frac{\partial \theta_y}{\partial y_0} + \frac{\partial \theta_x}{\partial y_0} \frac{\partial \theta_y}{\partial x_0} = 0 \quad (2.20)$$

Ако искористимо услов за постојање дуга (2.20) и углове честица на излазу из квадрупла дате формулом (2.3 и 2.4). Није тешко срачунати да је вредност јакобијана пресликавања из равни ударног параметра на раван угла расејања има константну вредност која је једнака.

$$J_{\theta}(\theta_x, \theta_x) = -\sin(k) \cdot \sinh(k) = \text{const} \quad (2.21)$$

То значи да при трансмисији снопа кроз квадрупол у линеарној апроксимацији чији је потенцијал дат изразом (2.1) не постоји услов за формирање дуга.

У микроскопији због постојања аберација само параксијални зраци формирају конусан шпиц иза ротационо симетричног сочива [9]. Суседни непараксијални зраци секу једни друге у другим тачкама. Локуси свих ових тачака производе дугину површ (слика 2). Пројекција тродимензионалне дугине површи на трансверзалну раван на неком растојању $z = \text{const}$, представља линије дуге. Због јаког интензитета дугиних линија можемо на основу њеног облика проценити оптичке перформансе сочива, а посебно ефекте аберације [8].

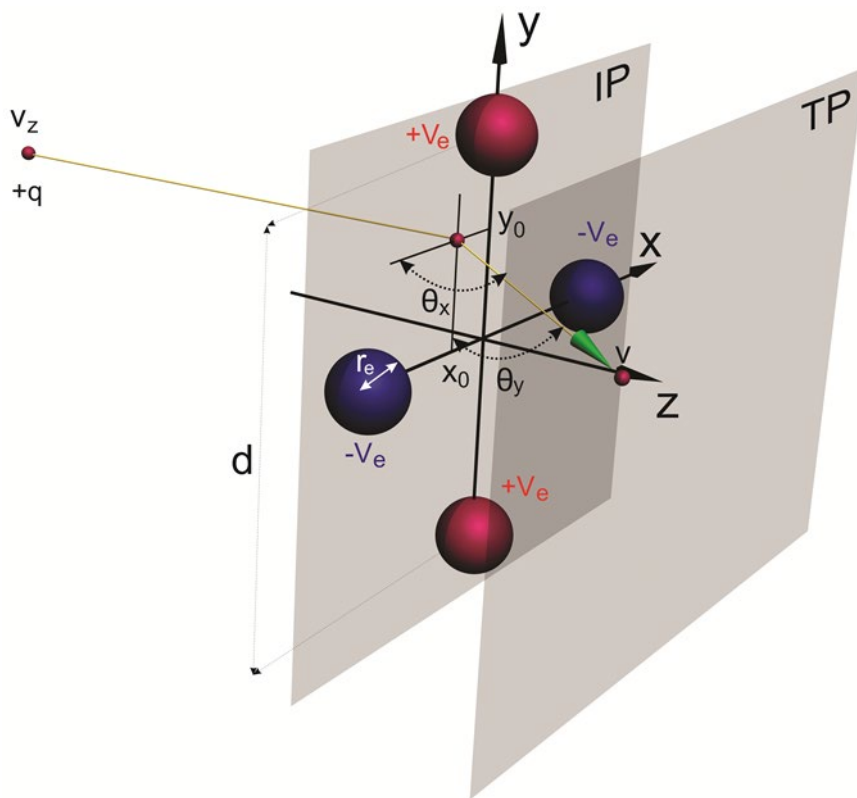


Слика 2 Због постојања сферних аберација у округлим сочивима суседни непараксијални зраци се секу једни друге у тачкама. Локуси свих ових тачака производе просторну дугу која формира ротациони рогољ у лонгитудалној – равни

Док су код оптичке микроскопије аберације реда таласне дужине за електронску микроскопију оне су 100 пута веће од таласне дужине електрона [8]. У (ТЕМ) трансверзалној електронској микроскопији дуге се користе за корекцију аберација као што су астигматизма [9], кома [10] и аберације трећег реда [24] [25].

2.4 ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ

Да бисмо описали утицај електростатичког поља сочива на кретање појединачних јона применом импулсне апроксимације која је описана у претходном пасусу координатни систем ћемо поставити као на слици 3.



Слика 3 Илустрација трајекторије јона израчунате импулсном апроксимацијом за квадруполно танко сочиво. Раван ударног параметра IP налази се у центру сочива $Z=0$. Сваки јон има стартне позиције $x_0 y_0$ на IP равни. Док су $\theta_x(x_0, y_0)$ и $\theta_y(x_0, y_0)$ углови трансмисије. Димензије квадрупола су $r_e=1\text{mm}$ и $d=1\text{cm}$ потенцијал електрода је $V_e = 1\text{ kV}$ наелектрисање јона је $q=e$ и енергија $E= 10\text{keV}$. Позиције јона у трансверзалној равни TP за $Z > 0$ су x и y .

Лонгитудинална оса референтног система z , поклапа са осом сочива, и налази се у централној равни сочива. Трансверзалну раван сочива одређују x и y , тј вертикална и хоризонтална оса. Сноп чине протони фиксне енергије $E = 10\text{keV}$. Претпостављено је да су њихови почетни вектори брзина паралелни са осом сочива. Електроде су сфере радијуса $r_e = 1\text{mm}$ чији центри леже на кругу дијаметра $d = 10\text{mm}$, а постављене су на напон од $V_e = 1\text{kV}$.

С обзиром да су сочива врло танка, трајекторије протона се могу апроксимирати правим линијама. Због тога су компоненте угла θ_x и θ_y трансмисије протона на излазу из сочива одређене применом импулсне апроксимације малих углова (2.11), датим формулама:

$$\theta_x = -\frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \partial_x U dz \text{ и } \theta_y = -\frac{1}{2E} \int_{-\infty}^{\infty} \partial_y U dz, \quad (2.22)$$

где су:

E – енергија јона,

$U = U(x_0, y_0, z)$ – потенцијал интеракције између јона и сочива и

x_0, y_0 – вертикална и хоризонтална компонента вектора ударног параметра јона ($\partial_x \equiv \partial/\partial x_0$ и $\partial_y \equiv \partial/\partial y_0$).

Због малих димензија електрода, потенцијал електрода сочива се може апроксимирати као да се ради о тачкастим наелектрисуњима. Стога је потенцијал интеракције

$$U = \sum_{i=1}^M U_i = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^M \frac{qQ_i}{\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + z^2}} \quad (2.23)$$

при чему су:

q – наелектрисуње јона, с тим да је $q = e$, а e – елементарно наелектрисуње

Q_i – наелектрисуња електрода

x_i, y_i – вертикална и хоризонтална позиција i -те електроде

$M = 4$ – број електрода

ϵ_0 – диелектрична константа вакуума

Наелектрисуња електрода су $|Q_i| = 4\pi\epsilon_0 r_e V_e > 0$, где су r_e и V_e радијус електроде и модуло напона. У том случају компоненте угла трансмисије добијају следећи облик:

$$\theta_x = \sum_{i=1}^M \theta_{xi} = -\frac{1}{2E} \sum_{i=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \partial_x U_i dz \quad (2.24)$$

и

$$\theta_y = \sum_{i=1}^M \theta_{yi} = -\frac{1}{2E} \sum_{i=1}^M \int_{-\infty}^{\infty} \partial_y U_i dz, \quad (2.25)$$

где су θ_{xi} и θ_{yi} компоненте угла трансмисије које одговарају i -тој електроди сочива.

Диференцијални пресек трансмисије јона је

$$\sigma = \frac{1}{|J_\theta|} \quad (2.26)$$

где је

$$J_{\theta} = \partial_{x_0} \theta_x \partial_{y_0} \theta_y - \partial_{y_0} \theta_x \partial_{x_0} \theta_y \quad (2.27)$$

Значи да диференцијални пресека трансмисије јона, σ дуж линије дуге која се добија из услова да је њен јакобијан једнак нули, $J_{\theta} = 0$, у равни ударног параметра тежи бесконачности.

Јакобијан функција $\theta_x(x_0, y_0)$ и $\theta_y(x_0, y_0)$, који описује пресликавање из равни ударног параметра у раван угла трансмисије. Може се представити као

$$J_{\theta} = J_0 + J' \quad (2.28)$$

при чему су

$$J_0 = \sum_{i=1}^M J_{ii} \text{ и } J' = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^M (J_{ij} + J_{ji}) \quad (2.29)$$

У наведеном изразу, члан J_0 представља јакобијан пресликавања доприноса појединачних електрода, док је члан J' сума заједничких доприноса свих парова електрода које делују на конкретни јон. Тако да процес расејања јона од електроде сочива није само прост збир доприноса независних расејања појединачних електрода, већ се може уочити ефекат вишеструког расејања, односно да у процесу који се разматра долази до интерференције доприноса електрода диференцијалном пресеку трансмисије јона.

Једначина $J' = 0$ дефинише линије у равни ударног параметра дуж којих се ефект интерференције не може уочити. Та линија је названа линијом једноструког расејања. Услов да су једначине $\partial_x J' = 0$ и $\partial_y J' = 0$ одређују тачке у равни ударног параметра у којима ефект интерференције има екстремум. Када су у питању конкретни случајеви сочива која се разматрају, потенцијал интеракције је хармонијски, и као последица тога, угаоне линије дуга у равни ударног параметра се дегенеришу у тачке. Сlike ових тачака у равни угла трансмисије, су одређене изразима (2.24 и 2.25). Једначине $\partial_x J_{\theta} = 0$ и $\partial_y J_{\theta} = 0$ дефинишу тачке у равни ударног параметра у којима је вредност диференцијалног пресека трансмисије јона има екстремум. И у овом случају, такође, слике ових тачака у равни угла трансмисије су одређене изразима (2.24 и 2.25).

Ако извршимо следећу смену

$$\begin{aligned} ((d/2) - x)^2 + y^2 &= p^{xn2} \\ ((d/2) + x)^2 + y^2 &= p^{xp2} \\ ((d/2) - y)^2 + x^2 &= p^{yn2} \\ ((d/2) + x)^2 + y^2 &= p^{yp2} \end{aligned} \quad (2.30)$$

Користећи такође једначине (2.27, 2.28 и 2.29), аналитички изрази за разматране јакобијане са 2 електроде имају следећи облик:

$$J_{\theta} = -\left(\frac{Qq}{E}\right)^2 \left(\left(\frac{1}{p^{xn4}} + \frac{1}{p^{xp4}} \right) \right) \pm \left(\frac{Qq}{E}\right)^2 \left(\frac{1}{p^{xn4}p^{xp4}} \left(y^2 \frac{d^2}{2} - p^{xn2}p^{xp2} \right) \right) \quad (2.31)$$

Ако разматрамо случај када испред другог члана у наведеном изразу стоји “+” имамо израз јакобијана за диполно сочиво док ако испред њега стоји “-”, ради се о изразу за линијско сочиво. Први и други члан ретроспективно су изрази за одговарајуће јакобијане J_0 и J' .

Користећи исте једначине (2.27, 2.28 и 2.29) добијамо аналитичке изразе за разматране јакобијане квадруполног и квадратног дугиног сочива који имају следећи облик:

$$J_{\theta} = -\left(\frac{Qq}{E}\right)^2 \left(\frac{1}{p^{xn4}} + \frac{1}{p^{xp4}} + \frac{1}{p^{yn4}} + \frac{1}{p^{yp4}} \right) + \left(\frac{Qq}{E}\right)^2 \left(\frac{2(p^{xn2}p^{xp2} - 2y^2)}{p^{xn4}p^{xp4}} \pm \frac{2(p^{yn2}p^{yp2} - 2x^2)}{p^{yn4}p^{yp4}} \right) + \frac{(p^{xn2} + p^{xp2} - 1)((p^{yp2} - x)p^{yn4} + (p^{yn2} - x)p^{yp4})}{p^{xn4}p^{yn4}p^{yp4}} + \frac{(p^{xn2} + p^{xp2} - 1)((x + p^{yp2})p^{yn4} + (x + p^{yn2})p^{yp4})}{p^{xp4}p^{yn4}p^{yp4}} \quad (2.32)$$

Ако разматрамо случај када испред шестог члана у наведеном изразу стоји “+” имамо израз јакобијана за квадруполно сочиво док ако испред њега стоји “-”, ради се о изразу за квадратно дугино сочиво.. Први сабирак представља израз за J_0 док је други сабирак J' .

Први сабирак представља израз за J_0 док је други сабирак J' .

Израз за јакобијан двоструког диполног сочива је:

$$J_{\theta} = -\left(\frac{Qq}{E}\right)^2 \left(\frac{1}{p^{xn4}} + \frac{1}{p^{xp4}} + \frac{1}{p^{yn4}} + \frac{1}{p^{yp4}} \right) + \left(\frac{Qq}{E}\right)^2 \left(-\frac{2(p^{xn2}p^{xp2} - 2y^2)}{p^{xn4}p^{xp4}} - \frac{2(p^{yn2}p^{yp2} - 2x^2)}{p^{yn4}p^{yp4}} \right) + \frac{(p^{xn2} + p^{xp2} - 1)((p^{yp2} - x)p^{yn4} - (p^{yn2} - x)p^{yp4})}{p^{xn4}p^{yn4}p^{yp4}} - \frac{(p^{xn2} + p^{xp2} - 1)((x + p^{yp2})p^{yn4} - (x + p^{yn2})p^{yp4})}{p^{xp4}p^{yn4}p^{yp4}} \quad (2.33)$$

Први и други сабирак представљају аналогно изразе J_0 и J' ретроспективно.

Пресликавање равни удатног параметра на раван трансверзалног положаја протона описано је Јакобијаном трансверзалних компонената вектора положаја протона, J_ρ . Ова променљива се може описати изразом

$$J_\rho = \partial_{x_0} x \partial_{y_0} y - \partial_{y_0} x \partial_{x_0} y \quad (2.34)$$

где су x и y вертикална и хоризонтална компонента вектора позиције протона.

Једначине $\partial_x J_\rho = 0$ и $\partial_y J_\rho = 0$ одређују тачке у равни ударног параметра у којима је вредност J_ρ максимална или минимална. Сlike ових тачака у равни трансверзалног положаја протона су дефинисане једначином (2.34)

Вертикална и хоризонтална компонента вектора позиције протона x и y у трансверзалној равни чија је удаљеност од кординатног почетка једнака z вредности лонгитудиналне компоненте вектора положаја, повезане су следећом релацијом са компонентама угла трансмисије θ_x и θ_y , на излазу из сочива

$$x = x_0 + z\theta_x \text{ и } y = y_0 + z\theta_y \quad (2.35)$$

Користећи једначину 2.35 налазимо једноставну везу између Јакобијана J_θ и J_ρ која је дата следећом релацијом

$$J_\rho = z^2 J_\theta + 1 \quad (2.36)$$

Овај израз показује да у случају када је јакобијан трансверзалних компонената вектора положаја протона једнак нули ($J_\rho = 0$), јакобијан J_θ постаје обрнуто пропорционалан квадрату растојања од сочива ($J_\theta = -1/z^2$). Због тога закључујемо да облик дуга у равни трансверзалног положаја протона врло далеко од сочива мора изгледати исто као облик дуга у равни угла трансмисије, то јест, да линије дуге у равни трансверзалног положаја протона морају или нестати или конвергирати у дугине тачке. Још једна последица горње релације да се тачке у којима је J_ρ максимално или минимално, поклапају са тачкама у којима је J_θ максимално или минимално.

3 РЕЗУЛТАТИ ИСТРАЖИВАЊА

3.1 ДИПОНО СОЧИВО

3.1.1 ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ

Поступак добијања претходно описаних карактеристичних линија и тачака је први пут примењен разматрањем случаја расејања наелектрисаних честица на диполном сочиву у раду.

Диполно сочиво се састоји од једне позитивно и једне негативно наелектрисане електроде. Кординатни систем је изабран тако да је позиција позитивне електроде $(x_1, y_1) = (d/2, 0)$, док је позиције негативно наелектрисане електроде овог сочива $(x_2, y_2) = (-d/2, 0)$.

Као што је претходно поменуто први корак је дефинисање x и y компоненте угла трансмисије (ако x_0 и y_0 изразимо у јединицама d , а θ_x и θ_y , у јединицама θ_0 , при чему је $\theta_0 = -qQ/2Ed$):

$$\begin{aligned}\theta_x &= \frac{(x_0 - 1/2)}{(x_0 - 1/2)^2 + y_0^2} - \frac{(x_0 + 1/2)}{(x_0 + 1/2)^2 + y_0^2} \\ \theta_y &= \frac{y_0}{(x_0 - 1/2)^2 + y_0^2} - \frac{y_0}{(x_0 + 1/2)^2 + y_0^2}\end{aligned}\quad (3.1)$$

Изрази за променљиве J_0 и J' су добијени аналитички, коришћењем једначина (2.23, 2.24, 2.29). Позитивна и негативна наелектрисања су дата као +1 и -1.

$$J_\theta = -1024 \frac{(x_0^2 + y_0^2)}{(16x_0^4 + 32x_0^2y_0^2 - 8x_0^2 + 16y_0^4 + 8y_0^2 + 1)^2}\quad (3.2)$$

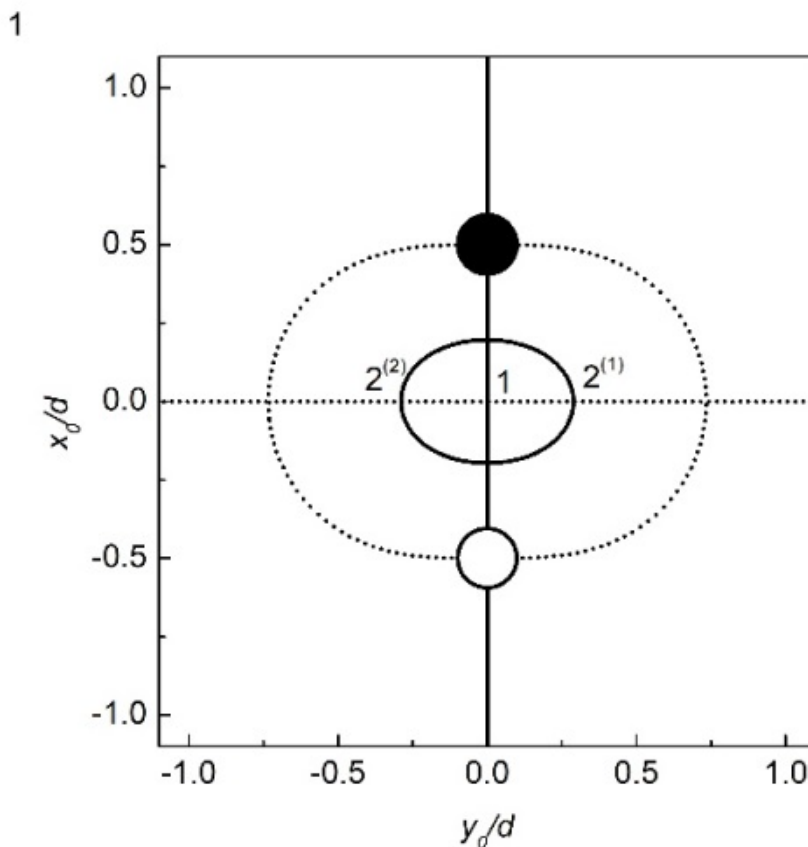
$$J' = 32 \frac{(16x_0^4 + 32x_0^2y_0^2 - 8x_0^2 + 16y_0^4 - 24y_0^2 + 1)}{(16x_0^4 + 32x_0^2y_0^2 - 8x_0^2 + 16y_0^4 + 8y_0^2 + 1)^2}\quad (3.3)$$

$$J_0 = -32 \frac{(16x_0^4 + 32x_0^2y_0^2 + 24x_0^2 + 16y_0^4 + 8y_0^2 + 1)}{(16x_0^4 + 32x_0^2y_0^2 - 8x_0^2 + 16y_0^4 + 8y_0^2 + 1)^2}\quad (3.4)$$

Испоставило се да је J_0 увек негативно, док J' може бити и негативно, једнако нули и позитивно. То значи да променљива J_θ , у неким тачкама у равни ударног параметра, може

имати вредност једнаку нули. Конкрентно за диполно сочиво, број таквих тачака, које називамо фокалним, је само једна и налази се у кординатном почетку тј $(x_0, y_0) = (0, 0)$.

Линије дефинисане парцијалним изводима променљиве J_θ приказане су на слици 4. Испрекиданом линијом су приказане линије на којима је извод јакобијана по променљивој y једнак нули, а пуном линије на којима је извод јакобијана по променљивој x једнак нули. Видимо да се две пуне и две испрекидане линије секу у три тачке, а координате тих тачака $\exists x_0 = 0$ и $y_0 \geq 0$, су: $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(0, 0.29d)$. У тачки 1 јакобијан има максималну вредност, а у тачкама $2^{(1)}$ и $2^{(2)}$, минималне.



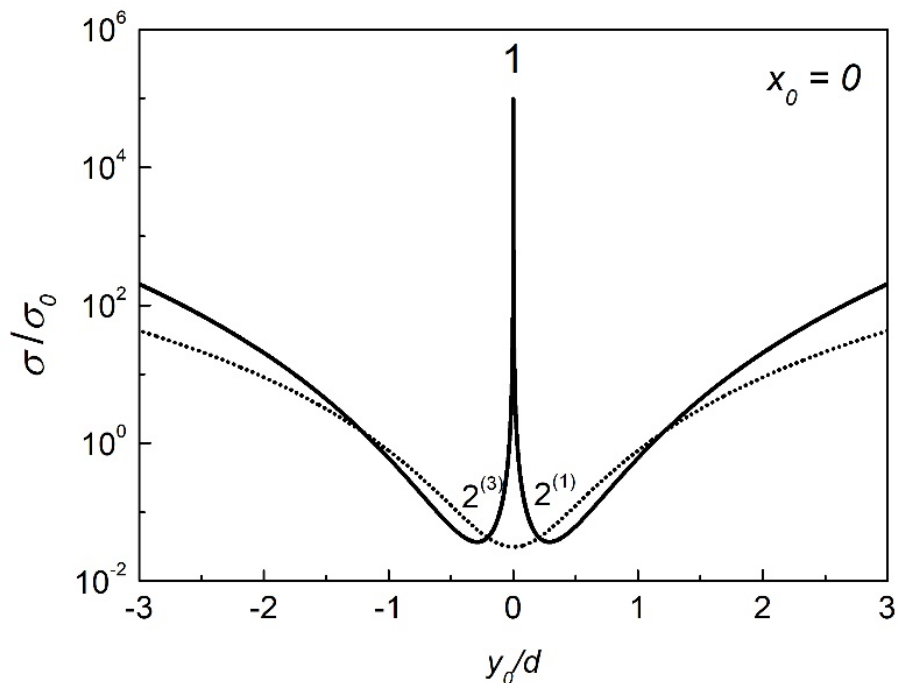
Слика 4 Линије у равни ударног параметра у којима су вредности $\partial_x J_\theta$ и $\partial_y J_\theta$ једнаке нули – пуна и испрекидана линија, редом. У тачкама 1, $2^{(1)}$ и $2^{(2)}$, J_θ има екстремне вредности. Обојен и празан круг представљају позитивну и негативну електроду сочива по реду навођења.

На слици 5 пуном линиом представљена је зависност диференцијалног попречног пресека трансмисије јона σ дуж апсисне осе, односно за $x_0 = 0$. На њој се може уочити једна линија дуге и две тачке у којима је σ минимална. Оне одговарају тачкама у којима J_θ има екстремуме.

На њој видимо да диференцијални пресек има два минимума и оне одговарају тачкама у којима J_θ има екстремуме означене $2^{(1)}$ и $2^{(2)}$ на претходној слици. Док је дугина тачка

Слике ових тачака у равни угла трансмисије редом су: тачка $(\theta_x, \theta_y) = (-4\theta_0, 0)$, која представља дугину тачку и $(\theta_x, \theta_y) = (-3\theta_0, 0)$ која представљају двоструки минимум, при чему је $\theta_0 = (eV_e/E) \times (r_e/d) = 10\text{mrad}$.

Тачкастом линијом приказана је зависност σ_0 дуж линије $x_0 = 0$, када узмемо да је J' једнако нули у целој равни ударног параметра, односно случај када је ефекат интерференције занемарен и уочавамо да је разлика између ове две зависности и квантитативна и квалитативна. Чињеница да зависност σ у случају када занемаримо интерференциони члан има минимум у тачки која се поклапа са дугином тачком нам говори да ефекат интерференције доприноси квалитативној промени фокусирајућих својстава сочива, односно да се само у том случају јавља ефекат дуге. Из тога произилази да је у питању комплексан ефекат и показује нам да јони не виде сочиво као прост збир електрода.



Слика 5 Зависност диференцијалног попречног пресека трансмисије јона дуж линије $x_0 = 0$, када је члан J' узет у обзир и када је занемарен – пуна и тачкаста линија; $\sigma_0 = [Ed^2/er_eV_e]^2$. Када је члан J' укључен, тачка 1 је дуга σ , а $2^{(1)}$ и $2^{(2)}$ минимуми. Када члан J' није укључен, тачка 1 је минимум.

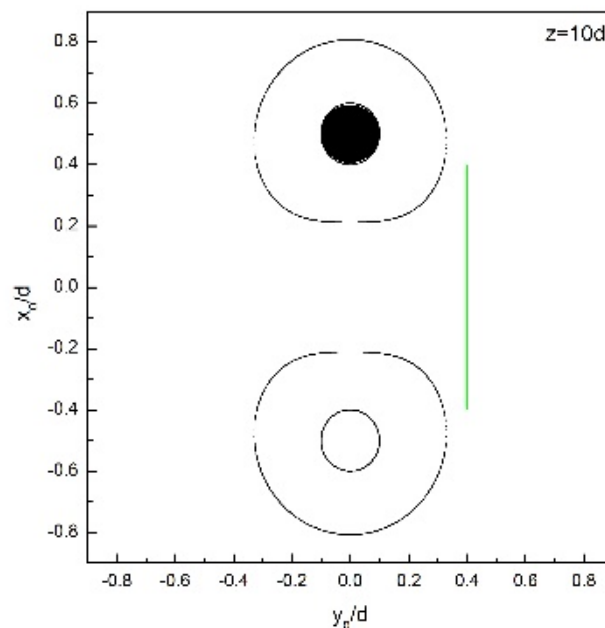
3.1.2 ЛИНИЈЕ ДУГА

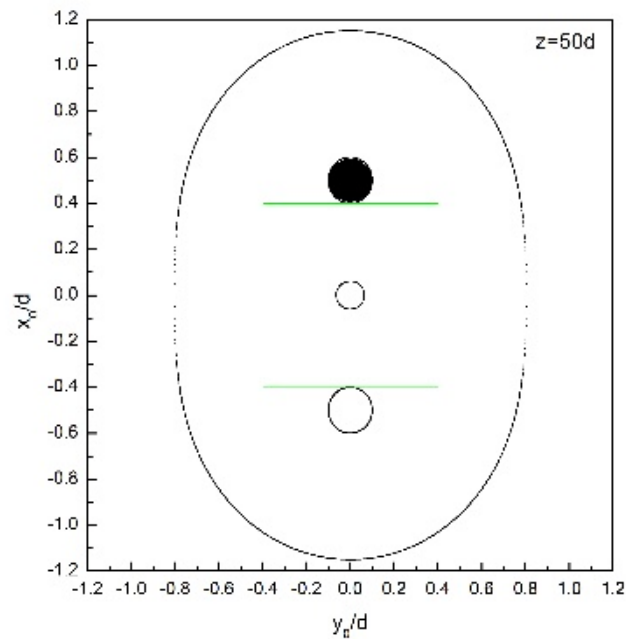
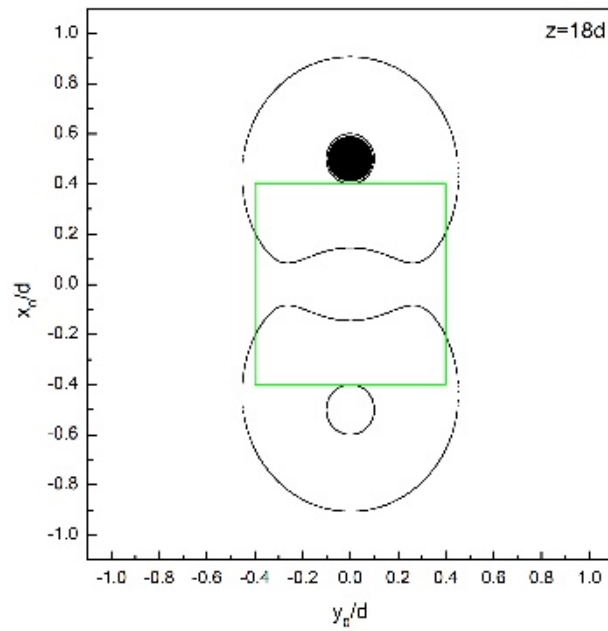
Просторне линије дуга у равни ударног параметра, представљају линије дуж којих је варијабла J_ρ једнака нули. У поменутој равни посматраћемо њихову еволуцију са удаљеношћу од сочива које одговара дужини лонгитудалне осе z и које су резултат нумеричког рачуна. Затворена линија дуге се јавља већ за z које је веће од d , и садржи две линије, које су кружног облика и окружују електроде сочива. Удаљавањем од сочива,

примећује се интеракција између ових линија, што доводи до уочљивих промена у облику дуге.

На слици 6 приказане су линије дуга у равни трансверзалног положаја на удаљеностима $z = 10d$, $18d$ и $50d$. За $z = 10d$, на слици се налазе две линије дуга у равни ударног параметра, од којих свака окружује по једну електроду сочива, при чему је свака облика круга спљоштеног са једне стране. Облик линије дуге за $z = 18d$ је сличан као у претходном случају, с тим да се на месту где су претходне линије биле спљоштене, јављају удубљења. За $z = 50d$, облик дуге се састоји од две линије, једне кружне мањег обима са центром у пресеку x и y осе и друга, већег обима, облика елипсе, која окружује обе електроде и налази се у периферном делу равни. Претпоставка је да је до овог облика дошло тако што су се линије дуге, која су постојале у случају $z = 18d$, поцепале, њихови делови преспојили и формирали две нове линије дуге, унутрашњу и спољашњу. Анализа је показала да се са повећањем вредности z , обим кружне линије дуге смањује, док линија дуге која је облика елипсе, добија кружни облик и њен обим се повећава.

За веома велике вредности z , мања линија дуге се дегенерише у тачку, и постају тачка у којој је J_ρ максимално и једнако нули, док се линија већег обима повлачи ван апертуре која је на сликама представљена зеленим квадратом.





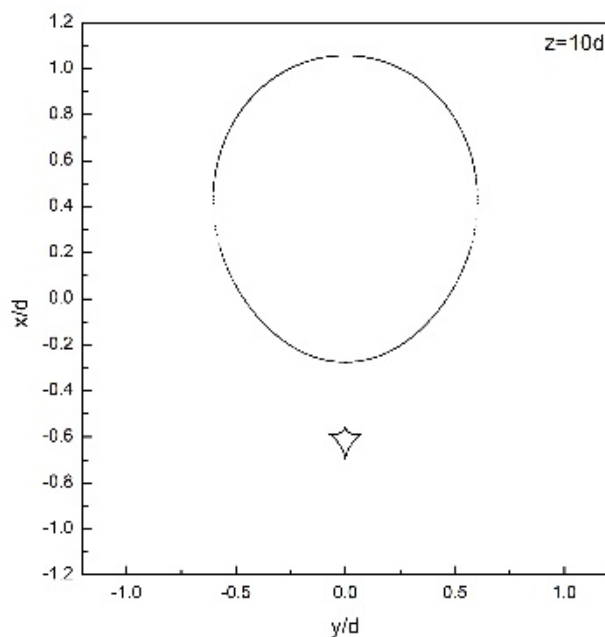
Слика 6 Просторне линије дуга у равни ударног параметра за (а) $z = 10d$, (б) $15d$ и (в) $50d$. Зелени квадрат представља апертуру. Пун и празан круг представљају позитивну и негативну електроду сочива.

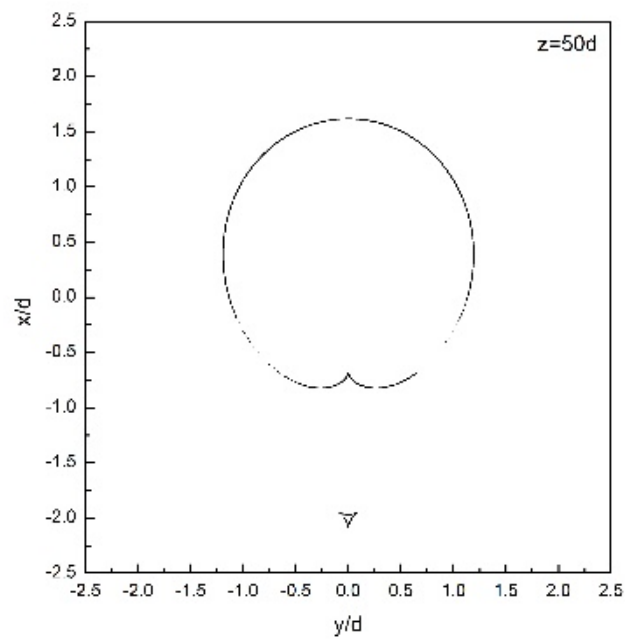
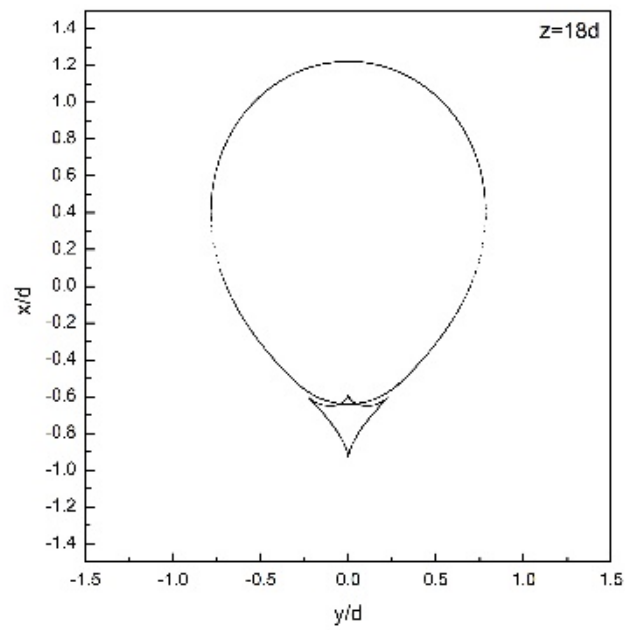
На слици 7 приказане су линије дуга у равнима трансверзалног положаја на удаљеностима $z = 5d, 18d$ и $50d$, редом. Оне представљају прсликане линије дуга из равни ударног параметра. Проистекле су применом једначине 2.35. Облик линије дуге за

$z = 5d$ се састоји од две линије. Једна је линија мањег обима и има облик змаја (делтоида), са рогљевима, док је друга линија већег обима и јајастог је облика. Линија мањег обима одговара линији која у равни ударног параметра окружује позитивну электроду, док линија већег обима одговара линији која у равни ударног параметра окружује негативну электроду. За $z = 18d$, долази до преклапања дуга које су постојале у случају $z = 5d$, а које су се за z између $5d$ и $18d$ приближавале једна другој. Облик линије дуге за $z = 50d$ се, након прерасподеле делова између линија које су се претходно додиривале и након прерасподеле удаљиле, састоји од линије мањег обима, која има облик рогљастог троугла и линије већег обима, јајастог облика на којој се налази један рогаљ.

За веома велике вредности z , линија дуге мањег обима се дегенерише у тачку, док се друга линија дуге повлачи.

Као што је поменуто раније, линија дуге у равни трансверзалног положаја, далеко од сочива, би требало да поприми исти облик као линија дуге у равни угла трансмисије. Појава рогљева као карактеристичних облика на линијама дуга показује да је ефекат дуге уствари катастрофичан ефекат.



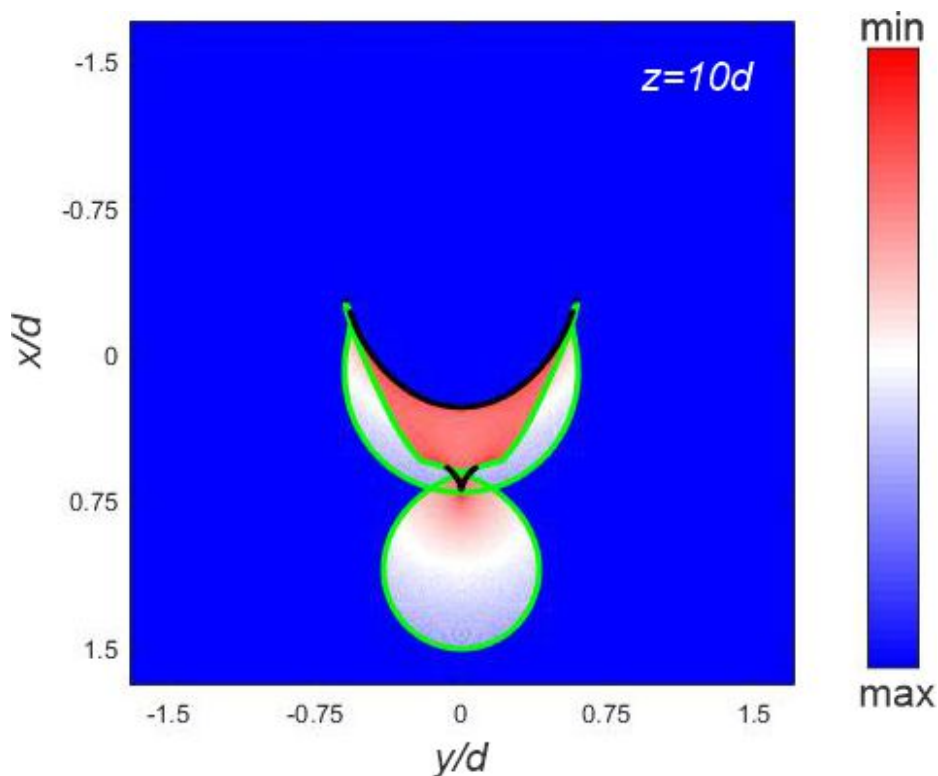


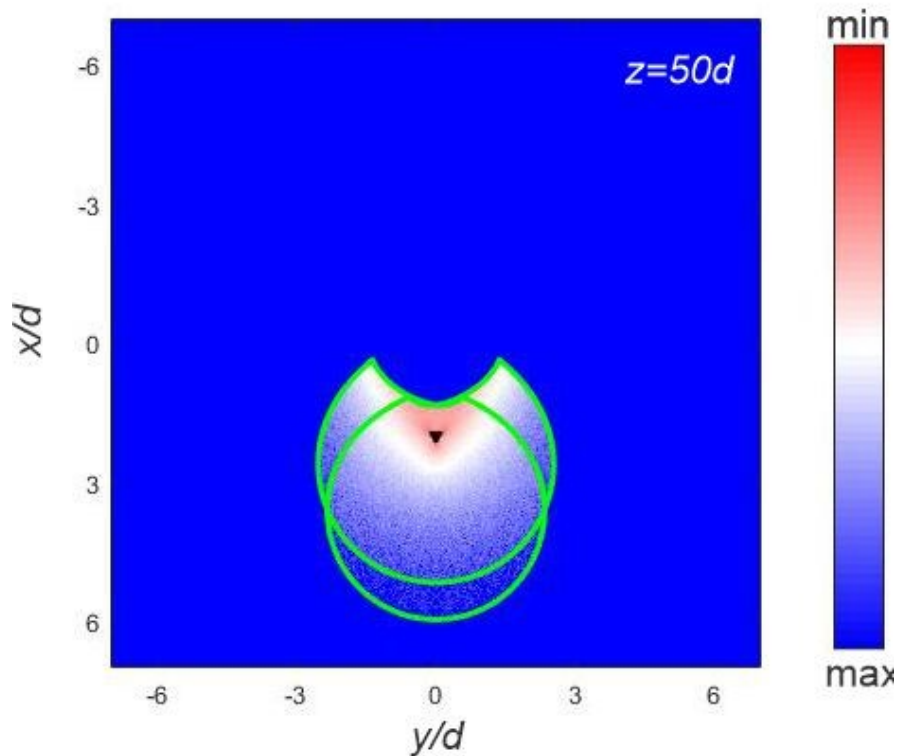
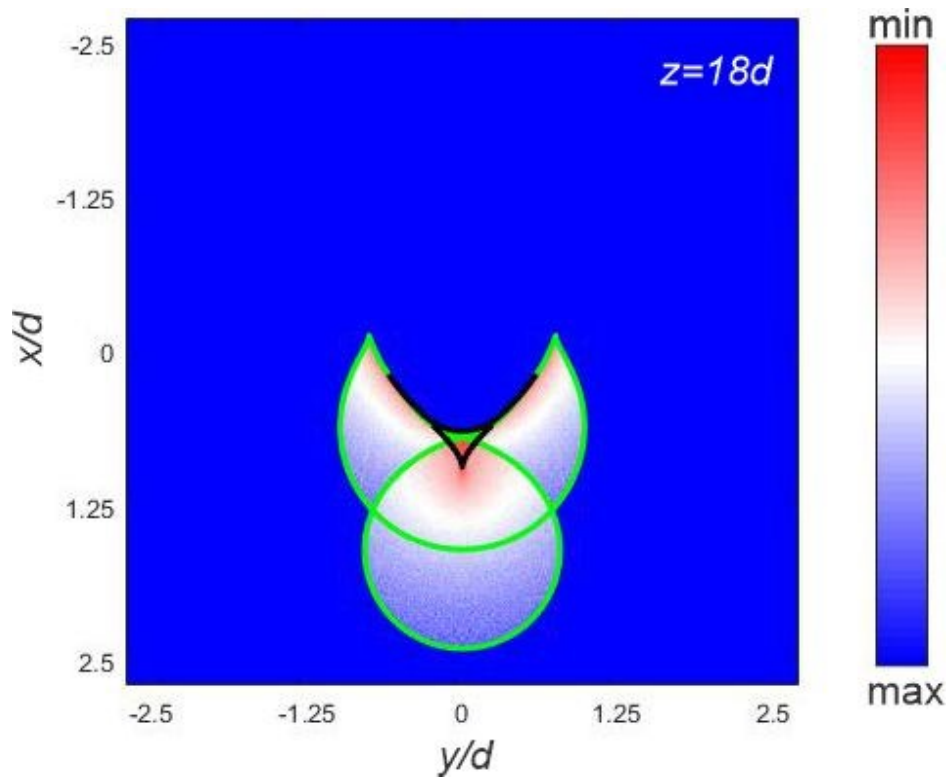
Слика 7 Просторне линије дуга у равни трансверзалног положаја за (а) $z = 10d$, (б) $15d$ и (в) $50d$.

3.1.3 РАСПОДЕЛА ЧЕСТИЦА УНУТАР ДУГА

Двосторонње просторне расподеле трансмитованих јона кроз дипол, за $z=10d$, $z=15d$ и $z=50d$, су приказане на слици 8. Квадратна апертура, странеце $0.8d$, са центром у пресеку x и y осе, је постављена испред сочива.

Из приказаних расподела, ако анализирамо честице које се налазе унутар апертуре, а која је у равни трансверзалног положаја на слици приказана зеленом бојом, просторне расподеле јасно показују, за оба случаја да област унутар линије дуге представља светлу страну дуге тј. област великог приноса честица, док спољашња област дуге, представља тамну страну дуге област малог приноса честица. Аналогно са свим осталим ефектима дуге, принос трансмитованих јона се нагло мења преласком преко сваке линије дуге. Такође се може видети и да је принос трансмитованих јона повећан у наставку рогљева на тамној страни и да се за z далеко од сочива фокусирају у тачку, која је померена у односу на координатни почетак, што нам говори да ово конкретно сочиво може да се користи за фокусирање и скретање снопа ка негативној електроди. Линије дуге у овој равни приказане су црном бојом, и оне представљају слике одговарајућих делова линија дуге у равни ударног параметра, који се налази унутар апертуре.





Слика 8 Дводимензионалне просторне расподеле трансмитованих јона за (а) $z = 10d$, (б) $15d$ и (в) $50d$. Скала приноса јона је логаритамска, при чему су приноси обојени плавом, преко беле, до тамно црвене боје. Црном линијом су представљене слике у равни трансверзалног положаја делова линија дуга који се у равни ударног параметра налазе унутар апертуре. Слика апертуре у равни трансверзалног положаја је представњена светло зеленом линијом.

3.2 ЛИНИЈСКО ДУГИНО СОЧИВО

3.2.1 ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ

Линијско дугино сочиво се састоји од две позитивно наелектрисане електроде. Оне су постављене вертикално и то тако да се налазе у позицијама $(x_1, y_1) = (d/2, 0)$ и $(x_2, y_2) = (-d/2, 0)$.

$$\begin{aligned}\theta_x &= \frac{(x_0 - 1/2)}{(x_0 - 1/2)^2 + y_0^2} + \frac{(x_0 + 1/2)}{(x_0 + 1/2)^2 + y_0^2} \\ \theta_y &= \frac{y_0}{(x_0 - 1/2)^2 + y_0^2} + \frac{y_0}{(x_0 + 1/2)^2 + y_0^2}\end{aligned}\quad (3.5)$$

Изрази за променљиве J_0 и J' су изведени аналитички, коришћењем једначина (2.24, 2.25, 2.29).

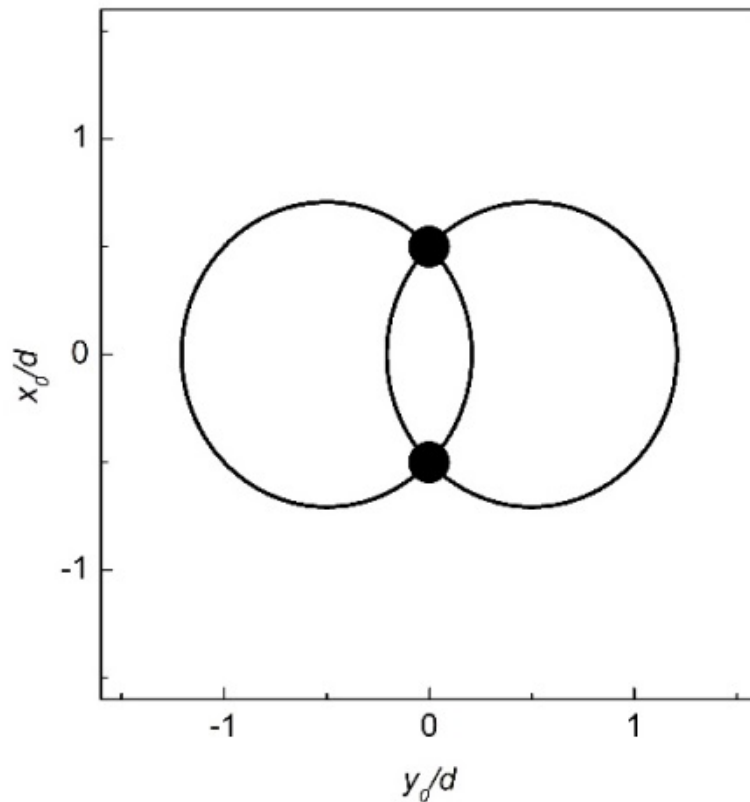
$$J_\theta = -64 \frac{(16x_0^4 + 32x_0y_0^2 + 8x_0^2 + 16y_0^4 - 8y_0^2 + 1)}{(16x_0^4 + 32x_0y_0^2 - 8x_0^2 + 16y_0^4 + 8y_0^2 + 1)^2}\quad (3.6)$$

$$J' = -32 \frac{(16x^4 + 32x^2y^2 - 8x^2 + 16y^4 - 24y^2 + 1)}{(16x^4 + 32x^2y^2 - 8x^2 + 16y^4 + 8y^2 + 1)^2}\quad (3.7)$$

$$J_0 = -32 \frac{(16x^4 + 32x^2y^2 + 24x^2 + 16y^4 + 8y^2 + 1)}{(16x^4 + 32x^2y^2 - 8x^2 + 16y^4 + 8y^2 + 1)^2}\quad (3.8)$$

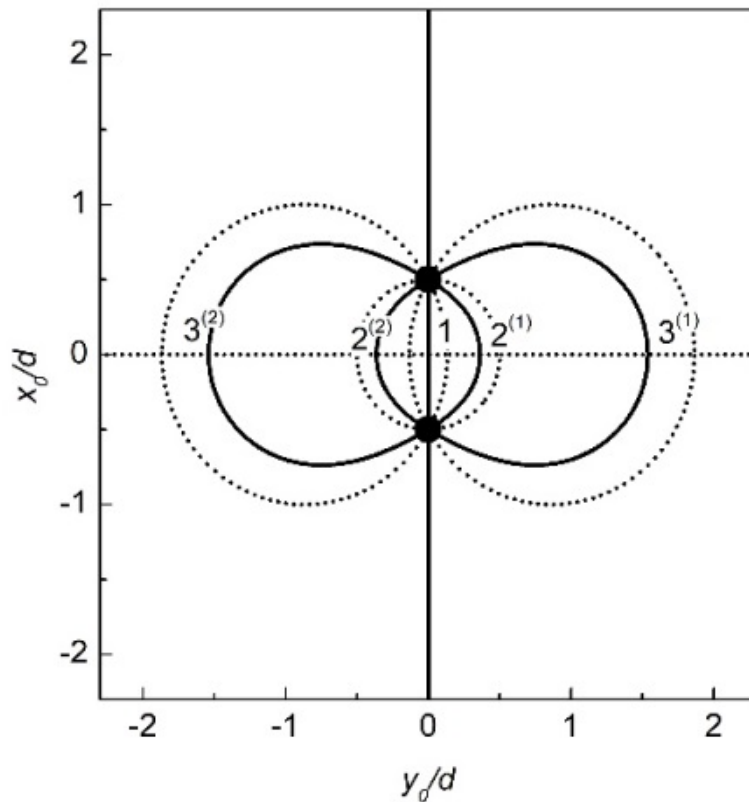
Испоставило се да је J_0 увек негативно, док J' може бити и негативно, и једнако нули и позитивно. То значи да променљива J_0 , у неким тачкама у равни ударног параметра, може имати вредност једнаку нули, анализа је показала да је број тих тачака ~~када је~~ за линијско дугино сочиво две, и то $(x_{01}, y_{01}) = (0, d/2)$ и $(x_{02}, y_{02}) = (0, -d/2)$.

Линије одређене изразом J' су приказане на слици 9. Ово су линије дуж којих се ефекат вишеструког расејања не може уочити.



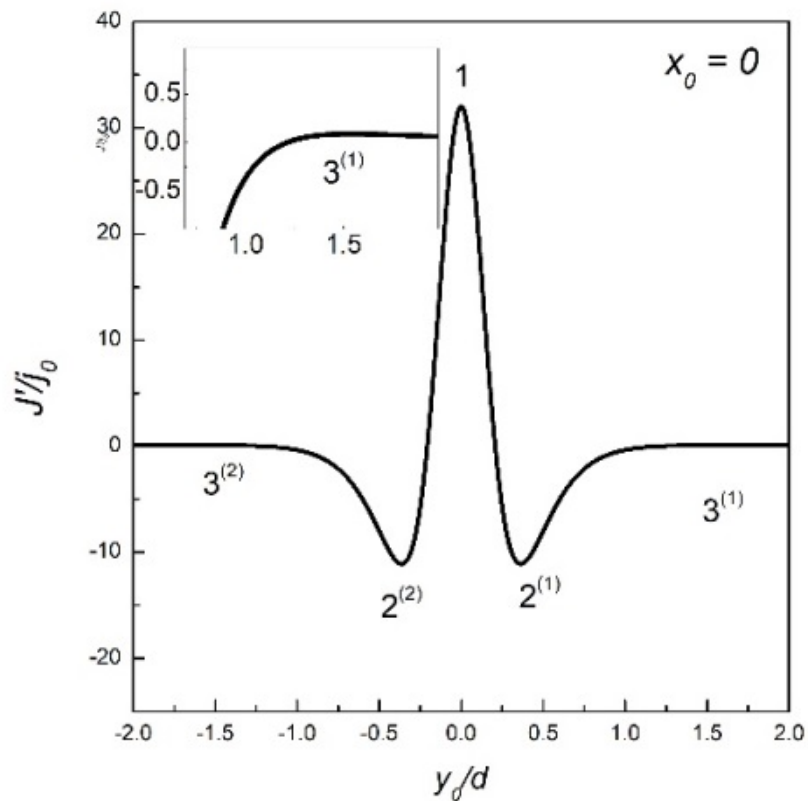
Слика 9 Линије у равни ударног параметра дуж којих је променљива J' једнака нули. Обојен и празан круг представљају позитивну и негативну електроду сочива по реду навођења.

Линије које су дефинисане изразима парцијалним изводима променљиве J' су приказане на слици 10. Пуне линије представљају линије дуж којих је парцијални извод члана J' по променљивој x једнак нули, док испрекидане линије представљају линије дуж којих је парцијални извод члана J' по променљивој y једнак нули. Лако је уочљиво да се четири испрекидане и три пуне линије секу и да има пет тачки пресека. Координате тих тачака дуж линије $x_0 = 0$, за $y_0 \geq 0$, којих има три, су $(x_0, y_0) = (0, 0)$, $(0, 0.36d)$ и $(0, 1.55d)$.



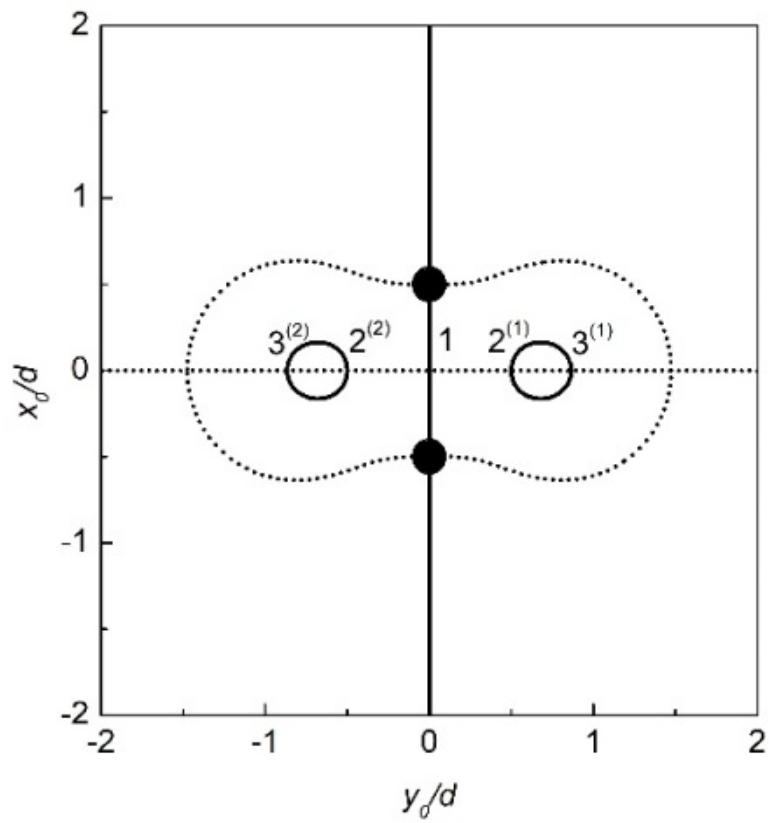
Слика 10 Линије у равни ударног параметра дуж којих су варијабле $\partial_x J'$ и $\partial_y J'$ једнаке нули – пуна и испрекидана линија, редом. У тачкама 1, $2^{(1)}$, $3^{(1)}$, $2^{(2)}$ и $3^{(2)}$, J' има екстремне вредности. Обојен и празан круг представљају позитивну и негативну електроду сочива по реду навођења.

Са слике 11 се види да је у тачкама 1 и $3^{(1)}$ ефекат интерференције максималан, док је у тачки $2^{(1)}$ минималан. Поред тога, дуж линије $x_0 = 0$, за $y_0 > 0$, постоје две тачке у којима је ефекат екстреман: $(x_0, y_0) = (0, -0.36d)$ и $(0, -1.55d)$. У тачкама $2^{(2)}$, ефекат је минималан, а у тачки $3^{(2)}$, максималан. Важно је истаћи да је од ових пет екстремних тачака, у тачки 1, $(x_0, y_0) = (0, 0)$, ефекат је апсолутно максималан.



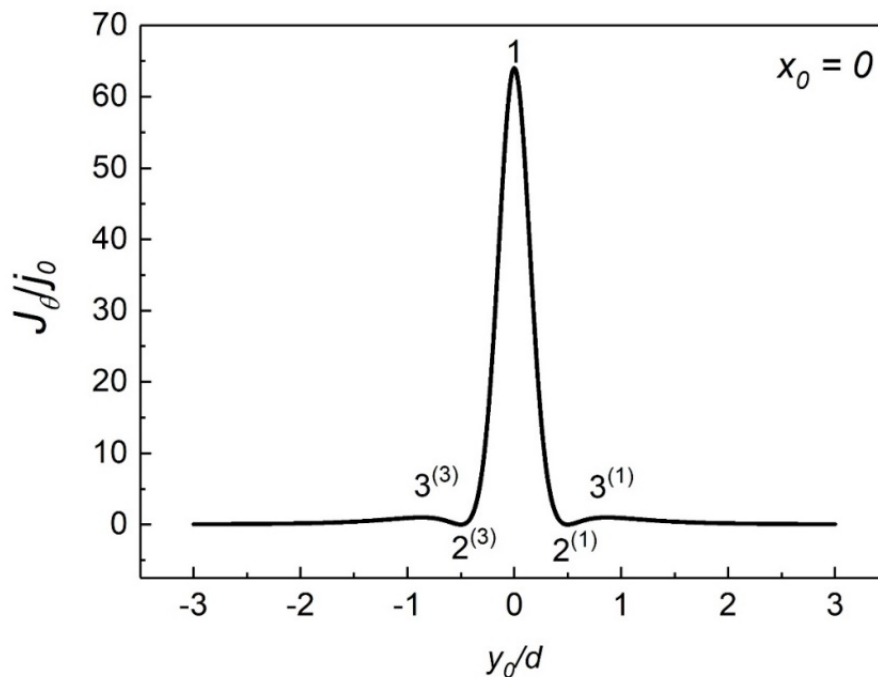
Слика 11 Зависност варијабле J' дуж линије $x_0 = 0$; $j_0 = [er_e V_e / (Ed^2)]^2$. Тачке 1, $2^{(1)}$, $3^{(1)}$, $2^{(2)}$ и $3^{(2)}$ су минимуми и максимуми J' .

Линије дефинисане парцијалним изводима променљиве J_θ приказане су на слици 12. Испрекиданом линијом су приказане линије на којима је извод јакобијана по променљивој y једнак нули, а пуном линије на којима је извод јакобијана по променљивој x једнак нули. Види се да се две пуне и две испрекидане линије секу у пет тачака, а координате тих тачака за $x_0 = 0$ и $y_0 \geq 0$, су: $(x_0, y_0) = (0, 0)$, $(0, 0.5d)$ и $(0, 0.86d)$.



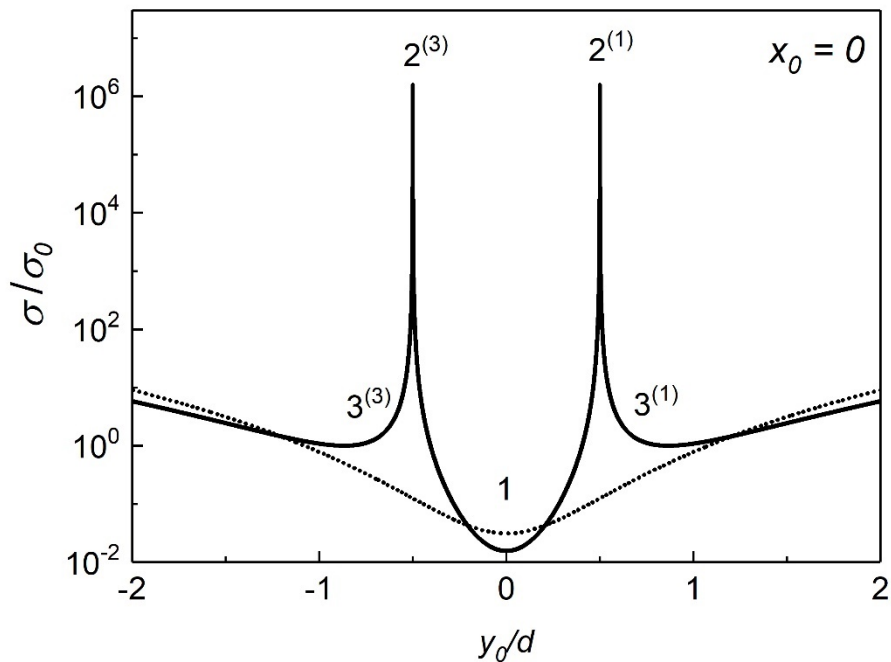
Слика 12 Линије у равни ударног параметра у којима су вредности $\partial_x J_\theta$ и $\partial_y J_\theta$ једнаке нули – пуна и испрекидана линија, редом. У тачкама 1, $2^{(1)}$, $2^{(2)}$, $3^{(1)}$ и $3^{(2)}$, J_θ има екстремне вредности. Обојени кругови представљају позитивне електроде сочива.

Са слике 13 се види да у тачкама 1, $3^{(1)}$ и $3^{(3)}$, јакобијан има максималну вредност, а у тачкама $2^{(1)}$ и $2^{(3)}$, минималне.



Слика 13 Зависност варијабле J_θ дуж линије $x_0 = 0$; $J_0 = [er_e V_e / (Ed^2)]^2$. Тачке 1, $2^{(1)}$, $2^{(3)}$, $3^{(1)}$ и $3^{(3)}$ су минимуми и максимуми J_θ

На слици 14 представљена је зависност диференцијалног попречног пресека трансмисије јона дуж линије $x_0 = 0$. На њој се могу уочити две линија дуге и три тачке у којима је σ минимална. Оне одговарају тачкама у којима J_θ има екстремуме. Сlike ових тачака у равни угла трансмисије редом су: тачке $(\theta_x, \theta_y) = (0, 2\theta_0)$ и $(0, -2\theta_0)$, које представљају дугине тачке и $(\theta_x, \theta_y) = (0, 0)$, $(0, 1.73\theta_0)$ и $(0, -1.73\theta_0)$, које представљају минимуме, при чему је $\theta_0 = (eV_e/E) \times (r_e/d) = 10\text{mrad}$. На слици такође видимо и зависност σ дуж линије $x_0 = 0$, када узмемо да је J' једнако нули у целој равни ударног параметра, односно случај када је ефекат интерференције занемарен и уочавамо да је разлика између ове две зависности и квантитативна и квалитативна. Чињеница да зависност σ у случају када занемаримо интерференциони члан има минимум у тачки која се поклапа са дугином тачком нам говори да ефекат интерференције доприноси квалитативној промени фокусирајућих својстава сочива, односно да се само у том случају јавља ефекат дуге. Из тога произилази да је у питању комплексан ефекат и показује нам да јони не виде сочиво као прост збир електрода.



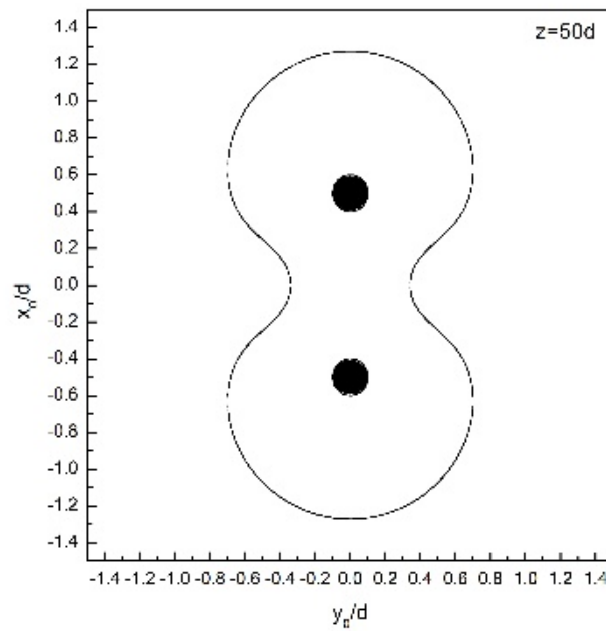
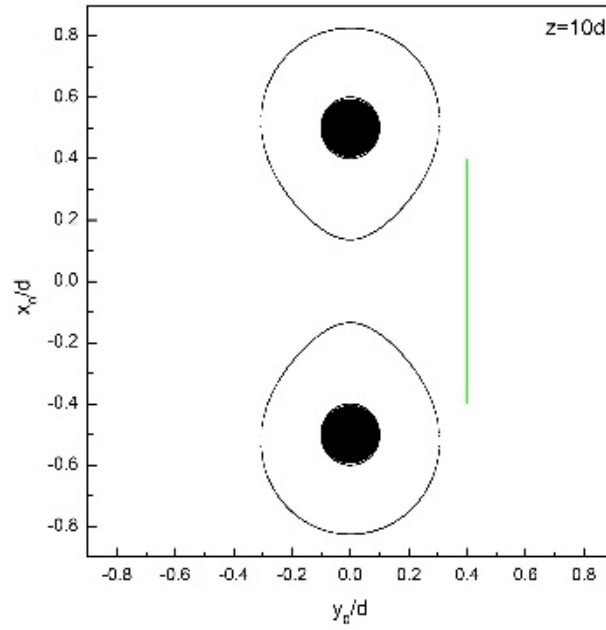
Слика 14 Зависност диференцијалног попречног пресека трансмисије јона дуж линије $x_0 = 0$, када је члан J' узет у обзир и када је занемарен – пуна и тачкаста линија; $\sigma_0 = [Ed^2/er_eV_e]^2$. Када је члан J' укључен, тачке $2^{(1)}$ и $2^{(3)}$ су дуге σ , а 1 , $3^{(1)}$ и $3^{(3)}$ минимуми. Када члан J' није укључен, тачка 1 је минимум.

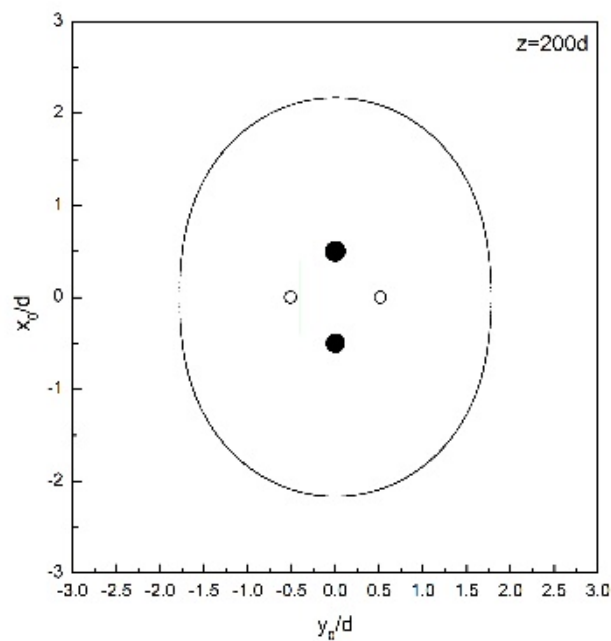
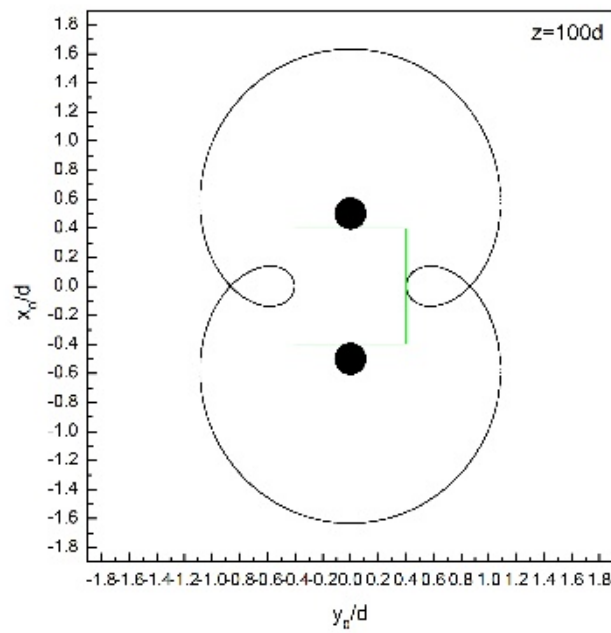
3.2.2 ЛИНИЈЕ ДУГА

Анализиране су линије дуге у равни ударног параметра, дуж којих је варијабла J_ρ једнака нули, на различитим удаљеностима од сочива. Конструисане су коришћењем аналитичког израза за J_ρ (2.35). Комплетна дуга, која се састоји од две линије облика круга које окружују електроде, оне се појављује за на раздаљини од центра сочива z први пут између d и $2d$. Како се z повећава, интеракција између ових линија постаје истакнутија, што доводи до значајних промена у облицима дугиних линија.

У равни ударног параметра, на слици 15, приказали смо 4 карактеристична облика дугиних линија током њихове еволуције при удаљавању од сочива, вредности приказаних лонгитудалних положаја су $z = 10d, 50d, 100d$ и $200d$. За $z = 10d$, постоје две линије дуге јајастог облика по једна око сваке електроде сочива. За $z = 50d$, може се видети да се две дугине линије обједињују у једну, која поприма облик пешчаног сата. Облик линије дуге за $z = 100d$ састоји се од једне линије, облика елипсе, која окружује обе електроде и у пресеку са u осом, прави две петље, симетричне у односу на x осу. За $z = 200d$, могу се уочити три линије дуга, две кружна, мањег обима, које секу у осу, симетрично су постављене у односу на x осу и настале су од претходних петљи. Поред ове две линије кружног облика, у периферној области равни појављује се и трећа линија, облика елипсе. Са повећањем раздаљине обим свих кружних линија дуге се смањује, док се обим веће линије дуге која се трансформише у кружницу, повећава.

Далеко од сочива (за велико z), две кружне линија мањег обима ће се дегенерисати у две дугине тачке, а кружна линија дуге већег обима ће се ширити у бесконачност.

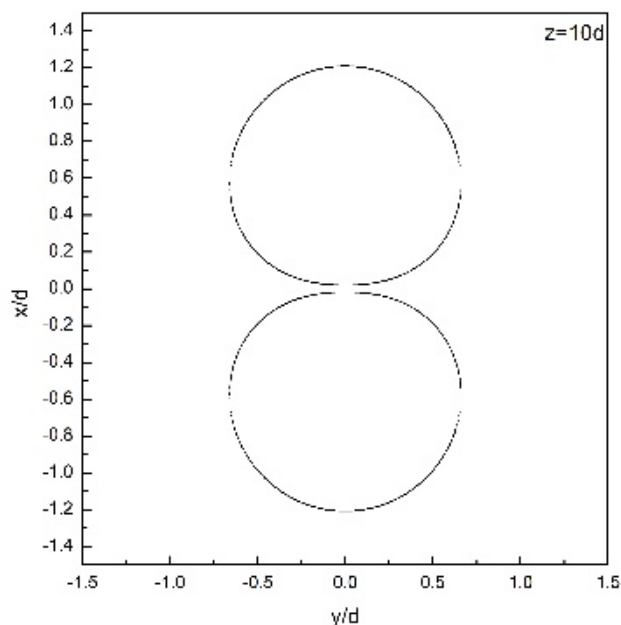


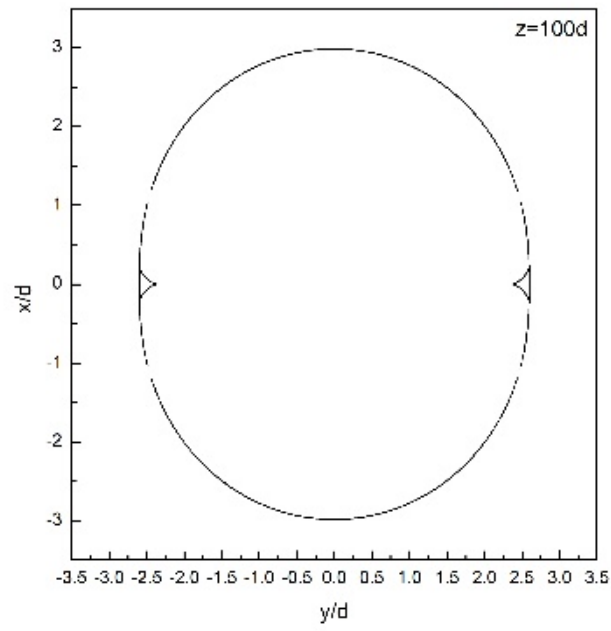
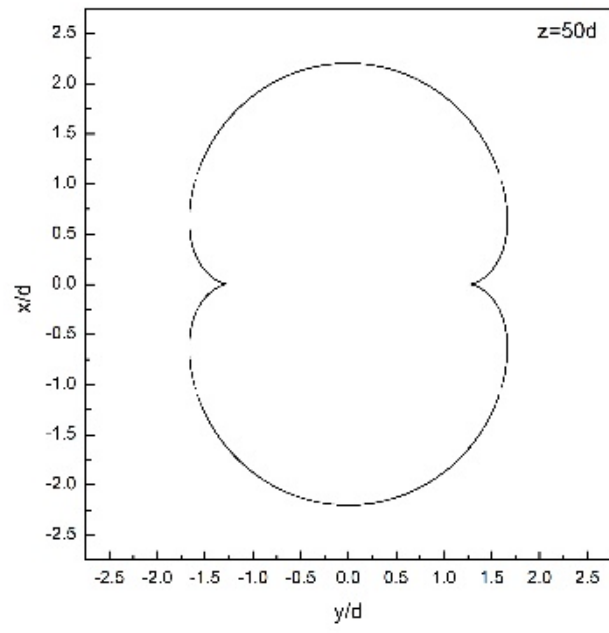


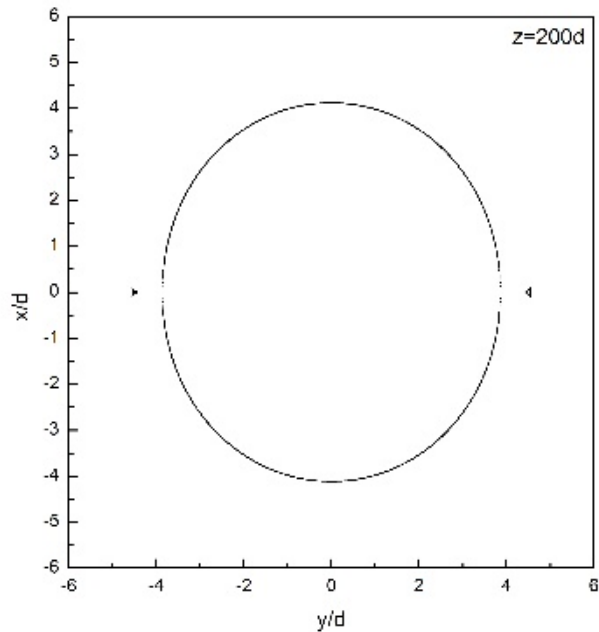
Слика 15 Просторне линије дуга у равни ударног параметра за (а) $z = 10d$, (б) $50d$, (в) $100d$ и (г) $200d$. Зелени квадрат представља апертуру. Пуни кругови представљају позитивне електроде сочива.

На истим даљинама од сочива, приказане су слике линије дуга у трансверзалној равни на слици 16. На удаљености $z = 10d$ од сочива у трансверзалној равни дуга се састоји од две, у близини y осе, благо спљоштене кружне линије које одговарају линијама које

окожују елетроде сочива у равни ударног параметра. Линеја дуге за $z = 50d$ има једну линеју облика елипсе са два рогља, који се налазе на њеним пресецима са u осом. Слика коју праве линеје дуга за $z = 100d$ састоји се од линеје облика елипсе и две линеје у облику рогљастих троуглова, који се налазе на u оси и унутар елипсе, а једном страницом је додирују. Та два рогљаста троугла су настала од петљи које се виде у равни ударног параметра за одговарајуће исто z . За $z = 200d$, дуга има облик који се састоји од линеје облика елипсе и две линеје облика рогљастог троугла, које леже у периферном делу равни, али овај пут ван линеје елипсастог облика. За велике вредности z , линеје облика рогљастог троугла се дегенеришу у две тачке, док се линеја елипсастог облика повлачи. Облик дуге у трансверзалној равни далеко од сочива поприма исти облик као облик дуге у равни угла трансмисије.







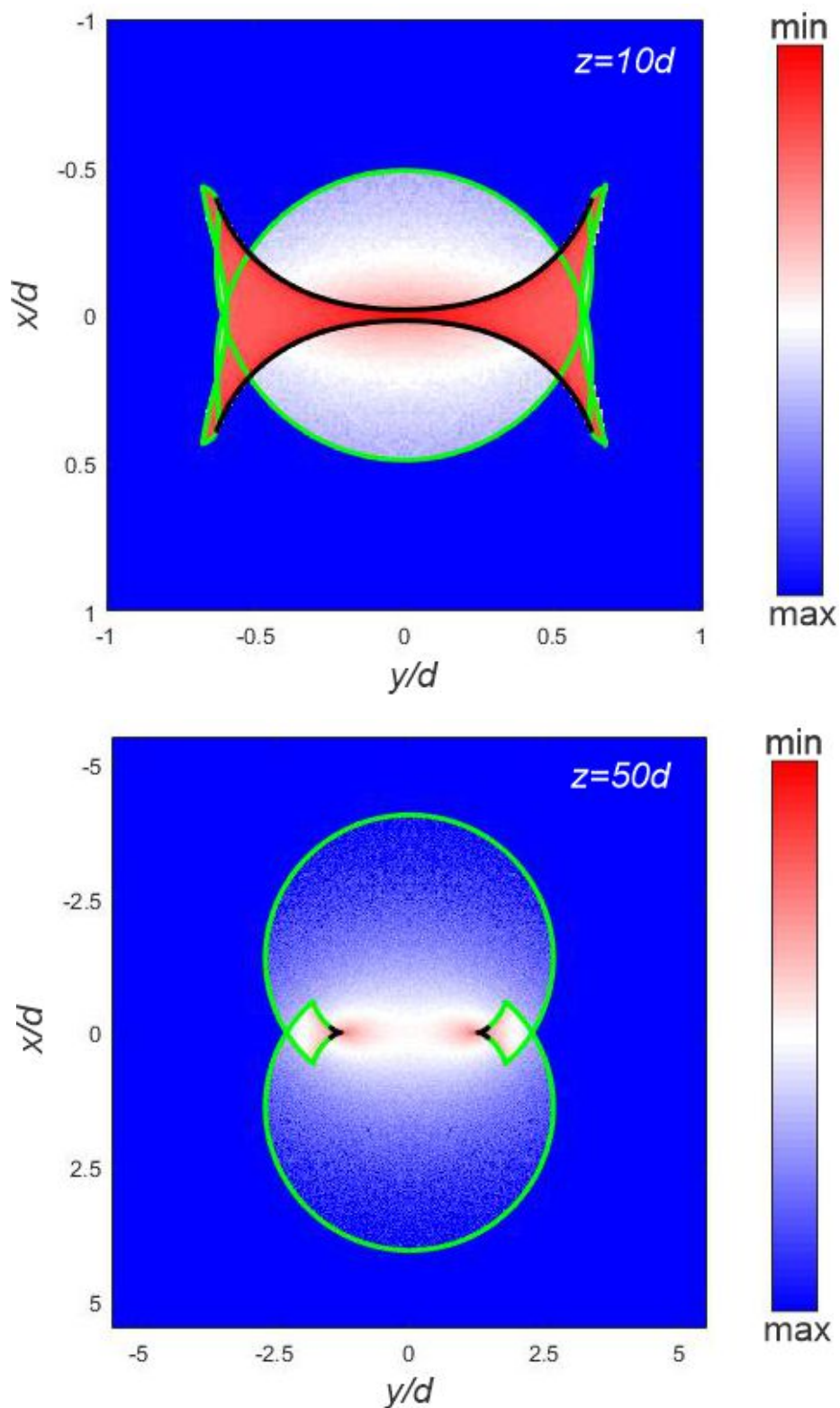
Слика 16 Просторне линије дуга у равни трансверзалног положаја за $z = 10d, 50d, 100d$ и $200d$.

3.2.3 РАСПОДЕЛА ЧЕСТИЦА УНУТАР ДУГА

Дводимензионалне просторне расподеле трасмитованих јона кроз линијско дугино сочиво, за $z = 10d$ и $z = 50d$, су приказане на слици 17. Димензије хомогеног снопа дефинисане су централном квадратним апертуром са страницама $0.8d$, која је постављена испред сочива. На сликама су приказане линије (зеленом бојом) које представљају слике апертуре као и линије дуге (црном бојом) у трансверзалној равни, које представљају слике одговарајућих делова линија дуге у равни ударног параметра унутар апертуре.

Очигледно да се оштре границе већег и мањег приноса снопа налазе на местима линија дуге. Можемо рећи да се линије дуге дају костур снопа тако да област вишег приноса унутар ње представља светлу страну, док спољашња област дуге нижег приноса, представља тамну страну дуге. Занимљиво је да је принос јона повећан у наставку рогљева. Тако да се рогљеви понашају као вентил кроз који снап исцурује из светле у тамну област дуге.

Из приказаних расподела, видимо да се ближе сочиву честице које се налазе унутар апертуре фокусирају око осе која је ортогонална на осу сочива, док се са удаљавањем од сочива оне претежно групишу око две тачке фокусирања на тој оси, симетрично у односу на координатни почетак.



Слика 17 Дводимензионалне просторне расподеле трансмитованих јона за (а) $z = 10d$ и (б) $50d$. Скала приноса јона је логаритамска, при чему су приноси обојени плавом, преко беле, до тамно црвене боје. Црном линијом су представљене слике у равни трансверзалног положаја делова линија дуга који се у равни ударног параметра налазе унутар апертуре. Слика апертуре у равни трансверзалног положаја је представљена светло зеленом линијом.

3.3 КВАДРУПОЛНО СОЧИВО

3.3.1 ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ

Квадруполно сочиво се састоји од четири електроде чији се центри налазе на ивицама квадрата при чему су суседне електроде различито наелектрисане по апсолутној вредности. У нашем случају вертикалне позиције позитивно наелектрисаних електрода квадруполног сочива су $(x_1, y_1) = (d/2, 0)$ и $(x_3, y_3) = (-d/2, 0)$, док су хоризонталне позиције негативно наелектрисаних електрода $(x_2, y_2) = (0, d/2)$ и $(x_4, y_4) = (0, -d/2)$. Као и у ранијим случајевима коришћењем импулсне апроксимације добијамо аналитичке изразе излазних углова протона из квадрупола дате следећим изразима:

$$\begin{aligned}\theta_x &= \frac{(x_0 - 1/2)}{(x_0 - 1/2)^2 + y_0^2} + \frac{(x_0 + 1/2)}{(x_0 + 1/2)^2 + y_0^2} - \frac{x_0}{x_0^2 + (y_0 - \frac{1}{2})^2} \\ &\quad - \frac{x_0}{x_0^2 + (y_0 + 1/2)^2} \\ \theta_y &= \frac{y_0}{(x_0 - 1/2)^2 + y_0^2} + \frac{y_0}{(x_0 + 1/2)^2 + y_0^2} - \frac{(y_0 - \frac{1}{2})}{x_0^2 + (y_0 - \frac{1}{2})^2} \\ &\quad - \frac{(y_0 + 1/2)}{x_0^2 + (y_0 + 1/2)^2}\end{aligned}\tag{3.9}$$

Тада су изрази за промељиве J_θ, J_0 и J' следећи:

$$J_\theta = -256 \frac{C_{J_\theta}}{C}\tag{3.10}$$

$$J' = 64 \frac{C_{J'}}{C}\tag{3.11}$$

$$J_0 = -64 \frac{C_{J_0}}{C}\tag{3.12}$$

$$\begin{aligned}C_{J_\theta} &= 2304x_0^8 + 9216x_0^6y_0^2 + 13824x_0^4y_0^4 + 96x_0^4 + 9216x_0^2y_0^6 \\ &\quad - 576x_0^2y_0^2 + 2304y_0^8 + 96y_0^4 + 1\end{aligned}\tag{3.13}$$

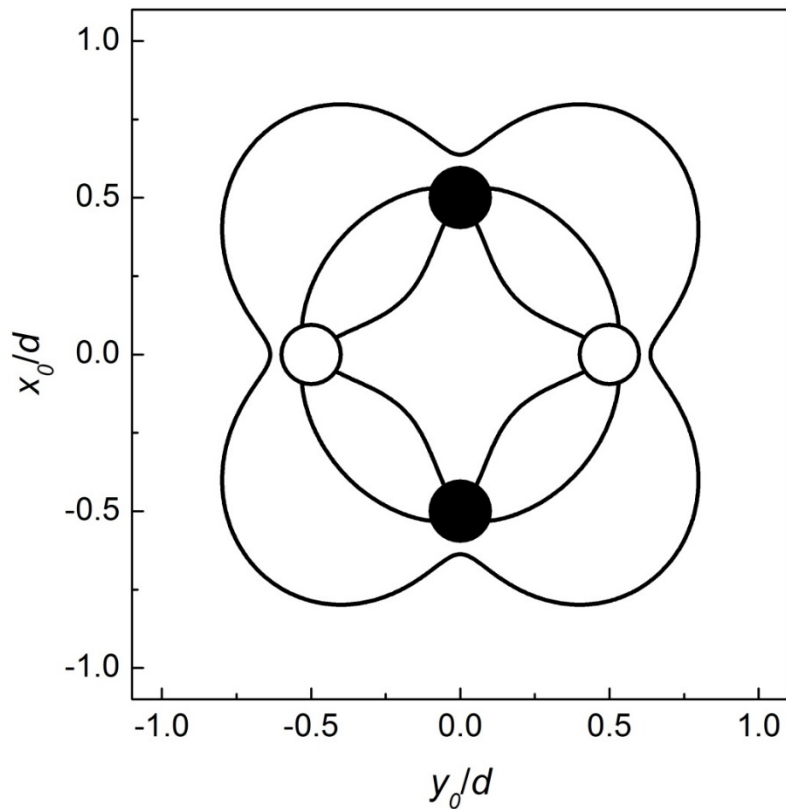
$$\begin{aligned}
C_{J'} = & 4096x_0^{12} + 24576x_0^{10}y_0^2 + 4096x_0^{10} + 61440x_0^8y_0^4 + 20480x_0^8y_0^2 \\
& - 5376x_0^8 + 81920x_0^6y_0^6 + 40960x_0^6y_0^4 - 33792x_0^6y_0^2 \\
& + 1536x_0^6 + 61440x_0^4y_0^8 + 40960x_0^4y_0^6 - 56832x_0^4y_0^4 \\
& + 512x_0^4y_0^2 - 144x_0^4 + 24576x_0^2y_0^{10} + 20480x_0^2y_0^8 \\
& - 33792x_0^2y_0^6 + 512x_0^2y_0^4 + 2016x_0^2y_0^2 + 16x_0^2 \\
& + 4096y_0^{12} + 4096y_0^{10} - 5376y_0^8 + 1536y_0^6 - 144y_0^4 \\
& + 16y_0^2 - 3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{J_0} = & 4096x_0^{12} + 24576x_0^{10}y_0^2 + 4096x_0^{10} + 61440x_0^8y_0^4 + 20480x_0^8y_0^2 \\
& + 3840x_0^8 + 81920x_0^6y_0^6 + 40960x_0^6y_0^4 + 3072x_0^6y_0^2 \\
& + 1536x_0^6 + 61440x_0^4y_0^8 + 40960x_0^4y_0^6 - 1536x_0^4y_0^4 \\
& + 512x_0^4y_0^2 + 240x_0^4 + 24576x_0^2y_0^{10} + 20480x_0^2y_0^8 \\
& + 3072x_0^2y_0^6 + 512x_0^2y_0^4 - 288x_0^2y_0^2 + 16x_0^2 + 4096y_0^{12} \\
& + 4096y_0^{10} + 3840y_0^8 + 1536y_0^6 + 240y_0^4 + 16y_0^2 + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C = & (256x_0^8 + 1024x_0^6y_0^2 + 1536x_0^4y_0^4 - 32x_0^4 + 1024x_0^2y_0^6 \\
& + 192x_0^2y_0^2 + 256y_0^8 - 32y_0^4 + 1)^2
\end{aligned}$$

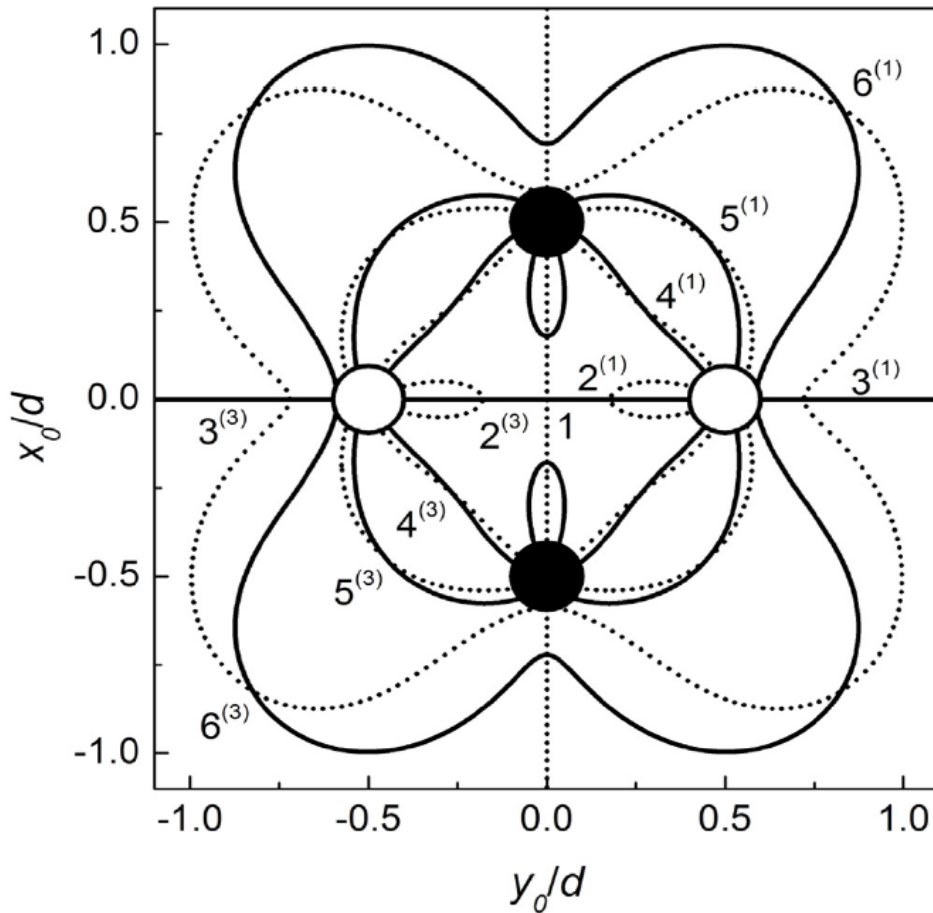
Очигледно је да је J_0 увек негативно, док за J' може се утврдити да може бити и негативно, и једнако нули и позитивно. То значи да променљива J_θ у неким тачкама у равни ударног параметра, може имати вредност једнаку нули. Нумерички смо израчунали да квадруполно сочиво има четири такве тачке које су симетричне и налазе се у теменима замишљеног централног квадрата странице 0.54d. Кординате тачака су: $(x_{01,03}, y_{01,03}) = (\pm 0.27d, 0.27d)$ и $(x_{02,04}, y_{02,04}) = (0.27d, \pm 0.27d)$.

Прво ћемо испитати интерференцијални ефекат дат варијаблом J' . Нулте вредности варијабле J' одређене нумерички решавањем израза 3.11 представљају линије у равни ударног параметра приказане на слици 18. С обзиром да варијабла J' описује ефекат интерференције проистиче да дуж тих линија имамо ефекат једноструког расејања.



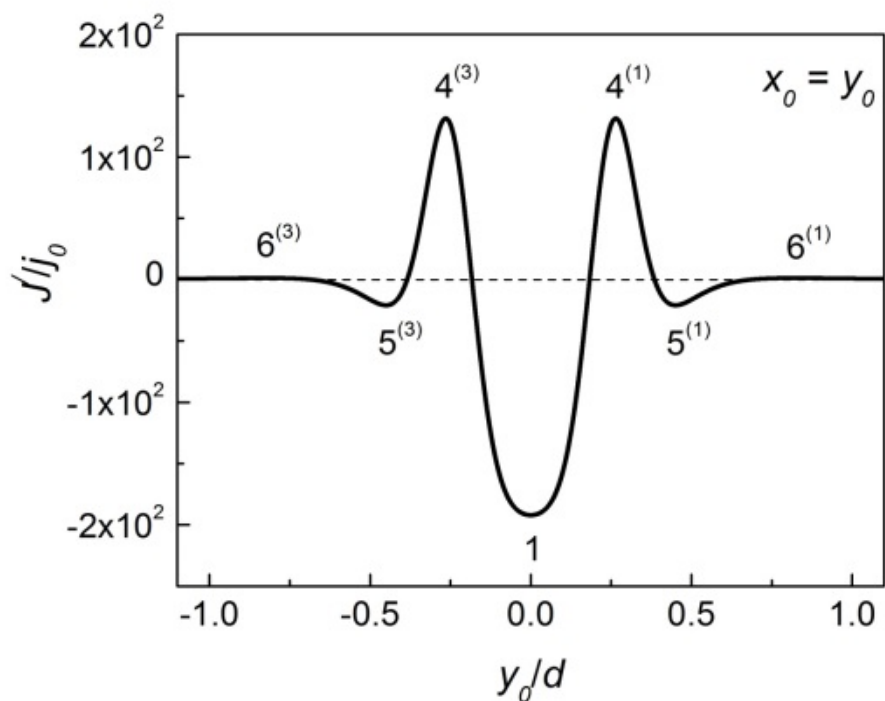
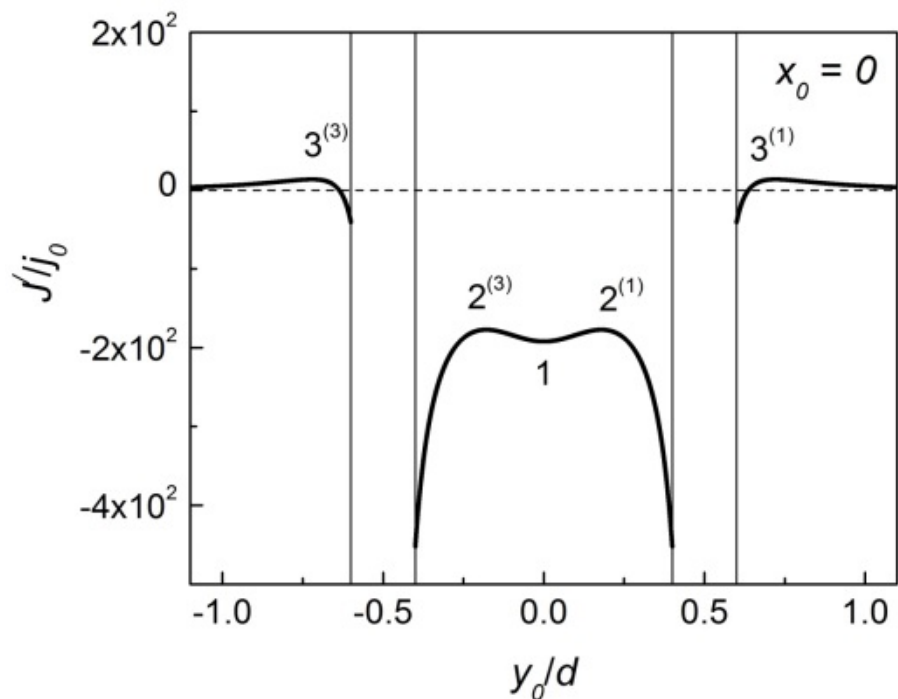
Слика 18 Линије у равни ударног параметра дуж којих је променљива J' једнака нули. Обојен и празан круг представљају позитивну и негативну електроду сочива по реду навођења.

На слици 19 приказани су линије које су резултат нумеричких прорачуна нула парцијалних извода варијабле J' . Тачке у којима се ове линије секу су тачке у којима ефекат интерференције има екстремне вредности. Дуж апцисе тј линије $x_0 = 0$ и за $y_0 \geq 0$, постоје три такве тачке: $(x_0, y_0) = (0, 0)$, $(0, 0.18d)$ и $(0, 0.72d)$, и оне су означене 1, $2^{(1)}$ и $3^{(1)}$ респективно (слика 20). У тачки 1 ефекат интерференције је минималан, док је у тачкама $2^{(1)}$ и $3^{(1)}$ максималан. Поред тога, дуж линије $x_0 = y_0$, за $y_0 > 0$, постоје три тачке у којима је ефекат екстреман: $(x_0, y_0) = (0.26d, 0.26d)$, $(0.45d, 0.45d)$ и $(0.82d, 0.82d)$, оне су означене, $4^{(1)}$, $5^{(1)}$ и $6^{(1)}$ респективно. У тачкама $4^{(1)}$ и $6^{(1)}$, ефекат је максималан, а у тачки $5^{(1)}$, минималан. Расподела тачака, у целој равни ударног параметра, у којима је ефекат максималан или минималан је симетричан у односу на осе x и y . То имплицира да, у целој равни ударног параметра, постоји 21 тачка, у којима је ефекат интерференције екстрман, при чему само у четири од њих, $(x_0, y_0) = (\pm 0.26d, \pm 0.26d)$, ефекат интерференције има апсолутни максимум.



Слика 19 Линије у равни ударног параметра дуж којих су варијабле $\partial_x J'$ и $\partial_y J'$ једнаке нули – пуна и испрекидана линија, редом. У тачкама 1, $2^{(1)}$, $3^{(1)}$, $4^{(1)}$, $5^{(1)}$, $6^{(1)}$, $2^{(3)}$, $3^{(3)}$, $4^{(3)}$, $5^{(3)}$ и $6^{(3)}$, J' има екстремне вредности. Обојен и празан круг представљају позитивну и негативну електроду сочива по реду навођења.

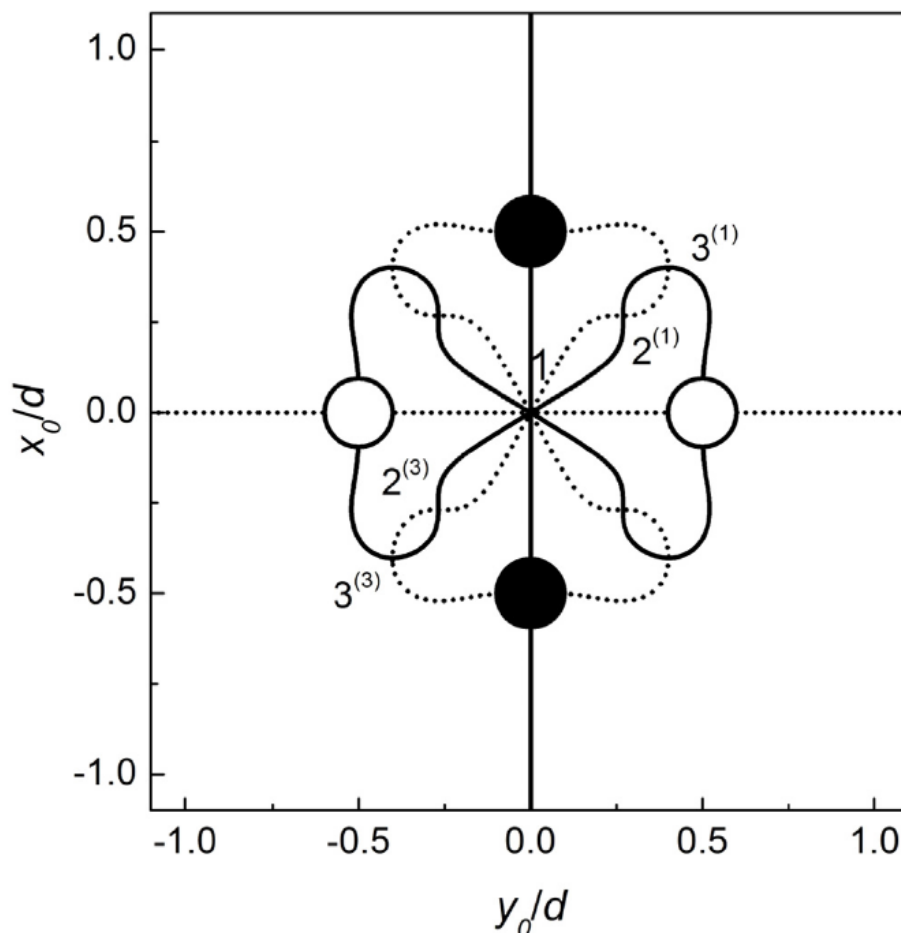
На слици 20 дате су вредности варијабла J' дуж линија $x_0 = 0$ и $x_0 = y_0$, са које јасно уочавамо 11 од 21 екстремних вредности.



Слика 20 Зависност варијабле J' дуж линија $x_0 = 0$ и $x_0 = y_0$; $j_0 = [er_e V_e / (Ed^2)]^2$. Тачке 1, $4^{(1)}$, $5^{(1)}$, $6^{(1)}$, $4^{(3)}$, $5^{(3)}$ и $6^{(3)}$ су минимуми и максимуми J' .

Аналогно као што смо испитали интерференциони члан у јакобијану пресликавања испитаћемо и сам јакобијан. На основу кога ћемо видети колики је утицај интерференција на јакобијан J_θ односно линије дуге.

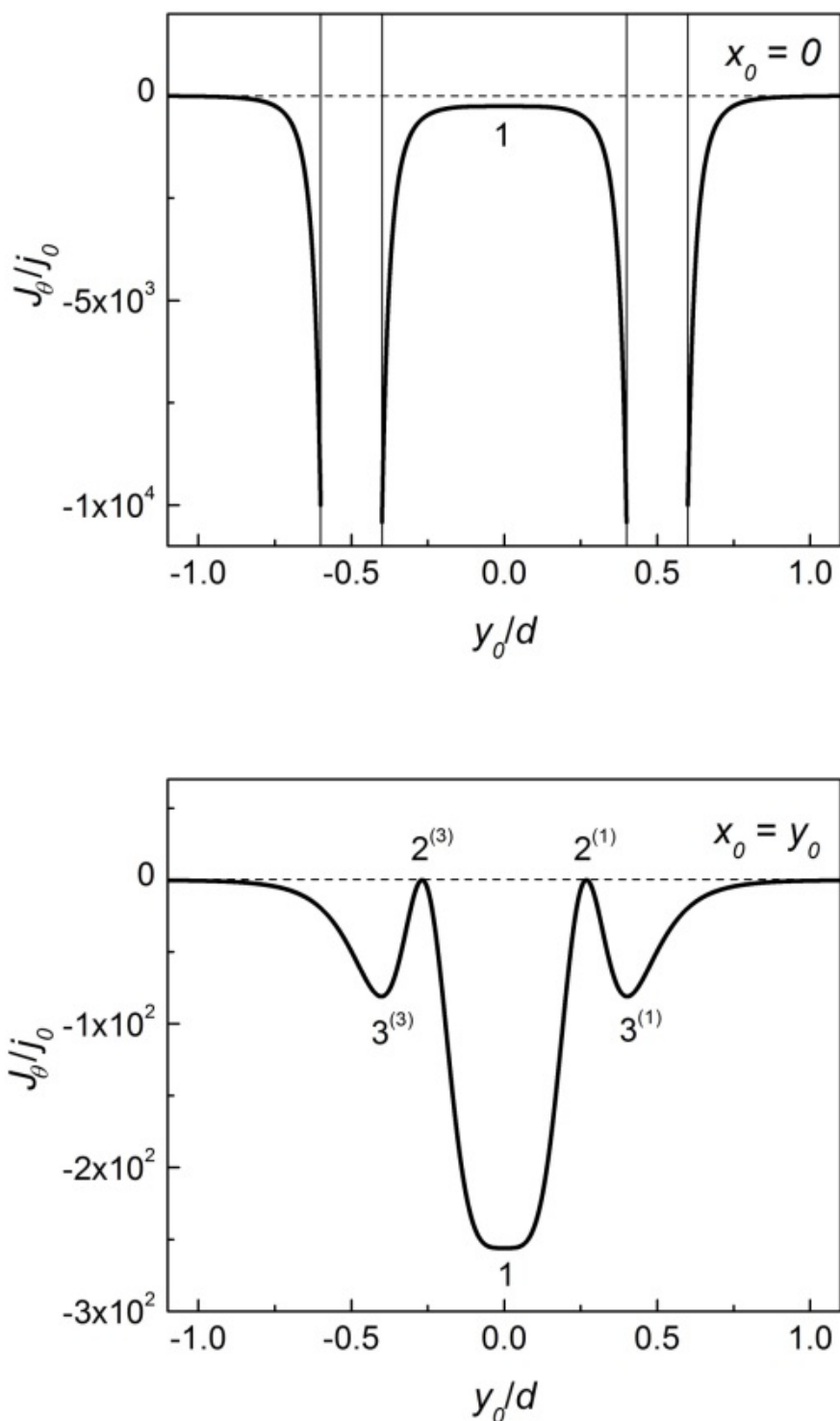
Линије дуж којих су, у равни ударног параметра, парцијални изводи варијабле, J_θ једнак нули приказане су на слици 21. Тачке пресека ових линија су тачке у којима варијабла J_θ има екстремуме. Дуж линије $x_0 = 0$ и за $y_0 \geq 0$, постоји једна таква тачка означена са 1: $(x_0, y_0) = (0, 0)$ у којој је J_θ максимална. Такође дуж линије $x_0 = y_0$ за $y_0 > 0$, постоје још две тачке екстремума, $(x_0, y_0) = (0.27d, 0.27d)$ тачка $2^{(1)}$ у којој J_θ има максимум и тачки $3^{(1)}$ $(0.40d, 0.40d)$ у којој је минимум. Расподела тачака, у целој равни ударног параметра, у којима је J_θ максимална или минимална, је симетричан у односу на осе x и y и има их укупно 9.



Слика 21 Линије у равни ударног параметра у којима су вредности $\partial_x J_\theta$ и $\partial_y J_\theta$ једнаке нули – пуна и испрекидана линија, редом. У тачкама 1, $2^{(1)}$, $3^{(1)}$, $2^{(2)}$ и $3^{(2)}$, J_θ има екстремне вредности. Обојен и празан круг представљају позитивну и негативну електроду сочива по реду навођења.

На слици 22, на којој је показана варијабла J_θ дуж линија $x_0 = 0$ и $x_0 = y_0$, могу се видети 5 од 9 екстремних вредности. У центру координатног система налази се седло функције J_θ . У четири од преосталих осам тачака дуж $x_0 = y_0$, поред тога што има екстремну вредност, променљива J_θ има вредност једнаку нули, односно $J' = -J_0$. У тим тачкама диференцијални пресек тежи бесконачности што ћемо и видети на следећој слици. Тако имамо четири дугине тачке $(\pm 0.27d, \pm 0.27d)$ које су занимљиво јако близу тачкама у

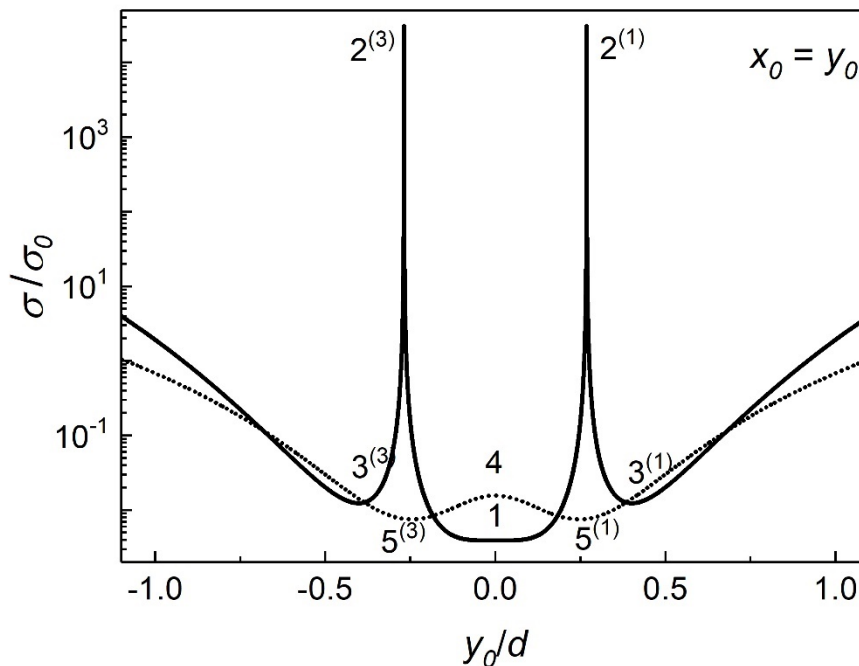
којима је ефекат интерференције максималан, $(x_0, y_0) = (\pm 0.26d, \pm 0.26d)$ (приказан на слици 21).



Слика 22 Зависност варијабле J_θ дуж линија $x_0 = 0$ и $x_0 = y_0$; $j_0 = [er_e V_e / (Ed^2)]^2$. Тачке 1, 2⁽¹⁾, 3⁽¹⁾, 2⁽³⁾ и 3⁽³⁾ су минимуми и максимуми J_θ .

Ефекат интерференције најбоље ће мо видети у диференцијалном ефикасном пресеку. На слици 23 приказана је пуном линијом зависност диференцијалног попречног пресека трансмисије јона σ респективно дуж линије $x_0 = y_0$. На њој препознајемо седласту тачку у центру, две тачке дуге и две тачке у којима σ има минимум, оне одговарају тачкама у којима променљива J_θ има седло, максимална је и једнака је нули, односно минимална. Одговарајуће слике ових тачака у равни угла трансмисије су: $(\theta_x, \theta_y) = (0, 0)$, $(3.22\theta_0, \pm 3.22\theta_0)$ и $(2.41\theta_0, 2.41\theta_0)$, респективно, где је $\theta_0 = (eV e/E) \times (r_e/d) = 10 \text{ mrad}$. Слике у равни угла трансмисије додатне две дугине тачке и додатне две тачке у којима је σ минимално у ИП равни су: $(\theta_x, \theta_y) = (-3.22\theta_0, \pm 3.22\theta_0)$ и $(-2.41\theta_0, 2.41\theta_0)$, респективно.

На слици је тачкастом линијом приказана зависности σ_0 дуж линије $x_0 = y_0$ када се променљивој J' додели вредност нула у целој равни ударног параметра, односно када се занемари ефекат интерференције. Уочавамо да је разлика између две зависности разлика и квалитативна и квантитативна. Последња зависност за $x_0 = y_0$ има максимум у почетку и два минимума у тачкама $(0, 25d, \pm 0, 25d)$, респективно, што је близу дугиних тачака. Очигледно је да ефекат интерференције доноси квалитативна промена фокусних својстава сочива – долази до ефекта дуга. Може се рећи да је ово појава, а самим тим и сложени ефекат. То показује да јони не виде сочиво као прост збир његовог електроде.

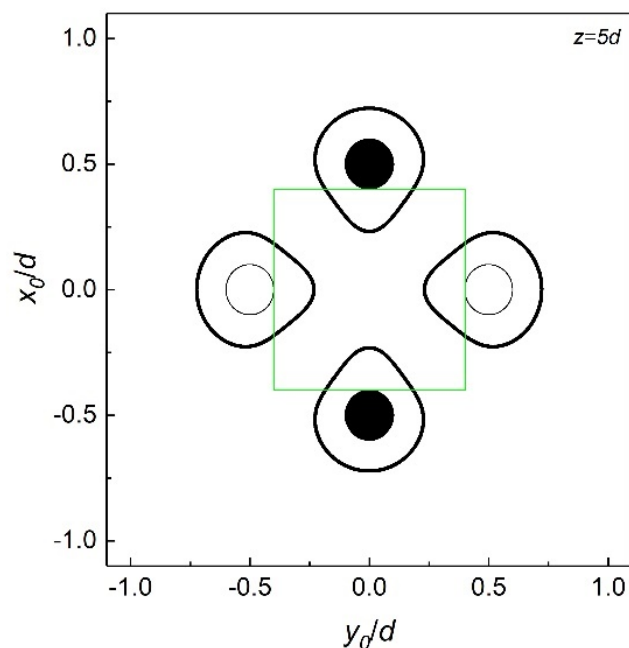


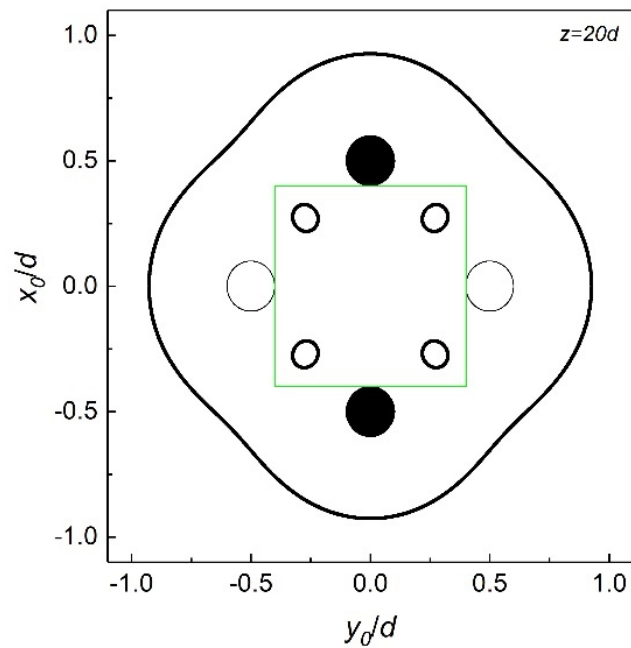
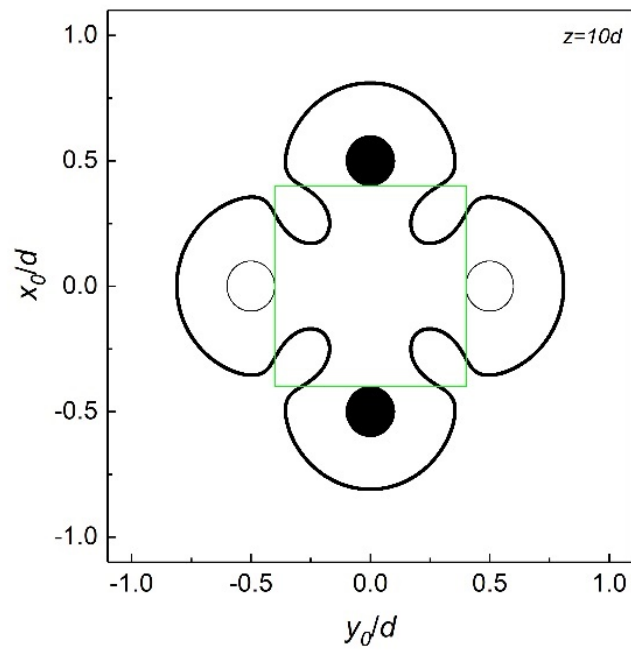
Слика 23 Зависност диференцијалног попречног пресека трансмисије јона дуж линије $x_0 = 0$, када је члан J' узет у обзир и када је занемарен – пуна и тачкаста линија; $\sigma_0 = [Ed^2 / er_e V_e]^2$. Када је члан J' укључен, тачке $2^{(1)}$ и $2^{(2)}$ су дуге σ , а 1 , $3^{(1)}$ и $3^{(2)}$ минимуми. Када члан J' није укључен, тачка 4 је максимум, а тачке $5^{(1)}$ и $5^{(2)}$ минимуми.

3.3.2 ЛИНИЈЕ ДУГА

Еволуција просторних линија дуге у равни ударног параметра, дуж којих је варијабла J_ρ једнака нули, рачуната је на различитим удаљеностима од сочива. Затворена линија дуге се јавља за z које је веће од d , и садржи четири линије, где свака окружује по једну электроду сочива. Удаљавањем од сочива, оне се увећавају и у једном моменту еволуције долази до интеракција између ових линија, што доводи до квалитативне промена у облику дуге.

На слици 24 приказане су линије дуга у равни трансверзалног положаја на удаљеностима $z = 5d, 10d$ и $20d$, редом ка доле. За $z = 5d$, постоје четири линије дуга јајастог облика у равни ударног параметра, око сваке електроде сочива. Даљом еволуцијом за $z = 10d$ имамо једну линију дуге која подсећа на крст и који је настао као последица додира и спајања тих четири линије. За $z = 20d$ долази до још једне квалитативне промене у еволуцији облика дуге. Она се сад састоји од четири кружне линије, од којих свака лежи између две суседне електроде и линије приближног облика квадрата која се налази у периферном делу равни. До овог облика дошло тако што се линија дуге, из претходног случаја, поцепала. Анализа је показала да се даљим повећањем вредности z не мења квалитативно већ само квантитативно облик дуге. Обим кружних линија дуге се смањује и за веома велике вредности z дегенеришу се у тачке, док линија дуге која је квадратног облика конвергира ка кружном облику и њен обим се повећава.

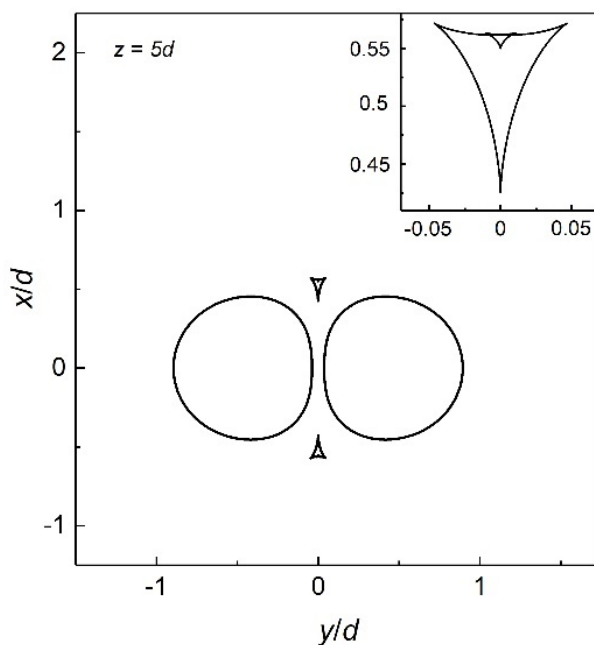


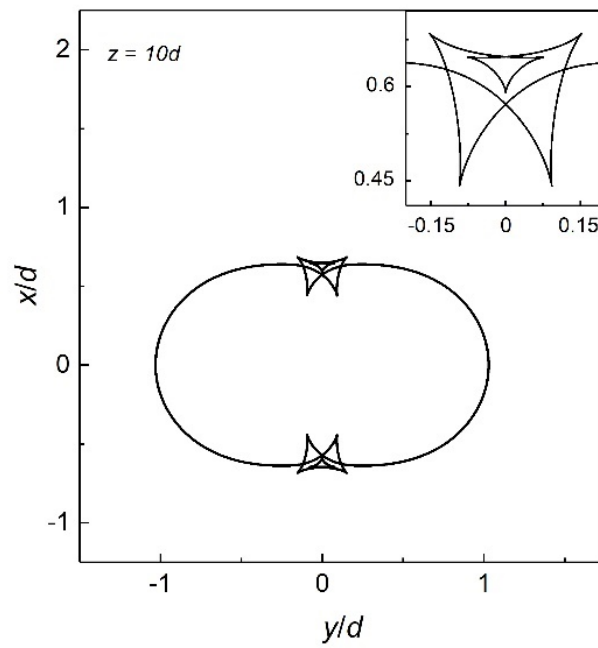


Слика 24 Просторне линије дуга у равни ударног параметра за (а) $z = 5d$, (б) $10d$ и (в) $20d$. Зелени квадрат представља апертуру. Пуни и празни кругови представљају позитивну и негативну електроду сочива.

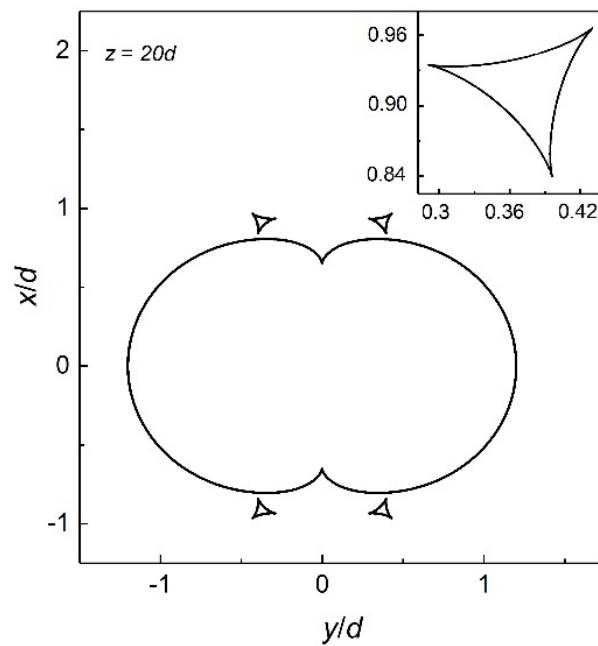
На слици 25 за иста растојања од сочива приказане су одговарајуће слике линија дуге у трансверзалној равни добијене из једначине 2.35. Облик линије дуге за $z = 5d$ се састоји од две мање линије које одговарају по једној од линија дуга које у равни ударног параметра окружују позитивно наелектрисане електроде сочива. Свака од њих састоји се од шест рогља. Док су друге две линије јајастог облика и свака одговара по једној од линија из равни ударног параметра које окружују негативно наелектрисане електроде сочива. За $z = 10d$, имамо једну линију дуге, која је настала спајањем све четири претходне линије. На два места пресека линија дуга у близини x -осе, појављује се по седам рогљева. Облик линије дуге за $z = 20d$ се састоји од четири рогљаста троугла линије већег обима, која има два рогља на пресецима са x -осом. За веома велике вредности z , четири рогљаста троугла се дегенеришу у тачке, док друга линија дуге нестаје јер јој ударни параметри излазе ван апертуре.

Као што је поменуто раније, линија дуге у равни трансверзалног положаја, далеко од сочива, би требало да поприми исти облик као линија дуге у равни угла трансмисије. Појава рогљева као карактеристичних облика на линијама дуга показује да је ефекат дуге уствари катастрофичан ефекат.





4

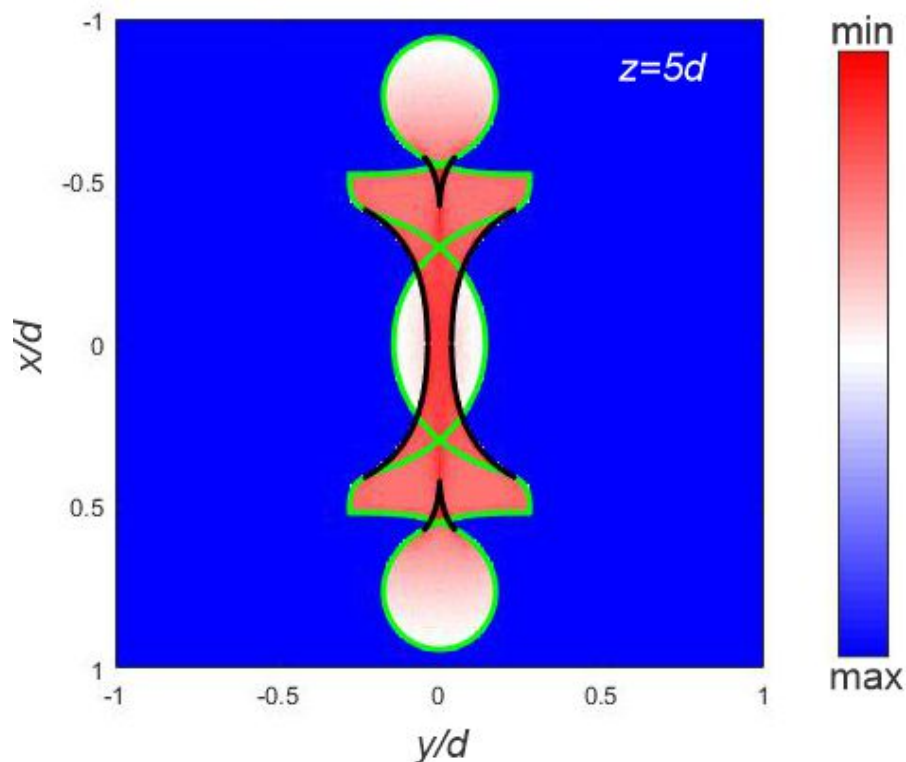


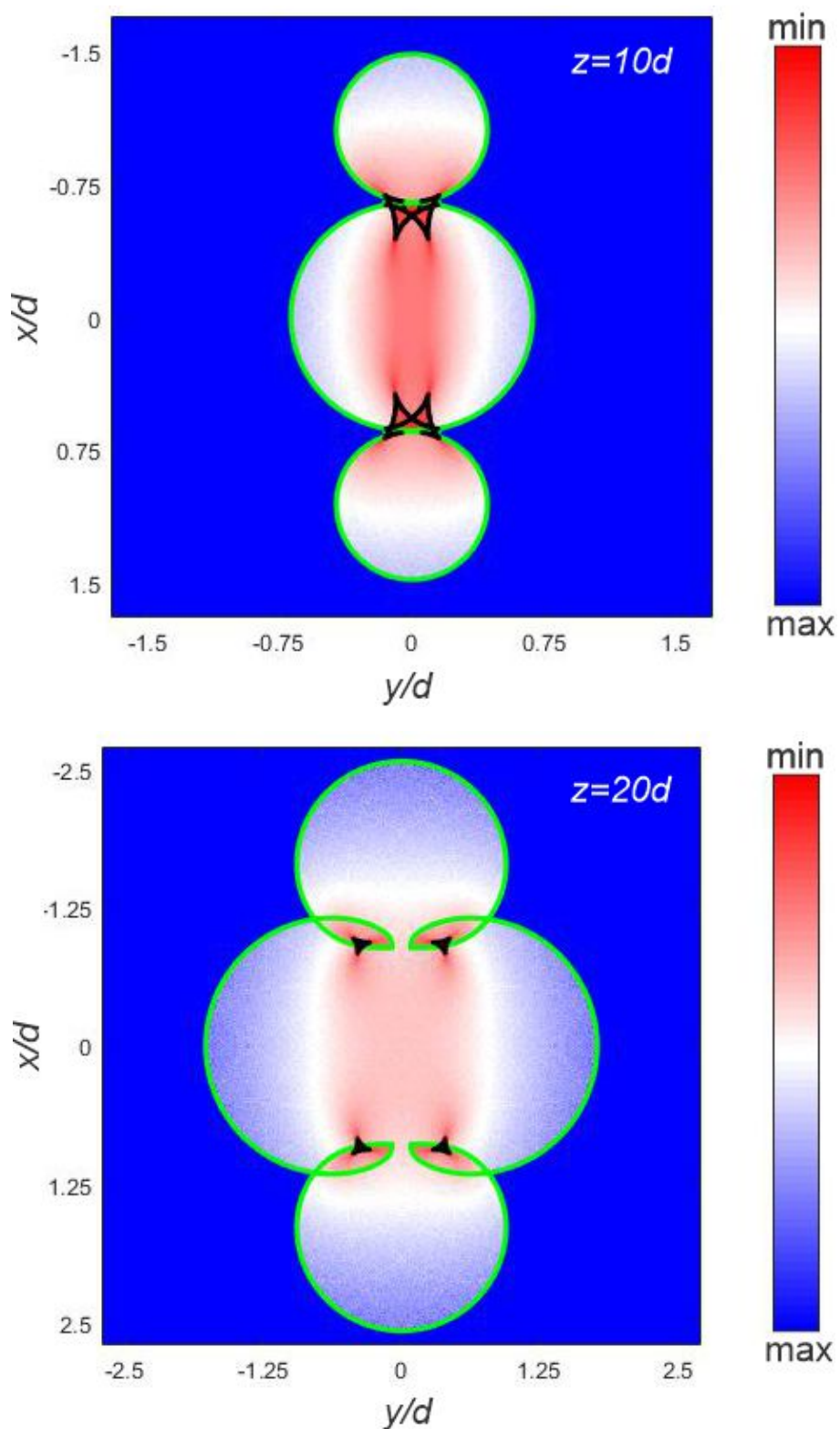
Слика 25 Просторне линије дуга у равни трансверзалног положаја за (а) $z = 5d$, (б) $10d$ и (в) $20d$.

3.3.3 РАСПОДЕЛА ЧЕСТИЦА УНУТАР ДУГА

Двоструменствене просторне расподеле трасмитованих јона кроз квадрупол, на лонгитудалним растојањима $z = 5d$, $z = 10d$ и $z = 20d$, су приказане на слици 26. Димензије хомогеног снопа дефинисане су централном квадратном апертуром са странама $0.8d$, која је постављена испред сочива. На сликама су приказане линије (зеленом бојом) које представљају слике апертуре као и линије дуге (црном бојом) у трансверзалној равни, које представљају слике одговарајућих делова линија дуге у равни ударног параметра унутар апертуре.

Очигледно да се оштре границе већег и мањег приноса снопа налазе на местима линија дуге. Можемо рећи да се линије дуге дају костур снопа тако да област вишег приноса унутар ње представља светлу страну, док спољашња област дуге нижег приноса, представља тамну страну дуге. Занимљиво је да је принос јона повећан у наставку рогљева. Тако да се рогљеви понашају као вентил кроз који снап исцурје из светле у тамну област дуге. На већим удаљеностима слика апертуре представља границу самог снопа и ван ње више нема честица, као и да се честице претежно групишу око четири тачке фокусирања. То нам говори да ово сочиво можемо користити за поделу снопа на четири мања снопа.





Слика 26 Дводимензионалне просторне расподеле трансмитованих јона за (а) $z = 5d$, (б) $10d$ и (в) $20d$. Скала приноса јона је логаритамска, при чему су приноси обојени плавом, преко беле, до тамно црвене боје. Црном линијом су представљене слике у равни трансверзалног положаја делова линија дуга који се у равни ударног параметра налазе унутар апертуре. Слика апертуре у равни трансверзалног положаја је представњена светло зеленом линијом.

3.4 КВАДРАТНО ДУГИНО СОЧИВО

3.4.1 ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ

Квадратно дугино сочиво се састоји од четири позитивно наелектрисане електроде. Центри Вертикалних и хоризонталних позиције ових електрода су $(x_1, y_1) = (d/2, 0)$, $(x_2, y_2) = (0, d/2)$, $(x_3, y_3) = (-d/2, 0)$ и $(x_4, y_4) = (0, -d/2)$.

Импулсна апроксимација даје следеће вредности излазних углова протона из квадратног сочива:

$$\begin{aligned}\theta_x &= \frac{(x_0 - 1/2)}{(x_0 - 1/2)^2 + y_0^2} + \frac{(x_0 + 1/2)}{(x_0 + 1/2)^2 + y_0^2} + \frac{x_0}{x_0^2 + \left(y_0 - \frac{1}{2}\right)^2} \\ &\quad + \frac{x_0}{x_0^2 + \left(y_0 + \frac{1}{2}\right)^2} \\ \theta_y &= \frac{y_0}{(x_0 - 1/2)^2 + y_0^2} + \frac{y_0}{(x_0 + 1/2)^2 + y_0^2} + \frac{\left(y_0 - \frac{1}{2}\right)}{x_0^2 + \left(y_0 - \frac{1}{2}\right)^2} \\ &\quad + \frac{\left(y_0 + \frac{1}{2}\right)}{x_0^2 + \left(y_0 + \frac{1}{2}\right)^2}\end{aligned}\tag{3.14}$$

Изрази за промељиве J_0 и J' су добијени аналитички, коришћењем једначина (2.24, 2.25, 2.29). Испоставља се као и у претходним случајевима да је J_0 увек негативно, док J' може бити и негативно, и једнако нули и позитивно.

$$J_\theta = -4096 \frac{C_{J_\theta}}{C}\tag{3.15}$$

$$J' = 64 \frac{C_{J'}}{C}\tag{3.16}$$

$$J_0 = -64 \frac{C_{J_0}}{C}\tag{3.17}$$

$$\begin{aligned}C_{J_\theta} &= (x_0^2 + y_0^2)^2 (256x_0^8 + 1024x_0^6y_0^2 + 1536x_0^4y_0^4 + 96x_0^4 \\ &\quad + 1024x_0^2y_0^6 + 256y_0^8 + 96y_0^4 + 9)\end{aligned}\tag{3.18}$$

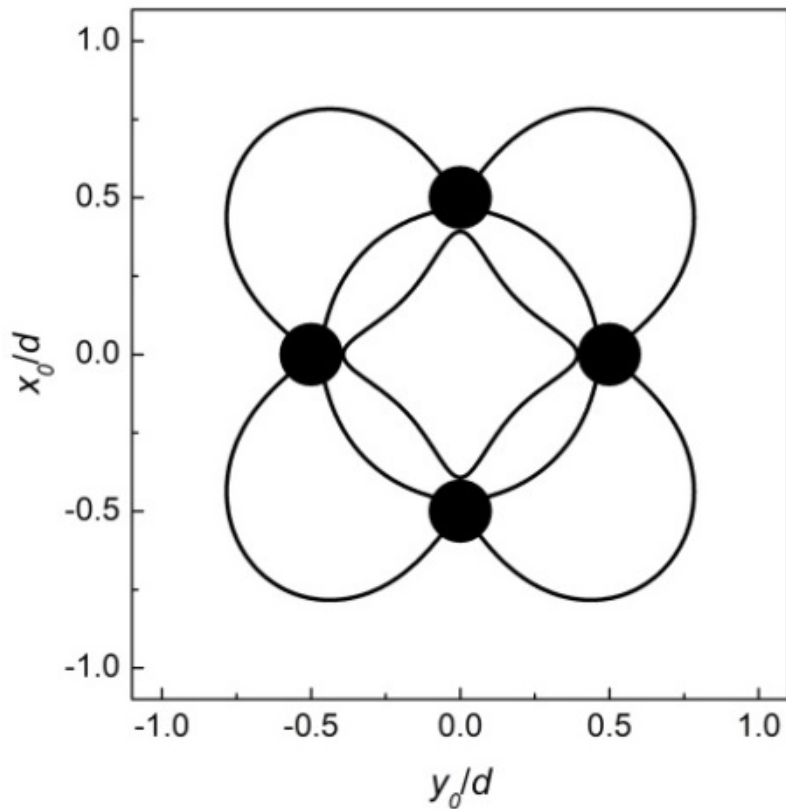
$$\begin{aligned}
C_{J'} = & -12288x_0^{12} - 73728x_0^{10}y_0^2 + 4096x_0^{10} - 184320x_0^8y_0^4 \\
& + 20480x_0^8y_0^2 - 2304x_0^8 - 245760x_0^6y_0^6 + 40960x_0^6y_0^4 \\
& + 27648x_0^6y_0^2 + 1536x_0^6 - 184320x_0^4y_0^8 + 40960x_0^4y_0^6 \\
& + 59904x_0^4y_0^4 + 512x_0^4y_0^2 - 336x_0^4 - 73728x_0^2y_0^{10} \\
& + 20480x_0^2y_0^8 + 27648x_0^2y_0^6 + 512x_0^2y_0^4 - 1440x_0^2y_0^2 \\
& + 16x_0^2 - 12288y_0^{12} + 4096y_0^{10} - 2304y_0^8 + 1536y_0^6 \\
& - 336y_0^4 + 16y_0^2 + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{J_0} = & 4096x_0^{12} + 24576x_0^{10}y_0^2 + 4096x_0^{10} + 61440x_0^8y_0^4 + 20480x_0^8y_0^2 \\
& + 3840x_0^8 + 81920x_0^6y_0^6 + 40960x_0^6y_0^4 + 3072x_0^6y_0^2 \\
& + 1536x_0^6 + 61440x_0^4y_0^8 + 40960x_0^4y_0^6 - 1536x_0^4y_0^4 \\
& + 512x_0^4y_0^2 + 240x_0^4 + 24576x_0^2y_0^{10} + 20480x_0^2y_0^8 \\
& + 3072x_0^2y_0^6 + 512x_0^2y_0^4 - 288x_0^2y_0^2 + 16x_0^2 + 4096y_0^{12} \\
& + 4096y_0^{10} + 3840y_0^8 + 1536y_0^6 + 240y_0^4 + 16y_0^2 + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C = & (256x_0^8 + 1024x_0^6y_0^2 + 1536x_0^4y_0^4 - 32x_0^4 + 1024x_0^2y_0^6 \\
& + 192x_0^2y_0^2 + 256y_0^8 - 32y_0^4 + 1)^2
\end{aligned}$$

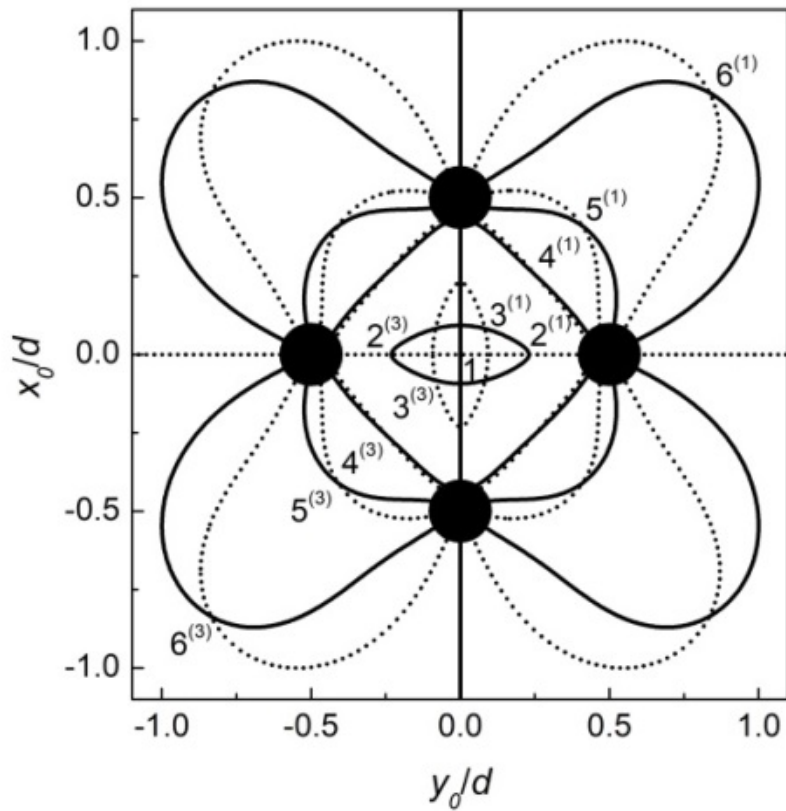
То значи да променљива J_θ , у неким тачкама у равни ударног параметра, може имати вредност једнаку нули, нумерички је нађено да је број тих вредности пет, и то су $(x_{01}, y_{01}) = (0, 0)$, $(x_{02}, y_{02}) = (-0.7d, -0.7d)$, $(x_{03}, y_{03}) = (0.7d, 0.7d)$, $(x_{04}, y_{04}) = (-0.7d, 0.7d)$, и $(x_{05}, y_{05}) = (0.7d, -0.7d)$.

На слици 27 могу се видети неинтерференционе линије, односно линије у равни ударног параметра дуж којих променљива J' има вредност нула. Одређене су нумеричким методама коришћењем аналитичког израза за J' . Повезују регионе око електрода, у којима се не очекује да ефекат буде изражен.



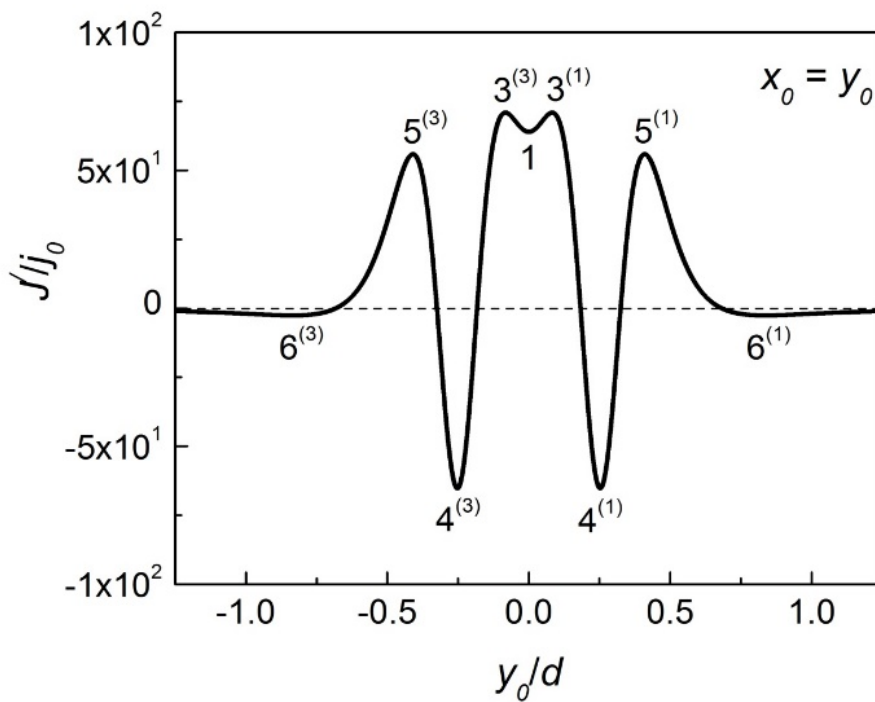
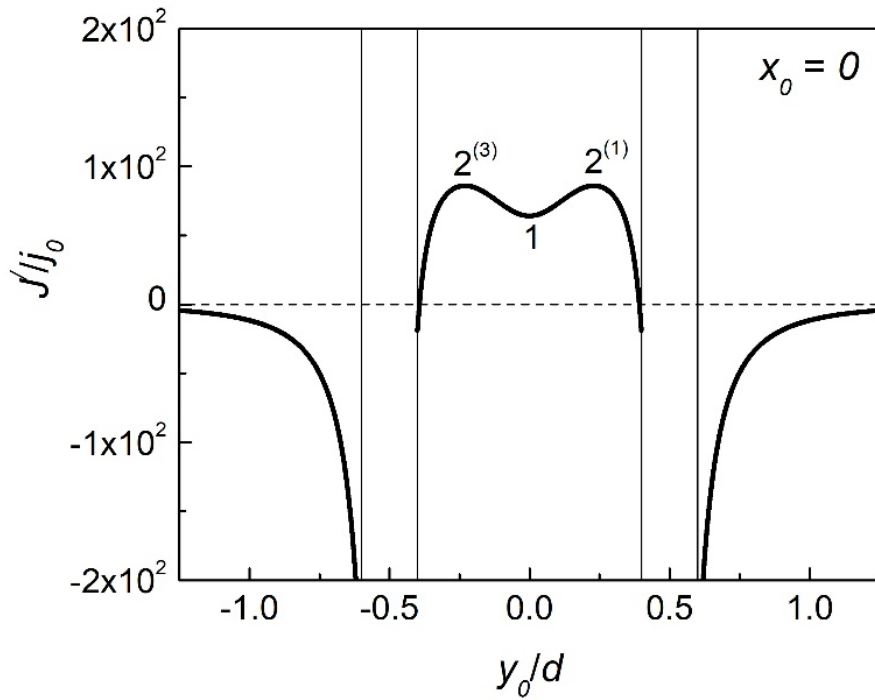
Слика 27 Линије у равни ударног параметра дуж којих је променљива J' једнака нули. Обојени кругови представљају позитивне електроде сочива.

Слика 28 приказује линије у равни ударног параметра дуж којих су парцијални изводи променљиве J' једнаки нули. Генерисане су нумерички, коришћењем аналитичких израза за парцијалне изводе. Интерференција има екстремне вредности у тачкама у којима се ове линије секу. Дуж линије $x_0 = 0$ и за $y_0 \geq 0$, таквих тачака има две: $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(0, 0.23d)$, на слици су означене као 1 и $2^{(1)}$, по реду навођења (слика 29). У тачки 1 ефекат интерференције је минималан, а у тачки $2^{(1)}$ максималан. Поред ових, постоје још четири тачке дуж линије $x_0 = y_0$ и $y_0 > 0$, у којима интерференција има екстремум, а оне су: $(x_0, y_0) = (0.08d, 0.08d)$, $(0.25d, 0.25d)$, $(0.41d, 0.41d)$ и $(0.84d, 0.84d)$, и означене су редом од $3^{(1)}$ до $6^{(1)}$. У тачкама $3^{(1)}$ и $5^{(1)}$ ефекат интерференције је максималан, док је у тачкама $4^{(1)}$ и $6^{(1)}$ минималан. Тачке, у целој равни ударног параметра у којима ефекат интерференције има екстремну вредност, су распоређене симетрично у односу на осе x и y . Из те чињенице може се закључити да таквих тачака има 21 укупно.



Слика 28 Линије у равни ударног параметра дуж којих су варијабле $\partial_x J'$ и $\partial_y J'$ једнаке нули – пуна и испрекидана линија, редом. У тачкама 1, $2^{(1)}$, $3^{(1)}$, $4^{(1)}$, $5^{(1)}$, $6^{(1)}$, $2^{(3)}$, $3^{(3)}$, $4^{(3)}$, $5^{(3)}$ и $6^{(3)}$, J' има екстремне вредности. Обојени кругови представљају позитивне електроде сочива.

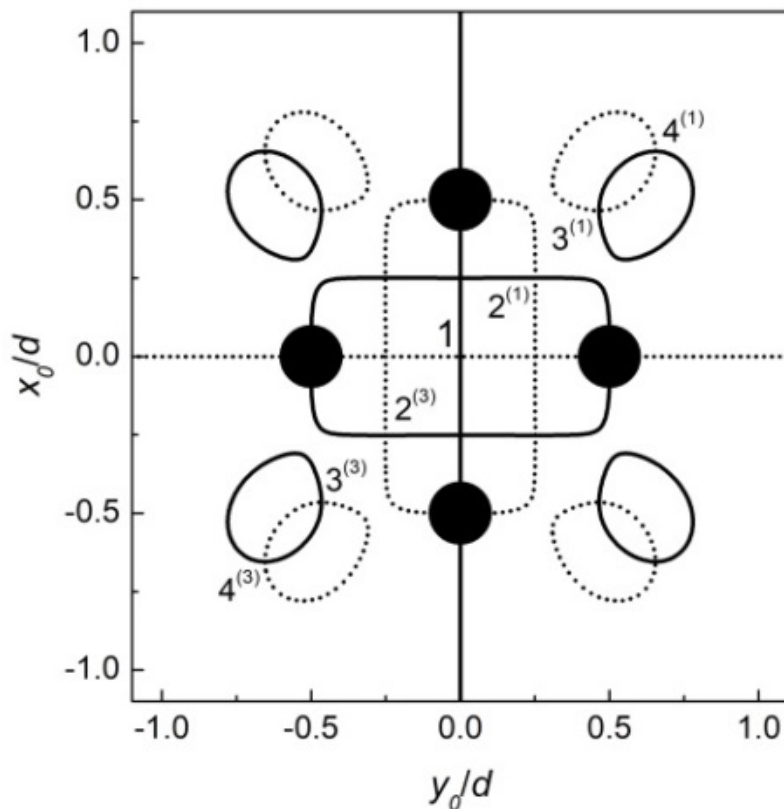
Зависности променљиве J' дуж праваца $x_0 = y_0$ и $x_0 = 0$, су приказане на слици 29. На њима је такође приказано и 11 од 21 тачака екстремума.



Слика 29 Зависност варијабле J' дуж линије $x_0 = 0$; $j_0 = [e r_e V_e / (E d^2)]^2$. Тачке 1, $2^{(1)}$, $3^{(1)}$, $4^{(1)}$, $5^{(1)}$, $6^{(1)}$, $2^{(3)}$, $3^{(3)}$, $4^{(3)}$, $5^{(3)}$ и $6^{(3)}$, су минимуми и максимуми J' .

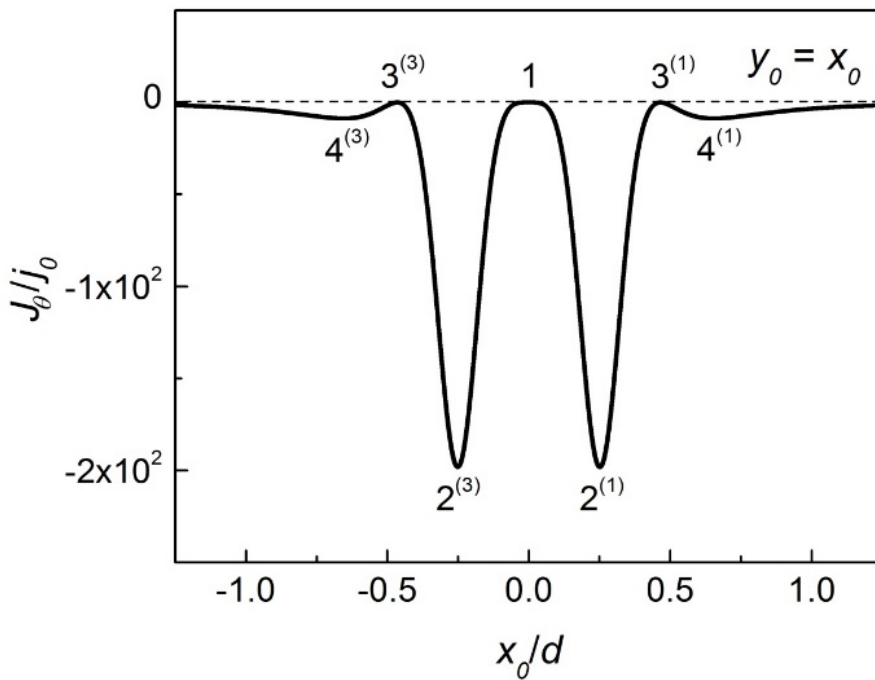
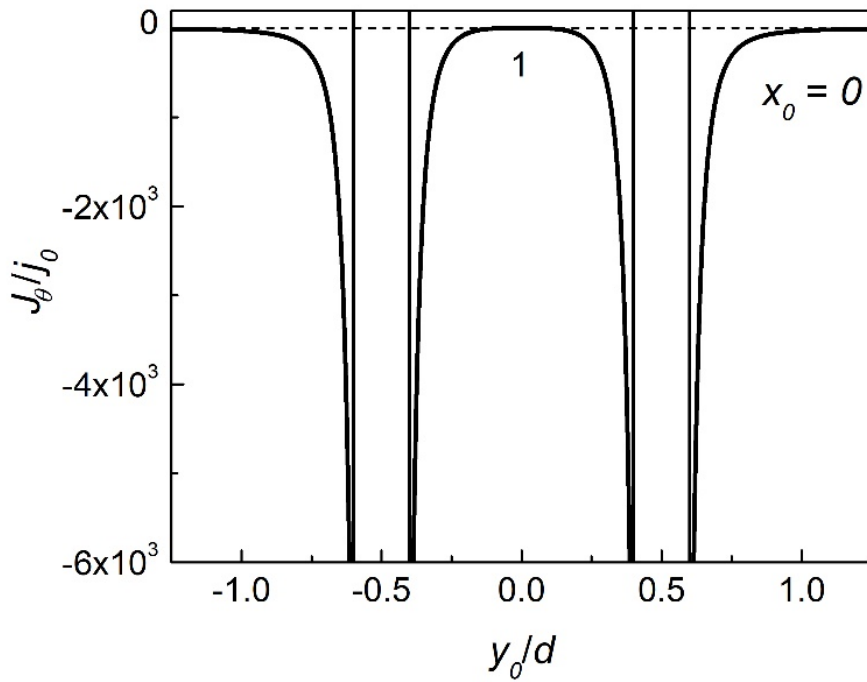
Линије у равни ударног параметра дуж којих су парцијални изводи променљиве J_θ једнаки нули су приказани на слици 30. Генерисане су нумерички, коришћењем аналитичких израза за парцијалне изводе. Променљива J_θ има екстремне вредности у тачкама пресека ових линија. Постоји једна таква тачка дуж линије $x_0 = 0$, за $y_0 \geq 0$:

$(x_0, y_0) = (0, 0)$, која је означена бројем 1. У овој тачки J_θ има максимум. Поред ње, постоји три тачке у којима је J_θ екстремна дуж линије $x_0 = y_0$, за $y_0 > 0$, и оне су: $(x_0, y_0) = (0.25d, 0.25d)$, $(0.46d, 0.46d)$ и $(0.65d, 0.65d)$. Означене су редом бројевима $2^{(1)} - 4^{(1)}$. У тачкама $2^{(1)}$ и $4^{(1)}$, J_θ је минимална, а у тачки $3^{(1)}$, максимална. Укупан број тачака у равни ударног параметра у којима је J_θ екстремна и које су у тој равни распоређене симетрично у односу на осе x и y , је 13.



Слика 30 Линије у равни ударног параметра у којима су вредности $\partial_x J_\theta$ и $\partial_y J_\theta$ једнаке нули – пуна и испрекидана линија, редом. У тачкама 1, $2^{(1)}$, $3^{(1)}$, $4^{(1)}$, $2^{(3)}$, $3^{(3)}$ и $4^{(3)}$, J_θ има екстремне вредности. Обојени кругови представљају позитивне електроде сочива.

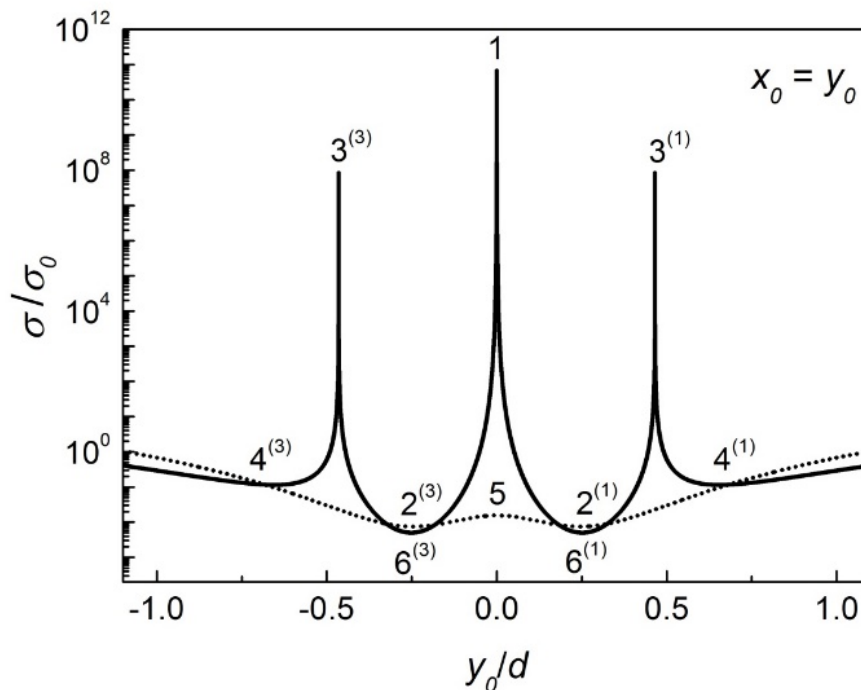
Зависност променљиве J_θ дуж линије $x_0 = y_0$, на којој се може видети 7 од 13 екстремних тачака, дата је на слици 31. У пет тачака, које леже у центру координатног система и између електрода, променљива J_θ је једнака нули, што значи да је $J' = -J_0$. То такође значи да, у овим тачкама, променљива σ тежи бесконачности. Из тога се закључује да постоји укупно пет тачака дуге у равни ударног параметра: $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(\pm 0.46d, \pm 0.46d)$. Занимљиво је да се ове тачке налазе веома близу пет тачака у којима је ефекат интерференције екстреман – $(x_0, y_0) = (0, 0)$ и $(\pm 0.41d, \pm 0.41d)$.



Слика 31 Зависност варијабле J_θ дуж линије $x_0 = 0$; $j_0 = [er_e V_e / (Ed^2)]^2$. Тачке 1, $2^{(1)}$, $3^{(1)}$, $4^{(1)}$, $2^{(3)}$, $3^{(3)}$ и $4^{(3)}$, су минимуми и максимуми J_θ .

На слици 32 пуном линијом приказана је зависност диференцијалног ефикасног пресека σ дуж дијагонале у равни ударних параметара ($x_0 = y_0$). на којој се могу видети три угаоне талке дуга дугине тачке и четири тачке у којима је σ минимална, а које одговарају тачкама у којима је J_θ максимална и једнака нули, односно минимална. Сlike ових тачака у

равни угла трансмисије, односно тачке дуга у овој равни су: $(\theta_x, \theta_y) = (0, 0)$, $(3.22\theta_0, 3.22\theta_0)$, $(-3.22\theta_0, -3.22\theta_0)$, $(1.62\theta_0, 1.62\theta_0)$, $(-1.62\theta_0, -1.62\theta_0)$, $(2.81\theta_0, 2.81\theta_0)$ и $(-2.81\theta_0, -2.81\theta_0)$, по истом реду навођења, при чему је $\theta_0 = (eV_e/E) \times (r_e/d) = 10 \text{ mrad}$. Због симетрије, слике у равни угла трансмисије, још две тачке угаоних дуга и четири додатне тачке у којима је σ минимална (на другој дијагонали), у равни ударног параметра су: $(\theta_x, \theta_y) = (-3.22\theta_0, 3.22\theta_0)$, $(3.22\theta_0, -3.22\theta_0)$, $(-1.62\theta_0, 1.62\theta_0)$, $(1.62\theta_0, -1.62\theta_0)$, $(-2.81\theta_0, 2.81\theta_0)$ и $(2.81\theta_0, -2.81\theta_0)$, и наведене су одговарајућим редоследом. Тачкастом линијом приказана је зависност променљиве σ дуж линије $x_0 = y_0$, када се променљива J' занемари у целој равни ударног параметра, односно када се ефекат интерференције занемари. Ова зависност има максимум у центру координатног система и минимум у две тачке мало даље од центра, а веома близу тачака угаоних дуга. На основу ових резултата се може рећи да ефекат дуге проистиче из ефекта интерференције, што даље значи да је ефекат комплексан, односно да у посматраној интеракцији, утицај сочива не може да се посматра као збир утицаја појединачних електрода.



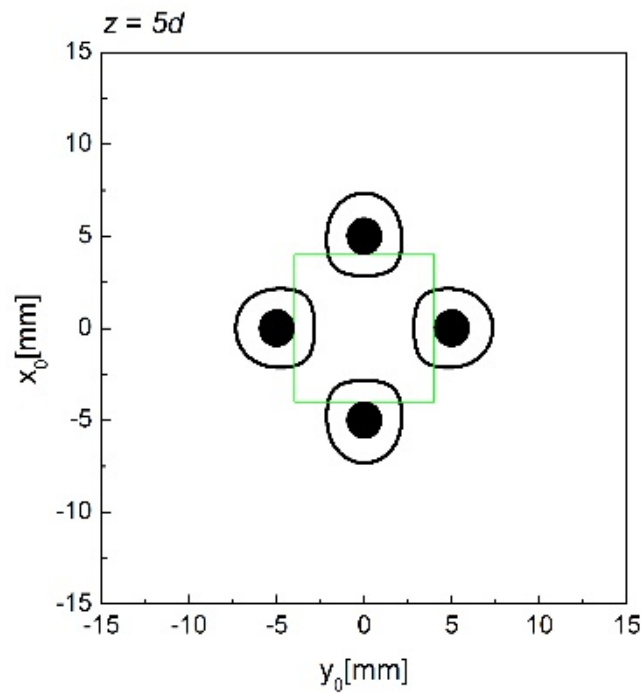
Слика 32 Зависност диференцијалног попречног пресека трансмисије јона дуж линије $x_0 = 0$, када је члан J' узет у обзир и када је занемарен – пуна и тачкаста линија; $\sigma_0 = [Ed^2/er_eV_e]^2$. Када је члан J' укључен, тачке 1, $3^{(1)}$ и $3^{(3)}$ су дуге σ , а $2^{(1)}$, $2^{(3)}$, $4^{(1)}$ и $4^{(3)}$, минимуми. Када члан J' није укључен, тачка 5 је максимум, а тачке $6^{(1)}$ и $6^{(3)}$ минимуми.

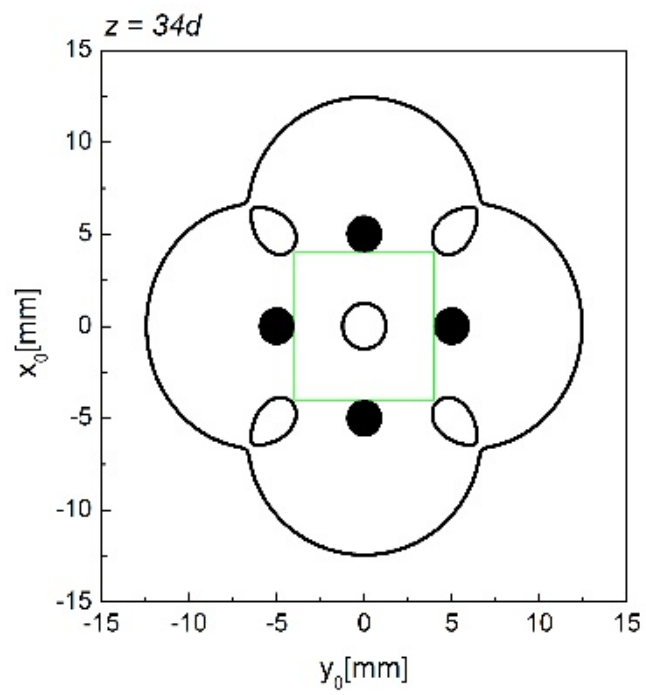
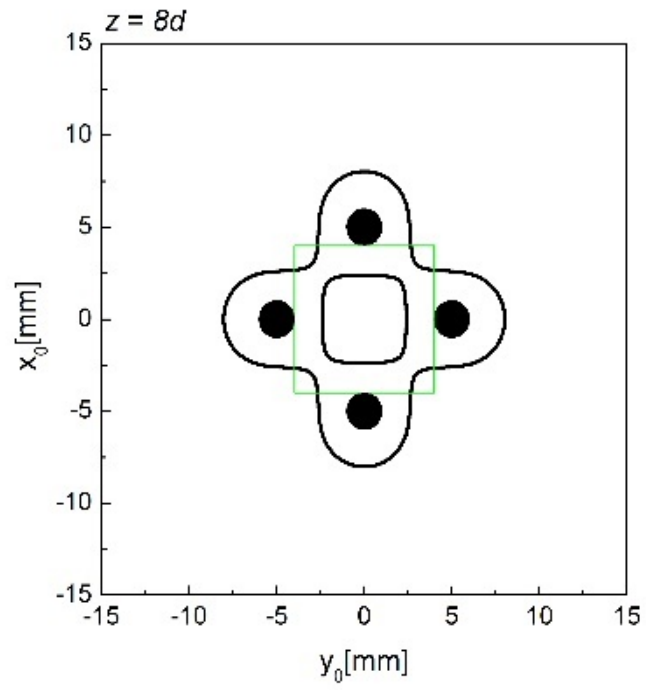
3.4.2 ЛИНИЈЕ ДУГА

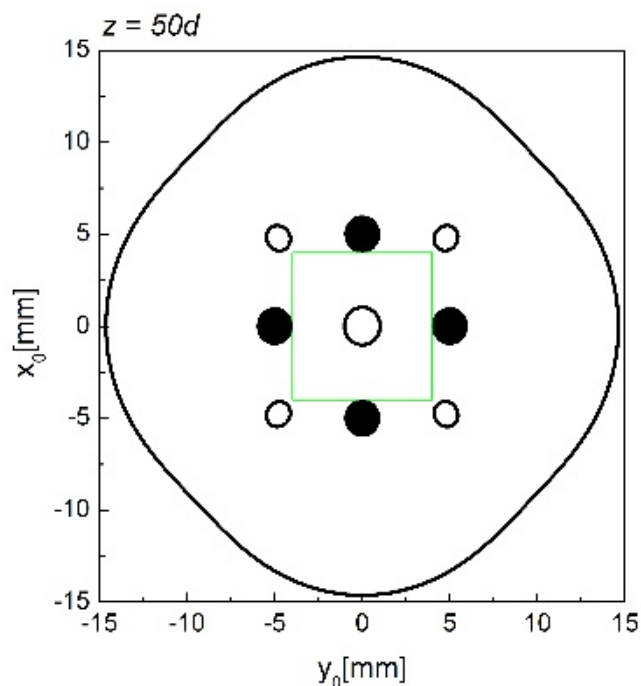
Анализиране су линије дуге у равни ударног параметра, дуж којих је варијабла J_ρ једнака нули, на различитим удаљеностима од сочива. Добијене су нумеричким методама помоћу аналитичког израза за J_ρ . Комплетне линије дуге, које чине четири линије кружног облика око електрода појављују се за вредност z која представља аксијално

растојање од центра електроде између d и $2d$. Како се z повећава долази до интеракција између њих што има за последицу квантативне промене облика у еволуцији дугиних линија.

На слици 33 приказана су четири карактеристична облика дугиних линија током њихове еволуције са удаљавањем од сочива. Изабране лонгитудалне вредности су $z = 5d, 8d, 34d$ и $50d$. За $z = 5d$, постоје четири линије јајастог облика где свака окружује по једну електроду сочива. За $z = 8d$ суседне линије дуге се додирују и цепају. Због тога се појављују две дугине линије, једна облика квадрата, са центром у координатном почетку и друга већег обима облика крста. За $z = 34d$ долази до цепања дуге облика крста, чиме настају пет нових линија и то: четири јајасте линије од којих свака лежи између две суседне електрода сочива и линија облика крста која се налази у периферној области равни, док линија облика квадрата, постаје кружна, са центром у координатном почетку. За $z = 50d$, такође се могу уочити пет линија дуга, кружна у централној области равни, четири кружне линије позициониране на линијама које пролазе између суседних електрода сочива и линија облика ромба у периферној области равни. Са порастом z компоненте нема квалитативних промена у облику линија дуга, обим свих кружних линија дуге се смањује, док се обим линије дуге облика квадрата, која се трансформише у линију кружног облика, повећава. Далеко од сочива (за велико z), пет кружних линија мањег обима ће се дегенерисати у пет дугиних тачака, а кружна линија дуге већег обима ће се ширити у бесконачност.

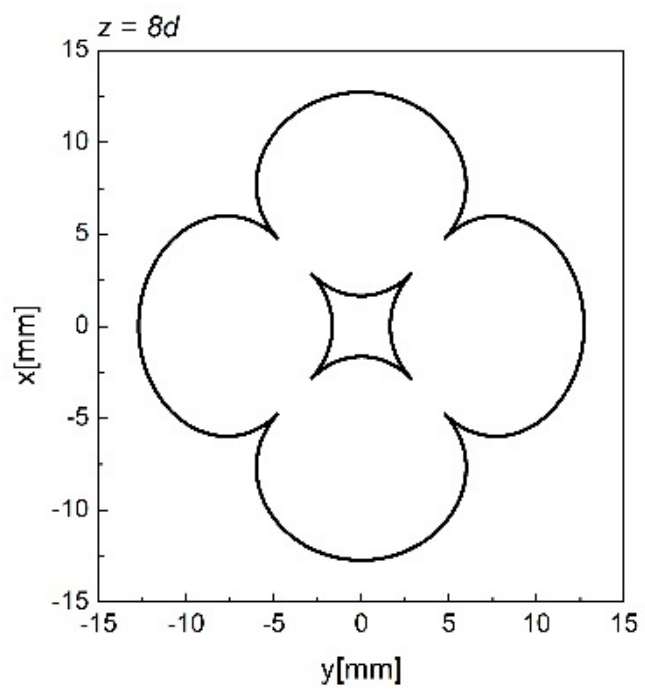
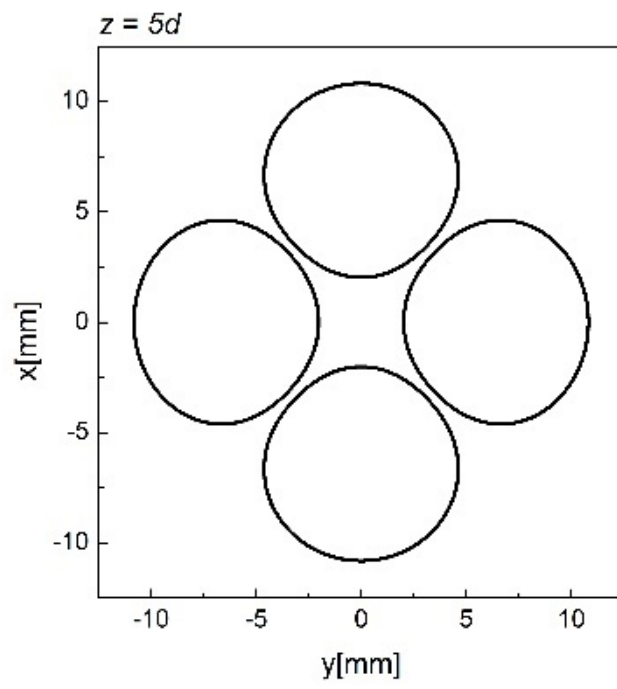


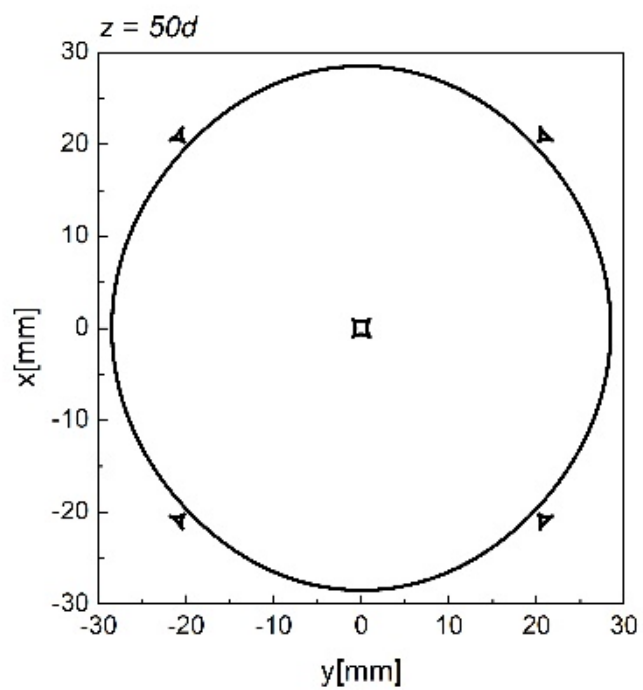
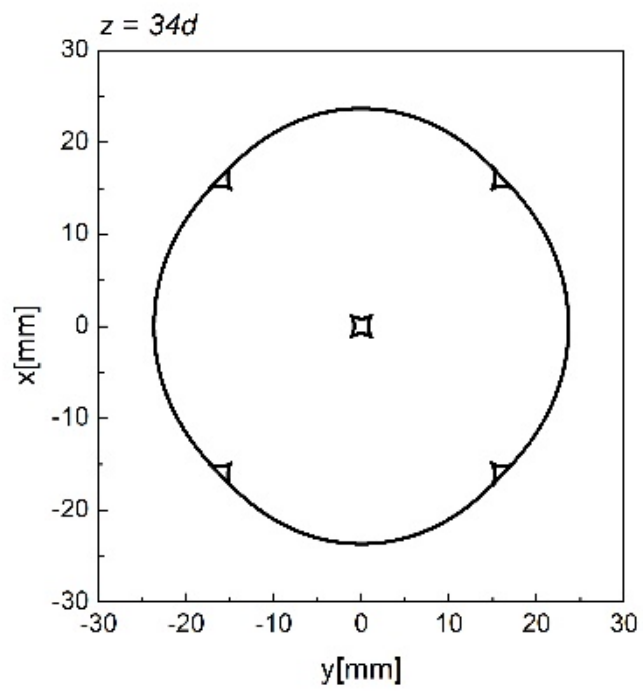




Слика 33 Просторне линије дуга у равни ударног параметра за (а) $z = 5d$, (б) $8d$, (в) $34d$ и (г) $50d$. Зелени квадрат представља апертуру. Пуни и празни кругови представљају позитивну и негативну електроду сочива.

На истим даљинама од сочива, за $z = 5d, 8d, 34d$ и $50d$, посматраћемо линије дуга у трансверзалној равни (слика 34). Оне представљају слике већ описаних облика линија дуга у равни ударног параметра. На удаљености $z = 5d$ од сочива у трансверзалној равни дуга се састоји од четири јајасте линије које одговарају линијама које окружују електроде сочива у равни ударног параметра. Линије дуга за $z = 8d$ је централни рогљасти квадрат, у координатном почетку ове равни, која одговара линији облика квадрата у равни ударног параметра и спољашње линија облика крста такође са рогљевима, која представља слику крстасте линије у равни ударног параметра. Слика коју праве линије дуга за $z = 34d$ састоји се од рогљастог квадрата у централном делу равни који одговара централној линији дуге кружног облика у равни ударног параметра, док се спољашња линија поцепала, па су настале додатне четири линије облика рогљастих троуглова који се са једном страницом додирују са унутрашње стране и одговарају јајастим линијама у равни ударног параметра. За $z = 50d$, централни рогљасти квадрат се смањило а четири рогљаста троугла су се одвојила и удаљила од спољашње линије у област ван ње. За велике вредности z , линија облика рогљастог квадрата и четири линије које имају облик рогљастих троуглова се дегенеришу у пет тачака, док се линија кружног облика повлачи. Дакле као што је већ речено, и у овом случају, облик дуге у трансверзалној равни далеко од сочива поприма исти облик као облик дуге у равни угла трансмисије.

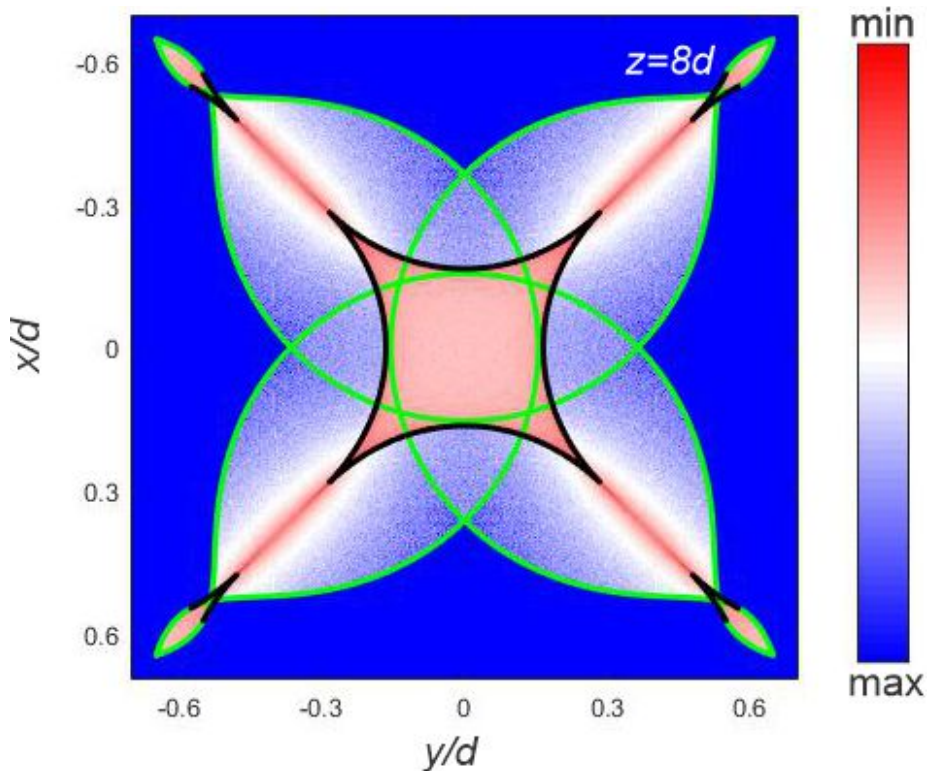


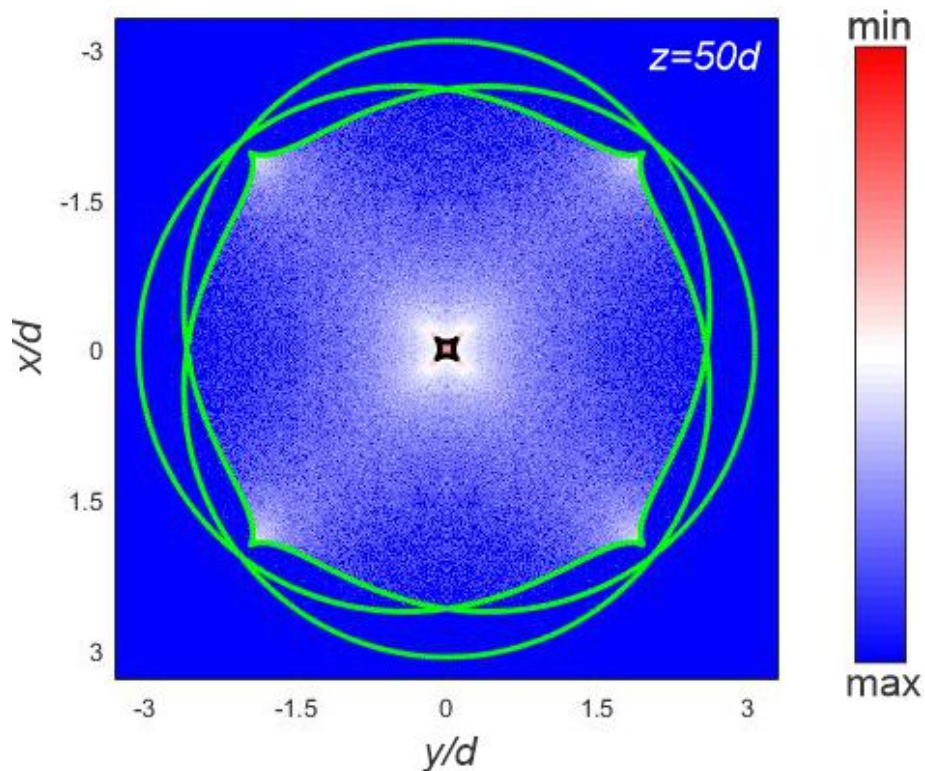


Слика 34 Просторне линије дуга у равни трансверзалног положаја за (а) $z = 5d$, (б) $8d$, (в) $34d$ и (г) $50d$.

3.4.3 РАСПОДЕЛА ЧЕСТИЦА УНУТАР ДУГА

Двосторонње просторне расподеле трасмитованих јона кроз квадратно дугино сочиво, за $z = 8d$ и $z = 50d$, су приказане на слици 35. Квадратна апертура, странице $0.8d$, са центром у пресеку x и y осе, је постављена испред сочива. Из приказаних расподела, када је у питању квадратно дугино сочиво, ако анализирамо честице које се налазе унутар апертуре, а која је у равни трансверзалног положаја на слици приказана зеленом бојом, просторне расподеле јасно показују, за оба случаја да област унутар линије дуге представља светлу страну дуге, док спољашња област дуге, представља тамну страну дуге. Аналогно са свим осталим ефектима дуге, принос трасмитованих јона се нагло мења преласком преко сваке линије дуге. Такође се може видети и да је принос трасмитованих јона повећан у наставку рогљева на тамној страни и да се за z далеко од сочива фокусирају у тачку, која се налази у координатном почетку, што нам говори да ово конкретно сочиво може да се користи за фокусирање снопа. Линије дуге у овој равни приказане су црном бојом приказане, и оне представљају слике одговарајућих делова линија дуге у равни ударног параметра, који се налази унутар апертуре.





Слика 35 Двоструко диполно сочиво се састоји од четири електроде, две позитивно и две негативно наелектрисане. За разлику од квадрупола код кога су две суседне електроде увек истог овде су оне међусобно различитог знака. Вертикалне и хоризонталне позиције позитивно наелектрисаних електрода двоструког диполног сочива су $(x_1, y_1) = (d/2, 0)$ и $(x_2, y_2) = (0, d/2)$, док су позиције негативно наелектрисаних електрода овог сочива $(x_3, y_3) = (-d/2, 0)$ и $(x_4, y_4) = (0, -d/2)$.

3.5 ДВОСТРУКО ДИПОЛНО СОЧИВО

3.5.1 ЕФЕКАТ ИНТЕРФЕРЕНЦИЈЕ

Применом импулсне апроксимације добијамо следеће вредности излазних углова протона из квадратног сочива:

$$\theta_x = \frac{(x_0 - 1/2)}{(x_0 - 1/2)^2 + y_0^2} - \frac{(x_0 + 1/2)}{(x_0 + 1/2)^2 + y_0^2} + \frac{x_0}{x_0^2 + (y_0 - 1/2)^2} - \frac{x_0}{x_0^2 + (y_0 + 1/2)^2} \quad (3.19)$$

$$\theta_y = \frac{y_0}{(x_0 - 1/2)^2 + y_0^2} - \frac{y_0}{\left(x_0 + \frac{1}{2}\right)^2 + y_0^2} + \frac{\left(y_0 - \frac{1}{2}\right)}{x_0^2 + \left(y_0 - \frac{1}{2}\right)^2} - \frac{(y_0 + 1/2)}{x_0^2 + (y_0 + 1/2)^2}$$

Коришћењем горњих израза у аналитичким једначинама (2.24, 2.25, 2.29), добијамо изразе за промелјиве J_θ, J_0 и J у следећем облику.

$$J = -2048 \frac{C_J}{C} \quad (3.20)$$

$$J' = -2048 \frac{C_{J'}}{C} \quad (3.21)$$

$$J_0 = -64 \frac{C_{J_0}}{C} \quad (3.22)$$

$$\begin{aligned} C_J = & 256x_0^{10} + 1280x_0^8y_0^2 - 512x_0^7y_0 + 2560x_0y_0^4 + 96x_0^6 \\ & - 1536x_0^5y_0^3 + 2560x_0^4y_0^6 + 32x_0^4y_0^2 - 1536x_0^3y_0^5 \\ & + 32x_0^3y_0 + 1280x_0^2y_0^8 + 32x_0^2y_0^4 + x_0^2 - 512x_0y_0^7 \\ & + 32x_0y_0^3 + 256y_0^{10} + 96y_0^6 + y_0^2 \end{aligned}$$

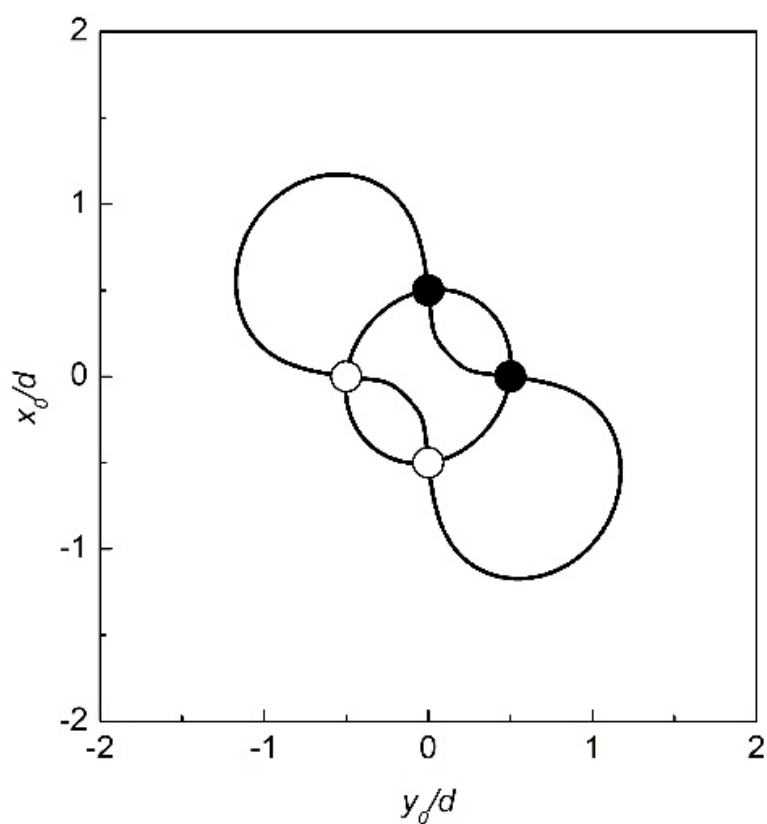
$$\begin{aligned} C_{J'} = & 4096x_0^{12} + 24576x_0^{10}y_0^2 - 4096x_0^{10} + 61440x_0^8y_0^4 - 20480x_0^8y_0^2 \\ & + 3840x_0^8 + 16384x_0^7y_0 + 81920x_0^6y_0^6 - 40960x_0^6y_0^4 \\ & + 3072x_0^6y_0^2 - 1536x_0^6 + 49152x_0^5y_0^3 + 61440x_0^4y_0^8 \\ & - 40960x_0^4y_0^6 - 1536x_0^4y_0^4 - 512x_0^4y_0^2 + 240x_0^4 \\ & + 49152x_0^3y_0^5 - 1024x_0^3y_0 + 24576x_0^2y_0^{10} - 20480x_0^2y_0^8 \\ & + 3072x_0^2y_0^6 - 512x_0^2y_0^4 - 288x_0^2y_0^2 - 16x_0^2 \\ & + 16384x_0y_0^7 - 1024x_0y_0^3 + 4096y_0^{12} - 4096y_0^{10} \\ & + 3840y_0^8 - 1536y_0^6 + 240y_0^4 - 16y_0^2 + 1 \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} C_{J_0} = & 4096x_0^{12} + 24576x_0^{10}y_0^2 + 4096x_0^{10} + 61440x_0^8y_0^4 + 20480x_0^8y_0^2 \\ & + 3840x_0^8 + 81920x_0^6y_0^6 + 40960x_0^6y_0^4 + 3072x_0^6y_0^2 \\ & + 1536x_0^6 + 61440x_0^4y_0^8 + 40960x_0^4y_0^6 - 1536x_0^4y_0^4 \\ & + 512x_0^4y_0^2 + 240x_0^4 + 24576x_0^2y_0^{10} + 20480x_0^2y_0^8 \\ & + 3072x_0^2y_0^6 + 512x_0^2y_0^4 - 288x_0^2y_0^2 + 16x_0^2 + 4096y_0^{12} \\ & + 4096y_0^{10} + 3840y_0^8 + 1536y_0^6 + 240y_0^4 + 16y_0^2 + 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C = & (256x_0^8 + 1024x_0^6y_0^2 + 1536x_0^4y_0^4 - 32x_0^4 + 1024x_0^2y_0^6 \\ & + 192x_0^2y_0^2 + 256y_0^8 - 32y_0^4 + 1)^2 \end{aligned}$$

Испоставља се као и у претходним случајевима да је J_0 увек негативно, док J' може бити различитог знака и једнако нули. Значи да постоје услови за постојање тачака у ударном параметру у којима јакобијан пресликавања има нулту вредност. Нумеричким методом је израчунато да двоструко диполно сочиво има пет таквих тачака, и то $(x_{01}, y_{01}) = (0, 0)$, $(x_{02}, y_{02}) = (-0.82d, -0.82d)$, $(x_{03}, y_{03}) = (0.82d, 0.82d)$, $(x_{04}, y_{04}) = (-0.34d, 0.34d)$, и $(x_{05}, y_{05}) = (0.34d, -0.34d)$.

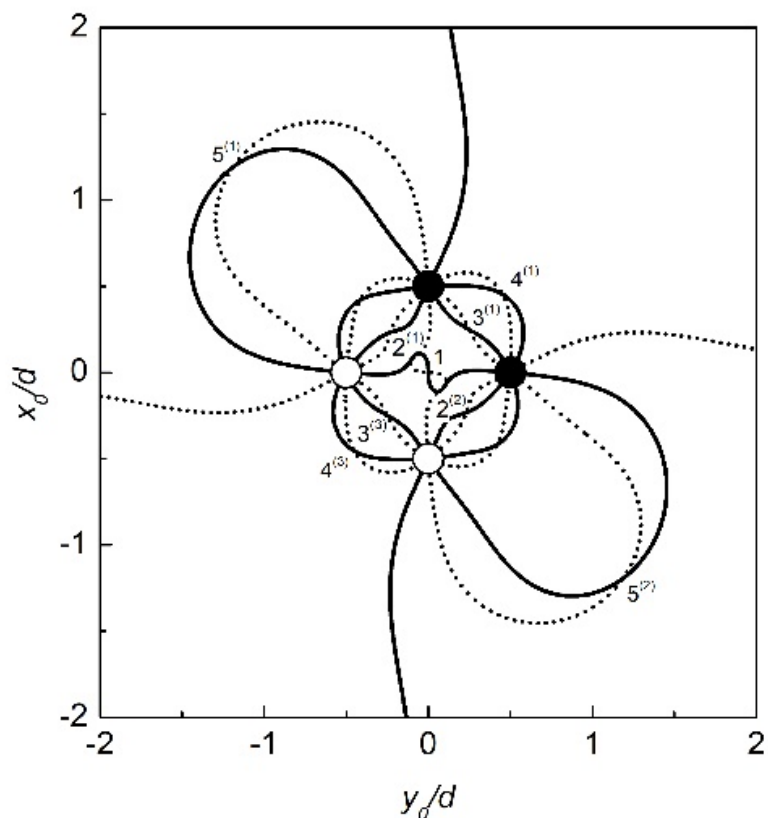
Линије одређене изразом $J' = 0$ су приказане на слици 36. Ово су линије дуж којих се ефекат вишеструког расејања не може уочити.



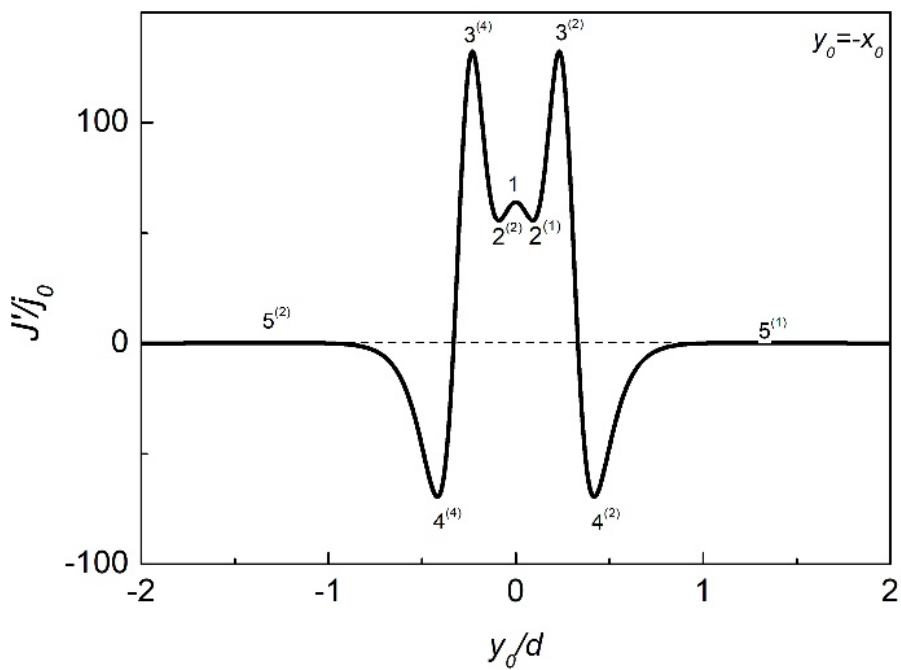
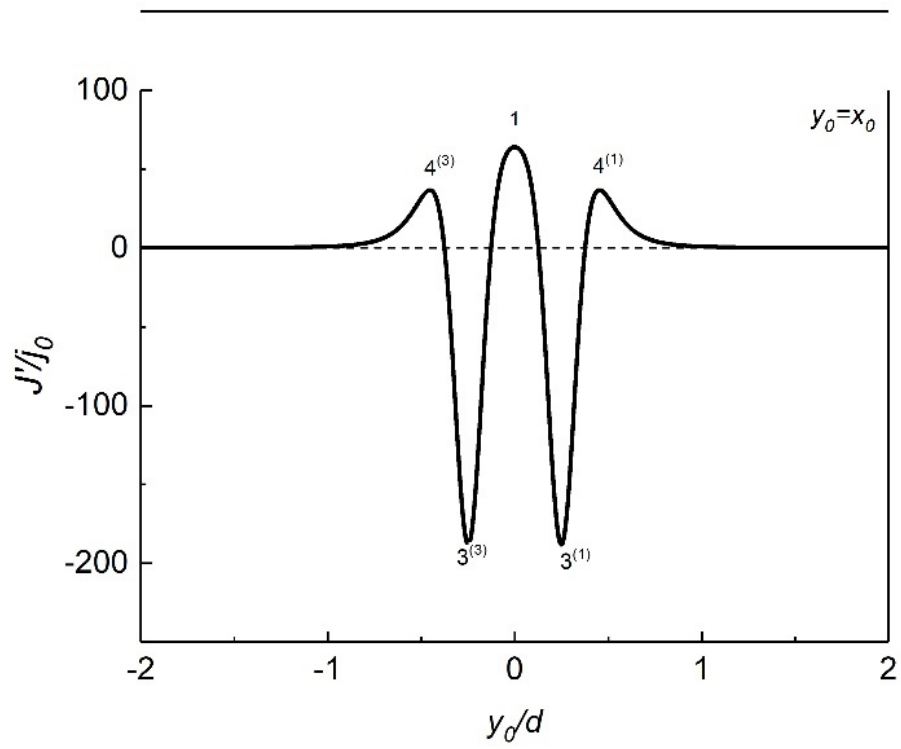
Слика 36 Линије у равни ударног параметра дуж којих је променљива J' једнака нули. Обојени и празни кругови представљају позитивне и негативне електроду сочива по реду навођења.

Линије које су дефинисане парцијалним изводима променљиве J' су приказане на слици 37. Испрекидане линије представљају линије дуж којих је парцијални извод члана J' по променљивој x једнак нули, док пуне линије представљају линије дуж којих је парцијални извод члана J' по променљивој y једнак нули. Лако је уочљиво да се испрекидане и пуне линије секу и да има тринаест тачки пресека. Координате тих тачака дуж линије $x_0 = y_0$, за $y_0 \geq 0$, којих има три, су $(x_0, y_0) = (0, 0)$, $(0.25d, 0.25d)$ и

$(0.45d, 0.45d)$, при чему се види (слика 38) да је у тачкама 1 и $4^{(1)}$ ефекат интерференције максималан, док је у тачки $3^{(1)}$ минималан. Поред тога, дуж линије $x_0 = -y_0$ за $y_0 < 0$, постоји пет тачака у којима је ефекат екстреман: $(x_0, y_0) = (0, 0), (0.09d, -0.09d), (0.23d, -0.23d), (0.42d, -0.42d)$ и $(1.19d, -1.19d)$. У тачкама 1, $3^{(2)}$ и $5^{(1)}$, ефекат је максималан, а у тачкама $2^{(1)}$ и $4^{(2)}$, минималан (слика 38).

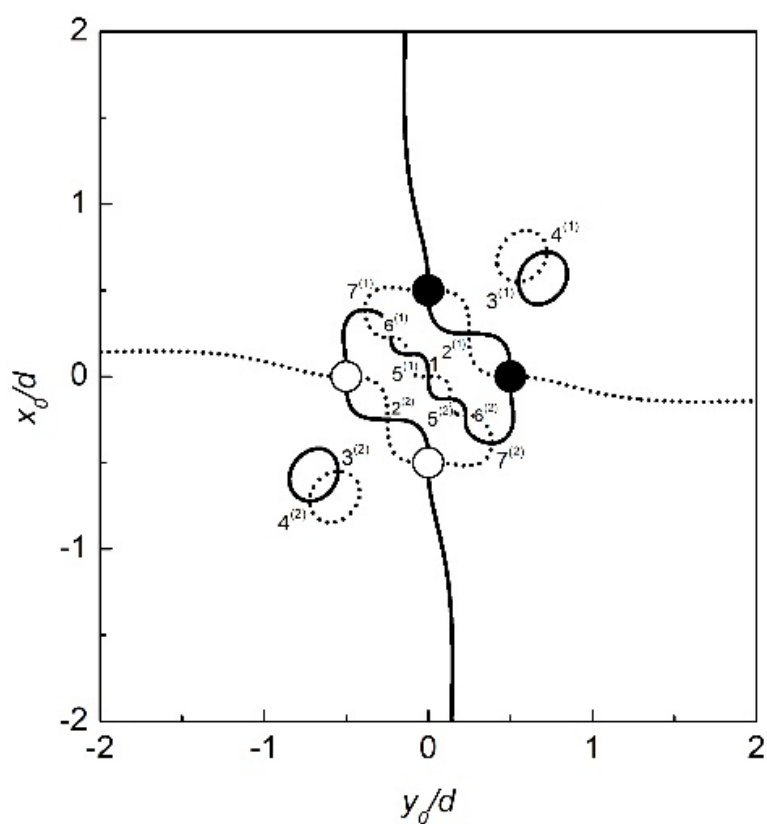


Слика 37 Слика линије у равни ударног параметра дуж којих су варијабле $\partial_x J'$ и $\partial_y J'$ једнаке нули – пуна и испрекидана линија, редом. У тачкама 1, $2^{(1)}$, $3^{(1)}$, $4^{(1)}$, $5^{(1)}$, $2^{(3)}$, $3^{(3)}$, $4^{(3)}$ и $5^{(3)}$, J' има екстремне вредности. Обојен и празан круг представљају позитивну и негативну електроду сочива по реду навођења.

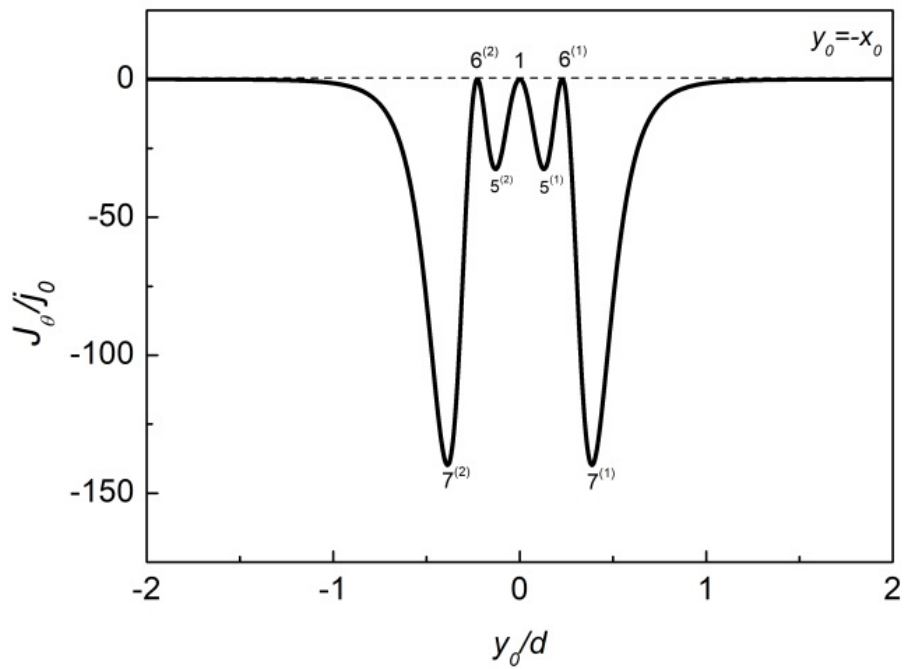
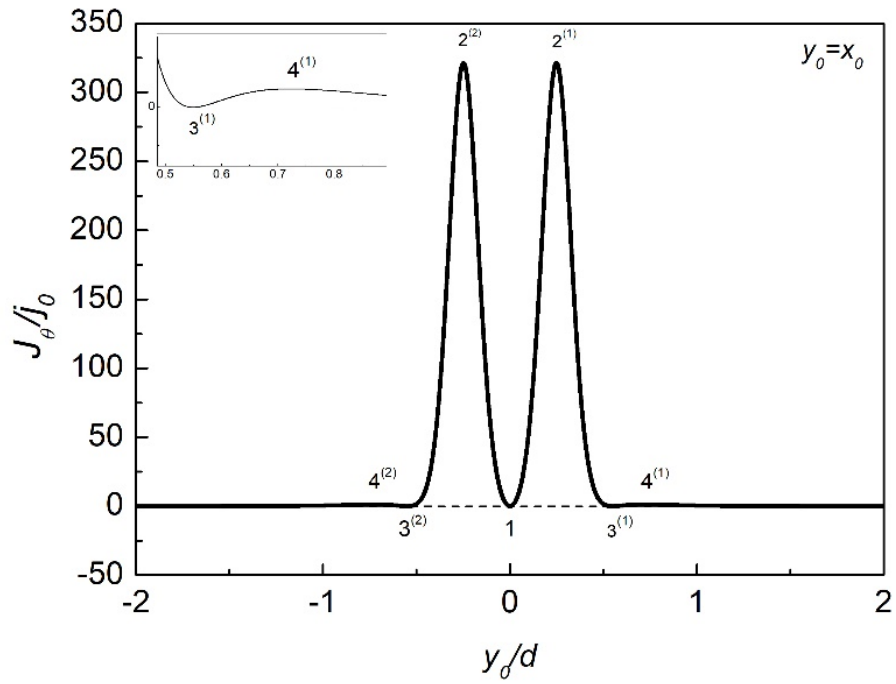


Слика 38 Зависност варијабле J' дуж линија $x_0 = y_0$; и $x_0 = -y_0$; $j_0 = [er_e V_e / (Ed^2)]^2$.
Тачке 1, 2⁽¹⁾, 3⁽¹⁾, 4⁽¹⁾, 5⁽¹⁾, 2³, 3⁽³⁾, 4⁽³⁾ и 5⁽³⁾, су минимуми и максимуми J' .

Линије дуж којих су, у равни ударног параметра, парцијални изводи варијабле, J_θ једнак нули су приказане на слици 39 и резултат су нумеричких прорачуна. Тачке пресека ових линија су тачке у којима варијабла J_θ има екстремуме и лако је уочљиво да има тринаест тачки пресека. Дуж линије $x_0 = y_0$ за $y_0 \geq 0$, постоје четири тачке у којима је ефекат екстреман: $(x_0, y_0) = (0, 0), (0.25d, 0.25d), (0.55d, 0.55d)$ и $(0.72d, 0.72d)$. У тачкама $2^{(1)}$ и $4^{(1)}$, J_θ је максимална, а у тачки $3^{(1)}$, минимална (слика 40). Поред тога, дуж линије $x_0 = -y_0$ за $y_0 > 0$, постоје три тачке у којима је ефекат екстреман: $(x_0, y_0) = (0.13d, -0.13d), (0.23d, -0.23d)$ и $(0.39d, -0.39d)$. У тачки $6^{(1)}$, J_θ је максимална, а у тачкама $5^{(1)}$ и $7^{(1)}$, минимална (слика 40). Поред наведених тачака, постоји још и тачка 1, која представља седло.

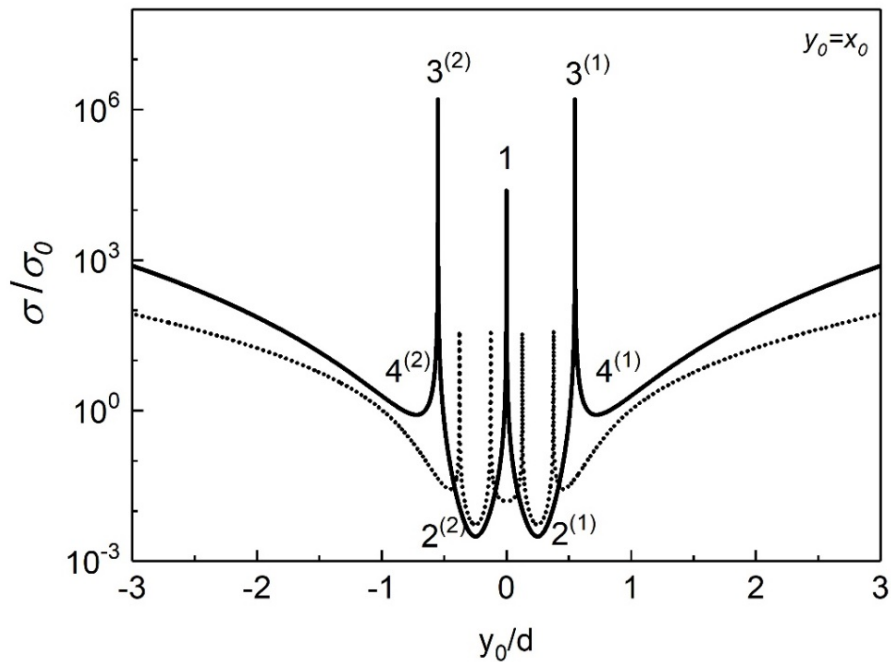


Слика 39 Слика линије у равни ударног параметра у којима су вредности $\partial_x J_\theta$ и $\partial_y J_\theta$ једнаке нули – пуна и испрекидана линија, редом. У тачкама 1, $2^{(1)}$, $3^{(1)}$, $4^{(1)}$, $5^{(1)}$, $6^{(1)}$, $7^{(1)}$, $2^{(2)}$, $3^{(2)}$, $4^{(2)}$, $5^{(2)}$, $6^{(2)}$ и $7^{(2)}$, J_θ има екстремне вредности. Обојен и празан круг представљају позитивну и негативну електроду сочива по реду навођења.



Слика 40 Зависност варијабле J_θ дуж линија $x_0 = y_0$; и $x_0 = -y_0$; $j_0 = [er_e V_e / (Ed^2)]^2$. Тачке $1, 2^{(1)}, 3^{(1)}, 4^{(1)}, 5^{(1)}, 6^{(1)}, 7^{(1)}, 2^{(2)}, 3^{(2)}, 4^{(2)}, 5^{(2)}, 6^{(2)}$ и $7^{(2)}$, су минимуми и максимуми J_θ .

На слици 41 пуном линијом приказана је зависност диференцијалног ефикасног пресека σ дуж дијагонале у равни ударних параметара ($x_0 = y_0$). На њој се могу видети три дугине тачке и четири тачке у којима је σ минимална, а које одговарају тачкама у којима је J_θ максимална и једнака нули, односно минимална. Анализирањем тачака смо приметили да се по две тачке које се на линији $x_0 = y_0$, налазе симетрично у односу на 0 у равни угла трансмисије пресликавају у исту тачку. Сlike тачака дуга у равни угла трансмисије за $x_0, y_0 \geq 0$ су: $(\theta_x, \theta_y) = (-4\theta_0, -4\theta_0)$ и $(0.83\theta_0, 0.83\theta_0)$ при чему је $\theta_0 = (eV_e/E) \times (r_e/d) = 10$ mrad. Тачке у којима је σ минимална у равни угла трансмисије је укупно четири, а за $x_0, y_0 \geq 0$ оне су: $(\theta_x, \theta_y) = (-1.62\theta_0, -1.62\theta_0)$ и $(0.69\theta_0, 0.69\theta_0)$ и наведене су одговарајућим редоследом. Тачкастом линијом приказана је зависност променљиве σ дуж линије $x_0 = y_0$, када се променљива J' занемари у целој равни ударног параметра, односно када се ефекат интерференције занемари. Ова зависност има четири максимума, а за $x_0, y_0 \geq 0$ они се налазе у тачкама: $(\theta_x, \theta_y) = (0.17\theta_0, 0.17\theta_0)$ и $(0.69\theta_0, 0.69\theta_0)$. Тачке у којима је σ_0 минимална у равни угла трансмисије је укупно пет, а за $x_0, y_0 \geq 0$ оне су: $(\theta_x, \theta_y) = (-4\theta_0, -4\theta_0)$, $(-1.62\theta_0, -1.62\theta_0)$ и $(0.68\theta_0, 0.68\theta_0)$. На основу ових резултата се може рећи да ефекат дуге проистиче из ефекта интерференције, што даље значи да је ефекат комплексан, односно да у посматраној интеракцији, утицај сочива не може да се посматра као збир утицаја појединачних електрода.



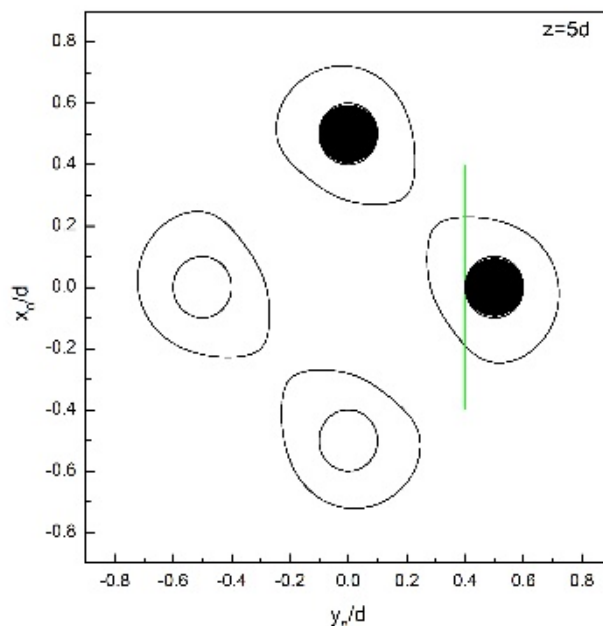
Слика 41 Зависност диференцијалног попречног пресека трансмисије јона дуж линије $x_0 = 0$, када је члан J' узет у обзир и када је занемарен – пуна и тачкаста линија; $\sigma_0 = [Ed^2/er_eV_e]^2$. Када је члан J' укључен, тачке $2^{(1)}$ и $2^{(2)}$ су дуге σ , а $1, 3^{(1)}$ и $3^{(2)}$ минимуми. Када члан J' није укључен, тачка 1 је минимум.

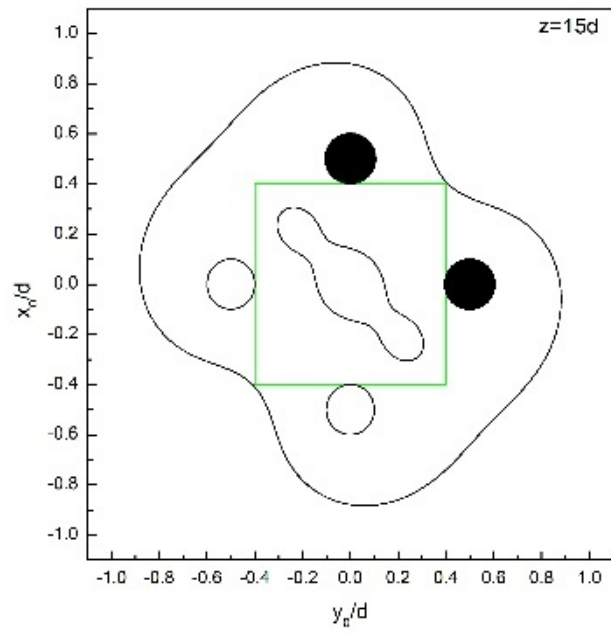
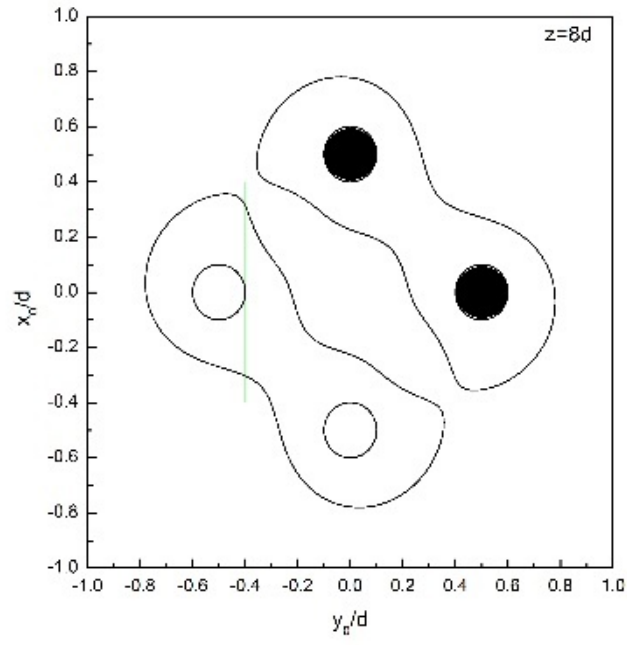
3.5.2 ЛИНИЈЕ ДУГА

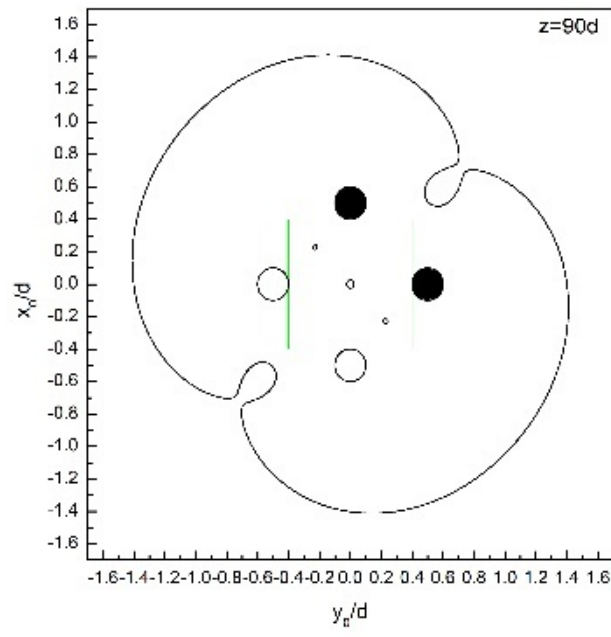
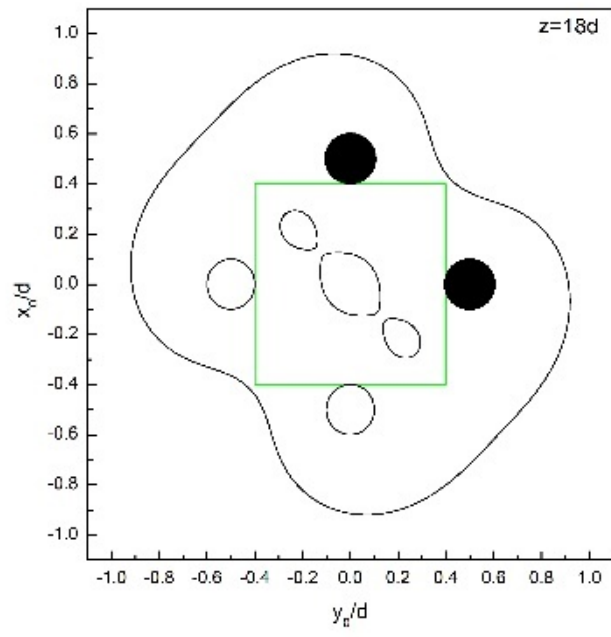
Еволуција линија дуге у равни ударног положаја на удаљеностима $z = 5d, 8d, 15d, 18d, 90d, 150d$ и $400d$, приказана је на слици 42. За $z = 5d$, на слици се налазе четири линија јајастог облика које окружују по једну электроду сочива, За $z = 8d$, појављује се две линије дуге, које су настале спајањем по две линије око електрода истог наелектрисања. За $z = 15d$, облик дуге се састоји од две линије. Линија већег обима окружује електроде, док се линија мањег обима налази унутар електрода. Ове линије формирале су се додиривањем и спајањем претходно поменутих линија. За $z = 18d$, линија дуге мањег обима се цепа на три линије једну елипсасту и две исте величине које су облика јајета, распоређене дуж правца $x = -y$, док линија већег обима не мења облик. За $z = 90d$ три линије мањег обима, постају кружнице, при чему је централна највећа. Линија већег обима која окружује електроде и налази се у периферном делу равни, има неправилан облик који подсећа на елипсу са два удубљења која секу праву $x = y$. За $z = 150d$, мање линије се не мењају квалитативно а линија дуге на периферији се цепа и у том процесу настају три линије, већа линија облика елипсе унутар које се налазе електроде и две кружне линије мањег обима, дуж правца $x = y$. За $z = 400d$ нема значајних квалитативних промена сем што већа линија постаје све више кружна. Остале линије се смањују али задржавају свој облик.

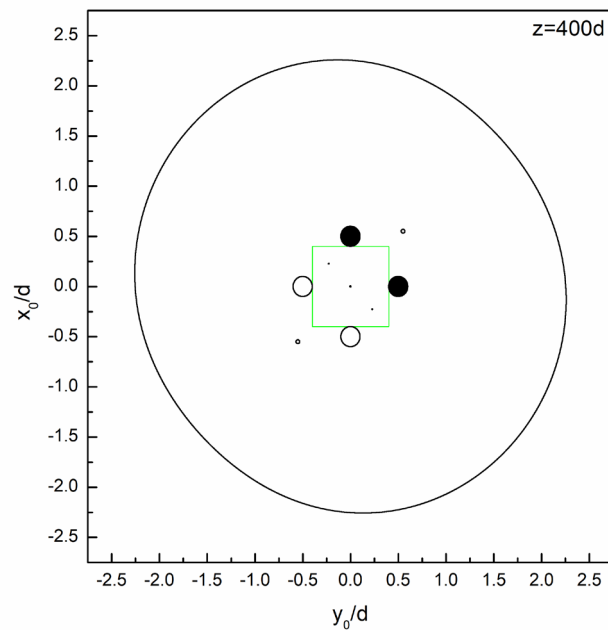
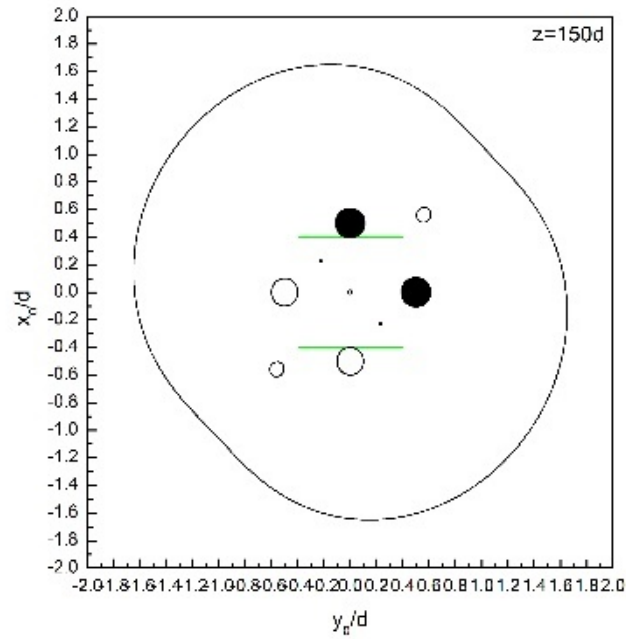
Можемо да закључимо да се са повећањем вредности z , обим кружних линија дуге смањује, док линија дуге која је облика елипсе, добија кружни облик и њен обим се повећава.

За веома велике вредности z , пет мањих линија дуге се дегенеришу у тачке, и постају тачке у којима је J_p максимално и једнако нули, док се линија већег обима повлачи.







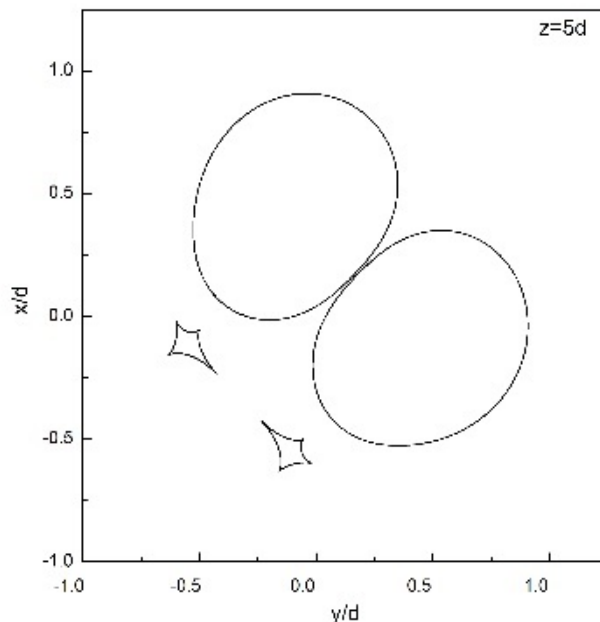


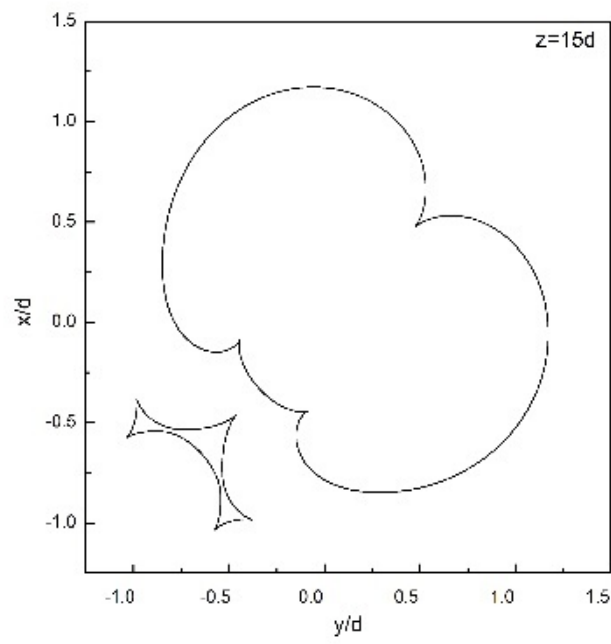
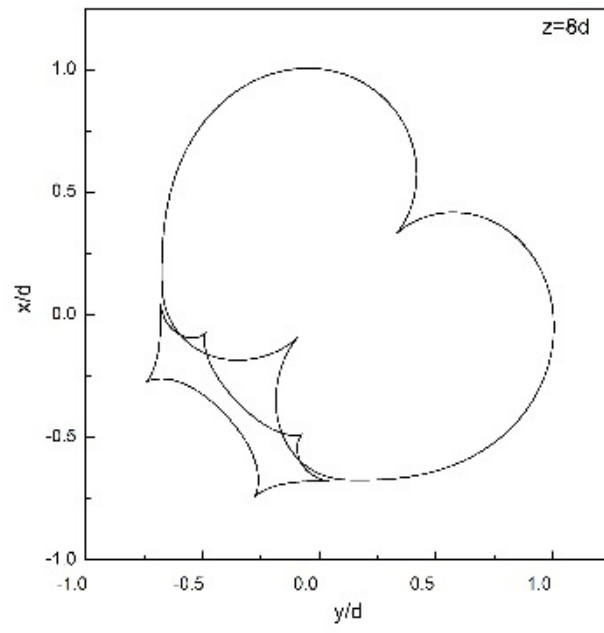
Слика 42 Просторне линије дуга у равни ударног параметра за (а) $z = 5d$, (б) $8d$, (в) $15d$, (г) $z = 18d$, (д) $90d$, (ђ) $150d$ и (е) $400d$. Зелени квадрат представља апертуру. Пуни и празни кругови представљају позитивну и негативну електроду сочива.

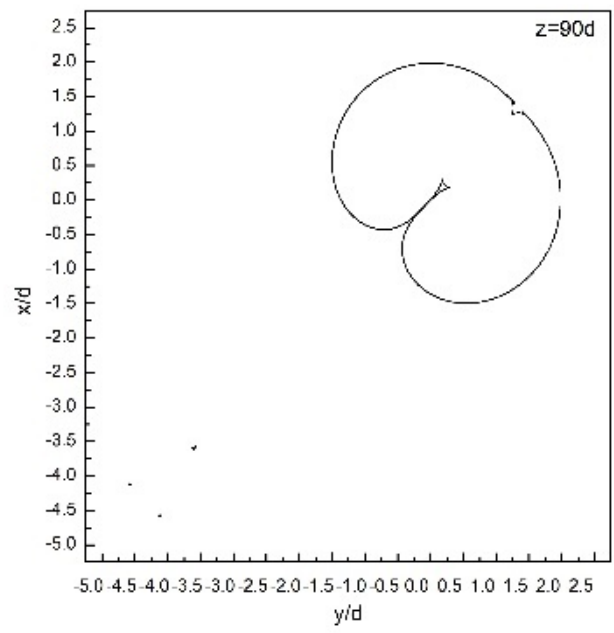
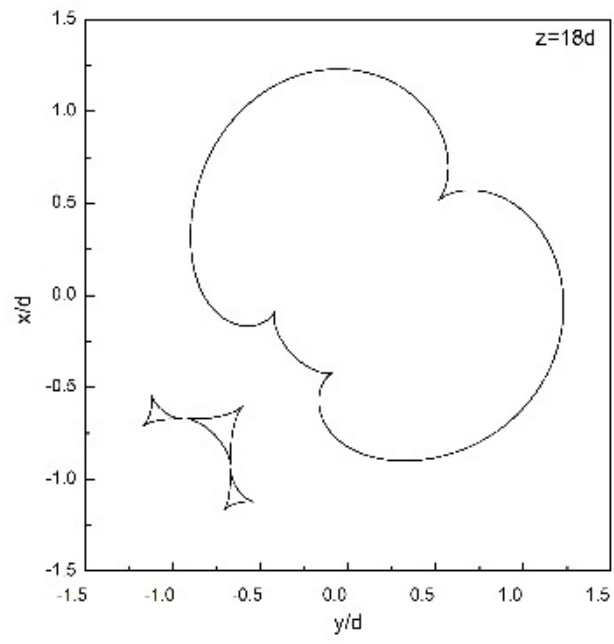
На слици 43 приказане су одговарајуће слике линије дуга из равни ударног параметра. Облик линије дуге за $z = 5d$ се састоји од две мање линије које садрже 4 рогља и које одговарају по једној од негативних електрода сочива и две веће линије облика јајета које

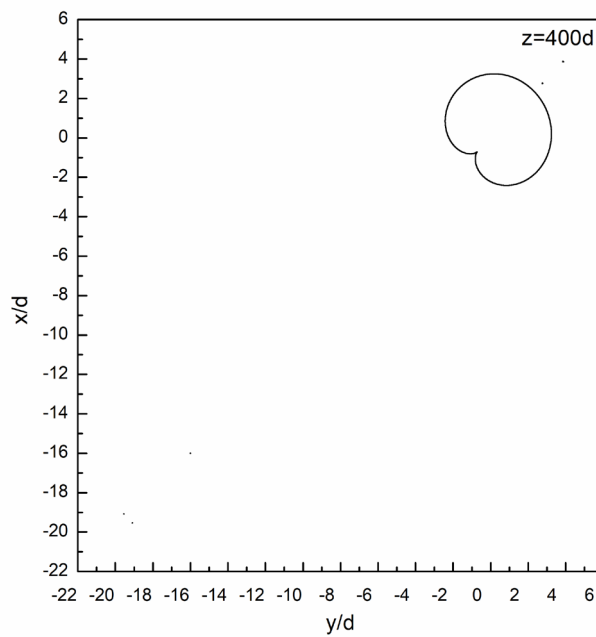
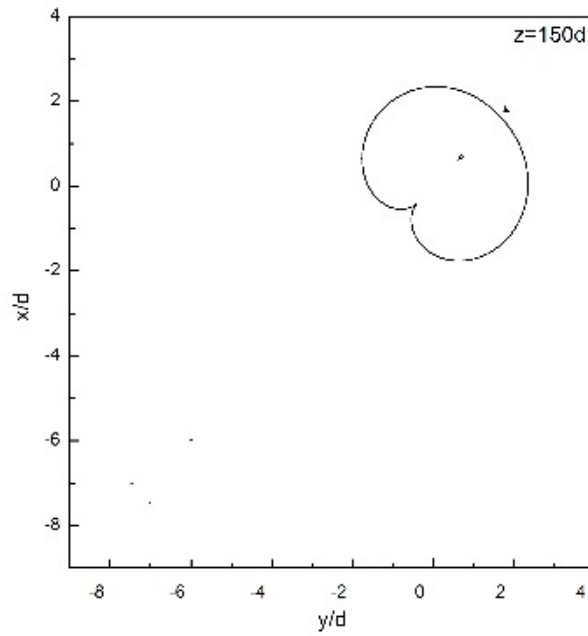
су слике линија дуга око позитивно наелектрисаних електрода. За $z = 8d$, видимо две линије, једна је настала додиром мањих линија и садржи 6 рогљева и друга додиром већих линија која има два рогља, и можемо видети још и да се међусобно преклапају. Оне одговарају линијама од којих у равни ударног параметра једна окружује позитивне електроде а друга негативне. За растојање $z = 15d$ дошло је до интеракције између линија, у којој су делови линије међусобно размењени. Сада мања линија има 3 рогља, и слика је линије дуге која се у равни ударног параметра налази у простору између електрода, док их већа има 5, и она је слика линије дуге која у тој равни окружује електроде. За $z = 18d$, мања линија се цепа на три рогљаста троугла. Овим линијама одговарају линије облика елипсе и јајастог облика које се налазе унутар електрода у равни ударног параметра. У случају $z = 90d$ три когљаста троугла су се удаљиле од веће линије и смањиле. За $z = 150d$, већа линија се цепа на два места, па се у том процесу формирају две додатне мање линије са по три рогља, при чему се једна налази унутар ње, док је друга вани и представљају слике дуга које су у равни ударног параметра кружног облика и леже у области ван електрода, а унутар велике линије дуге. Три рогљаста троугла која су настала на $z = 150d$ се смањују и удаљују од центра. За $z = 400d$, нема квалитативних промена у еволуцији. Пет мањих линије настављају са тенденцијом смањивања и бржег удаљавања од центра од веће линије тако да више нема ниједне од њих унутар веће линије.

За веома велике вредности z , пет линија дуге мањег обима се дегенеришу у тачке, док се линија дуге већег обима повлачи.





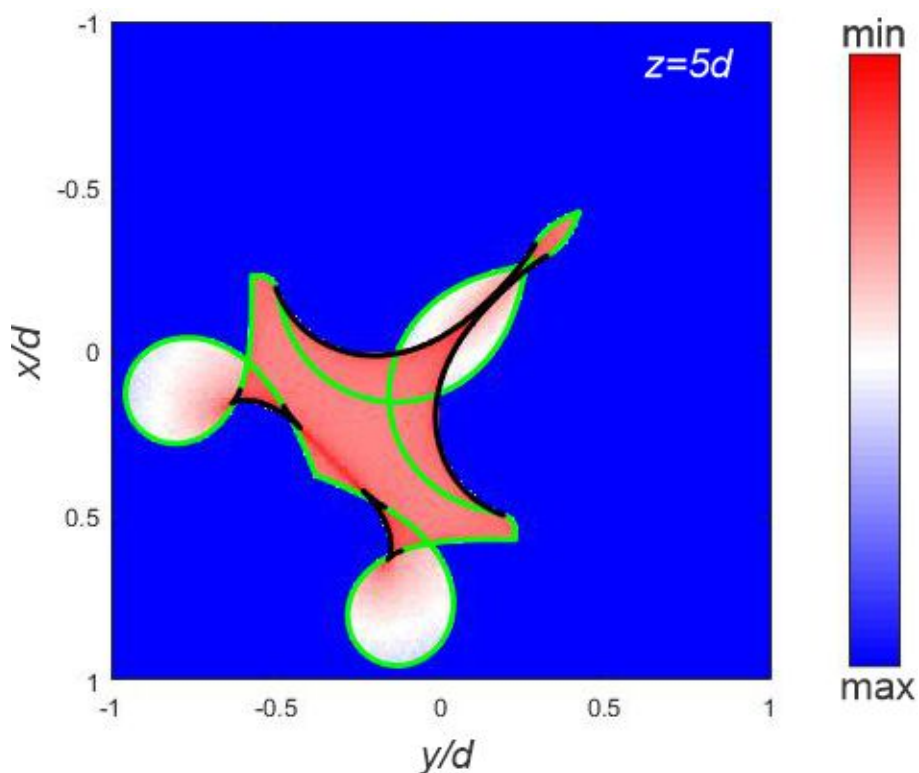


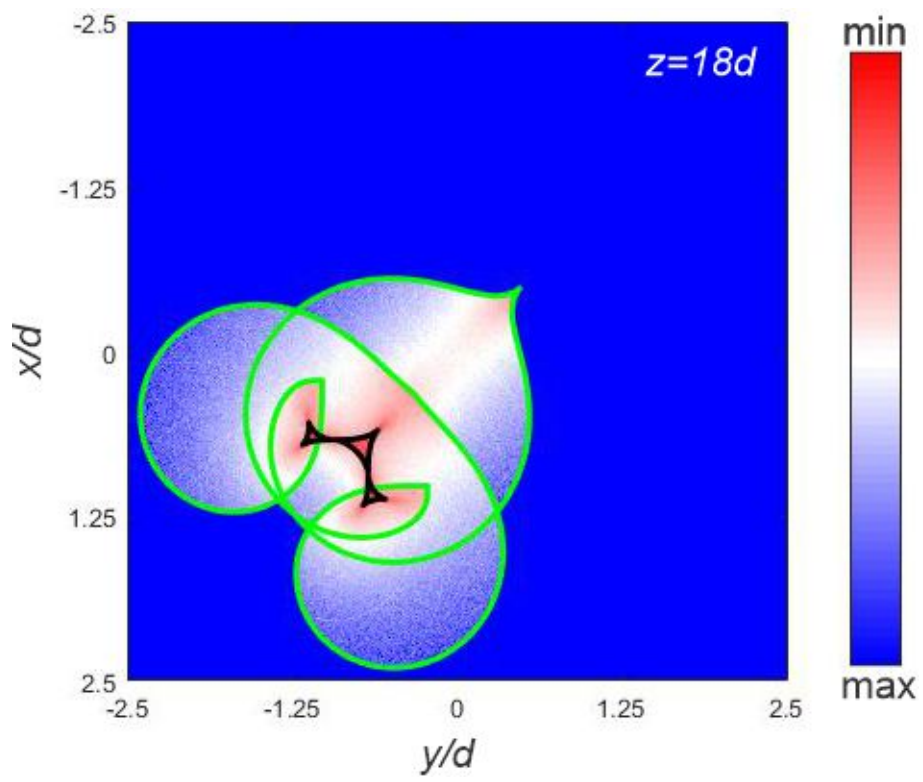
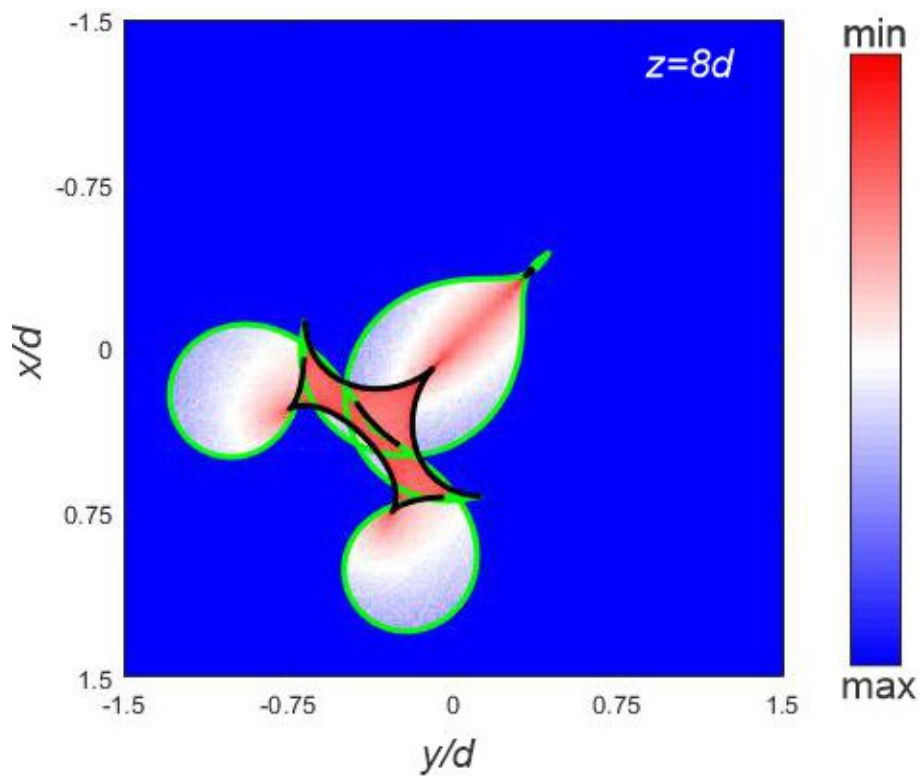


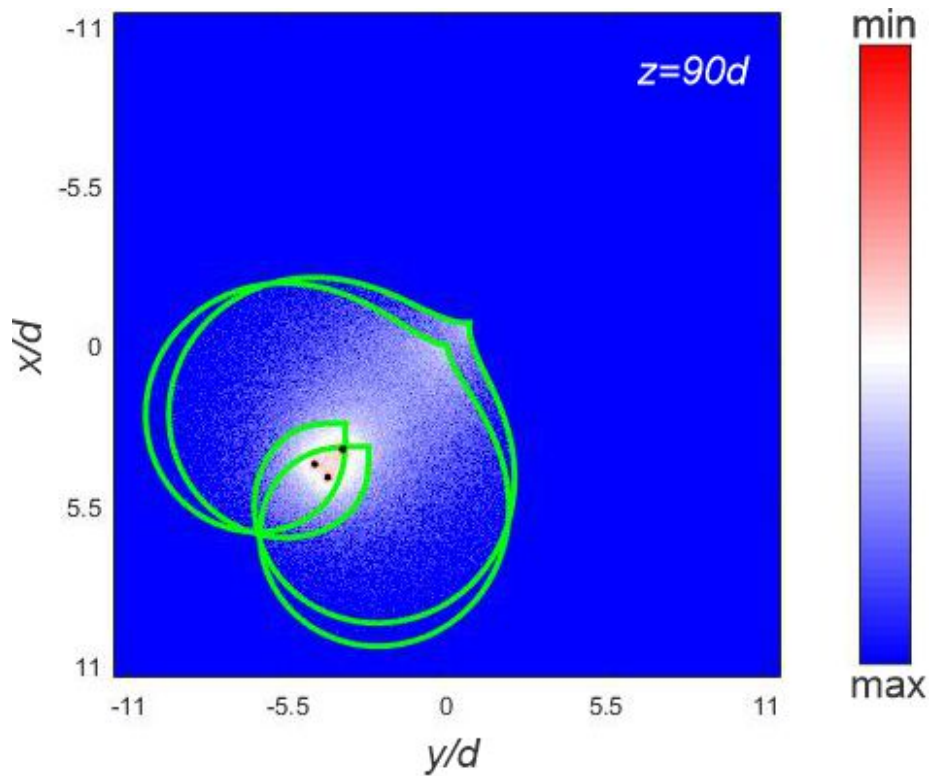
Слика 43 Просторне линије дуга у равни трансверзалног положаја за (а) $z = 5d$, (б) $8d$, (в) $15d$, (г) $z = 18d$, (д) $90d$, (ђ) $150d$ и (е) $400d$.

3.5.3 РАСПОДЕЛА ЧЕСТИЦА УНУТАР ДУГА

Двоструко диполно сочиво, за $z = 5d, z = 8d, z = 15d, z = 18d, z = 90d, z = 150d$ и $z = 400d$, су приказане на слици 44. Квадратна апертура, странице $0.8d$, са центром у пресеку x и y осе, је постављена испред сочива. Из приказаних расподела, када је у питању двоструко диполно сочиво, ако анализирамо честице које се налазе унутар апертуре, а која је у равни трансверзалног положаја на слици приказана зеленом бојом, просторне расподеле јасно показују, за свих седам случајева да област унутар линије дуге представља светлу страну дуге, док спољашња област дуге, представља тамну страну дуге. Аналогно са свим осталим ефектима дуге, принос трансмитованих јона се нагло мења преласком преко сваке линије дуге. Такође се може видети и да је принос трансмитованих јона повећан у наставку рогљева на тамној страни и да се за z далеко од сочива фокусирају у три тачке, која је померена у односу на координатни почетак, што нам говори да ово сочиво дели снап на три мања снопа и притом их скреће. Линије дуге у овој равни приказане су црном бојом приказане, и оне представљају слике одговарајућих делова линија дуге у равни ударног параметра, који се налази унутар апертуре.







Слика 44 Двосторонна просторна расподела трансмитованих јона за (а) $z = 5d$, (б) $8d$, (в) $18d$ и (г) $90d$. Скала приноса јона је логаритамска, при чему су приноси обојени плавом, преко беле, до тамно црвене боје. Црном линијом су представљене слике у равни трансверзалног положаја делова линија дуга који се у равни ударног параметра налазе унутар апертуре. Слика апертуре у равни трансверзалног положаја је представљена светло зеленом линијом.

4 ЗАКЉУЧАК

Главни допринос истраживања у оквиру ове докторске дисертације је детаљна анализа фокусирајућих својстава врло танких јонских мултиполних електростатичких сочива. Проучавана је трансмисија паралелног снопа протона енергија 10 keV кроз врло танка електростатичка сочива диполног, линијског дугиног, квадруполног, квадратног дугиног и двоструког диполног типа коришћењем импулсне апроксимације и уз претпоставку да се поље електрода сочива може добити сумирањем појединачних тачкастих наелектрисања. Показано је да су та својства у потпуности одређена ефектом интерференције доприноса електрода сочива у просторним и угаоним расподелама трансмитованих јона, што се манифестује кроз ефекат дуге.

Додатно, ова докторска дисертација представља допринос анализи комплексних система у јонској оптици. Наиме, показано је да се у интеракцији са јонским снопом, врло танко електростатичко сочиво не понаша као збир својих појединачних електрода, већ доприноси електрода просторним и угаоним расподелама трансмитованих јона интерферирају. Поменути ефекат описан је варијаблом J' , која у случају свих пет танких сочива на једном или више места у равни ударног параметра мења знак, што има за последицу да је променљива J_θ , која описује пресликавање равни ударног параметра у раван угла трансмисије, једнака нули у случају диполног и дугиног квадратног сочива у једној тачки, линијског дугиног две, квадруполног четири и двоструког диполног у пет тачака. То су тачке у којима диференцијални попречни пресек трансмисије јона тежи бесконачности. Сlike тих тачака у равни угла трансмисије су дуге у тој равни и тој вези између ефекта интерференције и појављивања дуга у равни ударног параметра као и облицима дугиних максимума у просторним и угаоним расподелама трансмитованих протона је посвећена посебна пажња. Анализе таквих комплексних система су у овој дисертацији први пут рађене.

Урађена је и детаљна анализа еволуције облика линија дуга у равни трансверзалног положаја на различитим удаљеностима од сочива и описане њихове квалитативне промене које се у процесу дешавају. У случају свих пет танких сочива је показано да се облик линија дуге након сочива мења веома брзо и да су касније промене све спорије, разлог тог засићења еволуције линија лежи у чињеници да линије дуге у равни трансверзалног положаја далеко од сочива попримају исти облик као линије дуге у равни угла трансмисије. Што је у дисертацији аналитичким извођењем и показано.

Анализиране су и дводимензионалне просторне расподеле протона трансмитованих кроз свако од пет врло танких сочива. Оне су добијене коришћењем метода рачунарске симулације. Вредност компонената ударног параметра протона изабран је равномерно у оквиру области равни ударног параметра одређене изабраном апертуром постављеном испред сочива и према израчунатим вредностима компонената вектора положаја и угла трансмисије, сваки протон је регистрован као да је ушао у ћелију у равни трансверзалног положаја протона и у ћелију у равни угла трансмисије. Као резултат и главни закључак ових симулација је да свако од сочива мења облик истог почетног задатог снопа на свој начин и то тако што га нека танка сочива фокусирају, нека скрећу, а нека деле на мање снопове, што отвара врата за широк спектар примена, између осталог, за локалну модификацију и анализу материјала. Поред тога видели смо да је понашање снопа током

трансмисије уско повезано са понашњем дуга и то тако што дуга представља границу између области са већом и области са мањом густином расподеле јона, чиме су дефинисане светла и тамна страна дуге. Још је уочљиво и да је у наставку рогљева густина јона повећана.

Сматрамо да би представљени резултати требало да се провере експериментално. Тај задатак је прави изазов, примарно ако узмемо у обзир колико је захтевно припремити сам сноп, као и прецизно мерење просторне расподеле транмитованих јона. Циљ таквог експеримента би био да се облици линија дуга посматрају као скелети расподела. А додатно би даља теоретска испитивања и успешна мерења ефекта дуге помоћу танких мултиполних и дугиних електростатичких сочива, помогла да боље разумемо и схватимо комплексне и катастрофичне ефекте на динамику јонског снопа, што би можда довело до зналајних примена за специфичну припрему снопа.

Студијама у оквиру ове дисертације отворен је пут за испитивања карактеристика врло танких електростатички сочива са шест и више електрода као и врло танких радиофреквентних сочива, која ће моћи да убрзавају и фокусирају јонске снопове.

5 ЛИТЕРАТУРА

- [1] D. Č. a. B. P. N. Nešković, „ON CLASSICAL SMALL ANGLE SCATTERING FROM MANY-PARTICLE TARGETS,“ *Physic Letters A*, t. 96A, p. 183, 1983.
- [2] S. J. Humphries, „Charged particle beams,“ *John Wiley and Sons*, 1990.
- [3] S. J. Humphries, „Principles of Charged Particle Acceleration,“ *John Wiley and Sons*, 1999.
- [4] H. Wollnik, „Optics of Charged Particles,“ *Academic press, Inc*, 1987.
- [5] M. Raiser, „Theory and Design of Charged Particle Beams,“ *John Wiley & Sons, Inc., New York*, 1994.
- [6] J. J. Livingood, „Quadrupole lenses, in: Principles of Cyclic Particle Accelerators,“ *Van Nostrand, Princeton, New Jersey*, p. 299, 1961.
- [7] M. Szilagyi, „Electron and ion optics,“ *Plenum Press New York and London*, 1989.
- [8] H. Rose, „Geometrical Charged-Particle Optics,“ *Springer-Verlag, Berlin Heidelberg*, p. 518, 2013.
- [9] P. W. K. E. Hawkes, „Principles of electron optics,“ *Applied Geometrical Optics*, t. 2, 1989.
- [10] H. Wiedemann, *Particle Accelerator Physics*, Springer, 2007.
- [11] Z. Yu. N. Demkov, *Eksp. Teor. Fiz., Sov. Phys. - JETP*, 1981.
- [12] N. Nešković, „Rainbow effect in ion channeling,“ *PHYSICAL REVIEW B*, p. 6030, 1986.
- [13] S. D. P. F. D. J. G. d. C. P. D. M. C. D. M. N. N. a. P. L. P. H. F. Krause, „Rainbow effect in axial ion channeling,“ *Physical Review B*, t. 33, p. 6036, 1986.
- [14] J. H. B. S. D. P. F. D. N. L. J. J. G. d. C. a. C. R. V. H. F. Krause, „Angular distribution of ions axially channeled in a very thin crystal: Experimental and theoretical results,“ *Physical Review A*, t. 49, p. 283, 1994.
- [15] I. T. B. B. a. S. P. N. Nešković, „A square electrostatic rainbow lens: Catastrophic ion beam focusing,“ *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, t. 635, p. 1, 2011.
- [16] S. P. P. B. B. R. R. B. B. B. a. N. N. I. Telečki, „Focusing properties of a square electrostatic rainbow lens,“ *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A*, t. 694, p. 224, 2012.
- [17] P. B. I. T. a. S. P. N. Nešković, u *Advances in Imaging and Electron Physics*, Academic Press, Elsevier, Waltham, 2014, p. 123.
- [18] P. D. B. S. M. P. a. N. B. N. I. N. Telečki, „Focusing properties of a square electrostatic rainbow lens doublet,“ *Nuclear Technology & Radiation Protection*, t. 30, p. 239, 2015.

- [19] N. N. a. D. Ć. I. Terzić, „SMALL ANGLE SCATTERING OF LOW ENERGY K⁺ IONS FROM THE POLYCRYSTALLINE Mg AND Cu SURFACES,“ *Surface Science*, t. 88, p. L71, 1979.
- [20] D. Ć. N. N. V. S. C. a. B. P. I. Terzić, „SMALL ANGLE SCATTERING OF LOW ENERGY K⁺ IONS FROM THE (001)Ni SURFACE,“ *Nuclear Instruments and Methods*, t. 170, p. 509, 1980.
- [21] C. L. a. G. Leibfried, „Higher order momentum approximations in classical collision theory,“ *Zeitschrift für Physik*, t. 172, p. 465, 1963.
- [22] L. M. a. N. N. S. Petrović, „Theory of rainbows in thin crystals: The explanation of ion channeling applied to Ne¹⁰⁺ ions transmitted through a 100 Si thin crystal,“ *PHYSICAL REVIEW B*, t. 61, p. 184, 2000.
- [23] S. P. a. L. Ž. N. Nešković, „Rainbows with a 111 Si thin crystal,“ *Eur. Phys. J. B*, t. 18, p. 553, 2000.
- [24] J. F. Nye, „Natural focusing and fine structure of light,“ *Institute of Physics, Bristol UK*, p. 193, 1999.
- [25] L. W. M. U. Jon Orloff, „High resolution focused ion beams: FIB and its applications,“ *Springer Science + Business Media New York*, 2003.

6 BIOGRAFIJA AUTORA

Кандидат Сања Грујовић Здолшек је рођена 17.06.1986. године у Београду, република Србија. Основну школу завршила је у Београду. Гимназију „Свети Сава“, природно-математички смер, завршила је 2005. године. Године 2005. уписала се на Математички факултет, Универзитета у Београду, на смер Астрофизика.

Године 2011. уписала је мастер студије на Физичком факултету, Универзитат у Београду, на смер Теоријска и експериментална физика, где је 2012. године одбранила мастер рад “Спектроскопија извора плазме од значаја за астрофизику” под руководством професора Ивана Дојчиновића, са оценом 8. Исте године уписала се на докторске студије Физичког факултета у Београду.

Од децембра 2012. године запослена је у ИНН „Винча“, на пројекту „Физика и хемија са јонским сноповима“, под руководством др Петра Беличева, научног саветника, а касније рад на докторату наставила под менторством др. Игора Телчког.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Сана Грковић Здолик

Број индекса 8-D/2012

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

ЊУГЕ У ТРАНСМИСИЈИ ДОНА КРОЗ ВРЛО ТАНКА
ЕЛЕКТРОСТАТИЧКА СОЧУВА

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 13.07.2023.

Сана Грковић Здолик

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора САЊА ТРОБИЋ ЗДОНЧЕК

Број индекса 8-D/2012

Студијски програм ПРИМЕНА И КОМПЈУТЕРСКА ФИЗИКА

Наслов рада УЛОЖЕ У ТРАНСМИСИЈИ ЗОНА КРОЗ ТАНКА ЕЛЕКТРОСТАТИЧКА СЛОЈИВА

Ментор ДР. ИГОР ТЕДЖИКИ

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањивања у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 13.07.2023

Sanja Trobitch Zdoncek

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Дуге у трансјекцији зрна кроз врло танка
електростатичка сочива

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 15.07.2023

