

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
РУДАРСКО-ГЕОЛОШКИ ФАКУЛТЕТ

Катарина М. Урошевић

**МУЛТИДИМЕНЗИОНАЛНА АНАЛИЗА
УТИЦАЈА БУШАЧКО-МИНЕРСКИХ РАДОВА
НА ЕФЕКТЕ РУДАРСКЕ ПРОИЗВОДЊЕ**

Докторска дисертација

Београд, 2025

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MINING AND GEOLOGY

Katarina M. Urosevic

**MULTIDIMENSIONAL ANALYSIS OF
DRILLING AND BLASTING IMPACT ON THE
EFFECTS OF MINING PRODUCTION**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2025

Ментор:

др Чедомир Белић, редовни професор
Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет
Ужа научна област: Подземна експлоатација лежишта
минералних сировина

Чланови комисије:

др Зоран Глигорић, редовни професор
Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет
Ужа научна област: Подземна експлоатација лежишта
минералних сировина

др Бранко Глушчевић, редовни професор
Универзитет у Београду – Рударско-геолошки факултет
Ужа научна област: Подземна експлоатација лежишта
минералних сировина

др Милица Кашанин Грубин, научни сарадник
Универзитет у Београду – Институт за хемију, технологију
и металургију
Ужа научна област: Геонауке

Датум одбране: _____

Захвалност

Ова дисертација је резултат дугогодишњег рада, посвећености и подршке многих дивних људи, без којих овај пут не би био исти.

Пре свега, желим да изразим најдубљу захвалност свом ментору проф. др Чедомиру Бељићу, чија стручност, несебична подршка и стрпљење нису били само водиља кроз научно истраживање, већ и подстицај за лични и академски развој. Његови савети и инспиративни разговори били су кључни у обликовању овог рада.

Такође, посебну захвалност дугујем професору др Зорану Глигорићу, за пренето знање, стручну помоћ и вредне сугестије које су значајно допринеле изради ове дисертације.

Велико хвала члановима комисије, проф. др Бранку Глушчевићу и др Милицы Кашанин како на стручној помоћи тако и на својим драгоценим саветима који су допринели унапређењу квалитета дисертације. Хвала и свим професорима и сарадницима који су ми током студија пренели знање и подстакли ме да истражујем даље.

Захвална сам и својим колегама, који су несебично делили идеје, охрабривали ме у изазовним тренуцима и веровали у мене. Њихова подршка и заједнички рад учинили су овај процес лакшим и лепшим. Такође, искрено захваљујем својим најдражим пријатељима, који су ми били непроцењива подршка током овог пута.

Најдубљу захвалност дугујем мужу Немањи, оцу Миодрагу, мајци Зорици и сестри Кристини. Они су били мој ослонац, мотиватор и сигурна лука. Њихова љубав и разумевање дали су ми снагу да истрајем и верујем у успех.

На крају, хвала свима који су на било који начин допринели овој дисертацији – својим саветима, охрабрењем или једноставним присуством.

Мултидимензионална анализа утицаја бушачко-минерских радова на ефекте рударске производње

Сажетак

Усвајање оптималних параметара бушачко-минерских радова је веома комплексан задатак, имајући у виду велики број фактора које је потребно анализирати у циљу осигурања ефикасности и безбедности извођења ових рударских операција. Адекватно изведене операције бушења и минирања обезбеђују оптималну гранулацију стенске масе, што је од велике важности за даљи ток рударске производње. Недовољно прецизно усвојени параметри ових операција могу довести до прекомерног уситњавања, повећане потрошње енергије у секундарним процесима дробљења и до нарушавања стабилности подземних просторија, што потенцијално угрожава и безбедност радне снаге. У овој докторској дисертацији развијена је методологија са мултидимензионалним приступом и савременим математичким алатима за симулацију, који имају за циљ подршку процесу одлучивања, односно прецизирања параметара бушачко-минерских радова, тако да оне буду изведене уз максималну обзирност према економским, производним и еколошким факторима. Развијена методологија се састоји од две нове методе вишекритеријумског одлучивања, које су примењене на нумеричком примеру уз дефинисање одређеног броја критеријума који служе за селекцију оптималне од више предложених алтернатива. Неодређеност неких критеријума је препозната и имплементацијом симулација у једну од две нове методе, успешно превазиђена у овом процесу подршке одлучивању. Добијена решења су упоређена и одабрано је оптимално решење. Развијена методологија је упоређена са већ признатим методама вишекритеријумског одлучивања. За верификацију је коришћен степен корелације, који је у оба случаја тестирања био преко 90 %, што се оцењује као висок степен корелације. Предложена методологија нема ограничења у својој примени, може се искористити као подршка одлучивању, на различитим рударским локацијама.

Кључне речи: Мултидимензионална анализа, утицај бушачко-минерских радова, рударска производња, подземна експлоатација

Научна област: Рударско инжењерство

Ужа научна област: Подземна експлоатација лежишта минералних сировина

УДК број: 622.833 : 622.33 (043.3)
622.261.2

Abstract

Adopting optimal parameters for drilling and blasting operations is a very complex task, considering the large number of factors that need to be analyzed in detail to ensure the efficiency and safety of these mining operations. Properly executed drilling and blasting operations ensure optimal fragmentation of the mined rock mass, which is crucial for the subsequent stages of mining production. Insufficient precise parameters for these operations can lead to excessive fragmentation, increased energy consumption during secondary crushing processes, and the disruption of the stability of underground objects, potentially threatening the safety of the workforce. This doctoral dissertation presents a methodology that involves a multidimensional approach and modern mathematical tools for simulation. These tools aim to support the decision-making process by specifying the parameters for drilling and blasting operations, ensuring they are performed with optimal consideration for economic, production, and environmental factors. The developed methodology consists of two novel multi-criteria decision-making methods, which were applied to a numerical example that defined several criteria to select the optimal alternative from multiple proposed options. The uncertainty of certain criteria was identified and successfully addressed in the decision-support process by implementing simulations in one of the two novel methods. The results were compared, and the optimal solution was selected. The developed methodology was also compared with existing multi-criteria decision-making methods. The degree of correlation, which was over 90% in both cases of testing, was assessed as a high degree of correlation. The proposed methodology has no limitations in its application and can be used as a decision-support tool at various mining locations.

Key words: Multidimensional analysis, drilling and blasting impact, mining production, underground mining

Scientific field: Mining engineering

Sub scientific field: Underground mining engineering

UDC: 622.833 : 622.33 (043.3)
622.261.2

САДРЖАЈ

1	Увод.....	1
1.1	Предмет и циљ истраживања.....	2
1.2	Полазне хипотезе.....	2
1.3	Научне методе истраживања и очекивани допринос.....	3
1.4	Преглед ранијих истраживања.....	4
1.5	Структура дисертације и преглед поглавља.....	6
2	Теоријске основе бушачко-минерских радова у подземној експлоатацији.....	8
2.1	Лепезасто минирање.....	11
2.1.1	Приказ параметара бушачко-минерских радова.....	11
2.2	Технички, економски и безбедносни аспекти бушачко-минерских радова.....	16
3	Вишекритеријумско одлучивање.....	18
3.1	Методе вишекритеријумског одлучивања.....	24
4	Методологија.....	28
4.1	Дефинисање алтернатива и критеријума.....	28
4.2	Методе RAPS и MCRAT.....	33
4.3	Симулација са RAPS методом.....	37
5	Нумерички пример.....	43
5.1	Примена RAPS и MCRAT метода за одабир оптималне алтернативе.....	46
5.2	RAPS метода са симулацијама.....	53
5.3	Верификација предложених модела.....	63
5.3.1	Верификација RAPS и MCRAT метода.....	63
5.3.2	Верификација RAPS методе са симулацијом.....	65
6	Анализа резултата.....	70
7	Закључак.....	72
8	Литература.....	74

Списак слика

Слика 2.1	Распоред бушотина у откопима А-хоризонталне, Б – косе, Ц – вертикалне	8
Слика 2.2	Распоред леззастих бушотина А- вертикалне, Б – хоризонталне	9
Слика 2.3	Распореди минских бушотина који се остварују различитим типовима бушаћих кола	10
Слика 2.4	Пример једне шеме лезезе	11
Слика 2.5	Поређење пречника минске бушотине са просечном пројектованом линијом најмањег отпора	14
Слика 3.1	Процес одлучивања	19
Слика 3.2	Скала за квантификовање лингвистичких променљивих	20
Слика 3.3	Класификација ВКО метода	23
Слика 4.1	Пример шеме минирања	29
Слика 4.2	Површина оивичена бушотинама потребна за прорачун критеријума компактности лезезе минирања	31
Слика 4.3	Дијаграм RAPS и MCRAT метода	37
Слика 4.4	Графикон једне могуће позиције дуж х и у осе	39
Слика 4.5	Процес симулације	42
Слика 5.1	Шематски приказ методе откопавања боксита	43
Слика 5.2	Шематски приказ откопног ходника и лезезе минирања	44
Слика 5.3	Шеме лезеза минирања са висином откопног ходника 8 m	45
Слика 5.4	Шеме лезеза минирања са висином откопног ходника 9 m	45
Слика 5.5	Шеме лезеза минирања са висином откопног ходника 10 m	46
Слика 5.6	Дијаграм тежина критеријума добијених стандардном девијацијом	48
Слика 5.7	Дијаграм рангирања RAPS и MCRAT методама	52
Слика 5.8	Дијаграм тежина критеријума за симулацију $c=1$	54
Слика 5.9	Рангирање алтернатива за $c=1$	58
Слика 5.10 а)	Расподела рангирања са RAPS-симулације методом за алтернативе А1 и А2	61
Слика 5.10 б)	Расподела рангирања са RAPS-симулације методом за алтернативе А3 и А4	62

Слика 5.10 в)	Расподела рангирања са RAPS-симулације методом за алтернативе А5 и А6	62
Слика 5.10 г)	Расподела рангирања са RAPS-симулације методом за алтернативе А7 и А8	62
Слика 5.10 д)	Расподела рангирања са RAPS-симулације методом за алтернативу А9	62
Слика 5.11 а)	Расподела рангирања TOPSIS методом са симулацијама за алтернативе А1 и А2	66
Слика 5.11 б)	Расподела рангирања TOPSIS методом са симулацијама за алтернативе А3 и А4	66
Слика 5.11 в)	Расподела рангирања TOPSIS методом са симулацијама за алтернативе А5 и А6	67
Слика 5.11 г)	Расподела рангирања TOPSIS методом са симулацијама за алтернативе А7 и А8	67
Слика 5.11 д)	Расподела рангирања TOPSIS методом са симулацијама за алтернативе А9	67
Слика 5.12	Радар дијаграм RAPS и TOPSIS коначног рангирања, уз имплементацију симулација	68
Слика 5.13	Распон коефицијената корелације	69
Слика 5.14	Хистограм расподеле коефицијената корелације RAPS и TOPSIS метода са симулацијама	69

Списак табела

Табела 2.1	Специфична потрошња експлозива	13
Табела 2.2	Параметри за прорачун емпиријског коефицијента стенске масе	16
Табела 3.1	Предности и недостаци појединих ВКО метода	27
Табела 5.1	Параметри шема минирања	45
Табела 5.2	Израчунате вредности критеријума за избор алтернатива	46
Табела 5.3	Улазна матрица	47
Табела 5.4	Нормализована матрица	47
Табела 5.5	Тежине критеријума добијене стандардном девијацијом	48
Табела 5.6	Отежана матрица	48
Табела 5.7	Оптимална алтернатива	49
Табела 5.8	Декомпозиција оптималне алтернативе	49
Табела 5.9	Декомпозиција свих алтернатива	49
Табела 5.10	Магнитуда алтернатива	50
Табела 5.11	Сличност обима алтернатива	50
Табела 5.12	Рангирање алтернатива према RAPS методи	51
Табела 5.13	Траг матрица и рангирање алтернатива	52
Табела 5.14	Улазна матрица одлучивања	53
Табела 5.15	Нормализована матрица одлучивања	54
Табела 5.16	Тежине критеријума израчунате методом стандардне девијације	54
Табела 5.17	Отежана нормализована матрица	55
Табела 5.18	Идентификација оптималне алтернативе	55
Табела 5.19	Декомпозиција оптималне алтернативе	56
Табела 5.20	Декомпозиција алтернатива	56
Табела 5.21	Магнитуда алтернатива	57
Табела 5.22	Сличност обима алтернатива	57
Табела 5.23	Дистрибуција рангирања свих алтернатива након 100 и 200 симулација	59
Табела 5.24	Дистрибуција рангирања свих алтернатива након 300 и 400 симулација	60
Табела 5.25	Дистрибуција рангирања свих алтернатива након 500 симулација	60

Табела 5.26	Процент удела ранга P1 за сваких 100 симулација до 500, за сваку алтернативу	61
Табела 5.27	Улазна матрица одлучивања	63
Табела 5.28	Рангирање алтернатива у складу са улазном матрицом на претходној табели	64
Табела 5.29	Коефицијенти корелација различитих метода ВКО	65

1 Увод

Подземна експлоатација лежишта минералних сировина представља један од најсложенијих сегмената рударске индустрије, где је прецизно планирање и оптимизација процеса од велике важности за економичност, безбедност и ефикасност производње. Рударски пројекти подразумевају скуп великог броја операција, које је потребно спровести, како би се добио финални производ. Једна од важнијих операција, односно, технолошких поступака у овом процесу, јесу операције бушења и минирања, које се користе за дезинтеграцију минералне сировине. Осим на производњу, ове операције утичу и на стабилност подземних просторија, контролу вибрација и смањење нежељених ефеката као што су дезинтеграција масе изван жељених граница, оштећења инфраструктуре рудника и појава гасова.

Правилно изведене операције бушења и минирања омогућавају оптималну гранулацију стенске масе, што је од велике важности за транспорт и даљу прераду минералне сировине која се експлоатише. Неодговарајуће усвојени параметри ових операција могу довести до прекомерног уситњавања, повећане потрошње енергије у процесима секундарног уситњавања, као и смањене стабилности подземних просторија, што може угрозити безбедност радника. Сходно наведеном, разумевање механизма који дефинишу утицај минирања на рударску производњу има веома важну улогу у побољшању ефикасности експлоатације.

Утврђивање оптималних параметара за експлоатационо бушење и минирање представља изузетно комплексан задатак, имајући у виду многобројне факторе који захтевају детаљну анализу како би се осигурала ефикасност и безбедност ових процеса. Ови фактори укључују, али нису ограничени на, геолошке услове, типове и карактеристике експлозива, техничке спецификације опреме бушења и слично. Стога је неопходно интегрисати мултидимензионални приступ и савремене математичке алате за симулацију и селекцију, који могу помоћи у прецизирању параметара операција тако да оне буду изведене уз максималну обзирност према производним, економским и еколошким факторима.

Осим техничких и технолошких аспеката рударства, неопходно је разматрати и бројне друге факторе како би се осигурала ефикасна експлоатација. Овде се, пре свега, мисли на економске и социјалне утицаје. Развој производних капацитета у области експлоатације минералних сировина довео је до интензивне употребе различитих врста експлозива у процесу минирања. Последице овог процеса могу се сагледати из више углова – с једне стране, доприносе унапређењу техничко-економских показатеља, док с друге стране узрокују негативне ефекте. Међу њима се издвајају сеизмичко дејство, ваздушни таласи, бука, разбацавање фрагмената стенске масе и појава гасова.

Ови феномени постају све значајнији предмет истраживања, а управљање њиховим ефектима у оквиру дозвољених граница представља сложен изазов. Ово се односи како на проучавање њихових физичких и хемијских својстава, тако и на правну регулативу. Један од посебних изазова је то што у нашој држави често недостају јасно дефинисани стандарди и норме за многе од ових ефеката, те се сваки случај третира појединачно, при чему се често користе инострани прописи.

Истраживања у овој области се баве анализом различитих параметара бушења и минирања, као што су тип експлозива, начин иницирања, геометрија и дубина бушотина, размак између експлозивних пуњења, механичка својства стена итд. Напредне методе симулације и мониторинга омогућавају боље предвиђање и контролу ефеката минирања, што доводи до оптимизације процеса и смањења негативних утицаја на околину.

1.1 Предмет и циљ истраживања

Предмет истраживања ове докторске дисертације фокусира се на анализу и одабир оптималних параметара бушења и минирања, са намером да се побољшају технолошки, економски и безбедносни аспекти производних процеса у рудницима подземне експлоатације. Истраживање ће обухватити процену различитих техничких параметара како би се постигла максимална ефикасност и минимизирали потенцијални ризици у оквиру подземне експлоатације. Циљ је да се обезбеди оптималан радни процес, који ће утицати на повећање продуктивности, безбедности и одрживости у рударским активностима.

У циљу постизања оптималних резултата који оправдавају извођење бушачко-минерских радова, уз истовремено минимизирање негативних ефеката који могу проистећи из ових активности, од суштинске је важности располагати напредним и комплексним аналитичким моделима који подржавају процес одлучивања у фази планирања и пројектовања будућих рударских активности. Ови модели морају бити вишедимензионални, што подразумева интеграцију и симултано разматрање бројних аспеката који се односе на технолошке, економске и безбедносне параметре, чиме се обезбеђује систематско и објективно доношење одлука.

Истраживачки задатак у овом контексту представља изузетан изазов, јер захтева истовремено задовољавање супротстављених циљева који произилазе из различитих аспеката бушачко-минерских радова. Ово укључује усклађивање параметара као што су економска ефикасност, технолошка изводљивост, и безбедност рада што скупа чини проблем вишеструким и комплексним.

Циљ дисертације може се дефинисати кроз два основна аспекта. Први аспект подразумева свеобухватно и детаљно проучавање свих критичних параметара и ефеката који произилазе из примене бушачко-минерских радова, са фокусом на технолошке и безбедносне импликације ових активности у подземној експлоатацији. Други аспект истраживања обухвата развој математичко-економског модела који ће пружити подршку процесу одлучивања, заснованог на мултидимензионалним својствима рударских система. Овај модел ће омогућити дефинисање Парето-оптималних решења која ће служити као основа за оптимизацију свих релевантних параметара и осигурање уравнотеженог приступа у циљу постизања најбољих резултата у рударској производњи.

1.2 Полазне хипотезе

Оптимизација параметара бушења и минирања значајно утиче на ефикасност рударске производње. Избор адекватних параметара бушења (размак између бушотина, угао бушења, дужина бушотина) и минирања (врста експлозива, брзина детонације) директно утиче на фрагментацију одминераног материјала, што може побољшати ефикасност утовара, транспорта и дробљења руде. Одговарајућа фрагментација смањује потребу за секундарним уситњавањем, смањује потрошњу горива и енергије у процесима прераде, што доводи до смањења укупних оперативних трошкова рударске производње. Неадекватан дизајн минирања у подземној експлоатацији може изазвати нежељене ефекте као што су оштећење околног стенског масива, повећану нестабилност подземних просторија и ризик за раднике у подземним рудницима. Претпоставља се да примена напредних алата за симулацију а потом селекцију симулираних параметара, може побољшати операције бушења и минирања, смањити негативне ефекте и повећати укупну продуктивност рударских операција.

Комбиновањем метода научно-истраживачког рада, системске анализе и студије случаја, као основних методолошких поступака, долази се до жељених резултата.

Ове претпоставке биће тестиране кроз детаљну емпиријску анализу предложених, прорачунатих и симулираних параметара.

1.3 Научне методе истраживања и очекивани допринос

Научне методе истраживања примењене у овој докторској дисертацији обухватају следеће:

- Прикупљање литературе која се бави проблемима бушења и минирања, као и утицајима ових активности на експлоатацију минералних ресурса;
- Теоријску анализу поменуте проблематике;
- Теорију вишекритеријског одлучивања;
- Математички и симулациони модел;
- Нумерички модел;
- Обраду и анализу добијених резултата;
- Валидацију предложеног модела.

Избор оптималних параметара бушачко-минерских радова, као сложен и вишедимензионалан процес, поставља изазов у управљању често супротстављеним циљевима који морају бити интегрисани и усклађени. Како је сваки случај јединствен, решавање овог проблема захтева индивидуалан приступ и примену специфичних методологија које ће одговарати конкретним условима и циљевима. Из тог разлога, постављање оптималних захтева за планирање, пројектовање и извођење радова на бушењу и минирању подразумева стварање модела који могу истовремено узети у обзир бројне критеријуме, као што су економска ефикасност, безбедност рада и смањење трошкова. Овај мултидимензионални приступ омогућава максимизацију или минимизацију одређених параметара, уз уважавање бројних ограничења која дефинишу конкретне услове рада.

У складу са наведеним, дефинисање методологије за подршку одлучивању, која би истовремено узела у обзир различите параметре бушења и минирања, представља кључни научни допринос ове дисертације. Овакви модели не само што би допринели решавању деликатних и комплексних задатака у процесу одлучивања, већ би и значајно побољшали ефикасност у дефинисању параметара који воде ка економски ефикасној и одрживој производњи. Овакав приступ би омогућио:

- Једноставније и ефикасније утврђивање параметара за економски одрживу и продуктивну производњу;
- Уважавање стриктних захтева за безбедан рад;
- Смањивање субјективног утицаја у процесу одабира параметара бушачко-минерских радова;
- Интеграција различитих метода у јединствен и композитан модел;
- Примена напредне мултидимензионалне анализе која омогућава истовремено разматрање различитих аспеката.

Резултати предложених истраживања не само да ће допринети бољем разумевању и ефикаснијој анализи параметара бушења и минирања, као и ефеката ових операција, већ ће поседовати и значајан научни утицај. Очекује се да ће ова истраживања подстаћи будући развој нових метода, као и нових модела за подршку одлучивању у области рударства, чиме

ће допринети напредовању целокупне рударске праксе и развоју иновативних приступа у решавању сложених проблема у овој области.

1.4 Преглед ранијих истраживања

Оптимизација операција бушења и минирања може значајно побољшати искоришћење ресурса, смањити губитке и утицати на укупну продуктивност рудника. Истраживачи су користили различите методе и алате за анализу утицаја бушења и минирања, укључујући математичке моделе, симулације и експерименталне студије. Раније студије показују да је адекватан избор параметара бушења и минирања од велике важности за смањење нежељених ефеката као што су неодговарајућа фрагментација, вибрације, нарушавање стабилности околног стенског масива и осиромашење корисне минералне сировине.

Wang et al. [1] у свом истраживању фокусирали су се на смањење негативних утицаја од минирања, оптимизујући лепезу, односно минска пуњења једне лепезе, користећи „Scaled Heelan“ модел развијен од стране Blair & Minchinton [2]. Развили су математички модел за предикцију величине комада по бушотини и алгоритам за распоред бушотина. Њихово истраживање је показало да предложени модел може смањити прекомерно дробљење и побољшати ефикасност транспорта руде. Onederra & Chitombo [3] предложили су методологију за пројектовање лепезе минирања у подземним рудницима, која укључује употребу 3D анализа, ради смањења потенцијалног оштећења околног стенског масива и симулација како би се побољшала безбедност и продуктивност. Такође аутори истичу предност предложеног модела, која се огледа у константном побољшању дизајна лепезе са променом услова експлоатације. Још једно истраживање везано за оптимизацију параметара бушења и минирања у сврху смањења негативних ефеката а повећања ефикасности рударске производње, спровели су Yu et. al [4], они су користили LS-DYNA софтвер за креирање нумеричког модела који процењује оштећење стенске масе и ниво фрагментације, тежи побољшању резултата минирања. Неки од фактора које су користили као најважније за добијање оптималног процеса минирања су удаљеност у дну бушотина, линија најмањег отпора, коефицијент попуњености бушотина експлозивом итд.

Операције бушења и минирања представљају значајан сегмент оперативних трошкова у рударској производњи. Бројна истраживања указују на то да стратегијско планирање и прецизно управљање овим процесима може значајно смањити трошкове, а у исто време повећати ефикасност. Усмеравање на оптимизацију ових операција не само да утиче на смањење издатака, већ и на унапређење укупне продуктивности и безбедности рада у рудницима. Rao et al. [5] су у свом истраживању, кроз техно-економску оцену, анализирали како промене у начину експлоатације, повезане са бушачко-минерским радовима, утичу на ефекте производње, односно које промене би довеле до смањења трошкова бушења, које до промене у коштању једне серије минирања, а које до повећања продуктивности.

Xuhui et al. [6] предложили су софтвер за смањење трошкова повезаних са операцијама бушења и минирања. Помоћу софтвера за анализу фрагментације минирања у оптимизацији трошкова производње рудника показали су нове могућности за истраживања, пружајући нове увиде и теоријску подршку. Комбинујући вештачке неуронске мреже (ANN) и грубе скупове, Jiang et al. [7] предложили су модел који би предвиђао а потом оптимизовао параметре минирања. Њихово истраживање је показало да предложени модел, има високу стопу усаглашености са стварним резултатима, што имплицира и повећање тачности предвиђања предложеног модела. Us et al. [8] упустили су генетски алгоритам како би изабрали одговарајуће локације и број пуњења за шеме минирања. Неки истраживачи су се фокусирали на оптимизацију одређеног параметра како би побољшали целокупан процес производње. Па

тако су Vishwakarma et al. [9], помоћу нумеричких симулација, оптимизовали линију најмањег отпора код лепезног мињања. Нумерички модели су креирани помоћу различитих вредности чврстоће стенског материјала и пречника бушотина. А у свом другом истраживању, Vishwakarma et al. [10], су такође третирали линију најмањег отпора, само што су у овом другом случају, користили динамички софтвер, и мењали параметар до 65 пута, како би изабрали оптималну вредност.

Методе вишекритеријумске оптимизације све више добијају на значају за унапређење различитих аспеката рударске производње, као што су одабир опреме, методе експлоатације, шеме мињања и комплетно планирање рудника. Ове технике су изузетно корисне у комплексним ситуацијама карактеристичним рударска окружења, где се одлучивање често базира на уравнотежавању различитих фактора попут трошкова, безбедности, утицаја на околину и ефикасности рада.

Према прегледној студији Pouresmaeli et al. [11] су анализирали радове објављене до априла 2023, тада их је било 1597, које су се бавиле истраживањем примене неких од метода вишекритеријумске оптимизације за решавање у рударству. Из њихове анализе проистекао је закључак да ове методе значајно доприносе повећању оперативне ефикасности и омогућавају промовисање одрживих пракси у рударској производњи. Међу тим студијама, нашли су се и бројни истраживачи који су упослили методе вишекритеријумске оптимизације, како би решили проблем селекције оптималне шеме мињања. Неки од њих су користили познате методе попут Monjezi et al. [12] који су упослили TOPSIS методу, затим Rahimdel et al. [13] АНР-fuzzy (Analytic Hierarchy Process) модел у комбинацији са PROMETHEE (енг. Preference Ranking Organization Method for Enrichment of Evaluations) и TOPSIS (енг. Technique for Order of Preference by Similarity to Ideal Solution) методама. А неки су попут Urošević et al. [14] развили и нове методе за решавање проблема одабира оптималне алтернативе када је рударска производња у питању, конкретније бушачко-минерски радови. Након верификације, те методе су и унапређене, увођењем симулације како би се премостила неизвесност одређених критеријума [15].

Поред бројних наведених истраживања о техничким аспектима бушачко-минерских радова, значајан број студија се такође фокусира на испитивање негативних утицаја које ови радови имају на околину и људску безбедност. Ове студије обично истражују како бушачко-минерски радови могу довести до загађења ваздуха, загађења воде, буке, као и потенцијалних опасности за здравље и безбедност радника и локалних заједница. Тако су Ozer et al. [16] упослили вештачке неуронске мреже за предвиђање брзине осциловања честица изазваних мињањем, због постојања могућег негативног утицаја радова на објекте у близини. Неки истраживачи као што су Roy et al. [17], Singh et al. [18], Faramarzi et al. [19], и други, детаљно су анализирали како подземне рударске активности које изазивају осцилације тла, утичу на структурне објекте на површини. Њихова истраживања усмерена су на проучавање последица које вибрације изазване мињањем имају на зграде и друге објекте изнад рудника, са освртом на методе за праћење потенцијалних оштећења. Поред ових негативних ефеката, у студијама су обрађени и други попут ваздушног удара или разлетања комада, Fişne et al. [20]; Ghasemi, et al. [21].

У рударској индустрији, честа је и појава употребе софтвера за оптимизацију неког од процеса јер је флексибилан и прилагодљив свакодневним променама, које су карактеристичне за ову делатност Radulescu et al. [22]. За оптимизацију бушачко-минерских радова или за праћење ефеката ових радова, постоје и одређени софтвери. Рура and Gađek, [23] су у својој студији, применили софтвер O-Pitblast [24], за унапређење ових операција као и ефекте ових побољшања на производњу. Mendis et al. [25] су помоћу два софтвера, једног под називом JKSimBlast [26] за симулацију операције мињања, и другог под називом Split-Desktop [27] за анализирање одмињаног материјала.

Резултати истраживања у области бушења и мињања указују на то да оптимизација ових процеса има велики значај за унапређење продуктивности, смањење оперативних трошкова и побољшање безбедности у рударској производњи. Применом савремених технологија, укључујући 3D моделовање, напредне симулационе методе и аутономне системе, могуће је остварити ефикасније управљање ресурсима и оптимизацију радних процеса. Будућа истраживања би могла бити усмерена на даљи развој алгоритама за оптимизацију бушења и мињања, као и на интеграцију аутоматизованих система.

1.5 Структура дисертације и преглед поглавља

У овој дисертацији спроведена су истраживања која укључују и теоријске и практичне аспекте, чиме се пружа детаљан научни оквир за анализу и оптимизацију процеса бушења и мињања, као и за проучавање њиховог утицаја на рударску производњу. Теоријски део дисертације заснован је на детаљној анализи оперативних параметара ових процеса, уз разматрање савремених теоријских основа вишекритеријумске оптимизације и симулационих метода. Практични део дисертације усмерен је на формулисање и примену предложеног математичког модела за оптимизацију параметара бушења и мињања, уз његову верификацију са већ одавно познатим и признатим моделима за подршку одлучивању.

Поред основних почетних делова попут сажетка, кључних речи, садржаја, пописа графичких приказа и табела, докторска дисертација је се састоји од следећих делова:

- Увод,
- Теоријске основе бушачко-минерских радова,
- Основни концепт вишекритеријумског одлучивања,
- Методологија,
- Нумерички пример,
- Анализа резултата,
- Закључак,
- Литература.

Прво поглавље ове докторске дисертације, односно Увод, структурирано је тако да обухвати неколико кључних сегмената који формирају основу за истраживање у раду. Оно започиње са дефиницијом предмета и циља истраживања. Затим следе полазне хипотезе које рад настоји да потврди или оповргне кроз научно испитивање. Детаљно се разматрају научне методе истраживања које су коришћене у раду, као и очекивани допринос овог истраживања научној заједници. На крају, дат је преглед литературе који нуди увид у претходна истраживања која су релевантна за ову тему.

Друго поглавље детаљно разматра комплексност бушачко-минерских радова који се спроводе у подземној експлоатацији. Посебан акценат у овом поглављу је на лепезном производном мињању. Овај део укључује анализу техничких параметара, као и критеријума од значаја процес селекције оптималног решења бушачко-минерских радова, како би ефекти рударске производње, односно продуктивност, безбедност и економичност били усклађени у највећој могућој мери.

У **трећем поглављу** ове дисертације изложене су и анализирани теоријске поставке научних метода које се примењују за анализу и систематско решавање комплексног проблема у контексту операција бушења и мињања. Разматране су различите теоријске основе и приступи, укључујући статистичку анализу, динамичко моделирање процеса и примену напредних алгоритама за анализу података. Такође, у поглављу се осврће на критички преглед

постојећих истраживања у овом домену, указујући на потенцијална подручја за будућа унапређења у методологији и практичној примени.

Четврто поглавље представља детаљан опис проблема обрађеног у овој докторској дисертацији, уз приказ предложене методологије истраживања.

У **петом поглављу** је представљен нумерички пример на који је примењена предложена методологија, како би се илустровала њена практична примена, као и ефикасност. Приказан је начин добијања података, њихова обрада и анализа, као и кораци који воде ка крајњем решењу конкретног проблема. Поред примене у овом поглављу је дата и верификација примењене методологије. У том контексту, извршена је детаљна компаративна анализа која упоређује решења добијена коришћењем нове предложене методологије са решењима која су добијена помоћу широко прихваћених методолошких оквира.

У **шестом поглављу** је дата анализа новоразвијене методологије која је уведена у оквиру ове докторске дисертације, заједно са детаљном евалуацијом резултата који су остварени коришћењем исте.

Седмо поглавље ове докторске дисертације је закључак у којем су синтетизовани резултати истраживања са оценом могућности њихове примене. Представљене су препоруке за будући рад и аспекти који би могли допринети унапређењу и развоју ове области, са циљем постизања бољих резултата и могућности примене у пракси.

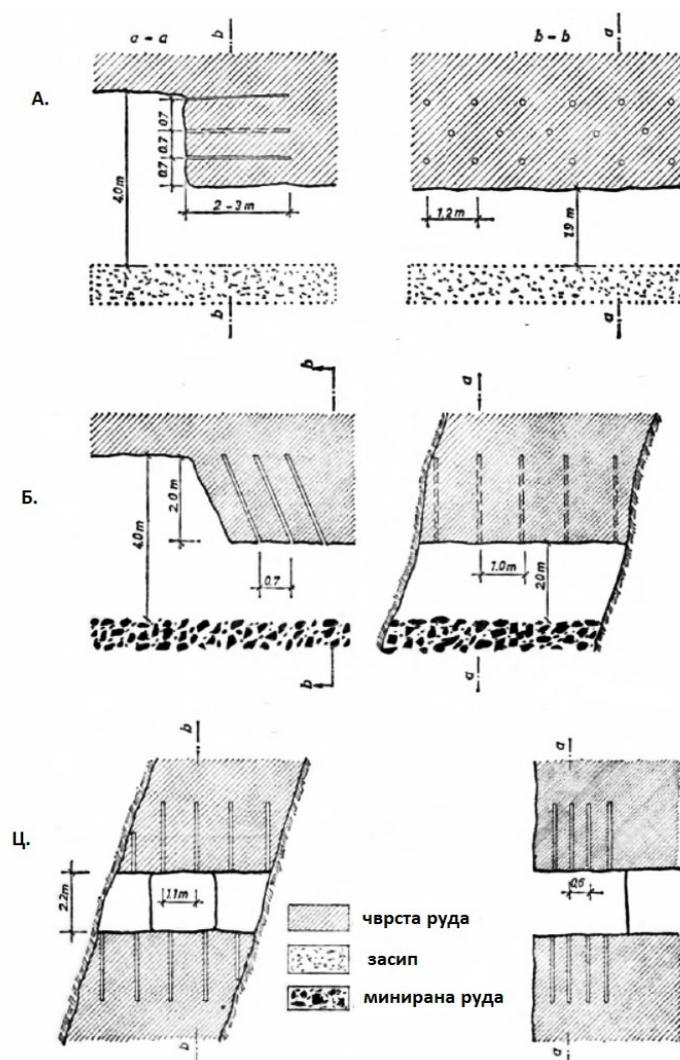
Осмо поглавље даје списак коришћене литературе при изради докторске дисертације.

2 Теоријске основе бушачко-минерских радова у подземној експлоатацији

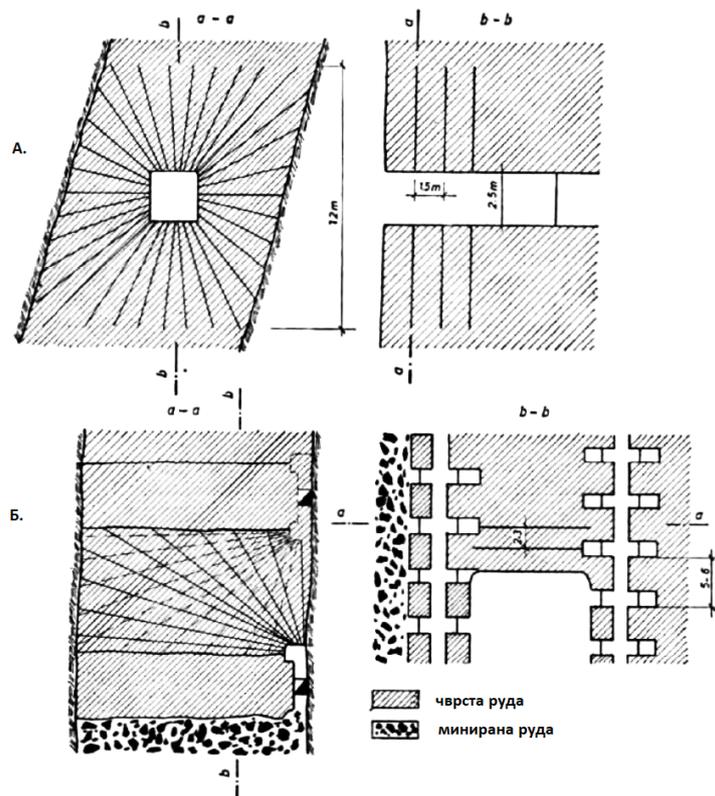
Рударски пројекти укључују различите активности које су неопходне за добијање крајњег производа. Међу тим активностима су операције бушења и минирања, које су уско повезане. Заједно, оне служе за дезинтеграцију руде из масива или за даље дробљење стенске масе. Ове две операције су готово неизбежне у сваком рударском пројекту, било да се ради о површинском или подземном начину експлоатације лежишта минералних сировина. Бушење минских бушотина може се вршити на два начина, полумеханизованим или механизованим начином. У зависности од дужине, постоје следеће врсте минских бушотина [28]:

- Кратке минске бушотине, дужине од 1 до 2 m;
- Минске бушотине средње дужине од 2 до 5 m;
- Дуге минске бушотине, од 5 m.

Када су у питању шеме минирања у подземном откопавању, бушотине се могу разврставати у лепезастим или паралелним редовима. Такође бушотине могу бити хоризонталне, косе или вертикалне [28]. На слици 2.1 приказани су распореди који се односе на хоризонтални, коси и вертикални распоред бушотина, а на слици 2.2 распоред лепезастих бушотина, хоризонталних и вертикалних.



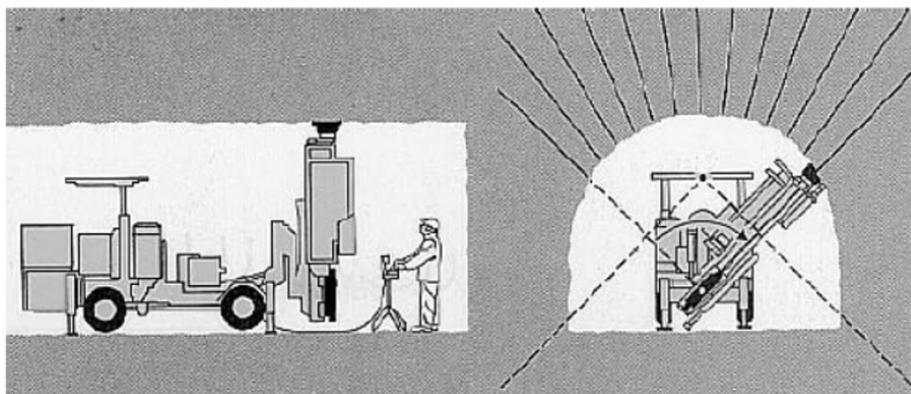
Слика 2.1 Распоред бушотина у откопима А-хоризонталне, Б – косе, Ц – вертикалне [28]



Слика 2.2 Распоред леззастих бушотина А- вертикалне, Б – хоризонталне [28]

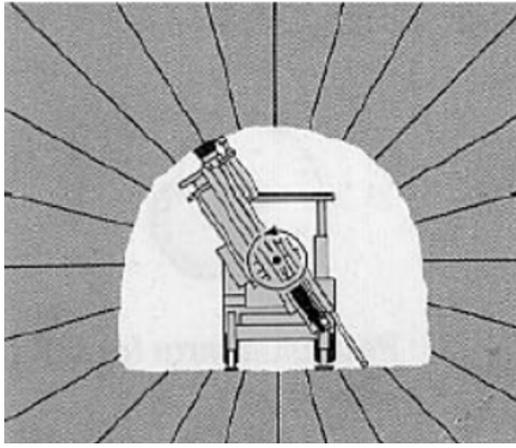
Бушење се може изводити на два главна начина: ударним и ротационим поступком. Сем ова два начина, постоје и комбинације ударно-ротационо и ротационо-ударно бушење. Код ударног бушења стенска маса пуца услед напрезања насталог истезањем, док се код ротационог бушења лом дешава као последица смицања [29].

Употребом возила са бушаћом опремом, попут бушаћих кола, могуће је изводити бушење хоризонталних, косих и вертикалних минских бушотина, распоређених паралелно или у виду лезезе. Већина операција приликом бушења је потпуно механизована и омогућава даљинску контролу, осим поступака додавања, продужавања и демонтаже бушаћег прибора. Кретање возила је аутоматизовано и најчешће се заснива на пнеуматском погону. Ова возила су погодна за методе откопавања са мањим производним капацитетом, јер се могу лако кретати кроз уске подземне просторије [31]. Примери начина бушења различитим типовима бушаћих кола дати су на слици 2.3 а-б).

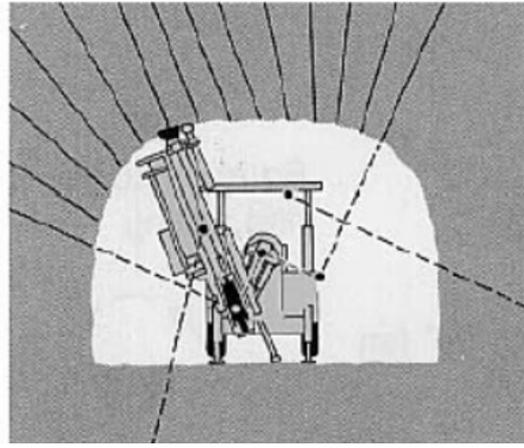


а) нагиб гарнитуре напред 20° , назад 80°

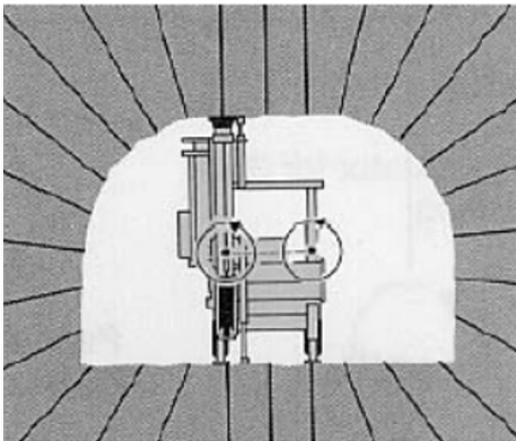
б) угао бушења у леззастом распореду - 90°



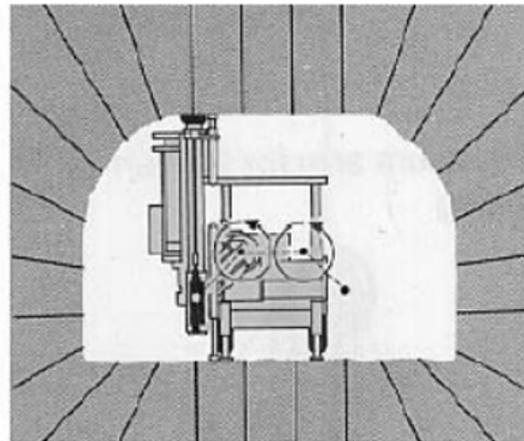
в) угао бушења у лезазастом распореду - 360°



г) комбиновано бушење минских бушотина у лезазастом и паралелном распореду



д) Комбиновано бушење минских бушотина у лезазастом и паралелном распореду (макс. растојање 1,5m)



ђ) Комбиновано бушење минских бушотина у лезазастом и паралелном распореду (макс. растојање 1,5m)

Слика 2.3 Распореди минских бушотина који се остварују различитим типовима бушаћих кола [28]

Управљање процесом минирања захтева велику стручност, јер је успех откопавања у тврдим стенама директно зависан од његове прецизне реализације. Начин извођења минирања има значајан утицај на околне стене, а неправилно одабрана метода и параметри могу довести до поремећаја у простору око места експлозије. Посебан изазов представљају зоне високог притиска, као што су дубоке јаме или заштитни стубови, где се комбинација напонских поремећаја и минирања може узроковати велику нестабилну зону у оквиру јаме [29].

Након бушења минских бушотина, следи пуњење истих експлозивом. Експлозиви су супстанце које могу изазвати нагли пробој гаса, стварајући снажан динамички удар на околни масив. Снага експлозива се одређује на основу ослобођене енергије при детонацији. Постоје релативна и апсолутна снага експлозива, релативна је везана за однос између извршеног рада примењеног експлозива и неког стандардног експлозива, чија се вредност узима као 100. Док је апсолутна снага везана за количину ослобођене енергије по једном килограму употребљеног експлозива [30]. Бризантност показује разорну моћ експлозива и директно зависи од притиска детонације, који је условљен њеном брзином. Високо бризантни експлозиви имају велику брзину детонације, око 5000 m/s. Да би био ефикасан, експлозив мора бити прилагођен карактеристикама стене у којој се користи [31]. Пренос енергије експлозива кроз стену зависи од њене еластичности, док је способност ломљења стене повезана са њеном чврстоћом,

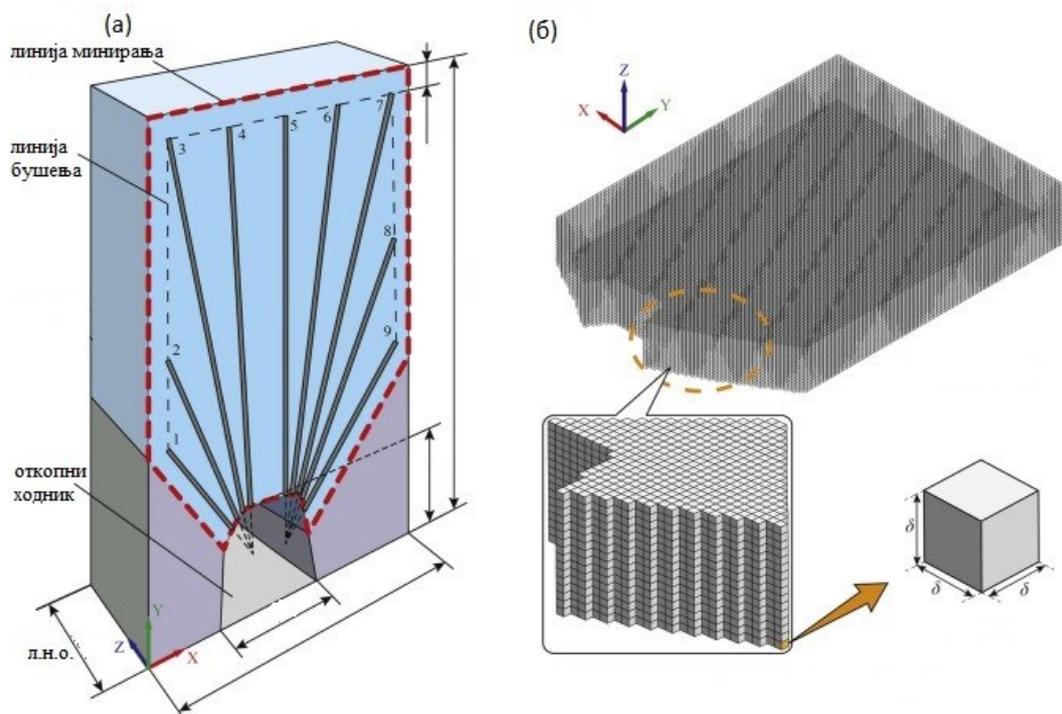
најчешће одређеном једноосном чврстоћом на притисак. Хемијски састав експлозива и стене игра кључну улогу у безбедности. Примера ради, неке сулфидне руде могу хемијски реаговати са амонијум-нитратом, што доводи до брзе егзотермне оксидације и повећаног ризика од неконтролисаних реакција [31].

2.1 Лепезасто минирање

Одређивање оптималне геометрије лепезе минирања представља важан задатак за постизање ефикасног разарања стенске масе и очување стабилности експлоатационог простора. Прецизна дефиниција ових параметара омогућава постизање жељене фрагментације, минимизовање штетних утицаја експлозије на околину и оптимизацију оперативних трошкова. У циљу израде поузданих метода за прорачун геометријских параметара лепезе минирања, истраживачи су развили низ емпиријских, нумеричких и статистичких модела. Ови модели се заснивају на анализи експерименталних података, геомеханичких карактеристика стенског масива и теоријским поставкама динамике експлозије. Њихова примена у рударској пракси омогућава прецизније предвиђање исхода минирања, побољшање контроле експлозивног процеса и унапређење технолошких процедура у оквиру рударских пројеката. Пример лепезе минирања дат је на слици 2.4.

2.1.1 Приказ параметара бушачко-минерских радова

Приказ параметара бушачко-минерских радова садржи главне техничке карактеристике и оперативне вредности које одређују процес бушења и минирања. Неки параметри бушачко-минерских радова могу се одредити на основу искуства и практичних запажања (емпиријски), док се други прецизно израчунавају коришћењем већ познатих и признатих формула. Поред тога, постоје параметри који зависе једни од других, па је њихова вредност условљена другим техничким факторима у процесу бушења и минирања. Правилан одабир ових параметара је од суштинског значаја за безбедност, ефикасност и економичност рада.



Слика 2.4 Пример једне шеме лепезе [1]

Пречник минске бушотине

Пречници бушења варирају у зависности од дужине минских бушотина. Па тако имамо за кратке минске бушотине, предлог је да су пречници 30-36 mm; за средње минске бушотине, 30-46 mm и за дугачке минске бушотине, у зависности од методе откопавања, дужине бушотина, жељене фрагментације, распон пречника се креће у границама од 35 mm до 160 mm а и већи, [28].

Пречник минске бушотине, углавном се усваја на основу расположиве опреме за бушење као и жељених ефеката који се теже постићи.

Тип експлозива

Постоје различити типови експлозива, који се користе за конкретне услове на терену. Избор одговарајућег експлозива и начина пуњења зависи од врсте стене, услова на терену, потребне фрагментације и безбедносних захтева. Начин пуњења зависи од тога да ли је за конкретне услове изабран експлозив у патронама или смеша која се сипа у бушотину пнеуматским системима који омогућују брзо и равномерно распоређивање смеше у бушотину.

Према начину иницирања експлозиве можемо поделити на примарне и секундарне. Примарни су веома осетљиви и као такви користе се за иницирање других експлозива са мањом осетљивошћу [29]. Најчешће коришћени експлозиви су ANFO, Slurry, емулзиони експлозиви...

Специфична потрошња експлозива

Специфична потрошња експлозива означава ону количину експлозива која је неопходна за минирање једног метра кубног стенске масе [30]. Постоји више начина одређивања овог параметра који утиче на квалитет минирања. Неке од начина одређивања је на основу емпиријских искустава или аналогијом са сличним условима експлоатације, док за израчунавање ових вредности такође постоје и формуле, које су предложене на основу различитих фактора и услова у којима се примењују. Једна од тих формула је Ларесова, прилагођена [31]:

$$q = q_1 \cdot v \cdot s \cdot \frac{e}{k_z} \cdot k_m \cdot k \quad (2.1)$$

При чему су:

q_1 - коефицијент чврстоће руде;

v – коефицијент стешњености мина, $v = 1$;

s – коеф. структуре стенске масе, који узима вредности од 0,9 до 1,1;

e – коеф. радне способности експлозива;

k_z – коеф. збијености експлозивног пуњења, најчешће се узима од 0,9 до 0,95;

k_m – коеф. зачепљености мина;

k - коректурни коефицијент збијености експлозивног пуњења (1).

На основу оваквог обрасца може се закључити да на специфичну потрошњу експлозива највећи утицај имају чврстоћа стенског масива који се минира и врста експлозива који се користи. Чврстоћа стене одређује отпорност на ломљење, па је за чвршће стенске масиве неопходна већа количина експлозива.

Осим тога, различити експлозивни имају различите брзине детонације, бризантност и енергетску ефикасност, што значи да њихов избор директно утиче на ефекат минирања. Коректурни коефицијенти се примењују како би се узели у обзир специфични услови у којима се врши минирање, као што су структура и хомогеност стенског масива, присуство пукотина, влажност, као и тип шеме бушотина. Њихова улога је да осигурају оптималну примену експлозива, смање непотребне губитке и унапреде ефикасност минирања.

У табели 2.1 дат је предлог усвајања специфичне потрошње експлозива, у подземној експлоатацији [28].

Табела 2.1 Специфична потрошња експлозива [28]

Специфична потрошња експлозива у kg/m ³				
Коефицијент чврстоће <i>f</i> по Протођаконову	Лепезасте бушотине		Паралелне бушотине	
	Код коефицијента пуњења бушотине 0,88-0,92	Код коефицијента пуњења бушотине 0,70-0,75	Уз присуство бочних одрезних бушотина	Без одрезних бушотина
4	0,4	0,340	0,260	0,244
5	0,5	0,425	0,325	0,305
6	0,6	0,510	0,390	0,366
7	0,7	0,595	0,455	0,427
8	0,8	0,680	0,520	0,488
9	0,9	0,765	0,585	0,549
10	1,0	0,850	0,650	0,610
11	1,1	0,935	0,715	0,671
12	1,2	1,020	0,780	0,732
13	1,3	1,105	0,845	0,793
14	1,4	1,190	0,910	0,854
15	1,5	1,275	0,975	0,915
16	1,6	1,360	1,040	0,976
17	1,7	1,445	1,105	1,030
18	1,8	1,530	1,170	1,100
19	1,9	1,615	1,235	1,160
20	2,0	1,700	1,300	1,220

Количина експлозива - минирање једног појаса лепезе [28]

$$Q = (P - p) \cdot \gamma \cdot \omega \cdot q \quad (2.2)$$

При чему су:

P површина целог појаса, m²;

p површина просторије из које се минира, m²;

γ запреминска маса руде, kg/m³;

ω линија најмањег отпора, m;

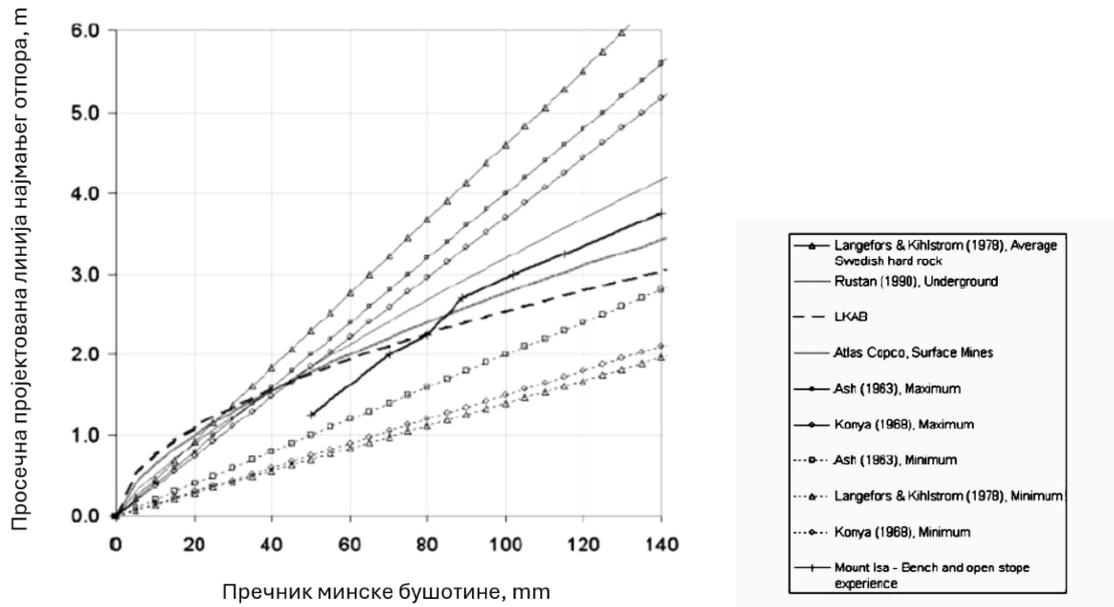
q специфична потрошња експлозива, kg/t.

Линија најмањег отпора

Линија најмањег отпора код лезног минирања представља растојање између равни лезе и следеће слободне површине стенске масе која се минира, [3].

Правилно одабрана вредност линије најмањег отпора, смањује могућност за нежељеним ефектима минирања у подземној експлоатацији, пре свега када је у питању стабилност подземних просторија, неадекватна фрагментација итд.

Зависност линије најмањег отпора и пречника бушења дата је на следећој слици:



Слика 2.5 Поређење пречника минске бушотине са просечном пројектованом линијом најмањег отпора [29]

Укупна дужина бушотина у једној лези минирања [28]

$$D_b = \frac{4 \cdot (P - p) \cdot \gamma \cdot \omega \cdot q}{\pi \cdot d^2 \cdot g \cdot k_p} \quad (2.3)$$

Где су:

g – густина експлозива, kg/m^3

k_p – коеф. попуњености минске бушотине;

Количина експлозива потребна за 1 метар дужни бушотине, [28]:

$$q_m = \frac{\pi \cdot d^2 \cdot g \cdot k_p}{4} \quad (2.4)$$

Ова вредност се изражава у kg , и помножена са укупном дужином бушотина даје потребну количину експлозива за једну лезу минирања.

Количина руде добијена минирањем једног појаса, [28]:

$$Q = (P - p) \cdot \gamma \cdot \omega \quad (2.5)$$

Применом ове формуле, добијамо укупну количину руде која се добије мињавањем једне лепезе, изражену у тонама.

Процена фрагментације

Фрагментација руде која се мињава је један од главних показатеља успешности мињавања на откопима. Величина и уједначеност одмињаног материјала могу се контролисати прилагођавањем параметара мињавања. Осим ситне фракције, у процесу мињавања стенског масива често настају и крупни комади. Ови превелики комади могу представљати оперативни проблем, јер ометају несметан утовар, као и пропуштање кроз сипку, што доводи до смањења ефикасности процеса експлоатације и повећања потребе за додатним операцијама уситњавања [28].

Као један од најчешће коришћених начина за процену фрагментације након мињавања користи се Куз-Рам модел. Све веће интересовање за контролу мињавања додатно је усмерило пажњу на њега. Његова највећа предност је једноставност, јер омогућава лако прикупљање података и директну повезаност између пројектовања мињавања и резултата мињавања стенке масе. Иако су предложене бројне критике и побољшања, суштина модела није у постизању апсолутне прецизности, већ у пружању смерница за оптимално мињавање [32].

Модел успоставља везу између параметара мињавања и величине фрагмената одмињане руде, узимајући у обзир природну испуцалост стене. На основу датих параметара мињавања, могуће је одредити средњу величину и расподелу фракција комада руде. Такође, ако је унапред задата жељена средња величина комада руде, уз примену модела може се израчунати потребна количина експлозива. Ова вредност затим служи као основа за одређивање осталих параметара мињавања применом стандардних метода прорачуна [31].

Вредност средње крупноће руде која се мињава се одређује према формули дефинисаној од стране Kuznetsov-a (1973), [32]:

$$\bar{x} = A \cdot \left(\frac{V_o}{Q_e}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot Q_e^{\frac{1}{16}} \quad (2.6)$$

Ова формула се користи када су употребљени експлозививи са TNT базом [32].

$$\bar{x} = A \cdot \left(\frac{V_o}{Q_e}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot Q_e^{\frac{1}{16}} \cdot \left(\frac{115}{E}\right)^{\frac{19}{30}} \quad (2.7)$$

Док се ова формула користи када су употребљене ANFO експлозивне смеше [32].

Параметри у овим једначинама су:

A – Емпиријски коеф. стенске масе

V_o – запремина мињаног блока, m^3

Q_e – количина експлозива у минским бушотинама, kg

E – релативна снага експлозива.

На основу истраживања Cunningham-a [32], предложена је једначина за процену емпиријског коеф. стенске масе A :

$$A = 0,06 \cdot (RMD + JF + RDI + HF) \quad (2.8)$$

При чему су:

RMD – Дескриптивни фактор стенске масе;

JF – Фактор испуцалости стенског масива, представља збир фактора растојања између пукотина и фактора угла равни пукотина;

RDI – Фактор густине стенског масива, рачуна се у функцији густине стенског масива

HF – фактор тврдоће стенске масе, зависи од модула еластичности и једноаксијалне притисне чврстоће.

Вредности ових параметара се налазе у табели 2.2 и према њој се селекују вредности.

Табела 2.2 Параметри за прорачун емпиријског коефицијента стенске масе [31]

Структура стене	Трошна	Испресецана пукотина	Масивна
RMD	10	JF	50
Растојање између пукотина	<0,1 m	0,1 m - гтк	гтк - а
JPS	10	20	50
Пад пукотина	Од чела	Управне на чело	Ка челу
JPA	20	30	40
Y	<50 GPa	>50 GPa	гтк - горња гранична крупноћа (m) а - растојање између бушотина у реду
HF	Y/3	$\sigma_c / 5$	

Пуњење минских бушотина

Пуњење минских бушотина може бити механизовано и ручно, у зависности да ли се користи патронирани експлозив или непатронирани експлозив. Ручно обавља обучени радник према прописаној процедури, док се механизовано обавља пнеуматским пунилицама, које се за ове потребе монтирају на одговарајућа сервисна возила [31]. Правилно изведено пуњење бушотина значајно доприноси унапређењу квалитета минирања, смањењу нежељених вибрација, смањењу потребе за секундарним уситњавањем, као и оптимизацији укупних трошкова експлоатације.

2.2 Технички, економски и безбедносни аспекти бушачко-минерских радова

Говорећи о операцијама бушења и минирања у контексту подземне експлоатације лежишта минералних сировина, подразумева се сложен техничко-технолошки поступак који обухвата различите аспекте, укључујући избор експлозивних материјала, методологију пуњења бушотина, примену безбедносних мера, као и контролу ефеката експлозије. Основни циљеви минирања у условима подземне експлоатације су:

- дезинтеграција руде из стенске масе;
- постизање адекватне фрагментације минираног материјала;
- смањење негативног утицаја на стабилност подземних просторија;
- оптимизација трошкова у вези са операцијама бушења и минирања.

Остваривање ових циљева захтева свеобухватну анализу и разматрање различитих чинилаца који утичу на ефикасност минирања, укључујући геомеханичке карактеристике стенског масива, параметре бушотина, врсту и количину експлозива, као и мере за контролу потреса и смањење штетних утицаја на околину.

Технички аспекти подземне експлоатације минералних сировина примарно се односе на оптимизацију процеса производње, односно обезбеђивање континуиране и неометане експлоатације рудног тела. Остварење овог циља зависи од избора адекватних технолошких параметара, који морају бити пажљиво дефинисани и прилагођени специфичним геолошким, геомеханичким и рударско-технолошким условима лежишта. Прецизна селекција и прилагођавање ових параметара имају за циљ минимизирање губитака и осиромашења руде током експлоатације, као и очување стабилности подземних просторија. Осим тога, технолошки параметри морају осигурати континуитет у процесу производње, што је од кључног значаја за постизање планираних капацитета експлоатације, смањење оперативних трошкова и унапређење укупне ефикасности производног система.

Један од кључних аспеката подземних рударских операција јесте њихова економска исплативост. Управљање трошковима бушења и минирања има велики значај за одржавање профитабилности, с обзиром на то да ове активности чине значајан део укупних оперативних издатака у рудницима подземне експлоатације. Оптимизација трошкова захтева постизање баланса између ефикасности експлоатације и рационалног коришћења расположивих ресурса, како би се осигурала дугорочна одрживост и финансијска исплативост рударске производње.

На укупне трошкове бушења и минирања утичу различити фактори, међу којима су цене експлозивних материјала, горива за бушачку опрему, потрошног материјала, радне снаге, као и остали оперативни трошкови. Поред директних улагања, значајан утицај на економичност има и квалитет изведеног минирања – правилно изведене операције могу значајно смањити потребу за додатним операцијама, као што је секундарно уситњавање, чиме се избегавају непланирани трошкови и побољшава укупна ефикасност експлоатационог процеса.

Поред продуктивности и економске исплативости, које представљају кључне аспекте бушачко-минерских операција, један од најзначајнијих фактора у њиховој реализацији јесте и примена највиших безбедносних стандарда. Спровођење минирања у подземним условима мора бити прецизно планирано и изведено тако да не угрози стабилност подземних просторија, минимизује ризик од нежељених последица, као што су обрушавања, неконтролисано ширење ударних таласа или деградација радног окружења, и истовремено осигура континуитет експлоатације.

Управљање безбедносним аспектима бушења и минирања подразумева примену савремених технолошких и организационих мера, укључујући употребу адекватних експлозива, контролу параметара минирања, мониторинг дејства експлозија на околину, као и поштовање законских прописа везаних за заштиту на раду. Посебна пажња мора бити усмерена на превенцију опасности по људске животе и опрему, као и на очување стабилности подземних структура, што је од суштинског значаја за дугорочну стабилност и ефикасност експлоатације.

3 Вишекритеријумско одлучивање

За постизање оптималних резултата у бушачко-минерским радовима, уз истовремено смањење њихових негативних ефеката, неопходно је коришћење напредних аналитичких модела који подржавају процес доношења одлука у фази планирања и пројектовања рударских активности. Ови модели морају бити свеобухватни и укључивати више различитих аспеката, као што су технолошки, економски и безбедносни параметри, како би се омогућило систематично и објективно одлучивање.

Методе вишекритеријумског одлучивања (ВКО), могу бити адекватан начин решавања проблема селекције када је више критеријума укључено, често супростављених [33]. У оваквим ситуацијама доносилац одлуке не тежи постизању максималних вредности свих циљева, већ настоји да их оствари у што већој могућој мери. Међутим, то је сложен задатак јер постоји сталан сукоб између циљева.

Као што је већ истакнуто, избор оптималних параметара бушачко-минерских радова је сложен и вишедимензионалан процес који захтева усклађивање често супротстављених циљева. Пошто је свака ситуација специфична, решење овог проблема тражи индивидуалан приступ и примену одговарајућих методологија. Због тога је неопходно креирање модела који могу узети у обзир више критеријума истовремено, као што су економска ефикасност, безбедност рада и смањење трошкова. Овакав приступ омогућава оптимизацију параметара уз поштовање постојећих ограничења.

Формирање модела подршке одлучивању, који истовремено обухвата различите аспекте бушења и минирања, представља задатак на који би ВКО могло дати адекватно решење. Ови модели не само да олакшавају сложене процесе одлучивања, већ и доприносе ефикаснијем дефинисању параметара, што доводи до економски исплативије и одрживе производње.

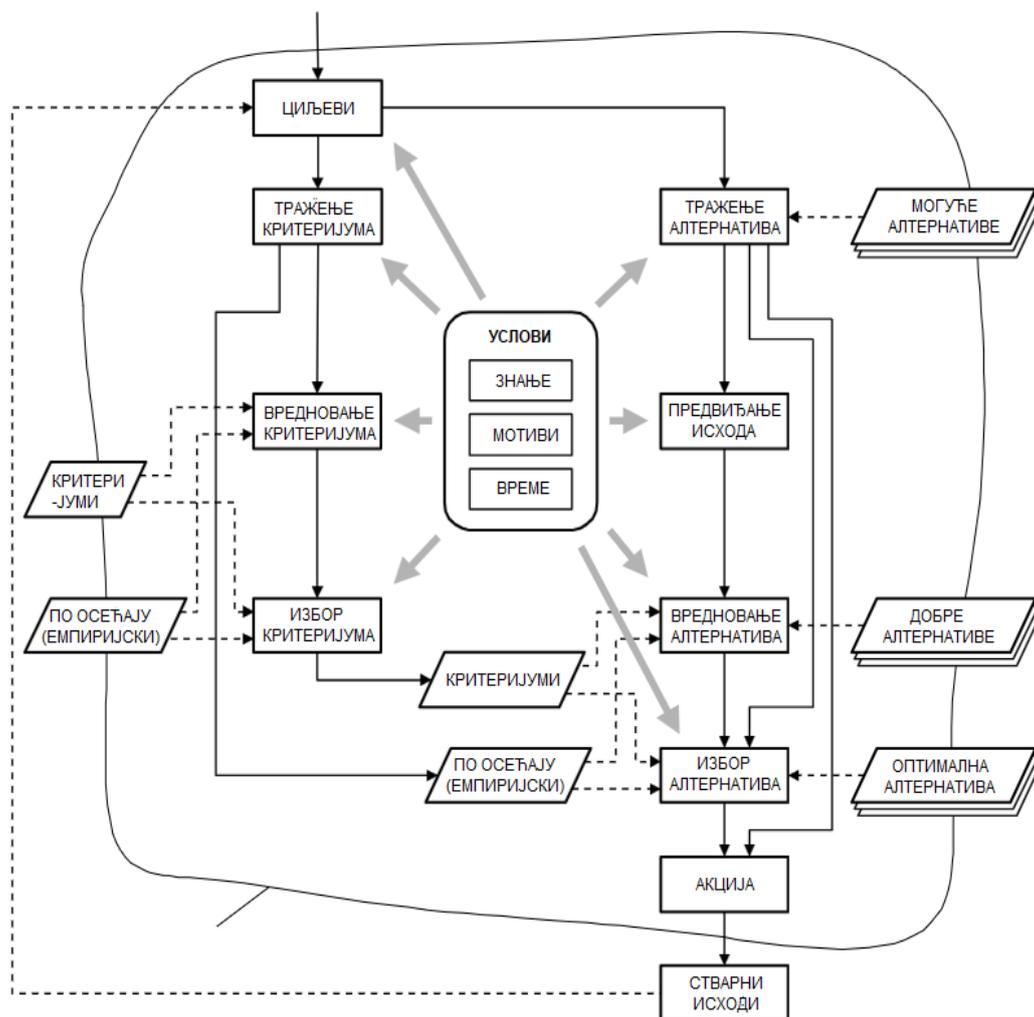
Одлучивање представља процес избора најбоље или најпогодније опције међу више доступних алтернатива, заснован на унапред дефинисаним критеријумима. Овај процес подразумева анализу, процену и предвиђање могућих последица сваке опције, како би се донела оптимална одлука. Присутан је у свакодневном животу, где појединци доносе одлуке о личним, финансијским или професионалним питањима, али и у различитим стручним и техничким областима, као што су пословање, економија, инжењерство итд.

У пословном окружењу, процес одлучивања је кључан за стратешко планирање, управљање ресурсима и унапређење ефикасности, док се у економији користи за анализу тржишних трендова, инвестиција и финансијског планирања. У инжењерству, одлучивање је од суштинског значаја за развој технологија, пројектовање, управљање ризицима и оптимизацију процеса. Модерни приступи одлучивању све више укључују математичке моделе, алгоритме и системе вештачке интелигенције, који омогућавају објективније и прецизније анализе, посебно у сложеним ситуацијама где је потребно обрадити велики број података.

Доношење одлука је веома једноставно, у случају када су нам све информације познате и јасне, међутим много је већа вероватноћа да је тај поступак сложенији и да га чини сагледавање више фактора, неизвесности, ограничења и ризика. Развијено је доста начина који служе одлучивању, као што је интуитивно доношење одлука, вишекритеријумско одлучивање, алгоритми, итд. Методе данашњице, све више се служе математичким моделима, вештачком интелигенцијом, системима за подршку одлучивању [34].

Системском проучавању одлучивања претходе три основне претпоставке. Прва, одлучивање се односи на систем којим је могуће управљати, што значи да се спољним утицајем може

довести из било ког стања у жељено, али уз активно деловање субјекта одлучивања. Друга, постоји више начина за постизање циља, па је важно одабрати најбољу могућу акцију. Трећа, субјект одлучивања унапред предвиђа последице својих одлука. На основу ових претпоставки формиран је модел одлучивања који помаже у разумевању његове суштине [35]. Овај модел је приказан на следећој слици 3.1.



Слика 3.1 Шематски приказ процеса одлучивања [35]

Вишекритеријумско одлучивање (ВКО) има широку примену, а проблеми који се решавају овим методом имају неке заједничке особине. Одлуке се заснивају на више критеријума које треба дефинисати, а често постоји сукоб између њих. Јединице мере критеријума су различите, што отежава њихово директно поређење. Основни циљ је или пројектовање најбољег решења или одабир најпогодније опције из скупа унапред одређених алтернатива [36].

Процес одлучивања може се одвијати у различитим условима, у зависности од количине и тачности доступних информација, па тако се најчешће могу појавити следећи [37]:

- Одлучивање у условима одређености;
- Одлучивање у условима ризика;
- Одлучивање у условима неодређености.

Када је у питању одлучивање у условима одређености тада су сви релевантни подаци познати, а исходи одлука се могу унапред предвидети, и такве одлуке се могу донети у егзактним условима. У овом случају, могу се применити детерминистички модели, јер постоји потпуна контрола над ситуацијом [37].

Ако је пак одлучивање у условима ризика, могући исходи су познати, међутим није могуће сигурно предвидети који од њих ће се остварити. Одлуке у условима ризика се доносе на основу статистичких анализа [37].

Ако су могућа стања система позната, али њихове вероватноће нису утврђене, одлучивање се одвија у условима неизвесности или неодређености, јер није могуће прецизно предвидети који ће се исход остварити [37]. Такве ситуације су за рударску индустрију карактеристичне и најчешће се овај процес своди на услове неодређености.

У проблемима ВКО, свака алтернатива треба да буде описана већим бројем атрибута. Ови атрибути су одређени критеријумима које бира доносилац одлуке, па се могу сматрати претходно дефинисаним критеријумима. Овакви проблеми се најчешће представљају у облику матрице, познате као матрица одлучивања (M), која има димензије $m \times n$, где се m односи на број алтернатива, а n на број критеријума.

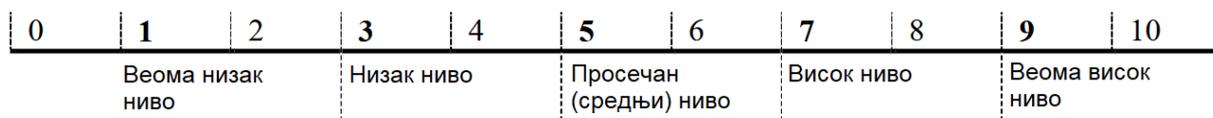
Елементи матрице одлучивања x_{ij} представљају вредност i -те акције ($i = 1, 2, \dots, m$) у односу на j -ти атрибут ($j = 1, 2, \dots, n$) [38].

$$M = [x_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} A/C & C_1 & C_2 & \dots & C_n \\ A_1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1j} \\ A_2 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_m & x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

Овако постављена матрица је позната и као „улазна матрица одлучивања“, приказује све алтернативе (A) и њихове вредности према различитим критеријумима (C) [38].

Следећи корак у ВКО јесте превазићи различитост у вредностима критеријума за сваку алтернативу, односно свести их на упоредиве вредности. Често се неки атрибути, не могу изразити бројевима већ се описују лингвистичким променљивим. Због тога се ови квалитативни атрибути морају, на одговарајући начин, претворити у нумеричке вредности.

Најчешће се за ту сврху користи линеарна скала (Слика 3.2) трансформације, која омогућава да се субјективне особине квантификују и упореде са осталим критеријумима у процесу одлучивања [38].



Слика 3.2 Скала за квантификовање лингвистичких променљивих [39]

Линеарна скала обично има вредности 0-10, где се 0 додељује најнижој могућој вредности, а 10 највишој. Најчешће коришћене оцене су:

- 1 - 3 – веома низак ниво,

- 3 - 5 – низак ниво,
- 5 - 7 – средњи ниво,
- 7 - 9 – висок ниво,
- 9 - 10 – веома висок ниво.

Иако је једноставна, ова скала се у пракси показала као веома ефикасна за квантификацију квалитативних атрибута и упоређивање различитих критеријума. Скала је и прилагодљива конкретним ситуацијама, тако да је могуће и смањити или повећати распон оцена.

Следећи евентуални проблем који се може јавити при дефиницији улазних параметара је превођење критеријума са минимизацијом у максимизацију. Постоји неколико начина којима се може прибећи, како би се превазишао тај проблем, уколико постоји.

Превођење критеријума са минимизацијом у критеријум са максимизацијом, могуће је урадити на неки од следећих начина [38]:

- Вредности свих акција које треба минимизовати одузимају се од одговарајуће изабране вредности. Та вредност може бити одређена на различите начине, а један од могућих приступа је сабирање највеће и најмање вредности акције у оквиру истог критеријума који се максимизује. На овај начин, минимизациони критеријум се трансформише у максимизациони, омогућавајући лакше упоређивање и оптимизацију.
- Вредности свих акција које треба минимизовати могу се трансформисати тако што се поделе или помноже са негативним бројем. Овај поступак омогућава да минимизациони критеријум постане максимизациони, чиме се постиже уједначеност у процесу одлучивања.
- Коришћењем унапред дефинисаних функција корисности за сваки атрибут, што омогућава прилагођавање вредности критеријума у процесу одлучивања. [38]

Након дефинисања улазне матрице и свођења вредности критеријума за сваку алтернативу на нумеричке, може се прећи на следећи корак, односно нормализацију матрице одлучивања. Сваки критеријум је дефинисан неком својом димензијом, што истиче мултидимензионалну природу проблема. То отежава процес доношења одлука. Да би се процес поједноставио, неопходно је претворити мултидимензионални простор у бездимензионални простор одлучивања [14].

Нормализација се може спровести на следеће начине:

1. Векторска нормализација која се врши тако што сваки елемент колоне у матрици одлучивања дели се са својом нормом. Количник који је добијен представља нормализовану вредност у нормализованој матрици одлучивања, према задатом математичком изразу [39]:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m x_{ij}^2}} \quad (3.2)$$

При чему је r_{ij} нормализована вредност x_{ij} из улазне матрице, а i представља број акције, док j означава број атрибута [39].

2. Још један од начина нормализације је линеарна, која се спроводи тако што се сваки елемент колоне из матрице подели са максималном вредношћу у тој истој колони [39]:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max x_{ij}} \quad (3.3)$$

При чему је r_{ij} подразумева нормализовану вредност x_{ij} улазне матрице, i подразумева број акције, док j подразумева број атрибута [39].

Након добијања нормализоване матрице, потребно је одредити тежине односно тежинске коефицијенте за сваки критеријум у проблему који се решава. Збир свих тежина треба да буде једнак 1.

Постоји више различитих начина одређивања тежина критеријума. Неке од њих подразумевају субјективизам, односно, на основу неких искуствених сазнања експерата из одређене области, могу се доделити тежине на начин на који они сматрају да је адекватан. Ти начини могу бити и резултати анкета спроведених међу експертима из области у којој се проблем решава. А постоје и различите математичке методе, које на основу вредности датих у улазној матрици израчунавају тежине за сваки критеријум. Неке од највише коришћених свакако су метода ентропије, стандардна девијација итд.

Бројни истраживачи су предложили и нове математичке начине односно методе за одређивање тежина критеријума [40-43].

Начин одређивања тежина преко методе ентропије [44] може се приказати преко следеће формуле:

$$E_j = -\frac{1}{\ln(m)} \sum_{i=1}^m \left(\frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}} \ln \left(\frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^m x_{ij}} \right) \right), \forall i \in [1, 2, \dots, m], \forall j \in [1, 2, \dots, n] \quad (3.4)$$

Степен диверзификације се израчунава:

$$d_j = 1 - E_j, \forall j \in [1, 2, \dots, n] \quad (3.5)$$

Степен важности критеријума, односно тежине критеријума:

$$w_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^n d_j} \quad (3.6)$$

Сума свих вредности тежина критеријума је једнака 1.

Следећа математичка метода која је често коришћена у циљу добијања тежина критеријума је метода стандардне девијације [45]. Формула за израчунавање тежина критеријума је следећа:

$$W = [w_1, w_2, \dots, w_j] = \left[\frac{\sigma_1}{\sum_{j=1}^n \sigma_j}, \frac{\sigma_2}{\sum_{j=1}^n d_j}, \dots, \frac{\sigma_j}{\sum_{j=1}^n d_j} \right] \quad (3.7)$$

При чему је σ_j стандардна девијација добијена из матрице у којој је извршена нормализација. Као што је већ наглашено, тачност вредности тежина се лако проверава збиром свих тежина, он мора бити једнак 1.

Након овог корака, долази на ред примена различитих метода ВКО, ради добијања финалног рангирања алтернатива, према предложеним критеријумима, приказ првих метода је дат на слици 3.3.



Слика 3.3 Класификација ВКО метода [36]

3.1 Методе вишекритеријумског одлучивања

Скуп метода за доношење одлука са више критеријума (MultiCriteria Decision Making), која се понекад назива и техникама, сматра се једним од најзначајнијих и најчешће коришћених алата за подршку одлучивању у пословању и инжењерству, као и у различитим областима интеракције човека са природним и вештачким системима [46-48]. Ове методе обично разматрају више, међусобно сукобљених критеријума, како би се на основу њих изабрала најбоља могућа алтернатива, од више понуђених. ВКО данас представља добро утврђену, дефинисану и темељно проучену грану оперативних истраживања.

Развој ових метода временски се поклапа са све широм применом техника оперативних истраживања. Иако су основни концепти вишекритеријумских метода присутни још од 18. века или раније, савремене методе попут ELECTRE [49], PROMETHEE [50], АНР [51] и TOPSIS [36] настале су у другој половини 20. века, заједно са многим другим сличним техникама.

Постоји обимна литература о научној основи ових метода, укључујући њихову класификацију, разликовање и очекивани домет примене. Свакодневно се објављују научна истраживања, а посебно она који се односе на студије случаја у професионалним окружењима. Савремени трендови у развоју ових метода у последњој деценији показују два јасна правца: прво, тежњу ка специјализацији, односно прилагођавању одређених метода специфичним ситуацијама, и друго, хибридизацију познатих метода са другим приступима, као што су фази (fuzzy) или груби (rough) скупови, као и модел сивих скупова [52].

Посматрајући велики број студија случаја, може се приметити да један од честих изазова у примени метода вишекритеријумске оптимизације је избор најприкладније методе, с обзиром на велики број постојећих техника. Према истраживањима Wang et al., [53] не постоје објективно боље или лошије методе, већ оне које су мање или више погодне за одређену ситуацију. Међутим, коришћење ових метода има неколико недостатака, укључујући добијање различитих резултата при примени исте методе, варијабилност резултата између различитих метода и сложеност у њиховом поређењу. Због тога се често постојеће методе модификују или се развијају нове, прилагођене конкретним проблемима.

Иако се развој нових метода данас не сматра доминантним правцем истраживања, неке новије методе, попут WASPAS [54] и MOORA[55], нашле су примену у пословању и инжењерству. Ова ограничена примена нових метода може се приписати великом броју већ постојећих техника, недовољној промоцији нових метода или времену потребном за њихово прихватање у пракси.

Са ширењем подручја примене метода, различити приступи све чешће налазе примену у сличним контекстима, без обзира на почетне разлике у начину функционисања. Из тог разлога је од изузетне важности спровести детаљну анализу могућности њихове примене у различитим ситуацијама, уз посебан осврт на њихову ефикасност, поузданост и флексибилност. Поред тога, неопходно је сагледати њихове предности и ограничења, како би се обезбедила што прецизнија оцена њихове погодности за конкретне проблеме одлучивања.

Међу првим методама вишекритеријумског одлучивања је метода ELECTRE (франц. ELimination Et Choix Tradusant la REalite). Од давне 1965-е до данас појавиле су се 4 верзије ове методе. ELECTRE I [56], II [57], III [58] и IV [59] пронашле су своју примену у многим истраживањима. Неке од предности ове методе, односно свих њених модификација, које се могу издвојити су [14]:

- Обухвата факторе неизвесности и неодређености;
- Не захтева да атрибути буду међусобно независни;
- Лош резултат у једном критеријуму може довести до одбацивања одређене алтернативе.

Док неке од мана које се издвајају код ове методе су [14]:

- Алгоритам је прилично сложен;
- Могуће је да се не добије потпуно рангирање алтернатива.

Следећа метода која је нашла своју примену у истраживањима је SAW (Simple Additive Weighting) [53], представљајући једну од мање комплексних метода, где производ нормализованих вредности и тежина, даје поредак који је потребно рангирати. Неке до предности које се издвајају су [14]:

- Метода са једноставним алгоритмом;
- Могућност компензације између критеријума;
- Погодна за вредновање једне алтернативе.

Недостаци ове методу су [14]:

- Критеријуми са минимизацијом се морају претворити у критеријуме са максимизацијом;
- Постоји могућност добијања неоснованих резултата;
- Вредности треба да буду позитивне.

Метода која је данас веома често коришћена је АНР (The Analytic Hierarchy Process) [51]. Ова метода подразумева поређење парова алтернатива, односно мора се упоредити свака са сваком алтернативом. За поређење алтернатива постоји и скала коју је дефинисао творац ове методе.

Ова метода је једноставна за коришћење и не захтева обимне податке. Њена хијерархијска структура је флексибилна и може се прилагодити проблемима различите сложености. Омогућава бољу анализу сваког критеријума у прорачуну. Међутим, постоји могућност да преференције буду непреносиве, а код сложенијих проблема потребан је велики број поређења парова. Такође, могу се јавити недоследности у одлучивању, као и промена рангирања алтернатива у зависности од додатих или уклоњених критеријума [14].

VIKOR (ВИшекритеријумско КОмпомисно Рангирање) коју је дефинисао Оприцовић [60], је осмишљена тако да доносиоцу одлуке нуди алтернативе које представљају равнотежу између жеља и могућности, као и компромис између различитих интереса учесника у процесу одлучивања. Компромисно решење се сматра најоптималнијим могућим избором, јер укључује узајамне уступке између доступних алтернатива. Метода је првенствено развијена за ВКО сложених система, када је неопходно уважити више критеријума у исто време и пронаћи најбољу могућу равнотежу међу њима. Њена примена је посебно корисна у случајевима када не постоји једно идеално решење, већ је неопходно пронаћи оно које најбоље задовољава све укључене факторе [60].

Ова метода је корисна за проблеме у којима је тешко прецизно изразити тежинске коефицијенте. Омогућава анализу стабилности решења, али захтева довољно квантитативних података за примену. Потребно је унапред дефинисати тежинске коефицијенте за критеријуме, а рангирање алтернатива може варирати у зависности од различитих вредности тежина варијабли [14].

Следећа позната метода, која се користи у истраживањима је TOPSIS [36]. Специфичност ове методе је то да се рангирање алтернатива своди на удаљеност од идеалног решења. Најбољи избор је онај који је најприближнији идеалу, док је најгори избор онај који је најближи најмање жељеном решењу. Предности ове методе су [14]:

- Ради са основним рангирањем;
- Потпуно користи доступне информације;
- Једноставан процес израчунавања.

Док су мане следеће [14]:

- Не узима у обзир корелацију између атрибута;
- Јака одступања једног показатеља од идеалног решења значајно утичу на резултате;
- Погодна када показатељи алтернатива не варирају значајно.

PROMETHEE метода је дефинисана још давне 1984. од стране Brans-a [50]. Ова метода је погодна за ситуације у којима је тешко ускладити различите алтернативе. Омогућава коришћење и квалитативних и квантитативних података, што је корисно за анализу сложених проблема. Такође, постоји могућност обраде неизвесних или нејасно дефинисаних информација, што проширује њену примену. Међутим, један од изазова је недостатак јасне методологије за одређивање тежина критеријума, што може утицати на резултате. Осим тога, сам процес израчунавања је умерено сложен, што значи да захтева одређену аналитичку обраду [14].

Како се област употребе ВКО метода шири, методе за које се сматра да су прилично различите у свом приступу користе се у сличном контексту. Стога, детаљан преглед употребљивости метода у различитим окружењима и њиховим предностима и недостацима може бити у реду, заједно са детаљним пресеком области употребе. Поред свих горе наведених метода ВКО, постоји још доста метода за доношење одлука, у различитим областима истраживања:

- TAOV (енг. Total Area Based on Orthogonal Vectors) [61]
- GRA (енг. Grey Relational Analysis) [62]
- ARAS (енг. Additive Ratio Assessment) [63]
- WASPAS (енг. Weighted Aggregated Sum Product Assessment) [54]
- MOORA (енг. Multi-Objective Optimization by Ratio Analysis) [55]
- COPRAS (енг. Complex Proportional Assessment) [64]

Након детаљне анализе спроведених истраживања, уочене су како предности, тако и недостаци свих разматраних метода. Ови аспекти су систематски представљени у табели 3.1, која омогућава јасну компарацију метода у односу на њихову могућност примене, поузданост и сложеност у различитим сценаријима одлучивања [14, 65-69].

Табела 3.1 Предности и недостаци појединих ВКО метода [14]

Метода	Предности	Недостаци
ТАОВ	Релативно једноставна процедура Предлаже метод који гарантује независност критеријума Нема ограничења у погледу скале критеријума	Слаба могућност примене за решавање конфликта
GRA	Омогућава већу разлику у рангирању алтернатива Погодна за решавање проблема са сложеним међусобним утицајима између више фактора и варијабли	Релативно сложена процедура Висока осетљивост на тежине критеријума
ARAS	Степен корисности се употребљава за рангирање алтернатива Атрибути су независни	Квалитативни атрибути треба да се конвертују у квантитативне
MOORA	Релативно једноставна процедура Атрибути су независни Робусна метода	Квалитативни атрибути се претварају у квантитативне Релативно сложен процес израчунавања
WASPAS	Релативно једноставан процес израчунавања Метода одваја корисне и некорисне критеријуме у проблему Користи се за комплетно рангирање алтернатива	Узима у обзир само минималне вредности (за „cost“ атрибуте) и максималне вредности (за корисне атрибуте) Не узима у обзир све вредности учинка
COPRAS	Погодна за процену једне алтернативе Робусна метода Не захтева минимизацију критеријума	Мање стабилна при варијацији података у односу на неке друге методе Осетљива на мале промене у подацима

Методе приказане у табели 3.1 су различито прилагођене решавању сложених ВКО проблема. Док неке методе (MOORA, COPRAS, WASPAS) наглашавају стабилност и могућност трансформације квалитативних у квантитативне податке, друге (ТАОВ, ARAS) се фокусирају на специфичне аспекте као што су независност критеријума и степен корисности.

Неки приступи су једноставнији (MOORA, WASPAS), док су други сложенији и осетљивији на промене у тежинама критеријума (COPRAS). Генерално, свака метода има своје предности и ограничења у зависности од типа проблема који се анализира.

4 Методологија

Операције бушења и минирања представљају кључну фазу у процесу експлоатације минералних сировина, јер од њихове ефикасности зависи не само успешност даљих процеса третирања руде, већ и укупни трошкови, продуктивност и безбедност рударских операција. Неправилно изведени бушачко-минерски радови могу довести до неравномерне фрагментације стенске масе, повећане потрошње експлозива, нестабилности откопних просторија, али и до пораста оперативних трошкова.

Да би се постигли оптимални резултати и истовремено смањили негативни ефекти, неопходно је применити напредне аналитичке моделе који подржавају процес одлучивања у фази планирања и пројектовања рударских активности. Ови модели морају бити вишедимензионални, односно истовремено узимати у обзир све кључне факторе – технолошке, економске, еколошке и безбедносне. Једино тако могуће је осигурати систематичан и објективан приступ доношењу одлука, који ће довести до максималне ефикасности и одрживости рударских операција.

У наставку овог поглавља представљена је новоразвијена методологија осмишљена за решавање овако сложеног проблема, уз свеобухватну анализу кључних параметара који утичу на избор оптималних параметара бушења и минирања. Ова методологија омогућава интеграцију савремених достигнућа, напредних математичких модела и дигиталних алата, чиме се постиже прецизније планирање и управљање процесом минирања.

Кроз примену ове методологије, могуће је оптимизовати параметре лепезе минирања, што доводи до побољшања ефикасности експлозивног разарања стенске масе, смањења штетних утицаја на околину и унапређења укупне стабилности подземних просторија. Осим тога, интеграција напредних симулационих техника и дигиталних алата омогућава бржу и тачнију анализу ефеката бушачко-минерских радова, што доприноси доношењу информисаних одлука у реалном времену и значајном смањењу оперативних трошкова.

Применом ове методологије у рударској пракси постиже се већи степен контроле над процесом бушења и минирања, повећава се безбедност радног окружења и осигурава дугорочна одрживост експлоатационих активности.

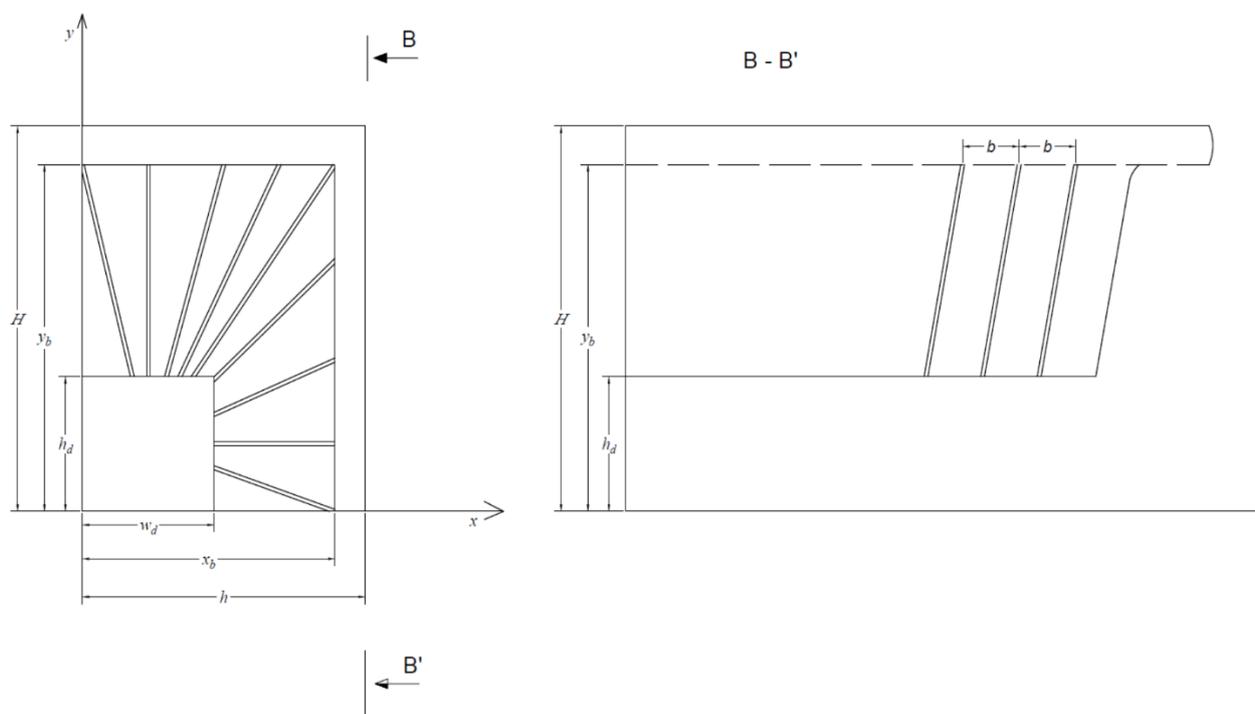
4.1 Дефинисање алтернатива и критеријума

Модел за подршку одлучивању, базиран на ВКО, подразумева након дефинисања алтернатива, систематско и објективно оцењивање тих дефинисаних алтернатива у процесу доношења одлука. Алтернативе се анализирају и рангирају, према унапред утврђеним критеријумима.

У овом истраживању је приказана је проблематика избора оптималних параметара лепезе минирања, помоћу математичког модела и симулације. Предложено је девет шема лепезастог минирања, при чему су анализирани различити параметри у циљу оптимизације процеса. Један од кључних параметара који је узет у обзир је линија најмањег отпора (вредност „ b ” приказана на слици 4.1, попречни пресек Б-Б'), чија дужина значајно утиче на ефикасност минирања стенске масе и фрагментацију одминераног материјала. Поред тога, посебна пажња посвећена је геометрији лепезе, која се мења у зависности од дужина и распореда бушотина, а све у функцији висине откопа („ H “ на слици 4.1). Овај приступ омогућава прилагођавање минирања различитим теренским условима и захтевима производње.

Комбинацијом три различите вредности дужине линије најмањег отпора и три различите висине откопа, добијено је укупно девет алтернативних решења, која се даље анализирају у процесу селекције. Свака од ових алтернатива испитује се са аспекта оперативне ефикасности, степена фрагментације стенске масе, економске оправданости и безбедности извођења радова. Оваквим приступом осигурава се прецизнији избор оптималне шеме минирања, која ће у највећој мери задовољити техничке и еколошке критеријуме, уз минимално осиромашење и максималну продуктивност.

На слици 4.1 приказан је пример шеме лепезног минирања, са одговарајућим параметрима битним за дефинисање улазних вредности података [15].



Слика 4.1 Пример шеме минирања [15]

На слици 4.1 вредности које су приказане се односе на:

- H висина откопа,
- h ширина откопа,
- x_b и y_b граница бушења,
- w_d и h_d димензије откопног ходника,
- b линија најмањег отпора.

У циљу постизања што веће сигурности и добијања што чистије руде, што значи минимално осиромашење руде, заштитни кров дебљине један метар је остављен нетакнут и није минирањем и 0,8 m са десне стране откопа.

Предложених девет алтернатива се затим пореде на основу дефинисаних критеријума. У овом моделу предложено је пет критеријума који ће водити избор најбоље алтернативе за постизање жељених циљева.

За добијање различитих дужина бушотина у шемама минирања, висина откопа је један од параметара који је оптимизован. У овом случају, у прорачун су унете три различите вредности висине. Други важан параметар који се разматра за оптимизацију је линија најмањег отпора.

Она се односи на растојање између равни шеме мињања и најближе слободне површине стене која се миња [3]. Комбинујући три различите вредности линије најмањег отпора и три различите вредности висине откопа, добијено је девет лепезастих шема, и оне представљају девет алтернатива које се пореде према критеријумима описаним у наредном делу поглавља. Са жељом да се постигну горе поменути циљеви, одабрано је пет критеријума који ће управљати процесом избора најбоље алтернативе.

Трошкови бушења минских бушотина и потрошња експлозива представљају први критеријум (K_1) који се користи за евалуацију предложених алтернатива лепеза мињања. Овај критеријум је од великог значаја у процесу одлучивања, јер бушење и мињање представљају једну од најзначајнијих фаза експлоатације која директно утиче на укупне оперативне трошкове рударских активности [15].

У подземним рудницима мањег обима производње, где је финансијска одрживост од великог значаја, ефикасно управљање трошковима бушења и мињања игра пресудну улогу у очувању профитабилности. Будући да ове операције обично чине значајан део укупних трошкова, неправилно планирање може довести до прекомерне потрошње експлозива, повећане потребе за додатним дробљењем, већих трошкова радне снаге и дужег временског трајања рударских активности.

Да би се постигла оптимизација трошкова, неопходно је пронаћи равнотежу између максималне ефикасности и рационалне употребе ресурса, како би се осигурало да рударске активности остану и одрживе и економски исплативе. То значи да се треба тежити смањењу непотребне потрошње експлозива, оптималном одређивању дубине и распореда бушотина, као и ефикасном управљању логистиком набавке материјала и коришћењем модерне технологије за бушење и мињање. На основу тога, критеријум K_1 треба минимизовати, како би се обезбедила економска исплативост процеса. Вредност овог критеријума у великој мери зависи од тренутних тржишних услова, укључујући набавну цену експлозива, горива за бушење, потрошног материјала, трошкове одржавања опреме, радне снаге и других оперативних фактора. Вредности овог критеријума, коришћене у прорачуну, чине тренутне оквирне цене материјала на тржишту, а збир потрошеног горива, енергије, експлозива, потрошног материјала, цене радне снаге чини укупну формирану цену једне лепезе мињања.

Одржавањем оптималне висине трошкова, рудници могу постићи већу продуктивност, повећати искоришћење минералних ресурса и истовремено смањити непотребне губитке, што доприноси дугорочној одрживости рударских операција.

Други критеријум (K_1) је индекс компактности [70], и он се дефинише као однос квадрата обима облика и површине на којој се налазе бушотине. Индекс компактности тежи ка минимуму. То значи да је енергија више концентрисана, чинећи експлозију ефикаснијом у преношењу енергије на масив [71].

Једначина за израчунавање компактности је:

$$C = \frac{O^2}{P} \quad (4.1)$$

Где је:

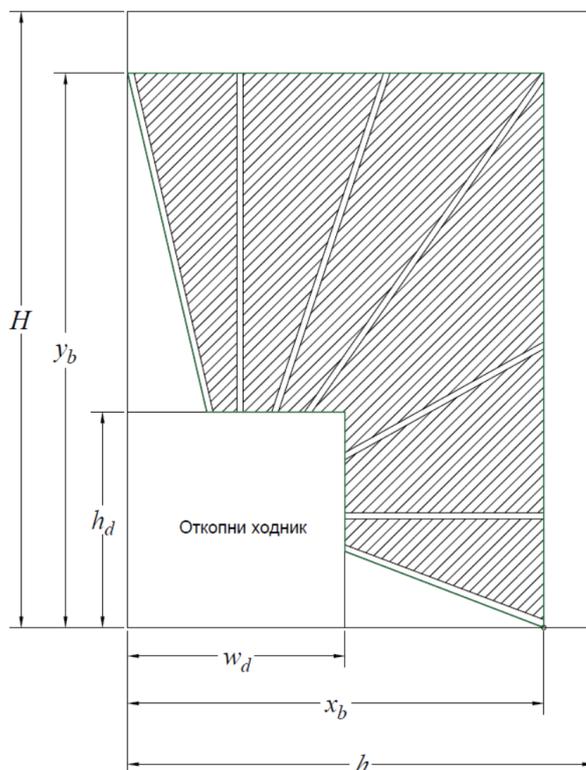
C – компактност;

P – површина фигуре, која је одређена бушотинама, m^2

O – обим облика, који је дефинисан бушотинама, m

$$C_i = |16 - C| \quad (4.2)$$

Вредност 16 добија се из односа обима и површине квадрата, односно његова компактност, чему тежи и компактност лезеа у нашем примеру. На слици 4.2 означена је шрафуром област коју заузимају бушотине лезеа а која је коришћена за прорачун обима и површине за потребе критеријума компактности.



Слика 4.2 Површина оивичена бушотинама потребна за прорачун критеријума компактности лезеа минирања

Следећи критеријум, К3, који се разматра у овом истраживању је тонажа. Тонажа се добија као производ висине и ширине откопа, усвојене линије најмањег отпора (b) и запреминске тежине руде која се експлоатише, умањене за део откопног ходника, приказано на слици 4.2.

$$T = (H \cdot h - w_d \cdot h_d) \cdot b \cdot \gamma \quad (4.3)$$

Четврти критеријум (К4), који се користи за избор оптималне лезеа је фрагментација стенске масе. Лоша фрагментација миниране корисне минералне сировине значајно утиче на трошкове накнадних фаза производње, које следе након примарног минирања. Жељени степен фрагментације одређује опрема која се користи за дробљење минираног материјала, јер величина стенских фрагмената мора бити усклађена са капацитетом и могућностима дробилица. Величина добијених фрагмената зависи од више фактора, укључујући карактеристике третираног стенског масива, пројектовану шему минирања и снагу експлозива.

У овом контексту, тешко је прецизно предвидети коначну величину стенских фрагмената, јер на њу утиче више променљивих. Стога, вредности које су коришћене у прорачуну су приближне процене највећих комада стене који настају након минирања. Такође, веома је важно избегавати превелике фрагменте, јер би њихова даља обрада захтевала додатно уситњавање, што може значајно утицати на ефикасност производног процеса и повећати оперативне трошкове. Оптимална фрагментација доприноси ефикасној експлоатацији,

смањујући потребу за додатним механичким уситњавањима и побољшавајући укупну продуктивност рударских операција.

Време је пети критеријум (K5) предложен за избор најбоље шеме минирања у подземном руднику а односи се на трајање операција бушења и минирања. Овај аспект је посебно важан јер смањење времена утрошеног на ове задатке доводи до побољшања оперативне ефикасности и веће укупне продуктивности, због тога је за овај критеријум такође потребна минимизација.

Време потребно за бушење 1m бушотине износи:

$$T_b = \frac{t_b + t_{ps} + t_{ss}}{l_s} \quad (4.4)$$

где је:

t_b – време бушења једне бушаће шипке дужине, минути

t_{ps} – време постављања шипке, минути

t_{ss} – време скидања шипке, минути

l_s – дужина бушаће шипке, m

Време потребно за бушење једне лезе износи:

$$T_{bl} = L_b \cdot T_b \quad (4.5)$$

При чему вредност L_b подразумева, укупну дужину бушотина у једној предложеној лези.

Време пуњења бушотина експлозивом и повезивања мина:

$$T_m = n_b \cdot t_{pu} + n_b \cdot t_{pov} + t_{in} \quad (4.6)$$

где је:

n_b – број бушотина,

t_{pu} – време пуњења бушотине, минути

t_{pov} – време повезивања мина, минути

t_{in} – време иницирања, минути

Укупно време потребно за бушење и минирање износи:

$$t = T_{bl} + T_m \quad (4.7)$$

4.2 Методе RAPS и MCRAT

У овој дисертацији представљене су две нове методе ВКО, настале са циљем да решавају проблеме селекције оптималне алтернативе у рударској индустрији. То су RAPS (Ranking Alternatives by Perimeter Similarity) односно рангирање алтернатива према сличности обима и MCRAT (Multiple Criteria Ranking by Alternative Trace) односно вишекритеријумско рангирање према трагу алтернативе. Обе методе су двостепене, односно, у првом степену, то укључује нормализацију, пондерисање и израчунавање „величине (важности)“ компоненте да би се идентификовала оптимална алтернатива и разложиле друге алтернативе. Друга фаза се односи на рангирање алтернатива, при чему MCRAT примењује концепт трага матрице, а RAPS рангира алтернативе према сличности обима [14].

Матрица за доношење одлука је алат дизајниран за процену и одређивање приоритета опција у складу са одређеним скупом критеријума. Помаже у структурирању и процени избора, што доводи до одлука на основу информација. У овом контексту, постоје дефинисани скупови алтернатива које можете изабрати, заједно са критеријумима који одређују како се те алтернативе рангирају. Сваки критеријум треба да има или минималну или максималну вредност, у зависности од тога које одговарајуће методе могу да обезбеде одговарајуће решење. За постављање овог задатка потребно је креирати улазну матрицу одлучивања на следећи начин [14]:

Корак 1: Дефинисање улазне матрице

$$M = [x_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} A/K & K_1 & K_2 & \dots & K_n \\ A_1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1j} \\ A_2 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_m & x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Где је:

$A = [A_1, A_2, \dots, A_m]$ – задати сет алтернатива, где је m укупан број алтернатива

$K = [K_1, K_2, \dots, K_n]$ – задати сет критеријума, где је n укупан број критеријума

$[x_{ij}]_{m \times n}$ – процена алтернативе A_i с обзиром на скуп критеријума

У наредним корацима приказан је поступак решавања проблема:

Корак 2: Нормализација

Сваки од критеријума је повезан са својом димензијом (величином), наглашавајући вишедимензионалну природу проблема, а то отежава доношење одлука. Да би се процес поједноставио, потребно је конвертовати вишедимензионални простор у бездимензионални простор одлучивања.

За критеријуме фокусиране на добити (макс), користи се следећа техника нормализације:

$$r_{ij} = \frac{x_{ij}}{\max_i(x_{ij})}, \quad \forall i \in [1, 2, 3, \dots, m] \wedge j \in S_{benefit} \quad (4.9)$$

А за критеријуме трошкова (мин):

$$r_{ij} = \frac{\min_i(x_{ij})}{x_{ij}}, \quad \forall i \in [1, 2, 3 \dots, m] \wedge j \in S_{cost} \quad (4.10)$$

Где је:

$S_{benefit}$ – сет критеријума добити

S_{cost} – сет критеријума трошкова

Исход овог процеса нормализације је нормализована матрица одлучивања:

$$(M) = [r_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} A/K & K_1 & K_2 & \dots & K_n \\ A_1 & r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1j} \\ A_2 & r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_m & r_{m1} & r_{m2} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

Корак 3 и 4: Одређивање тежина и отежавање нормализоване матрице

За сваку нормализовану вредност r_{ij} рачуна се тежинска нормализација:

$$u_{ij} = w_j r_{ij}, \quad \forall i \in [1, 2, 3 \dots, m], \quad \forall j \in [1, 2, 3 \dots, n] \quad (4.12)$$

Резултат овог корака је отежана нормализована матрица:

$$U = [u_{ij}]_{m \times n} = \begin{bmatrix} A/C & C_1 & C_2 & \dots & C_n \\ A_1 & u_{11} & u_{12} & \dots & u_{1j} \\ A_2 & u_{21} & u_{22} & \dots & u_{2j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_m & u_{m1} & u_{m2} & \dots & u_{mn} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

Метода стандардне девијације [43] се користи за додељивање тежине критеријума, на тај начин смањиће се субјективност:

$$W = [w_1, w_2, \dots, w_j] = \left[\frac{\sigma_1}{\sum_{j=1}^n \sigma_j}, \frac{\sigma_2}{\sum_{j=1}^n \sigma_j}, \dots, \frac{\sigma_j}{\sum_{j=1}^n \sigma_j} \right] \quad (4.14)$$

Где је σ_j стандардна девијација нормализоване матрице која је приказана у обрасцу 4.11.

Тачност додељених тежина критеријумима може се проверити једноставним сабирањем свих вредности. Уколико је збир једнак 1, тежине су исправно расподељене. То приказујемо обрасцем:

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1 \quad (4.15)$$

Корак 5: Одређивање оптималне алтернативе

Одредити сваки елемент оптималне алтернативе на следећи начин:

$$q_j = \max(u_{ij} | 1 \leq j \leq n), \forall i \in [1, 2, 3, \dots, m] \quad (4.16)$$

Оптимална алтернатива је представљена следећим скупом:

$$Q = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_j\}, j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (4.17)$$

Корак 6: Декомпозиција оптималне алтернативе

Овај корак укључује рашчлањивање оптималне алтернативе на два подскупа или компоненте. Q скуп се може представити као унија ова два подскупа:

$$Q = Q^{benefit} \cup Q^{cost} \quad (4.18)$$

Ако је k укупан број критеријума добити, онда је $l=n-k$ укупан број критеријума трошкова. Због тога се оптимална алтернатива дефинише као:

$$Q = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_k\} \cup \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_l\} \quad (4.19)$$

Корак 7: Декомпозиција алтернативе

Затим се врши декомпозиција сваке алтернативе:

$$Y_i = U_i^{benefit} \cup U_i^{cost}, \forall i \in [1, 2, 3, \dots, m] \quad (4.20)$$

$$U_i = \{u_{i1}, u_{i2}, u_{i3}, \dots, u_{ik}\} \cup \{u_{i1}, u_{i2}, u_{i3}, \dots, u_{ih}\}, \forall i \in [1, 2, 3, \dots, m] \quad (4.21)$$

Корак 8: Магнитуда компоненте

Израчунава се магнитуда за сваку компоненту оптималне алтернативе, као што је дефинисано по:

$$Q_k = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 \dots + q_k^2} \quad (4.22)$$

$$Q_h = \sqrt{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 \dots + q_h^2} \quad (4.23)$$

За сваку алтернативу се може применити исти приступ:

$$U_{ik} = \sqrt{u_{i1}^2 + u_{i2}^2 + u_{i3}^2 \dots + u_{ik}^2}, \forall i \in [1, 2, 3, \dots, m] \quad (4.24)$$

$$U_{ih} = \sqrt{u_{i1}^2 + u_{i2}^2 + u_{i3}^2 \dots + u_{ih}^2}, \forall i \in [1, 2, 3, \dots, m] \quad (4.25)$$

У следећем кораку, метода показује како рангира алтернативе. Овај метод се ослања на сличност између обима оптималне алтернативе и обима других алтернатива.

Корак 8.1: Рангирање алтернатива према сличности обима (RAPS)

Обим оптималне алтернативе је приказан као обим правоуглог троугла. Компоненте Q_k и Q_h представљају основу и управну страну троугла, тим редоследом:

$$P = Q_k + Q_h + \sqrt{Q_k^2 + Q_h^2} \quad (4.26)$$

Обим за сваку алтернативу се одређује коришћењем исте методе:

$$P_i = U_{ik} + U_{ih} + \sqrt{U_{ik}^2 + U_{ih}^2} \quad (4.27)$$

Сличност обима се дефинише као однос између обима сваке алтернативе и обима оптималне алтернативе:

$$PS_i = \frac{P_i}{P}, \forall i \in [1, 2, 3, \dots, m] \quad (4.28)$$

Алтернативе су сада распоређене у опадајућем редоследу на основу PS_i .

Корак 8.2 Рангирање алтернатива према њиховом трагу MCRAT

Креирање матрице F састављене од компоненти оптималне алтернативе:

$$F = \begin{bmatrix} Q_k & 0 \\ 0 & Q_h \end{bmatrix} \quad (4.29)$$

Такође се креира матрица која је састављена од компоненти сваке од алтернатива:

$$G_i = \begin{bmatrix} Y_{ik} & 0 \\ 0 & Y_{ih} \end{bmatrix}, \forall i \in [1, 2, \dots, m] \quad (4.30)$$

Уколико је T_i матрица добијена као производ две матрице, у овом случају F и G_i :

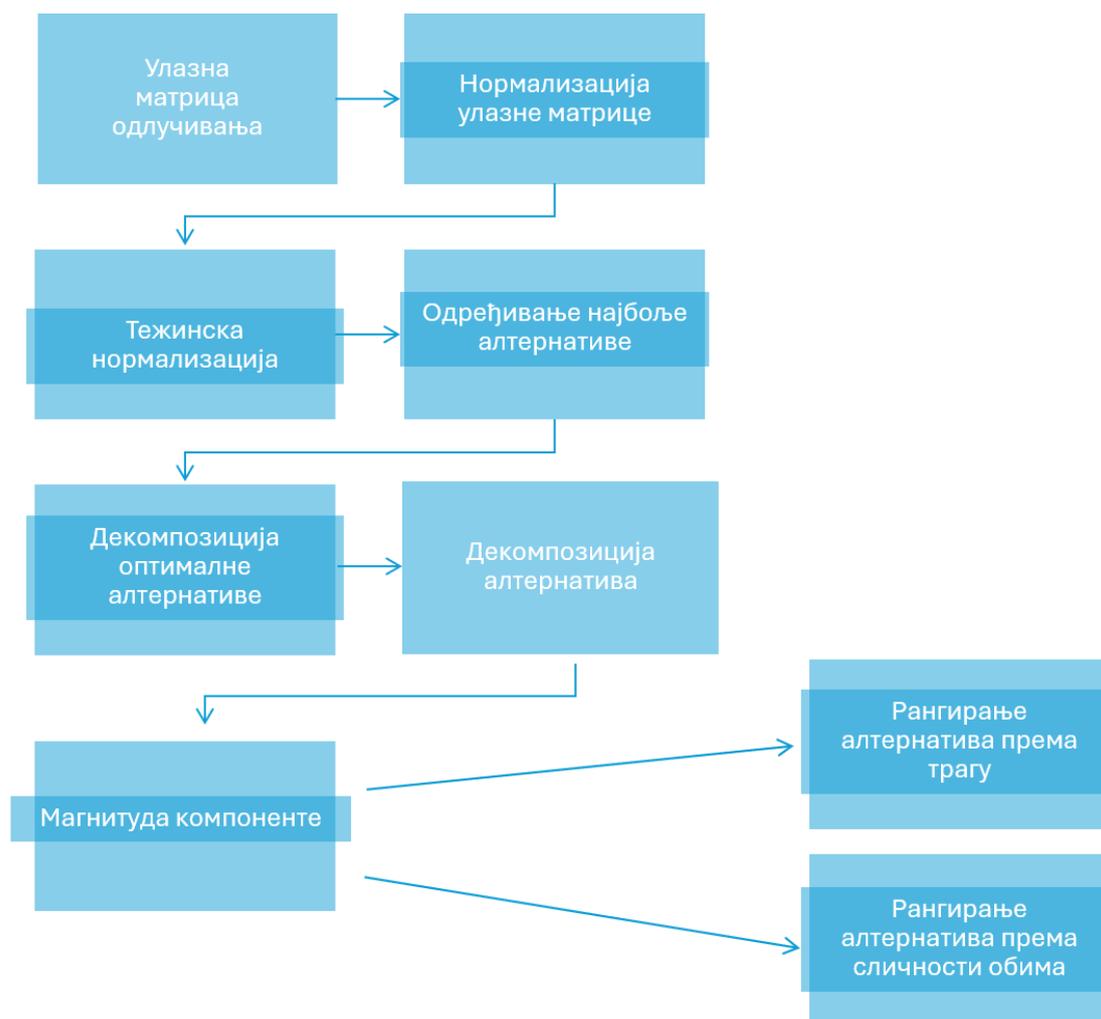
$$T_i = F \times G_i = \begin{bmatrix} t_{11;i} & 0 \\ 0 & t_{22;i} \end{bmatrix}, \forall i \in [1, 2, \dots, m] \quad (4.31)$$

Онда је траг матрице T_i :

$$tr(T_i) = t_{11;i} + t_{22;i}, \forall i \in [1, 2, \dots, m] \quad (4.32)$$

Након добијања вредности tr , алтернативе се рангирају у опадајућем низу према $tr(T_i)$.

Ови кораци су визуелно представљени на дијаграму на слици 4.3, који графички приказује методолошки приступ.



Слика 4.3 Дијаграм RAPS и MCRAT метода

4.3 Симулација са RAPS методом

Нове методе RAPS и MCRAT [14] су развијене као алат за подршку процесу доношења одлука у рударској индустрији, где су ефикасно управљање ресурсима и безбедност кључни. Намера овог дела рада је да се процени стабилност метода у условима неизвесности улазних параметара. Циљ је да се на овај начин процени колико је метода поуздана и ефикасна у реалним, динамичким условима, како би се обезбедила њена даља примена у оптимизацији доношења одлука у рударској индустрији. Како би се превазишао аспект неизвесности ком је подложен третирани рударски проблем изабрана је RAPS метода и имплементирана је симулација у ток њеног рада [15].

Симулација је предложена као начин превазилажења неодређености неких критеријума, дефинисаних за овај модел. Нису сви критеријуми једнозначни, односно њихове вредности егзактне и као такве могу довести до погрешних одбира приликом селекције алтернатива. Таква врста неизвесности, препозната је у 2 критеријума, описана у претходном потпоглављу. Како би се добили што веродостојнији резултати и премостила неизвесност тих критеријума, примењена је симулација. Критеријуми K3 и K5, препознати су као неизвесни критеријуми и као такви третирани у примени RAPS методе. Модификација методе има за циљ, проверу тачности селекције оптималног решења, добијеног у изворном облику RAPS методе.

Критеријум КЗ, представља тонажу руде, добијене из једне лепезе минирања. Начин рачунања масе која се добија из једне лепезе приказан је према једначини 4.33.

Количина добијене руде се израчунава на следећи начин [15]:

$$O = (x \cdot y - w_d \cdot h_d) \cdot b \cdot \gamma \quad (4.33)$$

Где је:

x – ширина линије минирања, m

y – висина линије минирања, m

w_d – ширина откопног ходника, m

h_d – висина откопног ходника, m

b – линија најмањег отпора, m

γ – запреминска тежина одминираног материјала, $\frac{t}{m^3}$

Разматрајући једначину 4.33 уочава се да производ “ $xу$ ” представља минирано подручје, док производ “ $w_d h_d$ ” представља откопни ходник из ког се буши лепеза минирања, приказано на сликама 4.1 и 4.2. Симулациони приступ је примењен да би се одвојено дефинисали положаји линија експлозије дуж x и y осе. Положај праве дуж x -осе је $x \in (x_b, h)$. Једна могућа позиција се може дефинисати следећом једначином:

$$x = x_b + \Delta x \quad (4.34)$$

где је Δx је регулисана нормалном расподелом следећег облика:

$$\Delta x \sim N(\mu, \sigma) \quad (4.35)$$

Параметар μ је очекивана вредност дистрибуције, а дефинисана је на следећи начин:

$$\mu = \frac{x_b + h}{2} \quad (4.36)$$

Стандардна девијација дистрибуције може се дефинисати следећом једначином:

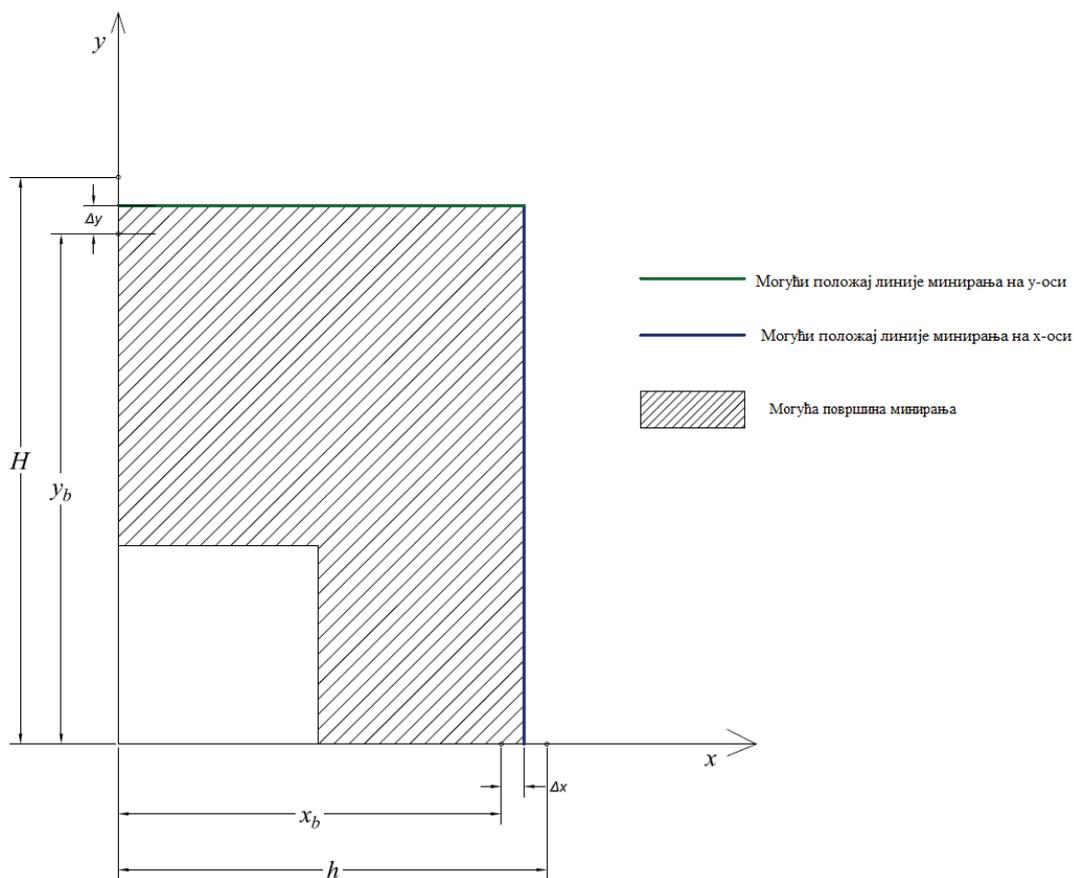
$$\sigma = k \cdot (h - x_b) \quad (4.37)$$

Где је k који узима вредност $0 \leq k \leq 0,5$.

Приступ симулацији нам омогућава да ухватимо несигурност у вези са позицијом линије експлозије дуж x - осе. Исти приступ је примењен на положај линије експлозије дуж y - осе, а једначина симулације је представљена на следећи начин:

$$y = y_b + \Delta y = y_b + N\left(\frac{y_b + H}{2}, k \cdot (H - y_b)\right) \quad (4.38)$$

На слици 4.4 графикон једне могуће позиције дуж x и y осе, је приказан.



Слика 4.4 Графикон једне могуће позиције дуж x и y осе

И на крају неодређена вредност критеријума K3 изражена једначином 4.33, дефинисана је следећом једначином:

$$O^u = \left(\left(x_b + N \left(\frac{x_b + h}{2}, k \cdot (h - x_b) \right) \cdot \left(y_b + N \left(\frac{y_b + H}{2}, k \cdot (H - y_b) \right) \right) - w_d \cdot h_d \right) \cdot b \cdot \gamma \right) \quad (4.39)$$

Линија минирања, односно одвајања стене из масива након експлозије, налази се негде између y_b и H , на врху откопа, као и између x_b и h са десне стране откопа. Укупно 500 симулација положаја ових линија је спроведено. Резултати су затим имплементирани у RAPS методу и рангиране алтернативе. На крају процеса, сабрани су сви рангови за сваку алтернативу посебно, затим су ти зборови рангирани према растућем низу, односно најмањи збир даје нам решење, која се алтернатива показала као најбоља.

Критеријум K5, који је дефинисан у циљу одабира оптималне шеме минирања, представља потребно време за припремање једне шеме минирања. Време уложено у бушење једне лезе је веома важно јер скраћивање времена за ове задатке побољшава ефикасност и продуктивност, па је зато потребно што више смањити трајање тог процеса. Као и код критеријума K3, овај критеријум је подложен променљивости, пошто је у пракси готово немогуће постићи идеално предложено односно прорачунато време трајања операције. У пракси је готово немогуће проценити тачно време бушења једне бушотине, камоли свих бушотина у једној лези. Пример прорачуна времена потребног за припрему једне лезе дат је у формули 4.40.

Неодређеност овог критеријума, зависи од услова на терену, од опреме, оперативних разлога, радне снаге итд. Из тог разлога, прибегло се симулацији овог критеријума, приказаној на следећи начин:

$$T^u = t + \Delta t \quad (4.40)$$

При чему је:

T^u – вештачка вредност израчуната симулацијом, минути

t – прорачуната вредност потребна за бушење и минирање једне лезе, а која није оптерећена неодређеношћу, минути

Δt регулисан нормалном дистрибуцијом следећег облика:

$$\Delta t \sim N(\mu, \sigma) \quad (4.41)$$

Где:

μ представља израчунату вредност потребну за бушење и минирање једне лезе, t

а σ представља стандардну девијацију дистрибуције која се може дефинисати следећом једначином:

$$\sigma = k \cdot (t) \quad (4.42)$$

При чему коефицијент k узима вредност од 10 % од израчунате вредности, а према искуственим запажањима, у досадашњем раду на овим операцијама.

Према горе описаним критеријумима и дефинисаном броју алтернатива (девет) потребно је креирати матрицу доношења одлука са неизвесношћу.

Неодређеност у матрици за доношење одлуке настаје због критеријума К3 и К5 чије вредности нису стриктне. За постављање овог проблема потребно је да се креира матрица за доношење одлука на следећи начин:

$$M^u = [x_{ij}]_{9 \times 5}^u = \begin{bmatrix} A/K & K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & K_5 \\ A_1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} \sim x_{13}^u & x_{14} & x_{15} \sim x_{15}^u \\ A_2 & x_{21} & x_{22} & x_{23} \sim x_{23}^u & x_{24} & x_{25} \sim x_{25}^u \\ A_3 & x_{31} & x_{32} & x_{33} \sim x_{33}^u & x_{34} & x_{35} \sim x_{35}^u \\ A_4 & x_{41} & x_{42} & x_{43} \sim x_{43}^u & x_{44} & x_{45} \sim x_{45}^u \\ A_5 & x_{51} & x_{52} & x_{53} \sim x_{53}^u & x_{54} & x_{55} \sim x_{55}^u \\ A_6 & x_{61} & x_{62} & x_{63} \sim x_{63}^u & x_{64} & x_{65} \sim x_{65}^u \\ A_7 & x_{71} & x_{72} & x_{73} \sim x_{73}^u & x_{74} & x_{75} \sim x_{75}^u \\ A_8 & x_{81} & x_{82} & x_{83} \sim x_{83}^u & x_{84} & x_{85} \sim x_{85}^u \\ A_9 & x_{91} & x_{92} & x_{93} \sim x_{93}^u & x_{94} & x_{95} \sim x_{95}^u \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

За симулацију $s = 1$, матрица неизвесности је следећег облика:

$$M^{s=1} = [x_{ij}]_{9 \times 5}^{s=1} = \begin{bmatrix} A/K & K_1 & K_2 & K_3 & K_4 & K_5 \\ A_1 & x_{11} & x_{12} & x_{13} \sim x_{13}^{s=1} & x_{14} & x_{15} \sim x_{15}^{s=1} \\ A_2 & x_{21} & x_{22} & x_{23} \sim x_{23}^{s=1} & x_{24} & x_{25} \sim x_{25}^{s=1} \\ A_3 & x_{31} & x_{32} & x_{33} \sim x_{33}^{s=1} & x_{34} & x_{35} \sim x_{35}^{s=1} \\ A_4 & x_{41} & x_{42} & x_{43} \sim x_{43}^{s=1} & x_{44} & x_{45} \sim x_{45}^{s=1} \\ A_5 & x_{51} & x_{52} & x_{53} \sim x_{53}^{s=1} & x_{54} & x_{55} \sim x_{55}^{s=1} \\ A_6 & x_{61} & x_{62} & x_{63} \sim x_{63}^{s=1} & x_{64} & x_{65} \sim x_{65}^{s=1} \\ A_7 & x_{71} & x_{72} & x_{73} \sim x_{73}^{s=1} & x_{74} & x_{75} \sim x_{75}^{s=1} \\ A_8 & x_{81} & x_{82} & x_{83} \sim x_{83}^{s=1} & x_{84} & x_{85} \sim x_{85}^{s=1} \\ A_9 & x_{91} & x_{92} & x_{93} \sim x_{93}^{s=1} & x_{94} & x_{95} \sim x_{95}^{s=1} \end{bmatrix} \quad (4.44)$$

Када се на матрицу $M^{s=1} = [x_{ij}]_{9 \times 5}^{s=1}$ примени RAPS алгоритам вектор обима сличности ће бити:

$$PS_{i=9}^{s=1} = \begin{bmatrix} PS_1^{s=1} \\ PS_2^{s=1} \\ PS_3^{s=1} \\ PS_4^{s=1} \\ PS_5^{s=1} \\ PS_6^{s=1} \\ PS_7^{s=1} \\ PS_8^{s=1} \\ PS_9^{s=1} \end{bmatrix} \quad (4.45)$$

Према опадајућем редоследу добијених сличности обима, за случај $s=1$, добија се рангирање алтернатива представљено на следећи начин:

$$R_{i=9}^{s=1} = \begin{bmatrix} A_1 & R_1 \in [1,2, \dots, 9] \\ A_2 & R_2 \in [1,2, \dots, 9] \\ A_3 & R_3 \in [1,2, \dots, 9] \\ A_4 & R_4 \in [1,2, \dots, 9] \\ A_5 & R_5 \in [1,2, \dots, 9] \\ A_6 & R_6 \in [1,2, \dots, 9] \\ A_7 & R_7 \in [1,2, \dots, 9] \\ A_8 & R_8 \in [1,2, \dots, 9] \\ A_9 & R_9 \in [1,2, \dots, 9] \end{bmatrix}^{s=1} \quad (4.46)$$

Након што се дефинише броја симулација $s=1, 2, \dots, S$ може се креирати укупно рангирање:

$$R_{i=1,2,\dots,9}^{s=1,2,\dots,S} = \begin{bmatrix} A_1 & R_1^{s=1} & R_1^{s=2} & \dots & R_1^{s=S} \\ A_2 & R_2^{s=1} & R_2^{s=2} & \dots & R_2^{s=S} \\ A_3 & R_3^{s=1} & R_3^{s=2} & \dots & R_3^{s=S} \\ A_4 & R_4^{s=1} & R_4^{s=2} & \dots & R_4^{s=S} \\ A_5 & R_5^{s=1} & R_5^{s=2} & \dots & R_5^{s=S} \\ A_6 & R_6^{s=1} & R_6^{s=2} & \dots & R_6^{s=S} \\ A_7 & R_7^{s=1} & R_7^{s=2} & \dots & R_7^{s=S} \\ A_8 & R_8^{s=1} & R_8^{s=2} & \dots & R_8^{s=S} \\ A_9 & R_9^{s=1} & R_9^{s=2} & \dots & R_9^{s=S} \end{bmatrix} \quad (4.47)$$

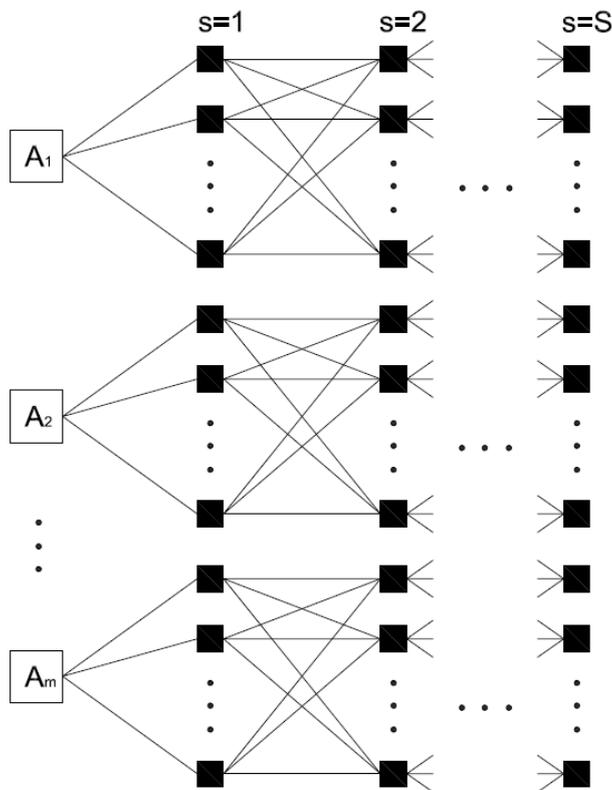
Следећи корак се односи на сумирање елемената i -тог реда а према једначини:

$$R_i = \sum_{s=1}^S R_i^s, \forall i \in [1,2, \dots, 9] \quad (4.48)$$

На крају процеса, најбоља алтернатива је одређена на следећи начин:

$$A_{best} = \min \left\{ \sum_{s=1}^S R_1^s \quad \sum_{s=1}^S R_2^s \quad \sum_{s=1}^S R_3^s \quad \dots \quad \sum_{s=1}^S R_9^s \right\} \quad (4.49)$$

На слици 4.5 представљан је процес за симулације, приказане су различите фазе и кораци који су укључени у покретање симулације, укључујући унос почетних података.



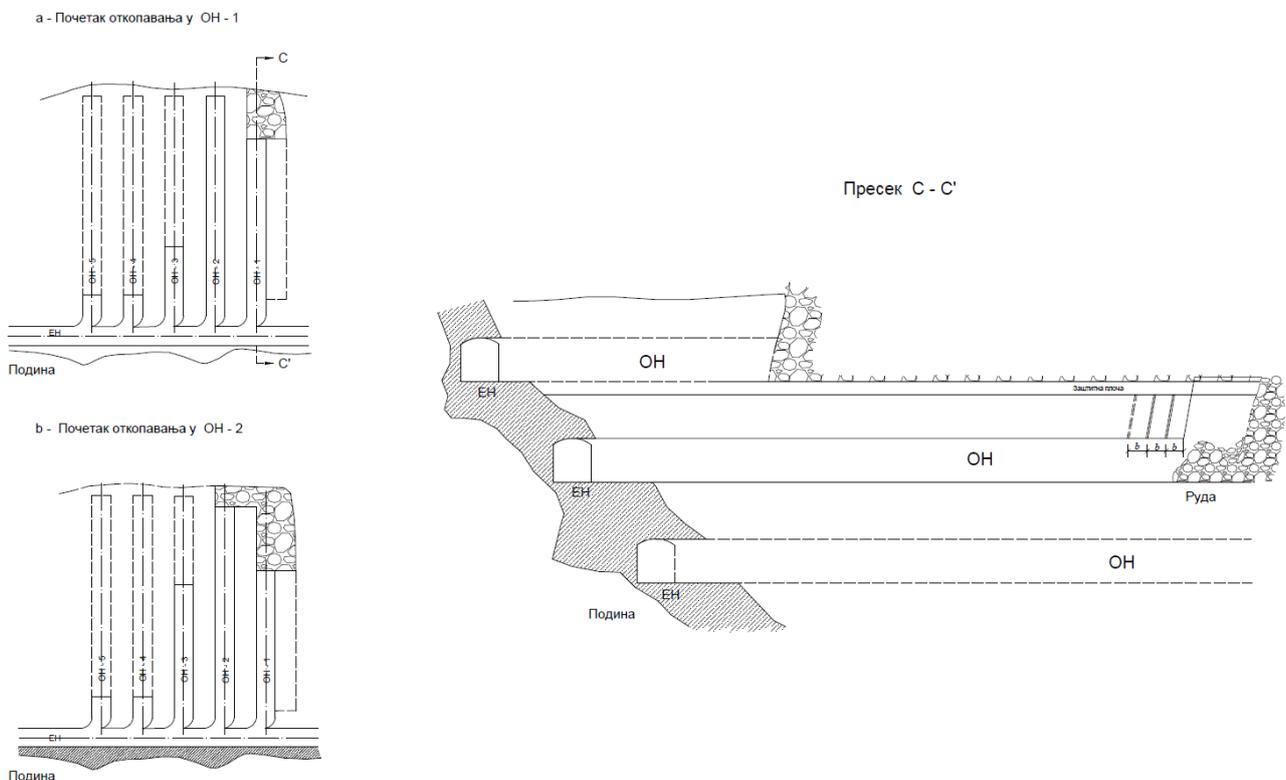
Слика 4.5 Процес симулације

5 Нумерички пример

Правилан избор и усклађивање свих параметара бушачко-минерских радова су важни за успешне рударске производње. Ако било који од ових параметара није одговарајући или није у складу са другим геометријским факторима, експлозија може довести до лоше фрагментације, угрожавања стабилности или оштећења подземних простора, повећања трошкова експлоатације, последично и до угрожавања животне и радне средине. Стога је неопходно осигурати да су сви параметри оптимално дефинисани како би се одржао несметан и ефикасан процес рударске производње.

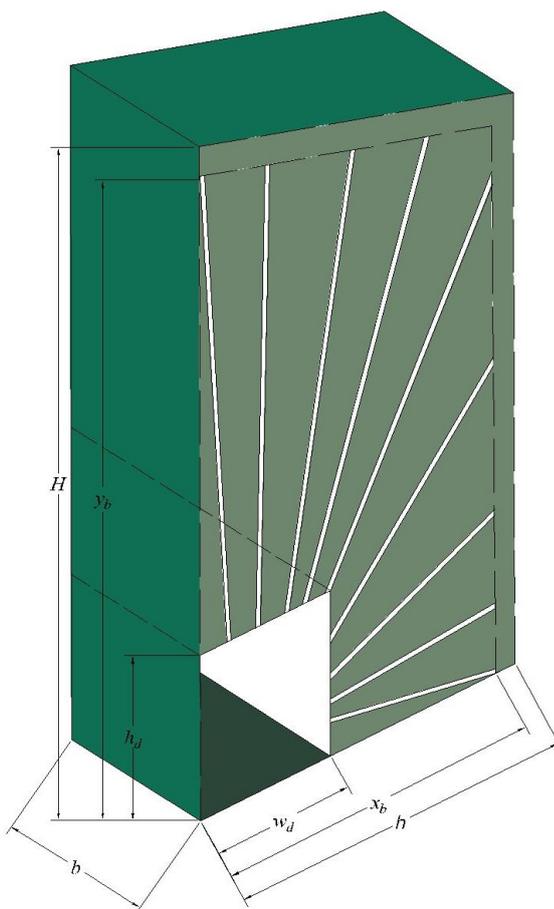
За потребе тестирања и евалуације методологије приказане у претходном поглављу коришћен је хипотетички пример лежишта, како би омогућио детаљну анализу и проверу тачности добијених резултата. Овај пример је конструисан тако да реплицира реалне геолошке и рударске услове, уважавајући различите факторе који имају утицаја на формирање и карактеристике лежишта.

У питању је рудник боксита са подземном експлоатацијом а који се сматра мањим рудником са годишњим капацитетом од 100.000,00 тона боксита. Метода експлоатације која се примењује у овом руднику назива се подетажно откопавање са зарушавањем. Код ове методе откопавање је одступно, односно почиње од краја етажног ходника и генерално напредује према месту отварања етаже односно транспортном ходнику. Приступ на сваку подетажу се остварује из извозног нископа или рампе која се ради у подини рудног тела. Из извозног нископа израђује се кратки транспортни ходник до рудног тела. Из транспортног ходника се у рудном телу, по подини, на свакој етажи израђује етажни ходник. Када се етажни ходник изради до краја рудног тела, из њега се по руди раде попречни откопни ходници. Када откопни ходник дође до кровине, формира се откоп. Откопавање боксита се врши одступно, у повлачењу, према етажном ходнику [15]. Приказ методе откопавања дат је на слици 5.1 са распоредом откопних ходника.



Слика 5.1 Шематски приказ методе откопавања боксита

Експлоатација боксита се врши бушењем и мињањем лепеза. Сврха бушотина је да се омогући постављање експлозива у део стенске масе који је предвиђен за мињање. Важно је нагласити да се ради о руднику мањег обима и да оваква оптимизација игра значајну улогу у побољшању пословања рудника, посебно у смислу повећања ефикасности производње и обезбеђивања његове дугорочне одрживости. Одабир одговарајућих параметара за бушење и мињање у руднику мањег обима производње, је важан аспект за побољшање оперативних перформанси, смањење трошкова. Параметри коришћени у овом нумеричком примеру, приказани су шематски на слици 5.2. Правилно планирање ових операција је од суштинског значаја за смањење ризика по безбедност радника и стабилност подземних просторија, што је посебно важно у осетљивим рударским срединама.



Слика 5.2 Шематски приказ откопног ходника и лепезе мињања

Опрема која је доступна може обезбедити бушење бушотина са опсегом пречника $\text{Ø } 41\text{-}45 \text{ mm}$. Запреминска маса стене која се буши је $2,54 \text{ t/m}^3$. За мињање се користе експлозиви у патронима. Да би се добио што чистији боксит, односно што мање осиромашење руде, у кровини према старом раду оставља се заштитни слој дебљине 1 метар, који се не миња и привремено задржава јаловину из старог рада односно кровине. Бушење лепеза се врши из откопног ходника димензија $3,5 \times 3,5 \text{ m}$, а мињање је одступно, према етажном ходнику.

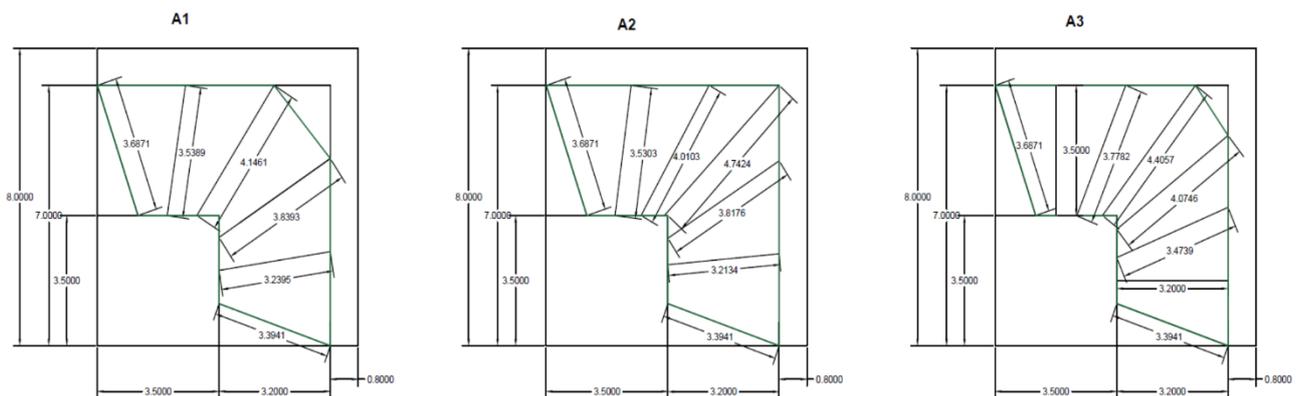
За потребе ове дисертације прорачунато је и шематски приказано девет различитих шема мињања. Дужине минских бушотина које су у зависности од висине откопа су један од параметара који је оптимизован. У овом случају у прорачун су унете три различите вредности висине откопа, што самим тим доводи и до промене у дужинама минских бушотина. Други важан параметар који се разматра за оптимизацију је линија најмањег отпора. Ова два параметра утичу на дистрибуцију енергије експлозива и на фрагментацију. Табела 5.1 садржи приказ шема мињања и њихових геометријских параметара [15].

Табела 5.1 Параметри шема минирања

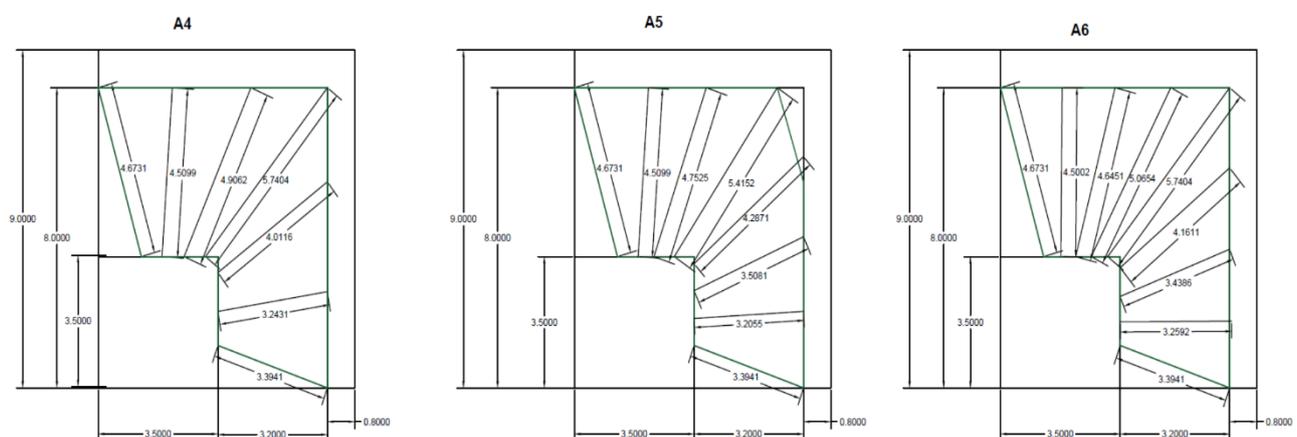
Лепезе	Висина откопа, m	Укупна дужина минских бушотина, m	Линија најмањег отпора, m
A1	8	21,8	1,5
A2	8	26,5	1,8
A3	8	29,5	2,0
A4	9	30,5	1,5
A5	9	33,7	1,8
A6	9	38,8	2,0
A7	10	38,5	1,5
A8	10	38,1	1,8
A9	10	44,1	2,0

Шематски приказ свих предложених лепеза минирања дат је на сликама 5.1–5.3, где су детаљно представљени положаји и дужина бушотина, висина откопа, откопни ходник и његове димензије, приказана линија бушења, у кровини и са десне стране. Ови прикази омогућавају јаснији увид у распоред и динамику минирања, као и утицај различитих параметара, као што су дужина бушотина и размак између.

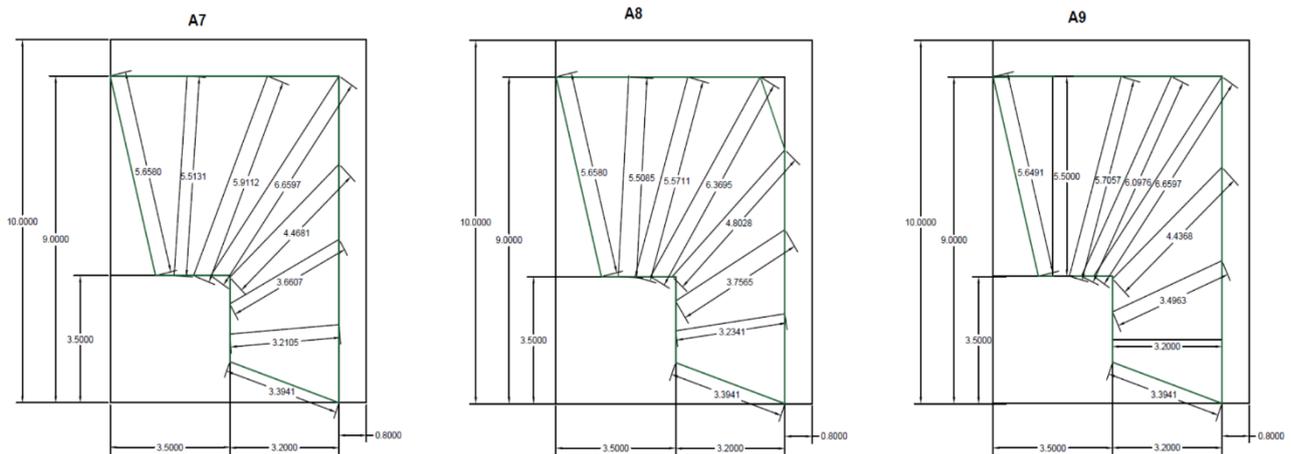
На сликама 5.3, 5.4 и 5.5 дат је шематски приказ свих девет предложених лепеза минирања.



Слика 5.3 Шеме лепеза минирања са висином откопног ходника 8 m, [15]



Слика 5.4 Шеме лепеза минирања са висином откопног ходника 9 m, [15]



Слика 5.5 Шеме леза минарања са висином откопног ходника 10 m, [15]

Да би се постигли жељени ефекти бушачко-минерских радова, одабрано је пет критеријума који ће водити процес избора најбоље алтернативе. Ове вредности критеријума за предложене алтернативе дате су у табели 5.2.

Вредности приказане у следећој табели су израчунате, без узимања у обзир неизвесности. Вредности у табели 5.2 су прорачунате на основу приказаних формула и прорачуна приказаних у претходном поглављу.

Табела 5.2 Израчунате вредности критеријума за избор алтернатива

Алтернативе	Трошкови, €	Индекс компактности	Тонажа, t	Фрагментација, 1-лоша, 2-средња, 3-добра	Време, min
A1	650,00	4,46	151,02	2,00	106,35
A2	705,60	5,09	181,22	3,00	128,94
A3	774,00	4,45	201,36	1,00	141,02
A4	810,00	4,42	179,59	3,00	145,01
A5	834,00	3,98	215,51	1,00	157,98
A6	892,80	4,42	239,46	3,00	182,94
A7	954,00	4,15	208,17	2,00	176,97
A8	993,60	3,67	249,80	1,00	177,80
A9	1068,00	4,15	277,56	3,00	204,33

5.1 Примена RAPS и MCRAT метода за одабир оптималне алтернативе

Вредности критеријума прорачунате у табели 5.2 представљају улазне податке за процес одлучивања. У наредним корацима приказан је ток селекције оптималне алтернативе, помоћу RAPS и MCRAT метода [14].

Корак 1: Дефинисање улазне матрице

У табели 5.3 дата је улазна матрица за виšekритеријумско одлучивање. У табели су приказане прорачунате вредности критеријума као и њихова класификација на *min* или *max*.

Табела 5.3 Улазна матрица

Алтернативе	Трошкови, €	Индекс компактности	Тонажа, t	Фрагментација	Време
	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>max</i>	<i>min</i>
A1	650,00	4,46	151,02	2,00	106,35
A2	705,60	5,09	181,22	3,00	128,94
A3	774,00	4,45	201,36	1,00	141,02
A4	810,00	4,42	179,59	3,00	145,01
A5	834,00	3,98	215,51	1,00	157,98
A6	892,80	4,42	239,46	3,00	182,94
A7	954,00	4,15	208,17	2,00	176,97
A8	993,60	3,67	249,80	1,00	177,80
A9	1068,00	4,15	277,56	3,00	204,33

Корак 2: Нормализација улазне матрице

У овом кораку се ради нормализација вредности из улазне матрице. Процес нормализације се спроводи применом једначина 4.9 и 4.10 у зависности од тога када се ради о минималном или максималном критеријуму. Табела 5.4 садржи нормализоване вредности горње матрице.

Табела 5.4 Нормализована матрица

Алтернативе	K1	K2	K3	K4	K5
	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>max</i>	<i>min</i>
A1	1,0000	0,8242	0,5441	0,6667	1,0000
A2	0,9212	0,7221	0,6529	1,0000	0,8248
A3	0,8398	0,8257	0,7255	0,3333	0,7542
A4	0,8025	0,8317	0,6470	1,0000	0,7334
A5	0,7794	0,9227	0,7765	0,3333	0,6732
A6	0,7280	0,8312	0,8627	1,0000	0,5814
A7	0,6813	0,8849	0,7500	0,6667	0,6010
A8	0,6542	1,0000	0,9000	0,3333	0,5982
A9	0,6086	0,8853	1,0000	1,0000	0,5205

Корак 3: Одређивање тежина критеријума

Након нормализације улазних података, ради се отежавање нормализоване матрице. Као што је поменуто, стандардна девијација се користи за додељивање тежине критеријума, начин рачунања приказан једначином 4.14. Овај метод је изабран да би допринео смањењу субјективности у овом процесу доношења одлука.

Добијене вредности тежина приказане су у следећој табели и дијаграму:

Табела 5.5 Тежине критеријума добијене стандардном девијацијом

Тежине /Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
T	0,1585	0,0962	0,1759	0,3846	0,1848



Слика 5.6 Дијаграм тежина критеријума добијених стандардном девијацијом

Корак 4: Отежавање нормализоване матрице

Овај корак подразумева отежавање вредности критеријума приказаних у табели 5.4 са одговарајућим вредностима тежина приказаних у табели 5.5. У табели 5.6 добијене вредности су приказане.

Табела 5.6 Отежана матрица

Алтернативе/ Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>max</i>	<i>min</i>
A1	0,1585	0,0793	0,0957	0,2564	0,1848
A2	0,1460	0,0694	0,1148	0,3846	0,1525
A3	0,1331	0,0794	0,1276	0,1282	0,1394
A4	0,1272	0,0800	0,1138	0,3846	0,1356
A5	0,1235	0,0887	0,1366	0,1282	0,1244
A6	0,1154	0,0799	0,1517	0,3846	0,1075
A7	0,1080	0,0851	0,1319	0,2564	0,1111
A8	0,1037	0,0962	0,1583	0,1282	0,1106
A9	0,0965	0,0851	0,1759	0,3846	0,0962

Корак 5: Одређивање оптималне алтернативе

Овај корак се одређује помоћу једначина 4.16 и 4.17, а вредности приказане су у табели 5.7.

Табела 5.7 Оптимална алтернатива

Алтернативе/ Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
Q	0,1585	0,0962	0,1759	0,3846	0,1848

Корак 6: Декомпозиција

У наредним табелама 5.8 и 5.9 приказана је декомпозиција оптималне алтернативе и декомпозиција свих алтернатива у овом примеру.

Табела 5.8 Декомпозиција оптималне алтернативе

Алтернативе/ Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
Q_{min}	0,1585	0,0962			0,1848
Q_{max}			0,1759	0,3846	

Табела 5.9 Декомпозиција свих алтернатива

Алтернативе/ Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	min	min	max	max	min
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
A1 Q_{min}	0,1585	0,0793			0,1848
A1 Q_{max}			0,0957	0,2564	
A2 Q_{min}	0,1460	0,0694			0,1525
A2 Q_{max}			0,1148	0,3846	
A3 Q_{min}	0,1331	0,0794			0,1394
A3 Q_{max}			0,1276	0,1282	
A4 Q_{min}	0,1272	0,0800			0,1356
A4 Q_{max}			0,1138	0,3846	
A5 Q_{min}	0,1235	0,0887			0,1244
A5 Q_{max}			0,1366	0,1282	
A6 Q_{min}	0,1154	0,0799			0,1075
A6 Q_{max}			0,1517	0,3846	
A7 Q_{min}	0,1080	0,0851			0,1111
A7 Q_{max}			0,1319	0,2564	
A8 Q_{min}	0,1037	0,0962			0,1106
A8 Q_{max}			0,1583	0,1282	
A9 Q_{min}	0,0965	0,0851			0,0962
A9 Q_{max}			0,1759	0,3846	

Корак 7: Магнитуда алтернатива

У овом кораку се према једначинама 4.22-4.25 рачунају вредности приказане у табели 5.10, за оптималну алтернативу прво а затим за све алтернативе.

Табела 5.10 Магнитуда алтернатива

Оптимална алтернатива	<i>max</i>	<i>min</i>
	0,4229	0,2618
A1	0,2737	0,2561
A2	0,4014	0,2222
A3	0,1809	0,2085
A4	0,4011	0,2024
A5	0,1873	0,1965
A6	0,4134	0,1768
A7	0,2883	0,1768
A8	0,2037	0,1795
A9	0,4229	0,1607

Корак 8.1: Рангирање алтернатива према RAPS методи

Након 7 корака, долази се до финалног дела који се односи на начин рангирања према RAPS методи. Пре самог рангирања потребно је да се према једначинама 4.26- 4.28 израчуна обим сваке алтернативе, као и оптималне алтернативе, а потом и сличност. У табели 5.11 су приказане вредности.

Табела 5.11 Сличност обима алтернатива

Алтернативе	Max	Min	Обим	Сличност обима
	Q_k U_{ik}	Q_h U_{ih}	$P = Q_k + Q_h + \sqrt{Q_k^2 + Q_h^2}$ $P_i = U_{ik} + U_{ih} + \sqrt{U_{ik}^2 + U_{ih}^2}$	$PS_i = \frac{P_i}{P}, \forall i$ $\in [1, 2, \dots, m]$
Q	0,4229	0,2618	1,1821	
A1	0,2737	0,2561	0,9045	0,7652
A2	0,4014	0,2222	1,0824	0,9157
A3	0,1809	0,2085	0,6653	0,5629
A4	0,4011	0,2024	1,0527	0,8905
A5	0,1873	0,1965	0,6553	0,5544
A6	0,4134	0,1768	1,0399	0,8797
A7	0,2883	0,1768	0,8033	0,6796
A8	0,2037	0,1795	0,6547	0,5539
A9	0,4229	0,1607	1,0359	0,8764

Рангирање алтернатива, према RAPS методи је дато у табели 5.12.

Табела 5.12 Рангирање алтернатива према RAPS методи

Алтернатива	Ранг
A1	5
A2	1
A3	7
A4	2
A5	8
A6	3
A7	6
A8	9
A9	4

Корак 8.2 Рангирање алтернатива према MCRAT методи

У овом кораку приказано је рангирање према трагу матрице, који се одређује као што је приказано у матрицама:

Матрица T састављена од компоненти оптималне алтернативе је следећа:

$$F = \begin{bmatrix} Q_k & 0 \\ 0 & Q_h \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,4229 & 0 \\ 0 & 0,2618 \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

Матрица G_1 састављена од A1 компоненти алтернативе је следећа:

$$G_1 = \begin{bmatrix} U_{1k} & 0 \\ 0 & U_{1h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,2737 & 0 \\ 0 & 0,2561 \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

Матрица производа T_1 је дефинисана производом F и G_i :

$$T_1 = F \times G_1 = \begin{bmatrix} t_{11;1} & 0 \\ 0 & t_{22;1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1157 & 0 \\ 0 & 0,0670 \end{bmatrix} \quad (5.3)$$

Траг матрице T_1 је следећи:

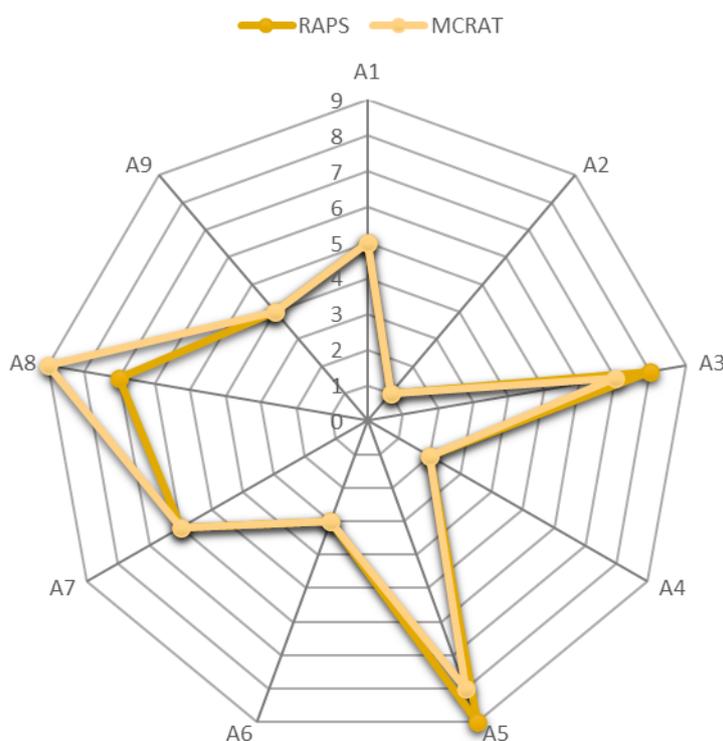
$$tr(T_1) = t_{11;1} + t_{22;1} = 0,1157 + 0,0670 = 0,1828 \quad (5.4)$$

У табели 5.13 представљен је траг матрица T_1, T_2, \dots, T_{12} , као и рангирање алтернатива.

Табела 5.13 Траг матрица и рангирање алтернатива

Алтернативе	Траг	Вредност	Ранг
A1	$tr(T_1)$	0,1828	5
A2	$tr(T_2)$	0,2279	1
A3	$tr(T_3)$	0,1311	8
A4	$tr(T_4)$	0,2226	2
A5	$tr(T_5)$	0,1307	9
A6	$tr(T_6)$	0,2211	3
A7	$tr(T_7)$	0,1682	6
A8	$tr(T_8)$	0,1331	7
A9	$tr(T_9)$	0,2209	4

Након спроведеног рангирања коришћењем обе методе, RAPS и MCRAT, урађен је упоредни приказ добијених резултата путем радар дијаграма и приказан на слици 5.7.



Слика 5.7 Дијаграм рангирања RAPS и MCRAT методама

На приказаном дијаграму, види се да обе примењене методе воде до истог најбољег решења, односно исте одабране алтернативе. Овај резултат указује на високу сагласност између метода приликом доношења одлуке. Додатно, како би се квантитативно оценила сличност рангирања добијених применом ових метода, израчунат је коефицијент корелације [72]. Добијена вредност коефицијента износи 0,95, што указује на изузетно високу корелацију између резултата ових метода. Према критеријумима приказаним од стране Schober et al. [73], ова вредност представља веома јаку корелацију, што значи да су добијени резултати међусобно усклађени и да методе дају веома сличне закључке.

5.2 RAPS метода са симулацијама

У Табели 5.14 представљена је улазна матрица одлучивања, у којој су приказане вредности критеријума за предложене алтернативе, као и њихови одговарајући циљеви – било да је пожељно минимизовати или максимизовати вредност одређеног критеријума. Критеријуми K1, K2 и K4 имају детерминистичке вредности, што значи да су унапред познате и не подлежу варијацијама. Са друге стране, критеријуми K3 и K5 под утицајем неизвесности, те је су њихове вредности добијене симулацијама.

За критеријум K3 спроведене су симулације, у оквиру којих је генерисано 500 вредности за сваку алтернативу, што укупно даје 500 различитих сценарија за овај критеријум, једначина симулирања 4.34. На исти начин добијене су вредности за критеријум K5. Неизвесност овог критеријума зависи од различитих фактора, као што су теренски услови, доступна опрема, оперативни разлози и расположивост радне снаге. Због ове варијабилности, примењена је симулација како би се што боље приказале могуће вредности критеријума, а њен поступак је представљен у претходном поглављу. Стандардна девијација критеријума K5 утврђена је на основу експертског мишљења, а њено одступање износи 10% средње вредности. Овај приступ осигурава да модел верно одражава реалне услове и могуће варијације које се могу појавити у процесу рада. У наредним корацима приказана је имплементација симулација критеријума K3 и K5 у нумерички пример, приказана је једна од 500 итерација, како би се добила оптимална алтернатива, након сумирања свих 500 резултата, [15].

Корак 1: Дефинисање улазне матрице

Један од могућих сценарија добијених симулацијом улазних података приказан је у табели 5.14, као репрезентативан пример начина на који се симулације вредности могу одразити на анализу алтернатива, приказан је случај за $s = 1$.

Табела 5.14 Улазна матрица одлучивања

Критеријуми/ Алтернативе	K1	K2	K3	K4	K5
	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>max</i>	<i>min</i>
A1	650,00	4,46	166,09	2,00	109,38
A2	705,60	5,09	205,79	3,00	136,26
A3	774,00	4,45	219,10	1,00	152,86
A4	810,00	4,42	193,16	3,00	164,34
A5	834,00	3,98	208,70	1,00	175,83
A6	892,80	4,42	231,10	3,00	172,73
A7	954,00	4,15	204,87	2,00	192,75
A8	993,60	3,67	238,98	1,00	177,75
A9	1068,00	4,15	290,11	3,00	229,76

Корак 2: Нормализација улазне матрице

Следећи корак овог модела биће нормализација матрице приказане у табели 5.14. Процес нормализације се спроводи применом једначина 4.9 и 4.10 у зависности да ли је у питању минимални или максимални критеријум.

У табели 5.15 су приказане нормализоване вредности матрице из табеле 5.14.

Табела 5.15 Нормализована матрица одлучивања

Алтернативе/ Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>max</i>	<i>min</i>
A1	1,0000	0,8242	0,5725	0,6667	1,0000
A2	0,9212	0,7221	0,7094	1,0000	0,8027
A3	0,8398	0,8257	0,7552	0,3333	0,7156
A4	0,8025	0,8317	0,6658	1,0000	0,6656
A5	0,7794	0,9227	0,7194	0,3333	0,6221
A6	0,7280	0,8312	0,7966	1,0000	0,6333
A7	0,6813	0,8849	0,7062	0,6667	0,5675
A8	0,6542	1,0000	0,8237	0,3333	0,6154
A9	0,6086	0,8853	1,0000	1,0000	0,4761

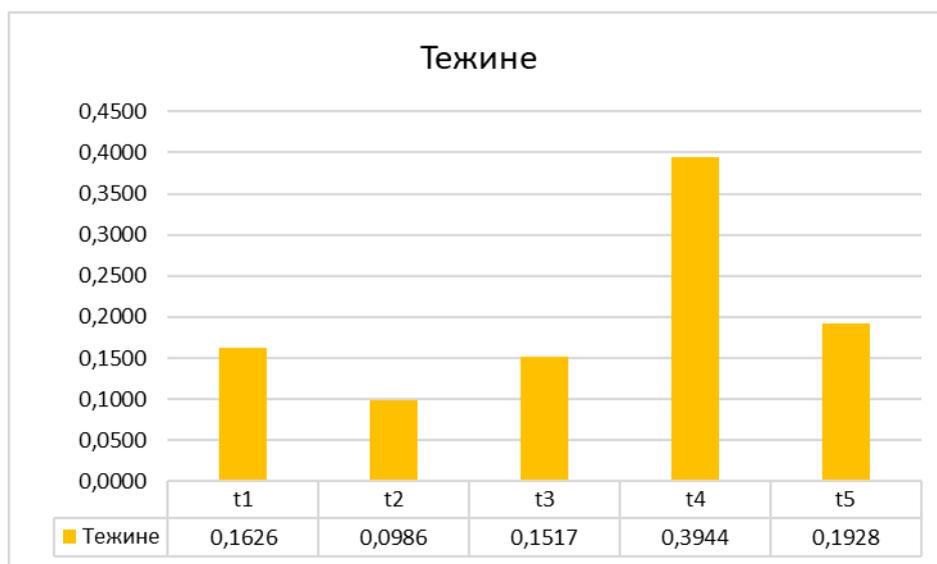
Корак 3: Одређивање тежина критеријума

Након што су вредности улазне матрице нормализоване, приступа се одређивању тежина за нормализовану матрицу. Како је већ наведено, за додељивање тежине критеријумима користи се стандардна девијација, што доприноси објективнијем вредновању. Овај приступ омогућава смањење субјективног утицаја у процесу доношења одлука.

Израчунате вредности тежина налазе се у табели 5.16, док је њихова визуелна интерпретација дата у дијаграму на слици 5.8.

Табела 5.16 Тежине критеријума израчунате методом стандардне девијације

Тежине /Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5
T	0,1626	0,0986	0,1517	0,3944	0,1928



Слика 5.8 Дијаграм тежина критеријума за симулацију $s = 1$, [15]

Корак 4: Отежавање нормализоване матрице

Следећи корак у овом процесу односи се на отежавање нормализоване матрице, што подразумева множење нормализованих вредности критеријума са одговарајућим тежинама (пондерима) које су претходно израчунате и приказане у претходној табели. Овај корак има важну улогу у процесу одлучивања, јер омогућава да критеријуми са већим значајем имају већи утицај на коначне резултате. На тај начин, елиминише се могућност да мање релевантни критеријуми непропорционално утичу на избор најбоље алтернативе. У табели 5.17 дате су добијене отежане вредности критеријума из нормализоване матрице.

Табела 5.17 Отежана нормализована матрица

Алтернативе/ Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>max</i>	<i>min</i>
A1	0,1626	0,0813	0,0868	0,2629	0,1626
A2	0,1497	0,0712	0,1076	0,3944	0,1305
A3	0,1365	0,0814	0,1146	0,1315	0,1163
A4	0,1304	0,0820	0,1010	0,3944	0,1082
A5	0,1267	0,0910	0,1091	0,1315	0,1011
A6	0,1183	0,0820	0,1208	0,3944	0,1029
A7	0,1108	0,0873	0,1071	0,2629	0,0922
A8	0,1063	0,0986	0,1250	0,1315	0,1000
A9	0,0989	0,0873	0,1517	0,3944	0,0774

Корак 5: Одређивање оптималне алтернативе

Следећи корак у процесу одлучивања је идентификација оптималне алтернативе применом једначина 4.16 и 4.17. На основу изведених прорачуна, добијене вредности су представљене у наредној табели 5.18.

Табела 5.18 Идентификација оптималне алтернативе

Алтернатива/ Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
Q	0,1626	0,0986	0,1517	0,3944	0,1626

Корак 6: Декомпозиција оптималне алтернативе и осталих алтернатива

Овај корак обухвата анализу оптималне алтернативе кроз њено рашчлањивање на два подскупа или две компоненте. Циљ овог процеса је боље разумевање структуре алтернативе и доприноса појединачних елемената њеној укупној вредности. Ова анализа омогућава процену утицаја сваког фактора у функцији максимизације (када се тежи постизању највеће могуће вредности одређеног параметра) или минимализације (када је циљ смањење негативних фактора) критеријума, чиме се побољшава прецизност у доношењу одлука и оптимизацији алтернативе.

Декомпозиција алтернатива оптималне и осталих алтернатива, приказане су у табелама 5.19 и 5.20.

Табела 5.19 Декомпозиција оптималне алтернативе

Алтернатива/ Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
Q_{min}	0,1626	0,0986			0,1626
Q_{max}			0,1517	0,3944	

Табела 5.20 Декомпозиција алтернатива

Алтернативе/ Критеријуми	K1	K2	K3	K4	K5
	<i>min</i>	<i>min</i>	<i>max</i>	<i>max</i>	<i>min</i>
	q_1	q_2	q_3	q_4	q_5
A1 Q_{min}	0,1626	0,0813			0,1626
A1 Q_{max}			0,0868	0,2629	
A2 Q_{min}	0,1497	0,0712			0,1305
A2 Q_{max}			0,1076	0,3944	
A3 Q_{min}	0,1365	0,0814			0,1163
A3 Q_{max}			0,1146	0,1315	
A4 Q_{min}	0,1304	0,0820			0,1082
A4 Q_{max}			0,1010	0,3944	
A5 Q_{min}	0,1267	0,0910			0,1011
A5 Q_{max}			0,1091	0,1315	
A6 Q_{min}	0,1183	0,0820			0,1029
A6 Q_{max}			0,1208	0,3944	
A7 Q_{min}	0,1108	0,0873			0,0922
A7 Q_{max}			0,1071	0,2629	
A8 Q_{min}	0,1063	0,0986			0,1000
A8 Q_{max}			0,1250	0,1315	
A9 Q_{min}	0,0989	0,0873			0,0774
A9 Q_{max}			0,1517	0,3944	

Корак 7: Магнитуда алтернатива

У овом кораку, према једначинама 4.22–4.25, извршава се прорачун вредности које су приказане у табели 5.21. Процес започиње израчунавањем вредности за оптималну алтернативу, приказану у табели 5.19, након чега се исти прорачун примењује и на све преостале алтернативе, приказане у 5.20 табели. Овај корак омогућава поређење и детаљну анализу различитих алтернатива у контексту критеријума дефинисаних у методологији.

Табела 5.21 Магнитуда алтернатива

Оптимална алтернатива	<i>max</i>	<i>min</i>
		0,42254
A1	0,27689	0,24384
A2	0,40879	0,21101
A3	0,17437	0,19698
A4	0,40710	0,18829
A5	0,17085	0,18590
A6	0,41247	0,17699
A7	0,28390	0,16851
A8	0,18137	0,17619
A9	0,42254	0,15298

Корак 8: Рангирање алтернатива према RAPS методи са симулацијама

Након завршетка седмог корака, долази се до завршне фазе процеса, која се односи на рангирање алтернатива применом RAPS методе са симулацијама.

Пре самог рангирања, неопходно је израчунати обим сваке алтернативе, као и обим оптималне алтернативе, користећи једначине 4.26 – 4.28. Након тога, одређује се степен сличности сваке алтернативе у односу на оптималну. Резултати су приказани у табели 5.22, где је јасно видљива разлика између алтернатива и њихова коначна позиција у рангирању.

Табела 5.22 Сличност обима алтернатива

Алтернативе	Max	Min	Обим	Сличност обима
		Q_k U_{ik}	Q_h U_{ih}	$P = Q_k + Q_h + \sqrt{Q_k^2 + Q_h^2}$ $P_i = U_{ik} + U_{ih} + \sqrt{U_{ik}^2 + U_{ih}^2}$
Q	0,42254	0,25016	1,16373	
A1	0,27689	0,24384	0,88967	0,76450
A2	0,40879	0,21101	1,07983	0,92791
A3	0,17437	0,19698	0,63442	0,54516
A4	0,40710	0,18829	1,04392	0,89705
A5	0,17085	0,18590	0,60923	0,52352
A6	0,41247	0,17699	1,03830	0,89221
A7	0,28390	0,16851	0,78255	0,67245
A8	0,18137	0,17619	0,61042	0,52454
A9	0,42254	0,15298	1,02489	0,88070

Последњи корак овог процеса је израчунавање сличности обима сваке алтернативе и рангирање према опадајућем редоследу. Овај корак је, као и сви други кораци, урађен са 500 симулираних вредности критеријума K3 и K5.

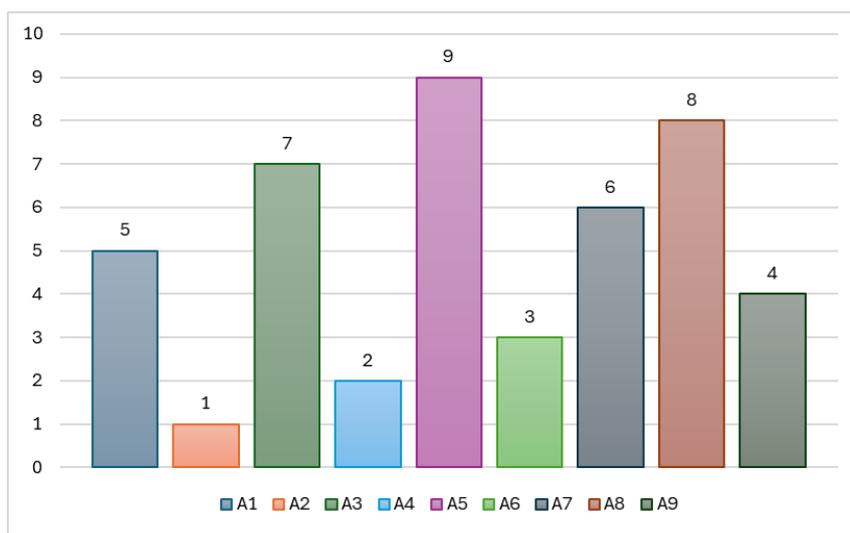
Коначно рангирање по сличности обима свих алтернатива приказано је у једначини испод. Збир свих рангова за сваку алтернативу у овом процесу симулације је представљен и приказан у опадајућем редоследу. Најмања сума је најбоља алтернатива.

$$PS_{i=9}^{s=1} = \begin{bmatrix} PS_1^{s=1} = 0.76450 \\ PS_2^{s=1} = 0.92791 \\ PS_3^{s=1} = 0.54516 \\ PS_4^{s=1} = 0.89705 \\ PS_5^{s=1} = 0.52352 \\ PS_6^{s=1} = 0.89221 \\ PS_7^{s=1} = 0.67245 \\ PS_8^{s=1} = 0.52454 \\ PS_9^{s=1} = 0.88070 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

Рангирањем алтернатива према опадајућем редоследу добијених сличности обима, добијамо ранг за случај $s=1$:

$$R_{i=9}^{s=1} = \begin{bmatrix} A_1 & R_1 = 5 \\ A_2 & R_2 = 1 \\ A_3 & R_3 = 7 \\ A_4 & R_4 = 2 \\ A_5 & R_5 = 9 \\ A_6 & R_6 = 3 \\ A_7 & R_7 = 6 \\ A_8 & R_8 = 8 \\ A_9 & R_9 = 4 \end{bmatrix}^{s=1} \quad (5.6)$$

На дијаграму, на слици 5.9 приказан је ранг алтернатива, за симулацију $s=1$.



Слика 5.9 Рангирање алтернатива за $s=1$, [15]

Након дефинисаног броја симулација $s = 1, 2, \dots, 500$, може бити креиран укупан број рангирања на следећи начин:

$$R_{i=9}^{s=1,2,\dots,500} = \begin{bmatrix} A_1 & R_1^{s=1} & R_1^{s=2} & \dots & R_1^{s=500} \\ A_2 & R_2^{s=1} & R_2^{s=2} & \dots & R_2^{s=500} \\ A_3 & R_3^{s=1} & R_3^{s=2} & \dots & R_3^{s=500} \\ A_4 & R_4^{s=1} & R_4^{s=2} & \dots & R_4^{s=500} \\ A_5 & R_5^{s=1} & R_5^{s=2} & \dots & R_5^{s=500} \\ A_6 & R_6^{s=1} & R_6^{s=2} & \dots & R_6^{s=500} \\ A_7 & R_7^{s=1} & R_7^{s=2} & \dots & R_7^{s=500} \\ A_8 & R_8^{s=1} & R_8^{s=2} & \dots & R_8^{s=500} \\ A_9 & R_9^{s=1} & R_9^{s=2} & \dots & R_9^{s=500} \end{bmatrix} \quad (5.7)$$

Па тако, на основу спроведених симулација, добијамо следећа рангирања алтернатива за 500 симулација:

$$R_{i=9}^{s=1,2,\dots,500} = \begin{bmatrix} A_1 & 5 & 5 & \dots & 5 \\ A_2 & 1 & 2 & \dots & 1 \\ A_3 & 7 & 9 & \dots & 8 \\ A_4 & 2 & 4 & \dots & 3 \\ A_5 & 9 & 8 & \dots & 9 \\ A_6 & 3 & 3 & \dots & 2 \\ A_7 & 6 & 6 & \dots & 6 \\ A_8 & 8 & 7 & \dots & 7 \\ A_9 & 4 & 1 & \dots & 4 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

Овако добијени резултати омогућавају детаљну анализу стабилности рангирања алтернатива и испитивање утицаја броја симулација на добијене резултате. Ради детаљнијег приказа, у табеларном облику су представљени бројеви који указују на то колико пута је одређена алтернатива добила одређени ранг у 500 симулација. Они рангови који се нису појавили ниједном за број симулација обухваћен овом дисертацијом, приказани су бројем нула у табелама.

У следећим табелама 5.23–5.25 приказана је дистрибуција рангирања свих алтернатива за различите бројеве симулација, односно након 100, 200, 300, 400 и 500 поновљених итерација.

Табела 5.23. Дистрибуција рангирања свих алтернатива након 100 и 200 симулација

	100 симулација									200 симулација								
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
A1	/	/	/	/	100	/	/	/	/	/	/	/	/	200	/	/	/	/
A2	95	5	/	/	/	/	/	/	/	188	12	/	/	/	/	/	/	/
A3	/	/	/	/	/	/	53	28	19	/	/	/	/	/	/	102	56	42
A4	3	57	19	21	/	/	/	/	/	9	108	44	39	/	/	/	/	/
A5	/	/	/	/	/	/	18	33	49	/	/	/	/	/	/	41	68	91
A6	1	28	44	27	/	/	/	/	/	1	52	93	54	/	/	/	/	/
A7	/	/	/	/	/	100	/	/	/	/	/	/	/	/	200	/	/	/
A8	/	/	/	/	/	/	29	39	32	/	/	/	/	/	/	57	76	67
A9	1	10	37	52	/	/	/	/	/	2	28	63	107	/	/	/	/	/

Табела 5.24 Дистрибуција рангирања свих алтернатива након 300 и 400 симулација

	300 Симулација									400 Симулација								
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
A1	/	/	/	/	300	/	/	/	/	/	/	/	/	400	/	/	/	/
A2	280	20	/	/	/	/	/	/	/	372	26	2	/	/	/	/	/	/
A3	/	/	/	/	/	/	154	88	58	/	/	/	/	/	/	204	115	81
A4	15	163	66	56	/	/	/	/	/	21	211	95	73	/	/	/	/	/
A5	/	/	/	/	/	/	65	114	121	/	/	/	/	/	/	87	157	156
A6	3	77	138	82	/	/	/	/	/	4	107	176	113	/	/	/	/	/
A7	/	/	/	/	/	300	/	/	/	/	/	/	/	/	400	/	/	/
A8	/	/	/	/	/	/	81	98	121	/	/	/	/	/	/	109	128	163
A9	2	40	96	162	/	/	/	/	/	3	56	127	214	/	/	/	/	/

Табела 5.25 Дистрибуција рангирања свих алтернатива након 500 симулација

	500 Симулација								
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9
A1	/	/	/	/	500	/	/	/	/
A2	458	37	4	1	/	/	/	/	/
A3	/	/	/	/	/	/	250	149	101
A4	30	259	124	87	/	/	/	/	/
A5	/	/	/	/	/	/	118	186	196
A6	6	134	216	144	/	/	/	/	/
A7	/	/	/	/	/	500	/	/	/
A8	/	/	/	/	/	/	132	165	203
A9	6	70	156	268	/	/	/	/	/

Према дистрибуцијама алтернатива рангирања представљеним у табелама 5.23-5.25, може се видети да се слични резултати појављују и са 100 или више симулација. Ова конзистентност сугерише да је мало вероватно да ће повећање броја итерација довести до значајно различитих исхода, потврђујући робусност коришћене методе.

У складу са циљем избора оптималне алтернативе, у табели 5.26 приказан је процентуални удео рангирања за све алтернативе уколико су се нашле на првом месту, као оптимално решење.

Табела 5.26 Процент удела ранга 1 за сваких 100 симулација до 500, за сваку алтернативу

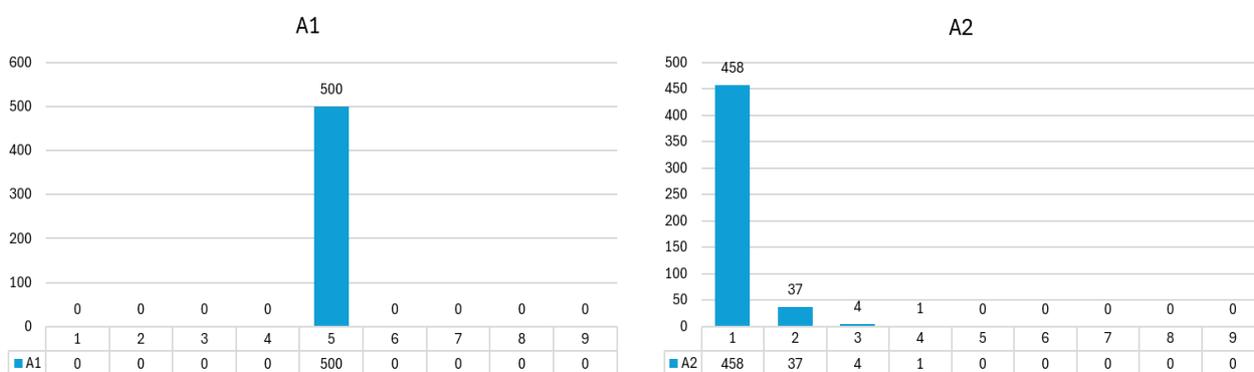
Процентуална расподела	100 симулација	200 симулација	300 симулација	400 симулација	500 симулација
A1	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A2	95,00	94,00	93,33	93,00	91,60
A3	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A4	3,00	4,50	5,00	5,25	6,00
A5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A6	1,00	0,50	1,00	1,00	1,20
A7	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A8	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
A9	1,00	1,00	0,67	0,75	1,20

Сумирајући елементе сваког реда у једначини 5.8, добијамо најбољу алтернативу према следећим критеријумима:

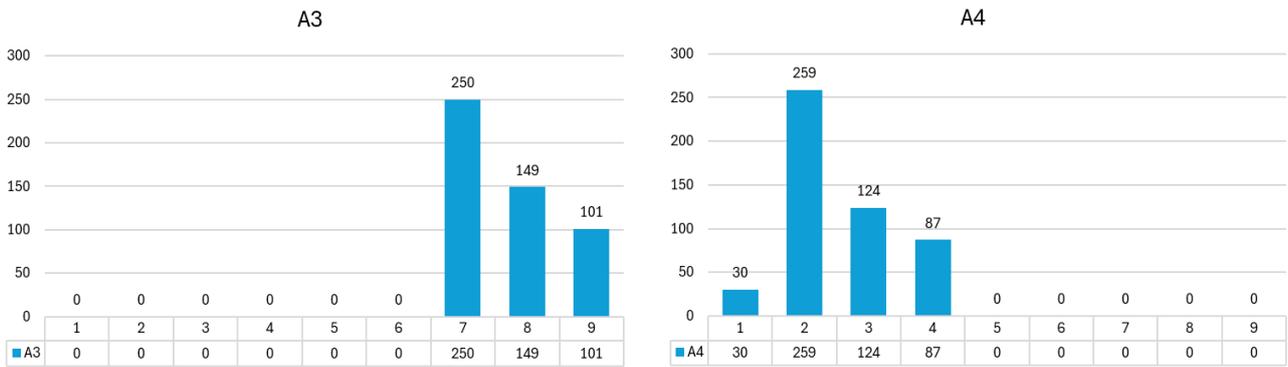
$$A_{best} = \min \left\{ \begin{array}{l} \sum_{s=1}^S R_1^s = 2500 \quad \sum_{s=1}^S R_2^s = 584 \quad \sum_{s=1}^S R_3^s = 3851 \quad \sum_{s=1}^S R_4^s = 1268 \dots \\ \dots \quad \sum_{s=1}^S R_5^s = 4078 \quad \sum_{s=1}^S R_6^s = 1498 \quad \sum_{s=1}^S R_7^s = 3000 \quad \sum_{s=1}^S R_8^s = 4071 \quad \sum_{s=1}^S R_9^s = 1686 \end{array} \right\} \quad (5.8)$$

На основу добијених резултата збира рангирања за све процењене алтернативе, можемо закључити да је најбоље решење оно са најнижим збиром. У овом случају, алтернатива A2 има најнижи збир, што је чини преферираним избором.

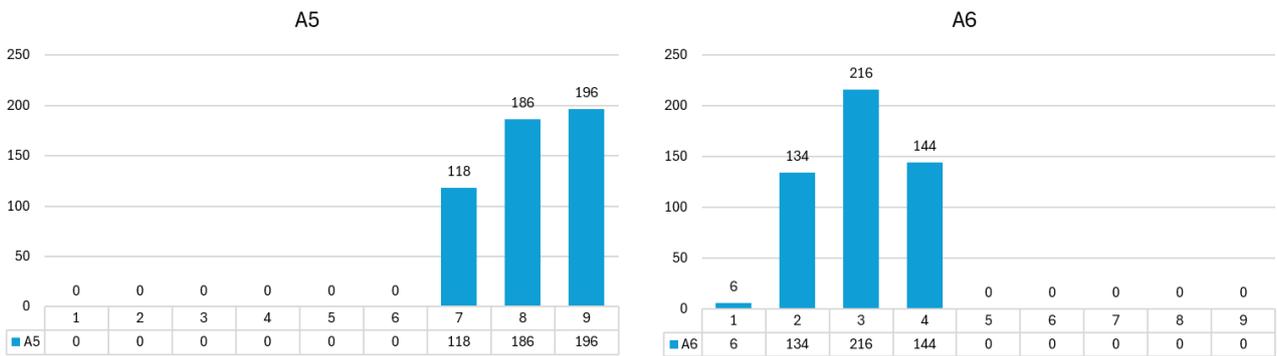
Други најбољи избор, на основу збира рангирања, била би алтернатива A4. С друге стране, најнеповољнија алтернатива у нумеричком примеру је алтернатива са највећим збиром рангова, што је у овом случају алтернатива A5. Ово показује да је алтернатива A5 најлошије решење међу процењеним опцијама. Слика 5.10 (а-д) приказује дијаграме тока расподеле рангова за сваку алтернативу.



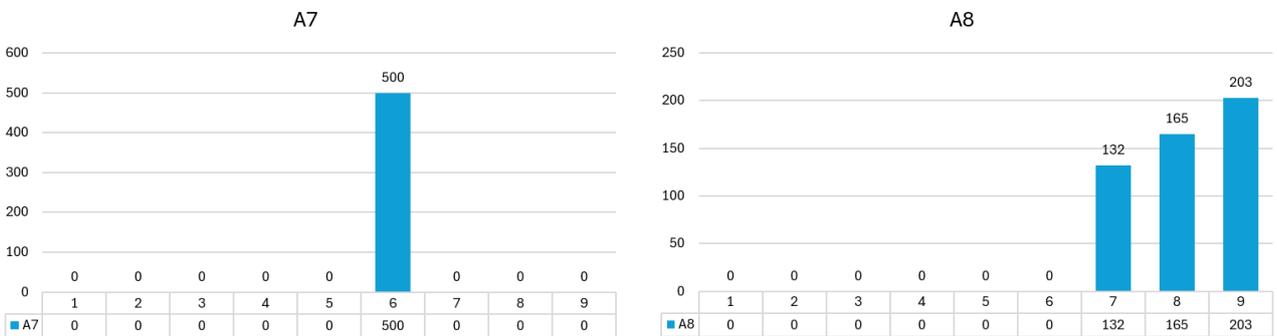
Слика 5.10 а) Расподела рангирања са RAPS-симулације методом за алтернативе A1 и A2, [15]



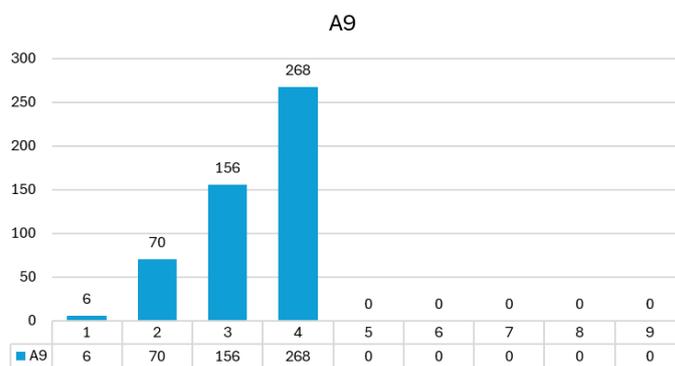
Слика 5.10 б) Расподела рангирања са RAPS-симулације методом за алтернативе А3 и А4, [15]



Слика 5.10 в) Расподела рангирања са RAPS-симулације методом за алтернативе А5 и А6, [15]



Слика 5.8 г) Расподела рангирања са RAPS-симулације методом за алтернативе А7 и А8, [15]



Слика 5.10 д) Расподела рангирања са RAPS-симулације методом за алтернативу А9, [15]

5.3 Верификација предложених модела

Након приказаних и на конкретном примеру примењених нових метода одлучивања, следи њихова верификација односно потврда њихове поузданости. У процесу развоја нових метода у ВКО, кључни корак је њихова валидација. Један од начина за потврду поузданости и применљивости нових метода представља анализа степена њихове корелације са постојећим, добро утврђеним методама. Овај поступак омогућава процену да ли нове методе даје резултате сличне резултатима оних метода које су већ потврђене у пракси, чиме се обезбеђује конзистентност предложеног приступа. Висок степен корелације указује на то да предложене нове методе дају резултате сличне традиционалним методама, док низак степен корелације може указивати на фундаменталне разлике у моделу одлучивања, што захтева даљу анализу и проверу.

Прво ће се приказати провера метода RAPS и MCRAT са већ постојећим и признатим методама ВКО, [14] а затим ће се тестирати валидност имплементације симулација у RAPS методу, [15].

5.3.1 Верификација RAPS и MCRAT метода

За потребе верификације RAPS и MCRAT метода, позајмљен је пример из истраживачких радова [74-75] који тестира различите методе и њихова рангирања на примеру соба и климатске услове унутар њих. Дефинисано је шест критеријума и четрнаест различитих соба заједно са припадајућим тежинама а су приказане у следећој табели 5.27 и уједно чине улазну матрицу одлучивања.

Табела 5.27 Улазна матрица одлучивања [74-75]

Просторија	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	C_6
	<i>max</i>	<i>max</i>	<i>max</i>	<i>max</i>	<i>min</i>	<i>min</i>
1	7,6	46,0	18,0	390,0	0,10	11,0
2	5,5	32,0	21,0	360,0	0,05	11,0
3	5,3	32,0	21,0	290,0	0,05	11,0
4	5,7	37,0	19,0	270,0	0,05	9,0
5	4,2	38,0	19,0	240,0	0,10	8,0
6	4,4	38,0	19,0	260,0	0,10	8,0
7	3,9	42,0	16,0	270,0	0,10	5,0
8	7,9	44,0	20,0	400,0	0,05	6,0
9	8,1	44,0	20,0	380,0	0,05	6,0
10	4,5	46,0	18,0	320,0	0,10	7,0
11	5,7	48,0	20,0	320,0	0,05	11,0
12	5,2	48,0	20,0	310,0	0,05	11,0
13	7,1	49,0	19,0	280,0	0,10	12,0
14	6,9	50,0	16,0	250,0	0,05	10,0
Тежине	0,21	0,16	0,26	0,17	0,12	0,08

Критеријуми коришћени за евалуацију просторија на основу услова микроклиме били су:

- C_1 – количина ваздуха по особи (*max*);

- C2 – релативна влажност ваздуха (*max*);
- C3 – температура ваздуха (*max*);
- C4– осветљеност током радних сати (*max*);
- C5– брзина струјања ваздуха (*min*);
- C6– тачка кондензовања (*min*).

Овај пример прорачунат је кроз RAPS и MCRAT методе. Резултати добијени применом ових метода, односно, а рангирање према ове две нове методе и низ других метода приказано је у табели 5.28.

Табела 5.28 Рангирање алтернатива у складу са улазном матрицом на претходној табели [14]

Про- сторија	RAPS	MCRAT	ARAS	TAOV	TOPSIS	SAW	VIKOR	COPRAS	ELECTRE	WASPAS
1	4	3	4	3	3	3	6	3	3	4
2	7	8	6	6	7	5	5	7	4	6
3	10	11	10	10	10	8	8	10	6	10
4	9	9	9	11	9	10	9	9	9	9
5	14	14	14	14	13	13	13	13	12	14
6	13	13	13	13	12	12	12	12	13	12
7	12	12	12	12	14	14	14	14	14	13
8	1	1	2	1						
9	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2
10	11	10	11	9	11	11	10	11	10	11
11	5	5	3	5	4	4	3	4	5	3
12	6	7	5	7	8	6	4	5	7	5
13	8	6	8	4	6	7	7	8	8	8
14	3	4	7	8	5	9	11	6	11	7

Након добијених резултата рангирања применом RAPS и MCRAT метода, спроведена је детаљна анализа њихове усклађености. Поред самог поређења добијених алтернатива, како би се квантитативно оценила тачност ових метода, израчунати су коефицијенти корелације између њихових резултата и резултата добијених применом других метода.

Коефицијент корелације представља меру сагласности између различитих метода рангирања и омогућава објективну процену у којој мери резултати једне методе прате резултате друге. Високе вредности коефицијента (близу 1) указују на веома слична рангирања, док ниже вредности (близу 0) или негативне корелације указују на значајна одступања између метода [63].

Упоређивањем рангирања добијених RAPS и MCRAT методама са резултатима других метода, добијена је табела 5.29, која приказује верификацију резултата. Ова табела садржи коефицијенте корелације између различитих метода, омогућавајући лакшу процену степена подударности између њих.

Табела 5.29 Коефицијенти корелација различитих метода ВКО [14]

Корелација	RAPS	MCRAT	ARAS	TAOV	TOPSIS	SAW	VIKOR	COPRAS	ELECTRE	WASPAS
RAPS	/	0,98	0,95	0,89	0,96	0,88	0,8	0,96	0,78	0,95
MCRAT		/	0,93	0,93	0,97	0,88	0,79	0,95	0,93	0,93
ARAS			/	0,92	0,94	0,95	0,92	0,97	0,88	0,99
TAOV				/	0,93	0,94	0,88	0,88	0,87	0,92
TOPSIS					/	0,93	0,84	0,97	0,85	0,95
SAW						/	0,96	0,96	0,96	0,96
VIKOR							/	0,9	0,93	0,93
COPRAS								/	0,87	0,99
ELECTRE									/	0,89
WASPAS										/

Анализом табеларно приказаних резултата може се уочити да RAPS метода показује највећу усклађеност са већином метода, при чему корелација са већином њих премашује 90%. Највише сагласности је остварено са методама које дају стабилне и конзистентне резултате. Међутим, најнижа корелација RAPS методе забележена је у односу на ELECTRE методу, где износи 78%, док је корелација са VIKOR методом 80%. У поређењу са SAW и TAOV методама, вредности корелације су нешто више и износе 88% и 89%. Ови резултати указују на одређене разлике у приступу и критеријумима који се користе у различитим методама, али у целини посматрано, RAPS метода остварује високу сагласност са осталим приступима.

Слично томе, MCRAT метода такође показује висок степен подударности са већином метода, са корелацијом која прелази 90% у скоро свим случајевима. Најнижа корелација за ову методу забележена је у односу на VIKOR, где износи 79%, док је у односу на SAW методу нешто виша и износи 88%. Ови резултати указују на снажну конзистентност MCRAT методе, са мањим одступањима у појединим случајевима.

5.3.2 Верификација RAPS методе са симулацијом

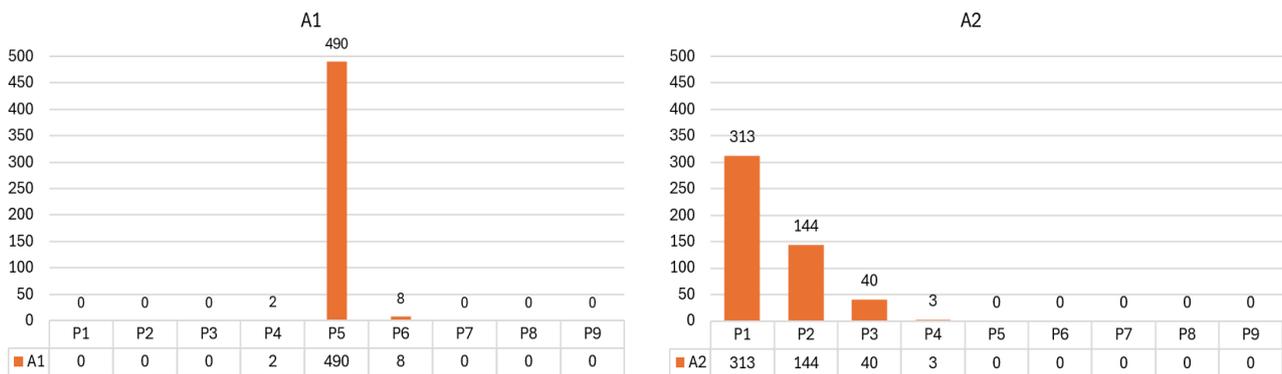
Ради провере тачности предложене методологије, односно имплементације симулација у RAPS методу, на нумеричком примеру представљеном у овом поглављу, спроведен је тест валидности применом TOPSIS методе у комбинацији са симулацијом. У овом процесу коришћени су идентични улазни подаци као у случају RAPS методе, чиме је обезбеђена упоредивост резултата. Истоветна симулација, која је претходно примењена у RAPS методи, интегрисана је и у TOPSIS методу са циљем добијања најбољег могућег решења у оквиру процеса одлучивања.

Применом TOPSIS методе на задати нумерички пример, уз коришћење истих тежина критеријума као и код RAPS методе, добијено је 500 различитих рангирања алтернатива. Та рангирања су затим сумирана и, аналогно методологији развијеног модела, сортирана по растућем редоследу, чиме је утврђен коначан ранг алтернатива.

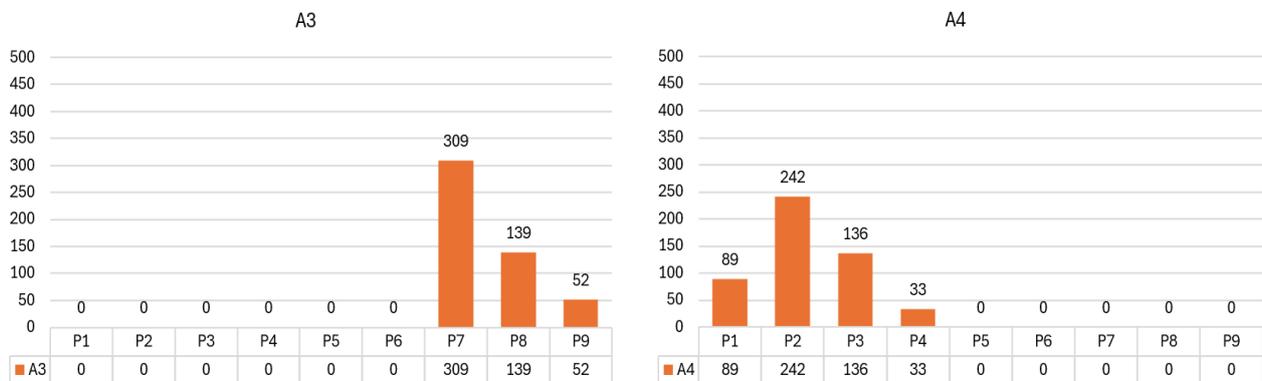
Коначан корак у тесту валидности подразумева израчунавање коефицијента корелације између резултата добијених применом развијеног модела и TOPSIS методе, што омогућава процену степена њихове усклађености и потврду поузданости предложеног приступа. Након добијања резултата свих 500 симулација и њиховог сумирања добија се коначни збир свих рангова приказан у следећој једначини:

$$A_{best} = \min \left\{ \begin{array}{l} \sum_{s=1}^S R_1^s = 2506 \quad \sum_{s=1}^S R_2^s = 733 \quad \sum_{s=1}^S R_3^s = 3743 \quad \sum_{s=1}^S R_4^s = 1113 \\ \sum_{s=1}^S R_5^s = 4093 \quad \sum_{s=1}^S R_6^s = 1274 \quad \sum_{s=1}^S R_7^s = 2992 \quad \sum_{s=1}^S R_8^s = 4164 \quad \sum_{s=1}^S R_9^s = 1882 \end{array} \right\} \quad (5.9)$$

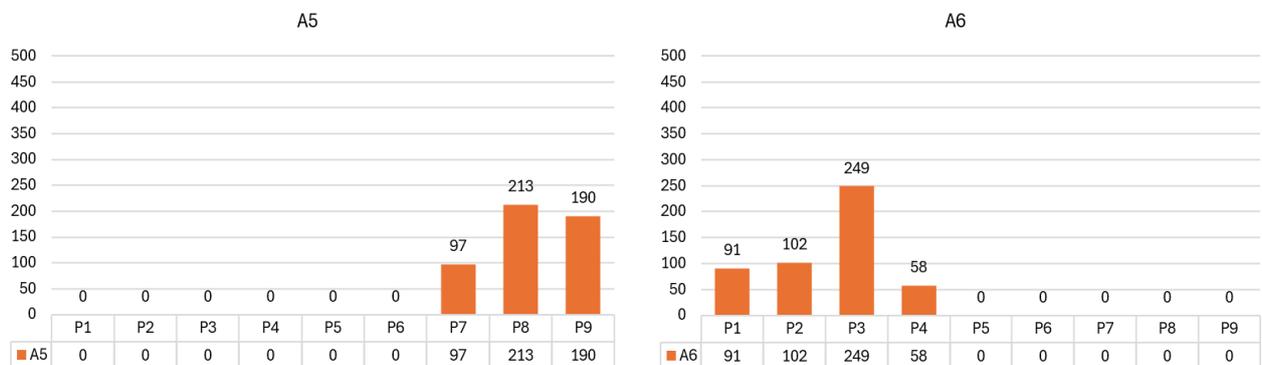
Ова рангирања за сваку алтернативу појединачно приказана су на слици 5.11 а-д [15], где је графички представљена расподела рангирања добијених у оквиру спроведених симулација. На основу овог приказа могуће је уочити флукуације у рангирању појединих алтернатива, као и њихову стабилност у оквиру различитих итерација. На исти начин као што су представљене расподеле рангирања са RAPS методом и симулацијама, представљена је и расподела добијена TOPSIS методом и симулацијама имплементираним на исти начин као и у други модел.



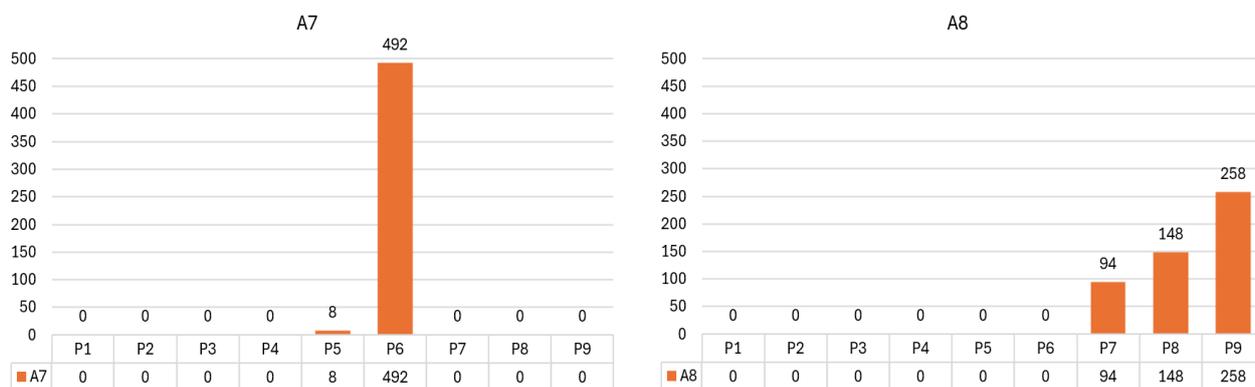
Слика 5.11 а) Расподела рангирања TOPSIS методом са симулацијама за алтернативе A1 и A2



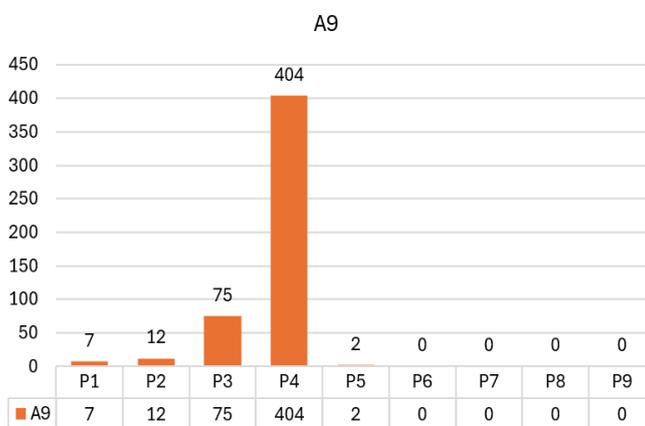
Слика 5.11 б) Расподела рангирања TOPSIS методом са симулацијама за алтернативе A3 и A4



Слика 5.11 в) Расподела рангирања TOPSIS методом са симулацијама за алтернативе A5 и A6



Слика 5.11 г) Расподела рангирања TOPSIS методом са симулацијама за алтернативе А7 и А8

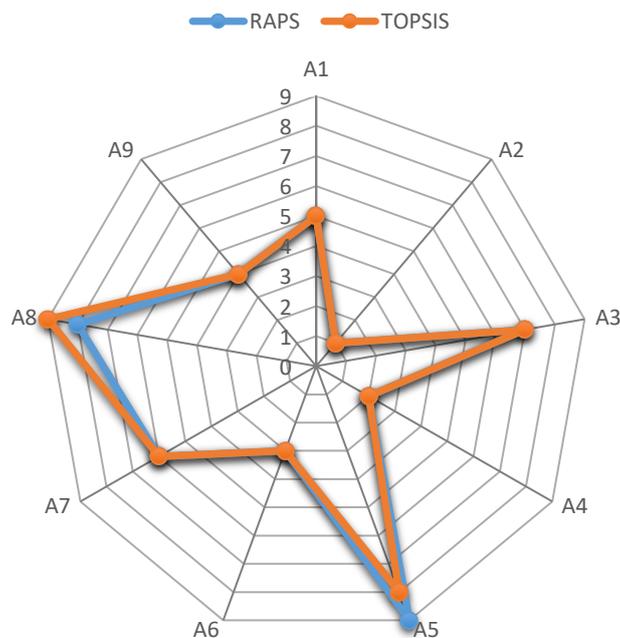


Слика 5.11 д) Расподела рангирања TOPSIS методом са симулацијама за алтернативу А9

Резултати добијени применом TOPSIS-а са симулацијама, након спроведених 500 симулација, показују високу сагласност са предложеном методологијом. Након сумирања свих рангирања за сваку алтернативу и њиховог сортирања по растућем редоследу, као оптимална алтернатива идентификована је А2, која се на првом месту нашла 313 пута, на другом 144 пута док на трећем и четвртном месту се нашла укупно 43 пута. Овакав резултат у потпуности одговара резултатима добијеним коришћењем предложене методологије.

Даље, А4 се истиче као друга најбоље рангирана алтернатива у TOPSIS-у са симулацијама, што је такође у потпуности усклађено са исходом предложене методе. Ова конзистентност указује на стабилност резултата и потврђује поузданост обе методологије у процесу одлучивања. Са друге стране, одређене разлике се могу уочити у идентификацији најмање адекватне алтернативе. Док TOPSIS са симулацијама позиционира А8 алтернативу као најлошију, која се на деветом месту нашла 258 пута, предложена методологија идентификује А5 као најмање пожељну опцију. Поређења ради А5 се у верификационој методологији на деветом месту нашла 190 пута док на осмом месту 213 и на седмом 97 пута, па се као таква нашла на осмом месту финалног рангирања. Ова разлика указује на мање варијације у резултатима, али не доводи у питање укупну валидност методологије, обзиром да се разлике у рангирању виде само на две позиције.

Укупно посматрано, поређењем резултата обе методе закључује се да постоји висок степен корелације, што потврђује тачност и доследност предложене методологије. Графички приказ поређења резултата добијених применом обе методе представљен је на слици 5.12, чиме је омогућена јаснија визуелна анализа њихове усклађености.



Слика 5.12 Радар дијаграм RAPS и TOPSIS коначног рангирања, уз имплементацију симулација [15]

Након добијања резултата из RAPS и TOPSIS метода у комбинацији са симулацијама, израчунат је коефицијент корелације како би се квантитативно оценила њихова усклађеност. Првобитно, овај коефицијент је одређен за сваки појединачни поредак рангирања у оквиру сваке симулације. На основу добијених вредности, извршена је анализа варијација корелације између различитих итерација. Када су сви појединачни коефицијенти корелације били утврђени, израчунат је и укупни коефицијент корелације, који служи као општи показатељ конзистентности предложене методологије у односу на добро познату TOPSIS методу.

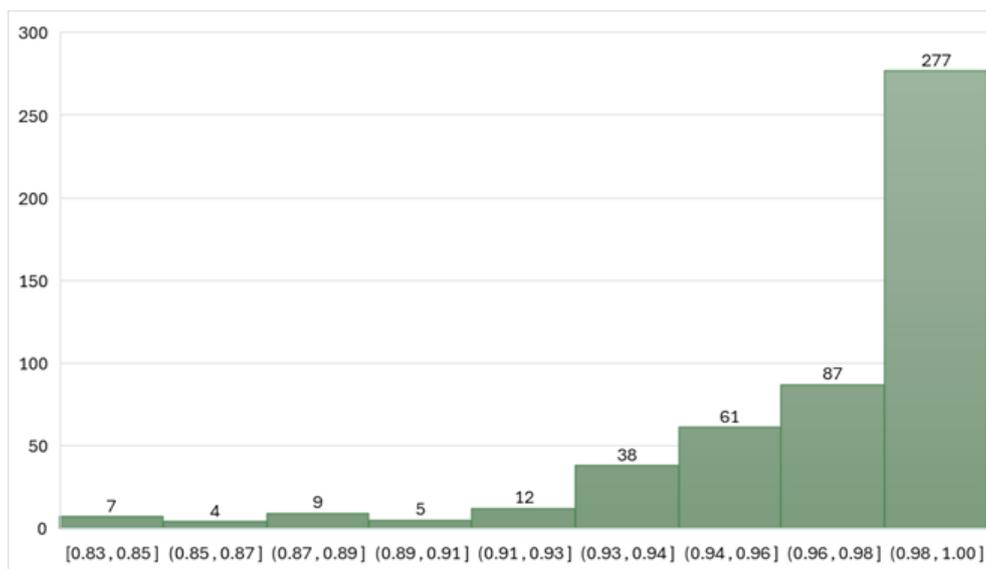
У овом контексту, параметар тачности заснован на Пирсоновом коефицијенту корелације [62] користи се као кључни индикатор валидности предложене методологије. Вредност овог коефицијента пружа увид у степен сличности резултата добијених различитим методама, што је важно за потврду поузданости развијеног приступа.

Очекивана вредност коефицијента корелације између RAPS и TOPSIS метода са симулацијама износи 0,9833, што представља изузетно високу корелацију. Према критеријумима које су предложили Schober et al. [63], ова вредност припада категорији „веома јаке корелације”, што потврђује снажну усклађеност резултата добијених применом ове две методе. Скала корелација дата је на слици 5.13.

Распон коефицијената корелације	Интерпретација
0,00 – 0,10	Занемарљива корелација
0,10-0,39	Слаба корелација
0,40-0,69	Умерена корелација
0,70-0,89	Јака корелација
0,90-1,00	Веома јака корелација

Слика 5.13 Распон коефицијената корелације [63]

Дистрибуција коефицијената корелације за сваку појединачну симулацију између RAPS и TOPSIS метода приказана је у облику хистограма на слици 5.14, чиме је омогућен детаљан увид у расподелу вредности и степен варијације корелације између различитих симулација.



Слика 5.14 Хистограм расподеле коефицијената корелације RAPS и TOPSIS метода са симулацијама

Након добијања резултата рангирања, спроведених кроз 500 симулација, извршено је детаљно поређење резултата добијених применом RAPS и TOPSIS метода са имплементираним симулацијама. За свако појединачно рангирање израчунат је коефицијент корелације како би се утврдила сличност добијених резултата. Добијене вредности су затим сумиране и графички представљене на хистограму, на слици 5.14, који илуструје расподелу коефицијената корелације између ове две методе.

Након анализе хистограма може се уочити да је 277 од укупно 500 израчунатих коефицијената корелације у интервалу 0,98–1,00 што указује на изузетно високу усклађеност резултата. Додатно, чак 475 коефицијената, што чини 95% од укупног броја симулација, налази се у опсегу 0,91–1,00. Према скали приказаној на слици 5.13, овај опсег указује на веома јаку корелацију, што значи да постоји висок степен сагласности између резултата добијених применом предложене и верификационе методологије.

Овакви резултати представљају јасан показатељ конзистентности предложене методологије и њене поузданости у доношењу одлука. Висок степен корелације између две независне методе додатно потврђује валидност развијеног приступа, указујући на његову могућност примене у различитим сценаријима одлучивања, када је рударска производња у питању.

6 Анализа резултата

Предложеном методологијом добијено је оптимално решење у решавању изазова повезаних са бушачко-минерским радовима. Две нове методе ВКО у области рударског инжењерства су развијене, RAPS метода која користи принцип сличности обима и MCRAT која се заснива на концепту матричног трага, за одређивање рангирања алтернатива.

Да би се потврдила поузданост и ефикасност предложених метода, њихови резултати су упоређени са резултатима добијеним коришћењем седам добро познатих и широко примењиваних метода ВКО. За процену сличности рангирања коришћена је анализа корелације, чиме је омогућено детаљно поређење нових метода са постојећим приступима у овој области. Конкретно, за потребе оптимизовања ефеката бушачко-минерских радова на рударску производњу, а који се тичу, продуктивности, економске исплативости и безбедности вршења ових операција, развијена је методологија оптимизовања улазних параметара, односно шеме минирања како би ефекти били задовољавајући. Рудник који је предложен као пример, је рудник са малом годишњом производњом и од посебне је важности побољшање оперативних процеса, посебно у погледу ефикасности производње, како би се обезбедила дугорочна одрживост рудника. Присуство неизвесности у овом процесу довело је до развоја одговарајуће методологије која омогућава оптимално доношење одлука. Из тог разлога, једна од метода је модификована како би се превазишло оптерећење неизвесношћу, улазних параметара. Предложена је имплементација симулација у RAPS методу за примену на одређене критеријуме који нису детерминистички, односно оне који немају фиксне вредности. У нумеричком примеру, два критеријума су прецизније представљена помоћу симулације. Ова модификација рангирања алтернатива на основу сличности обима чини методу флексибилнијом и погоднијом за суочавање са неизвесностима у процесу доношења одлука.

За хипотетички пример, са годишњим капацитетом од 100.000 тона боксита, предложено је девет различитих шема лепеза минирања, уз три различите висине откопа и линије најмањег отпора. Бушење и минирање представљају значајне операције у процесу експлоатације, јер имају улогу раздвајања руде од масива. Правилан избор свих параметара је од кључне важности за успешан рударски процес. Уколико се било који параметар не уклопи са осталим геометријским факторима, минирање може довести до лоше фрагментације руде, проблема са стабилношћу подземних просторија или већих трошкова експлоатације. Због тога је неопходно осигурати адекватан избор свих параметара, како би се одржао ефикасан процес експлоатације.

Након дефинисања алтернатива, одабрано је пет критеријума који су од значаја за овај процес евалуације. Одабрани критеријуми су:

- Трошкови сваке лепезе минирања,
- Индекс компактности лепезе минирања,
- Тонажа, односно количина руде добијена из једног минирања,
- Фрагментација,
- Време припреме једне лепезе минирања.

Након дефинисања алтернатива и критеријума, одређени су улазни подаци за предложену методологију. Методологију чине RAPS и MCRAT методе рангирања алтернатива. Обе методе су засноване на двостепеном приступу. У првој фази извршена је нормализација података, одређивање тежинских коефицијената (пондерисање) и израчунавање вредности важности сваке компоненте, чиме је омогућена идентификација оптималне алтернативе и анализа осталих могућих избора. У другој фази спроведено је рангирање алтернатива, при чему је у методи MCRAT примењен концепт трага матрице, док су у методи RAPS алтернативе

рангиране на основу сличности њихових обима. Овим двостепеним процесом обезбеђена је детаљнија анализа и омогућено прецизније доношење одлука у области рударског инжењерства.

Обе примењене методе довеле су до истог најбољег решења, односно идентичне одабране алтернативе, што указује на висок степен сагласности између ових метода у процесу доношења одлуке. Најбоље добијено решење, односно оптимална алтернатива је А2. Код ове шеме минирања укупна дужина минских бушотина је 26,5 m, линија најмањег отпора је 1,8 m, и висина откопа 8 m. Следећи добар избор била би алтернатива А4, према оба рангирања, а разлика се јавља на решењима за најлошији избор, што би према првој методи била алтернатива А8 док према другој то је А5.

Да би се квантитативно проценила сличност добијених рангирања, израчунат је коефицијент корелације, који износи 0,95, упоредни приказ рангирања је дат на радар дијаграму на слици 5.5. Добијена вредност коефицијента корелације указује на изузетно високу усклађеност резултата добијених применом обе методе. Овај резултат се сврстава у категорију веома јаке корелације, што потврђује да методе дају међусобно усклађене и конзистентне закључке.

Сваки од предложених критеријума представља важан аспект процеса експлоатације руде и захтева висок ниво пажње у анализи. Неки критеријуми нису једнозначни, односно њихове вредности нису увек егзактне, што може довести до нетачног одабира алтернатива приликом селекције. У овом истраживању, таква неизвесност је идентификована код два критеријума. Да би се добили поузданији резултати и смањио утицај ове неизвесности, примењена је симулација. Конкретно, критеријуми К3 и К5, који се односе на добијену тонажу и време потребно за припрему једне шеме минирања, су препознати као неизвесни и у складу с тим су третирани у оквиру RAPS методе, чиме је омогућена боља процена њиховог утицаја на процес одлучивања. Процес симулације је спроведен 500 пута, чиме је добијено 500 различитих рангирања за сваку алтернативу. Након тога, сумирани су резултати рангирања за сваку алтернативу, а затим су сви добијени резултати поређани по растућем редоследу, чиме је утврђен коначан поредак алтернатива. Тако и са методама RAPS и MCRAT, добијено је исто оптимално решење, уз мале разлике у поретку осталих алтернатива. На основу оваквих резултата, јасно се може видети да је предложена методологија, конзистентна и у условима неодређености, да и након више стотина понављања и промене улазних параметара даје слично готово исте резултате, на конкретном примеру.

За валидацију предложене методологије, TOPSIS метода је примењена на исти нумерички пример, уз симулацију истих критеријума К3 и К5. Резултати су добијени на исти начин као код RAPS методе, односно након 500 рангирања, резултати су сумирани, а затим поређани по растућем редоследу ради добијања коначног ранга. Ови резултати су показали да је А2 оптимална алтернатива, што је идентичан исход као у предложеној методологији. Друга најбоља алтернатива, према TOPSIS-симулационој методи, је А4, што је такође у складу са резултатима предложене методологије. Најмање адекватна алтернатива према TOPSIS-симулационој методи је А8, док је у резултатима RAPS методе то А5. Укупна разлика у рангирању између ове две методе појављује се само у две позиције, што указује на висок степен сагласности између процеса.

Резултати анализе компарације RAPS-симулације и TOPSIS-симулације, показали су да је корелација између ових метода „веома висока“. Доследност предложене методологије је очигледна, а уз коефицијент корелације од 0.9833, може се потврдити да је овај приступ примењив на описани рударски проблем и да представља поуздан метод за оптимизацију експлоатације у подземним рудницама.

7 Закључак

Рударски пројекти обухватају бројне активности неопходне за добијање финалног производа, а међу најзначајнијима су бушење и минирање, које су међусобно повезане. Ове операције имају кључну улогу у одвајању стене од масива или припреми стенског материјала за даљу обраду. Не узимајући у обзир то да ли је реч о површинској или подземној експлоатацији, ове методе су готово неизбежне у рударству.

Ефекти рударске производње, у овом конкретном случају, продуктивност, економска исплативост и безбедност експлоатације, третирају се кроз критеријуме дефинисане за одабир оптималних параметара бушачко-минерских радова. Правилно одређивање геометрије минирања је пресудно за постизање оптималних резултата у експлоатацији. Да би се утврдили кључни параметри, истраживачи су развили различите емпиријске, нумеричке и статистичке моделе, који омогућавају прецизно одређивање услова за ефикасно и безбедно минирање.

У овој докторској дисертацији представљена је методологија базирана на вишекритеријумском доношењу одлука и приказано је како се оне могу успешно применити у решавању проблема рударске производње. Доношење одлука у пројектовању минирања представља сложен процес, јер стручњаци морају узети у обзир бројне факторе који несумњиво утичу на евалуацију самог пројекта минирања. Безбедност је од кључног значаја у овом процесу, јер неправилно изведено минирање може довести до непоправљиве штете, угрожавајући запослене, опрему или животну средину.

Приликом доношења одлука у условима неизвесности, као што су бушачко-минерски радови у подземној експлоатацији, посебно у малим рудницима, попут оног који је представљен у овом истраживању, неопходно је размотрити како економске, тако и производне факторе. Предложено је девет различитих лепеза минирања. За сваку од њих дефинисано је пет критеријума. Прво су примењене RAPS и MCRAT методе за рангирање алтернатива, а потом је у RAPS методу имплементирана симулација, како би се превазишао проблем неизвесности везане за критеријуме предложене у методологији за селекцију најбољег решења. Након симулације два критеријума и њихове примене у RAPS методи, заједно са остала три критеријума са фиксним вредностима, изабрана је оптимална алтернатива. Оптимална алтернатива која је одабрана је А2, након збирне анализе свих рангирања. Ова алтернатива има укупну дужину бушотина од 26,5 m, линију најмањег отпора од 1,8 m и висину откопа од 8 m, што је чини идеалном шемом минирања подземну експлоатацију боксита.

Предложена методологија показала је високу стабилност, а уз коефицијенте корелације од 0,95 и 0,9833, са већ постојећим методологијама, може се закључити да је овај метод применљив на рударски проблем који је разматран. Предложени алгоритам развијен је у програму Microsoft Excel, имајући у виду да већина рударских инжењера већ користи Excel у свакодневном раду. Ово познавање софтвера омогућава неометану интеграцију развијене методе у њихове радне процесе. Модел није затворен и може се проширити додавањем компоненте која узима у обзир људски фактор. Ово би укључивало спровођење специфичних анкета, чији би резултати били обрађени и интегрисани у систем доношења одлука, чиме би се омогућио свеобухватнији приступ анализи података.

Предложена методологија није ограничена у својој примени – може се користити на различитим рударским локацијама и решавању рударских проблема где је потребно изабрати најбоље решење међу више алтернатива. За побољшање прецизности у избору оптималног решења, нарочито при избору производних параметара, а у контексту операција бушења и минирања, број критеријума који утичу на одлуку могао би бити допуњен.

У наредним истраживањима, могли би бити укључени додатни критеријуми везани за оперативне трошкове, као што су трошкови транспорта руде од места експлоатације, трошкови вентилације, као и инвестиције у транспортну и вентилациону опрему. Сви ови трошкови зависе од количине ископане руде, што указује на могућност даљег унапређења предложене методологије.

8 Литература

- [1] Wang, M., Shi, X., & Zhou, J. (2018) Charge design scheme optimization for ring blasting based on the developed Scaled Heelan model. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences* 110, 199-209.
- [2] Blair, D.P. & Minchinton, Alan. (2006) Near-field blast vibration models. Proc. 8th Int. Symp. on Rock Fragmentation by Blasting-Fragblast. 8. 152-159.
- [3] Onederra, I. and Chitombo, G. (2007) Design methodology for underground ring blasting. *Mining Technology*, 116(4), 180-195
- [4] Yu, K., Lin, P., Chitombo, G., Ma, L., & Peng, C. (2024) Study on the optimization of blasting parameters and blastholes charging structure for broken orebody. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 152, 105948.
- [5] Rao, K. K., Choudhary, B. S., Ghade, A., & Ali, A. A. (2018). Improvised drilling and blasting techniques at underground metal mine for faster advance to enhance linear excavation and production—a techno-economic case study. *Journal of Mines, Metals and Fuels*, 756-763.
- [6] Xuhui, G. U. A. N., Jiangbo, X. I. A. N. G., Lingfeng, Z. E. N. G., Wenkang, G. U. O., & Xiaoming, L. O. U. (2022). Optimization of drilling, blasting and shovel loading cost of underground gold mine based on blasting fragmentation. *Nonferrous Metals (Mining Section)*, 74(3).
- [7] Jiang, F., Zhou, K., Deng, H., Li, X., & Zhong, Y. (2009, December). An Optimized Model for Blasting Parameters in Underground Mines' Deep-Hole Caving Based on Rough Set and Artificial Neural Network. In *2009 Second International Symposium on Computational Intelligence and Design* (Vol. 1, pp. 459-462). IEEE.
- [8] Us, S. A., Ishchenko, O. K., Koba, D. V., & Ishchenko, K. S. (2023). Selection and justification of drilling and blasting parameters using Genetic Algorithms. *Scientific Bulletin of National Mining University*, (4).
- [9] Vishwakarma, A.K., Himanshu, V.K. & Dey, K. (2024) Determination of Optimal Burden for Ringhole Blasting in Underground Hard Rock Mining Under Varying Geotechnical Properties. *Rock Mech Rock Eng* 57, 2024, 5727–5741
- [10] Vishwakarma, A.K., Dey, K., Himanshu, V.K., Singh R.K., & Roy M.P. (2024) Optimization of Blast Design Parameter for Ring Blasting in Underground Hard Rock Mine Using Numerical Simulation. *Mining, Metallurgy & Exploration* 41 2024, 139–148
- [11] Pouresmaieli, M., Ataei, M., Nouri Qarahasanlou, A., & Barabadi, A. (2024). Multi-criteria Decision-making Methods for Sustainable Decision-making in the Mining Industry (A Comprehensive Study). *Journal of Mining and Environment*, 15(2), 683-706.
- [12] Monjezi, M., Dehghani, H., Singh, T. N., Sayadi, A. R., & Gholinejad, A. (2012). Application of TOPSIS method for selecting the most appropriate blast design. *Arabian journal of geosciences*, 5(1), 95

- [13] Rahimdel, M. J., Aryafar, A., & Tavakkoli, E. (2020). Selection of the most proper drilling and blasting pattern by using MADM methods (A case study: Sangan Iron Ore Mine, Iran). *Rudarsko-geološko-naftni zbornik*, 35(3)
- [14] Urošević, K., Gligorić, Z., Miljanović, I., Beljić, Č., & Gligorić, M. (2021). Novel methods in multiple criteria decision-making process (Mcrat and raps)—Application in the mining industry. *Mathematics*, 9(16), 1980
- [15] Urošević, K., Gligorić, Z., Janković, I., Gluščević, B., & Beljić, Č. (2025). Simulation of MCDM Process—Stope and Fan Pattern Selection in an Underground Mine with Uncertainty. *Mathematics*, 13(5), 786. <https://doi.org/10.3390/math13050786>
- [16] Ozer, U., Karadogan, A., Ozyurt, M. C., Sahinoglu, U. K., & Sertabipoglu, Z. (2019). Environmentally sensitive blasting design based on risk analysis by using artificial neural networks. *Arabian Journal of Geosciences*, 12, 1-13.
- [17] Roy, M. P., Singh, P. K., Sarim, M., & Shekhawat, L. S. (2016). Blast design and vibration control at an underground metal mine for the safety of surface structures. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 83, 107-115.
- [18] Singh, P. K., & Roy, M. P. (2010). Damage to surface structures due to blast vibration. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 47(6), 949-961.
- [19] Faramarzi, F., Farsangi, M. A. E., & Mansouri, H. (2014). Simultaneous investigation of blast induced ground vibration and airblast effects on safety level of structures and human in surface blasting. *International Journal of Mining Science and Technology*, 24(5), 663-669.
- [20] Fişne, A. Kuzu, C. and Hüdaverdi, T. (2011) Prediction of environmental impacts of quarry blasting operation using fuzzy logic. *Environmental Monitoring and Assessment*, 174 (1–4), pp. 461–470.
- [21] Ghasemi, E. et al. (2012) Application of artificial intelligence techniques for predicting the flyrock distance caused by blasting operation, *Arabian Journal of Geosciences*, 7 (1), pp. 193–202.
- [22] Radulescu, A. T. G. M., & Radulescu, V. M. G. M. (2012). Brief Analysis on Software for the Mining Industry, with Operational Applications. Scientific Bulletin Series D: Mining, Mineral Processing, Non-Ferrous Metallurgy, *Geology and Environmental Engineering*, 26(2), 157.
- [23] Pyra, J., & Gądek, K. (2020). Possible ways of optimizing blasting operations using O-Pitblast software. *Materiały Wysokoenergetyczne*, 12.
- [24] O-pitblast, RETHINKING THE DRILL & BLAST INDUSTRY (2024), доступно на mreži: <https://www.o-pitblast.com/> Приступљено [03.02.2025.]
- [25] Mendis, H. C. V. S., Wimalagunasekara, K., Jinadasa, M. L. S., Hemalal, P. V. A., Dharmaratne, P. G. R., & Chaminda, S. P. (2018). Optimizing Specific Charge for Limestone Blasting at Aruwakkalu Limestone Quarry. In Proceedings of International Symposium on Earth Resources Management and Environment. University of Moratuwa, hal (pp. 21-27).

- [26] JKSImBlast, (1996) доступно на мрежи: <https://www.soft-blast.com/About/Profile.html> Приступљено [03.02.2025.]
- [27] Split-Desktop, (2017) доступно на мрежи: [https://soft-blast.com/Support/Downloads/Brochure s/DesktopBroch0517HR.pdf](https://soft-blast.com/Support/Downloads/Brochure%20s/DesktopBroch0517HR.pdf) Приступљено [03.02.2025.]
- [28] Глушчевић Б. (1974) Отварање и методе подземног откопавања рудних лежишта. Минерва. 1974
- [29] Jimeno, C.L., Jimeno, E.L., Carcedo, F.J.A, Drilling and blasting of rocks, A.A.Balkema, Rotterdam, Brookfield, 1995
- [30] Rustan P. A. (1990) In: Proc. 3rd Int. Symp. on 'Rock fragmentation by blasting (Fragblast 1990)', Brisbane, Australia, August 1990, AusIMM, 303–310
- [31] Торбица, С. и Петровић, Н. Методе и технологија подземне експлоатације неслојевитих лежишта, Рударско-геолошки факултет, Београд, 1997
- [32] Cunningham, C. V. B. (2005, September). The Kuz-Ram fragmentation model–20 years on. In Brighton conference proceedings (Vol. 4, pp. 201-210). Brighton, UK: European Federation of Explosives Engineer.
- [33] Чупић М., Сукновић М., Одлучивање, Факултет организационих наука, Београд, 2010.
- [34] Ćekerevac Z. Ekspertni sistem, Faculty of Industrial Management Kruševac, UNION University, Београд, , 2009
- [35] Petrović, B. (1997) Razvoj proizvoda, Fakultet tehničkih nauka - Institut za industrijske sisteme, IIS - Istraživački i tehnološki centar, Novi Sad.
- [36] Hwang, C.L.; Yoon, K. Methods for Multiple Attribute Decision Making. In Multiple Attribute Decision Making. Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 1981; Volume 186, pp. 58–191.
- [37] Vujošević, M., Operativni menadžment: Kvantitativne metode, Društvo operacionih istraživača Jugoslavije, Београд, 1997, 262.
- [38] Николић, М. Методе одлучивања, Технички факултет “Михајло Пупин”, Зрењанин, Универзитет у Новом Саду, 2012
- [39] Nikolić, I., & Borović, S. (1996). Višekriterijumska optimizacija: metode, primena u logistici, softver. Centar vojnih škola vojske Jugoslavije.
- [40] Vinogradova, I., Podvezko, V., & Zavadskas, E. K. (2018). The recalculation of the weights of criteria in MCDM methods using the bayes approach. Symmetry, 10(6), 205.
- [41] Памућар, Д., Стевић, Џ., & Sremac, S. (2018). A new model for determining weight coefficients of criteria in mcdm models: Full consistency method (fucom). symmetry, 10(9), 393.

- [42] Puška, A., Štilić, A., Pamučar, D., Božanić, D., & Nedeljković, M. (2024). Introducing a Novel multi-criteria Ranking of Alternatives with Weights of Criterion (RAWEC) model. *MethodsX*, 102628.
- [43] Podvezko, V., Zavadskas, E. K., & Podvieszko, A. (2020). An extension of the new objective weight assessment methods cilos and idocriw to fuzzy mcdm. *Economic Computation & Economic Cybernetics Studies & Research*, 54(2).
- [44] Shannon, C. E. (1948). A mathematical theory of communication. *The Bell system technical journal*, 27(3), 379-423.
- [45] Zardari, N. H., Ahmed, K., Shirazi, S. M., & Yusop, Z. B. (2014). Weighting methods and their effects on multi-criteria decision making model outcomes in water resources management. Springer.
- [46] Gandibleux, X. (Ed.) (2006) *Multiple Criteria Optimization: State of the Art Annotated Bibliographic Surveys*; Kluwer Academic Publishers: Amsterdam, The Netherlands
- [47] Sen, P.; Yang, J.B. (1998) *Multiple Criteria Decision Support in Engineering Design*; Springer: London, UK
- [48] Greco, S.; Figueira, J.; Ehrgott, M. (2016) *Multiple Criteria Decision Analysis*, 2nd ed.; Springer: New York, NY, USA
- [49] Roy, B. The outranking approach and the foundations of ELECTRE methods. In *Readings in Multiple Criteria Decision Aid*; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 1990; pp. 155–183.
- [50] Brans, J.P.; Vincke, P.; Mareschal, B. How to select and how to rank projects: The PROMETHEE method. *Eur. J. Oper. Res.* 1986, 24, 228–238.
- [51] Saaty, T.L. *The Analytic Hierarchy Process*; McGraw-Hill: New York, NY, USA, 1980.
- [52] Zavadskas, K.E.; Antucheviciene, J.; Adeli, H.; Turskis, Z. (2016) Hybrid multiple criteria decision making methods: A review of applications in engineering. *Sci. Iran*, 23, 1–20.
- [53] Wang, P., Zhu, Z., & Wang, Y. (2016). A novel hybrid MCDM model combining the SAW, TOPSIS and GRA methods based on experimental design. *Information sciences*, 345, 27-45.
- [54] Zavadskas, E.K.; Turskis, Z.; Antucheviciene, J.; Zakarevicius, A. Optimization of weighted aggregated sum product assessment. *Elektron. Elektrotechnika* 2012, 122, 3–6.
- [55] Brauers, W.K.; Zavadskas, E.K. The MOORA method and its application to privatization in a transition economy. *Control Cybern.* 2006, 35, 445–469.
- [56] Roy, B. (1968). Classement et choix en présence de points de vue multiples. *Revue française d'informatique et de recherche opérationnelle*, 2(8), 57-75.
- [57] Duckstein, L., & Gershon, M. (1983). Multicriterion analysis of a vegetation management problem using ELECTRE II. *Applied Mathematical Modelling*, 7(4), 254-261.

- [58] Buchanan, J. T., Sheppard, P. J., & Vanderpooten, D. (1999). Project ranking using ELECTRE III. Hamilton, New Zealand: Department of Management Systems, University of Waikato.
- [59] Hokkanen, J., & Salminen, P. (1997). ELECTRE III and IV decision aids in an environmental problem. *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis*, 6(4), 215-226.
- [60] Оприцовић, С. (1998) Вишекритеријумска оптимизација у грађевинарству. Грађевински факултет, Универзитета у Београду, 1998
- [61] Hajiagha, S.H.R.; Mahdiraji, H.A.; Hashemi, S.S. Total area based on orthogonal vectors (Taov) as a novel method of multi-criteria decision aid. *Technol. Econ. Dev. Econ.* 2018, 24, 1679–1694.
- [62] Kuo, Y.; Yang, T.; Huang, G.W. The use of grey relational analysis in solving multiple attribute decision-making problems. *Comput. Ind. Eng.* 2008, 55, 80–93.
- [63] Liu, N.; Xu, Z. An overview of ARAS method: Theory development, application extension, and future challenge. *Int. J. Intell. Syst.* 2021, 36, 3524–3565
- [64] Zavadskas, E. K., Kaklauskas, A., Peldschus, F., & Turskis, Z. (2007). Multi-attribute assessment of road design solutions by using the COPRAS method. *The Baltic journal of Road and Bridge engineering*, 2(4), 195-203.
- [65] Kraujalienė, L. Comparative analysis of multicriteria decision-making methods evaluating the efficiency of technology transfer. *Bus. Manag. Educ.* 2019, 17, 72–93.
- [66] Velasquez, M.; Hester, P.T. An analysis of multi-criteria decision making methods. *Int. J. Oper. Res.* 2013, 10, 56–66.
- [67] Hodgett, R.E. Comparison of multi-criteria decision-making methods for equipment selection. *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* 2016, 85, 1145–1157, doi:10.1007/s00170-015-7993-2.
- [68] Siksnylyte-Butkiene, I.; Zavadskas, E.K.; Streimikiene, D. Multi-criteria decision-making (MCDM) for the assessment of renewable energy technologies in a household: A review. *Energies* 2020, 13, 1164, doi:10.3390/en13051164.
- [69] Siksnylyte, I.; Zavadskas, E.K.; Streimikiene, D.; Sharma, D. An overview of multi-criteria decision-making methods in dealing with sustainable energy development issues. *Energies* 2018, 11, 2754.
- [70] Schwartzberg, J. E. Reapportionment, gerrymanders, and the notion of compactness. *Minnesota Law Review* 1966, 50, 443—452
- [71] Baker, W. E., et al. Explosion hazards and evaluation. Elsevier Scientific Pub. Co. 1983
- [72] Benesty, J., Chen, J., Huang, Y., Cohen, I. (2009). Pearson Correlation Coefficient. In: *Noise Reduction in Speech Processing*. Springer Topics in Signal Processing, 2nd ed. Springer, Berlin, Heidelberg]

- [73] Schober, P., Boer, C., & Schwarte, L. A. (2018). Correlation coefficients: appropriate use and interpretation. *Anesthesia & analgesia*, 126(5), 1763-1768.
- [74] Hajiagha, S.H.R.; Mahdiraji, H.A.; Hashemi, S.S. Total area based on orthogonal vectors (Taov) as a novel method of multi-criteria decision aid. *Technol. Econ. Dev. Econ.* 2018, 24, 1679–1694.
- [75] Zavadskas, E.K.; Turskis, Z. A new additive ratio assessment (ARAS) method in multicriteria decision-making. *Technol. Econ. Dev. Econ.* 2010, 16, 159–172.

БИОГРАФИЈА

Катарина (Миодраг) Урошевић је рођена 19. августа 1991. године у Ваљеву. Основну школу завршила у Горњој Топлици са одличним успехом. Године 2006. уписала Ваљевску гимназију, коју је завршила такође са одличним успехом. Рударско – геолошки факултет, Универзитета у Београду, уписала 2010 године. Основне академске студије завршила 2014. године, са просечном оценом 8,52. и одбраном завршног рада под називом: „Површинска експлоатација блокова архитектонско-грађевинског камена применом контурног минирања. Мастер академске студије уписала 2014. а завршила 2015. године са просечном оценом 9,60 и одбраном завршног рада: „Анализа параметара бушења и минирања на површинском копу кречњака Брдањак“ са оценом 10. Докторске академске студије уписала 2016. године, на Рударско-геолошком факултету на студијском програму Рударско инжењерство. Јануара 2017. постаје истраживач приправник. Од јануара 2020. стиче звање истраживач сарадник на Рударско-геолошком факултету. Од јула 2021. изабрана у звање Асистента на Катедри за подземну експлоатацију лежишта минералних сировина. Задужена за одржавање вежби и за извођење теренске наставе. Од 2019. постаје један од чланова уредништва научног часописа „Подземни радови“, као технички уредник. Од 2021. обавља дужност секретара катедре. Члан је Савета Факултета од 2024. Именована је за шефа Лабораторије за подземну експлоатацију од 2024.

На докторским студијама бави се истраживањима везаним за оптимизацију бушачко-минерских радова помоћу савремених математичких алата. Рад је усмерен на ужу научну област Подземна експлоатација лежишта минералних сировина. У оквиру научно – стручних активности, као аутор и коаутор, објавила више радова, од тога 3 рада у часопису са SCI листе. Учесник је на изради елабората, пројеката и техничких контрола.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора Катарина Урошевић

Број индекса P706/16

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Мултидимензионална анализа утицаја бушачко-минерских радова на ефекте рударске производње

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршила ауторска права и користила интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, _____

Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Катарина Урошевић

Број индекса P706/16

Студијски програм Рударско инжењерство

Наслов рада Мултидимензионална анализа утицаја бушачко-минерских радова на ефекте рударске производње

Ментор проф. др Чедомир Бељић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, _____

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Мултидимензионална анализа утицаја бушачко-минерских радова на ефекте рударске производње

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предала сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучила.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.

Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, _____

1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.