

Univerzitet u Beogradu
Mašinski fakultet

Aleksandar R. Dimić

**UTICAJ OBЛИKA PROFILA I
UHODAVANJA ZUBACA NA
POVRŠINSKУ NOSIVOST CILINDRIČNIH
ZUPČASTIH PAROVA**

Doktorska disertacija

Beograd, 2021.

University of Belgrade
Faculty of Mechanical Engineering

Aleksandar R. Dimić

**INFLUENCE OF THE GEAR TEETH
PROFILE SHAPE AND RUNNING-IN ON
SURFACE LOAD CAPACITY OF
CYLINDRICAL GEAR PAIRS**

Doctoral dissertation

Belgrade, 2021.

**Podaci o mentoru i članovima
komisije za odbranu doktorske disertacije**

Mentor doktorske disertacije:

dr Milet Ristivojević, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

Članovi komisije za odbranu doktorske disertacije:

dr Milet Ristivojević, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

dr Božidar Rosić, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

dr Radivoje Mitrović, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

dr Aleksandar Vencl, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu, Mašinski fakultet

dr Ivana Atanasovska, naučni savetnik,
Matematički institut SANU, Beograd

Datum odbrane: _____. _____. 2022. godine

Predgovor

Doktorska disertacija pod nazivom

Uticaj oblika profila i uhodavanja zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova

predstavlja rezultat mog sedmogodišnjeg teorijskog i eksperimentalnog istraživačkog rada iz oblasti cilindričnih zupčanika na katedri za Opšte mašinske konstrukcije Mašinskog fakulteta u Beogradu.

Najveći obim eksperimentalnih ispitivanja i merenja sadržanih u disertaciji sproveden je u laboratoriji za Mašinske elemente i akreditovanoj Laboratoriji za Ispitivanje Mašinskih Elementa i Sistema (LIMES). Polovina eksperimentalnih istraživanja obavljena je u Laboratoriji za tribologiju (TRIBOLAB) u Beogradu.

Međutim, iza institucija i organizacija stoje ljudi koji su direktno pomogli realizaciju predmetne disertacije, te koristim ovu priliku da im se lično zahvalim. Posebnu zahvalnost želim da iskažem mentoru doktorske disertacije, profesoru Miletu Ristivojeviću, na izuzetno korisnim savetima i smernicama, kako na profesionalnom, tako i na privatnom planu. Na izuzetnoj saradnji zahvaljujem članovima Komisije za ocenu i odbranu doktorske disertacije: prof. dr Božidaru Rosiću i prof. dr Radivoju Mitroviću sa Katedre za opšte mašinske konstrukcije, prof. dr Aleksandru Venclu sa Katedre za tehnologiju materijala, kao i dr Ivani Atanasovskoj, naučnom savetniku Matematičkog instituta SANU. Iskrenu zahvalnost dugujem i ostalim kolegama sa Katedre za opšte mašinske konstrukcije, bez čije pomoći bi realizacija ove disertacije bila značajno otežana. Takođe, želim da se zahvalim svim drugim kolegama i prijateljima koji su me iskreno podržali pri izradi doktorske disertacije.

Posebno mi je drago što sam našao na pozitivan odziv privrednih subjekata kojim sam se obratio za pomoć, te se ovim putem zahvaljujem sledećim kompanijama koje su u većoj ili manjoj meri tehnički podržale izradu disertacije: "MESSER" AD, DIPAR, KRIOTEHNIKA, SZR METALAC, GOŠA FOM, "SKF" (predstavništvo u Beogradu).

Najiskreniju zahvalnost želim da iskažem članovima moje porodice na bezrezervnoj podršci i razumevanju pruženom tokom dugogodišnjeg perioda izrade disertacije.

Supruzi Mariji i Čerci Danici zahvaljujem što su bili i ostali nepresušan izvor snage i motivacije, sav svoj rad posvećujem njima.

U Beogradu, decembar 2021. godine

Aleksandar R. Dimić

Uticaj oblika profila i uhodavanja zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova

R e z i m e

Ova doktorska disertacija se sastoji iz dva dela: prvi deo predstavljaju teorijska, a drugi eksperimentalna istraživanja uticaja oblika profila i uhodavanja zubaca na površinsku nosivost cilindričnih evolventnih zupčastih parova.

U teorijskom delu disertacije, najpre su definisane granične raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca: izrazito neravnomerna i teorijska, idealno ravnomeran. Posredstvom faktora raspodele opterećenja, za uvedene granične raspodele, formirani su egzaktni analitički modeli koji uzimaju u obzir uticaj dužina trenutnih linija dodira u polju sprezanja na površinsku nosivost bokova zubaca. Ovi modeli su potom upotrebljeni za sagledavanje uticaja geometrijskih i kinematskih parametara zupčastog para na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima. Analizirani su zupčasti parovi kod kojih je prisutna jednostruka, dvostruka i trostruka sprega. Teorijska analiza sprovedena je na osnovu faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca K_α i faktora radijusa krivine spregnutih zubaca Z_ρ . Istovremeni uticaj raspodele opterećenja i oblika profila analiziran je posredstvom proizvoda ova dva faktora za različite oblike profila spregnutih zubaca. Različiti oblici profila zubaca postignuti su variranjem ugla profila i koeficijenta pomeranja profila zubaca, kao i broja zubaca. Na osnovu sprovedenih istraživanja predložena su dva tačnija modela za sagledavanje uticaja dužina trenutnih linija dodira na nosivost bokova zubaca. Ovaj uticaj analiziran je posredstvom faktora stepena sprezanja Z_ε . U konvencionalnim postupcima proračuna ovaj faktor uzima u obzir uticaj dužina trenutnih linija dodira u polju sprezanja na površinsku nosivost bokova. Verifikacija analitičkih modela izvršena je primenom numeričkih (metoda konačnih elemenata) i eksperimentalnih metoda na realnim modelima-zupčastim parovima i epruvetama.

Eksperimentalni deo disertacije sproveden je na tribometru, i na uređaju sa zatvorenim kolom snage na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu. U eksperimentalnom istraživanju sprovedenom na tribometru sagledan je uticaj indukovanih uhodavanja na površinsku nosivost kontaktnih površina, pri čemu su ispitivani tribološki par sačinjavali blok i disk. Na uređaju sa zatvorenim kolom snage istraživan je istovremeni uticaj indukovanih uhodavanja i oblika profila na površinsku nosivost zubaca cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima. Različiti oblici profila zubaca postignuti su variranjem ugla profila, a sva eksperimentalna istraživanja sprovedena su u uslovima linijskog opterećenja i graničnog podmazivanja.

Ključne reči: Oblik profila zubaca, raspodela opterećenja, kontaktni napon, uhodavanje

Naučna oblast: Mašinstvo

Uža naučna oblast: Opšte mašinske konstrukcije

UDK broj: 621.833.1 (043.3)

Influence of the gear teeth profile shape and running-in on the surface load capacity of cylindrical gear pairs

A b s t r a c t

This doctoral dissertation consists of two parts: the first part presents theoretical, and the second part presents experimental research on the influence of the gear teeth profile shape and running-in on the surface load capacity of cylindrical involute gear pairs.

In the theoretical part of the dissertation, the limiting load distributions of simultaneously meshed gear teeth pairs are firstly defined: extremely uneven and theoretical, ideally uniform. By means of load distribution factor, for defined limit distributions, exact analytical models which take into account the influence of the lengths of contact lines in the meshing area on the surface load capacity of the gear teeth flanks have been formed. These models were then used to analyze the influence of geometric and kinematic parameters of the gear pair on the surface load capacity of spur gears in which single, double and triple meshing is present. The theoretical analysis was performed on the basis of the load distribution factor of simultaneously meshed gear teeth pairs K_α and the radius of curvature factor Z_ρ . The simultaneous influence of load distribution and gear teeth profile shape was analyzed through the product of these two factors for different shapes of the meshed gear teeth profiles. Different gear teeth profile shapes are achieved by varying the profile pressure angle and teeth shift coefficient, as well as the number of gear teeth. Based on the conducted research, two more accurate models have been proposed for considering the influence of the contact lines lengths on the surface load capacity of the teeth flanks. This effect was analyzed by the contact ratio factor Z_ε . In conventional calculation procedures, this factor takes into account the influence of the meshing area contact lines lengths on the surface load capacity of the gear teeth flanks. Verification of analytical models was performed by using numerical (FEM) and experimental methods performed on real models-spur gears and simplified test specimen.

The experimental part of the dissertation was conducted on a tribometer, and on a back-to-back gear test rig (FZG) at the Faculty of Mechanical Engineering, University of Belgrade. In an experimental study conducted on a tribometer, the influence of induced running-in on the load capacity of contact surfaces was considered, whereby the examined tribological pair consisted of a block and a disk. The simultaneous influence of the induced running-in and the gear teeth profile shape on the surface load capacity of the spur gears was investigated on a FZG test rig. Different shapes of gear teeth profile were achieved by varying the profile pressure angle, and all experimental investigations were conducted under conditions of line load and boundary lubrication regime.

Key words: Gear teeth profile, load distribution, contact stress, running-in

Scientific discipline: Mechanical engineering

Scientific subdiscipline: General machine design

UDK number: 621.833.1 (043.3)



Венера је једна од 8 планета Сунчевог система, и друга је планета по удаљености од Сунца, са просечном удаљеношћу од око 0,72 AJ (или 108.200.000 km). Око Сунца се креће готово кружном орбитом, а једну ротацију обави за 224,7 земаљских дана. Нема природних сателита у својој орбити.

Друго је по сјају небеско тело на ноћном небу гледано са Земље, одмах после Месеца, са вредностима привидне магнитуде од -4,9 до -3,8. Име је добила по староримској богињи љубави и лепоте Венери (грчки еквивалент је Афродита) и једина је планета која је добила име по неком женском митолошком божанству. Гледано са Земље најуочљивија је у сумрак и у рану зору, те се често у народу назива и

Звездом Данициом



Sadržaj

1 Uvod	3
1.1 Kratak pregled disertacije po poglavljima	5
2 Pregled dosadašnjih istraživanja	6
2.1 Pregled dosadašnjih istraživanja iz oblasti raspodele opterećenja i uticaja oblika profila na površinsku nosivost zubaca	6
2.2 Pregled dosadašnjih istraživanja u oblasti uhodavanja kontaktnih površina	11
3 Cilj disertacije	16
3.1 Polazne hipoteze	17
3.2 Cilj istraživanja	17
4 Površinska nosivost bokova zubaca cilindričnih zupčastih parova	19
4.1 Hercov model za dodir dva cilindra paralelnih osa	19
4.2 Radni napon kontaktnih površina bokova zubaca	23
4.3 Kritična stanja kontaktnih površina bokova zubaca	25
4.3.1 Površinski zamor kontaktnih površina	27
4.3.1.1 Piting	28
4.3.1.2 Inicijalna prslina za formiranje pitinga	30
4.3.2 Habanje pri klizanju	31
4.3.3 Teško adheziono habanje (skafing)	33
5 Uticaj raspodele opterećenja i oblika profila zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova	35
5.1 Uticaj granične raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova	35
5.1.1 Faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca	36
5.1.2 Trenutne linije dodira istovremeno spregnutih parova zubaca u polju sprezanja	37
5.1.3 Granična-idealno ravnomerna raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca	38

5.1.4	Grafoanalitička metoda za određivanje graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja	43
5.1.5	Uporedna analiza razvijenih analitičkih modela i približnih modela prema ISO postupku	50
5.1.6	Precizniji aproksimativni modeli <i>faktora stepena sprezanja</i>	54
5.1.6.1	Procena greške približnih modela	58
5.2	Uticaj oblika profila na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova	60
5.2.1	Karakteristične tačke dodira na profilima zubaca i na dodirnici profila	63
5.2.1.1	Radijusi krivina karakterističnih tačaka dodira na profilima zubaca za slučaj jednostrukе i dvostrukе sprege zubaca	65
5.2.1.2	Radijusi krivina karakterističnih tačaka dodira na profilima zubaca za slučaj dvostrukе i trostrukе sprege zubaca	66
5.2.2	Analiza uticaja oblika profila zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima	68
5.2.3	Uporedna analiza razvijenih analitičkih i numeričkih modela uticaja oblika profila na površinsku nosivost zubaca	80
5.2.3.1	Opis numeričkih modela i metode konačnih elemenata	80
5.2.3.2	Uporedna analiza naponskog stanja na boku zupca prema analitičkom i numeričkom modelu	81
6	Uticaj mehanizma uhodavanja na površinsku nosivost zubaca cilindričnih zupčastih parova	85
6.1	Eksperimentalna istraživanja na tribometru tipa blok na disku	85
6.1.1	Opis eksperimenta	87
6.1.1.1	Opis upotrebљenih materijala	87
6.1.1.2	Metode karakterizacije	87
6.1.1.3	Opis eksperimentalne procedure	90
6.1.2	Rezultati i diskusija	93
6.1.2.1	Površinska hrapavost kontaktnih površina	93
6.1.2.2	Mikrotvrdoća kontaktnih površina	95
6.1.2.3	Analiza intenziteta habanja	98
6.1.2.4	Analiza koeficijenta trenja	100
6.2	Eksperimentalna istraživanja na uređaju sa zatvorenim kolom snage	102
6.2.1	Opis eksperimentalne procedure	103
6.2.1.1	Materijali i parametri ispitivanih zupčanika	103
6.2.1.2	Metode karakterizacije	104
6.2.1.3	Opis eksperimenta	106
6.2.2	Rezultati i diskusija	108
6.2.2.1	Površinska hrapavost bokova zubaca	108

6.2.2.2	Intenzitet habanja	110
6.2.2.3	Analiza radne temperature	113
6.2.2.4	Optička analiza	117
7	Zaključak	121
8	Prilozi	126
	Literatura	137

Spisak slika

1.1	Zastupljenost mehaničkih prenosnika snage s kraja 2005. godine [2]	3
2.1	a) Kinematski model sprezanja cilindričnih zupčanika sa kosim zupcima [27], b) trenutne linije dodira u polju sprezanja [27]	9
2.2	Primena numeričkih metoda u cilju određivanja: a) raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca [18], b) raspodele opterećenja duž trenutnih linija dodira [31]	10
2.3	Razlika između neuhodanih (crna linija) i uhodanih (crvena linija) profila hraptavosti kontaktnih površina: a) pogonski disk, b) gonjeni disk [35]	14
2.4	Osmostruko produženje radnog veka uhodanih (b) u odnosu na neuhodane (a) kontaktne površine [58]	14
4.1	Mehanički model spregnutih bokova zubaca	20
4.2	Tok promene glavnih komponenti tenzora napona u pravcu ose x	21
4.3	Raspodela napona u potpovršinskom sloju u ravni xy ($\mu = 0$)	21
4.4	Raspodela napona u potpovršinskom sloju u ravni xy : a) $\mu = 0,15$, b) $\mu = 0,30$	21
4.5	Teorijska raspodela pritiska u sloju maziva	22
4.6	Stvarna raspodela pritiska u sloju maziva	22
4.7	Promena poluprečnika dodirnih cilindara pri sprezanju evolventnih profila	23
4.8	Oštećenja zubaca zupčanika	26
4.9	Smerovi kotrljanja (R) i sile trenja ($F_{\mu i}$) na profilima istovremeno spregnutih zubaca: a) trenutak ulaska u spregu, b) trenutak izlaska iz sprege	27
4.10	Piting oštećenje na boku zupca [89]	29
4.11	Mikropiting na bokovima zubaca: a) makroizgled [91], b) uvećanje $500\times$, sa prikazanim smerovima kotrljanja i sile trenja [89]	30
4.12	Inicijacija i razvoj pitinga	31
4.13	a) Oštećenja usled habanja na boku zupca [89], b) šematski prikaz	31
4.14	Skafing na boku zupca [89]	33
5.1	Kinematski model sprezanja cilindričnog zupčastog para	37
5.2	Raspodela stvarnog i srednjeg linijskog opterećenja	38

5.3 Stvarna i idealno ravnomerna raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca cilindričnih zupčastih parova sa: a) pravim zupcima, b) kosim zupcima	39
5.4 Zakon promene a) zbirne dužine trenutnih linija dodira i b) faktora raspodele opterećenja cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima kada je $\varepsilon_\alpha=1,60$	40
5.5 Zakon promene a) zbirne dužine trenutnih linija dodira i b) faktora raspodele opterećenja cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima kada je $\varepsilon_\alpha=2,40$	40
5.6 Polje sprezanja cilindričnog zupčastog para sa kosim zupcima	40
5.7 Tok promene dužine jedne linije dodira cilindričnih zupčanika sa kosim zupcima	41
5.8 Zakon promene a) zbirne dužine trenutnih linija dodira i b) faktora raspodele opterećenja cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima kada je $\varepsilon_\alpha=1,60$ i $\varepsilon_\beta=0,30$	41
5.9 Zakon promene a) zbirne dužine trenutnih linija dodira i b) faktora raspodele opterećenja cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima kada je $\varepsilon_\alpha=2,40$ i $\varepsilon_\beta=0,30$	41
5.10 Promena dužine i položaja maksimalne trenutne linije dodira cilindričnih zupčanika sa kosim zupcima: a) $\varepsilon_\alpha > \varepsilon_\beta$, b) $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta$, c) $\varepsilon_\alpha < \varepsilon_\beta$	42
5.11 Maksimalna zbirna dužina trenutnih linija dodira u polju sprezanja za $\varepsilon_\alpha=1,60$ i $\varepsilon_\beta=0,90$	43
5.12 Minimalna zbirna dužina trenutnih linija dodira u polju sprezanja za $\varepsilon_\alpha=1,60$ i $\varepsilon_\beta=0,90$	44
5.13 Pregled graničnih analitičkih izraza faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca u uslovima teorijske, idealno ravnomerne raspodele opterećenja	46
5.14 Zakon promene zbirne dužine trenutnih linija dodira cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima kada je: a) $\varepsilon_\alpha=1,60$ i $\varepsilon_\beta=1,00$ i b) $\varepsilon_\alpha=2,00$ i $\varepsilon_\beta=0,30$	47
5.15 Zakon promene zbirne dužine trenutnih linija dodira cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima kada je: a) $\varepsilon_\alpha=1,70$ i $\varepsilon_\beta=0,30$ i b) $\varepsilon_\alpha=2,20$ i $\varepsilon_\beta=0,20$	47
5.16 Konturni dijagrami: a) maksimalnih i b) minimalnih graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca	48
5.17 Odnos minimalnih i maksimalnih graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca - konturni dijagram	49
5.18 Odnos minimalnih i maksimalnih graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca - 3D dijagram	49
5.19 Granične vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca u zavisnosti od stepena sprezanja bočnih linija zubaca za: a) $\varepsilon_\alpha=1,50$ i b) $\varepsilon_\alpha=1,80$	50

5.20 Granične vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca u zavisnosti od stepena sprezanja bočnih linija zubaca za:	
a) $\varepsilon_\alpha = 2,10$ i b) $\varepsilon_\alpha = 2,30$	51
5.21 Odnos maksimalnog teorijskog faktora raspodele opterećenja i konvencionalnog faktora stepena sprezanja: a) $1 < \varepsilon_\alpha \leq 2$ i b) $2 < \varepsilon_\alpha < 3$	53
5.22 Faktor raspodele opterećenja i faktor stepena sprezanja cilindričnog zupčastog para sa pravim zupcima	54
5.23 Diskretizovane vrednosti faktora raspodele opterećenja $K_{\alpha\max}$	55
5.24 Uporedni konturni dijagrami: a) $\frac{\text{ISO}Z_\varepsilon^2}{K_{\alpha\max}}$, b) $\frac{Z_\varepsilon^2}{K_{\alpha\max}}$, c) $\frac{Z_\varepsilon^{2*}}{K_{\alpha\max}}$	57
5.25 Funkcija gustine raspodele relativne greške analiziranih približnih modela . .	59
5.26 Mehanički model sprezanja dva zupca sa poluprečnicima dodira	60
5.27 Uticaj dužine korisne dodirnice na vrednost faktora Z_{ρ_i}	61
5.28 a) Kvalitativni uticaj ugla profila i zbiru koeficijenata pomeranja profila na dužinu korisne dodirnice, b) različiti položaji aktivne dodirnice u odnosu na korisnu dodirnicu	62
5.29 Kvalitativni uticaj ugla profila i zbiru koeficijenata pomeranja profila na dužinu aktivne dodirnice	62
5.30 Faktor iskorišćenja korisne dodirnice	62
5.31 Karakteristične tačke dodira: a) polazni model, b) položaj na profilima zubaca pogonskog i gonjenog zupčanika	64
5.32 Položaji karakterističnih tačaka dodira na dodirnici profila za slučaj jednostrukih i dvostrukih sprege	65
5.33 Položaji karakterističnih tačaka dodira na dodirnici profila za slučaj dvostrukih i trostrukih sprege	67
5.34 Uticaj ugla profila i koeficijenta pomeranja profila na oblik profila zupca zupčanika sa brojem zubaca $z_1 = 39$	69
5.35 Istovremeni uticaj faktora raspodele opterećenja i oblika profila na nosivost bokova za $z_1 = 39$ i kinematski prenosni odnos $u = 1$	70
5.36 Specifično klizanje profila zubaca za slučaj $\alpha = 15^\circ$, $x_1 = -0,3$ i $u = 2$	75
5.37 Istovremeni uticaj faktora raspodele opterećenja i oblika profila na nosivost bokova za $z_1 = 39$ i kinematski prenosni odnos $u = 2$	76
5.38 Intervali raspodele proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ u uslovima graničnih raspodela opterećenja	78
5.39 Numerički model konačnih elemenata za istovremeno spregnuti par zubaca: $z_1 = 39$, $\alpha = 25^\circ$, $u = 2$, $x_1 = x_2 = 0$, $m = 5$ mm	80
5.40 Definisanje pravca dodirnice, graničnih uslova i opterećenja u vidu sile za istovremeno spregnuti par zubaca: $z_1 = 39$, $\alpha = 25^\circ$, $u = 1$, $x_1 = x_2 = 0$, $m = 5$ mm	81
5.41 Uporedni dijagram kontaktnog napona na bokovima zubaca za slučaj $u = 1$.	82

5.42 Položaj istovremeno spregnutih zubaca i opterećenja u vidu sile F_n u odnosu na globalni koordinatni sistem	83
5.43 Uporedni dijagram kontaktnog napona na bokovima zubaca za slučaj $u = 2$	83
 6.1 Tribometar TPD 95: a) šematski prikaz principa rada, b) realan izgled uređaja za vreme ispitivanja	86
6.2 Merenje površinske hrapavosti metodom kontaktne profilometrije	87
6.3 Različiti profili kontaktnih površina i parametri Ra i Rsk	89
6.4 Tribološki par: disk i blok	90
6.5 Makroizgled traga habanja nakon ispitivanja	91
6.6 Određivanje pohabane zapremine: a) merenje širine traga habanja, b) geometrijske veličine	92
6.7 Polazno stanje hrapavosti kontaktnih površina	93
6.8 Promene površinske hrapavosti nakon perioda uhodavanja i perioda rada: a) parametar Ra , b) parametar Rsk	94
6.9 Mikroprofili kontaktnih površina	95
6.10 Promene mikrotvrdoće kontaktnih površina nakon perioda uhodavanja i nakon perioda rada	96
6.11 Otisak utiskivača pri merenju mikrotvrdoće Knoop metodom	97
6.12 Prelazna zona uzorka A nakon perioda uhodavanja: a) uvećanje $100\times$, b) uvećanje $500\times$	98
6.13 Uočeno adheziono habanje sa pojmom prenosa spregnutog materijala na tragovima habanja kontaktnih površina	99
6.14 Intenzitet habanja uzorka nakon perioda uhodavanja i nakon perioda rada	99
6.15 Promene koeficijenta trenja tokom vremena: a) period uhodavanja, b) period rada	100
6.16 Ustaljene vrednosti koeficijenta trenja	101
6.17 Šematski prikaz uređaja za ispitivanje sa zatvorenim kolom snage	103
6.18 Praćenje promene temperature tokom vremena: a) položaj mernih mesta sa nivoom maziva, b) stvarni izgled sklopa	105
6.19 Merenje mase ispitivanih zupčanika	105
6.20 Merenje površinske hrapavosti ispitivanih zupčanika: a) duž izvodnice zupca, b) duž evolventnog profila	106
6.21 Režim ispitivanja na uređaju sa zatvorenim kolom snage	107
6.22 Uredaj sa zatvorenim kolom snage opterećen obrtnim momentom intenziteta: a) 35 Nm, b) 221 Nm	107
6.23 Tok promene kontaktnog napona duž dodirnice profila zubaca: a) zupčanici iz grupe A, b) zupčanici iz grupe B	108

6.24 Promene porvršinske hrapavosti ispitivanih zupčanika: a) zupčanici iz grupe A, b) zupčanici iz grupe B	109
6.25 Mikroprofili bokova zubaca nakon izrade i nakon ispitivanja	110
6.26 Pohabanost zupčastih parova	112
6.27 Pojedinačna pohabanost spregnutih zupčanika	112
6.28 Tokovi promene temperaturnih razlika ΔT_1 i ΔT_2 ispitivanih zupčastih parova	114
6.29 a) Srednje temperaturne razlike ΔT_{1m} i ΔT_{2m} , b) odnos srednjih temperaturnih razlika prirodno uhodanog uzorka A1 i ostalih uzoraka	116
6.30 Makroporikaz zubaca oštećenih pitingom	119
6.31 Uporedna analiza piting oštećenja pogonskih zupčanika iz grupe B, uvećanje $\times 50$: a) prirodno uhodavani uzorak, b) indukovano uhodavani uzorak	120
6.32 Uporedna analiza piting oštećenja gonjenih zupčanika iz grupe A, uvećanje $\times 50$: a) prirodno uhodavani uzorak, b) indukovano uhodavani uzorak	120

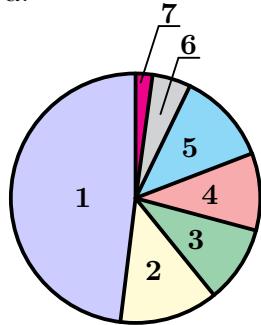
Spisak tabela

5.1	Vrednosti numerički određenih konstanti iz izraza (5.36)	55
5.2	Vrednosti numerički određenih parametara Gausove raspodele	59
5.3	Izrazi za određivanje radijusa krivine u karakterističnim tačkama dodira za slučaj jednostrukе i dvostrukе sprege	66
5.4	Izrazi za određivanje radijusa krivine u karakterističnim tačkama dodira za slučaj dvostrukе i trostrukе sprege	67
5.5	Uporedna tabela vrednosti kontaktnog napona σ_{Hi} [N/mm ²] dobijenih primenom analitičke i numeričke metode proračuna	84
6.1	Osnovne tehničke karakteristike tribometra TPD 95	86
6.2	Osnovne fizičke karakteritike upotrebljenog maziva	87
6.3	Parametri ispitivanja i oznake uzoraka	91
6.4	Porast temperature maziva u [°C]	99
6.5	Osnovne fizičke karakteritike upotrebljenog maziva (zatvoreno kolo snage) .	103
6.6	Osnovne geometrijske karakteristike ispitivanih zupčanika	104
6.7	Podaci o radnom opterećenju ispitivanih zupčanika	107
6.8	Brojevi zubaca kod kojih su prisutna okom vidljiva oštećenja u vidu pitinga .	117

Poglavlje 1

Uvod

CILINDRIČNI ZUPČASTI PAROVI su MAŠINSKI ELEMENTI koji unutar mehaničkih prenosnika snage imaju najveći domen primene u posredovanju između pogonskih i radnih mašina, Slika 1.1. Glavni razlozi za njihovu izuzetno veliku zastupljenost su visok stepen iskorišćenja, mali gabariti i izuzetno povoljan odnos mase i prenešene snage. Oni predstavljaju vitalne i nezamenljive komponente za prenos i transformaciju mehaničke energije, a njihova pouzdanost i sigurnost u radu su ključni za integritet i ispravno funkcionisanje čitavih mašinskih sistema u koje se ugrađuju. Prema [1] uzrok najdužih zastoja vetrogeneratora su otkazi mehaničkih prenosnika snage, od kojih trećinu čine oštećenja cilindričnih zupčastih parova.



1. Cilindrični zupčasti parovi (48 %)
2. Konusni zupčasti parovi (12 %)
3. Pužni parovi (10 %)
4. Planetarni zupčasti parovi (10 %)
5. Lančani parovi (13 %)
6. Kaišni parovi (5 %)
7. Frikcioni parovi (2 %)

Slika 1.1: Zastupljenost mehaničkih prenosnika snage s kraja 2005. godine [2]

Zbog veoma odgovorne uloge koju poseduju u procesu prenosa i transformacije mehaničke energije, neophodno je da rad cilindričnih zupčastih parova bude praćen sa što manjim brojem otkaza. Uzroci za najveći broj otkaza cilindričnih zupčastih parova su zapreminska oštećenja podnožja i površinska oštećenja aktivnih bokova zubaca. Pogodnim konstrukcionim rešenjem, odnosno izborom odgovarajućih geometrijsko kinematskih parametara zupčanika i zupčastih parova, mogu se generisati različiti oblici profila zubaca koji pokazuju povoljnije ponašanje sa aspekta pojave zapreminskih i površinskih oštećenja. Prema [2] uzrok za otprilike 40 % otkaza zupčastih parova su površinska razaranja aktivnih bokova. Najveći broj ovih oštećenja je u direktnoj vezi sa podmazivanjem [3], stoga posebnu pažnju treba posvetiti poboljšanju triboloških uslova u kojima zupčasti parovi rade. Neželjeni i prevremeni otkazi zupčastih parova mogu dovesti do smanjenja efikasnosti ili neplaniranih zastoja u proizvodnji (samim tim do značajnih energetskih i ekonomskih gubitaka), ali i ugrožavanja životne sredine i ljudskih života. Iz ovog razloga je od civilizacijskog (socijalnog, društvenog) značaja neprekidan

rad na usavršavanju metoda proračuna, izrade i kontrole, termičke i završne obrade, montaže i eksploatacije zupčastih parova.

Prenošenje opterećenja sa pogonskog na gonjeni zupčanik praćeno je izuzetno rigoroznim radnim uslovima u pogledu kontaktnog napona, raspodele opterećenja, brzine klizanja i kontaktne temperature na aktivnim površinama bokova spregnutih zubaca. Potpuno pouzdana metoda za procenu nosivosti kontaktnih površina bokova zubaca još uvek nije razvijena. Za dovoljno pouzdanu procenu površinske nosivosti zubaca neophodno je što preciznije poznavati radno i kritično stanje bokova zubaca. U cilju što preciznijeg određivanja radnih i kritičnih stanja na bokovima zubaca zupčanika, kao i sagledavanja uticaja različitih parametara na radnu sposobnost bokova sprovode se detaljna analitička, numerička i eksperimentalna istraživanja. Ona imaju za cilj detaljno sagledavanje uticaja mnogobrojnih geometrijsko-kinematskih faktora kao i uslova izrade, završne mašinske i termičke obrade i eksploatacije na nosivost bokova zubaca. Međutim, usled prisustva velikog broja različitih uticajnih faktora kao i njihove međusobne povezanosti, rešavanje ovog pitanja predstavlja kompleksan problem. Usled ovoga postojeći konvencionalni modeli proračuna koji su sadržani u međunarodnim standardima i koji su našli široku praktičnu primenu još uvek odstupaju od stvarnog stanja. Iz ovog razloga razvijen je veliki broj matematičkih modela koji sa većom ili manjom tačnošću opisuju složeno naponsko stanje i prateće fenomene koji se odigravaju na kontaktnim površinama bokova zubaca zupčastih parova u procesu prenošenja opterećenja. U razvijenim modelima sagledavan je uticaj različitih parametara, kao što su: stepen sprezanja profila i bočnih linija, krutost zubaca, površinska hraptavost kontaktnih površina, tačnost izrade, tribološki uslovi koji se generišu tokom sprezanja. U cilju dobijanja zupčastih parova veće nosivosti i manje mase, zatim pouzdanijih, ekonomičnijih, energetski i ekološki efikasnijih zupčastih parova, i najmanje povećanje tačnosti postojećih modela proračuna predstavlja značajan stručni i naučni doprinos.

U teorijskom delu predmetne doktorske disertacije izvršena je detaljna analiza uticaja raspodele opterećenja i oblika profila bokova zubaca na površinsku nosivost evolventnih cilindričnih zupčastih parova. Teorijska istraživanja u okviru ove disertacije su usmerena na istraživanje uticaja geometrijsko kinematskih parametara zupčastog para na dužinu trenutnih linija dodira u polju sprezanja, raspodelu opterećenja na istovremeno spregnute zupce i na naponsko stanje na bokovima zubaca. Određeni oblici profila zubaca pokazali su bolja svojstva sa aspekta karaktera promene zbirne dužine trenutnih linija dodira u polju sprezanja tokom trajanja dodirnog perioda, manjeg intenziteta kontaktnog napona i klizanja na dodirnim površinama bokova zubaca.

U eksperimentalnom delu disertacije realizovana su laboratorijska ispitivanja sa ciljem sagledavanja uticaja procesa uhodavanja na površinsku nosivost bokova zubaca. Ispitivanja su sprovedena na tribološkim modelima-epruvetama, i realnim modelima-zupčastim parovima sa pravim zupcima. Eksperimentalna istraživanja na tribološkim modelima sprovedena su u cilju provere da li se i u kojoj meri poboljšanje površinske nosivosti novoizrađenih kontaktnih površina može ostvariti odgovarajućim procesom uhodavanja. Eksperimentalna istraživanja na realnim modelima sprovedena su u cilju utvrđivanja istovremenog uticaja oblika profila i procesa uhodavanja zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova.

1.1 Kratak pregled disertacije po poglavljima

U nastavku teksta dat je kratak pregled disertacije po poglavljima.

- **Poglavlje br. 2** sadrži detaljan pregled dostupnih naučnih radova iz oblasti raspodele opterećenja i analize uticaja oblika profila zubaca na nosivost cilindričnih zupčastih parova koji rade u uslovima jednostrukе, dvostrukе i trostrukе sprege zubaca. Dat je i kritički osvrt na postojeće konvencionalne metode proračuna u kojima su određeni uticajni faktori potpuno izgubili svoja izvorna, fizička značenja. Takođe, dat je detaljan pregled dostupnih naučnih radova iz oblasti ispitivanja procesa uhodavanja na tribološkim modelima (disk po disku, blok po disku, epruveta po disku) i na realnim mašinskim elementima (zupčasti parovi, klizni ležaji, klipni mehanizmi).
- **Poglavlje br. 3**, nakon pregleda dostupne naučne literature predstavljene u Poglavlju br. 2, ukratko opisuje predmet i cilj ove disertacije. Ovo poglavljе takođe sadrži polazne naučne hipoteze, odnosno pretpostavke koje su bile usvojene.
- **Poglavlje br. 4** sadrži teorijska razmatranja iz oblasti površinske nosivosti bokova zubaca. U ovom poglavljу definisani su kriterijumi na osnovu kojih je u disertaciji izvršena analiza uticaja oblika profila na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova, i opisani su glavni vidovi površinskog razaranja zubaca.
- **Poglavlje br. 5** predstavlja prvo od dva glavna poglavja disertacije. U ovom poglavljу analizirana je granična raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca: izrazito neravnometerna i idealno ravnometerna. Na osnovu praćenja trenutnih linija dodira u polju sprezanja definisani su egzaktni granični modeli za faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca. Ukazano je na odstupanja između egzaktnih, analitičkih modela i aproksimativnog faktora stepena sprezanja Z_ϵ , koji u konvencionalnim metodama proračuna uzima u obzir uticaj dužina trenutnih linija dodira na površinsku nosivost zubaca. Formirana su dva preciznija aproksimativna modela. Za uvedene granične raspodele opterećenja izvršena je analiza uticaja oblika profila na intenzitet kontaktnog napona u karakterističnim tačkama dodira na bokovima zubaca. Različiti oblici profila zubaca dobijeni su variranjem sledećih uticajnih veličina: ugla profila, koeficijenta pomeranja profila i broja zubaca.
- **Poglavlje br. 6** predstavlja drugo glavno poglavje disertacije. Istraživanja u okviru ovog poglavља izvršena su primenom eksperimentalnih metoda u laboratorijskim uslovima. Sva ispitivanja sprovedena su u uslovima linijskog kontakta i graničnog podmazivanja. Ispitivanja su vršena na tribološkim modelima tipa blok i disk, i realnim modelima-cilindričnim zupčanicima sa pravim zupcima. U ovom poglavljу su date informacije o laboratorijskoj opremi, upotrebljenim materijalima, uslovima ispitivanja, metodama karakterizacije. Ispitivanja triboloških modela sprovedena su u cilju analize uticaja radnih uslova uhodavanja (brzine i opterećenja) na površinsku nosivost kontaktnih površina. Pri ispitivanju realnih modela sagledan je istovremenih uticaj oblika profila i uhodavanja zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova.
- **Poglavlje br. 7** sadrži odgovarajuća zaključna razmatranja koncipirana na osnovu rezultata istraživanja sprovedenih u okviru predmetne disertacije. U ovom poglavljу su, na osnovu stečenih iskustava, date opšte smernice za buduća istraživanja u oblasti površinske nosivosti cilindričnih zupčastih parova.

Poglavlje 2

Pregled dosadašnjih istraživanja

Doktorska disertacija sastoji se iz dve glavne celine: teorijskog dela disertacije i eksperimentalnog dela disertacije. U teorijskom delu disertacije analiziran je istovremeni uticaj raspodele opterećenja i oblika profila zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova. Ova istraživanja sprovedena su u uslovima granične raspodele opterećenja zupčastih parova, kada se na aktivnom delu dodirnice smenjuju jednostruka, dvostruka i trostruka sprega zubaca. U eksperimentalnom delu disertacije izvršena su istraživanja na tribološkim modelima (disk i blok) i realnim modelima (cilindrični zupčanici sa pravim zupcima). Iz ovog razloga, poglavlje *Pregled dosadašnjih istraživanja* koje sledi u nastavku teksta, podeljeno je na dva potpoglavlja koja obuhvataju pomenute celine.

2.1 Pregled dosadašnjih istraživanja iz oblasti raspodele opterećenja i uticaja oblika profila na površinsku nosivost zubaca

Radna sposobnost zubaca cilindričnih zupčastih parova prvenstveno zavisi od njihove zapreminske i površinske čvrstoće. Naponsko stanje na bokovima i u podnožju zubaca je izrazita funkcija raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca, geometrijskih i kinematskih veličina zupčastog para, kao i stepena tačnosti izrade i montaže zupčastih parova. Uticaj ovih uslova na radnu sposobnost zubaca, u konvencionalnim (ISO) metodama proračuna, obuhvaćen je velikim brojem različitih faktora [4–6]. Međutim, potpuno pouzdana procena otpornosti protiv pojave površinskog i zapreminskog razaranja zubaca još uvek ne postoji, i praktično je nemoguće uzeti u obzir sve faktore koji utiču na procese razaranja. U cilju dobijanja što pouzdanijih informacija o radnim i kritičnim stanjima na bokovima i u podnožju zubaca, stalno se preispituju postojeći i predlažu novi, precizniji postupci proračuna uticajnih faktora [7–9]. U radu [7] teorijski i eksperimentalno je analiziran uticaj stvarne raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca, geometrijskih karakteristika zubaca i tačnosti izrade na habanje bokova zubaca. Pokazano je da znak razlike osnovnih koraka istovremeno spregnutih parova zubaca ima značajan uticaj na raspodelu opterećenja i naponsko stanje na bokovima zubaca. Saglasno tome, predložen je precizniji model (koji uzima u obzir veći broj uticajnih faktora, kao što su znak razlike osnovnih ko-

raka i položaj kinematskog pola) za analizu površinske nosivosti bokova zubaca cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima. Na osnovu rezultata eksperimentalnih istraživanja uticaja nagiba bočne linije zubaca na nosivost bokova zubaca cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima, autori su u radu [8] predložili korekciju prvobitnog izraza za empirijski faktor uticaja nagiba bočne linije Z_β koji figuriše u izrazu za radni napon na bokovima zubaca. Predloženom korekcijom je značajno promenjena priroda ovog fakora. Naime, on je u prethodnim verzijama uzimao vrednosti manje od jedinice i dovodio do smanjenja radnog napona, dok u novom predloženom obliku uzima vrednosti veće od jedinice i povećava vrednosti radnog napona na bokovima zubaca. Pomenute razlike pri velikim vrednostima ugla nagiba bočne linije zubaca iznose i preko 20 %. Pored uticaja nagiba bočne linije zupca, u ovom radu takođe je razmatran uticaj modifikacije oblika profila zubaca, a predloži korekcija određenih faktora su usvojeni i uvršteni u konvencionalni postupak proračuna nosivosti bokova zubaca ISO 6336-2 [5]. Uticaj veličine zubaca i različitih vrsta materijala za izradu zupčanika na nosivost podnožja i bokova zubaca zupčanika koji se koriste za aktuatore u oblasti robotike, automatičke, automobilske i svemirske industrije detaljno su analizirani u radu [9]. Rezultati eksperimentalnih istraživanja prikazani u [9] takođe su istakli potrebu za korigovanjem postojećih metoda proračuna nosivosti bokova zubaca. Rezultati eksperimentalnih istraživanja su ukazali na potrebu za preciznijim određivanjem faktora uticaja veličine zupca Z_X koji figuriše u izrazu za kritični napon bokova zubaca, pogotovo u oblasti malih modula, gde ostupanje od postojećih konvencionalnih modela proračuna iznosi i do 50 %. Autori rada [9] ističu potrebu za revizijom konvencionalnog postupka proračuna, jer se postojeće metode proračuna uglavnom odnose na cilindrične zupčaste parove modula od 2 do 20 mm, dok se detaljna eksperimentalna ispitivanja nosivosti sprovode nad zupčastim parovima modula od 3 do 5 mm. Sa pogoršavanjem radnih uslova i sve širim domenom primene zupčastih parova javlja se, dakle, potreba za preciznijim i detaljnijim modelima proračuna. Navedeni modeli imaju funkciju da što bolje opišu specifične fenomene koji se odvijaju na kontaktnim površinama bokova zubaca, što je jednim delom tema ove disertacije.

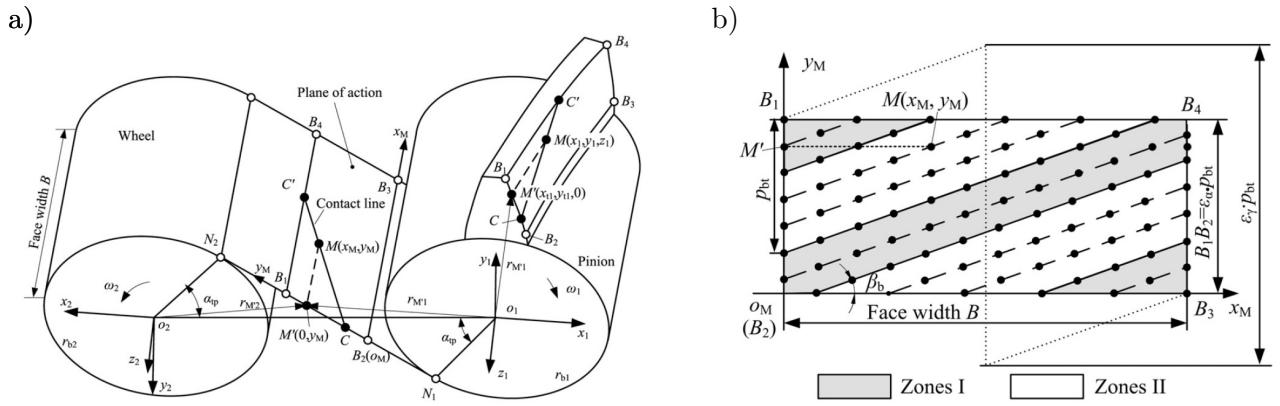
Razmatranje pomenutih fenomena kod cilindričnih zupčastih parova iziskuje poznavanje intenziteta opterećenja koje se u datom trenutku prenosi preko istovremeno spregnutih parova zubaca. Informacija o broju istovremeno angažovanih parova zubaca koji učestvuju u prenosu ukupnog opterećenja zupčastog para dobija se na osnovu vrednosti stepena sprezanja bokova. U praksi su najčešći slučajevi kada se za vreme dodirnog perioda naizmenično menjaju intervali jednog i dva spregnuta para zubaca. Međutim, usled sve rigoroznijih radnih uslova u pogledu opterećenja, brzine, vibracija, buke i temperature u kojima zupčasti parovi rade, kao i težnjom za što racionalnijim iskorišćenjem materijala i tehnologija za izradu zupčanika, sve veću primenu imaju zupčasti parovi kod kojih se naizmenično menjaju intervali dvostrukе i trostrukе sprege. Ovakvi zupčasti parovi se u literaturi nazivaju HCR zupčanici (*high contact ratio gears*) i tema su velikog broja naučnih radova [10–14]. U radu [10] prikazan je poboljšani model raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca HCR cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima. Predstavljeni model daje zadovoljavajuća rešenja čak i u uslovima neravnomerne raspodele opterećenja, međutim njegova praktična upotreba je (usled velike kompleksnosti modela) ograničena. Približna analitička metoda za određivanje vrednosti i položaja kontaktnog napona na boku zupca koji je merođavan za proveru površinske nosivosti HCR zupčanika data je u radu [11]. U ovom radu

prikazan je precizniji model raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca HCR zupčanika koji je, međutim, ograničen samo na cilindrične zupčaste parove sa pravim zupcima. Generalno, radovi [11, 15–20] španskih autora detaljno se bave problematikom raspodele opterećenja duž trenutne linije dodira i istovremeno spregnutih parova zubaca, kao i razvijanjem preciznijih metodologija za proveru površinske i zapreminske nosivosti zubaca cilindričnih zupčastih parova koji rade u uslovima jednostrukе, dvostrukе i trostrukе sprege. Ovi radovi se zasnivaju na Hercovom kontaktnom modelu dodira dva cilindra uz primenu poboljšanog modela raspodele opterećenja, respektujući kriterijum minimalnog elastičnog potencijala čime je omogućeno da se uzme u obzir promenljivost raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca duž dodirnice. Da bi se primenili razvijeni modeli neophodna je upotreba numeričkih metoda integracije radi rešavanja integrala elastične potencijalne energije. Sprovođenjem pomenutih procedura proračuna dobijaju se tačnije vrednosti napona u diskretnim tačkama i u određenim trenucima sprezanja kod standardnih i nestandardnih evolventnih profila, pa čak i podsečenih zubaca. Međutim, kako sami autori u radu [11] napominju, ovakav pristup omogućava sprovođenje detaljnih analiza nosivosti za konkretni razmatrani zupčasti par, ali otežava donošenje opštег zaključka, validnog za različite zupčaste parove. Ipak, i pored pomenutih nedostataka, ovaj model počinje da ima sve veću zastupljenost pri analizi raspodele napona i površinske nosivosti bokova zubaca.

Jedan od glavnih razloga zbog kojeg se sve više koriste cilindrični zupčasti parovi kod kojih je prisutna i trostruka sprega zubaca jeste činjenica da ovakvi parovi generišu manje buke u toku rada [13]. Osnovni bazni analitički modeli za proračun nosivosti bokova i podnožja koju si primenljivi za cilindrične zupčaste parove koji rade u uslovima trostrukе sprege dati su u radovima [14, 21]. Međutim, ono što prati njihov ubrzani razvoj i sve veću primenu jeste nedostatak detaljnih eksperimentalnih istraživanja. U radu [13] je eksperimentalno pokazano da oblik profila zubaca ima dominantan uticaj na radne karakteristike cilindričnih zupčastih parova za široke opsege brzina i opterećenja. Prikazana je primena cilindričnih zupčanika različitih oblika profila i različitih vrednosti stepena sprezanja bočnih linija radi dobijanja zupčastih parova sa manjim nivoima buke i manjom masom, uz istovremeno povećanje površinske nosivosti i pouzdanosti kod helikopterskih prenosnika snage. Pokazano je da se značajno smanjenje buke može ostvariti povećanjem stepena sprezanja bočnih linija, pogotovo u oblasti visokih brzina, što je glavni razlog variranja dužine zupca ili nagiba bočne linije zupca tokom procesa konstruisanja zupčastog para. Pored ovih modifikacija, sve češće se ispituje mogućnost primene zupčanika sa nestandardnim, modifikovanim pa čak i asimetričnim oblikom profila. Pomenute modifikacije profila se, u najvećoj meri, odnose na variranje ugla profila [22]. Međutim, mogući su i slučajevi kada se modifikacija profila vrši na neki od drugih načina kao što su: korekcija bočne linije zupca [23, 24], korekcija profila pri temenu zupca [25], korekcija pomeranjem profila zupca [26]. Sve ove korekcije su usmerene u pravcu generisanja profila zadovoljavajućih karakteristika sa aspekta zapreminske i površinske nosivosti, buke i vibracija, i triboloških uslova sprezanja.

Prenos opterećenja istovremeno spregnutih parova zubaca se, teorijski, vrši preko trenutnih linija dodira. U opštem slučaju, i broj i dužina trenutnih linija dodira u polju sprezanja se tokom dodirnog perioda menja. Ove fluktuacije otežavaju formiranje jedinstvenog modela koji uzima u obzir uticaj trenutnih linija dodira na intenzitet kontaktnog napona zubaca. Ra-

zmatranje uticaja trenutnih linija dodira na kontaktni napon bokova zubaca i način na koji se one mogu pratiti u polju sprezanja primenom numeričkih metoda, za vreme dodirnog perioda prikazan je u radu [19]. Slična analiza sprovedena je u radu [27], u kojem je proučavan uticaj stepena sprezanja zubaca na krutost istovremeno spregnutih parova zubaca. Kako je fluktuacija krutosti usko povezana sa dužinama trenutnih linija dodira u polju sprezanja [27–29], u radu [27] je dat model za izračunavanje srednje dužine, ukupne dužine i vremenski zavisne dužine trenutne linije dodira, cilindričnih zupčastih parova koji rade u uslovima jednostrukih i dvostrukih sprege zubaca. U ovoj disertaciji primenjen je sličan kinematski model sprezanja zupčastog para (Slika 2.1a) i sličan pristup praćenju trenutnih linija dodira u polju sprezanja za vreme trajanja dodirnog perioda (Slika 2.1b) kao u radu [27]. Na osnovu praćenja dužina trenutnih linija dodira u polju sprezanja za vreme trajanja dodirnog perioda, za uvedene granične raspodele opterećenja (izrazito neravnomernu i idealno ravnomernu), izvedene su odgovarajuće funkcionalne zavisnosti između zbirnih dužina trenutnih linija dodira i stepena sprezanja profila i bočnih linija, dobijene na osnovu analitičkih modela.

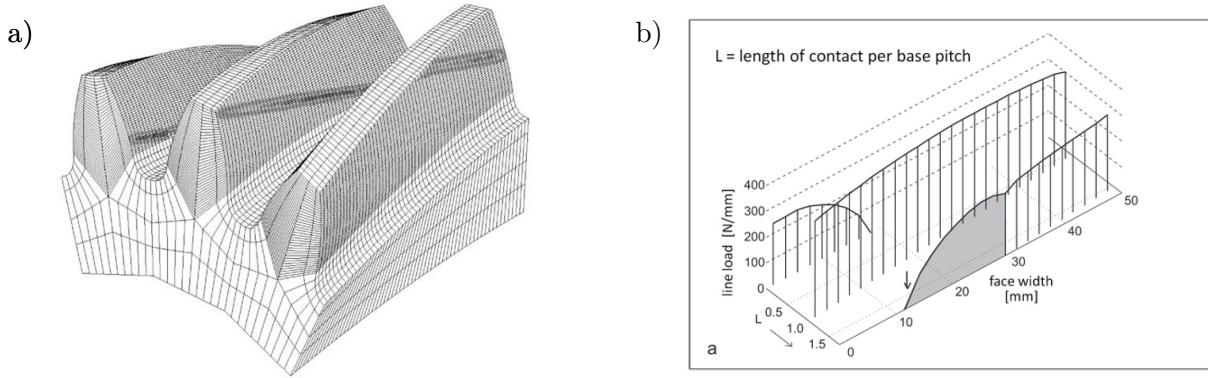


Slika 2.1: a) Kinematski model sprezanja cilindričnih zupčanika sa kosim zupcima [27],
b) trenutne linije dodira u polju sprezanja [27]

Različite vrednosti stepena sprezanja profila mogu se postići variranjem geometrijskih veličina zupčanika: ugla profila, ugla nagiba bočne linije, koeficijenta pomeranja profila i dužine zubaca [27]. Kako su u ovoj disertaciji indirektno dati izrazi za maksimalnu i minimalnu zbirnu dužinu trenutnih linija dodira za cilindrične zupčanike sa pravim i kosim zupcima, koji rade u oblasti jednostrukih, dvostrukih i trostrukih sprege zubaca, isti se mogu primeniti za analize fluktuacije krutosti za vreme trajanja dodirnog perioda, slične onima predstavljenim u [27–29].

U naučnoj literaturi se uticaj dužina trenutnih linija dodira na nosivost zubaca, dakle, uzima u obzir na osnovu analitičkih modela, ali je njihova primena uglavnom ograničena na cilindrične zupčaste parove koji rade u uslovima jednostrukih i dvostrukih sprege. Kod cilindričnih zupčastih parova koji rade u uslovima trostrukih sprege (HCR zupčanika) su ovi modeli formirani primenom numeričkih metoda, Slika 2.2. U ovoj disertaciji dat je pregled egzaktnih analitičkih modela koji obuhvataju uticaj dužina trenutnih linija dodira na površinsku nosivost zubaca, koji su primenljivi na cilindrične zupčaste parove sa pravim i kosim zupcima, koji rade u uslovima jednostrukih, dvostrukih i trostrukih sprege zubaca.

U poslednje vreme, u većini naučnih radova, autori se oslanjanju isključivo na numeričke metode koje su aproksimativnog karaktera i neretko iziskuju velike vremenske i tehničke resurse ne bi li sagledali uticaj različitih faktora na kritična i radna stanja bokova zubaca. Ovakva postavka dovele je do toga da su pojedini karakteristični faktori tako kombinovani da su, posmatrani svaki za sebe izgubili svoja prirodna fizička značenja, što onemogućava shvatanje njihove suštine i otežava dalji istraživački rad na ovom polju. Pored toga, konvencionalni postupci proračuna sadrže aproksimacije funkcionalnih zavisnosti nekih faktora i njihovih ekstremnih vrednosti, koje jesu pogodne za primenu numeričkih metoda, ali imaju znatna odstupanja od egzaktnih modela dobijenih analitičkim metodama [14, 30].



Slika 2.2: Primena numeričkih metoda u cilju određivanja:

- a) raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca [18], b) raspodele opterećenja duž trenutnih linija dodira [31]

Na primer, u konvencionalnom postupku proračuna postoje dva faktora sa istim nazivom FAKTOR STEPENA SPREZANJA. Jedan se koristi za proračun nosivosti podnožja zubaca [6] i označen je sa Y_ϵ , a drugi se primenjuje za proračun nosivosti bokova zubaca [5] i označen je sa Z_ϵ . Isti naziv je proistekao iz činjenice da približni izrazi za određivanje vrednosti ovih faktora zavise od stepena sprezanja. U radu [32] je detaljno analiziran faktor Y_ϵ . Objasnjeno je njegovo značenje, odnosno data je njegova fizikalnost, kao i postupak za određivanje egzaktnih i približnih analitičkih modela, sa odgovarajućim prepostavkama. Uticaj dužina trenutnih linija dodira na nominalni kontaktni napon bokova zubaca cilindričnih zupčastih parova obuhvaćen je faktorom stepena sprezanja Z_ϵ [5], a na merodavno opterećenje zubaca, graničnim uslovom za čeoni faktor raspodele opterećenja $K_{H\alpha}$ [4]. U cilju rasvetljavanja fizikalnosti faktora Z_ϵ i dobijanja egzaktnih analitičkih modela za njegovo određivanje, u ovoj disertaciji je detaljno analizirana granična-idealno ravnomerna raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca. Pomenuta analiza sprovedena je primenom grafo-analitičke metode praćenja trenutnih linija dodira u polju sprezanja za vreme trajanja dodirnog perioda, a rezultati analize objavljeni su u naučnom članku [33]. Pored ovoga, na osnovu formiranih teorijskih modela raspodela opterećenja detaljno je sagledan uticaj oblika profila na površinsku nosivost bokova zubaca. Generisanje različitih oblika profila je izvršeno variranjem najuticajnijih geometrijsko kinematskih parametara zupčanika zupčastog para: ugla profila, koeficijenta pomeranja profila i broja zubaca.

2.2 Pregled dosadašnjih istraživanja u oblasti uhodavanja kontaktnih površina

UHODAVANJE (razrađivanje) je kompleksan proces koji se sastoji iz triboloških, metalurških, mehaničkih i fizičkih promena koje se generišu na površinskim i u potpovršinskim slojevima materijala spregnutih kontaktnih površina. Jedno od prvih pominjanja uhodavanja (na engleskom jeziku: *running-in*, *wearing-in* ili *breaking-in*) u naučnoj literaturi datira u 1933. godinu i rad čuvenih naučnika J. E. Abbott-a i F. A. Firestona-a [34]. U ovom radu dato je sledeće objašnjenje:

“Ukoliko se dve novoizrađene površine spregnu tj. dovedu u kontakt, one se dodiruju samo preko vrhova najizraženijih neravnina, što dovodi do toga da je stvarna površina dodira veoma mala. Ukoliko se kontaktne površine uhodaju pod dejstvom opterećenja, ili na neki drugi način prilagode jedna drugoj, najizraženiji vrhovi neravnina se postepeno uklanjaju, a stvarna površina dodira se povećava. U inicijalnom periodu rada habanje je veoma izraženo, ali se sa porastom stvarne površine dodira ono smanjuje.”

Autori su u pomenutom radu takođe definisali krivu nošenja, odnosno *Abbott-Firestone* krivu, i ukazali na prednosti korišćenja profilometrije (odnosno profilografije, kako je nazvana u radu) kao osnovne metode za geometrijsku specifikaciju površina. Profilometrijska metoda karakterizacije kontaktnih površina primenjena je u eksperimentalnom delu ove disertacije.

Uhodavanje je neizbežan fenomen koji se odvija u inicijalnom, početnom periodu rada (prema [35] proces uhodavanja je završen posle svega nekoliko ciklusa opterećivanja) novoizrađenih, nepohabanih površina koje su u relativnom kretanju, i može imati presudan uticaj na njihovo ponašanje u kasnijem periodu rada [36]. Potpuno razdvajanje kontaktnih površina mašinskih sklopova tokom njihovog relativnog kretanja je, usled praktičnih ograničenja, veoma teško ostvarivo. Iz ovog razloga je neposredan dodir najizraženijih vrhova neravnina spregnutih površina neminovan. Na lokalnim mestima, na kojima se odvija ovaj dodir generišu se kontaktni naponi visokog intenziteta. Saglasno ovome, dolazi do porasta temperature, usled povećanog otpora kretanju kontaktnih površina, tj. trenja. Gradijent porasta temperature najveći je u inicijalnom periodu rada, da bi sa vremenom polako opadao do konačnog ustaljivanja. Kada tok promene temperature dostigne ustaljen karakter, smatra se da je uhodavanje kompletirano [37]. Opisani porast temperature ukazuje na intenzivne procese koji se odvijaju na kontaktnim površinama tokom procesa uhodavanja, od kojih su najdominantniji smicanje i plastično deformisanje najizraženijih vrhova neravnina. U zavisnosti od radnih uslova, menja se udeo ova dva mehanizma u procesu modifikovanja kontaktnih površina. Najuticajniji radni uslovi koji definišu u kojoj meri će se na kontaktnim površinama odvijati plastično deformisanje ili smicanje vrhova neravnina su: radno opterećenje, brzina, polazna hrapavost, vrsta kretanja (klizanje, kotrljanje ili istovremeno klizanje i kotrljanje), režim podmazivanja. Smaknuti vrhovi najizraženijih neravnina formiraju produkte habanja čiji su oblik, morfologija i količina takođe pod uticajem pomenutih radnih uslova [38]. Pomenuti mehanizmi modifikovanja kontaktnih površina utiču na povećanje stvarne površine dodira. Saglasno ovome, smanjuje se i intenzitet kontaktnog napona. Na ovaj način proces uhoda-

vanja utiče na nosivost kontaktnih površina.

Jedan od glavnih ciljeva eksperimentalnog dela ove disertacije jeste detaljno istraživanje da li, i do koje mere, se proces uhodavanja može iskoristiti u cilju poboljšanja nosivosti kontaktnih površina bokova spregnutih zubaca. Generalno, eksperimentalna istraživanja u oblasti uhodavanja dele se na dve glavne kategorije:

- Istraživanja u kojima se ispituju pojednostavljeni modeli na različitim tipovima tribometara (disk po disku [39], valjak po disku [40], blok po disku [41]),
- Istraživanja u kojima se ispituju realni modeli, tj. konkretni mašinski elementi (bregasti mehanizmi [42], zupčasti parovi [43–45], klizni ležaji [46], klipni mehanizmi kod motora sa unutrašnjim sagorevanjem [47], zupčaste pumpe [48]).

Bez obzira o kojoj od navedene dve kategorije ispitivanja je reč, zaključci su slični i ukazuju na značajan pozitivan uticaj procesa uhodavanja na radnu sposobnost ispitivanih kontaktnih površina.

Generalno, ispitivanja na tribometrima su najčešće vezana za niže i više kinematske parove, kao što su klizni ležaji ili zupčasti parovi. Osnovni cilj ovih ispitivanja je da, na pojednostavljenim tribološkim modelima, što verodostojnije preslikaju radne uslove (materijal, brzina i opterećenje, uslovi podmazivanja, površinska hrapavost) različitih kinematskih parova [49, 50]. Na ovaj način se mogu izvršiti značajne ekonomske, ekološke i energetske uštede, jer se smanjuje obim ispitivanja složenih mašinskih elemenata. Na primer, u tribološkom istraživanju prikazanom u radu [39] upotrebljen je tribometar sa dva nezavisna pogonska motora. Ovakva postavka eksperimenta omogućila je autorima da variraju brzine ispitivanih diskova, odnosno da ostvare različite odnose brzina klizanja i kotrljanja. Na ovaj načine oni su pokušali da simuliraju dodir zubaca cilindričnog zupčastog para u različitim tačkama na dodirnici profila. U radu [40] autori uvode pojam koridora uhodavanja (*running-in corridor*). Autori analiziraju uslove pri kojima je moguće uvesti tribološki sistem u takvo energetsko stanje da se unutar njega ostvaruju ultra niske vrednosti koeficijenta trenja i intenziteta habanja. Širina ovog energetskog koridora definisana je intenzitetom opterećenja, vrstom materijala u kontaktu, sredstvom za podmazivanje, ali i inicijalnim vrednostima koeficijenta trenja. Uvođenjem razmatranih metalnih triboloških parova u koridor uhodavanja u radu [40], ostvareno je smanjenje vrednosti koeficijenta trenja od početnih 0,12 do krajnjih 0,01 za vreme trajanja ispitivanja od 30 sati.

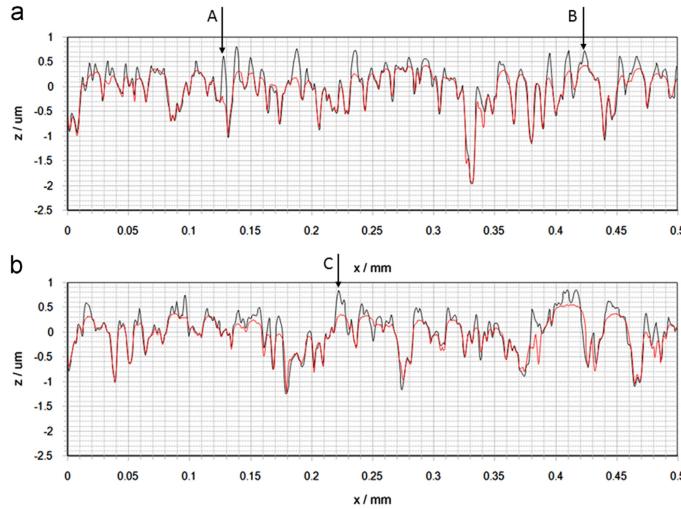
U radu [41] je eksperimentalno pokazano da tokom perioda uhodavanja dolazi do značajnog proširenja kontaktne zone između ispitivanih bloka i diska. Autori ovo proširenje kontaktne zone, odnosno povećanje stvarne površine dodira označavaju kao glavni razlog za pojavu poboljšanja triboloških osobina koje se javlja tokom uhodavanja. Uočeno je da se vreme potrebno za ustaljivanje različitih triboloških karakteristika (radne temperature i intenziteta habanja) razlikuje. Analize zakošenosti profila¹ (*skewness*) i sposobnosti zadržavanja maziva pokazale su da proces uhodavanja može transformisati polaznu kontaktну površinu u pogodnije stanje, u kojem su na površini prisutne mnogobrojna plitka udubljenja koja imaju funkciju zadržavanje maziva i zaštite površina koje su u relativnom kretanju. Takođe je

¹Detaljno objašnjene termina *zakošenost profila* dato u 6.1.1.2

pokazano da teorijska širina dodirne zone dobijena na osnovu Hercovog modela može imati značajna odstupanja u odnosu na stvarnu širinu dodirne zone. Za određene radne parametre iz [41] razlika je bila skoro četvorostruka, što se mora imati u vidu prilikom primene Hercovih obrazaca pri proračunu kontaktnog napona na bokovima zubaca. U ovoj disertaciji eksperimentalna istraživanja sprovedena na tribometru tipa blok na disku imala su za cilj da smanje obim ispitivanja nad realnim modelima (cilindričnim zupčastim parovima sa pravim zupcima) na zatvorenom kolu snage. Prilikom eksperimentalnog istraživanja na tribometru dobijene su polazne informacije koje su kasnije upotrebljene za propisivanje radnih uslova u eksperimentu na uređaju sa zatvorenim kolom snage. Početak procesa uhodavanja vezuje se za prvo puštanje u rad spregnutih, novoizrađenih kontaktnih površina. Međutim, definisanje dužine trajanja, odnosno završetka procesa uhodavanja može biti problematično. Pored toga, ono se razlikuje za različite mašinske sklopove i radne uslove. Najčešće se smatra da je proces uhodavanja završen kada se postigne stacionaran tok promene neke veličine koja je praćena tokom trajanja samog procesa uhodavanja. Radni parametri koji se mogu usvojiti kao pokazatelji završetka procesa uhodavanja su: intenzitet habanja, koeficijent trenja, temperatura kontaktnih površina ili temperatura maziva, nivo buke i vibracija. Problem koji se može javiti (kada se analizira specifičan tribološki par) je takav da se vremena potrebna za stabilizaciju različitih parametara ne moraju nužno poklapati [51]. Međutim, ono oko čega se većina autora u nabrojanim naučnim člancima slaže jeste činjenica da je period uhodavanja gotovo uvek mnogostruko manji od predviđenog (očekivanog) perioda rada posmatranih kontaktnih površina [52, 53].

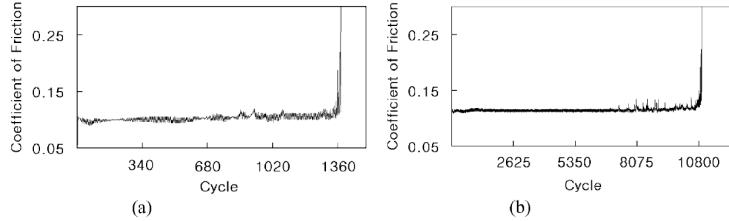
Jedan od najčešće korišćenih indikatora za završetak procesa uhodavanja je površinska hrapavost. Stanje hrapavosti nakon perioda uhodavanja je, pored radnih uslova kojima su kontaktne površine izložene, pod velikim uticajem polazne (inicijalne) hrapavosti [52]. Značajan uticaj inicijalne hrapavosti je izražen kako kod kontaktnih površina jednostavne geometrije (poput onih koja se ispituju na tribometrima [54]), tako i kod najodgovornijih mašinskih elemenata i sklopova, kao što su bokovi zubaca zupčanika u vazduhoplovnoj industriji [55]. Tokom procesa uhodavanja dolazi do izraženog preoblikovanja inicijalne hrapavosti kontaktnih površina usled smicanja (habanja) vrhova najizraženijih neravnina i plastičnog deformisanja, Slika 2.3. U uslovima graničnog podmazivanja dominantniji mehanizam promene hrapavosti kontaktne površine je smicanje vrhova [37, 54, 56]. S obzirom da su bokovi zubaca cilindričnih zupčanika sa finijom hrapavošću imali četvorostruko povećanje radnog veka sa aspekta površinskog zamora [55] u odnosu na one sa grubljom, poželjno je primenjivati metode kojima se može na jednostavan način poboljšati hrapavost kontaktnih površina, kao što je uhodavanje.

Pomenuta modifikacija polazne hrapavosti dovodi do promena određenih triboloških karakteristika. Ove tribološke promene dešavaju se kod većine mašinskih sklopova tokom čitavog radnog veka, ali su najizraženije u inicijalnom periodu rada. One koje se javljaju kada kontaktne površine rade u nepromenjenim radnim uslovima tokom čitavog radnog veka nazivaju se prirodne ili neindukovane. S druge strane, indukovane tribološke tranzicije su one koje se javljaju u uslovima kada se radni parametri tokom perioda uhodavanja razlikuju od onih koji će se javiti u kasnijem periodu rada [51]. Prednosti indukovanih uhodavanja odavno su prepoznate i koriste se kako bi se postigle pozitivne tribološke karakteristike bilo kod metalnih (ultra niske vrednosti koeficijenta trenja [40]) bilo kod nemetalnih [57] kontaktnih površina.



Slika 2.3: Razlika između neuhodanih (crna linija) i uhodanih (crvena linija) profila hrapavosti kontaktnih površina: a) pogonski disk, b) gonjeni disk [35]

Primenom indukovanih uhodavanja moguće je u površinskim i potpovršinskim slojevima materijala generisati pozitivne zaostale napone koji značajno smanjuju rizik od preuranjenog oštećenja kontaktnih površina [58]. U radu [58] je pokazano da su indukovane uhodane kontaktne površine ostvarile osam puta duži radni vek u poređenju sa prirodno uhodanim, Slika 2.4, sa aspekta pojave površinskog razaranja u vidu adhezionog habanja (eng. *scuffing-a*). U ovom radu, otkaz ispitivanih elemenata se manifestovao naglim porastom koeficijenta trenja.



Slika 2.4: Osmostruko produženje radnog veka uhodanih (b) u odnosu na neuhodane (a) kontaktne površine [58]

Sličan pozitivan efekat procesa uhodavanja na radni vek je primećen kod zupčastih pumpi [48], klipnih mehanizama kao i cilindričnih zupčastih parova. U pojedinim radovima o uhodavanju klipnih mehanizama kod motora sa unutrašnjim sagorevanjem se čak naglašava da proces uhodavanja može do te mere poboljšati površinsku hrapavost unutrašnjih zidova cilindara da se ista može uporediti sa onom koja se dobija skupim i zahtevnim procesom honovanja [59].

Prilikom ispitivanja cilindričnih zupčastih parova u radu [60] izvršena je analiza uticaja variranja opterećenja i temperature maziva tokom indukovanih uhodavanja cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima na zatvorenom kolu snage. Pokazano je da radno opterećenje ima dominantniji uticaj na efikasnost bokova zubaca za širok spektar brzina. U radu [61] pokazano je da kratkotrajno uhodavanje ima pozitivan uticaj na bokove zubaca cilindričnih

zupčanika proizvedene različitim postupcima izrade. Različiti postupci izrade zupčanika podrazumevaju postizanje širokog raspona inicijalnih hrapavosti bokova zubaca, od $Ra = 0,1 \mu\text{m}$ do $Ra = 1,1 \mu\text{m}$. Prema [62], u opšem mašinstvu koriste se zupčanici čije kontaktnе površine imaju površinsku hrapavost $Ra > 1,1 \mu\text{m}$. Ovo praktično znači da je proces uhodavanja primenljiv u širokom opsegu polaznih hrapavosti. Pokazano je da se, pri svim metodama izrade zupčanika, indukovanim uhodavanjem postiže značajno povećanje stvarne površine dodira. U [43] je sprovedeno eksperimentalno ispitivanje procesa uhodavanja na zatvorenom kolu snage, sa akcentom na praćenju promene površinske hrapavosti bokova tokom različitih faza eksperimenta, bez demontaže ispitivanih zupčanika. Istraživanja prezentovana u ovom radu su ukazala da srednje aritmetičko odstupanje profila Ra nije najbolji parametar pri karakterizaciji kontaktnih površina bokova zubaca cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima. Uticaj formiranja tribofilmova na bokovima zubaca tokom procesa uhodavanja na trenje i otkaze zupčanika izvršen je u radu [63]. Pokazano je da, pri izuzetno visokim kontaktnim naponima i temperaturama, tribofilmovi formirani tokom faze uhodavanja mogu pružiti i do 300 % veću otpornost prema skafingu u odnosu na kontaktne površine neuhodanih zupčanika. Eksperimentalna ispitivanja na zatvorenom kolu snage pri visokim intenzitetima kontaktog napona često se sprovode kod cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima [44]. U [44] je pokazan pozitivan uticaj indukovanih uhodavanja na površinsku nosivost honovanih zupčanika u vidu generisanja pozitivnih zaostalih napona do dubine u površinskom sloju od $10 \mu\text{m}$. U [44] varirani su opterećenje i brzina kao dva najuticajnija parametra, a pozitivan efekat uhodavanja postignut je i za površine čija je inicijalna hrapavost bila $Ra = 0,175 \mu\text{m}$. U radu [64] su se pozitivni zaostalih napona generisali do dubine od $5 \mu\text{m}$. Pozitivan uticaj uhodavanja ogledao se kroz deformaciono ojačavanje, odnosno formiranje martenzita (usled dejstva visokog kontaktog napona) koji pruža izuzetnu površinsku stabilnost i otpornost na habanje. U pomenutim radovima koji se bave eksperimentalnim istraživanjem zupčanika [22, 43, 44, 60, 61, 63, 64], nije razmatran istovremeni uticaj oblika profila i indukovanih uhodavanja zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova. U okviru eksperimentalnog dela ove disertacije analiziran je istovremeni uticaj oblika profila zubaca zupčanika sa uglom profila od 20° i 25° , i indukovanih uhodavanja kod kojeg je varirano opterećenje kao najuticajniji parametar.

Pored indukovanih uhodavanja kontaktih površina čiji su pozitivni efekti nabrojani u prethodnom delu teksta, postoji i takozvano *ometeno* uhodavanje. Ono može dovesti do preuranjenog otkaza [36]. U radu [36] autori su u eksperimentalnom ispitivanju veštački generisali geometrijske nepravilnosti u vidu uzvišenja i udubljenja na kontaktih površinama, čime su izazivali *poremećaj procesa uhodavanja*, odnosno uspostavljanja elastohidrodinamičkog podmazivanja u inicijalnom periodu rada. Ova eksperimentalna istraživanja su pokazala da geometrijske nepravilnosti koje obuhvataju svega 0,2 % od ukupne kontaktne površine mogu dovesti do ometanja procesa uhodavanja. Pri ispitivanju čeličnih i bronzanih valjaka ometano uhodavanje je prouzrokovalo smanjenje radnog veka (prekomerno habanje usled zamora kontaktih površina), čak i pri relativno niskim intenzitetima radnog opterećenja.

Poglavlje 3

Cilj disertacije

Predmet istraživanja ove doktorske disertacije je razvoj preciznijih matematičkih modela za analizu radne sposobnosti cilindričnih zupčastih parova sa aspekta površinske čvrstoće bokova zubaca i sagledavanje uticaja uslova uhodavanja na povećanje njihove površinske nosivosti. Imajući u vidu da površinska nosivost bokova zubaca primarno zavisi od oblika profila zubaca i intenziteta opterećenja koje se prenosi u disertaciji je detaljno analiziran kontaktni napon na bokovima zubaca u uslovima granične raspodele opterećenja. Granična raspodela opterećenja je analizirana posredstvom faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca. Formirani su egzaktni modeli za granične vrednosti ovog faktora izraženi preko stepena sprezanja profila i stepena sprezanja bočnih linija. Izvršena je uporedna analiza egzaktnih sa približnim modelima koji u konvencionalnim metodama proračuna uzimaju u obzir raspodelu opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca na površinsku nosivost zubaca. Predložena su dva preciznija aproksimativna modela. Analitički modeli raspodele opterećenja su potom upotrebljeni za formiranje izraza za određivanje intenziteta kontaktnog napona u karakterističnim tačkama dodira za slučaj jednostrukе, dvostrukе i trostrukе sprege. Posredstvom ovih izraza sagledan je uticaj glavnih kinematsko-geometrijskih parametara (ugao profila, koeficijent pomeranja profila i broj zubaca spregnutih zupčanika) na intenzitet kontaktnog napona u karakterističnim tačkama dodira. Analizom istovremenog uticaja raspodele opterećenja i geometrijsko-kinematskih parametara na naponsko stanje na bokovima spregnutih zubaca u disertaciji su formirani tačniji modeli za identifikaciju karakteristične tačke na boku zupca u kojoj se generiše kontaktni napon merodavan za proveru radne sposobnosti zubaca sa aspekta površinske čvrstoće. Analitički formirani modeli su verifikovani numeričkim i eksperimentalnim metodama.

U eksperimentalnom delu disertacije, izvršena je analiza uticaja uslova uhodavanja na radnu sposobnost kontaktnih površina bokova zubaca. Detaljnim sagledavanjem uticaja uslova uhodavanja na tribološke karakteristike kontaktnih površina (trenje, habanje, temperatura) definisani su optimalni uslovi uhodavanja sa aspekta brzine i radnog opterećenja, kao dva najuticajnija faktora. Eksperimentalna istraživanja na uređaju sa zatvorenim kolom snage obuhvatila su sagledavanje istovremenog uticaja oblika profila i indukovanih uhodavanja na nosivost bokova cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima. Različiti oblici profila zubaca dobijeni su variranjem ugla profila, odnosno ispitivani su zupčanici sa standardnim

uglom profila $\alpha = 20^\circ$ i zupčanici sa korigovanim profilom kod kojih je $\alpha = 25^\circ$. Indukovano uhodavanje kod eksperimentalnih ispitivanja na uređaju sa zatvorenim kolom snage podrazumevalo je variranje samo radnog opterećenja, a ne i brzine.

3.1 Polazne hipoteze

Istraživanja u okviru predložene doktorske disertacije sprovode se poštujući sledeće pretpostavke:

- U zoni kontakta spregnutih bokova zubaca vladaju samo elastične deformacije.
- Raspodela površinskog napona u zoni kontakta dve evolventne površine je simetrična u odnosu na njihovu zajedničku normalu.
- Granična, idealno ravnomerana raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca zavisi samo od geometrijskih i kinematskih veličina zupčastog para.
- Intenzitet kontaktnog napona na bokovima zubaca cilindričnih zupčastih parova je izrazita funkcija oblika profila zubaca i raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca.
- Proces uhodavanja ima izražen uticaj na radnu sposobnost kontaktnih površina.
- Smer sile trenja na bokovima spregnutih zubaca utiče na proces uhodavanja i površinsku čvrstoću bokova zubaca.

3.2 Cilj istraživanja

Ciljevi istraživanja u okviru ove doktorske disertacije su:

- Sistematisacija postojećih istraživanja u oblasti raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca, analize uticaja oblika profila na nosivost cilindričnih zupčastih parova i uhodavanja kontaktnih površina.
- Definisanje teorijske-idealno ravnomerne raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca i formiranje egzaktnih analitičkih modela za određivanje graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca.
- Uporedna analiza formiranih egzaktnih modela i približnih modela koji u konvencionalnim metodama proračuna uzimaju u obzir raspodelu opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca.
- Implementacija formiranih egzaktnih modela u postupak proračuna kontaktnog napona u cilju dobijanja pouzdanijih podataka o radnim i kritičnim stanjima na bokovima zubaca cilindričnih zupčanika.
- Analiza uticaja oblika profila na intenzitet kontaktnog napona bokova zubaca u cilju definisanja kriterijuma za određivanje tačke merodavne za proveru nosivosti bokova.
- Validacija dobijenih teorijskih rezultata eksperimentalnim i numeričkim metodama.

Uspešnom realizacijom ciljeva istraživanja primenom različitih naučnih metoda i postupaka, mogu se očekivati sledeći naučni doprinosi:

- Razjašnjavanje fenomena granične (idealno ravnomerne) raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca i njenog uticaja na nosivost bokova zubaca u uslovima jednostrukre, dvostrukre i trostrukre sprege cilindričnih zupčastih parova. Formiranje egzaktnih matematičkih modela raspodele opterećenja i analitičkih modela za sagledavanje istovremenog uticaja raspodele opterećenja i oblika profila zubaca na nosivost bokova zubaca. Definisanje egzaktnih kriterijuma za određivanje napona na boku zupca merodavnog za proveru radne sposobnosti zubaca sa aspekta površinske čvrstoće.

Implementacijom razvijenih modela u konvencionalne postupke proračuna značajno bi se povećao nivo pouzdanosti podataka o radnim i kritičnim vrednostima napona na bokovima zubaca cilindričnih zupčastih parova, čime bi se ogledao i stručni doprinos disertacije.

- Sagledavanje uticaja procesa indukovanog uhodavanja na radnu sposobnost kontaktnih površina na osnovu razvijenih matematičkih modela i sprovedenih eksperimentalnih istraživanja na tribološkim modelima (epruvetama) i realnim modelima (cilindričnim zupčastim parovima sa pravim zupcima) na uređaju sa zatvorenim kolom snage.

Poglavlje 4

Površinska nosivost bokova zubaca cilindričnih zupčastih parova

BOKOVI SPREGNUTIH ZUBACA prenoseći opterećenje u toku dodirnog perioda u uslovima klizanja i kotrljanja izloženi su različitim vidovima razaranja. Prema ISO 10825 postoji preko 20 različitih vidova razaranja bokova zubaca. Potpuno pouzdana procena otpornosti protiv površinskog razaranja još uvek ne postoji, niti se mogu uzeti u obzir svi faktori koji utiču na proces površinskog razaranja usled zamora površinskih i potpovršinskih slojeva materijala. Provera površinske nosivosti bokova zubaca može se vršiti na osnovu različitih kriterijuma kao što su: najveći kontaktni pritisak u zoni dodira, kontaktna temperatura (metoda FLASH temperature ili srednje kontaktne temperature [65–68]), minimalna debljina sloja maziva [69–72]. U ovoj disertaciji analiza nosivosti bokova zubaca izvršena je na osnovu intenziteta kontaktnog napona koji se generiše u karakterističnim tačkama dodira tokom sprezanja zubaca, u graničnim uslovima raspodele opterećenja.

4.1 Hercov model za dodir dva cilindra paralelnih osa

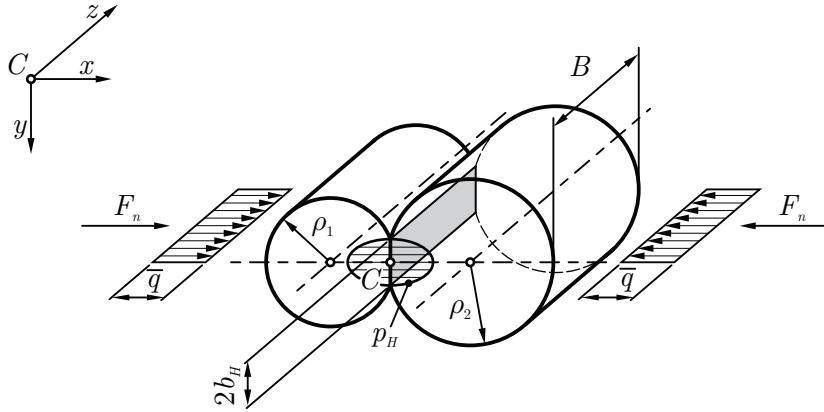
Polaznu osnovu za ovakav vid analize naponskog stanja na dodirnim površinama bokova zubaca cilindričnih evolventnih zupčanika predstavlja HERCOV MODEL ZA DODIR DVA CILINDRA, paralelnih poduznih osa, opterećena normalnom silom F_n duž zajedničke linije dodira B u stanju mirovanja, pri čemu su poluprečnici dodirnih cilindara ρ_1 i ρ_2 , Slika 4.1. Detaljan pregled razvoja polaznih Hercovih modela predstavljenih 1881. godine [73], sa prepostavkama na osnovu kojih su formirani, kao i primenom na dodir zakriviljenih površina dat je u [74].

Duž zajedničke linije dodira B , usled elastičnih svojstava materijala, kontakne površine dodirnih cilindara se deformišu, pa se dodir spregnutih delova ostvaruje preko površine koja teorijski ima oblik uskog pravougaonika širine $2b_H$ i dužine B . Raspodela kontaktnog pritiska na ovoj površini ima oblik eliptičnog polucilindra.

Prema ovom modelu, najveći površinski pritisak p_H generiše se u tačkama koje pripadaju srednjoj liniji dodirne pravougaone površine, a intenzitet ovog pritiska izračunava se prema sledećem izrazu:

$$p_H = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)} \cdot \frac{F_n}{B} \cdot \frac{1}{\rho_1 \cdot \rho_2}}, \quad (4.1)$$

gde su $E_{1,2}$ i $\nu_{1,2}$ modul elastičnosti i Poasonov koeficijent materijala spregnutih cilindara, respektivno.

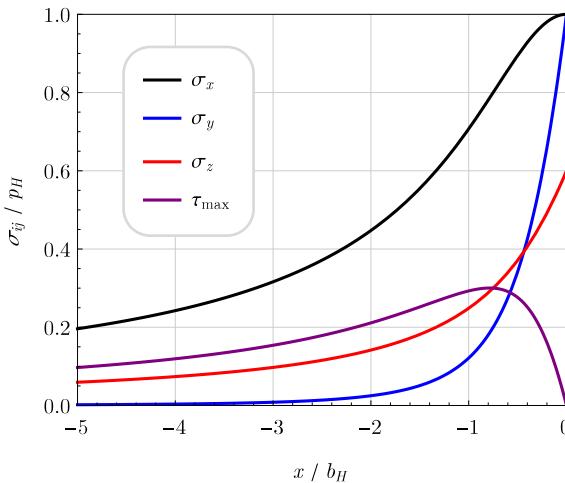


Slika 4.1: Mehanički model spregnutih bokova zubaca

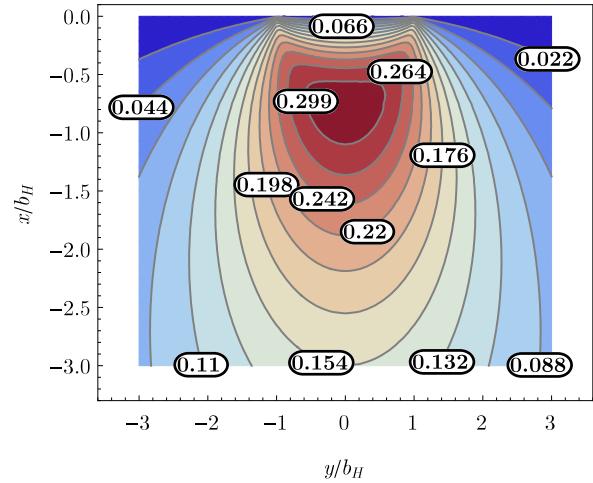
Širina Hercove zone deformisanja $2b_H$ može se izraziti u funkciji Hercovog kontaktnog pritiska [31]:

$$2b_H = 4p_H \cdot \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \cdot \frac{\rho_1 \cdot \rho_2}{\rho_1 + \rho_2}. \quad (4.2)$$

Ukoliko su poznate vrednost Hercovog pritiska p_H i širina Hercove zone $2b_H$ mogu se izračunati intenziteti komponenata tenzora napona koji su posledica dejstva opterećenja u vidu sile F_n . Tok promene glavnih komponenti tenzora napona u pravcu x ose (po dubini materijala) prikazan je dijagramom na Slici 4.2. Maksimalna vrednost smičuće komponente tenzora napona iznosi $\tau_{\max} = 0,3p_H$ i nalazi se na dubini od $0,786b_H$ u pravcu ose x . Rešavanjem jednačina za određivanje intenziteta glavnih komponenti napona može se dobiti ravanska raspodela napona u potpovršinskim slojevima materijala koji je posledica dejstva sile F_n . Konturni dijagram na Slici 4.3 predstavlja raspodelu napona u potpovršinskom sloju materijala za slučaj mirovanja dodirnih cilindara opterećenih silom F_n . Rešavanje jednačina za određivanje intenziteta komponenti napona izvršeno je numeričkim putem, primenom približnih numeričkih rešenja raspodele napona u potpovršinskom sloju materijala, datim u [75]. U slučaju dodira dva cilindra opterećena silom F_n u stanju mirovanja, raspodela napona je simetrična u odnosu na ravan xz .

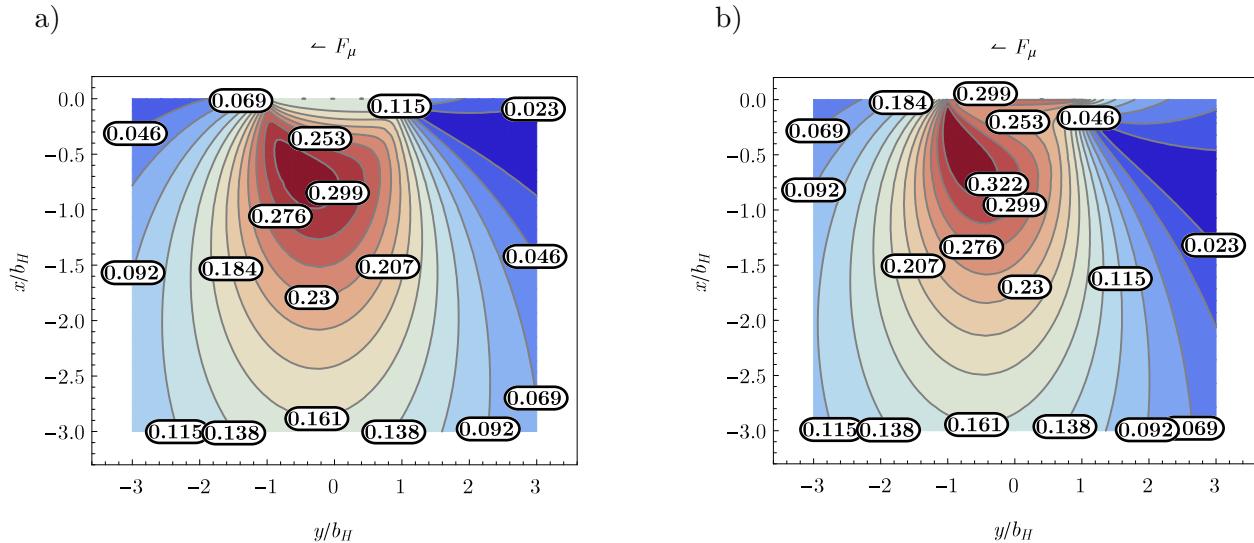


Slika 4.2: Tok promene glavnih komponenti tenzora napona u pravcu ose x



Slika 4.3: Raspodela napona u potpovršinskom sloju u ravni xy ($\mu = 0$)

Ukoliko pored normalne sile F_n postoji dejstvo još nekog spoljašnjeg opterećenja (npr. dejstvo sile trenja F_μ pri klizanju u pravcu zajedničke tangente), intenziteti glavnih komponenti tenzora napona se menjaju, kao i naponska slika u potpovršinskim slojevima materijala. U ovom razmatranom slučaju raspodela napona više nije simetrična u odnosu na ravan xz . Položaj maksimalnog napona izmešten je u pravcu dejstva sile trenja F_μ i nalazi se bliže površini kontakta. Na dijagramima sa Slike 4.4 prikazana je raspodela napona u potpovršinskim slojevima materijala za slučaj kada je koeficijent trenja¹ $\mu > 0$.



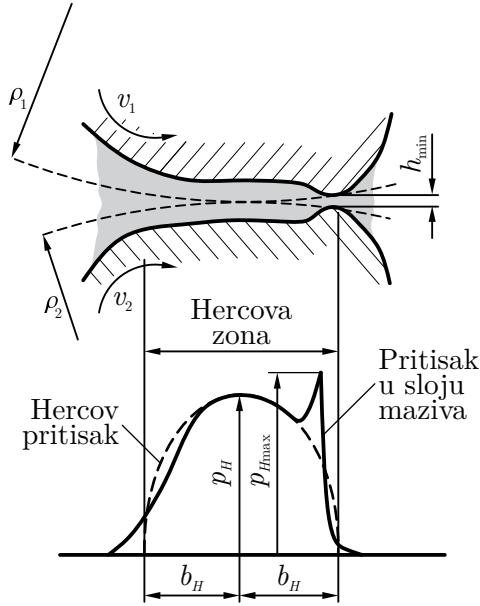
Slika 4.4: Raspodela napona u potpovršinskom sloju u ravni xy :
a) $\mu = 0,15$, b) $\mu = 0,30$

Uticaj dejstva sile trenja je takav da povećava intenzitet smičućeg napona τ_{\max} , Slika 4.2. U naučnoj literaturi [74] se vrednost koeficijenta trenja $\mu = 0,3$ usvaja kao granična. Pri vre-

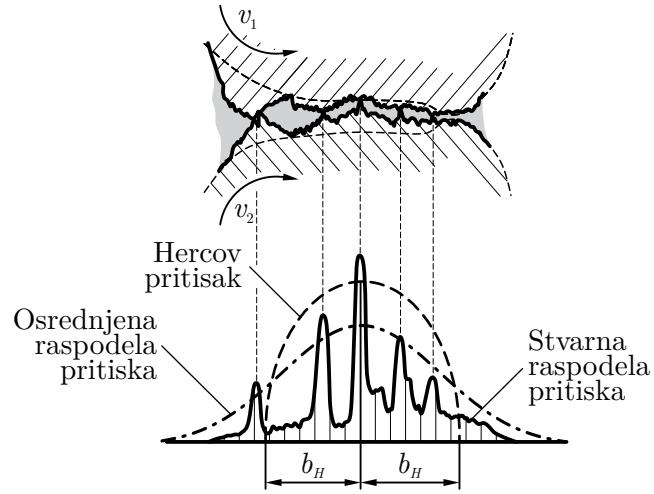
¹Prema ISO 31-0 odgovarajući termin bi bio faktor trenja jer se termin faktor koristi za odnos dve veličine koje imaju istu dimenziju.

dnostima $\mu < 0,3$ se pojava tečenja materijala usled prevelikog kontaktnog pritiska generiše u potpovršinskim slojevima metalnih materijala, Slika 4.4a. Pri vrednostima $\mu > 0,3$ tečenje materijala prisutno je na samoj kontaktnoj površini, Slika 4.4b. Iz ovih razloga je pri sprezanju zubaca zupčanika neophodno obezbediti takve tribološke uslove da se na njihovim bokovima generiše trenje što manjeg intenziteta. U nastavku disertacije je pokazano da smer i intenzitet sile trenja imaju važan uticaj pri razmatranju površinske nosivosti bokova zubaca.

U cilju smanjenja intenziteta sile trenja koja se javlja na kontaktnim površinama dva dodirna cilindra koji su u relativnom kretanju i koji su opterećeni silom F_n između ovih površina se dovodi sredstvo za podmazivanje (mazivo). Prenos opterećenja između spregnutih, podmazivanih površina ostvaruje se posredstvom tankog sloja maziva, tako da se kontaktni pritisak generiše i u samom sloju. Raspodela pritiska u sloju maziva prati raspodelu koja se javlja u stacionarnim i nepodmazivanim uslovima, Slika 4.1. Međutim, na kraju Hercove zone nastaje lokalni skok pritiska $p_{H\max}$ kao rezultat zahteva za održanjem neprekidnosti strujanja maziva, Slika 4.5. Sloj maziva je približno konstantne debljine u zoni dodira izuzev na kraju, gde nastaje lokalna redukcija i sloj maziva ima najmanju debljinu h_{\min} . Ova debljina se, u teoriji elastohidrodinamičkog podmazivanja čiji se razvoj može pronaći u [76], koristi kao jedan od kriterijuma za ocenu radne sposobnosti bokova zubaca [77]. Pokazano je da je ovaj kriterijum u dobroj korelaciji sa površinskim oštećenjima kontaktnih površina u vidu adhezionog habanja [31]. Za velika opterećenja i male do srednje brzine sloj maziva je relativno mali i može se uporediti sa veličinom lokalnih elastičnih deformacija, odnosno pomeranjima izazvanim deformacijama materijala. Zbog toga je, izuzev na izlaznom delu dodira, raspodela pritiska u sloju maziva bliska Hercovoj raspodeli, Slika 4.5.



Slika 4.5: Teorijska raspodela pritiska u sloju maziva



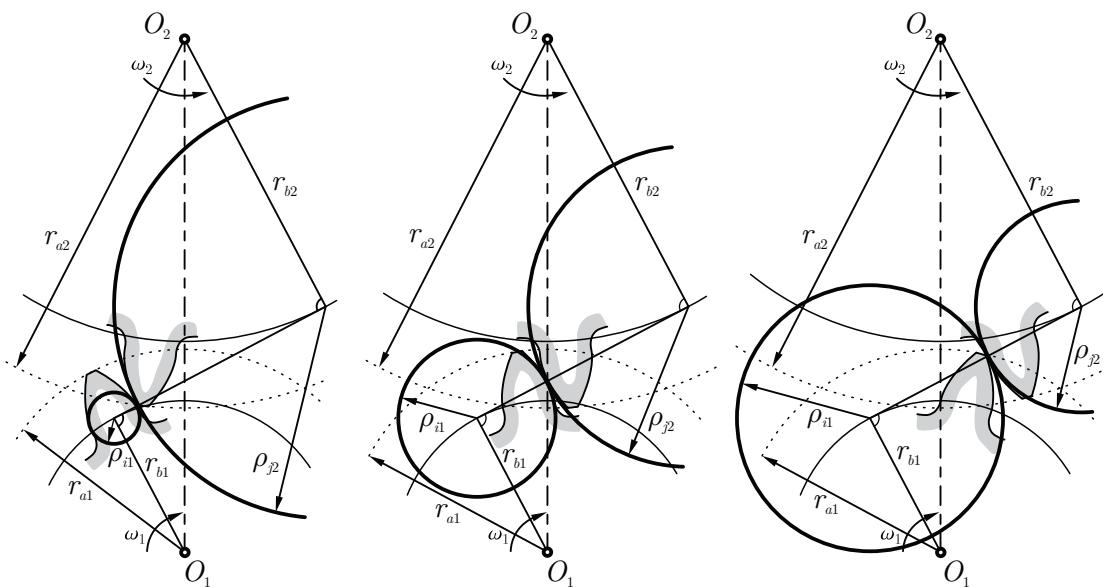
Slika 4.6: Stvarna raspodela pritiska u sloju maziva

Hercov model odnosi se na dodirne cilindre koji su idealno glatki, što u realnosti nije slučaj. Kontaktne površine se sastoje od većeg ili manjeg broja neravnina koje mogu biti različitih di-

menzija i oblika. Ove geometrijske nepravilnosti na površinama delova posledica su završne mašinske obrade, i mogu imati značajan uticaj na radnu sposobnost kontaktnih površina bokova zubaca [78–80]. Kod mešovitog podmazivanja, opterećenje se sa jedne kontaktne površine na drugu prenosi delimično preko uljnog filma, a delimično preko direktnog kontakta vrhova najizraženijih neravnina, Slika 4.6. Stvarna površina kontakta odstupa od teorijske. Usled ovoga, i stvarna raspodela kontaktnog pritiska odstupa od teorijske raspodele. Na mestima međusobnog kontakta najizraženijih vrhova neravnina javljaju se lokalni skokovi pritiska. Metodologija za potpuno pouzdanu procenu otpornosti protiv površinskog razaranja još uvek ne postoji, niti se mogu uzeti u obzir svi faktori koji utiču na proces površinskog razaranja usled zamora materijala. Nastajanje prslina i njihov razvoj u potpovršinskom sloju materijala bokova zubaca primarno zavise od intenziteta i položaja maksimalnog napona [81, 82]. Ove veličine su u direktnoj vezi sa intenzitetom maksimalnog opterećenja u zoni dodiranja. Saglasno ovome, intenzitet kontaktnog napona predstavlja osnovnu karakteristiku za ocenu površinske čvrstoće bokova zubaca.

4.2 Radni napon kontaktnih površina bokova zubaca

Predstavljeni Hercov model za dodir dva cilindra može se sa određenim korekcijama primeniti na kontakt bilo koje dve zakrivljene površine, ukoliko se poluprečnici dodirnih valjaka zamene poluprečnicima krivina posmatranih površina duž trenutne linije kontakta [74]. Prilikom analize naponskog stanja na bokovima zubaca evolventnih zupčastih parova polazi se od prepostavke da poluprečnici dodirnih cilindara ρ_1 i ρ_2 odgovaraju poluprečnicima krivina evolventnih površina u posmatranoj tački dodira ρ_{i1} i ρ_{j2} . U ovom slučaju, poluprečnici zakrivljenih površina u dodiru (a to su evolventni profili zubaca zupčanika) menjaju se u toku sprezanja. Na Slici 4.7 prikazana je promena poluprečnika dodirnih cilindara pri sprezanju evolventnih profila.



Slika 4.7: Promena poluprečnika dodirnih cilindara pri sprezanju evolventnih profila

Usled naizmenične promene broja istovremeno angažovanih parova zubaca koji učestvuju u prenošenju ukupnog opterećenja zupčastog para menja se i sila koja permanentno opterećeđuje dodirne površine spregnutih zubaca. To znači da se za potrebe određivanja vrednosti kontaktnog pritiska u nekoj proizvoljnoj tački dodira p_{Hi} (na osnovu Hercovog modela), moraju najpre odrediti poluprečnici dodirnih cilindara i opterećenje koje dejstvuje na dodirne cilindre u posmatranoj tački dodira. Saglasno ovome, najveća vrednost kontaktnog pritiska za vreme sprezanja dve evolventne površine biće izrazita funkcija intenzinteta normalne sile koja dejstvuje na dodirne cilindre i geometrije dodirnih cilindara:

$$p_{Hi} = \sqrt{\underbrace{\frac{1}{\pi \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}}_{\text{Uticaj materijala}} \cdot \underbrace{\frac{F_{ni}}{B_i}}_{\substack{\text{Uticaj opterećenja i} \\ \text{dužina trenutnih linija dodira}}} \cdot \underbrace{\frac{1}{\rho_{i1} \cdot \rho_{j2}}}_{\text{Uticaj oblika profila}}}} \quad (4.3)$$

gde je:

F_{ni} - opterećenje koje prenosi posmatrani par zubaca,

B_i - dužina trenutne linije dodira preko koje se opterećenje prenosi.

Ako se uvedu odgovarajući faktori jednačina (4.3) postaje:

$$\sigma_{Hi} = p_{Hi} = Z_E \sqrt{\frac{F_{ni}}{B_i}} \cdot Z_{\rho i}, \quad (4.4)$$

gde je:

Z_E - faktor elastičnosti spregnutih materijala:

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{\pi \left(\frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \right)}}, \quad (4.5)$$

$Z_{\rho i}$ - faktor radijusa krivine spregnutih zubaca:

$$Z_{\rho i} = \frac{\rho_{i1} + \rho_{j2}}{\rho_{i1} \cdot \rho_{j2}}. \quad (4.6)$$

Faktor radijusa krivine spregnutih zubaca $Z_{\rho i}$ zavisi od velikog broja geometrijsko-kinematskih parametara, od kojih su najdominantniji ugao profila, koeficijent pomeranja profila, modul, broj zubaca, odnosno:

$$Z_{\rho i} = f(\alpha, x, m, z, u), \quad (4.7)$$

usled čega je pogodan za primenu različitih višekriterijumske optimizacionih modela [83–85]. Mehanički model dodira bokova spregnutih zubaca u obliku dva cilindra paralelnih osa predstavlja aproksimaciju stvarnog dodira. Prema teoriji elastičnosti, napon na dodirnoj površini dva cilindra paralelnih osa razmatran je kada se oni nalaze u stanju mirovanja, a kontaktne površine su glatke i absolutno tačne po obliku i dimenzijama. Pri sprezanju

zubaca evolventnih profila nije ispunjena ni jedna od pomenutih prepostavki. Kako bi se dobio što precizniji podatak o stvarnom kontaktnom naponu na bokovima zubaca spregnutih zupčanika, polazni izraz za maksimalni kontaktni pritisak (4.1) je modifikovan korekcionim faktorima [5]:

$$\sigma_{Hi} = Z_E \sqrt{\frac{F_n \cdot K_{\alpha i}}{B_i} \cdot Z_{\rho i} \cdot K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta}}, \quad (4.8)$$

gde je:

F_n - ukupno opterećenje zupčastog para,

$K_{\alpha i}$ - faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca,

K_A - uticaj pogonske i radne mašine na kontaktni napon,

K_v - uticaj dinamičkih sila na kontaktni napon,

$K_{H\beta}$ - uticaj raspodele opterećenja duž trenutne linije dodira.

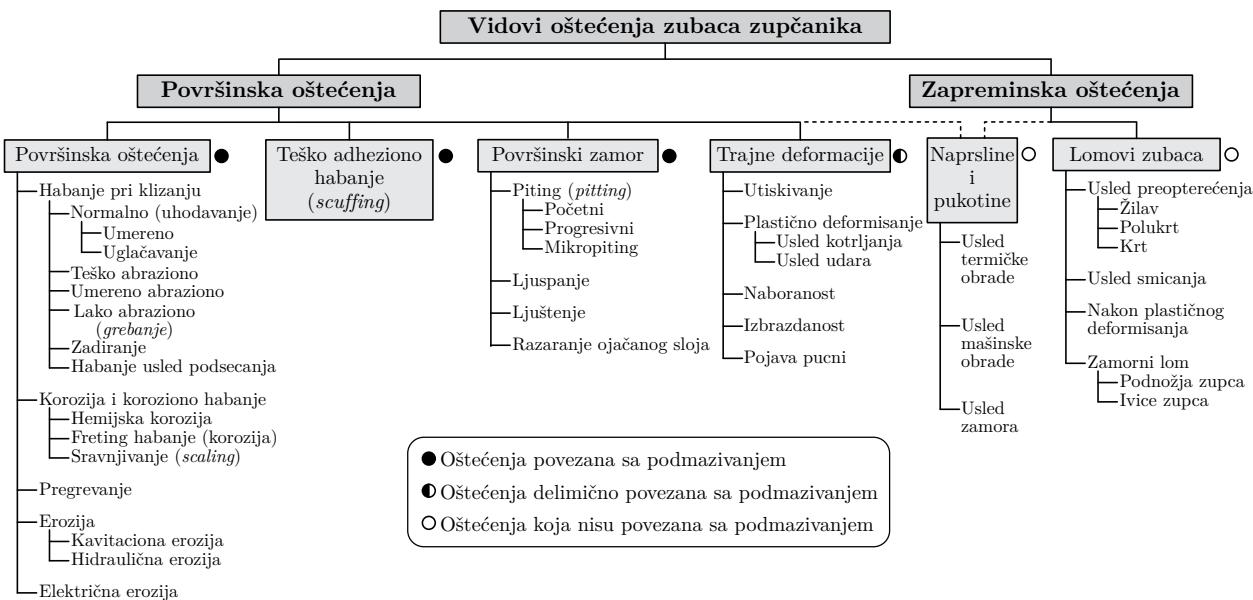
Proizvod faktora $K_A \cdot K_v \cdot K_{H\beta}$ predstavlja uticaj radnih uslova i stepena tačnosti na kontaktni napon bokova zubaca i neće biti razmatran u ovoj disertaciji. Kada se iz izraza (4.8) eliminišu veličine koje su posledica radnih uslova (vrsta pogonske i radne mašine, tačnost izrade) dobija se izraz za nominalni napon na bokovima zubaca u proizvoljnoj tački dodira spregnutih profila zubaca:

$$\sigma_{Hi} = Z_E \sqrt{\frac{F_n \cdot K_{\alpha i}}{B_i} \cdot Z_{\rho i}}. \quad (4.9)$$

U ovoj disertaciji uticaj raspodele opterećenja i oblika profila na površinsku nosivost bokova zubaca (sa aspekta kontaktnog napona), analiziran je na osnovu izraza (4.9).

4.3 Kritična stanja kontaktnih površina bokova zubaca

Da bi se izvršila procena radne sposobnosti, tj. nosivosti bokova zubaca zupčanika nije dovoljno poznavati samo radno već i kritično stanje, odnosno međusobnu udaljenost ova dva stanja. U toku predviđenog radnog veka zupčastog para ne sme se dozvoliti pojавa oštećenja u tolikoj meri da je narušeno njegovo ispravno funkcionisanje sa aspekta kontinualnosti prenošenja opterećenja, kao i generisanja prihvatljivih nivoa buke i vibracija. Kritično stanje bokova zubaca je stanje u kojem je onemogućen efikasan prenos opterećenja i kretanja sa pogonskog na gonjeni zupčanik. Formiranje prekomernih ili prevremenih oštećenja u toku predviđenog radnog veka zupčastog para može se sprečiti adekvatnim dimenzionisanjem, izborom odgovarajućeg materijala, strogom kontrolom izrade i termičke obrade, pravilnom ugradnjom i puštanjem u rad, postupkom uhodavanja, pravilnom eksploatacijom. Adekvatno dimenzionisanje podrazumeva definisanje takvih geometrijsko-kinematskih parametara (oblika profila zubaca) da su, u zadatim radnim uslovima, prisutne minimalne vrednosti radnih napona u podnožju i na bokovima zubaca. Visoke vrednosti kontaktnog pritiska na boku zupca osnovni su uzrok pojave oštećenja zubaca [86], a samim tim i otkaza zupčastih parova. Oštećenja zubaca zupčanika su mnogobrojna, a njihova osnovna podela na dve glavne kategorije ZAPREMINSKA i POVRŠINSKA (Slika 4.8) izvršena je prema [87] na osnovu lokacije pojave oštećenja.



Slika 4.8: Oštećenja zubaca zupčanika

Prema ISO nomenklaturi [87] registrovano je preko 30 različitih vidova razaranja zubaca zupčanika. Sva ova razaranja svrstana su u šest glavnih potkategorija (Slika 4.8) i mogu se potpuno (puna linija na Slici 4.8) ili delimično (isprekidana linija na Slici 4.8) povezati sa navedene dve glavne kategorije. Pored ove podele, razaranja zubaca je moguće klasifikovati u odnosu na njihovu povezanost sa uslovima podmazivanja zupčastog para, odnosno tribološkim procesima koji su prisutni tokom sprezanja zubaca [3]. Činjenica da su oštećenja zupčastih parova usko povezana sa podmazivanjem i da se mogu klasifikovati i na ovaj način, govori o značaju koje tribološki uslovi prisutni tokom sprezanja kontaktnih površina bokova zubaca imaju na intenzitet, vrstu, lokaciju i vreme pojave oštećenja.

Prema [2] zapreminska razaranja zubaca predstavljaju 60 % uzroka za otkaz zupčastih parova. Unutar ovih 60 % raspodela je sledeća:

- dinamičko razaranje podnožja zupca usled zamora (oko 33 %),
- lom podnožja usled preopterećenja (oko 20 %),
- krzanje vrhova zubaca usled nepravilne montaže i eksploracije (oko 5 %),
- ostali vidovi zapreminskog razaranja (najčešće razaranje zupčastog venca) (oko 2 %)

U ovoj disertaciji neće se razmatrati zapreminska, već površinska oštećenja zubaca cilindričnih zupčastih parova. Pod terminom površinsko oštećenje zupca misli se prvenstveno na površinsko razaranje aktivnih delova bokova (profila) zubaca koji učestvuju u prenošenju opterećenja. Unutar preostalih 40 % uzročnika za otkaz zupčastih parova, najprisutniji su sledeći:

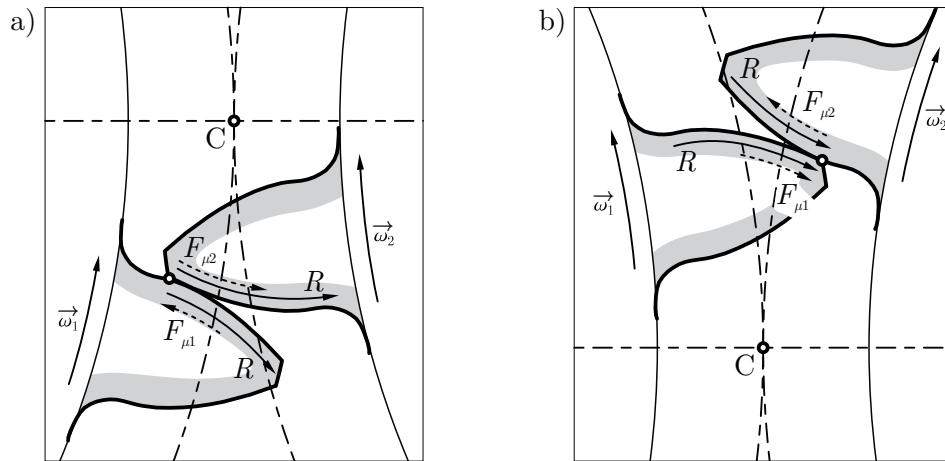
- habanje usled površinskog zamora materijala, pitinga (oko 14 %),
- adhezionalno habanje (*scuffing*) (oko 20 %),
- trajne deformacije (oko 6 %).

4.3.1 Površinski zamor kontaktnih površina

Površinska razaranja u vidu pitinga i mikropitinga direktna su posledica površinskog zamora kontaktnih površina bokova zubaca. Za kontinualno prenošenje kretanja i opterećenja sa pogonskog na gonjeni zupčanik neophodan je stalan kontakt profila spregnutih zubaca. Da bi ovaj uslov bio ispunjen neophodno je da, u svakoj tački dodira, u pravcu zajedničke normale brzine profila budu jednake. U suprotnom dolazilo bi do odvajanja spregnutih profila. Brzina klizanja bokova zubaca ima pravac tangente na profile istovremeno spregnutih zubaca u posmatranoj tački dodira. Intenzitet brzine klizanja predstavlja razliku brzina spregnutih profila u pravcu zajedničke tangente. S obzirom da je brzina klizanja proporcionalna rastojanju posmatrane tačke od kinematskog pola, njen najveći intenzitet prisutan je na temenu i podnožju zupca. Smer brzine klizanja određuje se na osnovu vektorske razlike, odnosno zbiru komponenti brzina spregnutih profila u pravcu zajedničke tangente:

$$\begin{aligned}\vec{v}_{kl1} &= \vec{v}_{t1} - \vec{v}_{t2} = \vec{v}_{t1} + (-\vec{v}_{t2}), \\ \vec{v}_{kl2} &= \vec{v}_{t2} - \vec{v}_{t1} = \vec{v}_{t2} + (-\vec{v}_{t1}).\end{aligned}\quad (4.10)$$

Na osnovu (4.10) se zaključuje da spregnuti profili imaju suprotne smerove klizanja u proizvoljnoj tački na dodirnici. Pored toga, pri prolasku kroz kinematski pol C smerovi brzina klizanja se menjaju. Saglasno ovome, menjaju se i smerovi sila trenja na profilima spregnutih zubaca. Dominantan uticaj na lokaciju pojave oštećenja usled površinskog zamora kontaktnih površina ima istovremeni uticaj smera kotrljanja R i smera sile trenja $F_{\mu i}$ [81], koji je prikazan na Slici 4.9. Na Slici 4.9a prikazan je trenutak ulaska spregnutog para zubaca, a na Slici 4.9b trenutak izlaska iz sprege.



Slika 4.9: Smerovi kotrljanja (R) i sile trenja ($F_{\mu i}$) na profilima istovremeno spregnutih zubaca: a) trenutak ulaska u spregu, b) trenutak izlaska iz sprege

Smer kotrljanja je uvek usmeren u smeru kretanja trenutne tačke dodira duž profila, odnosno suprotno od smera obrtanja posmatranog zupca. Nasuprot smeru sile trenja, koji se menja polazeći od jedne do druge krajnje tačke dodirnice profila, smer kotrljanja ostaje nepromenjen tokom trajanja dodirnog perioda. Usled ovoga, postoje određeni delovi profila na kojima se smerovi kotrljanja i sile trenja poklapaju. Ova pojava se u stručnoj i naučnoj literaturi

naziva *pozitivno klizanje*. Na delovima profila na kojima se smerovi kotrljanja i sile trenja razlikuju prisutno je *negativno klizanje* [81]. Na samom početku sprezanja do tačke kinematskog pola C negativno klizanje generiše se na nozi zupca pogonskog zupčanika. Daljim kretanjem spregnutih profila zajednička tačka dodira prolazi kroz kinematski pol, smer klizanja menja znak, pa se negativno klizanje generiše na nozi gonjenog zupčanika.

Elementarni delići kontaktnih površina kod kojih je prisutno negativno klizanje imaju tendenciju kotrljanja u jednom i zatezanja u suprotnom smeru, usled dejstva sile trenja. Kod ovakvih površina, intenzitet kontaktnog, termičkog i smičućeg napona veći je u poređenju sa površinama kod kojih je prisutno pozitivno klizanje [88]. Smatra se da je ovaj fenomen glavni razlog zbog kojeg se površinska oštećenja zubaca u vidu mikro i makro pitinga javljaju isključivo na nozi zupca bilo pogonskog bilo gonjenog zupčanika. Ustaljeno je mišljenje da je pogonski zupčanik (koji je najčešće manji) ugroženiji, jer u toku radnog veka kontaktne površine njegovih zubaca imaju veći broj ciklusa opterećivanja. Ovo je glavni razlog propisivanja nešto veće tvrdoće materijala manjeg zupčanika [81]. Međutim, u eksperimentalnom delu disertacije u okviru kojeg je vršeno ispitivanje cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima pokazano je da je noga pogonskog zupca ugroženija sa aspekta pojave površinskog razaranja. Isključivi razlog za ovu pojavu je smer sile trenja. Iako je negativno klizanje prisutno i na nozi pogonskog i na nozi gonjenog zupčanika, veća oštećenja generišu se na nozi pogonskog jer je smer sile trenja takav da u odnosu na tačku C na profilu zupca "kida" materijal. Kompleksno naponsko stanje koje je posledica negativnog klizanja je glavni razlog smanjene nosivosti pri istovremenom dejstvu kotrljanja i kotrljanja u poređenju sa „čistim“ kotrljanjem [88]. Drugim rečima, postojanje komponente klizanja na bokovima zubaca dovodi do smanjenja nosivosti njihovih kontaktnih površina.

4.3.1.1 Piting

Habanje usled površinskog zamora (piting) se na bokovima zubaca zupčanika javlja usled istovremenog kotrljanja i klizanja, u prisustvu maziva. Manifestuje se odvajanjem čestica materijala u ugroženim zonama kontaktnih površina koje, u zavisnosti od intenziteta oštećenja, mogu postati prekrivene većim ili manjim brojem jamica (eng. *pits*) različitih veličina. Ovaj vid razaranja je direktna posledica zamora površinskih slojeva materijala bokova zubaca usled naizmeničnog opterećivanja. Prema [87] razlikuju se tri vrste pitinga:

- početni,
- progresivni,
- mikropiting.

Početni piting

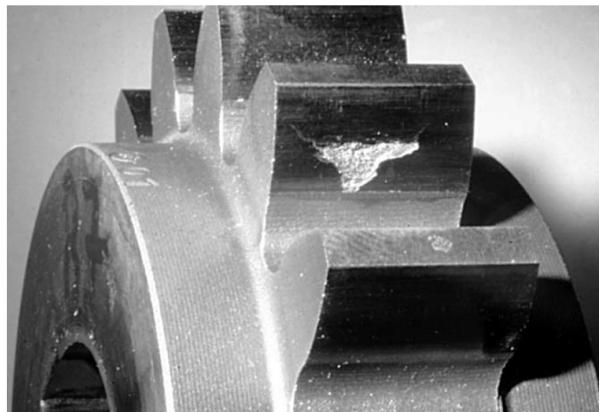
Početni piting se karakteriše pojavom malih i relativno plitkih jamica. One se obično pripisuju direktnom kontaktnu najizraženijih vrhova neravnina spregnutih bokova zubaca u inicijalnom periodu rada. Ovaj vid razaranja je prateća pojava procesa uhodavanja, odnosno odvija se sve dok je prisutno prilagođavanje površina bokova spregnutih zubaca. Prilagođavanje kontaktnih površina praćeno je uklanjanjem najizraženijih vrhova neravnina plastičnim deformisanjem ili smicanjem, čime se znatno utiče na preraspodelu opterećenja, odnosno smanjenje lokalnih kontaktnih napona, Slika 4.6. Pozitivan uticaj početnog pitinga ogleda se u

povećanju stvarne površine dodira na bokovima zubaca. Početni piting, koji nema progresivni karakter, ili je njegov razvoj zaustavljen generisanjem nekih drugih vidova razaranja (npr. habanja) na aktivnim površinama bokova zubaca je uslovno dopušten.

Progresivni piting

Progresivni piting je tip oštećenja do kojeg dolazi ako, nakon početnog perioda rada zupčastog para, ne dođe do zaustavljanja početnog pitinga. Ovaj vid razaranja teži da se razvija tokom čitavog radnog veka zupčastog para. Za razliku od početnog pitinga, koji se u određenim radnim uslovima može potpuno eliminisati, razvoj progresivnog pitinga odlikuje formiranje jamica čiji se broj tokom vremena povećava, iako radni uslovi ostaju nepromenjeni. U naizmeničnim periodima rada ovaj vid razaranja može delimično stagnirati ili imati usporeni razvoj. Dominantan uticaj na pojavu početnog i progresivnog pitinga ima intenzitet kontaktnog pritiska i složeno naponsko stanje u potpovršinskim slojevima materijala bokova zubaca [89].

Grupisanjem velikog broja sitnih jamica koje su posledica početnog, progresivnog ili mikropitinga javlja se takozvano "ljuspanje" materijala bokova (*flake piting*), što je prema ISO 10825 posebna vrsta pitinga. Šematski prikaz faza razvoja pitinga u površinskom sloju materijala prikazan je na Slici 4.12. Ljuspanje materijala podrazumeva odlamanje tankih ljuspi relativno velikih površina školjkastog oblika, Slika 4.10. Kada se ljuspe odlome za sobom ostavljaju plitke jame konstantne dubine i oblika trougla ili strelice, čiji je vrh usmeren ka podnožju zupca. Stvaranom izgledu pitinga oštećenja na boku zupca koji je prikazan Slici 4.10, odgovara uprošćeni prikaz na Slici 4.12e.

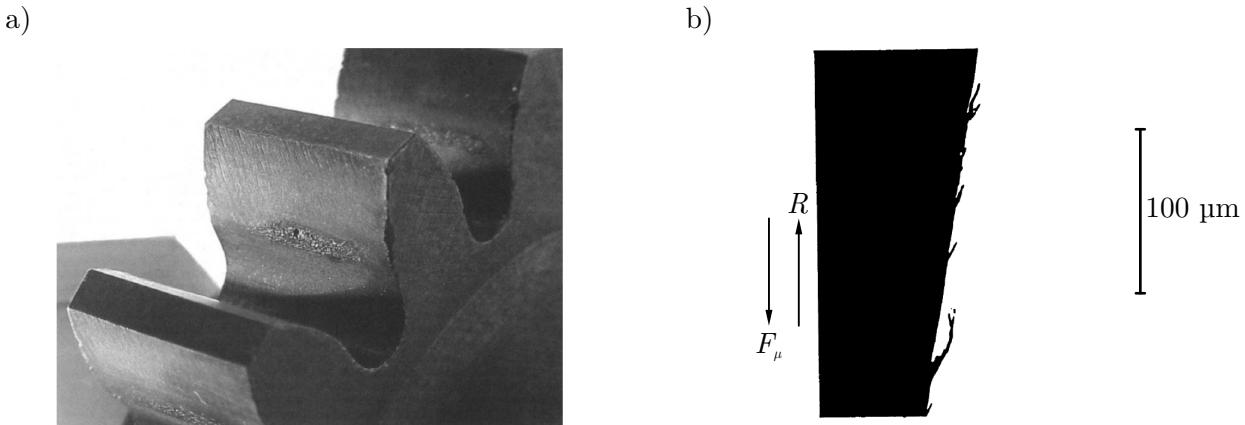


Slika 4.10: Piting oštećenje na boku zupca [89]

Mikropiting

Mikropiting, Slika 4.11a, je vrsta degradacije materijala koja se najčešće javlja na površinama bokova zubaca izloženih negativnom klizanju. Klasičan piting je fenomen na nivou makro kontakta [90], dok je mikropiting pojava na nivou geometrijskih nepravilnosti kontaktnih površina, tj. površinske hrapavosti. Generiše se u uslovima graničnog podmazivanja, kada mazivo nema dovoljnu debljinu da prenese predviđeno opterećenje. Posmatran pri velikim uvećanjima, ovaj vid razaranja ima izgled fine matirane fleke sastavljene od velikog broja gusto grupisanih mikrojamica ili mikroprsrlina, Slika 4.11b. Javlja se u tanjim slojevima nego

što je to slučaj sa progresivnim pitingom. Dominantan uticaj na pojavu mikropitinga ima relativna debljina sloja maziva, tj. odnos debljine uljnog filma i zbirne površinske hrapavosti kontaktnih površina bokova [89]. Generalno, pojava ovog vida razaranja može se delimično ili potpuno eliminisati primenom maziva povišene viskoznosti i odgovarajućeg sastava EP aditiva. Poboljšanje površinske hrapavosti procesom uhodavanja, takođe pozitivno utiče na smanjenje rizika od pojave mikropitinga. S obzirom na manju dubinu prslina u odnosu na klasičan piting, pojava ovog vida razaranja se može tolerisati do određenih granica.



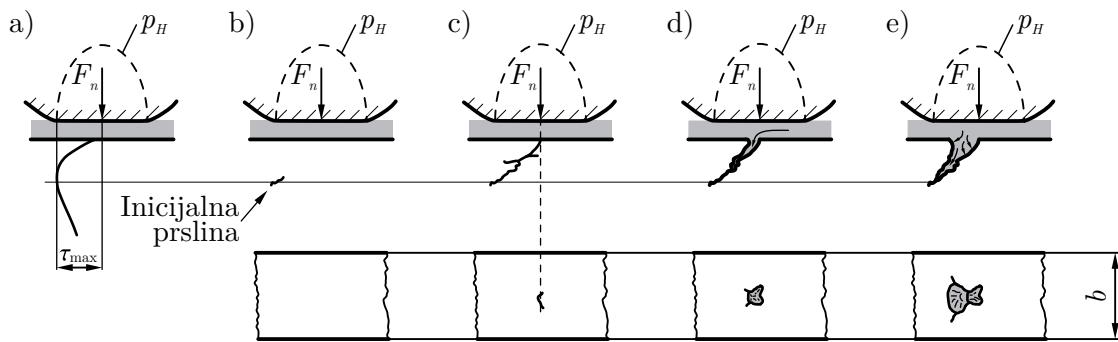
Slika 4.11: Mikropiting na bokovima zubaca: a) makroizgled [91],
b) uvećanje $500\times$, sa prikazanim smerovima kotrljanja i sile trenja [89]

Oštećenja prouzrokovana pitingom dovode do povećanog nivoa buke i vibracija [92], ali i do narušavanja zapreminske čvrstoće zubaca, jer su, nakon određene akumulirane količine oštećenja, pozicionirana tako da predstavljaju izvor koncentracije napona u podnožju zupca.

4.3.1.2 Inicijalna prslina za formiranje pitinga

U zavisnosti od intenziteta sile trenja, zamor materijala koji se javlja na kontaktnim površinama bokova zubaca može biti iniciran na samoj površini ili u potpovršinskim slojevima materijala koji su u toku rada izloženi dejstvu naizmenično promenljivog opterećenja. U delovima strukture materijala u kojima vladaju maksimalni smičući naponi generišu se lokalne plastične deformacije, dok je sama struktura na makronivou u oblasti elastičnosti. Različita svojstva plastičnosti između samih kristalnih zrna koja čine strukturu kontaktnih površina bokova su pogodno tlo za inicijaciju zamorne prsline, Slika 4.12, čija je propagacija podstaknuta naizmeničnim opterećivanjem i rasterećivanjem [82].

S obzirom da svako kristalno zrno zauzima različit položaj u strukturi materijala, pod dejstvom spoljašnjeg opterećenja, određena zrna izložena su zatežućem naponu, druga su izložena smičućem naponu, dok neka ostaju u neopterećenom stanju. Ovi unutrašnji koncentratori napona dovode do pojave inicijalne zamorne prsline u materijalu, u trenutku kada vrednost rezultujućeg napona u posmatranoj tački prevaziđe granicu elastičnosti [82]. Ovako formirana inicijalna zamorna prslina teži da se širi pod dejstvom naizmeničnog opterećivanja. Dubina na kojoj se formira inicijalna prslina u najvećem broju slučajeva odgovara dubini maksimalnih smičućih napona [21], Slika 4.12a, i nije vidljiva golim okom, Slika 4.12b. Položaj

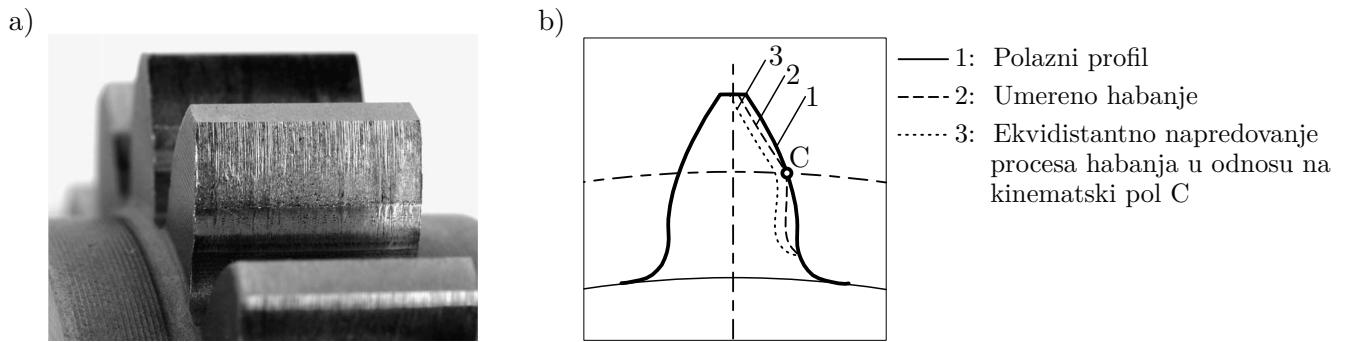


Slika 4.12: Inicijacija i razvoj pitinga

tačke maksimalnih smičućih naponu zavisi od istovremenog, dejstva kotrljanja i klizanja. To znači da se inicijalna prslina često nalazi skoro na samoj površini materijala. S obzirom na snažan uticaj trenja na intenzitet i položaj maksimalnog smičućeg naponu, treba preduzeti sve mere da se vrednost trenja smanji. Kod zupčastih parova kod kojih je debljina uljnog filma zadovoljavajuća i kod kojih je direktni metalni kontakt između najizraženijih vrhova neravnina sveden na najmanju moguću meru, inicijalna prslina se formira u dubljim slojevima materijala (vazduhoplovni i brzohodi zupčasti parovi) [93]. U ovakvim slučajevima inicijalna prslina se često formira u okolini lokalnih strukturalnih diskontinuiteta ili uključaka u materijalu, a ne na mestu maksimalnog smičućeg naponu. Kada inicijalna prslina prodre na površinu, Slika 4.12c, i dostigne određenu veličinu, Slika 4.12d, omogućeno je prodiranje sredstva za podmazivanje u nju. S obzirom na nestišljivost sredstva za podmazivanje, svaki novi ciklus opterećivanja izaziva snažan pritisak zarobljenog maziva na zidove mikoprsline, Slika 4.12d, što dovodi do njenog daljeg širenja, 4.12e.

4.3.2 Habanje pri klizanju

Habanje je opšti pojam koji obuhvata vidove razaranja usled kojih dolazi do progresivnog uklanjanja materijala sa kontaktnih površina aktivnih bokova zubaca. Adhezionalno habanje je uglavnom posledica klizanja koje se odvija na bokovima spregnutih zubaca. Saglasno ovome, najveća oštećenja usled habanja pri klizanju prisutna su na delovima profila zubaca sa izraženim klizanjem (podnožja i temena zubaca), Slika 4.14a.



Slika 4.13: a) Oštećenja usled habanja na boku zupca [89], b) šematski prikaz

Kod zupčastih parova koji rade u uslovima dobrog podmazivanja stvaraju se uslovi za elasto-

hidrodinamičko podmazivanje, odnosno za formiranje tankog uljnog filma odgovarajuće debeline između bokova zubaca spregnutih zupčanika. Uloga uljnog filma je da u što većoj meri spreči direktni kontakt najizraženijih površinskih neravnina spregnutih bokova, i ublaži posledice njihovog plastičnog deformisanja i zapreminskog razaranja. Međutim, kod zupčastih parova sa lošim uslovima podmazivanja (visoke vrednosti kontaktnog pritiska, male brzine, visoke kontaktne temperature, nedovoljna viskoznost sredstva za podmazivanje, itd.) može se pojaviti lokalni prekid uljnog filma. Ovakvi prekidi uljnog filma tokom sprezanja dovode do direktnog kontakta neravnina, koji je praćen povećanim intenzitetom habanja, ali i nivoom buke zupčastog para. Nakon dostizanja određene pohabanosti proces habanja pri klizanju napreduje ekvidistantno u odnosu na kinematski pol [31], Slika 4.14b. Prema ISO 10825 [87] na bokovima zubaca postoji nekoliko različitih vidova habanja pri klizanju od kojih su najvažniji:

- normalno (očekivano),
- umereno abraziono habanje,
- teško abraziono habanje.

Normalno (očekivano) habanje

Normalno (očekivano) habanje je vid razaranja koji se na bokovima zubaca javlja u inicijalnom periodu rada, tj. tokom procesa uhodavanja. Ovaj vid površinske modifikacije je neizbežan, ali ne mora da bude nepovoljan. Tokom prvih trenutaka rada, kontakt spregnutih bokova odvija se preko vrhova najizraženijih površinskih neravnina koje se u ovom periodu rada uglačavaju. Usled ovoga, inicijalni period rada je veoma osetljiv, a od intenziteta habanja koje se generiše tokom procesa uhodavanja u velikoj meri zavisi ponašanje površine u kasnijim periodima rada. U okviru normalnog uhodavanja mogu se razlikovati dva tipa habanja: umereno i polirajuće habanje. Umereno habanje dovodi do toga da delovi površina aktivnih bokova na kojima je prisutno najveće klizanje profila budu primetno pohabani. Oštećenja usled umerenog habanja javljaju se u okolini podnožja i temena zupca, odnosno u tačkama najviše udaljenim od kinematskog pola. Delovi kontaktne površine koji se nalaze u okolini kinematskog pola imaju izgled kontinualnih, neprekidnih celina. Polirajuće habanje je veoma spor proces habanja u kojem se najizraženiji vrhovi neravnina postepeno uklanjanju sa kontaktnih površina bokova, usled čega bokovi postaju veoma glatki, pa dolazi do poboljšanja površinske hrapavosti.

Umereno abraziono habanje

Umereno abraziono habanje predstavlja razaranje površinskih slojeva materijala aktivnih bokova usled prisustva tvrdih stranih tela (proizvodi habanja, abrazivne čestice, korodirane čestice) koji se nalaze u zahvatu zubaca. Ove čestice se utiskuju na bokove zubaca ili se u zahvat dovode sredstvom za podmazivanje. Pored abrazionog habanja, značajan vid razaranja koji standard ISO 10825 [87] nije klasifikovan u posebnu grupu je *Adheziono habanje*. Adheziono habanje je na bokovima zubaca najčešće prisutno kod zupčanika koji rade sa malim brzinama i velikim kontaktnim pritiscima. Kod ovakvih zupčastih parova, sposobnost formiranja stabilnog uljnog filma je narušena, pa se prenos opterećenja u velikoj meri odvija direktnim metalnim kontaktom. Usled ovoga, prateća pojava adhezionog habanja je plastično deformisanje praćeno velikom količinom toploće koja se generiše na mestima kontakta. Lokalno povećanje količine toploće dovodi do mikrostrukturnih promena omekšalog

materijala. U ovakvim uslovima, povećava se adheziona sposobnost materijala i dolazi do lokalnog zavarivanja. Sa nastavkom klizanja mikrozavareni delovi kontaktnih površina se otkidaju, a na boku ostaju vidljiva oštećenja. Neke od otkinutih čestica su usled mikrostrukturnih promena pretrpele značajno otvrdnjavanje i mogu biti uzrok za razvoj abrazionog habanja na bokovima. Teško adheziono habanje koje na bokovima zubaca izaziva razaranje zaštitnih oksidnih slojeva i dovodi do direktnog kontakta metala po metalu naziva se skafing (eng. *scuffing*) [93].

Teško abraziono habanje

Mehanizam razaranja usled teškog abrazionog habanja je sličan kao kod umerenog ili abrazionog habanja, ali je intenzitet razvoja mnogo izraženiji. U velikom broju slučajeva, projektovani radni vek zupčastog para ne može se ostvariti ukoliko dođe do oštećenja ovog tipa. Prisutno je značajno uklanjanje materijala zubaca usled čega dolazi do ugroženosti njihove zapreminske čvrstoće, ali i narušavanja mirnog rada zupčastog para. Povećan zazor između bokova dovodi do intenziviranja unutrašnjih dinamičkih sila, što za posledicu ima povećan nivo buke i vibracija. Progresivno uklanjanje materijala prisutno tokom habanja se u stručnoj literaturi smatra nepoželjnim, međutim pokazano je da habanje koje se generiše na bokovima zubaca tokom uhodavanja može da ima veoma pozitivan uticaj na nosivost bokova, jer dolazi do uglačavanja bokova i poboljšavanja stvarne slike nošenja [62]. S druge strane, nepoželjne posledice habanja su promena oblika profila, uklanjanje otvrdnutog površinskog sloja, povećanje unutrašnjih dinamičkih sila, a u poznim fazama razvoja i zapreminske razaranje zupca.

4.3.3 Teško adheziono habanje (skafing)

Oštećenja usled skafinga se javljaju pri težim radnim uslovima u pogledu opterećenja i brzine nego što je slučaj sa pitingom, Slika 4.14. Ovaj vid razaranja ima trenutan karakter [89], pri čemu do pojave prvih oštećenja mogu dovesti pojedinačna i kratkotrajna preopterećenja [94]. Pojava teškog adhezionog habanja objašnjava se fizičkim prekidom sloja maziva usled potiskivanja maziva u blizini ivica i duž linije dodira, i pod velikim je uticajem valovitosti kontaktne površine u pravcu upravnog na pravac klizanja [90]. Prva indikacija pojave skafinga na aktivnim bokovima zubaca je iznenadno povećanje buke i vibracija, koje je u daljem radu zupčastog para praćeno porastom temperature.



Slika 4.14: Skafing na boku zupca [89]

Oštećene klizne površine izgledaju kao da su lokalno zavarene u pojedinačnim tačkama. Na najoštećenijim delovima primetni su izraženi tragovi brazdanja i kidanja, usmereni u pravcu klizanja. Oštećenja usled skafinga se prema intenzitetu grupišu u tri kategorije: početni, blagi i izraziti skafing. Početni i blagi skafing imaju osobinu samouklanjanja, dok izraziti skafing može dovesti do zapreminskog razaranja zupca. Prateća pojava skafinga je nagli porast koeficijenta trenja na bokovima zubaca. U veoma kratkom vremenskom periodu, koeficijent trenja se može utrostručiti [95], i porasti sa uobičajenih vrednosti od 0,07 do otprilike 0,2. Da bi se izbegla oštećenja bokova usled skafinga u mazivo se dodaju hemijski aktivni EP (eng. *extreme pressure*) aditivi, i primenjuju se različite površinske termohemiske obrade (cementiranje, nitriranje, prevlake). Poseban uticaj na smanjenje rizika od pojave skafinga ima poboljšanje površinske hrapavosti [90]. Novoizrađene površine imaju veću verovatnoću razaranja usled skafinga od indukovano uhodanih. U radu [96] je pokazano da je nosivost novoizrađenih prirodno uhodavanih površina višestruko manja od površina koje su indukovano uhodane.

U prethodnom tekstu navedeni su najdominantniji tipovi površinskog razaranja bokova zubaca zupčanika. Tokom eksploracije zupčastih parova najčešća je istovremena pojava više različitih vrsti razaranja [86]. Svaki konstruktor treba da teži da se pojava ovih oštećenja spreči (ukoliko je to moguće), odnosno trenutak pojave što je moguće više odloži uz usporen intenzitet razvoja. Osnovni uzročnici za pojavu prekomernog razaranja kontaktnih površina bokova su visoke vrednosti: kontaktnog pritiska, površinske hrapavosti, koeficijenta trenja, intenziteta klizanja. Uzimajući u obzir važnost koju zupčasti prenosnici imaju u procesu prenošenja i/ili transformisanja mehaničke energije, potrebno je preduzeti sve aktivnosti da se navedeni uzroci za pojavu oštećenja svedu na najmanju moguću meru. U nastavku teksta biće pokazano na koji način se, preko izbora geometrijsko-kinematskih veličina zupčastog para, odnosno oblika profila zubaca može uticati na naponsko stanje i intenzitet površinskog pritiska na boku zupca. Na ovaj način se može uticati na poboljšanje nosivosti bokova sa aspekta površinskog razaranja. Takođe, biće analiziran uticaj uhodavanja kontaktnih površina na poboljšanje površinske hrapavosti i smanjenje koeficijenta trenja. Preko zajedničkog, istovremenog uticaja oblika profila i procesa uhodavanja može se značajno poboljšati površinska nosivost bokova zubaca cilindričnih zupčanika.

Na osnovu izloženog materijala mogu se oformiti opšte smernice za poboljšanje površinske nosivosti bokova zubaca zupčanika:

- formiranje profila zubaca kod kojih se pri sprezanju generišu što manje vrednosti kontaktnog napona,
- formiranje profila zubaca kod kojih je smanjena udaljenost krajnjih tačaka dodira od kinematskog pola, u cilju smanjenja udela klizanja,
- propisivanje radnih uslova koji će na kraju procesa indukovanih uhodavanja proizvesti kontaktne površine manje hrapavosti,
- propisivanje radnih uslova indukovanih uhodavanja čiji će uticaj dovesti do smanjenih vrednosti koeficijenta trenja na kontaktnim površinama bokova zubaca u kasnijem periodu rada zupčastog para.

Poglavlje 5

Uticaj raspodele opterećenja i oblika profila zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova

RASPODELA OPTEREĆENJA ISTOVREMENO SPREGNUTIH PAROVA ZUBACA podrazumeva određivanje udela opterećenja koji posmatrani par zubaca prenosi u odnosu na ukupno opterećenje zupčastog para. Poznavanje raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca je preduslov za precizno analiziranje svih važnih fenomena cilindričnih zupčastih parova kao što su: nosivost podnožja [97] i bokova zubaca [7], krutost [98], efikasnost, trenje i habanje [99, 100].

5.1 Uticaj granične raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova

U stvarnim radnim uslovima raspodela opterećenja zavisi od velikog broja uticajnih faktora, kao što su: stepen tačnosti izrade i ugradnje zupčanika zupčastog para i oslonaca, elastične deformacije zubaca odnosno krutost zubaca i tela zupčanika, intenzitet opterećenja koje se prenosi, itd. Određivanje stvarne raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca je veoma kompleksno i najčešće podrazumeva primenu zahtevnih analitičkih, numeričkih i eksperimentalnih metoda. Stvarna raspodela opterećenja nalazi se između graničnih (konturnih) raspodela opterećenja:

- Izrazito neravnomjerne raspodele opterećenja i,
- Idealno ravnomerne (teorijske) raspodele opterećenja.

Prvi korak pri analizi stvarne raspodele opterećenja predstavlja definisanje navedenih graničnih (konturnih) raspodela. Teorijska raspodela opterećenja se može analizirati posredstvom FAKTORA RASPODELE OPTEREĆENJA NA ISTOVREMENO SPREGNUTE PAROVE ZUBACA koji je definisan u [14], a u nastavku disertacije upotrebljen za analizu uticaja oblika profila na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova.

5.1.1 Faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca

Da bi se obezbedilo kontinualno prenošenje opterećenja i kretanja sa jednog zupčanika na drugi potrebno je obezbediti da, pre izlaska iz sprege jednog para zubaca, drugi par zubaca uđe u proces sprezanja. Ovo granično stanje se obezbeđuje kinematskim uslovom da je stepen sprezanja bokova ε_γ veći od broja jedan:

$$\varepsilon_\gamma > 1, \quad (5.1)$$

odnosno da je zbir stepena sprezanja profila ε_α i stepena sprezanja bočnih linija ε_β veći od broja jedan:

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta > 1. \quad (5.2)$$

Vrednosti ε_α i ε_β su izrazita funkcija geometrijsko-kinematskih parametara zupčanika zupčastog para:

$$(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta) = f(\alpha, x, m, z, \beta, b). \quad (5.3)$$

Na osnovu vrednosti stepena sprezanja bokova ε_γ može se sagledati broj istovremeno spregnutih parova zubaca koji učestvuje u prenošenju opterećenja zupčastog para.

Ako se pretpostavi da se ukupno opterećenje zupčastog para F , prenosi preko n istovremeno spregnutih parova zubaca, može se napisati sledeća jednakost:

$$F_1 + F_2 + \dots + F_i + \dots + F_n = F, \quad (5.4)$$

gde su sa F_i ($i = 1, n$) označena opterećenja koja prenose istovremeno spregnutih parovi zubaca. Ista jednakost se može napisati u obliku:

$$\frac{F_1}{F} + \frac{F_2}{F} + \dots + \frac{F_i}{F} + \dots + \frac{F_n}{F} = 1,0. \quad (5.5)$$

Odnosom opterećenja koje prenosi posmatrani par zubaca F_i i ukupnog opterećenja zupčastog para F , definisan je faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca [14]:

$$K_{\alpha i} \stackrel{\text{def}}{=} \frac{F_i}{F}. \quad (5.6)$$

Ovaj faktor pokazuje stepen angažovanosti istovremeno spregnutih parova zubaca u prenošenju ukupnog opterećenja zupčastog para. Na osnovu izraza (5.6) sledi maksimalna vrednost fak-tora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca:

$$K_{\alpha \max} = 1,0. \quad (5.7)$$

Ovoj graničnoj vrednosti odgovara IZRAZITO NERAVNOMERNA RASPODELA OPTEREĆENJA, kada se ukupno opterećenje zupčastog para prenosi samo preko jednog para zubaca.

5.1.2 Trenutne linije dodira istovremeno spregnutih parova zubaca u polju sprezanja

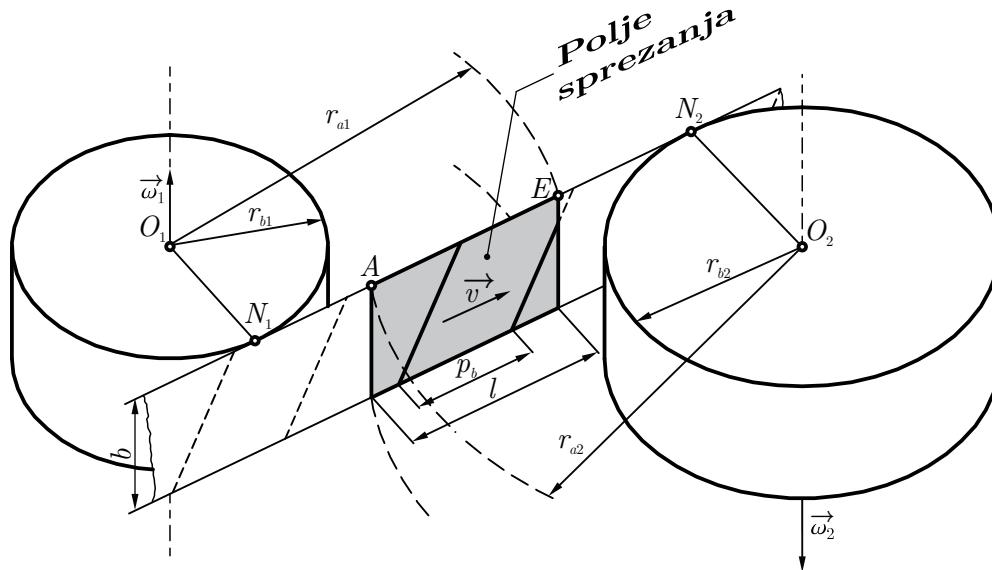
Kontakt bokova istovremeno spregnutih parova zubaca se teorijski ostvaruje duž dodirne linije koja se naziva TRENUTNA LINIJA DODIRA. Trenutna linija dodira se u toku dodirnog perioda (sprezanja) posmatranog para zubaca u opštem slučaju ($\beta \neq 0$) menja po položaju i dužini. Poseban slučaj predstavljaju cilindrični zupčasti parovi sa pravim zupcima ($\beta = 0$), kod kojih u toku dodirnog perioda dužina jedne trenutne linije dodira ostaje nepromenjena. Kada se koncentrisana opterećenja u izrazu (5.6), zamene odgovarajućim linijskim opterećenjima, koja dejstvuju duž trenutnih linija dodira istovremeno spregnutih parova zubaca, Slika 5.1, izraz (5.6) može se napisati u obliku [14, 21]:

$$K_{\alpha i} = \frac{\int_0^{B_i} q_i(B_i) dB_i}{\sum_{i=1}^n \int_0^{B_i} q_i(B_i) dB_i}, \quad (5.8)$$

gde je:

$q_i(B_i)$ - zakon raspodele linijskog opterećenja duž i -te trenutne linije dodira,

B_i - dužina i -te trenutne linije dodira.



Slika 5.1: Kinematski model sprezanja cilindričnog zupčastog para

U toku dodirnog perioda trenutne linije dodira istovremeno spregnutih parova zubaca predstavljaju skup paralelnih duži, međusobno udaljenih za veličinu osnovnog koraka p_b , koje se translatorno kreću u polju sprezanja brzinom v , Slika 5.1. Kod cilindričnih evolventnih zupčanika polje sprezanja se nalazi u ravni koja tangira osnovne cilindre i ima oblik

pravougaonika. Širina polja sprezanja jednaka je dužini zupca b^1 , a dužina polja sprezanja ograničena je temenim poluprečnicima spregnutih zupčanika $r_{a1,2}$, odnosno aktivnom dužinom dodirnice profila zubaca l , Slika 5.1.

Stvarna raspodela opterećenja duž trenutne linije dodira q_i je u opštem slučaju neravnomerna, Slika 5.2. Kao takva ona je nepogodna za analiziranje. Ukoliko se izvrši aproksimacija stvarne raspodele linijskog opterećenja duž trenutnih linija dodira odgovarajućim ravnomernim (srednjim) linijskim opterećenjem \bar{q}_i , Slika 5.2, tada se izraz (5.8) može transformisati u sledeći oblik:

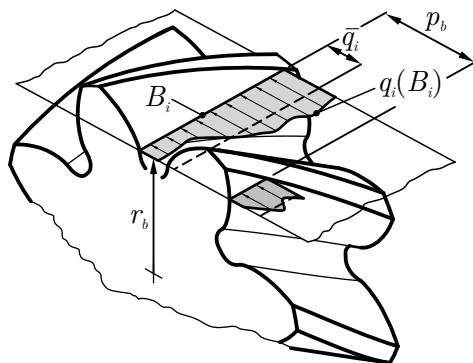
$$K_{\alpha i} = \frac{\bar{q}_i \cdot B_i}{\bar{q} \sum_{i=1}^n B_i}, \quad (5.9)$$

gde je:

\bar{q}_i - srednje linijsko opterećenje duž i -te trenutne linije dodira,

\bar{q} - srednje linijsko opterećenje na zbirnoj dužini svih trenutnih linija dodira,

$\sum_{i=1}^n B_i$ - zbirna dužina svih trenutnih linija dodira koje istovremeno učestvuju u prenošenju opterećenja.



Slika 5.2: Raspodela stvarnog i srednjeg linijskog opterećenja

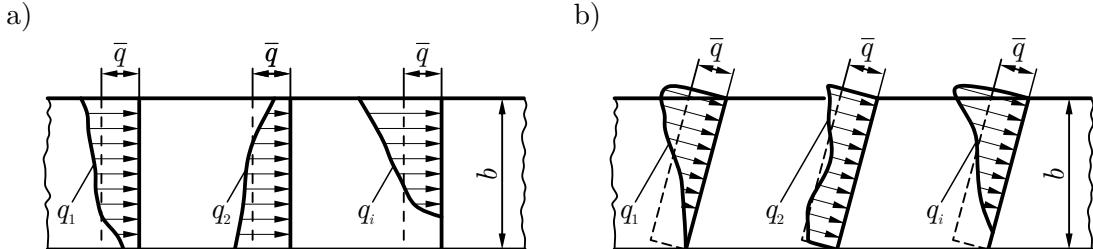
5.1.3 Granična-idealno ravnomerna raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca

Ako se uvedu prepostavke mehanike krutog tela da su zupci, tela zupčanika, vratila i oslonci apsolutno kruti i apsolutno tačni po obliku i dimenzijama, tada sve tačke trenutnih linija dodira koje se nalaze u polju sprezanja podjednako učestvuju u prenošenju ukupnog opterećenja cilindričnog zupčastog para. Ovim uslovima odgovara drugi granični slučaj raspodele opterećenja, odnosno IDEALNO RAVNOMERNA RASPODELA OPTEREĆENJA [14],

¹Dužina zupca ne mora da odgovara širini zupčanika

[21]. Saglasno uvedenim pretpostavkama, bilo da se radi o cilindričnim zupčastim parovima sa kosim ili pravim zupcima, Slika 5.3, može se napisati jednakost:

$$\bar{q}_1 = \bar{q}_2 = \dots = \bar{q}_i = \dots = \bar{q}_n = \bar{q}. \quad (5.10)$$



Slika 5.3: Stvarna i idealno ravnomerma raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca cilindričnih zupčastih parova sa: a) pravim zupcima, b) kosim zupcima

Na osnovu jednakosti (5.10) izraz (5.9) može se napisati u sledećem obliku:

$$K_{\alpha i} = \frac{B_i}{\sum_{i=1}^n B_i}. \quad (5.11)$$

Faktor raspodele opterećenja koji je u opštem slučaju definisan odnosom sila, izraz (5.6), u slučaju idealno ravnomerne-teorijske raspodele opterećenja može se odrediti na osnovu dužina trenutnih linija dodira, prema izrazu (5.11), odnosno na osnovu kinematskih i geometrijskih veličina zupčastog para.

Specijalan slučaj predstavljaju cilindrični zupčasti parovi sa pravim zupcima (Slika 5.3a), kod kojih su trenutne linije dodira paralelne sa osama obrtanja spregnutih zupčanika. U toku dodirnog perioda dužina jedne trenutne linije dodira se ne menja i odgovara dužini zupca:

$$B_i = b. \quad (5.12)$$

Zbirna dužina trenutnih linija dodira istovremeno spregnutih parova zubaca se menja i to skokovito, naglo, između graničnih vrednosti, Slika 5.4a i 5.5a. Kod cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima granične vrednosti zbirne dužine trenutnih linija dodira mogu se odrediti samo na osnovu dužine zubaca b i broja istovremeno spregnutih parova zubaca $n = 1, 2, 3 \dots$:

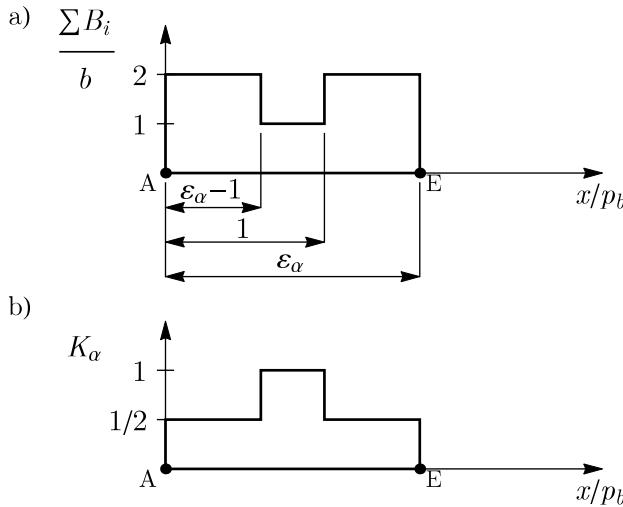
$$\begin{aligned} \sum B_{\min} &= n_{\min} \cdot b, \\ \sum B_{\max} &= n_{\max} \cdot b, \end{aligned} \quad (5.13)$$

gde je n_{\max} najveći, a n_{\min} najmanji broj istovremeno spregnutih parova zubaca u toku dodirnog perioda.

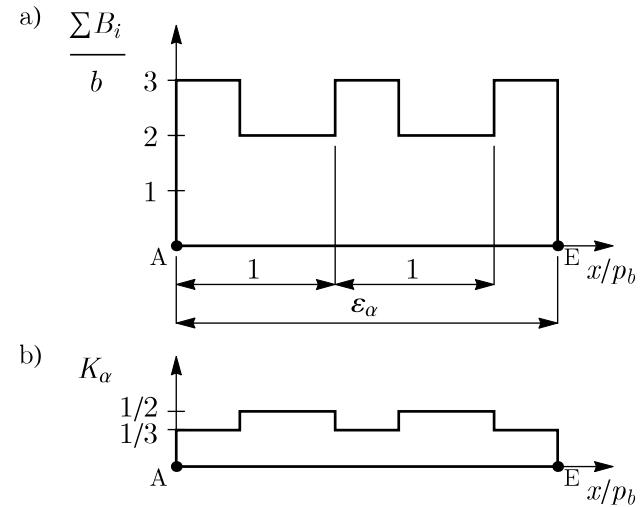
Na ovim slikama prikazana je promena zbirne dužine trenutnih linija dodira kada se u toku dodirnog perioda smenjuju jednostruka i dvostruka sprega, Slika 5.4a i kada se smenjuju dvostruka i trostruka sprega, Slika 5.5a. Na osnovu (5.12), kod cilindričnih zupčastih parova

sa pravim zupcima, izraz (5.11) za faktor raspodele opterećenja može se napisati u obliku:

$$\begin{aligned} K_{\alpha \min } &= \left(n_{\max } \right)^{-1}, \\ K_{\alpha \max } &= \left(n_{\min } \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (5.14)$$



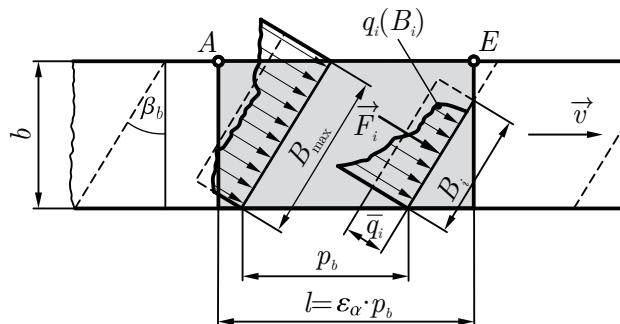
Slika 5.4: Zakon promene a) zbirne dužine trenutnih linija dodira i b) faktora raspodele opterećenja cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima kada je $\varepsilon_\alpha = 1,60$



Slika 5.5: Zakon promene a) zbirne dužine trenutnih linija dodira i b) faktora raspodele opterećenja cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima kada je $\varepsilon_\alpha = 2,40$

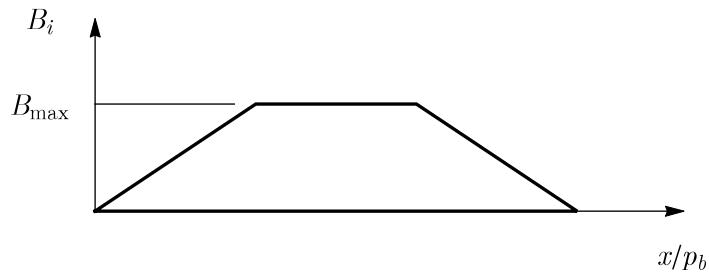
Zakoni promene faktora raspodele opterećenja u toku dodirnog perioda, kada je $1 < \varepsilon_\alpha < 2$ i $2 < \varepsilon_\alpha < 3$, prikazani su na Slikama 5.4b i 5.5b. Na osnovu dijagrama sa ovih slika, sledi da se zbirna dužina trenutnih linija dodira i faktor raspodele opterećenja u toku dodirnog perioda menjaju naglo, skokovito, što je nepovoljno sa aspekta radne sposobnosti zubaca zupčastog para [101].

Kod cilindričnih zupčanika sa kosim zupcima trenutne linije dodira su nagnute prema osama obrtanja spregnutih zupčanika za ugao nagiba bočne linije na osnovnom krugu β_b , Slika 5.6.



Slika 5.6: Polje sprezanja cilindričnog zupčastog para sa kosim zupcima

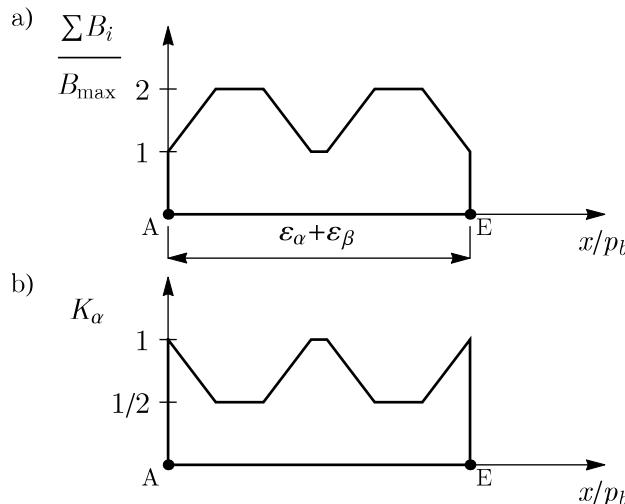
U toku dodirnog perioda menja se dužina jedne trenutne linije dodira, Slika 5.7, samim tim menja se i zbirna dužina trenutnih linija dodira. Na početku dodirnog perioda, ako se zanemare lokalne elastične deformacije (saglasno pretpostavkama mehanike krutog tela) dužina trenutne linije dodira se svodi na tačku. Ova dužina zatim raste linearno do određene maksimalne vrednosti B_{\max} . Potom zadržava konstantnu maksimalnu vrednost, a zatim ponovo linearno opada. Na kraju dodirnog perioda njena dužina se ponovo svodi na tačku.



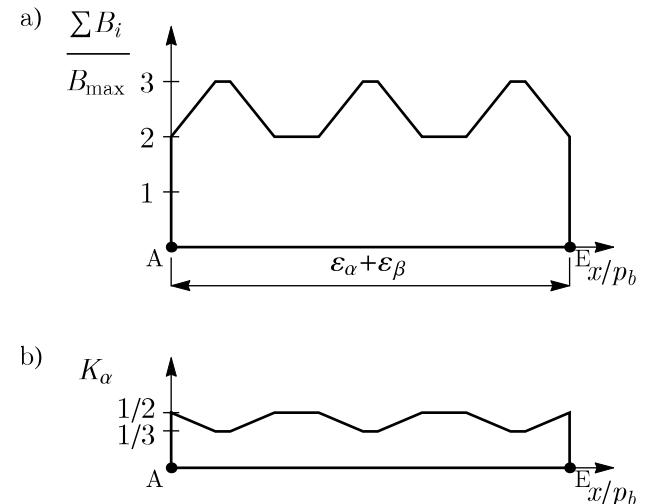
Slika 5.7: Tok promene dužine jedne linije dodira cilindričnih zupčanika sa kosim zupcima

Dakle, kod cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima zbirna dužina trenutnih linija dodira istovremeno spregnutih parova zubaca ne menja se skokovito već postepeno (Slike 5.8a i 5.9a), linearno između graničnih vrednosti:

$$\sum B_{\min} < \sum B_i < \sum B_{\max}. \quad (5.15)$$



Slika 5.8: Zakon promene a) zbirne dužine trenutnih linija dodira i b) faktora raspodele opterećenja cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima kada je $\varepsilon_\alpha=1,60$ i $\varepsilon_\beta=0,30$

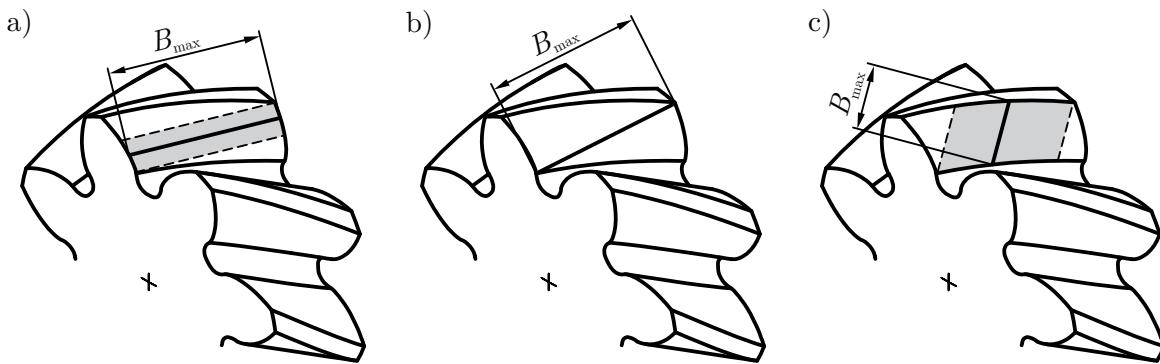


Slika 5.9: Zakon promene a) zbirne dužine trenutnih linija dodira i b) faktora raspodele opterećenja cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima kada je $\varepsilon_\alpha=2,40$ i $\varepsilon_\beta=0,30$

Maksimalna dužina jedne trenutne linije dodira zavisi od oblika profila zupca, odnosno od stepena sprezanja profila i stepena sprezanja bočnih linija, širine zupčanika i ugla nagiba bočne linije zupca na osnovnom cilindru:

$$B_{\max} = f(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta, b, \beta_b) \quad (5.16)$$

Pored toga, maksimalna dužina trenutne linije dodira i njen položaj na boku zupca zavise od odnosa stepena sprezanja profila i stepena sprezanja bočnih linija, Slika 5.10. Kada je $\varepsilon_\alpha > \varepsilon_\beta$ maksimalna dužina trenutne linije dodira B_{\max} prostire se od prednje do zadnje čeone površine zupčanika, Slika 5.10a. Najveća moguća maksimalna dužina trenutne linije dodira nastaje kod cilindričnih zupčastih parova kod kojih je $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta$, Slika 5.10b. Pri tome, ona se pojavljuje samo u jednom trenutku dodirnog perioda i prostire se od početka aktivnog dela profila zupca na prednjoj čeonoj površini, a završava se na temenu profila zadnje čeone površine. Na Slici 5.10c prikazan je položaj maksimalne dužine trenutne linije dodira B_{\max} kada je $\varepsilon_\alpha < \varepsilon_\beta$. U ovom slučaju ona se prostire od temene površine zupca pa do linije koja ograničava aktivni deo boka zupca.



Slika 5.10: Promena dužine i položaja maksimalne trenutne linije dodira cilindričnih zupčanika sa kosim zupcima: a) $\varepsilon_\alpha > \varepsilon_\beta$, b) $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta$, c) $\varepsilon_\alpha < \varepsilon_\beta$

Saglasno ovoj analizi može se napisati da je:

$$\begin{aligned} B_{\max} &= B_{\alpha\max} && \text{kada je } \varepsilon_\alpha > \varepsilon_\beta, \\ B_{\max} &= B_{\beta\max} && \text{kada je } \varepsilon_\alpha < \varepsilon_\beta. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Kod teorijske-idealno ravnomerne raspodele opterećenja istovremeno spregnuti parovi zubaca su najviše angažovani u prenošenju ukupnog opterećenja zupčastog para kada se sprežu sa najvećom, maksimalnom dužinom trenutne linije dodira. Saglasno tome, kod cilindričnih zupčanika sa kosim zupcima izraz (5.11) za faktor raspodele opterećenja se formira u odnosu na B_{\max} :

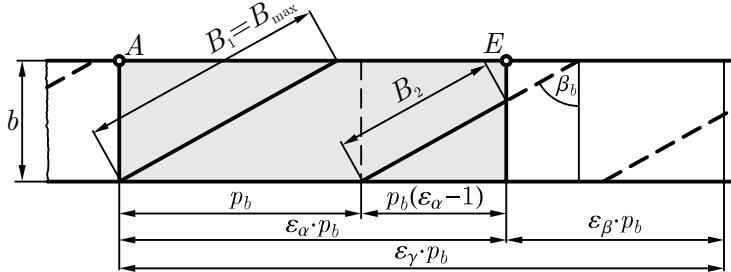
$$\begin{aligned} K_{\alpha\max} &= \frac{B_{\max}}{\sum_{i=1}^n B_{\min}}, \\ K_{\alpha\min} &= \frac{B_{\max}}{\sum_{i=1}^n B_{\max}}. \end{aligned} \quad (5.18)$$

5.1.4 Grafoanalitička metoda za određivanje graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja

Za određivanje faktora raspodele opterećenja praćeno je kretanje trenutnih linija dodira u polju sprezanja cilindričnih zupčastih parova sa pravim i sa kosim zupcima. Pri tom, da bi se odredile granične vrednosti ovog faktora, neophodno je *zaustaviti* kretanje trenutnih linija dodira u trenutku kada su u polju sprezanja prisutne granične zbirne dužine trenutnih linija dodira $\sum B_{\max}$ i $\sum B_{\min}$, saglasno izrazu (5.18).

Tada treba odrediti maksimalnu dužinu trenutne linije dodira B_{\max} , i zbirne dužine trenutnih linija dodira $\sum B_{\max}$ i $\sum B_{\min}$. Formiranjem odnosa ovih veličina mogu se odrediti granične vrednosti faktora raspodele opterećenja $K_{\alpha\max}$ i $K_{\alpha\min}$ u uslovima jednostrukе, dvostrukе i trostrukе sprege za slučaj idealno ravnomerne (teorijske) raspodele opterećenja.

Kao primer primene grafoanalitičke metode za određivanje graničnih vrednosti $K_{\alpha\max}$ i $K_{\alpha\min}$ posmatraće se sprezanje cilindričnog zupčastog para sa kosim zupcima. Pri tome, vrednost stepena sprezanja profila iznosi $\varepsilon_\alpha = 1,60$, a vrednost stepena sprezanja bočnih linija iznosi $\varepsilon_\beta = 0,90$. Za posmatrani zupčasti par, trenutak u kojem je u polju sprezanja prisutna maksimalna zbirna dužina trenutnih linija dodira prikazan je na Slici 5.11.



Slika 5.11: Maksimalna zbirna dužina trenutnih linija dodira u polju sprezanja za $\varepsilon_\alpha=1,60$ i $\varepsilon_\beta=0,90$

Ovaj vremenski trenutak je upotrebljen za određivanje minimalne granične vrednosti faktora raspodele opterećenja, odnosno $K_{\alpha\min}$. Maksimalna zbirna dužina trenutnih linija dodira u ovom slučaju je:

$$\sum B_{\max} = B_1 + B_2, \quad (5.19)$$

pri čemu su B_1 i B_2 dužine pojedinačnih trenutnih linija dodira koje učestvuju u prenošenju opterećenja i koje su u posmatranom trenutku *zaustavljene* u polju sprezanja:

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\varepsilon_\beta \cdot p_b}{\sin \beta_b}, \\ B_2 &= \frac{p_b(\varepsilon_\alpha - 1)}{\sin \beta_b}. \end{aligned} \quad (5.20)$$

Na osnovu izraza (5.19) i (5.20) sledi:

$$\sum B_{\max} = \frac{p_b(\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta - 1)}{\sin \beta_b}. \quad (5.21)$$

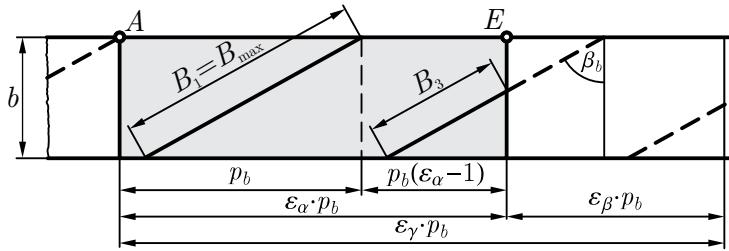
Dužina maksimalne trenutne linije dodira pri kojoj su istovremeno spregnuti parovi zubaca najviše angažovani u prenošenju opterećenja je:

$$B_{\max} = B_1. \quad (5.22)$$

Respektujući izraze (5.21) i (5.22), kao i izraz (5.18) sledi minimalna granična vrednost za faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca u uslovima idealno ravnomerne raspodele opterećenja:

$$K_{\alpha\min} = \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta - 1}. \quad (5.23)$$

Na identičan način, posmatrajući tačan trenutak u kojem je u polju sprezanja prisutna minimalna zbirna dužina trenutnih linija dodira, Slika 5.12, može se odrediti maksimalna granična vrednost faktora raspodele opterećenja.



Slika 5.12: Minimalna zbirna dužina trenutnih linija dodira u polju sprezanja za $\varepsilon_\alpha=1,60$ i $\varepsilon_\beta=0,90$

Minimalna zbirna dužina trenutnih linija dodira u ovom slučaju je:

$$\sum B_{\min} = B_1 + B_3, \quad (5.24)$$

gde su B_1 i B_3 dužine trenutnih linija dodira koje učestvuju u prenošenju opterećenja:

$$\begin{aligned} B_1 &= \frac{\varepsilon_\beta \cdot p_b}{\sin \beta_b}, \\ B_3 &= \frac{p_b(\varepsilon_\gamma - 2)}{\sin \beta_b}. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Za ovaj razmatrani slučaj može se napisati:

$$\sum B_{\min} = \frac{p_b(\varepsilon_\gamma - 2 + \varepsilon_\beta)}{\sin \beta_b}. \quad (5.26)$$

Respektujući izraze (5.22) i (5.26), kao i izraz (5.18) može se odrediti minimalna granična vrednost faktora raspodele opterećenja u uslovima idealno ravnomerne raspodele opterećenja:

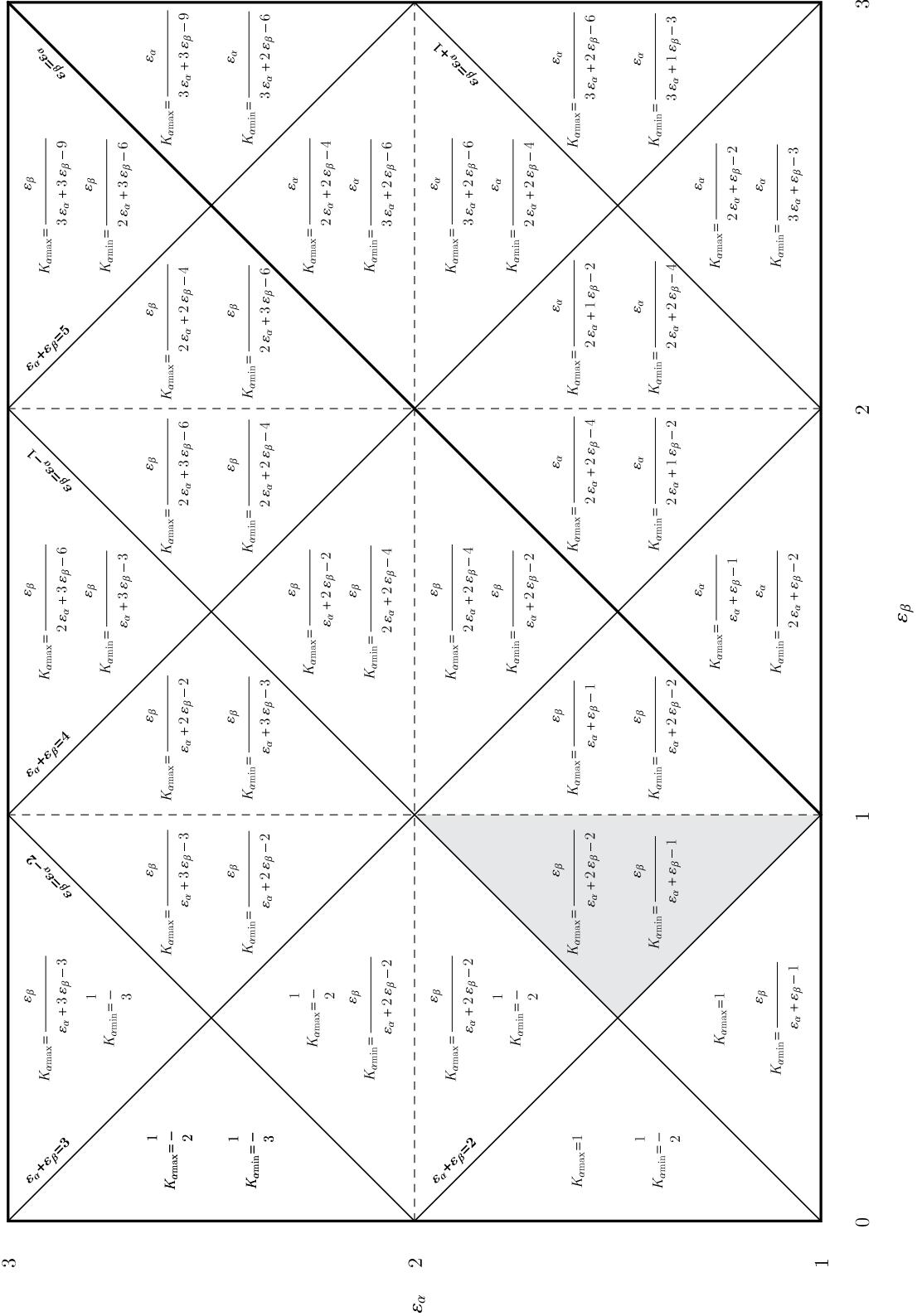
$$K_{\alpha\max} = \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha - \varepsilon_\beta - 2}. \quad (5.27)$$

Saglasno pretpostavkama uvedenim u Potpoglavlju 5.1.3 pokazano je da se granične vrednosti faktora raspodele opterećenja, u uslovima idealno ravnomerne raspodele opterećenja, mogu odrediti samo na osnovu ε_α i ε_β . Iz ovog razloga, opravdano je varirati broj istovremeno spregnutih parova zubaca menjanjem vrednosti ε_α i ε_β . U realnom slučaju različite vrednosti stepena sprezanja profila ε_α i stepena sprezanja bočnih linija ε_β mogu se ostvariti variranjem geometrijskih i kinematskih parametara zupčanika i zupčastog para [27, 102], ili primenom specifičnih konstrukcionih metoda za izradu ozubljenja [103–105].

Primenom prikazane grafoanalitičke metode za određivanje graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja, praćeno je kretanje trenutnih linija dodira za različite kombinacije vrednosti stepena sprezanja profila ($\varepsilon_\alpha = 0 \dots 3$) i stepena sprezanja bočnih linija ($\varepsilon_\beta = 0 \dots 3$). Dobijeni su zakoni promene graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja u uslovima idealno ravnomerne raspodele opterećenja:

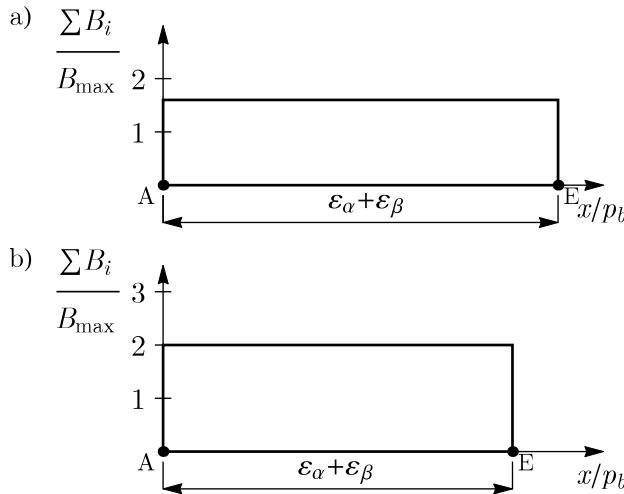
$$\begin{aligned} K_{\alpha\max} &= f(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta), \\ K_{\alpha\min} &= \varphi(\varepsilon_\alpha, \varepsilon_\beta). \end{aligned} \quad (5.28)$$

Pregled egzaktnih analitičkih izraza za granične vrednosti faktora raspodele opterećenja dat je na grafiku sa Slike 5.13, u koordinatnom sistemu $\varepsilon_\alpha : \varepsilon_\beta$, pri čemu su istaknute linije koje ograničavaju polja u kojima važe isti zakoni promene. Primer upotrebljen za predstavljanje grafoanalitičke metode ($\varepsilon_\alpha=1,60$ i $\varepsilon_\beta=0,90$) pripada oblasti koja je na Slici 5.13 obojena sivom bojom.



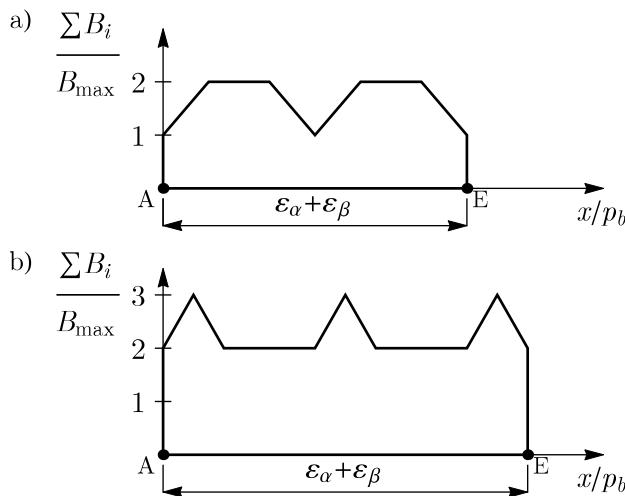
Slika 5.13: Pregled graničnih analitičkih izraza faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca u uslovima teorijske, idealno ravnomerne raspodele opterećenja

U specijalnom slučaju, kada su vrednosti stepena sprezanja profila ili bočnih linija celobrojne, zbirna dužina trenutnih linija dodira ima stalnu vrednost u toku dodirnog perioda, dijagrami na Slici 5.14. Ovi zupčasti parovi su najpogodniji sa ekološkog aspekta jer u radu generišu minimalne vibracije i buku [99, 106].



Slika 5.14: Zakon promene zbirne dužine trenutnih linija dodira cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima kada je: a) $\varepsilon_\alpha=1,60$ i $\varepsilon_\beta=1,00$ i b) $\varepsilon_\alpha=2,00$ i $\varepsilon_\beta=0,30$

Pored specijalnog slučaja koji je prikazan na Slici 5.14, može se pojaviti i slučaj kada je vreme trajanja kontakta istovremeno spregnutih parova zubaca sa minimalnom $\sum B_{\min}$, ili maksimalnom $\sum B_{\max}$ dužinom trenutnih linija dodira, trenutnog karaktera, Slika 5.15. Ovi slučaji nastaju pri prelasku iz jedne u drugu oblast u kojima važe različiti zakoni raspodele opterećenja, odnosno različiti analitički izrazi, Slika 5.13.

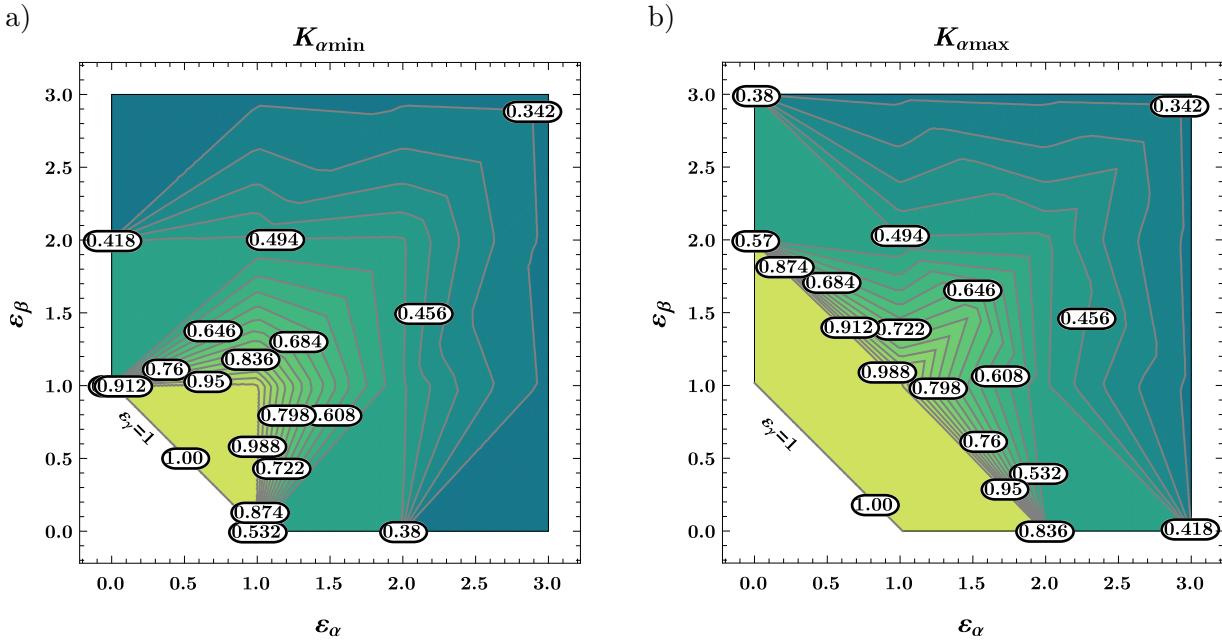


Slika 5.15: Zakon promene zbirne dužine trenutnih linija dodira cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima kada je: a) $\varepsilon_\alpha=1,70$ i $\varepsilon_\beta=0,30$ i b) $\varepsilon_\alpha=2,20$ i $\varepsilon_\beta=0,20$

Ovi karakteristični primeri promene dužina trenutnih linija dodira nastaju u tačkama koje pripadaju dijagonalama koje ograničavaju polja u kojima važe isti zakoni promene faktora

raspodele opterećenja. Zupčasti parovi koji imaju ovakvu promenu ukupne dužine trenutnih linija dodira tokom procesa sprezanja veoma su nepovoljni sa aspekta dinamičkih sila, buke i vibracija.

Na osnovu analitičkih izraza za faktor raspodele opterećenja, Slika 5.13, prikazane su njegove granične vrednosti u vidu konturnih dijagrama na Slici 5.16. Na osnovu ovih dijagrama može se zaključiti da se sa porastom ε_α i ε_β smanjuju maksimalne i minimalne granične vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca. Sa većim brojem trenutnih linija dodira u polju sprezanja smanjuje se udeo opterećenja koji se preko posmatrane trenutne linije dodira prenosi. Granične vrednosti faktora raspodele opterećenja opisane su skupom izlomljenih konturnih linija koje se menjaju nepravilnim tokom jedna u odnosu na drugu. Ovi skupovi konturnih linija različito se prostiru za slučaj maksimalnog i minimalnog faktora raspodele opterećenja. Na osnovu ovoga se zaključuje da je nemoguće formirati opšte analitičke izraze za maksimalni i minimalni faktor raspodele opterećenja za sve vrednosti stepena sprezanja profila i stepena sprezanja bočnih linija. Furijeovom transformacijom analitičkih izraza koji su dati na Slici 5.13 u trigonometrijske nizove zavisne od vremena mogu se dobiti približni izrazi koji opisuju tok promene raspodele opterećenja [107]. Ova metoda se često koristi pri analizi dinamičkog ponašanja zupčastih parova [107, 108]. U konvencionalnim metodama proračuna takođe su dati približni izrazi koji uzimaju u obzir granične vrednosti faktora raspodele opterećenja u uslovima idealno ravnomerne raspodele opterećenja.

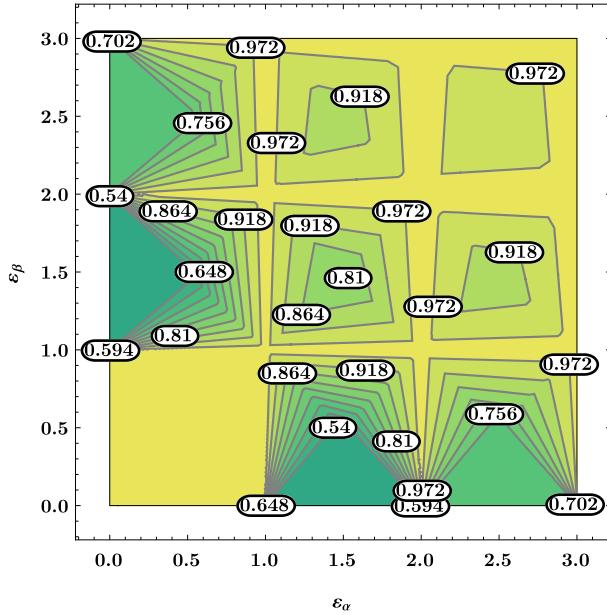


Slika 5.16: Konturni dijagrami: a) maksimalnih i b) minimalnih graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca

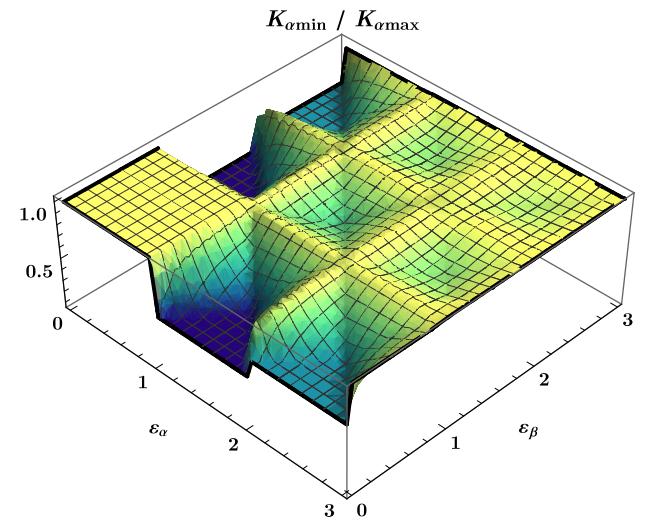
U oblasti u kojoj su stepen sprezanja profila ε_α i stepen sprezanja bočnih linija ε_β manji od 1, ali je njihov zbir veći od 1, tj. $\varepsilon_\gamma > 1$, maksimalne i minimalne vrednosti za faktor raspodele opterećenja su jednake, i odgovaraju njegovoj najvećoj teorijskoj vrednosti, odnosno:

$$K_{\alpha\max} = K_{\alpha\min} = 1, \quad (5.29)$$

saglasno izrazu (5.7). Sa aspekta dinamičke stabilnosti zupčastog para poželjan je slučaj kada faktor raspodele opterećenja ima konstantnu vrednost, odnosno ne menja se u toku perioda sprezanja. U tom slučaju opterećenje se stalno prenosi preko istog broja trenutnih linija dodira, Slike 5.14a i 5.14b. Za analizu ove pojave mogu se iskoristiti konturni dijagram (Slika 5.17) i 3D dijagram (Slika 5.18) odnosa minimalne i maksimalne vrednosti faktora raspodele opterećenja.



Slika 5.17: Odnos minimalnih i maksimalnih graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca - konturni dijagram

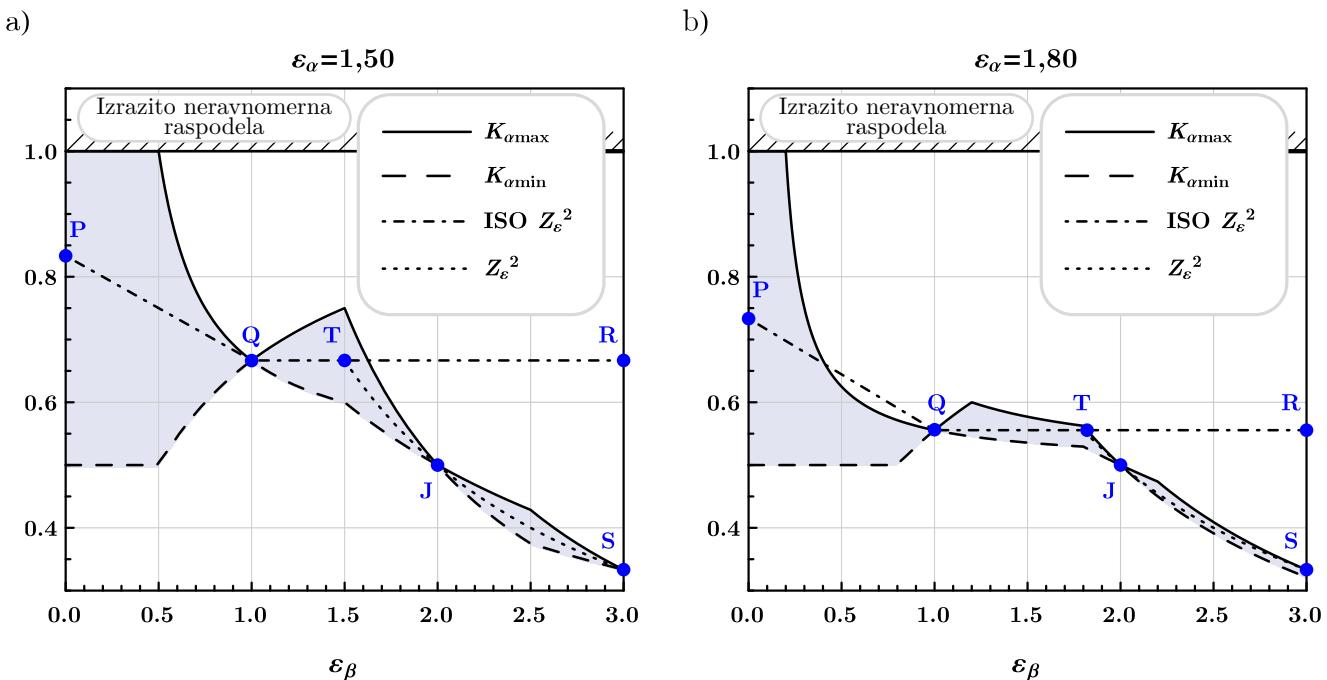


Slika 5.18: Odnos minimalnih i maksimalnih graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca - 3D dijagram

Analiziranjem dijagrama na Slici 5.17 i 5.18 može se zaključiti da postoje određene oblasti koje su pogodnije sa aspekta unutrašnjih dinamičkih sila. To su oblasti u kojima je razlika između maksimalne i minimalne vrednosti faktora raspodele opterećenja minimalna, njihov odnos teži jedinici (idealni slučaj). Ovo su oblasti koje se poklapaju ili su veoma bliske sa celobrojnim vrednostima stepena sprezanja profila i bočnih linija [101, 102]. Ovakvi zupčasti parovi imaju ravnomerniji i mirniji rad. Nasuprot ovome, nepovoljnije sa aspekta ravnomernosti raspodele opterećenja i mirnog rada su oblasti kod kojih postoji velika razlika između maksimalne i minimalne vrednosti faktora raspodele opterećenja. Zupčaste parove koji rade u ovakvim oblastima, kao i one kod kojih je prisutna impulsna pojava maksimalne ili minimalne vrednosti faktora raspodele opterećenja, Slika 5.15, je poželjno izbegavati u procesu konstruisanja zupčastih prenosnika snage.

5.1.5 Uporedna analiza razvijenih analitičkih modela i približnih modela prema ISO postupku

Na osnovu razvijenih analitičkih modela koji su dati na Slici 5.13, može se pratiti tok promene graničnih vrednosti faktora raspodele opterećenja kod teorijske-idealno ravnomerne raspodele u zavisnosti od stepena sprezanja bočnih linija ε_β pri različitim vrednostima stepena sprezanja profila ε_α , dijagrami na Slikama 5.19 i 5.20. Punom linijom prikazan je tok promene maksimalne vrednosti faktora raspodele opterećenja. Isprekidanom linijom prikazan je tok promene njegove minimalne vrednosti.



Slika 5.19: Granične vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca u zavisnosti od stepena sprezanja bočnih linija zubaca za:

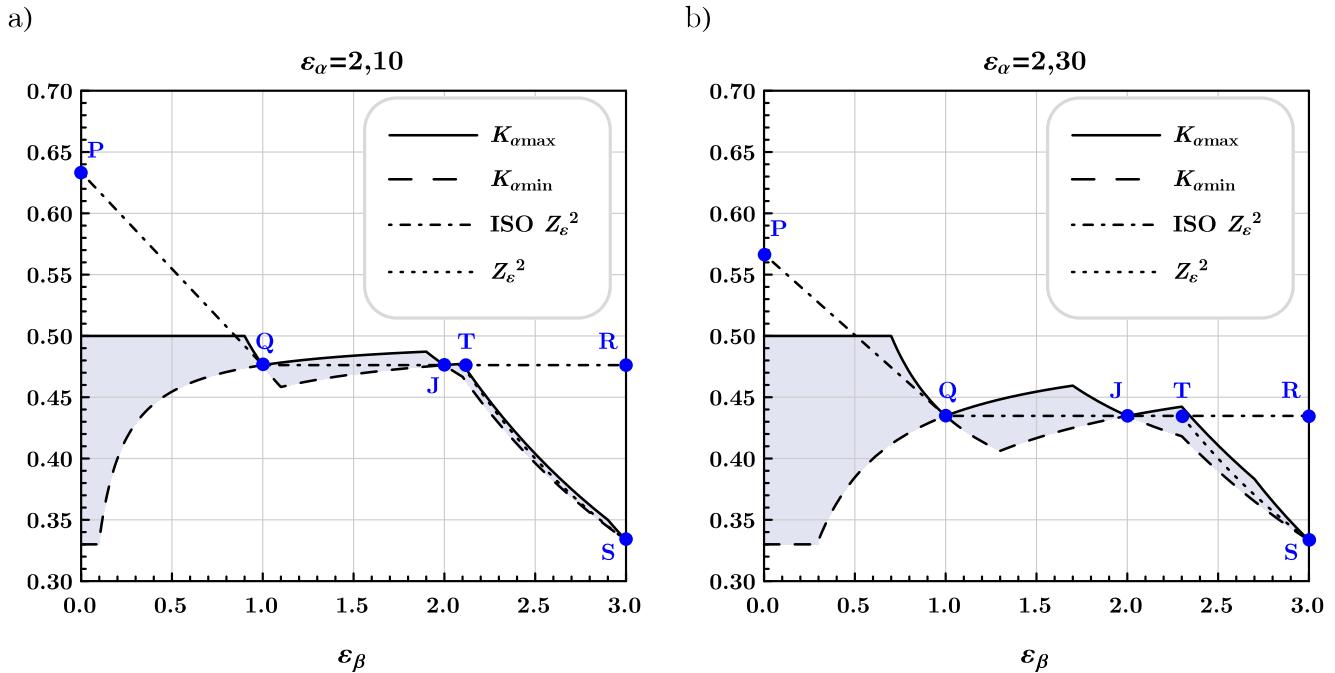
a) $\varepsilon_\alpha=1,50$ i b) $\varepsilon_\alpha=1,80$

Ovim graničnim linijama definisan je dopustivi prostor (osenčena oblast) za vrednosti faktora raspodele opterećenja u uslovima teorijske raspodele. Sa povećanjem stepena sprezanja bočnih linija ovaj prostor se znatno smanjuje. Saglasno tome, i radni napon na bokovima zubaca, u slučaju teorijske-idealno ravnomerne raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca, varira između minimalne i maksimalne vrednosti. Sa aspekta sigurnosti, za proračun nosivosti bokova zubaca merodavna je najveća vrednost kontaktnog napona koja se generiše u toku dodirnog perioda. Saglasno tome, za analizu naponskog stanja na bokovima zubaca merodavne su maksimalne vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca, predstavljene punom linijom na dijagramima sa Slika 5.19 i 5.20.

Kada stepen sprezanja bokova ima celobrojnu vrednost razlika između maksimalne i minimalne vrednosti faktora raspodele opterećenja je jednaka nuli odnosno:

$$K_{\alpha\max} = K_{\alpha\min}, \quad (5.30)$$

tačke: **Q**, **J** i **S** na dijagramima sa Slika 5.19 i 5.20.



Slika 5.20: Granične vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca u zavisnosti od stepena sprezanja bočnih linija zubaca za:

a) $\varepsilon_\alpha=2,10$ i b) $\varepsilon_\alpha=2,30$

U ISO postupku [5] uticaj raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca, kada je ona idealno ravnomerna, na kontaktni napon bokova zubaca uzima se u obzir FAKTOROM STEPENA SPREZANJA Z_ε . Ovaj faktor ima dvostruki uticaj na kontaktni napon bokova zubaca. Prvi uticaj je direktni, jer se nalazi u izrazu za određivanje nominalnog napona na bokovima zubaca, izraz (3) u [5]. U drugom slučaju, faktor Z_ε , utiče indirektno na napon na bokovima zubaca, preko graničnog uslova čeonog faktora raspodele opterećenja $K_{H\alpha}$, izraz (75) u [4]. Prema tome, ovaj faktor ima veoma važan uticaj na nosivost bokova zubaca i zato njegove vrednosti treba odrediti što tačnije.

Prema [5], faktor stepena sprezanja Z_ε se određuje na osnovu približnih izraza 5.31a i 5.31b:

$$\text{ISO}Z_\varepsilon^2 = \begin{cases} \overline{PQ} = \frac{4 - \varepsilon_\alpha}{3}(1 - \varepsilon_\beta) + \frac{\varepsilon_\beta}{\varepsilon_\alpha}, & \varepsilon_\beta < 1 \\ \overline{QR} = \frac{1}{\varepsilon_\alpha}, & \varepsilon_\beta \geq 1. \end{cases} \quad (5.31a)$$

$$(5.31b)$$

Dati naziv je proistekao, ne iz fizikalnosti ovog faktora, već iz činjenice da egzaktni modeli prikazani na Slici 5.13, i približni modeli, izrazi (5.31a) i (5.31b), zavise od stepena sprezanja

profila ε_α i stepena sprezanja bočnih linija ε_β .

Tok promene faktora $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$, na osnovu izraza (5.31) prikazan je na dijagramima sa Slika 5.19 i 5.20 crta-tačka-crta linijom. Linearan tok promene faktora $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$ u oblasti kada je $\varepsilon_\alpha < 1$ (duž $\overline{\text{PQ}}$), predstavlja dosta grubu aproksimaciju u odnosu na granične teorijske vrednosti faktora raspodele opterećenja.

Kada je stepen sprezanja bočnih linija veći od jedan, faktor $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$ zadržava stalnu vrednost koja je jednaka recipročnoj vrednosti stepena sprezanja profila ε_α , linija $\overline{\text{QR}}$ na dijagramima sa slika 5.19 i 5.20.

Tok promene faktora $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$, opisan približnim izrazom (5.31b) može se prihvati u oblasti kada se vrednosti stepena sprezanja bočnih linija nalaze samo u intervalu $1 < \varepsilon_\beta < \varepsilon_\alpha$ (duž $\overline{\text{QT}}$).

Kada je $\varepsilon_\beta > \varepsilon_\alpha$, vrednosti faktora $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$ određene prema približnom izrazu (5.31b) znatno odstupaju od teorijskih graničnih vrednosti. Sa porastom vrednosti faktora ε_β , ova odstupanja se povećavaju.

Na osnovu graničnih linija prikazanih na dijagramima sa Slika 5.19 i 5.20, može se doći do tačnijih analitičkih približnih izraza za određivanje faktora Z_ε^2 kada je $\varepsilon_\beta > \varepsilon_\alpha$ (duž $\overline{\text{TS}}$), a to su izrazi (5.32a) i (5.32b):

$$Z_\varepsilon^2 = \begin{cases} \overline{\text{QT}} = \frac{1}{\varepsilon_\alpha}, & 1 \leq \varepsilon_\beta < \varepsilon_\alpha, \\ \overline{\text{TS}} = \frac{1}{\varepsilon_\beta}, & \varepsilon_\beta > \varepsilon_\alpha. \end{cases} \quad (5.32a)$$

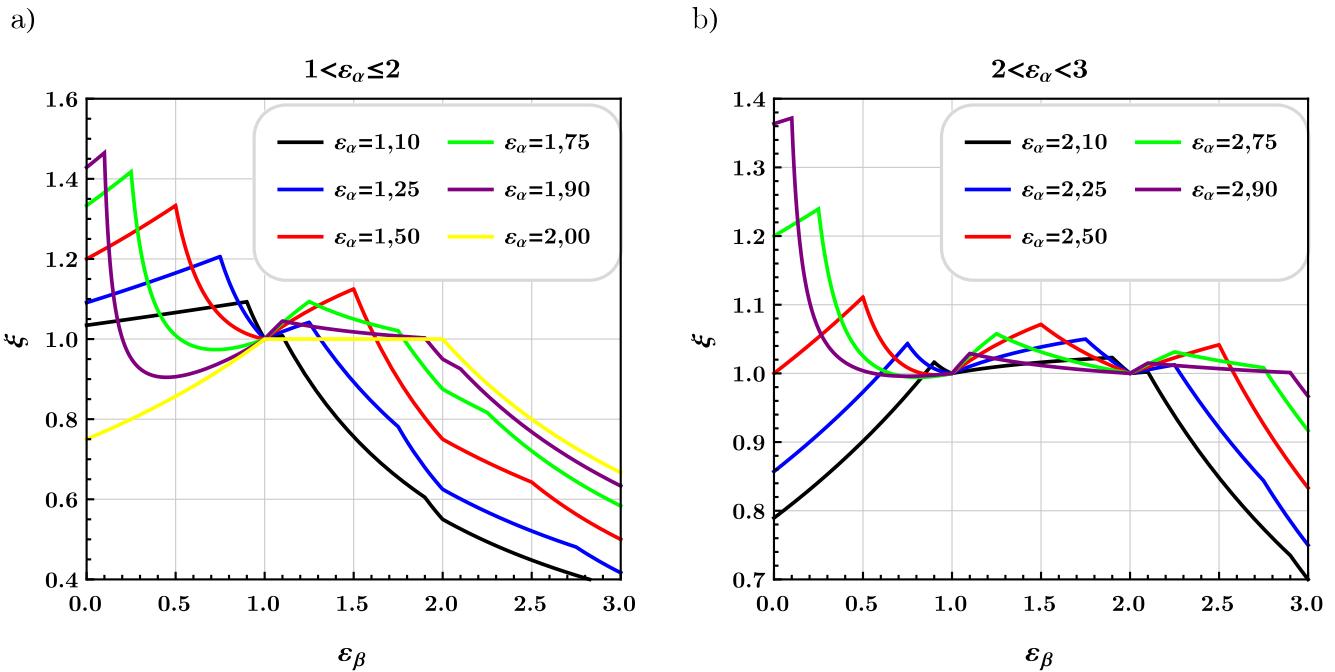
$$(5.32b)$$

Tok promene izraza (5.32b) prikazan je tačkastom linijom $\overline{\text{TS}}$ na dijagramima sa Slika 5.19 i 5.20.

U cilju sagledavanja veličine odstupanja između maksimalnih vrednosti faktora raspodele opterećenja i vrednosti faktora $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$ određenih na osnovu približnih izraza prema konvencionalnom postupku proračuna, formiran je odnos ova dva faktora:

$$\xi = \frac{K_{\alpha\max}}{\text{ISO}Z_\varepsilon^2}. \quad (5.33)$$

Tok promene faktora ξ , za slučaj jednostrukе i dvostrukе sprege zubaca, prikazan je na dijagramu sa Slike 5.21a, a za slučaj dvostrukе i trostrukе sprege zubaca na dijagramu sa Slike 5.21b.



Slika 5.21: Odnos maksimalnog teorijskog faktora raspodele opterećenja i konvencionalnog faktora stepena sprezanja: a) $1 < \varepsilon_\alpha \leq 2$ i b) $2 < \varepsilon_\alpha < 3$

Na osnovu dijagrama na Slici 5.21a može se konstatovati da, kada je $\varepsilon_\beta < 1$, sa povećanjem vrednosti stepena sprezanja profila ε_α do približno 1,70, povećava se i vrednost faktora ξ , odnosno vrednosti faktora $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$ određene na osnovu približnih izraza manje su od teorijskih vrednosti određenih na osnovu analitičkih izraza.

Kada je $1,70 < \varepsilon_\alpha < 2$, vrednosti faktora ξ su veće od jedinice u oblasti malih vrednosti ε_β , a manje od jedinice u oblasti kada su vrednosti ε_β bliske broju 1. U specijalnom slučaju, kada je $\varepsilon_\beta = 1$, a $1 < \varepsilon_\alpha < 2$, i kada je $\varepsilon_\beta = 1 \dots 2$, a $\varepsilon_\alpha = 2$, vrednosti faktora ξ su jednake broju jedan. To znači da se samo u ovim, specijalnim slučajevima vrednosti faktora $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$ poklapaju sa vrednostima teorijskih izraza.

Takođe, kada je $\varepsilon_\alpha = 2$, a $\varepsilon_\beta < 1$ i $\varepsilon_\beta > 2$, faktor ξ ima vrednosti manje od jedinice. U oblasti $\varepsilon_\beta = 1 \dots 2$, faktor ξ može uzimati sledeće vrednosti:

$$\xi \gtrless 1, \quad (5.34)$$

a potom sa porastom ε_β , vrednosti faktora ξ postaju ponovo manje od broja 1. Pri tome, manjim vrednostima stepena sprezanja profila, odgovaraju i manje vrednosti faktora ξ .

Na osnovu dijagrama na Slici 5.21b može se zaključiti da, kada je $\varepsilon_\beta < 1$, a $\varepsilon_\alpha \geq 2,50$, vrednost faktora ξ su veće od jedinice.

Kada je $\varepsilon_\alpha < 2,50$ vrednosti faktora ξ mogu biti manje, jednake ili veće od broja jedan. Pri tome, kada su vrednosti ε_β bliske broju 1, faktor ξ uzima vrednosti veće od jedan koje su takođe veoma bliske broju 1.

U oblasti $\varepsilon_\beta = 1 \dots 2$, faktor ξ uzima vrednosti koje su veće od 1, ali su ova odstupanja

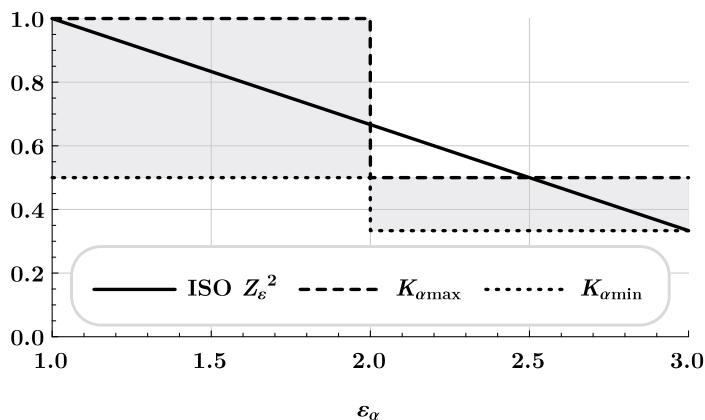
relativno mala. Najveće odstupanje javlja se kada je $\varepsilon_\alpha = 2$.

U oblasti u kojoj je $\varepsilon_\beta > 2$ vrednosti veličine ξ mogu biti veće, manje i jednake broju jedan, odnosno važi izraz (5.34). Međutim, u slučajevima kada je ξ veće od 1, odstupanja su mala.

Na osnovu prikazanih dijagrama sa Slike 5.21, može se zaključiti da odstupanja između maksimalnih vrednosti faktora raspodele opterećenja i vrednosti faktora $\text{ISO} Z_\varepsilon^2$ određene na osnovu približnih izraza prema konvencionalnom postupku proračuna mogu biti značajna (u određenim slučajevima i do $\pm 50\%$). Ova odstupanja su izraženija kod zupčastih parova koji rade u oblasti jednostrukih i dvostrukih sprege, dijagram sa Slike 5.21a.

5.1.6 Precizniji aproksimativni modeli faktora stepena sprezanja

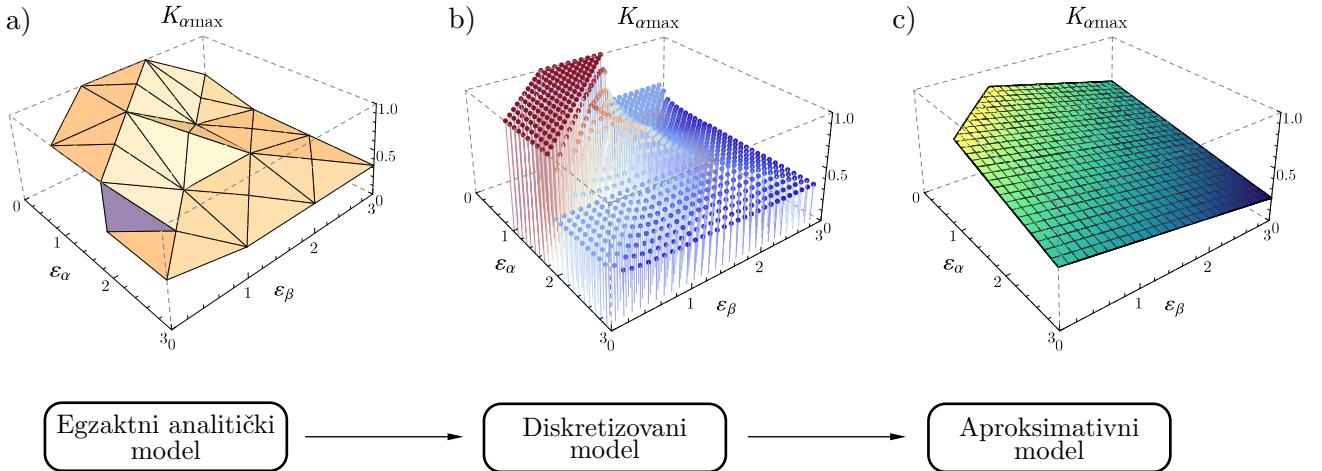
U prethodnom poglavljiju istaknut je aproksimativni karakter faktora stepena sprezanja koji u konvencionalnim postupcima proračuna uzima u obzir uticaj dužina trenutnih linija dodira na površinsku nosivost bokova. Primenom približnih modela koji se koriste za određivanje faktora Z_ε , izraz (5.31), dolazi do odstupanja od egzaktnih analitičkih modela (Slika 5.13) na osnovu kojih su aproksimativni modeli formirani. Ova odstupanja su uočljiva čak i na primeru cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima, Slika 5.22.



Slika 5.22: Faktor raspodele opterećenja i faktor stepena sprezanja cilindričnog zupčastog para sa pravim zupcima

Razlika između približnog i egzaktnog modela još je izraženija kod cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima, što je prikazano na primerima sa Slike 5.21. Odstupanja koja se javljaju primenom aproksimativnih modela (5.31) značajno smanjuju tačnost proračuna vrednosti kontaktnog napona na bokovima zubaca. Povećanje tačnosti proračuna može se ostvariti korišćenjem egzaktnih izraza za vrednosti $K_{\alpha\max}$ prikazanim na Slici 5.13, ili predloženog analitičkog aproksimativnog modela (5.32).

Naredni deo teksta odnosi se na primenu numeričkih metoda sa ciljem dobijanja jedinstvene aproksimativne funkcije koja zadovoljavajućom tačnošću opisuje tok promene faktora $K_{\alpha\max}$ na celokupnom intervalu $\varepsilon_\alpha = 0 \dots 3$ i $\varepsilon_\beta = 0 \dots 3$. Ovakva funkcija predstavlja numeričku aproksimaciju izraza datih na Slici 5.13 i u jedinstvenom obliku se može primeniti kod cilindričnih zupčastih parova sa pravim i kosim zupcima.



Slika 5.23: Diskretizovane vrednosti faktora raspodele opterećenja K_{omax}

Egzaktne vrednosti faktora K_{omax} sa Slike 5.13, predstavljene su trodimenzionalnim dijagramom na Slici 5.23a. Ove vrednosti su diskretizovane odgovarajućim brojem tačaka, Slika 5.23b, sa korakom porasta vrednosti ε_α i ε_β od 0,1 [109]. Na Slici 5.23b je jasno uočljiva oblast izrazito neravnomjerne raspodele opterećenja (crvene tačke) u kojoj se javlja teorijska, maksimalna vrednost faktora raspodele opterećenja koja je jednaka broju 1. Prilikom sprezanja u ovoj oblasti celokupno opterećenje zupčastog para prenosi samo jednog istovremeno angažovanog para zubaca. Takođe se može uočiti da je slučaj:

$$\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta < 1, \quad (5.35)$$

nedopustiv, jer pri ovom uslovu ne postoji kontinualnost u prenošenju opterećenja i kretanja sa pogonskog na gonjeni zupčanik.

Diskretizovane vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca mogu se iskoristiti za formiranje numeričkog aproksimativnog modela. Numerički aproksimativni model treba da ima zadovoljavajuću tačnost, jedinstven oblik za sve vrednosti ε_α i ε_β , kao i što jednostavniji oblik za praktičnu upotrebu. S obzirom na maksimalnu teoriju vrednost faktora K_{omax} i ranije navedene zahteve, kao aproksimativni model odabran je polinom prvog stepena oblika:

$$Z_\varepsilon^2 * = 1 + c_1 \cdot \varepsilon_\alpha + c_2 \cdot \varepsilon_\beta + c_3 \cdot \varepsilon_\alpha \cdot \varepsilon_\beta. \quad (5.36)$$

Aproksimacija je izvršena metodom najmanjih kvadrata za skup tačaka, odnosno podataka, prikazanih na Slici 5.23b, sa korakom porasta ε_α i ε_β od 0,01. Vrednosti numerički određenih konstanti koje figurišu u izrazu (5.36) date su u Tabeli 5.1.

Tabela 5.1: Vrednosti numerički određenih konstanti iz izraza (5.36)

	c_1	c_2	c_3
Vrednosti	-0,155269	-0,155380	0,019983

Uvrštanjem vrednosti numerički određenih konstanti iz Tabele 5.1 u (5.36) dobija se izraz za numerički aproksimativni model:

$$Z_{\varepsilon}^2* = 1 - 0,155269 \cdot \varepsilon_{\alpha} - 0,155380 \cdot \varepsilon_{\beta} + 0,019983 \cdot \varepsilon_{\alpha} \cdot \varepsilon_{\beta}, \quad (5.37)$$

čiji je trodimenzionalni prikaz dat na Slici 5.23c.

Povećanje preciznosti numeričkog aproksimativnog modela (5.37) može se ostvariti povećavanjem broja diskretizovanih tačaka, povećanjem stepena polinoma, promenom oblika aproksimativnog modela ili metode aproksimacije. U racionalizovanom obliku, pogodnijem za praktičnu upotrebu, numerički aproksimativni model može se predstaviti sledećim izrazom:

$$Z_{\varepsilon}^2* = 1 + \frac{\varepsilon_{\alpha} \cdot \varepsilon_{\beta} - 8(\varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta})}{50}. \quad (5.38)$$

Kako bi se izvršila uporedna analiza svih aproksimativnih modela, formirani su uporedni konturni dijagrami odnosa razmatranih približnih modela sa egzaktnim analitičkim modelom. Uporedni konturni dijagrami prikazani su na Slici 5.24:

- na Slici 5.24a prikazan je odnos konvencionalnog aproksimativnog modela (5.31) i egzaktnih vrednosti maksimalnog faktora raspodele opterećenja u uslovima idealno ravnomerne raspodele:

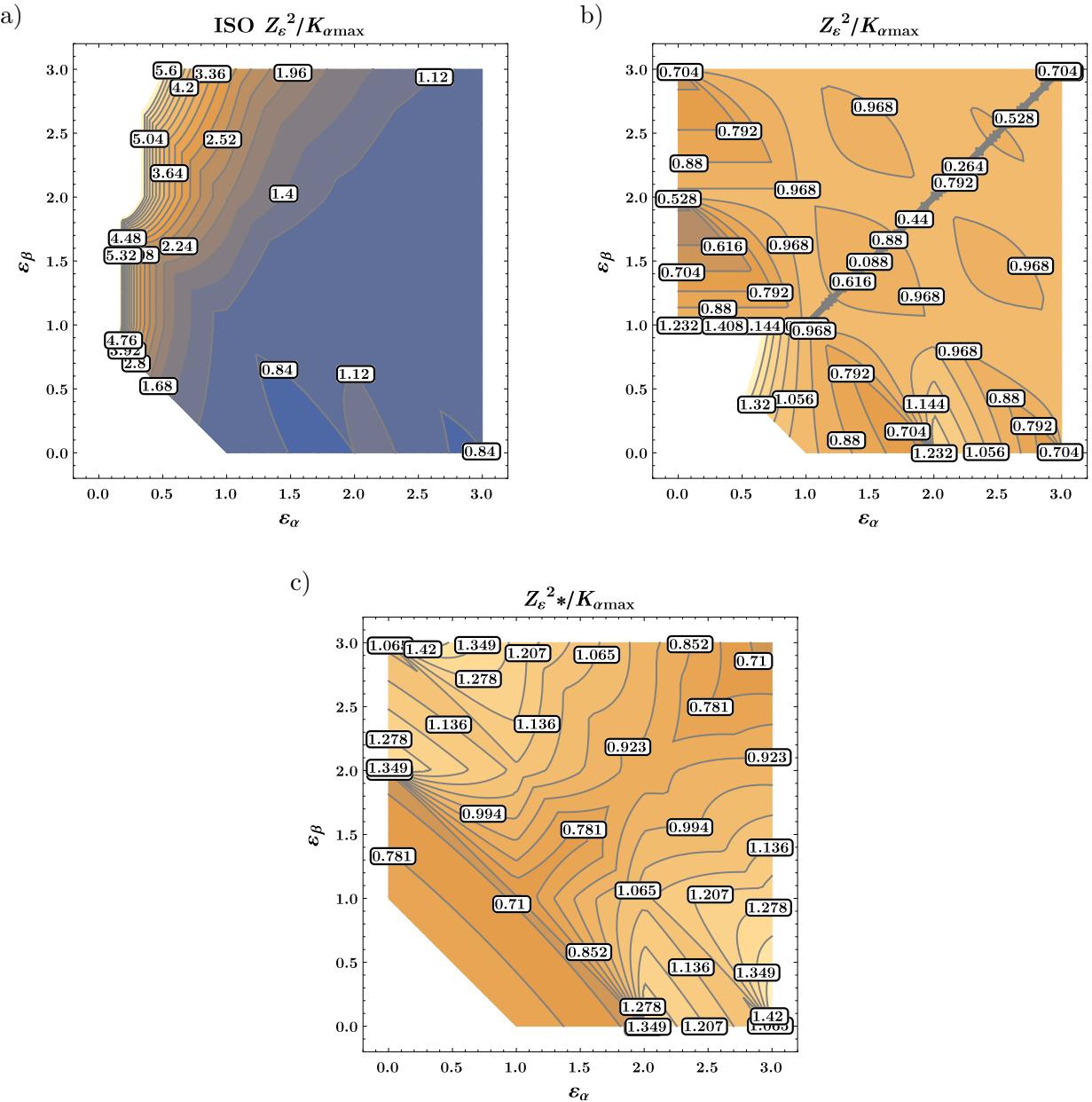
$$\frac{|ISOZ_{\varepsilon}^2|}{K_{\alpha\max}},$$

- na Slici 5.24b prikazan je odnos analitičkog aproksimativnog modela (5.32) i egzaktnih vrednosti maksimalnog faktora raspodele opterećenja u uslovima idealno ravnomerne raspodele:

$$\frac{Z_{\varepsilon}^2}{K_{\alpha\max}},$$

- na Slici 5.24c prikazan je odnos numeričkog aproksimativnog modela (5.38) i egzaktnih vrednosti maksimalnog faktora raspodele opterećenja u uslovima idealno ravnomerne raspodele:

$$\frac{Z_{\varepsilon}^2*}{K_{\alpha\max}}.$$



Slika 5.24: Uporedni konturni dijagrami: a) $\frac{\text{ISO}Z_\varepsilon^2}{K_{\alpha\max}}$, b) $\frac{Z_\varepsilon^2}{K_{\alpha\max}}$, c) $\frac{Z_\varepsilon^{2*}}{K_{\alpha\max}}$

Odstupanje konvencionalnog modela, Slika 5.24a, varira u širokom intervalu, u ekstremnim slučajevima od 0,84 do 5,6. U oblasti ograničenoj konturama $\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = 1$ i $0 < \varepsilon_\alpha < 1$ konvencionalni model $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$ uzima vrednosti koje su i do nekoliko puta veće od maksimalnih teorijski dozvoljenih. Zbog pogodnije grafičke prezentacije dijagram prikazan na Slici 5.24a je ograničen na vrednosti $\frac{\text{ISO}Z_\varepsilon^2}{K_{\alpha\max}} = 0 \dots 6$. To znači da u krajnjoj beloj oblasti, naslonjenoj na osu ε_β konvencionalnim aproksimativnim modelom $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$ dobijaju se vrednosti koje su šest puta veće u odnosu na egzaktan izraz $K_{\alpha\max}$.

Odnos analitičkog aproksimativnog modela i egzaktnih vrednosti $K_{\alpha\max}$, Slika 5.24b ima mnogo ravnomerniji tok promene, sa odstupanjima koja su manje izažena, i koja se nalaze u

intervalu od 0,264 do 1,408. Ova odstupanja su nepravilno raspoređena usled prirode izraza (5.31).

Numerički aproksimativni model (5.38) takođe ima veću tačnost od konvencionalnog aproksimativnog modela (5.31). Ovaj model, za razliku od analitičkog aproksimativnog modela (5.32), pokazuje osobinu simetričnosti u odnosu na liniju $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\beta$. Takođe, on je primenljiv u prikazanom obliku i za cilindrične zupčaste parove sa pravim i za cilindrične zupčaste parove sa kosim zupcima. U jedinstvenom obliku se može koristiti na celom intervalu $\varepsilon_\alpha = 0 \dots 3$ i $\varepsilon_\beta = 0 \dots 3$. Numerički aproksimativni model takođe pokazuje izvesna odstupanja, ali su ona u manjoj meri izražena (u ekstremnim slučajevima od 0,71 do 1,349), i to za sve vrednosti ε_α i ε_β .

5.1.6.1 Procena greške približnih modela

S obzirom da svi analizirani približni modeli predstavljaju aproksimaciju maksimalne granične vrednosti faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca $K_{\alpha\max}$ neizbežna je pojava odstupanja prilikom njihove primene. Ova odstupanja su kvalitativno iskazana formiranjem odnosa $\frac{\text{ISO}Z_\varepsilon^2}{K_{\alpha\max}}$, $\frac{Z_\varepsilon^2}{K_{\alpha\max}}$, $\frac{Z_\varepsilon^{2*}}{K_{\alpha\max}}$ i prikazana u vidu konturnih dijagrama na Slici 5.24.

Da bi se izvršila kvantitativna analiza odstupanja koja se javljaju primenom razmatranih aproksimativnih modela uvedena je relativna greška $E(i,j)$ u obliku:

$$\begin{aligned} E_{\text{ISO}}(i,j) &= \frac{K_{\alpha\max}(i,j) - \text{ISO}Z_\varepsilon^2(i,j)}{K_{\alpha\max}(i,j)}, \\ E_A(i,j) &= \frac{K_{\alpha\max}(i,j) - Z_\varepsilon^2(i,j)}{K_{\alpha\max}(i,j)}, \\ E_*(i,j) &= \frac{K_{\alpha\max}(i,j) - Z_\varepsilon^{2*}(i,j)}{K_{\alpha\max}(i,j)}, \end{aligned} \quad (5.39)$$

gde su i i j koordinate tačaka unutar intervala promene ε_α i ε_β koje se koriste za analizu. Procena relativne greške izvršena je u svim tačkama koje se nalaze u oblasti $\varepsilon_\alpha = 0,5 \dots 3$ i $\varepsilon_\beta = 0 \dots 3$. Kritična oblast $\varepsilon_\alpha = 0 \dots 0,5$ je namerno odbačena zbog neprihvatljivo velikih odstupanja faktora $\text{ISO}Z_\varepsilon^2$ koja se u njoj javljaju. Nakon određivanja vrednosti relativne greške u velikom broju tačaka unutar definisanih intervala ε_α i ε_β izvršeno je predstavljanje relativne greške dvoparametarskom Gausovom funkcijom raspodele u obliku:

$$f(E(i,j)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}S_E} e^{-0,5\left(\frac{E(i,j) - m_E}{S_E}\right)^2} \quad (5.40)$$

gde je:

S_E - standardna devijacija relativne greške,

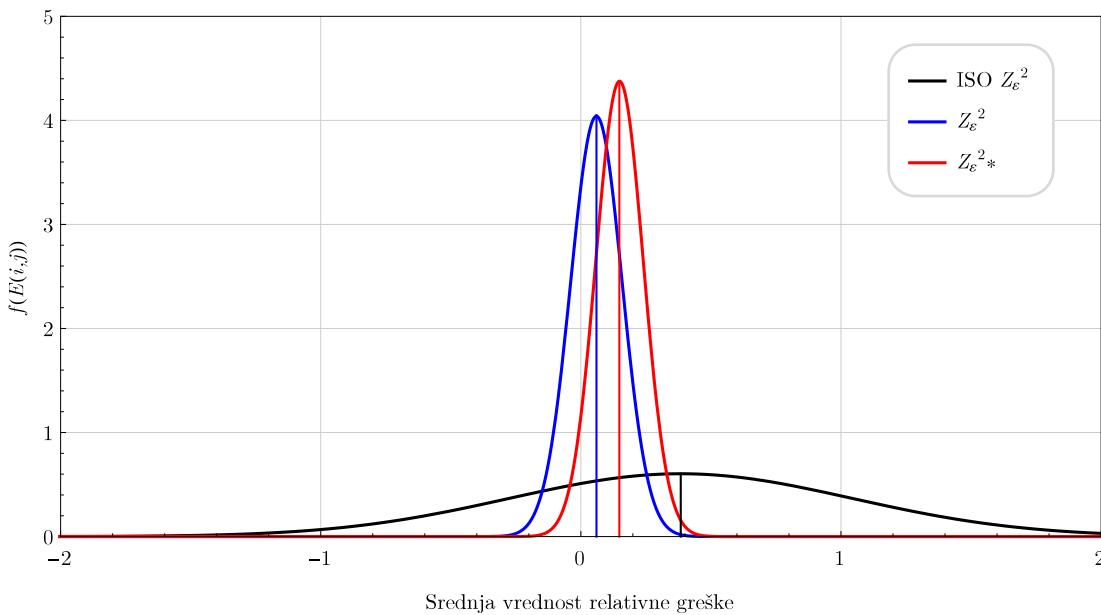
m_E - srednja vrednost relativne greške.

Parametri Gausove funkcije gustine raspodele za relativne greške konvencionalnog aproksimativnog modela $E_{\text{Iso}}(i,j)$, analitičkog aproksimativnog modela $E_A(i,j)$ i numeričkog aproksimativnog modela $E_*(i,j)$ određene su numerički i prikazane su u Tabeli 5.2.

Tabela 5.2: Vrednosti numerički određenih parametara Gausove raspodele

	Srednja vrednost relativne greške \mathbf{m}_E	Standardna devijacija relativne greške \mathbf{S}_E
ISO Z_ϵ^2	0,384094	0,660854
Z_ϵ^2	0,0597741	0,0987439
Z_ϵ^2*	0,148653	0,0911594

Grafički prikaz funkcija gustine raspodele za sva tri analizirana aproksimativna modela, sa usvojenim parametrima iz Tabele 5.2 dat je na Slici 5.25.



Slika 5.25: Funkcija gustine raspodele relativne greške analiziranih približnih modela

Na osnovu analize dijagrama na Slici 5.25 može se zaključiti da su predloženi aproksimativni modeli mnogo prihvatljiviji u odnosu na konvencionalni model čak i na suženom intervalnom prostoru $\varepsilon_\alpha = 0,5 \dots 3$ i $\varepsilon_\beta = 0 \dots 3$. U idealnom slučaju srednja vrednost relativne greške treba da bude jednaka nuli. Sa ovog aspekta, najtačniji je analitički aproksimativni model, zatim numerički aproksimativni model, a najmanju tačnost ima konvencionalni aproksimativni model.

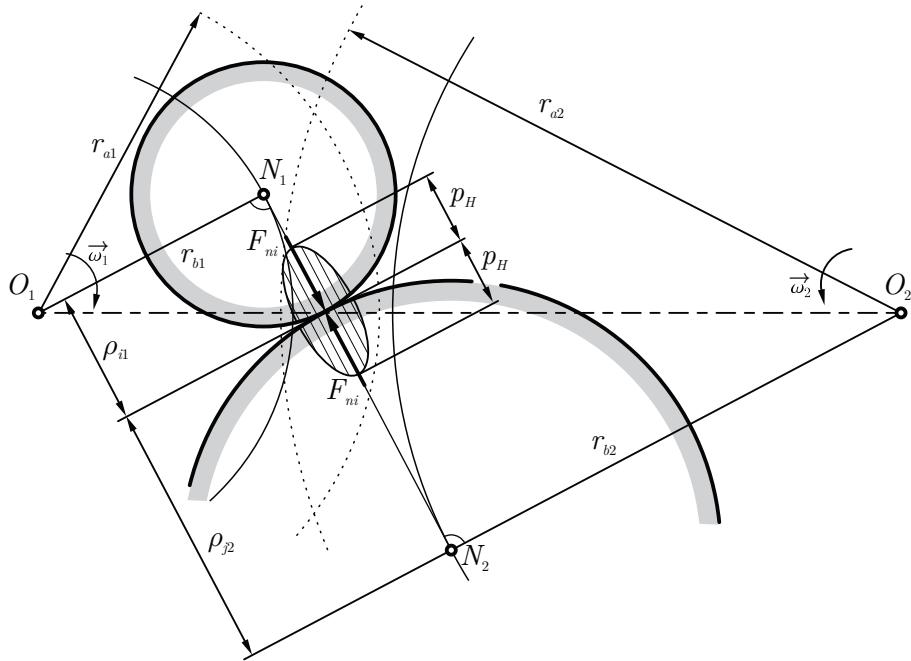
Rasipanje konvencionalnog modela oko srednje vrednosti je izuzetno veliko, što je u skladu sa vrednostima sa Slike 5.24a, dok se rasipanja oba predložena približna modela nalaze u znatno užim granicama. Rasipanje numeričkog aproksimativnog modela oko srednje vrednosti je neznatno veće u odnosu na analitički aproksimativni model, međutim njegova glavna prednost je to što ima jedinstven oblik na čitavom intervalu $\varepsilon_\alpha = 0 \dots 3$ i $\varepsilon_\beta = 0 \dots 3$ za razliku od

ostalih približnih modela.

Primenom predloženih aproksimativnih modela izbegava se mogućnost da faktor stepena sprezanja u pojedinim kritičnim oblastima uzima i do nekoliko puta veće vrednosti od maksimalnih teorijskih dopuštenih. Na ovaj način bi se značajno poboljšala tačnost proračuna površinske nosivosti bokova zubaca, što je posebno izraženo kod cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima.

5.2 Uticaj oblika profila na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova

Na osnovu izraza (4.9) može se analizirati naponsko stanje na bokovima zubaca u proizvoljnoj tački dodira spregnutih profila. Teorijska razmatranja predstavljena u prethodnom poglavlju su pokazala da, sa aspekta primopredaje opterećenja, postoje karakteristične tačke na dodirnicama profila zubaca koje su važne za razmatranje. Za analizu uticaja oblika profila zubaca na površinsku nosivost, odnosno na vrednost i položaj maksimalnog napona koristiće se mehanički model prikazan na Slici 5.26.



Slika 5.26: Mehanički model sprezanja dva zupca sa poluprečnicima dodira

Na osnovu mehaničkog modela sa Slike 5.26, sve tačke dodira dva spregnuta profila nalaze se na korisnoj dodirnici profila zubaca, duž N_1N_2 . Njena dužina definisana je na osnovu geometrijskih i kinematskih parametara zupčastog para. Deo izraza (4.9) koji uzima u obzir uticaj oblika profila na kontaktni napon bokova spregnutih zubaca obuhvaćen je faktorom radiusa krivine:

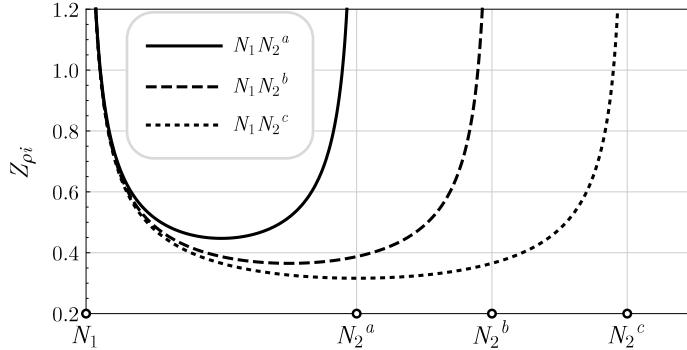
$$Z_{\rho_i} = \frac{\rho_{i1} + \rho_{j2}}{\rho_{i1} \cdot \rho_{j2}}. \quad (5.41)$$

Jednakost (5.41) se na osnovu Slike 5.26, može izraziti i u sledećem obliku:

$$Z_{\rho i} = \frac{N_1 N_2}{\rho_{i1} (N_1 N_2 - \rho_{i1})}, \quad (5.42)$$

pri čemu poluprečnik krivine dodira evolventne površine ρ_{i1} teorijski pripada skupu tačaka $\{0 \dots N_1 N_2\}$.

Na osnovu izraza (5.42) može se analizirati uticaj dužine korisne dodirnice $N_1 N_2$ na vrednost faktora radijusa krivine $Z_{\rho i}$, a samim tim i na vrednost kontaktnog napona σ_{Hi} . Ova analiza prikazana je kvalitativno dijagramima na Slici 5.27.



Slika 5.27: Uticaj dužine korisne dodirnice na vrednost faktora $Z_{\rho i}$

Ovim dijogramima prikazan je tok promene faktora $Z_{\rho i}$ za tri različite vrednosti dužine korisne dodirnice profila zubaca, pri čemu je ispunjeno:

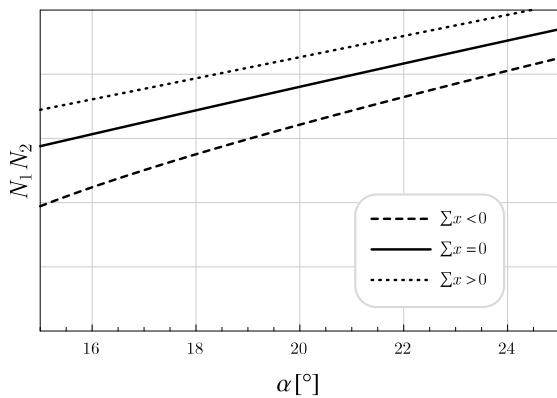
$$N_1 N_2^a < N_1 N_2^b < N_1 N_2^c. \quad (5.43)$$

Tok promene faktora $Z_{\rho i}$ je polueliptičan. Manjim vrednostima dužine korisne dodirnice odgovaraju veći gradjeni promene faktora $Z_{\rho i}$, idući prema tačkama N_1 i N_2 . Minimalne teorijske vrednosti faktora $Z_{\rho i}$ veće su kod korisnih dodirnica sa manjom dužinom. Ovo je značajno jer se u velikom broju slučajeva polje sprezanja nalazi u okolini minimuma funkcije faktora $Z_{\rho i}$. Približavanjem tačkama N_1 i N_2 vrednost faktora $Z_{\rho i}$ teži beskonačnosti. Sa-glasno ovome, i vrednosti kontaktnog napona σ_{Hi} u ovim oblastima teorijski teže beskonačno velikim vrednostima. Iz ovog razloga je poželjno da polje sprezanja bude što je moguće udaljenije od tačaka N_1 i N_2 , i što je moguće bliže okolini minimuma funkcije faktora $Z_{\rho i}$. Položaj polja sprezanja u odnosu na tačke N_1 i N_2 , tj. u odnosu na minimum funkcije faktora $Z_{\rho i}$ zavisi isključivo od geometrijskih i kinematskih parametara zupčastog para (oblika profila), pri čemu su najvažniji ugao profila i koeficijent pomeranja profila.

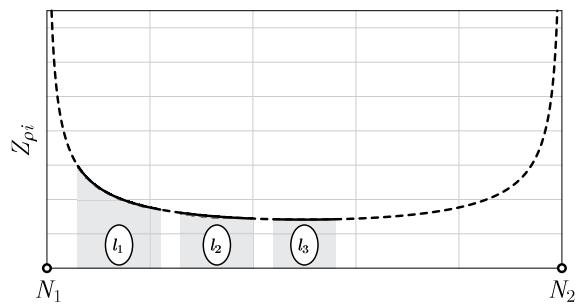
Dijagramom na Slici 5.28 prikazan je kvalitativni uticaj ugla nagiba profila alata α i sume koeficijenata pomeranja profila $\sum x$ na dužinu korisne dodirnice profila zubaca. Na osnovu ovih dijagrama može se konstatovati da velike vrednosti ugla profila i pozitivna suma koeficijenata pomeranja profila dovode do povećanja dužine korisne dodirnice $N_1 N_2$.

Pored dužine korisne dodirnice, izražen uticaj na intenzitet kontaktnog napona ima dužina aktivne dodirnice l koja ograničava polje sprezanja, kao i njen položaj u odnosu na minimum

a)

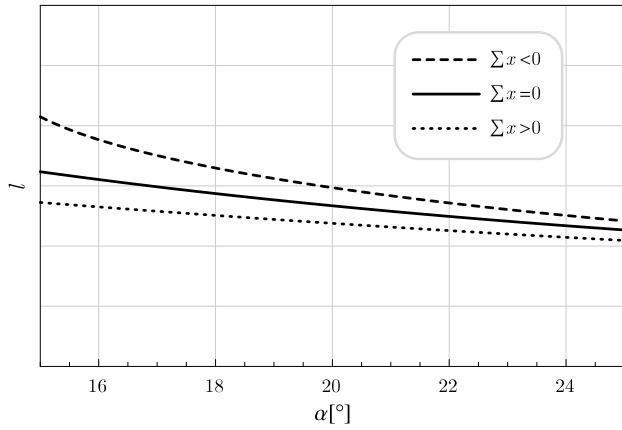


b)

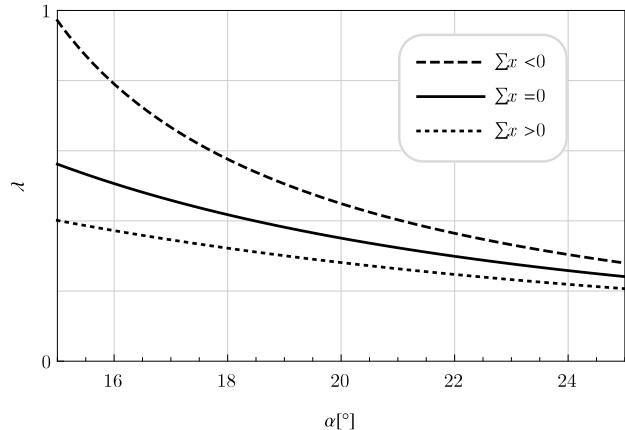


Slika 5.28: a) Kvalitativni uticaj ugla profila i zbira koeficijenata pomeranja profila na dužinu korisne dodirnice,
b) različiti položaji aktivne dodirnice u odnosu na korisnu dodirnicu

funcije faktora Z_{ρ_i} . Na Slici 5.28b dat je kvalitativni prikaz uticaja položaja polja sprezanja na vrednosti faktora Z_{ρ_i} . Većim vrednostima faktora Z_{ρ_i} odgovaraju slučajevi kada polje sprezanja zauzima delove korisne dodirnice bliske tačkama N_1 ili N_2 (l_1 , Slika 5.28b). Pogodniji efekat dobija se kada se polje sprezanja udaljava od tačaka N_1 ili N_2 (l_2 , Slika 5.28b), ili još bolje kada se nalazi u okolini minimuma funkcije faktora Z_{ρ_i} (l_3 , Slika 5.28b). Pored položaja aktivnog dela dodirnice u odnosu na korisnu dodirnicu, značajna je i njena dužina. Veće vrednosti dužina aktivne dodirnice omogućavaju da se u polju sprezanja nađe veći broj istovremeno angažovanih parova zubaca, što je povoljno sa aspekta raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca. Međutim, povećavanjem dužine aktivne dodirnice, javlja se rizik da se krajnje tačke aktivnog dela dodirnice nađu u okolini tačaka N_1 ili N_2 . Uticaj veličine ugla profila i sume koeficijenata pomeranja profila na dužinu aktivne dodirnice prikazan je na dijagramu sa Slike 5.29. Na osnovu dijagrama sa ove slike zaključuje se da veće vrednosti ugla profila i pozitivne sume koeficijenata pomeranja profila dovode do smanjenja aktivnog dela dodirnice, što posledično može prouzrokovati manje vrednosti kontaktnog napona na bokovima zubaca.



Slika 5.29: Kvalitativni uticaj ugla profila i zbira koeficijenata pomeranja profila na dužinu aktivne dodirnice



Slika 5.30: Faktor iskorišćenja korisne dodirnice

Pored ovoga, većim dužinama dodirnice odgovara veće rastojanje njenih krajnjih tačaka od kinematskog pola. Ova pojava značajno utiče na povećanje klizanja profila u ovim tačkama. Uzimajući u obzir specifično dejstvo koje dužina korisne i dužina aktivne dodirnice imaju na vrednosti intenziteta kontaktnog pritiska analiziran je odnos ove dve veličine posredstvom bezdimenzionog faktora λ :

$$\lambda = \frac{l}{N_1 N_2} \leq 1. \quad (5.44)$$

Ovaj parametar (5.44) predstavlja faktor iskorišćenja korisnog dela dodirnice, i u dobroj je korelaciji sa intenzitetom napona na bokovima zubaca. S obzirom na prethodne analize, manjim vrednostima kontaktnog napona na bokovima zubaca odgovaraju manje vrednosti faktora λ . Tok promene faktora λ prikazan je na dijagramu sa Slike 5.30. Dijagram na Slici 5.30 takođe ukazuje na pozitivno dejstvo povećavanja ugla profila i pozitivnih zbirnih vrednosti sume koeficijenata pomeranja profila. Na njemu se može uočiti da nepovoljan oblik profila (male vrednosti ugla profila u kombinaciji sa negativnom sumom koeficijenata pomeranja profila) teorijski mogu dovesti do izjednačavanja korisne i aktivne dužine dodirnice, tj. $\lambda = 1$. Ovaj granični slučaj je izuzetno nepovoljan sa aspekta kontaktnog napona jer omogućuje da se krajnje tačke aktivne dodirnice poklope sa tačkama N_1 i N_2 , u kojima se teorijski javljaju beskonačno velike vrednosti kontaktnog napona na bokovima zubaca.

Uzimajući u obzir sve ranije izrečeno, poželjno je definisati geometrijsko kinematske parametre zupčanika tako da se dobije što veća dužina korisne dodirnice $N_1 N_2$, što kraća dužina aktivne dodirnice l , kao i da položaj aktivne dodirnice bude lociran u okolini minimuma funkcije faktora $Z_{\rho i}$. Na ovaj način se, pogodnim oblikom profila, može uticati na smanjenje intenziteta kontaktnog napona na boku zupca i smanjenje klizanja u krajnjim tačkama dodirnice.

Naredni deo teksta će biti usmeren na detaljnu analizu uticaja oblika profila na naponsko stanje u karakterističnim tačkama dodira cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima (respektujući ranije uvedene granične raspodele opterećenja) za slučaj:

- jednostrukе i dvostrukе sprege zubaca ($1 < \varepsilon_\alpha < 2$),
- dvostrukе i trostrukе sprege zubaca ($2 < \varepsilon_\alpha < 3$).

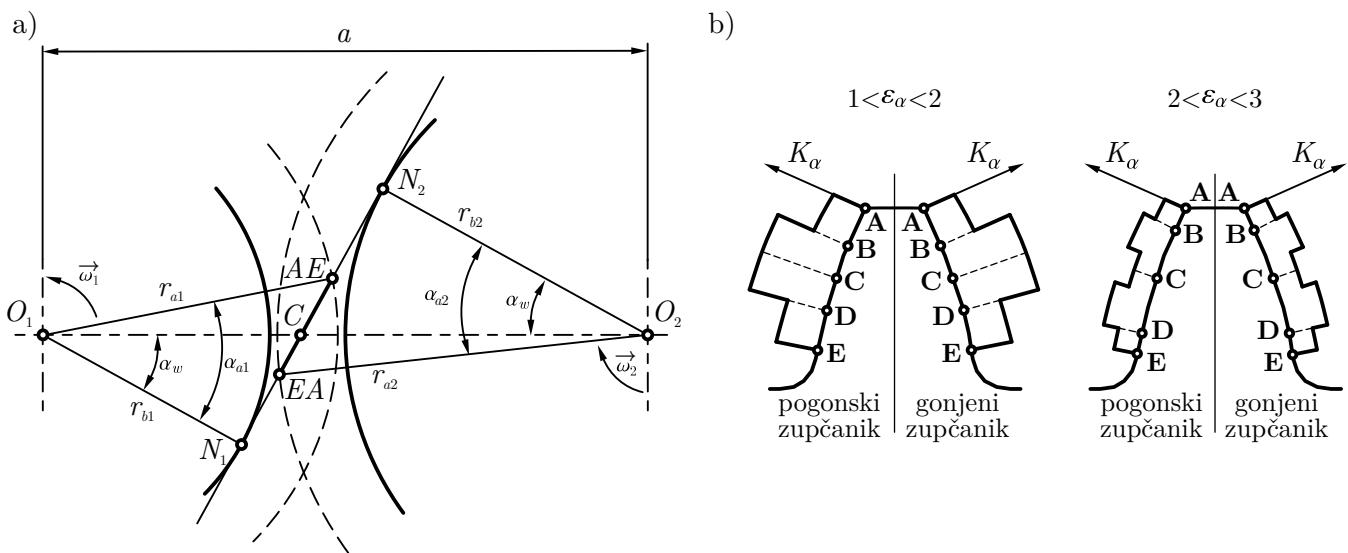
5.2.1 Karakteristične tačke dodira na profilima zubaca i na dodirnici profila

Model koji je korišćen kako bi se dobili izrazi za radijuse krivina u karakterističnim tačkama dodira prikazan je na Slici 5.31a. Na Slici 5.31b prikazane su karakteristične tačke dodira na profilima istovremeno spregnutih parova zubaca pogonskog i gonjenog zupčanika za slučaj $1 < \varepsilon_\alpha < 2$ i $2 < \varepsilon_\alpha < 3$:

- **Tačka A:** spoljna tačka dvostrukе sprege, odgovara prvom trenutku sprezanja zupca gonjenog zupčanika, odnosno poslednjem trenutku sprezanja zupca pogonskog zupčanika.
- **Tačka B:** tačka primopredaje opterećenja. Za slučaj $1 < \varepsilon_\alpha < 2$, to je tačka koja odgovara prvom trenutku jednostrukе sprege gonjenog zupčanika, odnosno poslednjem

trenutku jednostrukе sprege pogonskog zupčanika. Za slučaj $2 < \varepsilon_\alpha < 3$ to je tačka koja odgovara prvom trenutku dvostrukе sprege gonjenog zupčanika, odnosno poslednjem trenutku dvostrukе sprege pogonskog zupčanika.

- **Tačka C:** dodir u kinematskom polu.
- **Tačka D:** tačka primopredaje opterećenja. Za slučaj $1 < \varepsilon_\alpha < 2$, to je tačka koja odgovara poslednjem trenutku jednostrukе sprege gonjenog zupčanika, odnosno prvom trenutku jednostrukе sprege pogonskog zupčanika. Za slučaj $2 < \varepsilon_\alpha < 3$ to je tačka koja odgovara poslednjem trenutku dvostrukе sprege gonjenog zupčanika, odnosno prvom trenutku dvostrukе sprege pogonskog zupčanika.
- **Tačka E:** unutrašnja tačka dvostrukе sprege, odgovara poslednjem trenutku sprezanja zupca gonjenog zupčanika, odnosno prvom trenutku sprezanja zupca pogonskog zupčanika.



Slika 5.31: Karakteristične tačke dodira: a) polazni model, b) položaj na profilima zubaca pogonskog i gonjenog zupčanika

Sprezanjem odgovarajućih tačaka na profilima zubaca pogonskog i gonjenog zupčanika dobijaju se karakteristične tačke dodira na aktivnoj dužini dodirnice profila zubaca. Saglasno uvedenim tačkama sa Slike 5.31b, na Slici 5.31a tačka EA označava početni trenutak dodira kada se sprežu prva tačka profila na podnožju pogonskog i prva tačka profila na temenu gonjenog zupca. Tačka AE predstavlja završni trenutak dodira posmatranog istovremeno spregnutog para zubaca, kada se sprežu posljednja tačka profila na temenu pogonskog i posljednja tačka profila na podnožju gonjenog zupca.

Prilikom određivanja poluprečnika krivine u karakterističnim tačkama dodira za različite oblike profila zubaca potrebno je odrediti ugao dodirnice profila zubaca α_w u istim tim tačkama, Slika 5.31. Na osnovu poznatih geometrijsko kinematskih veličina zupčastog para može se odrediti evolventni ugao dodirnice $\text{inv} \alpha_w$.

Za poznate vrednosti evolventnog ugla dodirnice su, u ovoj disertaciji, numeričkim putem [110] sa dovoljnom tačnošću određene vrednosti samog ugla dodirnice α_w :

$$\alpha_w = \arccos\left(\frac{1}{P}\right), \quad (5.45)$$

pri čemu se pomoćna veličina P određuje na osnovu sledeće jednakosti:

$$P = 1 + Q(C_1 + Q(C_2 + Q(C_3 + Q(C_4 + Q(C_5 + Q(C_6 + Q))))))). \quad (5.46)$$

Vrednosti numeričkih konstanti C_i ($i = 1 \dots 6$) u jednačini (5.46) su:

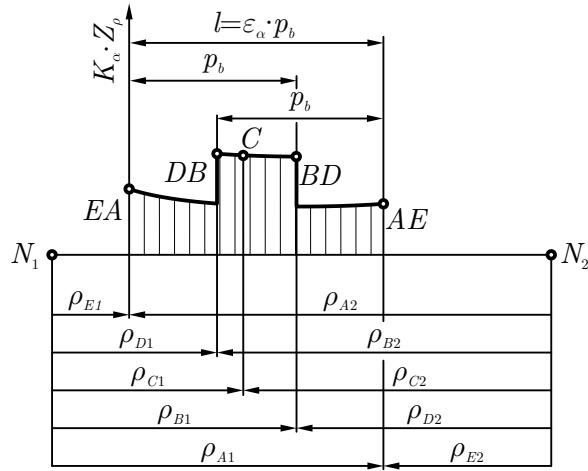
$$\begin{aligned} C_1 &= 1,040042, \\ C_2 &= 0,324506, \\ C_3 &= -0,003209, \\ C_4 &= 0,0088336, \\ C_5 &= 0,0031898, \\ C_6 &= 0,0004772, \end{aligned} \quad (5.47)$$

dok se vrednost pomoćne veličine Q izračunava na osnovu jednakosti:

$$Q = (\text{inv}\alpha_w)^{0,66667}. \quad (5.48)$$

5.2.1.1 Radijusi krivina karakterističnih tačaka dodira na profilima zubaca za slučaj jednostrukih i dvostrukih sprege zubaca

Položaji karakterističnih tačaka dodira na dodirnici profila za slučaj jednostrukih i dvostrukih sprege zubaca, pri istovremenom uticaju faktora raspodele opterećenja K_α i faktora radijusa krivine spregnutih zubaca Z_{ρ_i} prikazani su na Slici 5.32.



Slika 5.32: Položaji karakterističnih tačaka dodira na dodirnici profila za slučaj jednostrukih i dvostrukih sprege

Izrazi za određivanje radijusa krivina karakterističnih tačaka na dodirnici sa Slike 5.32 za slučaj jednostrukih i dvostrukih sprege formirani na osnovu modela idealno ravnomerne

raspodele otperećenja na istovremeno spregnute parove zubaca dati su u Tabeli 5.3.

Tabela 5.3: Izrazi za određivanje radijusa krivine u karakterističnim tačkama dodira za slučaj jednostrukih i dvostrukih sprege

Tačka EA	$\rho_{E1} = a \cdot \sin \alpha_w - r_{b2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{a2}$
	$\rho_{A2} = r_{b2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{a2}$
Tačka DB	$\rho_{D1} = \rho_{E1} + (\varepsilon_\alpha - 1)p_b$
	$\rho_{B2} = N_1 N_2 - \rho_{D1}$
Tačka C	$\rho_{C1} = r_{b1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w$
	$\rho_{C2} = r_{b2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w$
Tačka BD	$\rho_{B1} = \rho_{E1} + p_b$
	$\rho_{D2} = N_1 N_2 - \rho_{B1}$
Tačka AE	$\rho_{E1} = \rho_{A1} + \varepsilon_\alpha \cdot p_b$
	$\rho_{E2} = N_1 N_2 - \rho_{A1}$

Uglovi $\alpha_{a1,2}$, Slika 5.32, predstavljaju napadne uglove profila na temenoj kružnici i mogu se izračunati na osnovu poznatog izraza:

$$\begin{aligned}\alpha_{a1} &= \arccos\left(\frac{d_{b1}}{d_{a1}}\right), \\ \alpha_{a2} &= \arccos\left(\frac{d_{b2}}{d_{a2}}\right),\end{aligned}\tag{5.49}$$

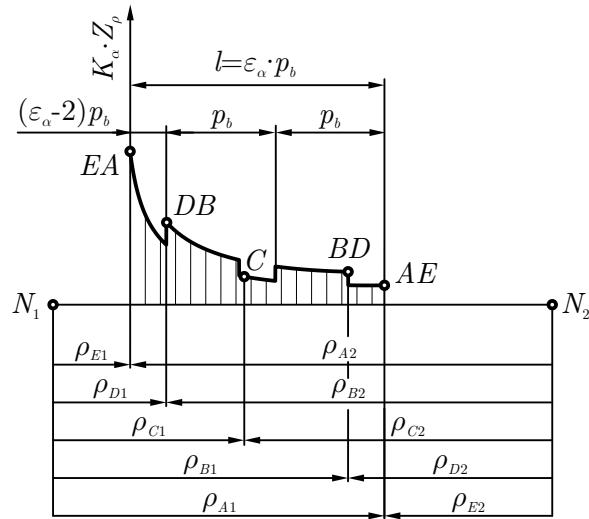
pri čemu su $d_{b1,2}$ i $d_{a1,2}$ prečnici osnovnih i temenih kružnica pogonskog i gonjenog zupčanika zupčastog para, respektivno.

Prema konvencionalnoj metodi proračuna sadržanoj u [5] procena površinske nosivosti bokova zubaca vrši se na osnovu napona u kinematskom polu C, i napona u spoljašnjim tačkama jednostrukih sprege B i D. Proračun napona u ovim tačkama sprovodi se na osnovu vrednosti napona u kinematskom polu C, prepostavljajući da se isti nalazi u oblasti jednostrukih sprege. Kada je oblik profila spregnutih zubaca takav da je kinematski pol izmešten van oblasti jednostrukih sprege zubaca ovakav pristup proračuna napona u tačkama B i D nema zadovoljavajuću tačnost. Takođe, standardom [5] nije predviđeno određivanje napona u tačkama A i E, kada se u istim tačkama generiše najveći kontaktni napon.

5.2.1.2 Radijusi krivina karakterističnih tačaka dodira na profilima zubaca za slučaj dvostrukih i trostrukih sprege zubaca

U slučaju dvostrukih i trostrukih sprege zubaca u konvencionalnim postupcima proračuna površinske nosivosti bokova (ISO 6336-2 [5]) ne postoje egzaktni izrazi za određivanje radijusa krivina u karakterističnim tačkama dodira. U poglavljju 6.4 dokumenta ISO 6336-2 [5] za ovaj slučaj sprezanja naglašava se da je merodavan za proračun napon koji se generiše u unutrašnjoj tački dvostrukih sprege, iako pri određenim geometrijskim parametrima zupčastog para to ne mora da bude tačka sa najvećim kontaktnim naponom.

Položaji karakterističnih tačaka dodira na dodirnici profila za slučaj dvostrukе i trostrukе sprege zubaca, pri istovremenom uticaju faktora raspodele opterećenja K_α i faktora radijusa krivine spregnutih zubaca Z_{ρ_i} prikazani su na Slici 5.33.



Slika 5.33: Položaji karakterističnih tačaka dodira na dodirnici profila za slučaj dvostrukе i trostrukе sprege

Izrazi za određivanje radijusa krivina karakterističnih tačaka na dodirnici sa Slike 5.33 za slučaj dvostrukе i trostrukе sprege formirani na osnovu modela idealno ravnomerne raspodele otperećenja na istovremeno spregnute parove zubaca dati su u Tabeli 5.4.

Tabela 5.4: Izrazi za određivanje radijusa krivine u karakterističnim tačkama dodira za slučaj dvostrukе i trostrukе sprege

Tačka EA	$\rho_{E1} = a \cdot \sin \alpha_w - r_{b2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{a2}$ $\rho_{A2} = r_{b2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_{a2}$
Tačka DB	$\rho_{D1} = \rho_{E1} + (\varepsilon_\alpha - 2)p_b$ $\rho_{B2} = N_1 N_2 - \rho_{D1}$
Tačka C	$\rho_{C1} = r_{b1} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w$ $\rho_{C2} = r_{b2} \cdot \operatorname{tg} \alpha_w$
Tačka BD	$\rho_{B1} = \rho_{E1} + 2p_b$ $\rho_{D2} = N_1 N_2 - \rho_{B1}$
Tačka AE	$\rho_{A1} = \rho_{E1} + \varepsilon_\alpha \cdot p_b$ $\rho_{E2} = N_1 N_2 - \rho_{A1}$

5.2.2 Analiza uticaja oblika profila zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima

Opšti izraz (4.9) za kontaktni napon u proizvoljnoj tački dodira u slučaju cilindričnih zupčastih parova sa pravim zupcima, kod kojih je $B_i = b$ dobija sledeći oblik:

$$\sigma_{Hi} = Z_E \sqrt{\frac{F_n \cdot K_{\alpha i}}{b} \cdot Z_{\rho i}} = \kappa \sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}, \quad (5.50)$$

gde je κ konstanta čija vrednost zavisi od vrste spregnutih materijala, ukupnog opterećenja zupčastog para i dužine zupca. Veličine u izrazu (5.50) koje su, prema modelu usvojenom u ovoj disertaciji, zavisne od položaja trenutne tačke dodira na dodirnici profila su faktor raspodele opterećenja $K_{\alpha i}$ i faktor radijusa krivine spregnutih zubaca $Z_{\rho i}$. Saglasno tome, analiza uticaja oblika profila zubaca na površinsku nosivost bokova zubaca sa aspekta kontaktnog napona izvršena je posmatranjem toka promene proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$. Pored toga, analiziran je i odnos kontaktnog napona u proizvoljnoj tački na dodirnici profila i napona u kinematskom polu σ_{Hi}/σ_{HC} , za slučaj idealno ravnomerne raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca:

$$\frac{\sigma_{Hi}}{\sigma_{HC}} = \sqrt{\frac{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}{K_{\alpha C} \cdot Z_{\rho C}}}. \quad (5.51)$$

Odos definisan izrazom (5.51) je dobar pokazatelj za izbor napona merodavnog za proveru površinske nosivosti bokova zubaca. S obzirom da za posmatrani zupčasti par važi da je:

$$K_{\alpha C} \cdot Z_{\rho C} = \text{const.}, \quad (5.52)$$

tok promene odnosa σ_{Hi}/σ_{HC} odgovara toku promene proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ uz različite vrednosti duž dodirnice profila. Analiziranje toka promene proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ pruža mogućnost uporedne analize uticaja geometrijsko-kinematskih parametara zupčastog para, odnosno različitih oblika profila zubaca na vrednost kontaktnog napona u karakterističnim tačkama dodira.

U narednoj analizi različiti oblici profila zubaca dobijeni su variranjem sledećih veličina: ugla profila α , koeficijenta pomeranja profila malog zupčanika x_1 i broja zubaca velikog zupčanika z_2 . Variranje broja zubaca z_2 izraženo je preko kinematskog prenosnog odnosa u i poznatog broja zubaca malog zupčanika:

$$z_2 = z_1 \cdot u. \quad (5.53)$$

Analizirani su slučajevi kada je $u = 1$, $u = 2$ i $u = 4$. Slučaj kada je vrednost kinematskog prenosnog odnosa jednaka jedinici, i kada su zupčanici izrađeni bez pomeranja profila je specifičan jer se sredina aktivnog dela dodirnice l poklapa sa sredinom korisnog dela dodirnice $N_1 N_2$, odnosno tačka kinematskog pola C se nalazi na sredini aktivnog dela dodirnice. U tom specijalnom slučaju raspodela napona je simetrična u odnosu na tačku kinematskog pola C.

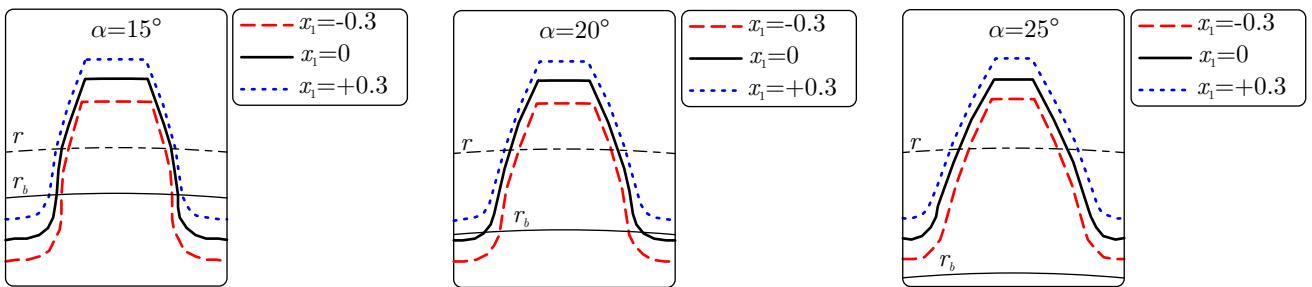
Za varijaciju ugla profila α odabrane su sledeće vrednosti:

- $\alpha = 15^\circ$,
- $\alpha = 20^\circ$,
- $\alpha = 25^\circ$.

Za varijaciju koeficijenta pomeranja profila malog zupčanika x_1 odabrane su sledeće vrednosti:

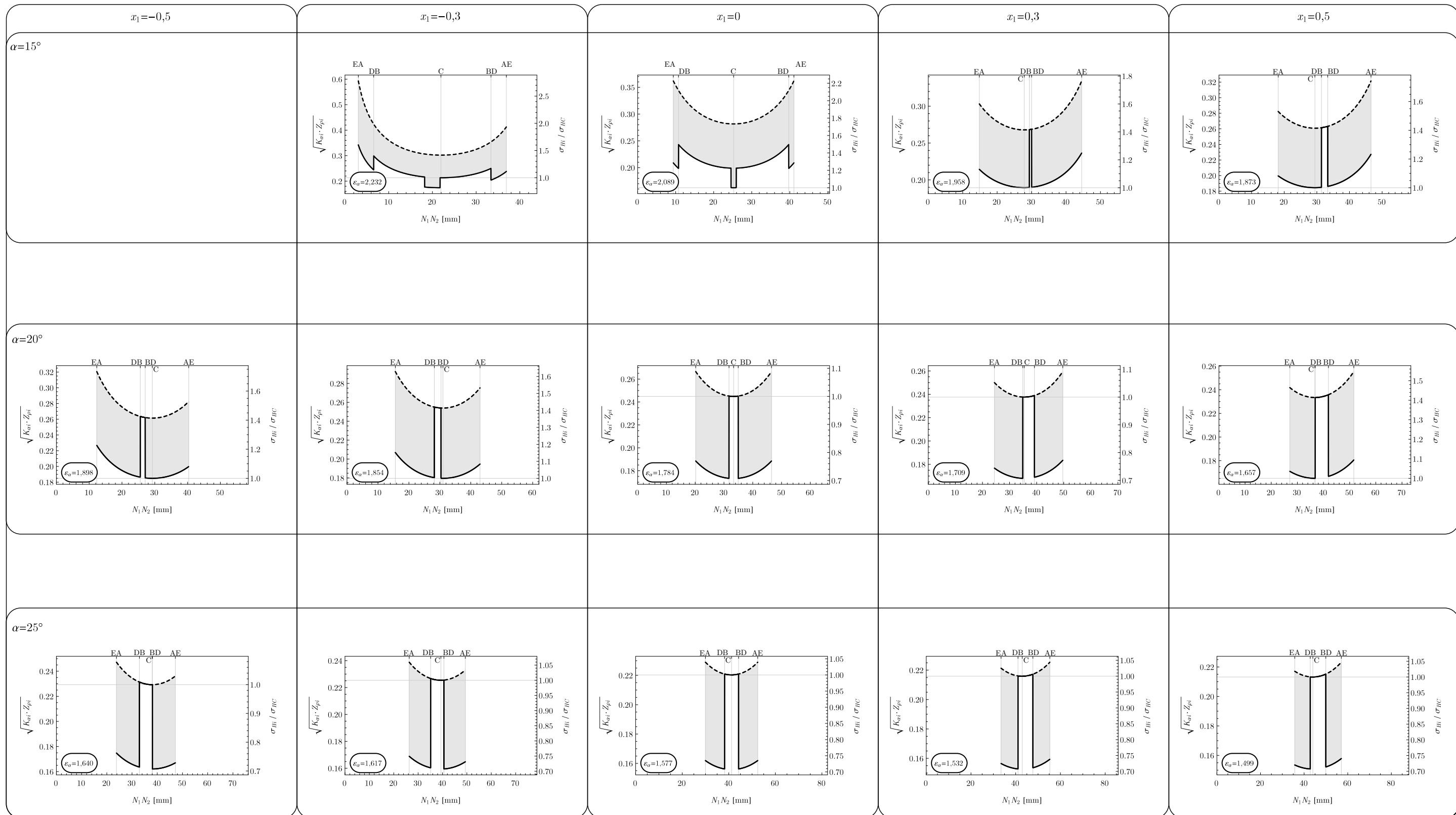
- $x_1 = -0,5$,
- $x_1 = -0,3$,
- $x_1 = 0$,
- $x_1 = 0,3$,
- $x_1 = 0,5$,

Uticaj koeficijenta pomeranja profila zupčanika 2 nije analiziran. U sprovedenoj analizi vrednost koeficijenta pomeranja profila zubaca velikog zupčanika iznosila je $x_2 = 0$. S obzirom da je u sprovedenoj analizi, saglasno povećanju kinematskog prenosnog odnosa, variranje oblika profila vršeno povećavanjem broja zubaca zupčanika 2 ovakav pristup je opravдан jer se sa povećanjem broja zubaca sve više smanjuje uticaj koeficijenta pomeranja na oblik profila zupca. Uticaj ugla profila i koeficijenta pomeranja profila malog zupčanika na oblik profila bokova zubaca prikazan je grafički na Slici 5.34.



Slika 5.34: Uticaj ugla profila i koeficijenta pomeranja profila na oblik profila zupca zupčanika sa brojem zubaca $z_1 = 39$

S obzirom na najmanju vrednost ugla profila i graničnu negativnu vrednost koeficijenta pomeranja profila usvojen je broj zubaca malog zupčanika $z_1 = 39$, kako bi se izbeglo podsecanje zubaca. Pored ovoga, usvojen je modul zupčastog para $m = 5 \text{ mm}$. Za ovako usvojene parametre, varirane su vrednosti ugla profila, koeficijenta pomeranja profila i kinematskog prenosnog odnosa. Formirani dijagrami sadrže dve vertikalne ose, jedna označava promenu proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$, a druga označava promenu odnosa napona σ_{Hi}/σ_{HC} . Pored dvostrukih vertikalnih ose, svaki dijagram sadrži i informaciju o vrednosti stepena sprezanja profila ε_α za posmatrani skup geometrijsko-kinematskih parametara zupčastog para. Ovaj pokazatelj je značajan, kako sa aspekta raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca tako i sa aspekta uticaja oblika profila na vrednosti intenziteta kontaktnog napona. Na prikazanim dijagramima puna linija označava tok promene veličina $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ i σ_{Hi}/σ_{HC} za slučaj idealno ravnomerne raspodele opterećenja. Isprekidana linija označava tok promene posmatranih veličina za slučaj izrazito neravnomerne raspodele opterećenja. Dijagrami raspodele $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ i σ_{Hi}/σ_{HC} za kinematski prenosni odnos $u = 1$ prikazani su Slici 5.35.



Slika 5.35: Istovremeni uticaj faktora raspodele opterećenja i oblika profila na nosivost bokova za $z_1 = 39$ i kinematski prenosni odnos $u = 1$

Ugao profila 15°

Analiziranjem dijagrama sa Slike 5.35, može se ustanoviti pozitivan uticaj najmanje razmatrane vrednosti ugla profila na faktor raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca. Trostruka sprega zubaca postignuta je samo pri vrednosti ugla profila $\alpha = 15^\circ$. Ona je ostvarena pri vrednostima koeficijenta pomeranja profila $x_1 = -0,3$ i $x_1 = 0$. Kada je $\alpha = 15^\circ$ i $x_1 = -0,5$ prisutna je podsečenost zubaca, pa taj slučaj nije uzet u razmatranje. Pri $\alpha = 15^\circ$ postignute su najveće vrednosti stepena sprezanja profila. Bezdimenzioni faktor λ u ovom slučaju, uzima najveće vrednosti i nalazi se u intervalu $0,483 \dots 0,771$. Idući od granične negativne prema graničnoj pozitivnoj vrednosti koeficijenta pomeranja profila x_1 vrednost faktora λ se smanjuje. Velike vrednosti faktora λ ukazuju na smanjivanje dužine korisne dodirnice N_1N_2 , uz istovremeno povećavanje dužine aktivne dodirnice l . Smanjivanje dužine korisne dodirnice je nepoželjno zbog njenog uticaja na kontaktni napon bokova zubaca obuhvaćen preko faktora radiusa krvine spregnutih zubaca $Z_{\rho i}$, Slika 5.27. Manjim vrednostima dužine korisne dodirnice odgovara strmiji tok promene faktora $Z_{\rho i}$. Takođe, povećavanjem dužine aktivne dodirnice polje sprezanja je rasprostranjeno duž većeg dela korisne dodirnice N_1N_2 . U ovakvim okolnostima postoji mogućnost da se krajnje tačke aktivne dodirnice (tačke A i E na profilima zubaca), pri teorijskoj raspodeli opterećenja, nađu u okolini tačaka N_1 i N_2 , u kojima vrednost kontaktног napona teži beskonačnosti.

Saglasno povećanim vrednostima faktora λ kod profila zubaca kod kojih je $\alpha = 15^\circ$ prisutne su i veće vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$. Samim tim, javiće se veće vrednosti kontaktног napona na bokovima zubaca. Pri svim razmatranim vrednostima x_1 (i u slučaju idealno ravnomerne i u slučaju izrazito neravnomerne raspodele) kontaktni napon u kinematskom polu C ima manju vrednost u poređenju sa ostalim karakterističnim tačkama. U svim analiziranim tačkama ispunjeno je $\sigma_{Hi}/\sigma_{HC} > 1$. Saglasno ovoj činjenici, u slučaju kada je $\alpha = 15^\circ$, napon u kinematskom polu C nije merodavan za proveru površinske nosivosti bokova. Potrebno je analizirati napon u ostalim karakterističnim tačkama dodira, saglasno izrazima datim u Tabelama 5.3 i 5.4.

Celobrojne vrednosti stepena sprezanja profila su izuzetno poželjne sa aspekta dinamičkog ponašanja zupčastog para, jer je tada (u slučaju idealno ravnomerne raspodele opterećenja) ispunjeno $K_{\alpha \max} = K_{\alpha \min}$. Slučaj kada je $\alpha = 15^\circ$ i $x_1 = 0,3$ je najpribližniji ostvarivanju celobrojne vrednosti stepena sprezanja profila, tj. $\varepsilon_\alpha = 1,958$. Međutim, u ovom razmatranom slučaju javlja se izuzetno kratak period trajanja jednostrukе sprege. Iako je stepen sprezanja relativno blizu celobrojnoj vrednosti, ovakva impulsna promena kontaktног napona ima nepovoljan uticaj na dinamičko ponašanje zupčastog para i postojanost uljnog filma između bokova spregnutih zubaca u trenucima primopredaje opterećenja. Variranje x_1 od granične negativne ($-0,3$) prema graničnoj pozitivnoj vrednosti ($0,5$) dovelo je do smanjenja stepena sprezanja profila.

Može se uočiti da ugao profila ima izražen uticaj na promenu dužine korisne i aktivne dodirnice, dok koeficijent pomeranja profila x_1 ima izražen uticaj na transliranje polja sprezanja u pravcu dodirnice profila zubaca prema tačkama N_1 i N_2 . Kada je $x_2 = 0$, negativne vrednosti koeficijenta pomeranja profila zupčanika 1 dovode do pomeranja polja sprezanja prema tački

N_1 . U ovom slučaju merodavan za proračun je kontaktni napon u prvoj tački dodira spregnutih zubaca, odnosno tački EA. Pozitivne vrednosti x_1 pomeraju polje sprezanja prema tački N_2 . U ovom slučaju za proračun je merodavan kontaktni napon u poslednjoj tački dodira spregnutih zubaca, odnosno tački AE. Povoljniji oblici profila, sa aspekta kontaktnog napona, su oni koji se dobijaju pri pozitivnom pomeranju profila zupčanika 1.

Vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ pri $\alpha = 15^\circ$ i $u = 1$ nalaze se u sledećim intervalima:

- u slučaju izrazito neravnomerne raspodele: 0,261 ... 0,593,
- u slučaju idealno ravnomerne raspodele: 0,184 ... 0,342.

Ugao profila 20°

Najveći domen primene imaju zupčanici izrađeni sa uglom profila $\alpha = 20^\circ$, Slika 5.35. U odnosu na slučaj $\alpha = 15^\circ$, pri $\alpha = 20^\circ$ nije moguće ostvariti trostruku spregu zubaca. Povećavanje ugla profila dovodi do povećanja dužine korisne dodirnice. Za ugao profila $\alpha = 20^\circ$ faktor λ nalazi se u intervalu 0,333 ... 0,479. Usled ovoga, tok promene faktora $Z_{\rho i}$ je umereniji. Karakterističnim tačkama dodira odgovaraju manje vrednosti kontaktnog napona u odnosu na $\alpha = 15^\circ$. Vrednosti faktora λ ukazuju na smanjenje dužine aktivne dodirnice. Saglasno ovome, manja je verovatnoća da se krajnje tačke aktivnog dela dodirnice (tačke A i E na profilima zubaca) nađu u oblastima bliskim tačkama N_1 i N_2 .

Pri $\alpha = 20^\circ$ oblici profila su takvi da postoje slučajevi ($x_1 = 0$ i $x_1 = 0,3$) kada je kinematski pol C u oblasti jednostrukе sprege zubaca, odnosno nalazi se između tačaka BD i DB. U slučaju izrazito neravnomerne raspodele opterećenja, zavisno od znaka x_1 , najveće vrednosti kontaktnog napona generišu se u tačkama ulaska i izlaska iz sprege, tj. tačkama dodira EA i AE. U slučaju idealno ravnomerne raspodele opterećenja, zavisno od znaka x_1 , najveće vrednosti kontaktnog napona javljaju se u tačkama primopredaje opterećenja DB i BD. Kada je kinematski pol u oblasti jednostrukе sprege, razlike između kontaktnog napona u tački C i tačkama DB i BD su zanemarljive. Samo u ovom slučaju je napon u kinematskom polu merodavan za proračun nosivosti zubaca. Kada se kinematski pol nalazi u oblasti dvostrukе sprege, sve ostale analizirane tačke u kojima se vrši primopredaja opterećenja imaju veće vrednosti kontaktnog napona. Ovo je posebno izraženo u tačkama DB i BD, jer je pozitivan uticaj povećavanja ugla profila doveo do toga da su tačke EA i AE dovoljno udaljene od tačaka N_1 i N_2 , respektivno. U najvećem broju analiziranih slučajeva napon u kinematskom polu C nije merodavan za proveru nosivosti bokova zubaca.

Vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ pri $\alpha = 20^\circ$ i $u = 1$ nalaze se u sledećim intervalima:

- u slučaju izrazito neravnomerne raspodele: 0,233 ... 0,321,
- u slučaju idealno ravnomerne raspodele: 0,165 ... 0,264.

Posmatrani intervali imaju uže i niže granične vrednosti u odnosu na $\alpha = 15^\circ$. Ova činjenica ukazuje na pozitivan uticaj povećavanja ugla profila na nosivost bokova zubaca cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima sa aspekta kontaktnog napona.

Ugao profila 25°

Povećavanje ugla profila na $\alpha = 25^\circ$, Slika 5.35, dovelo je do dodatnog smanjenja perioda trajanja dvostrukе sprege u odnosu na $\alpha = 15^\circ$ i $\alpha = 20^\circ$. Primetno je značajno povećanje dužine korisne dodirnice N_1N_2 . Saglasno ovome, faktor λ uzima najmanje vrednosti u odnosu na prethodne analizirane slučajeve. One se nalaze u intervalu $0,242 \dots 0,307$, usled čega su i vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ najmanje. Saglasno ovome, u karakterističnim tačkama na profilima zubaca i na aktivnom delu dodirnice generišu se niže vrednosti kontaktnog napona. S obzirom da povećavanje ugla profila dovodi do smanjivanja dužine aktivne dodirnice, Slika 5.29, postignute su najmanje vrednosti stepena sprezanja profila ε_α . Ova pojava je nepovoljna sa aspekta raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca usled velikog trajanja perioda jednostrukе sprege. Međutim, ova pojava je dovela do toga da se polje sprezanja nalazi u okolini minimuma funkcije faktora $Z_{\rho i}$, pa se u karakterističnim tačkama dodira generišu niže vrednosti kontaktnog napona u poređenju sa uglovima profila $\alpha = 15^\circ$ i $\alpha = 20^\circ$.

Kinematski pol C se uvek nalazi u oblasti jednostrukе sprege zubaca, između tačaka DB i BD. Pri $\alpha = 25^\circ$ položaj kinematskog pola je najmanje osetljiv na variranje geometrijskih veličina zupčanika. Ukoliko se izuzmu veoma male razlike napona u pomenutim tačkama, napon u kinematskom polu je merodavan za proračun nosivosti bokova. S obzirom na malu vrednost dužine aktivne dodirnice, i na njen položaj koji je lociran u okolini minimuma funkcije faktora $Z_{\rho i}$ (čak i u slučaju izrazito neravnomjerne raspodele) napon kinematskog pola može se smatrati merodavnim za proračun nosivosti, jer važi $\sigma_{Hi} / \sigma_{HC} \approx 1$. Zbog povoljnih karakteristika koje su prisutne pri povećanju ugla profila, u krajnjim tačkama dodira javljaju se najmanje vrednosti kontaktnog napona, u poređenju sa uglovima profila $\alpha = 15^\circ$ i $\alpha = 20^\circ$. Samo pri $\alpha = 25^\circ$, u svim analiziranim slučajevima, napon u tačkama EA i AE uvek je manji u poređenju sa naponom u kinematskom polu. Za ovu vrednost ugla profila, koeficijenta pomeranja profila nema dovoljno jak uticaj da translira polje sprezanja duž dodirnice bilo prema tački N_1 (u slučaju $x_1 < 0$) bilo prema tački N_2 (u slučaju $x_1 > 0$) u tolikoj meri, da kinematski pol bude izmešten u oblast dvostrukе sprege. Kao i u prethodnim slučajevima, variranje koeficijenta pomeranja profila od njegove granične negativne vrednosti ka njegovoj graničnoj pozitivnoj vrednosti dovodi do smanjenja stepena sprezanja profila, odnosno sprezanja zubaca sa malim udelom dvostrukе spege.

Vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ pri $\alpha = 25^\circ$ i $u = 1$ nalaze se u sledećim intervalima:

- u slučaju izrazito neravnomjerne raspodele: $0,213 \dots 0,247$,
- u slučaju idealno ravnomerne raspodele: $0,151 \dots 0,231$.

Intervali promene proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ su pri $\alpha = 25^\circ$ u najnižim i najužim opsežima. Ovime je potvrđeno da oblici profila pri $\alpha = 25^\circ$ tokom sprezanja imaju najpogodnije karakteristike sa aspekta nosivosti bokova zubaca procenjene na osnovu kontaktnog napona.

Naredna analiza odnosi se na slučaj kada je vrednost kinematskog prenosnog odnosa veća od 1. Za analizu uticaja broja zubaca na oblik profila, samim tim i na površinsku nosivost bokova, usvojena je vrednost kinematskog prenosnog odnosa $u = 2$. Broj zubaca zupčanika 1 ($z_1 = 39$) i modul zupčastog para ($m=5$ mm) ostali su nepromjenjeni, dok su veličine α i x_1 varirane saglasno ranije definisanim vrednostima.

Dijagrami toka promene proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ i odnosa $\sigma_{Hi} / \sigma_{HC}$ za ovaj skup geometrijsko kinematskih parametara prikazani su na Slici 5.37. Sa povećanjem kinematskog prenosnog odnosa, polje sprezanja se usled promjenjenog broja zubaca translira duž dodirnice prema manjem zupčaniku, odnosno prema tački N_1 . Iz ovog razloga se, kada je $u > 1$, uvek kao kritične tačke čiji je napon merodavan za proveru nosivosti bokova zubaca pojavljuju tačke na aktivnom delu dodirnice bliske tački N_1 , odnosno tačke EA, DB i C. Saglasno ovome, najveće vrednosti kontaktnog napona generišu se između podnožja i kinematskog pola na pogonskom zupcu, i između kinematskog pola i temena na gonjenom zupcu. U ovim zonama mogu se očekivati oštećenja koja su isključivo posledica visokih vrednosti kontaktnog napona.

Ugao profila 15°

Saglasno povećanom broj zubaca zupčanika 2 dolazi do povećanih vrednosti stepena sprezanja profila, u odnosu na slučaj $u = 1$, Slika 5.37. Ovo je posebno izraženo pri uglu profila $\alpha = 15^\circ$, jer je pojava trostrukе sprege zubaca prisutna u većem broju analiziranih slučajeva. Povećan broj zubaca ima izražen uticaj na dužinu korisne i dužinu aktivne dodirnice. Usled ovoga faktor λ nalazi se u intervalu $0,354 \dots 0,51$, što su manje vrednosti u odnosu na slučaj kada je $u = 1$. Povećavanje dužine korisne dodirnice je povoljno sa aspekta promene funkcije faktora $Z_{\rho i}$. Povećavanje učešća trostrukе sprege u prenošenju opterećenja ostvaruje se smanjivanjem vrednosti koeficijenta pomeranja profila x_1 , polazeći od njegove vrednosti $x_1 = 0,3$ do $x_1 = -0,3$. Iako je ova pojava poželjna sa aspekta raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca, usled istovremenog uticaja povećanja broja zubaca i negativnog koeficijenta pomeranja zupčanika 1 polje sprezanja je značajno translirano prema tački N_1 u pravcu dodirnice. Usled ovoga, u slučaju teorijske raspodele opterećenja, u prvoj tački dodira istovremeno spregnutih zubaca EA javlja se izražen porast vrednosti kontaktnog napona u odnosu na napon kinematskog pola C. Ostale tačke u kojima se vrši primopredaja opterećenja (tačke BD i AE) nalaze se u okolini minimuma funkcije faktora $Z_{\rho i}$, samim tim u njima vladaju niže vrednosti kontaktnog napona.

U slučaju idealno ravnomerne raspodele, u uslovima dvostrukе i trostrukе sprege zubaca, merodavna za proračun može biti tačka EA ili DB, zavisno od vrednosti x_1 . U graničnom analiziranom slučaju ($x_1 = -0,3$), odnos napona $\sigma_{H EA}/\sigma_{HC} \approx 2,5$. U slučaju idealno ravnomerne raspodele kada je $x_1 = 0,5$, merodavan za proveru površinske nosivosti zubaca je napon u tački DB. Pri ovoj vrednosti x_1 prisutan je veoma kratak period trajanja jednostrukе sprege zubaca, javlja se impulsna promena faktora raspodele opterećenja K_α , što može imati nepovoljan uticaj na miran rad zupčastog para i postojanost uljnog filma između bokova spregnutih zubaca.

U slučaju izrazito neravnomjerne raspodele opterećenja tačka dodira EA je u svim razmatranim slučajevima tačka sa najvećim kontaktnim naponom, odnosno kinematski pol nije merodavan za proračun površinske nosivosti zubaca.

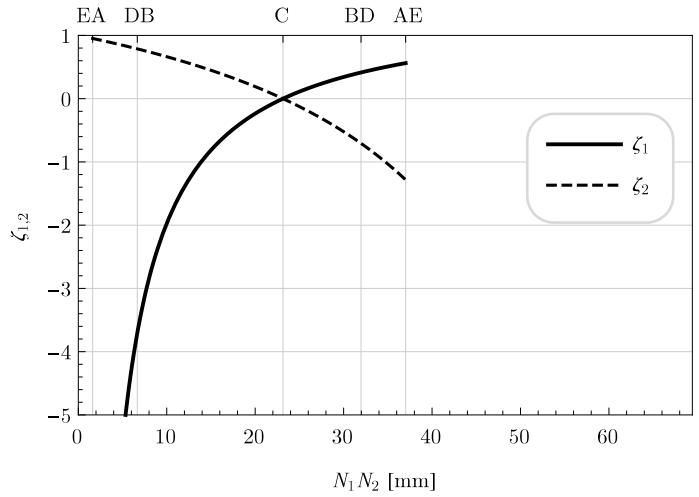
Povećanje dužine aktivne dodirnice koje se javlja pri smanjenim uglovima profila dovodi do toga da su u prenošenju opterećenja angažovane tačke dodira spregnutih profila koje se nalaze u okolini tačke N_1 . Ovo je nepogodno, kako sa stanovišta visokih vrednosti kontaktnog napona, Slika 5.37, tako i sa stanovišta klizanja bokova spregnutih zubaca. Naime, sa povećavanjem dužine aktivne dodirnice povećava se rastojanje njenih krajnjih tačaka od kinematskog pola. U ovakvim uslovima javlja se visoko specifično klizanje bokova u pomenutim tačkama. Ovo je posebno izraženo kada je $u > 1$. Da bi se sagledao ovaj fenomen, za slučaj kada je $u = 2$, $\alpha = 15^\circ$ i $x_1 = -0,3$ prikazani su dijagrami specifičnog klizanja bokova zubaca pogonskog (ξ_1) i gonjenog (ξ_2) zupčanika, Slika 5.36.

Faktori specifičnog klizanja bokova ξ_1 i ξ_2 zupčanika u proizvoljnoj tački dodira mogu se odrediti na osnovu sledećih izraza [31]:

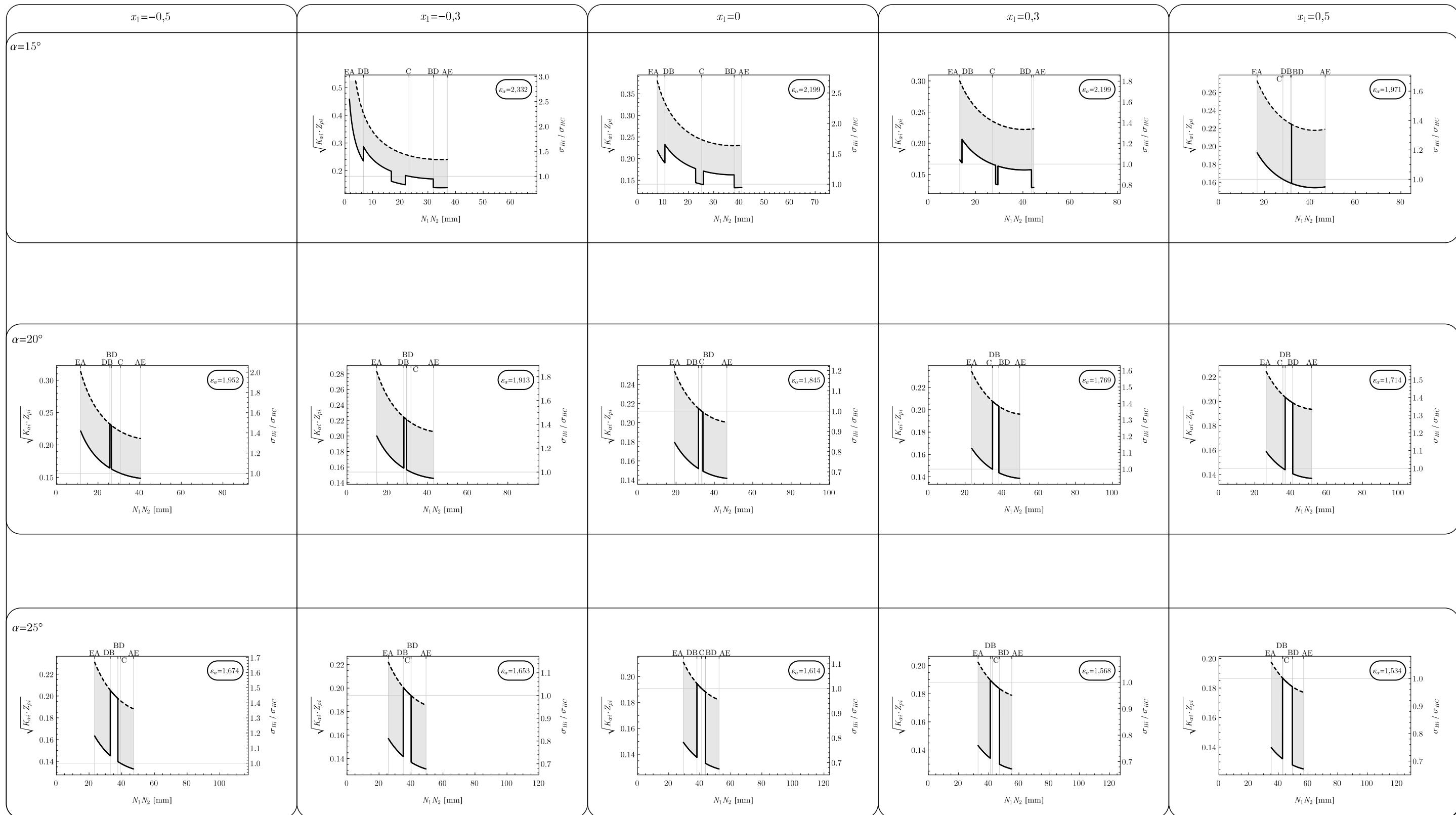
$$\begin{aligned}\xi_{1i} &= 1 - \frac{z_1}{z_2} \cdot \frac{N_1 N_2 - \rho_{i1}}{\rho_{i1}}, \\ \xi_{2i} &= 1 - \frac{z_2}{z_1} \cdot \frac{\rho_{i1}}{N_1 N_2 - \rho_{i1}}\end{aligned}\quad (5.54)$$

Izrazi (5.54) za specifično klizanje bokova spregnutih zubaca su pod velikim uticajem dužine korisne dodirnice $N_1 N_2$.

Dijagram odnosa napona za analizirani slučaj $u = 2$, $\alpha = 15^\circ$ i $x_1 = -0,3$, sa Slike 5.37, ukazuje na jednake vrednosti kontaktnog napona noge pogonskog, odnosno glave gonjenog zupca (delovi profila EA-DB). Uzimanjem u obzir specifičnog klizanja (Slika 5.36), može se napraviti razlika između dela profila EA-DB kod boka zupca pogonskog i gonjenog zupčanika. Istovremeni uticaj visokih vrednosti kontaktnog napona i izraženog specifičnog klizanja u zoni EA-DB ukazuje na to da je deo profila u okolini podnožja zubaca pogonskog zupčanika znatno ugroženiji sa aspekta površinskog razaranja.



Slika 5.36: Specifično klizanje profila zubaca za slučaj $\alpha = 15^\circ$, $x_1 = -0,3$ i $u = 2$



Slika 5.37: Istovremeni uticaj faktora raspodele opterećenja i oblika profila na nosivost bokova za $z_1 = 39$ i kinematski prenosni odnos $u = 2$

Blagi uticaj na transliranje polja sprezanja prema tački N_2 , kada je $u > 1$, imaju pozitivne vrednosti koeficijenta pomeranja profila zupčanika 1. Međutim, u ovakvim slučajevima se smanjuje period trajanja trostrukog sprege zubaca. Zajedničkim dejstvom pozitivnog koeficijenta pomeranja profila i ugla profila $\alpha = 15^\circ$ mogu se generisati profili zubaca tokom čijeg sprezanja su prisutni trostruka sprega zubaca i smanjene vrednosti kontaktnog napona na bokovima zubaca.

Vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ pri $\alpha = 15^\circ$ i $u = 2$ nalaze se u sledećim intervalima:

- u slučaju izrazito neravnomjerne raspodele: 0,219 ... 0,794,
- u slučaju idealno ravnomerne raspodele: 0,155 ... 0,459.

Ugao profila 20°

Povećan broj zubaca zupčanika 2 doveo je do toga da se vrednosti faktora λ nalaze u intervalu 0,237 ... 0,313. Variranje koeficijenta pomeranja profila zupčanika 1 od granične negativne do granične pozitivne vrednosti dovodi do povećanja perioda jednostrukog sprege zubaca. U poređenju sa $u = 1$, postoji samo jedan slučaj pri kojem se kinematski pol C nalazi između tačaka DB i BD. Slučajevi u kojima je vrednost stepena sprezanja profila bliska broju dva, imaju veoma sužen period trajanja jednostrukog sprege zubaca. Transliranje aktivne dodirnice, koje je posledica variranja koeficijenta pomeranja profila, dovodi do premeštanja tačke kinematskog pola u oblast dvostrukog sprege. Saglasno ovome, napon u kinematskom polu nije merodavan za proveru površinske nosivosti bokova zubaca. U slučaju izrazito neravnomjerne raspodele kontaktni napon u tački EA je uvek merodavan za proveru površinske nosivosti zubaca. U slučaju idealno ravnomerne raspodele opterećenja uvek je napon u tački DB merodavan za proveru površinske nosivosti zubaca. Odnos napona u tačkama DB i C iznosi $\sigma_{HDB}/\sigma_{HC} \approx 1,4$.

Vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ pri $\alpha = 20^\circ$ i $u = 2$ nalaze se u sledećim intervalima:

- u slučaju izrazito neravnomjerne raspodele: 0,194 ... 0,313,
- u slučaju idealno ravnomerne raspodele: 0,137 ... 0,232.

Ugao profila 25°

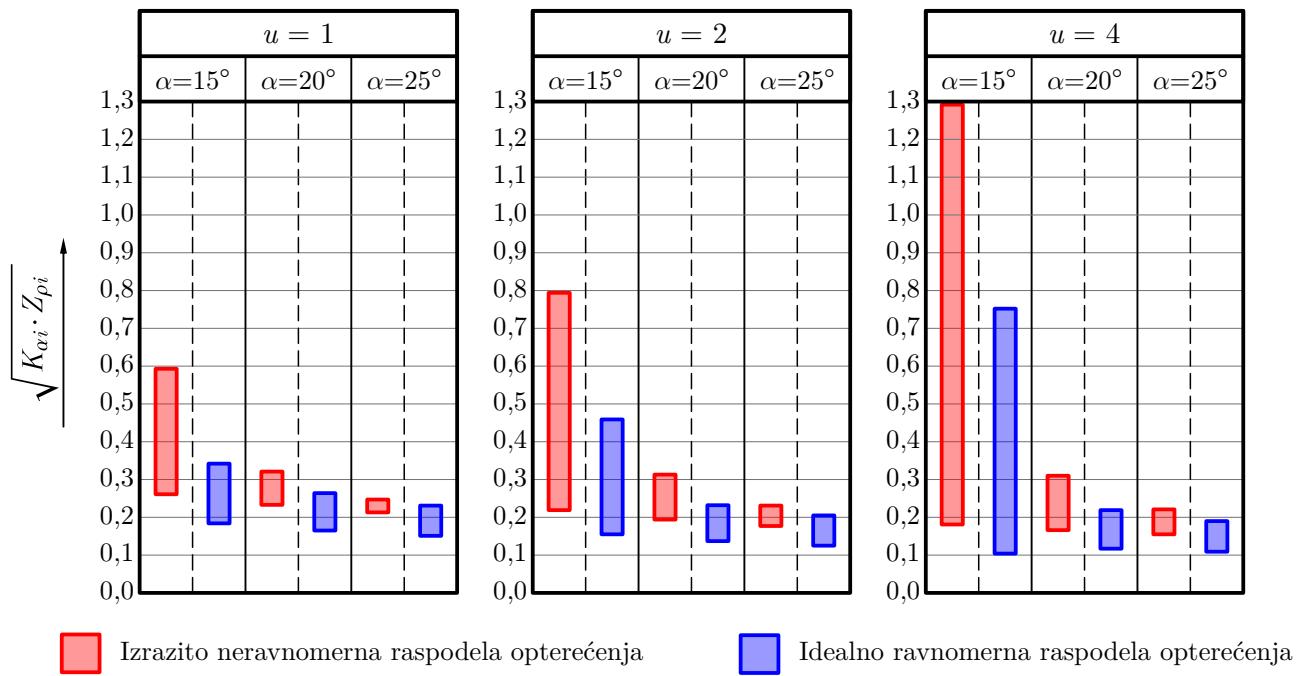
Dalje povećavanje ugla profila u kombinaciji sa povećanjem broja zubaca, Slika 5.37, dopunski utiče na smanjenje perioda dvostrukog sprege zubaca. Pozitivan uticaj povećanja ugla profila ogleda se u povećanju dužine korisne dodirnice. U poređenju sa svim ostalim slučajevima dužina aktivne dodirnice je najkraća. Saglasno tome, vrednosti faktora λ su u ovom slučaju najmanje, nalaze se u intervalu 0,169 ... 0,203. U slučaju izrazito neravnomjerne raspodele za proveru površinske nosivosti je uvek merodavan napon u tački EA. U slučaju idealno ravnomerne raspodele uvek je merodavan napon u tački BD, kao što je bio slučaj pri $u = 1$. Pri $\alpha = 25^\circ$ i $u = 2$ prisutan je slab uticaj varijacije vrednosti koeficijenta pomeranja profila zupčanika 1 na položaj aktivnog dela dodirnice. Ova činjenica, i relativno kratak period trajanja dvostrukog sprege, doveli su do toga da se kinematski pol C najčešće nalazi u zoni jednostrukog sprege zubaca, tj. između tačaka DB i BD. Iako je povećanje kinematskog prenosnog odnosa dovelo do pomeranja aktivnog dela dodirnice prema tački N_1 , njena dužina je sma-

njena u tolikoj meri da se i dalje nalazi u okolini minimuma funkcije faktora $Z_{\rho i}$. Ova pojava je veoma pogodna sa aspekta intenziteta kontaktnog napona, jer se u svim analiziranim tačkama generišu naponi niskog intenziteta. U odnosu na ostale analizirane vrednosti ugla profila, slučaj kada je $\alpha = 25^\circ$ je pogodan i iz razloga što se tačka kinematskog pola C uvek nalazi u oblasti jednostrukе sprege, odnosno u oblasti visokih kontaktnih naponi. Samim tim, napon u kinematskom polu se može usvojiti kao merodavan za proveru nosivosti bokova. Iako u tom slučaju tačka BD ima veći kontaktni napon, ova razlika je za praktični proračun zanemarljiva $\sigma_{HDB} / \sigma_{HC} \approx 1$.

Vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ pri $\alpha = 25^\circ$ i $u = 2$ nalaze se u sledećim intervalima:

- u slučaju izrazito neravnomerne raspodele: $0,177 \dots 0,231$,
- u slučaju idealno ravnomerne raspodele: $0,125 \dots 0,205$.

Na osnovu sprovedene analize može se konstatovati da je oblik profila pri $\alpha = 25^\circ$ pokazao najpogodnija svojstva sa aspekta kontaktnog napona i u slučaju $u > 1$. Vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ se takođe nalaze u najužem i najnižem intervalu. Da bi se doneo opšti zaključak o uticaju oblika profila na površinsku nosivost zubaca formiran je dijagram koji sadrži grafički prikaz intervala unutar kojih se nalaze vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ svih analiziranih oblika profila sa Slika 5.35 i 5.37. Intrevali su dati za uslove idealno ravnomerne i izrazito neravnomerne raspodele opterećenja, i prošireni za slučaj kada je $u = 4$, Slika 5.38. S obzirom da je u sprovedenoj analizi obuhvaćen opseg vrednosti kinematskog prenosnog odnosa $u = 1 \dots 4$, u najvećoj meri je pokriven praktični domen primene cilindričnih zupčastih parova.



Slika 5.38: Intervali raspodele proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ u uslovima graničnih raspodela opterećenja

Slika 5.38: Intervali raspodele proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ u uslovima graničnih raspodela opterećenja

Ostvarivanje trostrukе sprege zubaca kod cilindričnih zupčastih parova odlikuje se dobrim svojstvima sa aspekta buke i vibracija. Ova pojava objašnjava se sužavanjem intervala unutar koje se menja zbirna suma trenutnih linija dodira u polju sprezanja $\sum B_i$ tokom trajanja dodirnog perioda, Slike 5.5b i 5.9b. Iako je ostvarivanje trostrukе sprege zubaca poželjno sa ovog stanovišta, oblici profila koji obezbeđuju ovaj uslov su izuzetno nepogodni sa aspekta površinske nosivosti, u slučaju teorijske raspodele opterećenja.

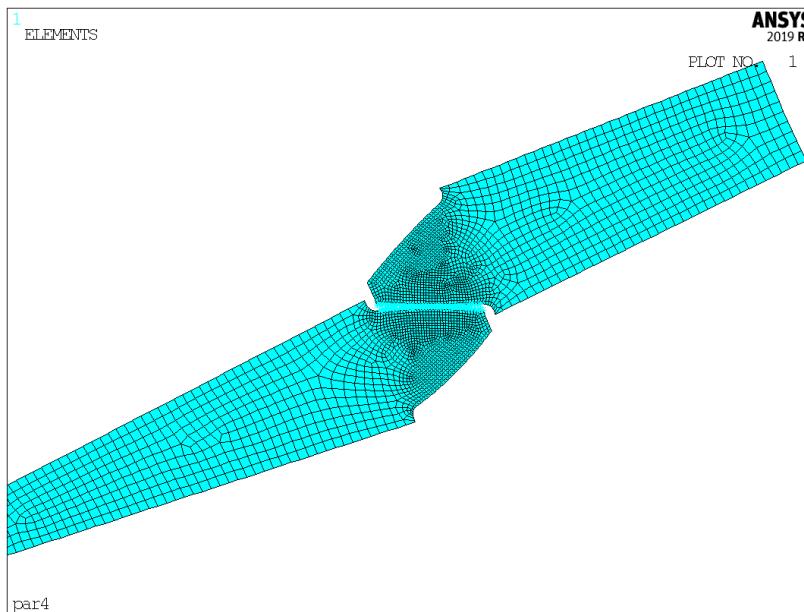
U sprovedenoj analizi, samo pri $\alpha = 15^\circ$ i negativnim vrednostima koeficijenta pomeranja profila, dobijeni su oblici profila kod kojih je ostvareno prisustvo trostrukе sprege zubaca. Ovakvi profili su, dakle, poželjni sa stanovišta raspodele opterećenja na istovremeno spregнуте parove zubaca. Međutim, ovakvi profili se odlikuju nepovoljnim karakteristikama sa aspekta kontaktnog napona. Na osnovu ovih činjenica, opravdanje za primenu ugla profila manjih vrednosti u odnosu na $\alpha = 20^\circ$, u cilju postizanja trostrukе sprege može se naći samo kod zupčastih parova kod kojih je imperativ nizak nivo buke i vibracija.

Na osnovu dijagrama sa Slike 5.38, za zupčanike kod kojih je $\alpha = 15^\circ$, prisutno je variranje proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ u veoma širokom intervalu. Može se konstatovati izražen uticaj oblika profila na granice unutar kojih se menja intenzitet kontaktnog napona, saglasno izrazu (5.50). Ova činjenica ukazuje na veliku osetljivost intenziteta kontaktnog napona na oblik profila, pri $\alpha = 15^\circ$. Ova pojava je prisutna i u slučaju izrazito neravnomerne i u slučaju idealno ravnomerne raspodele opterećenja. Sa povećanjem broja zubaca (izraženog preko kinematskog prenosnog odnosa), ovaj uticaj se intenzivira. Samo u slučaju $\alpha = 15^\circ$ gornje granične vrednosti proizvoda faktora $\sqrt{K_{\alpha i} \cdot Z_{\rho i}}$ sa povećanjem kinematskog prenosnog odnosa imaju trend porasta. Značajno manju osetljivost pokazuju zupci kod kojih je $\alpha = 25^\circ$. Analiziranjem dijagrama sa Slike 5.38 može se konstatovati prednost povećavanja ugla profila u odnosu na standardnu vrednost $\alpha = 20^\circ$ sa aspekta kontaktnog napona na bokovima zubaca cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima, u graničnim uslovima raspodele opterećenja. Uzimajući u obzir ovu činjenicu, numerička i eksperimentalna istraživanja predstavljena u nastavku teksta biće usmerena na zupčanike kod kojih je $\alpha = 25^\circ$.

5.2.3 Uporedna analiza razvijenih analitičkih i numeričkih modela uticaja oblika profila na površinsku nosivost zubaca

5.2.3.1 Opis numeričkih modela i metode konačnih elemenata

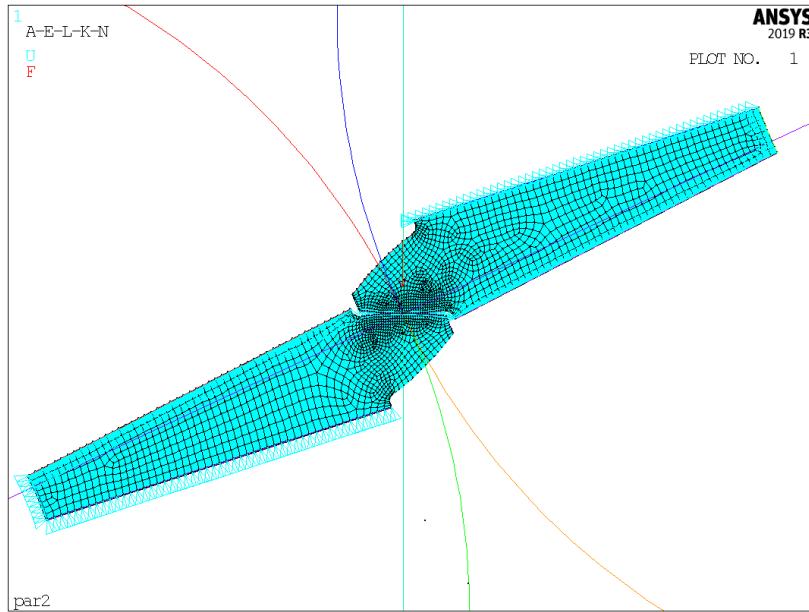
Model sprezanja zupčanika sa pravim zupcima razvijen je kao 2D model konačnih elemenata u komercijalnom softveru ANSYS APDL 2019 R3. Kao osnova za razvijanje ovog modela upotrebljen je verifikovani model [111–113]. Modeliran je jedan par zubaca, a diskretizacija je izvršena korišćenjem četvoročvornih konačnih elemenata, Slika 5.39.



Slika 5.39: Numerički model konačnih elemenata za istovremeno spregnuti par zubaca:
 $z_1 = 39$, $\alpha = 25^\circ$, $u = 2$, $x_1 = x_2 = 0$, $m = 5 \text{ mm}$

Kontakt između bokova zubaca simuliran je definisanjem kontaktnih elemenata tipa čvor-površina. Kontakni parovi su definisani kao fleksibilni, simetrični parovi konačnih elemenata tipa čvor-površina. Za crtanje evolventnih profila korišćen je potprogram (subroutine) koji je razvijen u programskom jeziku ANSYS APDL [113]. Ovaj potprogram, pri generisanju evolventnog profila, obezbeđuje visoku tačnost pri određivanju naponsko-deformacionih stanja u kontaktnoj zoni bokova spregnutih zubaca. Model konačnih elemenata je postavljen u odnosu na globalni koordinantni sistem tako da se dodirnica poklapa sa vertikalnom osom globalnog koordinantnog sistema, Slika 5.40. Ovakav pristup obezbeđuje jednostavno definisanje opterećenja para istovremeno spregnutih zubaca silom u pravcu dodirnice, kao i praćenja normalnih napona u kontaktnim zonama očitavanjem vrednosti normalnih napona za vertikalnu osu globalnog koordinantnog sistema.

Granični uslovi određeni su ograničenim pomeranjima definisanim na presečnim površinama modeliranih segmenata zupca od ostatka zupčanika u pravcima normalnim na ove presečne površine. Za proračun metodom konačnih elemenata korišćeno je ravansko stanje napona sa debljinom konačnih elemenata koja odgovara dužini istovremeno spregnutih zubaca zupčanika, a za proračun kontaktnih uslova korišćena je PENALTY [114–116] metoda.



Slika 5.40: Definisanje pravca dodirnice, graničnih uslova i opterećenja u vidu sile za istovremeno spregnuti par zubaca: $z_1 = 39$, $\alpha = 25^\circ$, $u = 1$, $x_1 = x_2 = 0$, $m = 5 \text{ mm}$

Rezultati proračuna metodom konačnih elemenata analizirani su praćenjem promene naponskog stanja spregnutih zubaca, na osnovu vrednosti ekvivalentnih i normalnih napona.

5.2.3.2 Uporedna analiza naponskog stanja na boku zupca prema analitičkom i numeričkom modelu

Iz ranije navedenih razloga detaljna numerička analiza naponskog stanja na boku zupca izvršena je za zupčanike sa korigovanim profilom, tj. zupčanike kod kojih je ugao profila iznosio $\alpha = 25^\circ$. Prema (5.50), izraz za kontaktni napon na bokovima zubaca ima sledeći oblik:

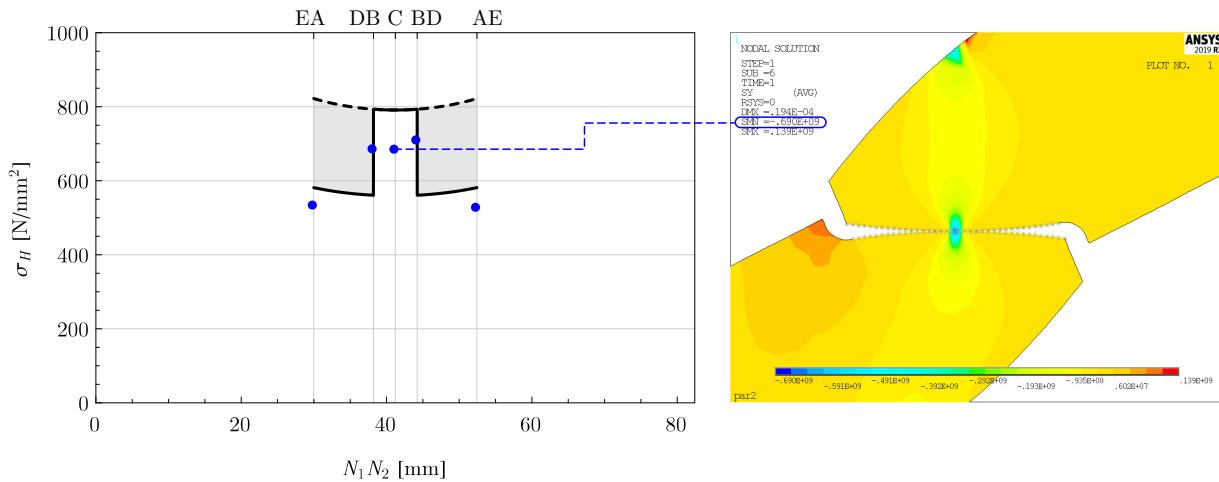
$$\sigma_{Hi} = Z_E \sqrt{\frac{F_n \cdot K_{\alpha i}}{b} \cdot Z_{\rho i}}. \quad (5.55)$$

Za zupčanike izrađene od istog materijala izraz za faktor elastičnosti spregnutih materijala ima sledeći oblik:

$$Z_E = \sqrt{\frac{1}{2\pi \left(\frac{1-\nu^2}{E} \right)}}. \quad (5.56)$$

S obzirom da se uporedna analiza odnosi na zupčanike izrađene od čelika, vrednost modula elastičnosti iznosila je $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$, a Poasonov koeficijent $\nu = 0,3$. Usvojena je i dužina zubaca $b = 30 \text{ mm}$, a maksimalni intenzitet opterećenja u vidu sille iznosio je $F_n = 12000 \text{ N}$. Analiza kontaktnog napona sprovedena je za dva izrađena zupca, odnosno posmatran je jedan istovremeno spregnuti par zubaca opterećen silom F_n , Slika 5.40. Sa glasno tome, uticaj faktora raspodele opterećenja morao je da bude "veštački" proizveden.

Naime, u oblasti jednostrukog sprege intenzitet opterećenja imao je maksimalnu vrednost od 12000 N, u oblasti dvostrukog sprege (saglasno prepostavkama idealno ravnomerne raspodele opterećenja) maksimalno opterećenje spregnutih zubaca je iznosilo $\frac{1}{2}F_n$, a u oblasti trostrukog sprege $\frac{1}{3}F_n$. Na taj način izvršena simulacija sprezanja u svim karakterističnim tačkama dodira na profilima spregnutih zubaca odgovarajućom silom, bez dodatnog opterećivanja numeričkog modela i sa manjim računarskim i vremenskim resursima. Dijagram promene kontaktnog napona za opisane radne uslove, dobijen primenom analitičke metode proračuna kada je $u = 1$ prikazan je na Slici 5.41. Na ovom dijagramu plave tačke označavaju vrednosti napona u karakterističnim tačkama dodira proračunate primenom numeričkih metoda, opisanih u prethodnom delu teksta. Numerička analiza sprovedena je za zupčasti par čiji su zupci izrađeni bez pomeranja profila $x_1 = x_2 = 0$.

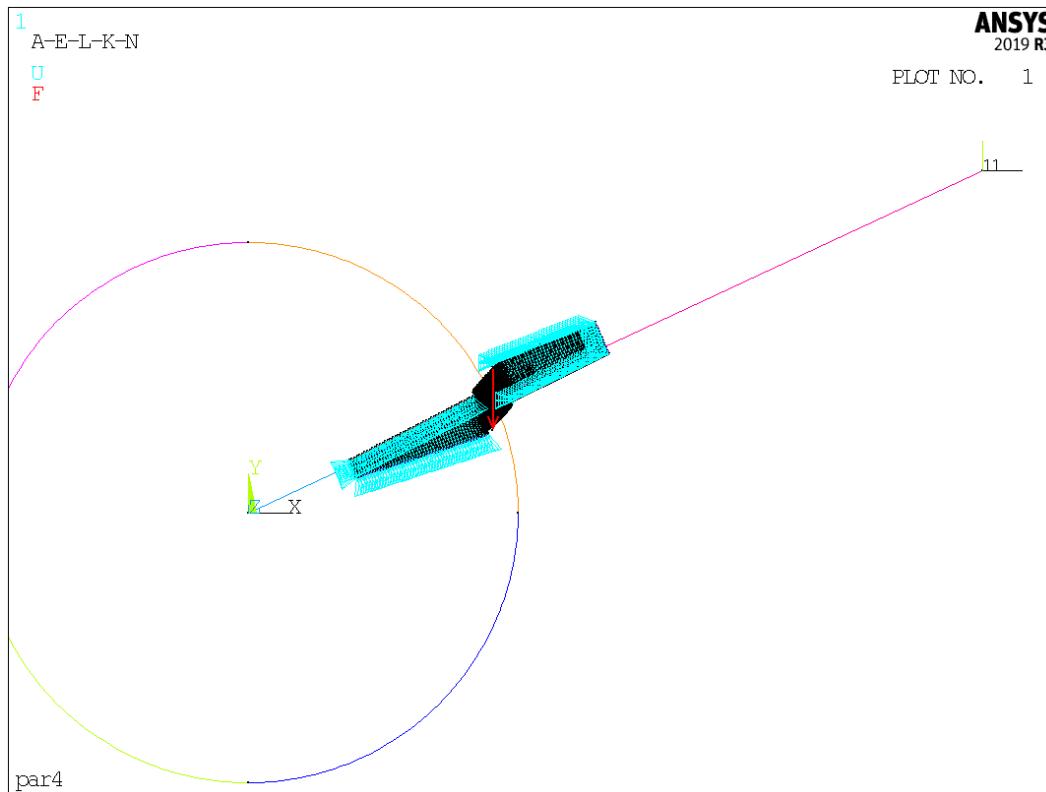


Slika 5.41: Uporedni dijagram kontaktnog napona na bokovima zubaca za slučaj $u = 1$

Pored dijagrama toka promene kontaktnog napona duž dodirnice profila, na Slici 5.41 nalazi se i grafički prikaz rezultata numeričke kontaktne analize za dodir u kinematskom polu C. Kontaktni napon ima negativan predznak jer se radi o pritisnim naponima. Na Slici 5.42 je dat položaj istovremeno spregnutih zubaca i opterećenja u vidu sile F_n u odnosu na globalni koordinatni sistem.

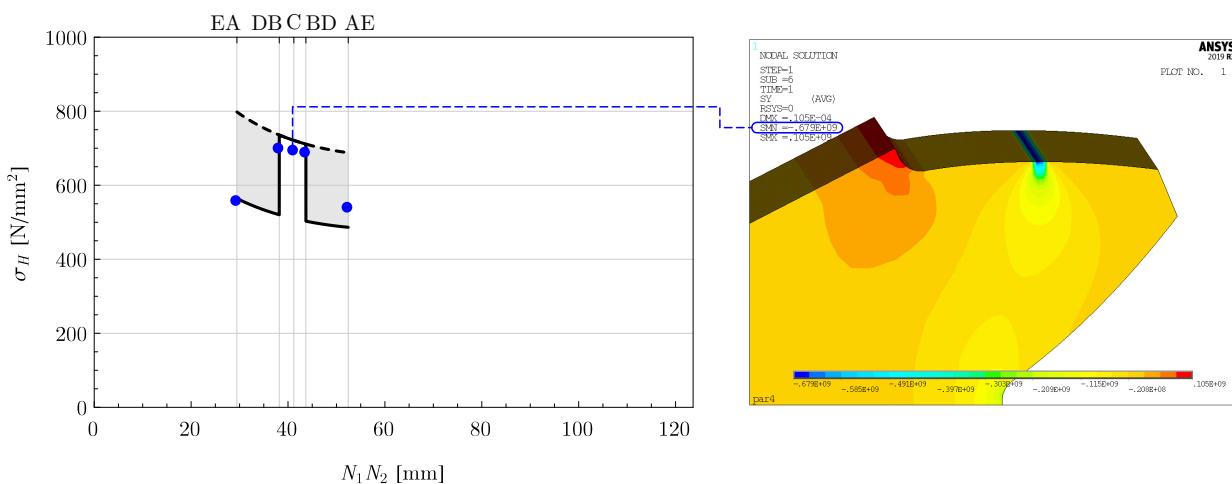
Na osnovu dijagrama prikazanog na Slici 5.41 može se konstatovati da postoji prihvatljivo poklapanje između rezultata analitičkog i numeričkog modela. Za slučaj kada je $u = 1$ dolazi do izvesnog odstupanja upoređivanih modela u krajnjim tačkama dodira, odnosno tačkama ulaska EA i izlaska AE iz sprege. Ovo odstupanje je posledica toga što numerički model uzima u obzir krutost, odnosno elastične deformacije zupca prilikom opterećivanja. Prilikom definisanja analitičkog modela granične raspodele opterećenja uvedena je prepostavka apsolutne krutosti i apsolutne tačnosti zubaca. Tačke u kojima postoji odstupanje nisu merodavne za proveru površinske nosivosti jer je u njima intenzitet kontaktnog napona manji nego što je to slučaj sa tačkama koje se nalaze u oblasti jednostrukog sprege, tj. tačkama DB, C i BD. Generalno, u svim analiziranim tačkama dodira analitički model daje nešto veće vrednosti intenziteta kontaktnog napona, pa bi njegova primena kao takvog bila na strani sigurnosti.

Dijagram promene kontaktnog napona za opisane radne uslove, dobijen primenom analitičke



Slika 5.42: Položaj istovremeno spregnutih zubaca i opterećenja u vidu sile F_n u odnosu na globalni koordinatni sistem

metode proračuna kada je $u = 2$ prikazan je na Slici 5.43. Pored dijagrama toka promene kontaktnog napona duž dodirnice profila, na Slici 5.43 takođe je dat trodimenzionalni prikaz rezultata numeričke kontaktne analize za dodir u kinematskom polu C. Vidljivost spregnutog zupca je eliminisana radi bolje grafičke prezentacije rezultata, usled čega je na Slici 5.43 vidljiva i širina Hercove zone duž izvodnice zupca.



Slika 5.43: Uporedni dijagram kontaktnog napona na bokovima zubaca za slučaj $u = 2$

Povećanje kinematskog prenosnog odnosa dovelo je do većeg poklapanja rezultata u svim analiziranim tačkama dodira. Za slučaj kada je $u = 2$, i u krajnjim tačkama na dodirnici EA i AE (tačke ulaska i izlaska iz sprege) kontaktni naponi nalaze se unutar teorijski dopuštenog prostora koji je osenčen sivom bojom. Tačke DB, C i BD koje se nalaze u oblasti jednostrukne sprege se skoro potpuno poklapaju sa tokom promene kontaktnog napona koji je dobijen primenom analitičkog modela. Posmatrajući dijagrame promene kontaktnog napona sa Slikom 5.41 i 5.43, može se ustanoviti da u oba analizirana slučaja, rezultati dobijeni primenom numeričkih metoda pokazuju veliko poklapanje sa tokom napona dobijenim primenom analitičkih metoda za slučaj idealno ravnomerne raspodele opterećenja.

Na grafičkim prikazima rezultata numeričke analize sa Slikom 5.41 i 5.43 može se uočiti nesimetričnost raspodele kontaktnog napona bokova zubaca u pravcu zajedničke normale. Ova pojava nije u saglasnosti sa Hercovim modelom, a posledica je geometrijske razlike koja postoji između dodira dva valjka i dodira dve zakrivljene evolentne površine. Na prikazanim slikama dat je grafički prikaz rezultata numeričke analize za dodir u kinematskom polu C kao najkarakterističnije tačke na dodirnici profila. Grafički prikazi rezultata numeričke analize za ostale tačke dodira, za slučaj $u = 1$ nalaze se u Prilogu br. 3, a za slučaj $u = 2$ u Prilogu br. 4. Rezultati uporedne analize sumirani su u Tabeli 5.5 koja, pored vrednosti kontaktnog napona, sadrži i procentualne razlike između primjenjenog analitičkog i numeričkog modela. Pri određivanju analitičkih vrednosti kontaktnog napona u karakterističnim tačkama dodira primjenjen je model idealno ravnomerne raspodele opterećenja. Izrazito neravnometerna raspodela opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca bi bila prisutna u slučaju eks tremno male tačnosti zubaca, te je zbog toga verovatnoća njene pojave manja.

Tabela 5.5: Uporedna tabela vrednosti kontaktnog napona σ_{Hi} [N/mm²] dobijenih primenom analitičke i numeričke metode proračuna

		Tačka na dodirnici profila				
		EA	DB	C	BD	AE
$u = 1$	Analitička metoda	581	793	791	793	581
	Numerička metoda	539	691	690	725	533
	Rel. procentualna razlika	7,5	13,74	13,64	8,96	8,61
$u = 2$	Analitička metoda	561	736	721	711	486
	Numerička metoda	565	712	717	701	547
	Rel. procentualna razlika	0,71	3,31	0,56	1,42	11,81

Na osnovu rezultata uporedne analize koji su predstavljeni u Tabeli 5.5 zaključuje se da veća odstupanja između analitičkog i numeričkog modela postoje u slučaju $u = 1$. Ona su najveća u okolini sredine dodirnog perioda, tj. u tačkama dodira DB, C i BD. Ovo su ujedno i tačke sa najvećim vrednostima kontaktnog napona. Bolje poklapanje između analitičkog i numeričkog modela postoji u slučaju $u = 2$. U ovom slučaju, značajnije odstupanje javlja se samo u tački AE, odnosno tački izlaska iz sprege istovremeno spregnutog para zubaca. Međutim, kako je ovo tačka u kojoj je vrednost kontaktnog napona najmanja, uočeno odstupanje se može zanemariti.

Poglavlje 6

Uticaj mehanizma uhodavanja na površinsku nosivost zubaca cilindričnih zupčastih parova

EKSPERIMENTALNA TRIBOLOŠKA ISTRAŽIVANJA u okviru ove disertacije sprovedena su na simulacionim modelima (blok i disk) i realnim modelima (cilindričnim zupčanicima sa pravim zupcima). Ispitivanja na tribološkim modelima sprovedena su na TRIBOMETRU TPD 95 Laboratorije za tribologiju Mašinskog fakulteta u Beogradu, dok su ispitivanja na realnim modelima sprovedena na uređaju sa ZATVORENIM KOLOM SNAGE Laboratorije za mašinske elemente Mašinskog fakulteta u Beogradu. Kontaktne površine su ispitivane u uslovima graničnog podmazivanja i teorijski, linijskog dodira. Ispitivanja na tribološkim modelima sprovedena su u uslovima "čistog" klizanja, dok je kod sprezanja zubaca cilindričnih zupčanika prisutno istovremeno klizanje i kotrljanje bokova. Površinska hraptavost spregnutih površina ispitivanih uzoraka u oba eksperimenta pokriva domen najčešće praktične primene mašinskih elemenata. Uzimajući u obzir neizbežnost procesa uhodavanja, ova istraživanja su imala za cilj da pokažu da li i do koje mere proces uhodavanja može biti iskorišćen za poboljšanje površinske nosivosti kontaktnih površina. Rezultati eksperimentalnih istraživanja su pokazali da se proces uhodavanja može iskoristiti u cilju postizanja značajnih energetskih, ekoloških i ekonomskih efekata kod cilindričnih zupčastih parova, ali i kod drugih mašinskih elemenata koji rade u uslovima čistog klizanja ili kombinovanog klizanja i kotrljanja.

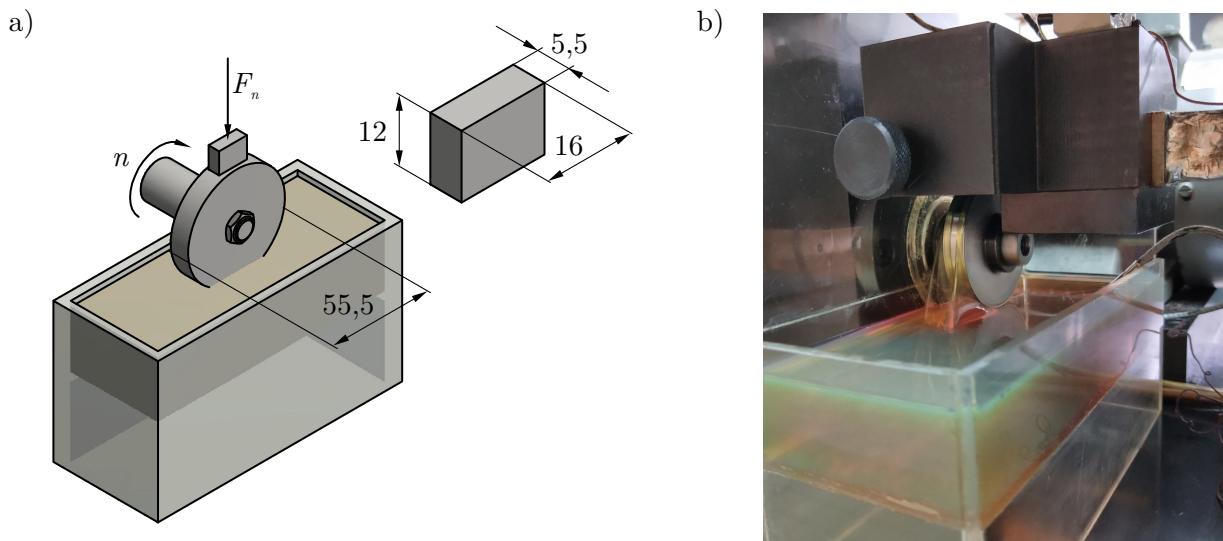
6.1 Eksperimentalna istraživanja na tribometru tipa blok na disku

Osnovni cilj eksperimentalnih istraživanja sprovedenih na tribološkim modelima bio je da se sagleda uticaj uhodavanja na površinsku nosivost kontaktnih površina u uslovima linijskog dodira i graničnog podmazivanja. Takođe, bilo je neophodno istražiti pojedinačan uticaj glavnih radnih parametara (opterećenja i brzine klizanja) na efektivnost uhodavanja za usvojene materijale uzoraka, sredstvo za podmazivanje i polaznu (inicijalnu) površinsku hraptavost. Na ovaj način smanjen je obim ispitivanja realnih mašinskih delova, tj. cilindričnih

zupčanika sa pravim zupcima. Rezultati eksperimentalnih istraživanja na tribološki modelima objavljeni su u naučnom članku [117].

Ispitivanja su sprovedena na tribometru TPD95 tipa blok po disku, na sobnoj temperaturi. Šematski prikaz uređaja sa osnovnim dimenzijama ispitivanih uzoraka prikazan je na Slici 6.1a, a fizički izgled uređaja za vreme trajanja ispitivanja prikazan je na Slici 6.1b.

Osnovne tehničke karakteristike tribometra TPD95 date su u Tabeli 6.1.



Slika 6.1: Tribometar TPD 95: a) šematski prikaz principa rada,
b) realan izgled uređaja za vreme ispitivanja

Tabela 6.1: Osnovne tehničke karakteristike tribometra TPD 95

Proizvođač	Srpsko tribološko društvo
Primena	Određivanje triboloških karakteristika u uslovima klizanja suvih ili podmazivanih površina
Izlazne veličine	Koeficijent trenja, pređeni put, veličina habanja, temperatura maziva, kontaktna temperatura
Dimenzije uzorka	Epruveta: $\varnothing 10 \times 15$ mm ili blok: $6 \times 16 \times 12$ mm Prsten: $\varnothing 45 \dots 80 \times 10$ mm, prečnik otvora $\varnothing 10$ mm
Vrsta kontakta	Po liniji ili po površini
Tehnički podaci	Normalna sila: do 450 N Temperatura: sobna Brzina klizanja: $0,1 \dots 5$ m/s

6.1.1 Opis eksperimenta

6.1.1.1 Opis upotrebljenih materijala

Materijal koji je upotrebljen za izradu uzoraka je poboljšani čelik 42CrMo4 (EN 10083-1). Ovaj čelik ima veliku primenu u opštim mašinskim konstrukcijama (automobilska i vazduhoplovna industrija), koristi se za izradu zupčanika, vratila, osovina, poluga, itd.

Uzorci su kaljeni i otpušteni tako da je kod diskova postignuta površinska tvrdoća od $52,3 \pm 0,7$ HRC, dok je kod epruveta (blokova) postignuta površinska tvrdoća od $51 \pm 0,7$ HRC. Podmazivanje kontaktnih površina je izvršeno reduktorskim uljem ISO VG 100 L-CKC/CKD koje sadrži sumpor-fosforne EP aditive. Osnovne tehničke karakteristike korišćenog maziva date su u Tabeli 6.2.

Tabela 6.2: Osnovne fizičke karakteristike upotrebljenog maziva

	Vrednost	Jedinica
Gustina na 15 °C	890	kg/m ³
Kinematička viskoznost na 40 °C	100	mm ² /s
Kinematička viskoznost na 100 °C	12	mm ² /s
Indeks viskoznosti	95	

6.1.1.2 Metode karakterizacije

Hrapavost kontaktnih površina je merena metodom kontaktne profilometrije sa uređajem MARSURF XR 1 - SD 26, Slika 6.2, u saglasnosti sa standardom ISO 4288 [118]. Dužina uzorkovanja lp iznosila je 0,25 mm. Dužina vrednovanja profila iznosila je $L_p = 7 \cdot lp$ odnosno 1,75 mm. Merenja površinske hrapavosti vršena su upravno u odnosu na pravac završne obrade uzoraka.



Slika 6.2: Merenje površinske hrapavosti metodom kontaktne profilometrije

Parametri površinske hrapavosti koji su odabrani za analizu su:

- Srednje aritmetičko odstupanje ocjenjenog profila od srednje linije \mathbf{Ra} . Ovaj parametar je najčešće korišćeni parametar hrapavosti koji se primenjuje u inženjerskoj praksi [119]. On predstavlja srednju aritmetičku vrednost odstupanja svih tačaka profila od srednje linije profila. Srednja linija profila je najčešće formirana metodom najmanjih kvadrata nad skupom tačaka dobijenih merenjem, međutim može se generisati i primenom nekog od standardnih filtera. Ako je $z = f(x)$ profil dobijen merenjem u odnosu na srednju liniju profila, a L_p dužina vrednovanja profila, onda je parametar Ra definisan kao:

$$Ra = \frac{1}{L_p} \int_0^{L_p} |z(x)| dx. \quad (6.1)$$

Međutim, treba imati u vidu da ova relacija važi za neprekidnu funkciju $f(x)$. Prilikom merenja hrapavosti kontaktnih površina profil hrapavosti nije neprekidna funkcija, već je određen velikim brojem diskretnih mernih tačaka $z_i(x)$, pa se parametar Ra izražava kao:

$$Ra = \frac{1}{L_p} \sum_{i=1}^N |z_i(x)|, \quad (6.2)$$

gde je N broj mernih tačaka unutar dužine vrednovanja profila L_p . Kontaktni profilometar koji je korišćen u ovom radu evaluaciju profila vrši na osnovu 3500 diskretnih mernih tačaka unutar dužine vrednovanja profila.

- Kosina ocjenjenog profila \mathbf{Rsk} kvantifikuje asimetričnost raspodele amplitude hrapavosti i mera je asimetrije profila u odnosu na njegovu srednju liniju. Ovaj parametar predstavlja količnik srednje kubne vrednosti ordinatnih vrednosti $z(x)$ i kubne vrednosti parametra Rq na dužini vrednovanja, tj:

$$Rsk = \frac{1}{Rq^3} \left[\frac{1}{L_p} \int_0^{L_p} (z(x))^3 dx \right], \quad (6.3)$$

odnosno, predstavljeno u diskretnom obliku:

$$Rsk = \frac{1}{Rq^3} \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i(x))^3 \right], \quad (6.4)$$

pri čemu je Rq srednje kvadratno odstupanje profila. Parametar Rq predstavlja kvadratni koren srednje vrednosti kvadrata odstupanja svih tačaka profila od njegove srednje linije:

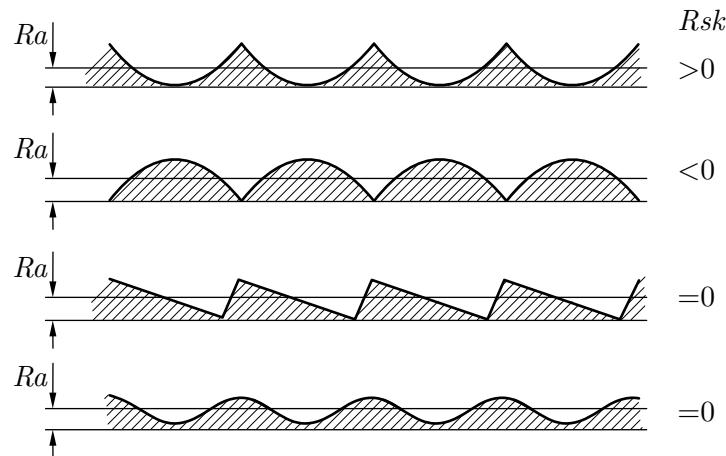
$$Rq = \sqrt{\frac{1}{L_p} \int_0^{L_p} (z(x))^2 dx}, \quad (6.5)$$

odnosno u diskretnom obliku:

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (z_i(x))^2}. \quad (6.6)$$

Parametar Rsk pripada skupu funkcionalnih parametara površinske hrapavosti. Nazivaju se funkcionalnim, jer se na osnovu njihove vrednosti može oceniti pogodnost kontaktne površine za uspešno obavljanje određene funkcije (prenos opterećenja, podmazivanje, električna provodljivost). Funkcionalni parametar Rsk ukazuje na usmerenost prostiranja funkcije gustine raspodele amplitude površinske hrapavosti, bilo ka unutrašnjosti bilo ka spoljašnjosti materijala. Kod simetričnih profila, Slika 6.3, funkcija gustine raspodele amplituda hrapavosti je simetrična u odnosu na srednju liniju. Podjednaka količina materijala nalazi se ispod i iznad srednje linije profila. Kod asimetričnih profila postoji zakošenje funkcije gustine raspodele amplituda hrapavosti u odnosu na srednju liniju. Pravac zakošenja je zavisan od toga da li se najveći deo materijala nalazi iznad srednje linije (negativno zakošenje) ili ispod srednje linije (pozitivno zakošenje) profila.

Karakteristika površine koja ima dobru površinsku nosivost je negativno zakošenje, odnosno negativna vrednost parametra Rsk [120]. Negativna vrednost parametra Rsk ukazuje na prisutnost malog broja najizraženijih vrhova neravnina koji izazivaju visoke lokalne kontaktne napone i koji mogu biti brzo pohabani uporedno sa dubokim udubljenjima koja imaju funkciju zadržavanja određene količine maziva. Parametar Rsk se često prati prilikom simuliranja procesa uhodavanja u laboratorijskim uslovima [121]. Izračunavanje ovog parametara može napraviti značajnu razliku kod profila koji imaju sličnu vrednost parametra Ra [35, 42, 120, 122, 123]. Na Slici 6.3 prikazani su profili hrapavosti koji imaju istu vrednost parametra Ra , ali značajno različite oblike profila. Kod ovakvih profila, u cilju pouzdanijeg međusobnog poređenja, poželjno je analizirati i funkcionalne parametre površinske hrapavosti.



Slika 6.3: Različiti profili kontaktnih površina i parametri Ra i Rsk

Merenja površinske hrapavosti vršena su u svim fazama eksperimentalnog ispitivanja (pre ispitivanja, nakon faze uhodavanja i na kraju ispitivanja) u pravcu upravnom na pravac klijanja i pravac završne obrade kontaktnih površina.

Mikrotvrdoća uzoraka takođe je merena u svim fazama eksperimenta (pre ispitivanja, nakon faze uhodavanja i na kraju ispitivanja). Za određivanje mikrotvrdoće uzoraka odabrana je KNOOP metoda, a merenja su izvršena u skladu sa standardom ASTM E384 [124]. Mikrotvrdoća je merena sa tri nivoa opterećenja: 25, 50 i 100 gr, što odgovara silama utiskivanja od: 0,24, 0,49 i 0,98 N, respektivno. Intenzitet sile utiskivanja je variran u cilju dobijanja informacije o promeni mikrotvrdoće po dubini materijala. Vreme utiskivanja je iznosilo 10 s. Najmanje pet merenja mikrotvrdoće je sprovedeno za svaki od uzoraka, u svim fazama eksperimenta, u cilju dobijanja što reprezentativnijeg podatka o mikrotvrdoći kontaktnih površina. Merenja mikrotvrdoće pohabanih uzoraka izvršena su na tragu habanja.

Ispitivanja su sprovedena u uslovima linijskog kontakta i čistog klizanja. Tribološki par su sačinjavali rotirajući disk dimenzija $\varnothing 55,5$ mm i stacionarni blok dimenzija $5,5 \times 16 \times 12$ mm, Slika 6.4. Podmazivanje tribološkog para je vršeno potapanjem rotirajućeg prstena u uljni rezervoar, Slika 6.1. Hlađenje sredstva za podmazivanje je vršeno prirodnom cirkulacijom okolnog vazduha. Pohabane kontaktne površine blokova su nakon ispitivanja analizirane na optičkom i skenirajućem elektronskom mikroskopu (SEM). Nakon izrade uzorci su konzervirani u odgovarajućem mazivu, a neposredno pre svakog ispitivanja i merenja uzorci su odmašćeni i očišćeni medicinskim benzином.

6.1.1.3 Opis eksperimentalne procedure

Na osnovu sprovedenih probnih ispitivanja usvojena je dužina pređenog puta uhodavanja od 600 m. Kao indikator završetka procesa uhodavanja usvojen je koeficijent trenja, jer se na korišćenom tribometru može kontinuirano pratiti njegova promena tokom trajanja ispitivanja. Dužina pređenog puta od 600 m dovoljna je za dostizanje stacionarnih vrednosti koeficijenta trenja pri svim kombinacijama primenjenih ispitnih parametara. Tokom prvih 600 m pređenog puta, tj. tokom trajanja procesa uhodavanja, varirani su intenzitet opterećenja u vidu sile i brzina klizanja, kao dva najuticajnija radna parametra [125]. Različiti intenziteti sile postizani su postavljanjem tegova odgovarajuće mase na mernoj ruci tribometra. Različite brzine klizanja postignute su frekventnom regulacijom broja obrtaja pogonskog elektromotora. Radno opterećenje u vidu sile i brzina klizanja varirani su u dva nivoa. Nivoi ovih parametara su tako odabrani da je tokom trajanja svih ispitivanja ostvaren režim graničnog podmazivanja tribološkog para. Saglasno ovoj činjenici, na kontaktnim površinama blokova, koji su tokom ispitivanja mirovali, generisano je merljivo habanje.

Po završetku procesa uhodavanja (nakon prvih 600 m pređenog puta), unutar kojih su varirani opterećenje i brzina, svi uzorci su izloženi identičnim radnim uslovima u periodu rada.



Slika 6.4: Tribološki par:
disk i blok

Predeni put u toku rada iznosio je 3000 m, predstavljao je petostruko veću vrednost u odnosu na predeni put tokom perioda uhodavanja. Radni parametri svih ispitivanja sa odgovarajućim oznakama uzoraka dati su u Tabeli 6.3. U Tabeli 6.3 oznake radnih parametara su:

- F_n - radno opterećenje u vidu sile, čiji je smer normalan na ravan dodirne površine bloka (normalna sila),
- v - brzina klizanja,
- s - predeni put.

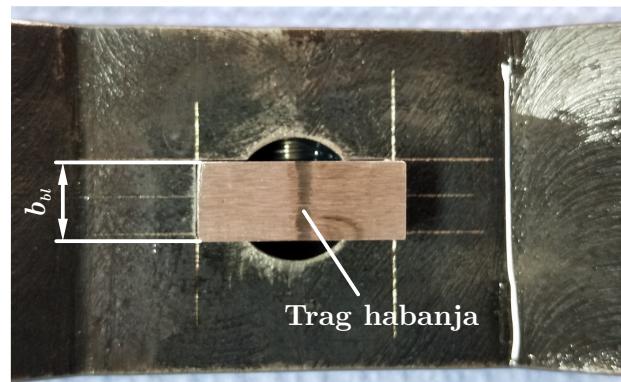
Tabela 6.3: Parametri ispitivanja i oznake uzoraka

Oznake uzoraka	Period uhodavanja			Period rada		
	F_n [N]	v [m/s]	s [m]	F_n [N]	v [m/s]	s [m]
A	150	1				
B	150	0,5				
C	300	1	600	300	0,5	3000
D	300	0,5				

Četiri identična testa sprovedena su za svaku grupu uzoraka, odnosno za svaku grupu radnih parametara i za svaku fazu ispitivanja. Prikazani rezultati ispitivanja predstavljaju srednje vrednosti. Kod uzoraka koji pripadaju grupi D, radni uslovi u pogledu opterećenja i brzine tokom perioda uhodavanja i tokom perioda rada bili su identični. Ovaj uzorak je prema [51] neindukovano (prirodno) uhodan, i kao takav je služio za poređenje drugih uzoraka (A, B i C) koji su indukovano uhodani.

Geometrijske karakteristike tribološkog para prikazane su na Slici 6.1. Dužina trenutne linije dodira preko koje se vrši prenos opterećenja između spregnutih površina je 5,5 mm. Najveća računska vrednost kontaktnog pritiska na spregnutim površinama prema Hercovom modelu iznosila je 190 N/mm^2 pri intenzitetu opterećenja od 150 N, odnosno 268 N/mm^2 pri intenzitetu opterećenja od 300 N. Obe vrednosti kontaktnog pritiska niže su od naponu tečenja materijala kontaktnih površina, što znači da je izbegнута појава trajnih plastičних deforma-cija uzoraka na makronivou.

U cilju određivanja pohabane zarevine nakon svakog ispitivanja merena je širina traga habanja b_t na kontaktnim površinama blokova pomoću optičkog mikroskopa preciznosti 0,05 mm. Jedan primer izgleda traga habanja na kontaktnoj površini bloka prikazan je na Slici 6.5.



Slika 6.5: Makroizgled traga habanja nakon ispitivanja

Širina traga habanja je merena na 3 mesta (Slika 6.6a): približno po 1 mm od svake bočne stranice bloka i na sredini traga habanja. Na osnovu ovih vrednosti određena je srednja vrednost širine traga habanja:

$$b_{tsr} = \frac{b_{t1} + b_{t2} + b_{t3}}{3}. \quad (6.7)$$

Na osnovu srednje vrednosti širine traga habanja može se odrediti pomoćni ugao α_t :

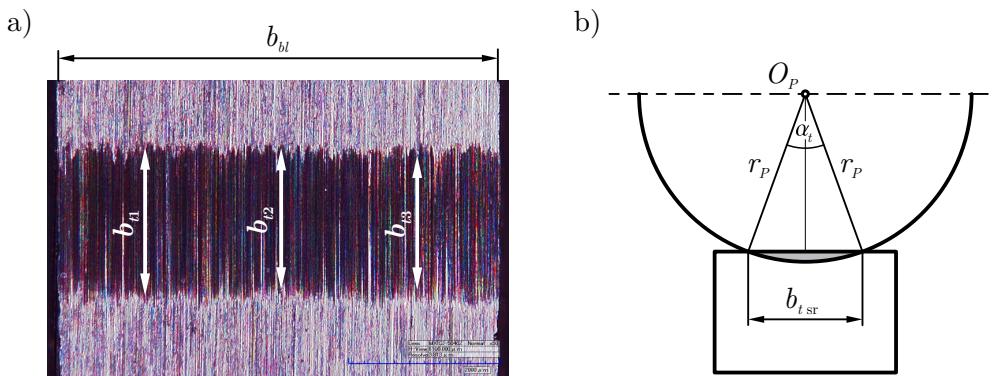
$$\alpha_t = 2 \arcsin \frac{r_P}{\frac{b_{tsr}}{2}}, \quad (6.8)$$

a zatim i površina kružnog odsečka (osenčena oblast na Slici 6.6b):

$$A_t = \frac{r_P^2}{2} (\alpha_t - \sin \alpha_t). \quad (6.9)$$

Na osnovu izračunate površine kružnog odsečka i poznate širine bloka sledi izraz za pohabunu zapreminu uzorka:

$$V = A_t \cdot b_{bl}. \quad (6.10)$$



Slika 6.6: Određivanje pohabane zapremine: a) merenje širine traga habanja, b) geometrijske veličine

Intenzitet habanja određen je prema poznatom izrazu:

$$W = \frac{V}{s}, \quad (6.11)$$

gde je:

\$V\$ - izračunata pohabana zapremina bloka izražena u \$\text{mm}^3\$;

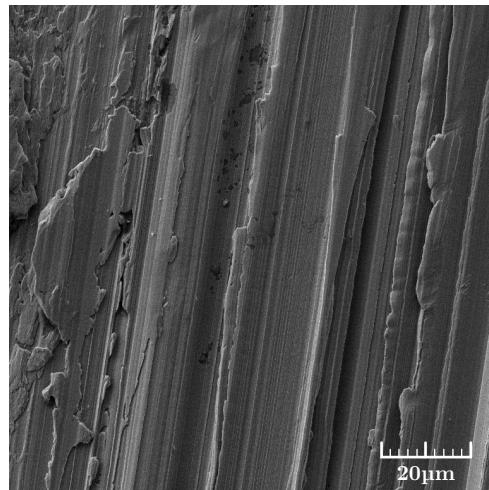
\$s\$ - pređeni put izražen u metrima.

Temperatura maziva je kontinualno praćena tokom trajanja eksperimenta pomoću termopara potopljenog u uljnu kadu, u neposrednoj blizini mesta kontakta, Slika 6.1b.

6.1.2 Rezultati i diskusija

6.1.2.1 Površinska hrapavost kontaktnih površina

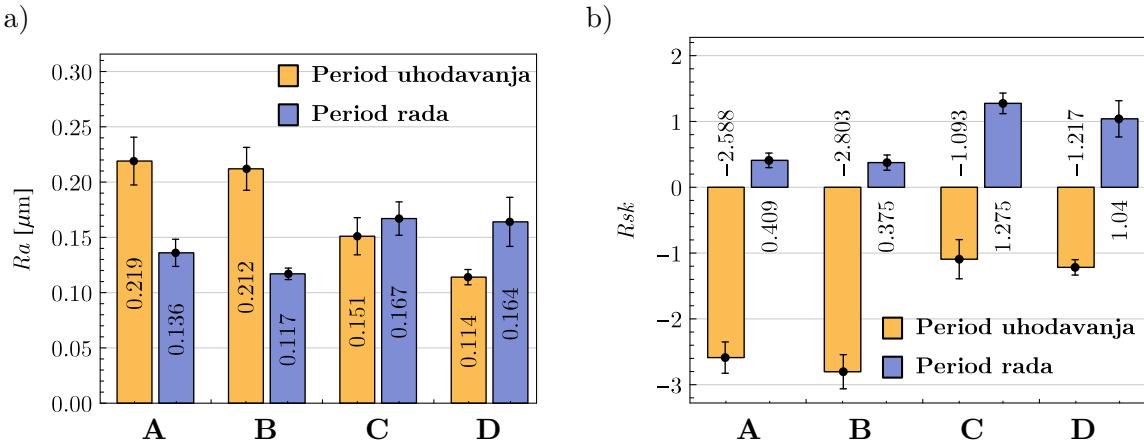
Završna obrada diskova bila je takva da je postignuta vrednost srednjeg aritmetičkog odstupanja profila $Ra = 0,441 \pm 0,109 \mu\text{m}$, dok se kod blokova parametar Ra nalazio u intervalu $1,377 \pm 0,058 \mu\text{m}$. Na Slici 6.7 može se videti SEM fotografija jedne polazne kontaktne površine bloka. Ove vrednosti ukazuju da je kod kontaktnih površina blokova postignuta nešto finija površinska hrapavost u odnosu na klasu površinske hrapavosti N7 (prema ISO 1302[126]). Kontaktne površine kod kojih je parametar površinske hrapavosti Ra preko $1 \mu\text{m}$ imaju široku primenu u opštem mašinstvu, mogu se naći i na bokovima zubaca zupčanika [62].



Slika 6.7: Polazno stanje hrapavosti kontaktnih površina

Srednje vrednosti rezultata merenja površinske hrapavosti (po odabranim parametrima), sa standardnim devijacijama prikazane su na Slici 6.8. Hrapavost svih kontaktnih površina, analizirana preko parametra Ra , značajno je poboljšana u poređenju sa polaznom vrednošću od $1,377 \pm 0,058 \mu\text{m}$, Slika 6.8a nakon perioda uhodavanja. Ova pojava je bila očekivana, uzimajući u obzir relativno visoke vrednosti polazne hrapavosti. Istovremeno, ova činjenica ukazuje na potencijal primene procesa uhodavanja u cilju postizanju boljih klasa površinske hrapavosti, koje se mogu uporediti sa najfinijim završnim mašinskim obradama.

Promene površinske hrapavosti tokom perioda uhodavanja su primarno zavisile od primenjenog opterećenja, što je u skladu sa stručnom literaturom [54]. Na osnovu vrednosti parametra Ra na kraju perioda uhodavanja, Slika 6.8a, može se zaključiti da su svi uzorci koji su uhodavani sa manjim intenzitetom opterećenja (uzorci A i B) imali povišene vrednosti površinske hrapavosti, koje pripadaju klasi N4 prema [126]. Kod uzoraka C i D, koji su uhodavani sa opterećenjem većeg intenziteta, postignute su niže vrednosti parametra Ra , bliske klasi površinske hrapavosti N3. Uočene promene površinske hrapavosti na kraju perioda uhodavanja mogu posebno biti važne kod kontaktnih površina viših triboloških parova (kao što su bokovi zubaca zupčanika), kod kojih je dokazano da i najmanje promene mikrogeometrije mogu imati značajan uticaj na radnu sposobnost [7, 80]. Rezultati merenja površinske hra-



Slika 6.8: Promene površinske hrapavosti nakon perioda uhodavanja i perioda rada:
a) parametar R_a , b) parametar R_{sk}

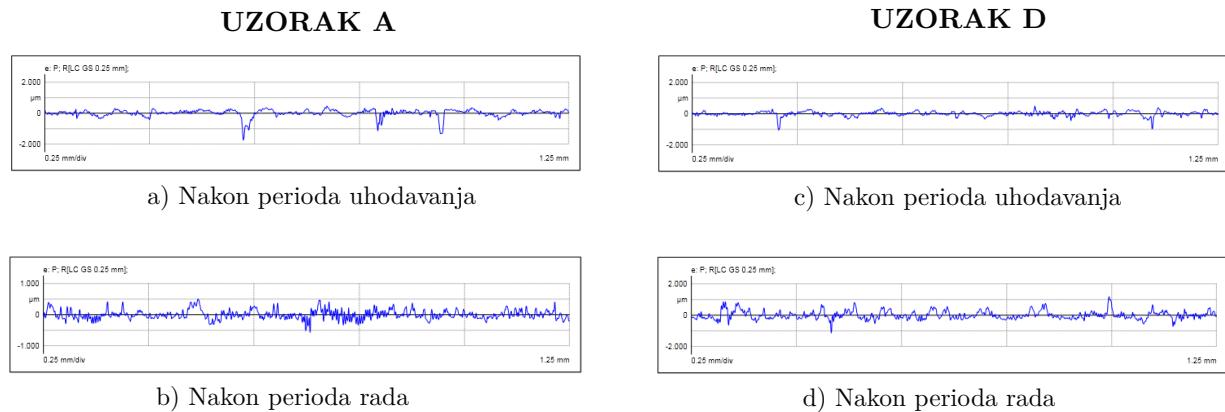
povnosti nakon perioda rada (posle 3000 m rada pri istim radnim uslovima) potvrdila su da je opterećenje glavni uzročnik poboljšanja površinske hrapavosti kontaktnih površina u razmatranim uslovima ispitivanja. Rezultati ovih merenja su bili slični za sve uzorke, bez obzira na primjenjeni intenzitet opterećenja u periodu uhodavanja. Međutim, na kraju perioda rada, površinska hrapavost uzoraka koji su bili uhodavani sa opterećenjem manjeg intenziteta dodatno je poboljšana, dok je površinska hrapavost uzoraka uhodavanih sa opterećenjem većeg intenziteta blago degradirala.

Iako su svi uzorci imali slične vrednosti parametra R_a na kraju perioda rada, Slika 6.8a, oni nisu pokazali slično tribološko ponašanje sa aspekta intenziteta habanja i koeficijenta trenja. Kontaktne površine koje su uhodavane sa opterećenjem većeg intenziteta i koje su na kraju perioda uhodavanja imale niže vrednosti parametra R_a (uzorci C i D) pokazali su lošija tribološka svojstva na kraju perioda rada. Iz ovog razloga je izvršena analiza promene parametra R_{sk} , Slika 6.8b. Prosečna vrednost parametra R_{sk} na kraju završne mašinske obrade kontaktnih površina blokova iznosila je $-0,272 \pm 0,092$. Negativna vrednost parametra R_{sk} ukazuje na prisustvo malog broja najizraženijih vrhova neravnina koji mogu biti brzo pohabani u kombinaciji sa velikim brojem udubljenja koja imaju ulogu zadržavanja određene količine maziva na kontaktnoj površini.

Nakon perioda uhodavanja, kod svih uzoraka, prisutno je dodatno smanjenje u odnosu na polaznu vrednost parametra R_{sk} , Slika 6.8b. Ovo je znak poboljšanja nosivosti kontaktnih površina u odnosu na inicijalno, početno stanje. Uzorci koji su uhodavani sa opterećenjem manjeg intenziteta (uzorci A i B) su, nakon perioda uhodavanja, imali izraženije promene parametra R_{sk} u negativnom pravcu nego uzorci C i D. Ovo je bilo povoljno polazno stanje sa dopunsko opterećivanje i rigoroznije radne uslove koji su nastupili u periodu rada. Pokazano je da su upravo ovi uzorci imali manje vrednosti koeficijenta trenja tokom perioda rada. Na kraju radnog perioda uočene su slične, ali manje izražene promene parametra R_{sk} u poređenju sa periodom uhodavanja. Vrednosti parametra R_{sk} svih uzoraka prešle su od negativnih ka pozitivnim, što je pokazatelj degradacije površinske nosivosti kontaktnih površina. S obzirom da je poželjno da kontaktne površine ima manju (ili još bolje negativnu) vred-

nost parametra Rsk , može se zaključiti da su radni parametri indukovano uhodavanih uzoraka A i B pogodniji u odnosu na indukovano uhodavani uzorak C i neindukovano (prirodno) uhodavani uzorak D.

Na osnovu prikazanih rezultata može se ustanoviti da se najveće promene površinske hrapavosti kontaktnih površina generišu tokom perioda uhodavanja. Iz ovog razloga su na Slici 6.9 prikazani reprezentativni mikroprofilni pohabanih kontaktnih površina dve karakteristične grupe uzoraka A i D, nakon perioda uhodavanja i nakon perioda rada.



Slika 6.9: Mikroprofili kontaktnih površina

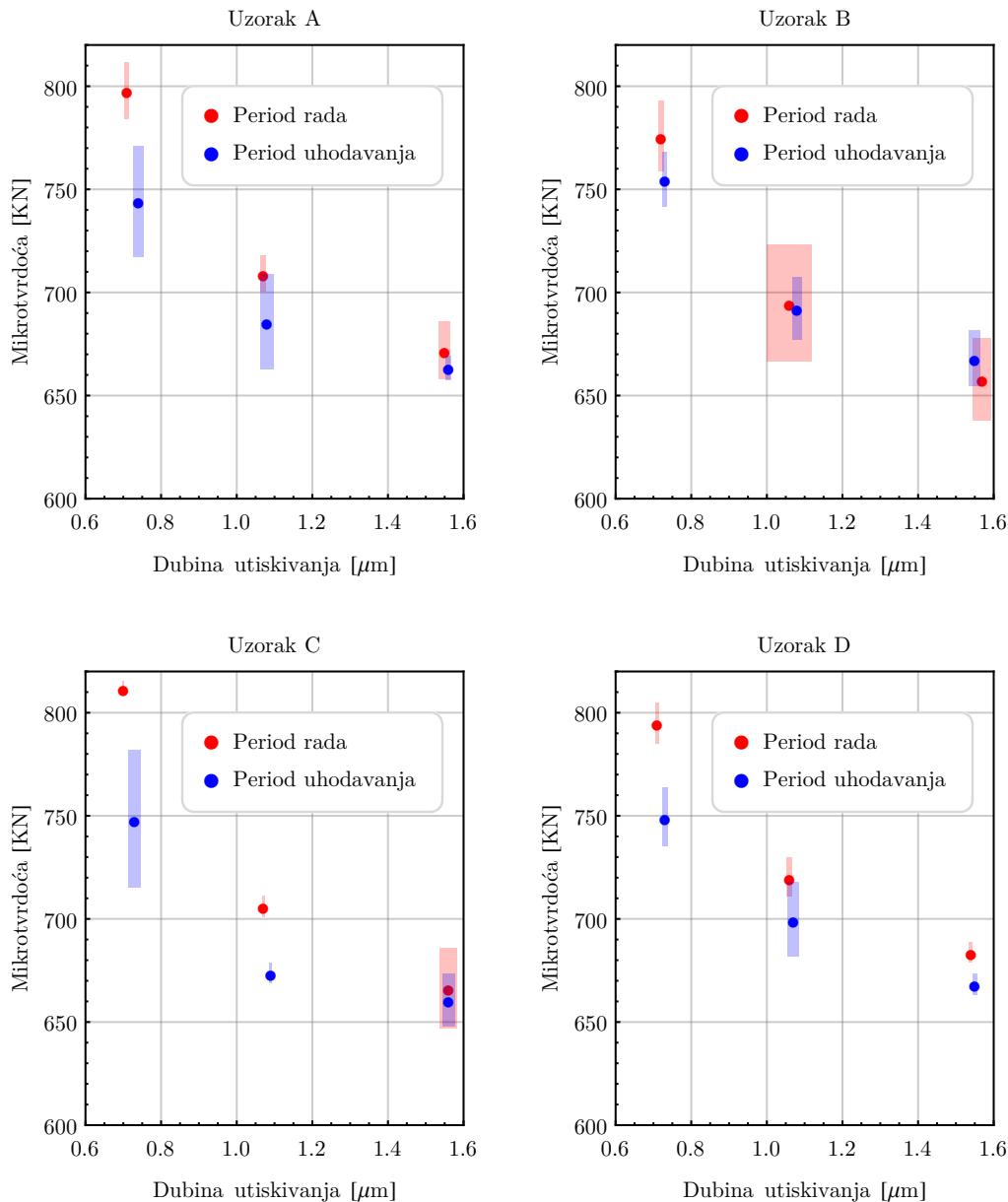
Kod mikroprofila uzoraka uhodavanih sa opterećenjem od 150 N, intenzitet opterećenja je bio nedovoljan da prouzrokuje habanje kontaktne površine do te mere da se uklone najveća udubljenja profila, Slika 6.9a. Ova udubljenja su prisutna na kontaktnoj površini nakon perioda uhodavanja, a njihova dubina doseže i do 2 μm posmatrano od srednje linije profila, u određenim tačkama. Delovi profila koji se nalaze u okolini srednje linije profila, nakon perioda uhodavanja, imaju zaravljeniji karakter kod uzoraka uhodavanih sa opterećenjem manjeg intenziteta (Slika 6.9a) u odnosu na uzorce uhodavane sa opterećenjem većeg intenziteta (Slika 6.9c). Ova pojava dovodi do manjih vrednosti parametra Rsk , odnosno bolje površinske nosivosti ovih kontaktnih površina.

Nakon perioda rada mikroprofil uzorka A je ravnomernije raspoređen u odnosu na srednju liniju, Slika 6.9b. Kod mikroprofila uzorka D (Slika 6.9d), prisutan je veliki broj izraženih vrhova neravnina, odnosno veći deo materijala se nalazi iznad srednje linije profila. Ovo je u saglasnosti sa višim pozitivnim vrednostima parametra Rsk na kraju perioda rada ovog uzorka, koje ukazuju na lošija svojstva nosivosti kontaktnih površina. Saglasno nepovoljnom profilu hrapavosti kod ovih uzoraka očekuju se veći intenzitet habanja i veće vrednosti trenja usled izraženijeg direktnog kontaktna najizraženijih vrhova neravnina.

6.1.2.2 Mikrotvrdoća kontaktnih površina

Za određivanje mikrotvrdoće kontaktnih površina primenjena je Knoop metoda. Ova metoda određivanja mikrotvrdoće je odabrana jer u poređenju sa drugim metodama ima znatno manju dubinu prodiranja utiskivača u površinski sloj materijala [124, 127]. Rezultati merenja

mikrotvrdoće uzoraka (kod ispitanih uzoraka merenje vršeno na tragu habanja) u funkciji od dubine utiskivanja prikazani su na dijagramima na Slici 6.10.



Slika 6.10: Promene mikrotvrdoće kontaktnih površina nakon perioda uhodavanja i nakon perioda rada

Na prikazanim dijagramima tačke označavaju srednje vrednosti rezultata merenja mikrotvrdoće. Obojene pravougaone površine iza ovih tačaka predstavljaju odstupanja mikrotvrdoće i dubine utiskivanja koja su se javila u toku merenja. Makrotvrdoća uzoraka je iznosila oko 51 HRC, što odgovara dubini utiskivanja od 0,1 mm, i približnoj vrednosti tvrdoće po Knoop-ovoј skali 560 KN. Na osnovu rezultata merenja prikazanih na Slici 6.10 može se zaključiti da je usled uhodavanja došlo do značajnog povećanja tvrdoće kontaktnih površina na mikronivou.

Nakon perioda uhodavanja, vrednosti mikrotvrdoće su, međutim, slične kod svih uzoraka. Različiti parametri uhodavanja nisu dali vidljivije rezultate po pitanju promene mikrotvrdoće posle 600 m, a shodno tome ni posle 3000 m. Na kraju perioda rada prisutna je dodatna promena mikrotvrdoće kod svih uzoraka, ali su vrednosti ovih promene veoma slične. Razlike u vrednostima mikrotvrdoće, za različita opterećenja (25, 50 i 100 gr) su se najverovatnije javile kao posledica malih dubina prodiranja za ova (relativno) mala opterećenja. Srednje vrednosti duže dijagonale utisnutog romba iznosile su:

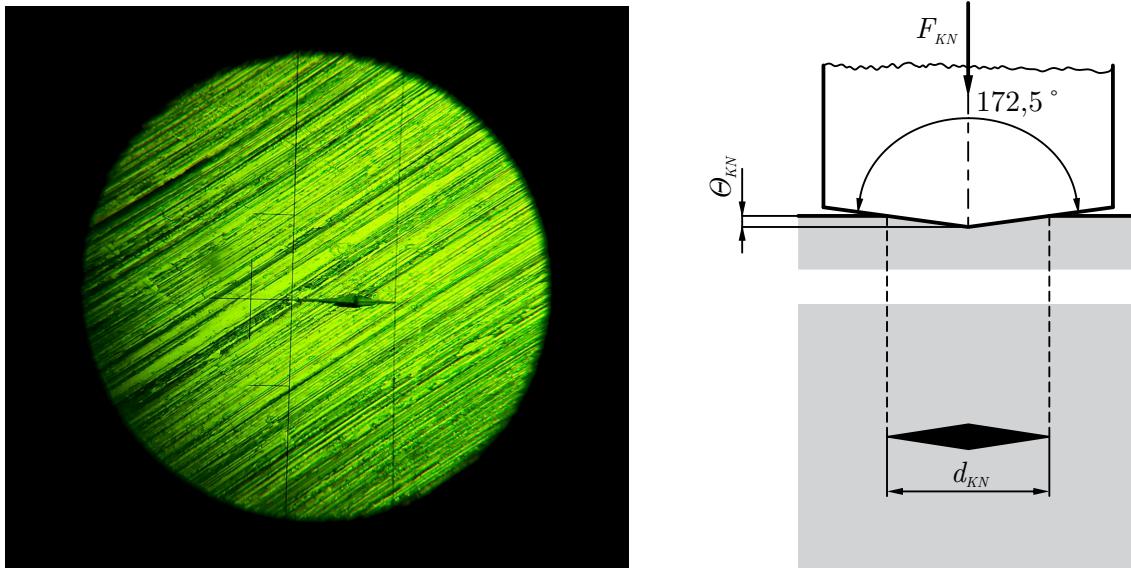
- pri opterećenju od 25 gr: 21,4 μm ,
- pri opterećenju od 50 gr: 31,8 μm ,
- pri opterećenju od 100 gr: 46,2 μm .

Prosečna dubina utiskivanja Θ_{KN} sa dužom dijagonalom utisnutog romba d_{KN} , Slika 6.15 stoji u odnosu:

$$\Theta_{KN} \approx 0,03365 d_{KN}. \quad (6.12)$$

Za izmerene vrednosti duže dijagonale dubine utiskivanja iznosile su:

- pri opterećenju od 25 gr: 0,72 μm ,
- pri opterećenju od 50 gr: 1,07 μm ,
- pri opterećenju od 100 gr: 1,55 μm .



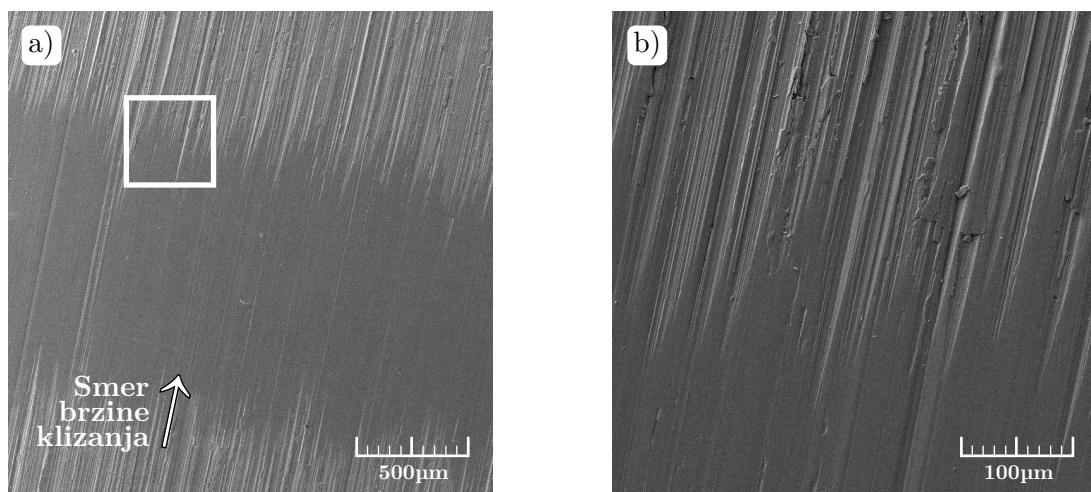
Slika 6.11: Otisak utiskivača pri merenju mikrotvrdoće Knoop metodom

U svim slučajevima opterećivanja dubina utiskivanja je dovoljno mala da uticaj otvrdnjavanja površinskog sloja dođe do izražaja. S obzirom da je pri manjem opterećenju manja i dubina prodiranja, najveće promene mikrotvrdoće prisutne su u ovom slučaju. Procentualno izraženo, tokom perioda rada (posle 3000 m) došlo je do povećanja mikrotvrdoće za približno 4 % pri opterećenju od 25 gr, približno 2,5 % pri opterećenju od 50 gr i približno 1,2 % pri opterećenju od 100 gr, u poređenju sa periodom uhodavanja.

Sa povećanjem sile utiskivanja, usled prodiranja utiskivača u potpovršinske slojeve materijala koji nisu pretrpeli nikakve mikrostrukturne promene, srednja vrednost mikrotvrdoće konvergira ka vrednosti makrotvrdoće uzorka, odnosno 560 KN (51 HRC). Pri opisanim uslovima ispitivanja najveće promene mikrotvrdoće javljaju se u slojevima dubine do 2 μm , što je u saglasnosti sa naučnom literaturom [53, 58]. Usled ovoga, razlike između vrednosti mikrotvrdoće koje su posledica različitih sila utiskivanja se, usled prodiranja utiskivača dublje u kontaktnu površinu, sve više smanjuju, odnosno teže da se izjednače.

6.1.2.3 Analiza intenziteta habanja

Na Slici 6.12 prikazana je prelazna zona između pohabane i nepohabane oblasti nakon perioda uhodavanja uzorka A snimljena SEM-om. Površina uokvirena pravougaonikom na Slici 6.12a prikazana je sa većim uvećanjem na Slici 6.12b. Smer kretanja rotirajućeg diska prikazan je strelicom.



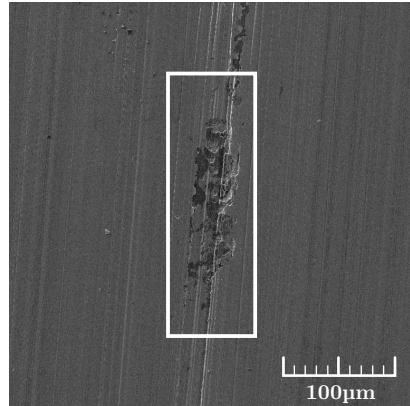
Slika 6.12: Prelazna zona uzorka A nakon perioda uhodavanja:
a) uvećanje 100 \times , b) uvećanje 500 \times

Slika 6.12 ukazuje na izraženo poboljšanje površinske hrapavosti na mikronivoj, čak i za kontaktnu površinu koja je indukovano uhodavana pri *najblžim* radnim parametrima u smislu brzine i opterećenja. Na osnovu posmatranja uzorka SEM-u zaključuje se da je glavni mehanizam površinskog razaranja bilo umereno abraziono habanje, dok se na pojedinim mestima primećuje prisustvo adhezivnog habanja, Slika 6.13.

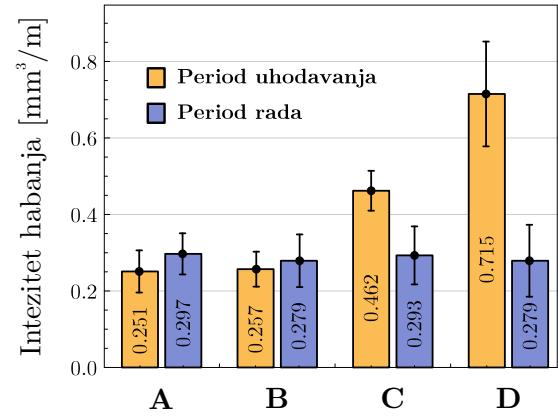
Promene intenziteta habanja blokova na kraju perioda uhodavanja i perioda rada prikazane su dijagramom na Slici 6.14. Date su vrednosti kumulativnog (ukupnog) intenziteta habanja, jer habanje, odnosno pohabana zapremina, uzorka nije merena kontinualno već na kraju karakterističnih perioda. Prikazane standardne devijacije su relativno velike (u određenim slučajevima iznose i do 20 %), ali su prihvatljive za utvrđivanje trenda promene.

Količina pohabanog materijala nakon perioda uhodavanja značajno se razlikuje među uzorcima uhodanim sa različitim radnim parametrima. Pri odabranim ispitnim uslovima, radno opterećenje ima izraženiji uticaj na intenzitet habanja kod svih uzoraka. Pozitivan efekat

brzine klizanja tokom uhodavanja primetan je kod uzoraka koji su uhodavani sa opterećenjem većeg intenziteta (uzorci C i D). Kod uzoraka koji su uhodavani sa opterećenjem manjeg intenziteta (uzorci A i B) uticaj brzine klizanja je zanemarljiv. Na kraju perioda rada, kod uzoraka A i B, prisutno je povećanje intenziteta habanja u odnosu na period uhodavanja. Međutim, ovaj porast je približno isti.



Slika 6.13: Uočeno adheziono habanje sa pojavom prenosa spregnutog materijala na tragovima habanja kontaktnih površina



Slika 6.14: Intenzitet habanja uzoraka nakon perioda uhodavanja i nakon perioda rada

Porast intenziteta habanja u periodu rada uzoraka A i B posledica je povećanja intenziteta opterećenja, koje je usledilo nakon perioda uhodavanja. Ove promene intenziteta habanja u skladu su sa promenama površinske hrapavosti, Slika 6.8. Kod uzoraka koji su uhodavani sa većim intenzitetom opterećenja (uzorci C i D) prisutna je suprotna pojava. Ovi uzorci su prekomerno pohabani tokom perioda uhodavanja, da bi u periodu rada došlo do smanjenja njihovog intenziteta habanja. U poređenju sa neindukovano (prirodno) uhodavanim uzorkom D, svi uzorci su imali manje habanje tokom uhodavanja. Ova pojava je posebno izražena kod uzoraka A i B koji su uhodavani sa opterećenjem manjeg intenziteta. S obzirom da se manja količina pohabanosti generisala pri uhodavanju sa parametrima uzoraka A i B, porast temperature maziva je takođe bio manji. U Tabeli 6.4 prikazan je porast temperature maziva tokom perioda uhodavanja i perioda rada svih uzoraka.

Tabela 6.4: Porast temperature maziva u $^{\circ}\text{C}$

	A	B	C	D
Period uhodavanja	5,7	5,4	11,9	10,6
Period rada	10,6	10,2	3,9	6,0

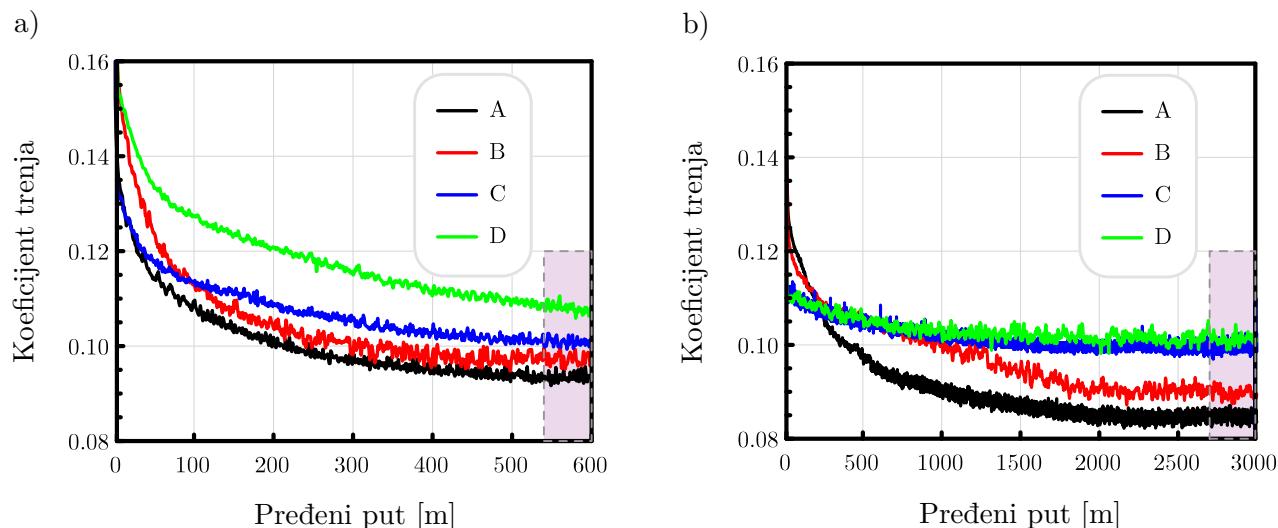
Porast temperature maziva u toku perioda uhodavanja računat je kao razlika između najveće temperature maziva tokom perioda uhodavanja i temperature maziva na početku ispitivanja, tj. temperature okoline. Porast temperature na kraju perioda rada računat je kao razlika između najveće temperature maziva postignute tokom perioda rada i najveće temperature maziva postignute tokom perioda uhodavanja.

Naknadno opterećivanje uzoraka A i B, koje je usledilo nakon perioda uhodavanja, dovelo je do povećanja intenziteta habanja, a samim tim i dodatnog porasta temperature maziva. Ukupni porast temperature maziva približno je jednak kod svih uzoraka, međutim kod uzoraka C i D nagli porast temperature javio se u početnom, najosetljivijem periodu rada. Ovaj porast je posledica intenzivnog habanja koje se generisalo tokom perioda uhodavanja. Kod uzoraka koji su uhodavani sa istim intenzitetom opterećenja, može se uočiti razlika u porastu temperature maziva tokom perioda uhodavanja koja je posledica različitih brzina klizanja. Naime, uzorci koji su uhodavani sa većim brzinama klizanja pokazali su veći porast temperature kontaktnih površina.

Vrednosti intenziteta habanja na kraju perioda rada slične su za sve uzorke, Slika 6.14. Variranje radnih parametara u periodu uhodavanja nije dovelo do značajnijih promena u količini pohabanog materijala u ovom posmatranom periodu. Vrednosti intenziteta habanja tokom perioda rada (srednja vrednost oko $2,88 \cdot 10^{-5} \text{ mm}^3/\text{m}$) su u skladu sa naučnom literaturom. Proračunom faktora habanja [128] dobila bi se vrednost oko $10^{-7} \text{ mm}^3/\text{N} \cdot \text{m}$ što pripada intervalu graničnog režima podmazivanja $10^{-9} \dots 10^{-6} \text{ mm}^3/\text{N} \cdot \text{m}$.

6.1.2.4 Analiza koeficijenta trenja

Promene koeficijenta trenja¹ su tokom trajanja ispitivanja kontinuirano praćene. Dijagram promene srednje vrednosti KT u funkciji od pređenog puta ispitivanih uzoraka tokom perioda uhodavanja i perioda rada, prikazane su na Slici 6.15. Srednje vrednosti i standardne devijacije ustaljenog KT, tj. vrednosti KT za poslednjih 10 % pređenog puta (obojeni pravougaonici na Slici 6.15) dati su na Slici 6.16.



Slika 6.15: Promene koeficijenta trenja tokom vremena:

a) period uhodavanja, b) period rada

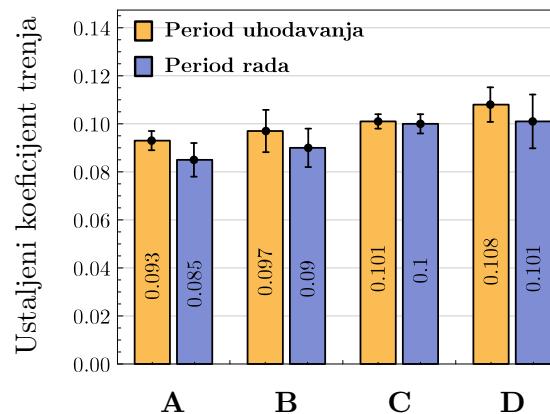
Dijagram promene KT u funkciji pređenog puta za period uhodavanja prikazan je na Slici 6.15a. Uzorci koji su uhodavani sa većim brzinama klizanja (uzorci A i C) imaju niže ini-

¹u nastavku teksta koeficijent trenja označiće se skraćenicom KT

cijalne vrednosti KT. Ovo je u saglasnosti sa teorijom elastohidrodinamičkog podmazivanja i većim uticajem brzine na minimalnu debljinu sloja maziva. Uzorci koji su uhodavani sa opterećenjem manjeg intenziteta (uzorci A i B) imaju strmiji karakter promene KT, kao i niže vrednosti ustaljenog KT. Glavni razlog za ovu pojavu je da, pri opterećenju od 150 N, manja količina najizraženijih vrhova neravnina biva poravnana. Promena trenja je u saglasnosti sa promenama hrapavosti (Slika 6.8), promenama inteziteta habanja (Slika 6.14) i porastom temperature maziva (Tabela 6.4) ovih uzorka. Slično ponašanje tokom perioda uhodavanja pokazuje i uzorak C, koji je uhodan sa opterećenjem većeg intenziteta. Međutim, ovaj uzorak je istovremeno uhodavan i sa većom brzinom klizanja, što je glavni razlog da dijagram promene KT uzorka C bude relativno blizak uzorcima A i B.

Dijagram promene KT u funkciji pređenog puta klizanja za period rada, kada su svi uzorci bili izloženi istim radnim uslovima, prikazan je na Slici 6.15b. Nakon perioda uhodavanja (prvih 600 m) usledila je modifikacija radnih parametara. Kod indukovano uhodavanih uzoraka A, B i C nastupilo je neindukovano (prirodno) uhodavanje kao posledica prilagođavanja novim radnim parametrima. Kod uzorka koji su bili uhodavani sa opterećenjem manjeg inteziteta (uzorci A i B) prisutna je pojava impulsivnog skoka KT do vrednosti približno 0,15 nakon dodatnog opterećivanja. Ovaj skok koeficijenta trenja je doveo do izraženijeg friкционog zagrevanja kontaktnih površina, što je generisalo povećanje temperature maziva, Tabela 6.4. Pojava strmije promene KT, koja se kod ovih uzorka javila u periodu uhodavanja, prisutna je i u periodu rada. Nakon određenog pređenog puta, uzorci A i B dostigli su niže vrednosti KT, u poređenju sa uzorcima C i D. Ova dva uzorka dostigla su ustaljenu vrednost KT nakon približno istog vremena, međutim uzorak A dostiže nižu vrednost. Uzorak C takođe pokazuje promene KT nakon izlaganja novim radnim uslovima. Ova promena je manje izražena (skok KT do oko 0,12) i isključivo je posledica razlike u brzinama klizanja, u poređenju sa prirodno uhodavanim uzorkom D. Iz ovog razloga, uzorku C treba mnogo manje vremena da se prilagodi novim radnim uslovima, i dostigne ustaljenu vrednost KT.

Kako bi se sprovela kvantitativna analiza rezultata prikazanih na Slici 6.15 izvršeno je osrednjavanje koeficijenta trenja na kraju perioda uhodavanja i perioda rada, Slika 6.16. Vrednosti KT za poslednjih 10 % pređenog puta su iskorišćene za osrednjavanje.



Slika 6.16: Ustaljene vrednosti koeficijenta trenja

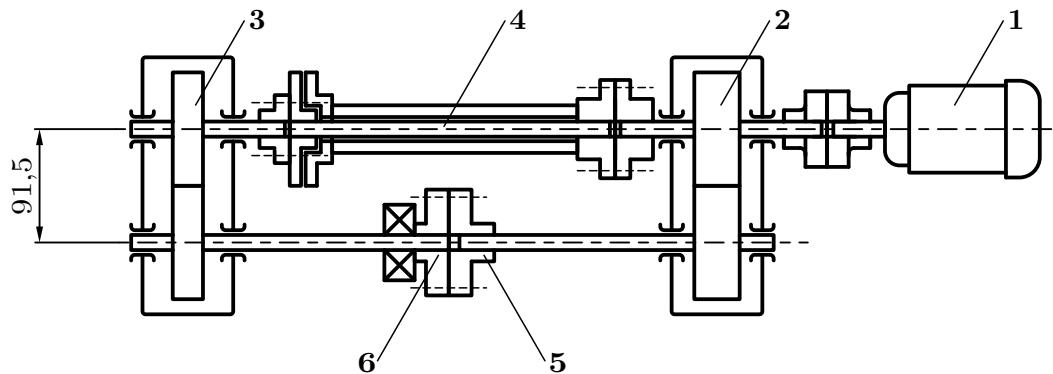
Proračun ustaljene vrednosti KT za period uhodavanja obuhvatao je poslednjih 60 m pređenog puta, a za period rada poslednjih 300 m pređenog puta. Kod svih uzoraka prisutna je pojava da su vrednosti ustaljenog KT veći na kraju perioda rada u odnosu na period uhodavanja. Generalno, može se uočiti pozitivan uticaj veće brzine klizanja tokom uhodavanja za oba perioda rada, kod uzoraka koji su bili opterećeni istim intezitetom opterećenja. Uzorci koji su uhodavani većom brzinom klizanja (uzorci A i C) imali su manje vrednosti ustaljenog KT i na kraju perioda uhodavanja i na kraju perioda rada. Nasuprot ovome, uzorci koji su uhodavani sa silom većeg intenziteta (uzorci C i D) imali su veće vrednosti ustaljenog KT. Ove promene su u saglasnosti sa uočenim promenama površinske hrapavosti, Slika 6.8. Analiza hrapavosti ukazala je na blagu degradaciju kontaktnih površina ovih uzoraka. Vrednosti KT kod svih uzoraka tokom perioda rada veće su od 0,06 što predstavlja graničnu vrednost za potpuno hidrodinamičko podmazivanje [129], i ukazuje na to da su sva ispitivanja bila realizovana u uslovima graničnog podmazivanja.

Dijagram na Slici 6.16 ukazuje na pozitivan trend promene ustaljenog KT, idući od pogodnijih uslova uhodavanja (uzorak A) ka najnepovoljnijim uslovima neindukovano (prirodno) uhodavanog uzorka D. Međutim, treba imati u vidu da standardne devijacije kod nekih uzoraka iznose i do 14 %. Kada se tokom uhodavanje primeni opterećenje manjeg intenziteta procentualno smanjenje KT varira u intervalu 11,5 ... 16,2 % (smanjenje uzorka A u odnosu na uzorak C, i smanjenje uzorka B u odnosu na uzorak D). Kod veće brzine klizanja u toku uhodavanja dolazi do procentualnog smanjenja KT koje varira u intervalu 1 ... 5,1 % (smanjenje uzorka A u odnosu na uzorak B, i smanjneje uzorka C u odnosu na uzorak D). Najveće smanjenje u odnosu na neindukovano (prirodno) uhodavan uzorak D postignuto je kod uzorka koji je uhodavan sa opterećenjem manjeg intenziteta i većom brzinom klizanja (uzorak A) i iznosi 17,2 %.

6.2 Eksperimentalna istraživanja na uređaju sa zatvorenim kolom snage

Eksperimentalna istraživanja na realnim modelima (cilindričnim zupčastim parovima sa pravim zupcima) vršena su na uređaju za ispitivanje sa ZATVORENIM KOLOM SNAGE. Ovaj uređaj (koji u suštini predstavlja tribometar za ispitivanje na realnim modelima) prvobitno je osmišljen za potrebe ispitivanje maziva. Međutim, ubrzo je našao primenu i pri ispitivanju površinske čvrstoće cilindričnih zupčastih parova, te je razvijeno nekoliko standardnih procedura za ispitivanje različitih vrsta razaranja bokova zubaca [130–132]. Primenjeni uređaj služi za ispitivanje cilindričnih zupčastih parova sa spoljašnjim ozubljenjem, osnog rastojanja 91,5 mm. Šema uređaja sa zatvorenim kolom snage prikazana je na Slici 6.17. Osnovni delovi ovog uređaja su pogonski elektromotor (1) čiji se broj obrtaja može varirati frekventnim regulatorom i dva jednostepena zupčasta prenosnika realizovana sa stalnim (2) i ispitnim (3) zupčastim parovima. Nominalna snaga elektromotora izosila je 1,4 kW, dok je nominalni broj obrtaja iznosio 1410 min^{-1} . Zupčasti prenosnici su međusobno spojeni sa jednim kontinualnim vratilom (4) i jednim vratilom sastavljenim iz dva dela, na čijim krajevima se nalaze obodi spojnica (5 i 6). Levi obod spojnica označen brojem (6) se osovinicom učvršćuje za postolje. Desni obod spojnice, označen brojem (5), se može relativno zaokretati u odnosu

na levi obod spojnice. Opterećenje neophodno za ispitivanje zupčastih parova ostvaruje se zaokretanjem slobodnog oboda spojnice u odnosu na drugi (fiksirani) obod za određeni ugao. Međusobnim spajanjem oboda nakon njihovog relativnog zaokretanja posredstvom zavrtanjskih veza, čitav sistem (vratila i zupčasti parovi) dovodi se u napregnuto stanje.



Slika 6.17: Šematski prikaz uređaja za ispitivanje sa zatvorenim kolom snage

Obrtni moment potreban za zaokretanja slobodnog oboda spojnice ostvaruje se pomoću poluge i tegova. Na ovaj način, snaga elektromotora je neophodno samo radi savlađivanja otpora trenja u sistemu. Kod ovakvih uređaja, opterećenje se u toku rada (ispitivanja) ne može menjati, što predstavlja osnovni nedostatak ovih uređaja.

6.2.1 Opis eksperimentalne procedure

6.2.1.1 Materijali i parametri ispitivanih zupčanika

Materijal koji je upotrebljen za izradu zupčanika je poboljšani čelik 42CrMo4 (EN 10083-1). Iako materijal zupčanika odgovara materijalu uzoraka korišćenih u eksperimentu sprovedenom na simulacionom tribometru, termička i završna mašinska obrada (usled tehnoloških ograničenja) nisu bile identične. Zupčanici su zapreminski kaljeni i otpušteni tako da je postignuta površinska tvrdoća od 290 ± 10 HV. Ova vrednost tvrdoće je u saglasnosti sa propisanim vrednostima tvrdoće bokova za upotrebljeni materijal [133]. Izrada ozubljenja izvršena je pužnim glodanjem PFAUTER postupkom. Završna obrada zubaca je brušenje. Podmazivanje zupčanika je vršeno reduktorskim uljem istog proizvođača, ali veće viskoznosti nego što je to bio slučaj sa ispitivanjem na tribometru. Primenjeno je mazivo ISO VG 220 L-CKC/CKD koje sadrži sumpor-fosforne EP aditive. Osnovne tehničke karakteristike korišćenog maziva date su u Tabeli 6.5.

Tabela 6.5: Osnovne fizičke karakteristike upotrebljenog maziva (zatvoreno kolo snage)

	Vrednost	Jedinica
Gustina na 15 °C	890	kg/m ³
Kinematička viskoznost na 40 °C	220	mm ² /s
Kinematička viskoznost na 100 °C	20	mm ² /s
Indeks viskoznosti	95	

Viskozitet odabranog maziva usklađen je sa radnim uslovima u pogledu obimne brzine i temperature propisanim standardom za podmazivanje industrijskih prenosnika snage [134].

S obzirom na pozitivne karakteristike koje su u analitičkoj i numeričkoj analizi pokazali profili sa većim vrednostima ugla profila, na uređaju sa zatvorenim kolom snage izvršeno je uporedno ispitivanje zupčanika sa pravim zupcima standardnog ($\alpha = 20^\circ$) i korigovanog ($\alpha = 25^\circ$) profila. Pregled osnovnih geometrijskih parametara zupčanika koji utiču na oblik profila zubaca, sa oznakama uzoraka dat je u Tabeli 6.6. Radionički crteži na osnovu kojih su izrađeni ispitni zupčanici dati su u Prilogu br. 1 i 2.

Na osnovu podataka iz Tabele 6.6 može se zaključiti da je prenosni odnos svih ispitivanih zupčastih parova $u = 1$, kao i to da je izvršeno sprezanje identičnih zupčanika. Slučaj sprezanja zupčanika sa celobrojnim vrednostima kinematskog prenosnog odnosa je nepoželjan jer onemogućuje da se tokom rada u većoj meri sprežu različiti zupci. Konkretno, u ovom slučaju, tokom prenošenja opterećenja uvek će se sprezati isti zupci na pogonskom sa istim zupcima na gonjenom zupčaniku. Međutim, identičnost spregnutih zupčanika značajno je olakšala proces izrade. Pored toga, svi zupčanici su bili slične površinske tvrdoće, što se takođe u praksi izbegava. Ustaljeno je mišljenje da manji zupčanik (zbog većeg broja ciklusa opterećenja) treba da ima nešto veću tvrdoću. Postavka eksperimenta u kojem se ispituju identični zupčanici dovela je do toga da se jedina razlika u radnim uslovima zubaca pogonskog i gonjenog zupčanika ogleda u smeru sile trenja na aktivnim bokovima zubaca. Teorijski, u ovakvim uslovima ispitivanja, mogu se očekivati identična površinska oštećenja na delovima profila zubaca sa negativnim klizanjem, tj. na nozi zupca pogonskog i na nozi zupca gonjenog zupčanika, 4.9. Na ovaj način, izolovan je uticaj smera sile trenja na delovima profila sa negativnim klizanjem na površinsku nosivost bokova, što će biti razmatrano u nastavku.

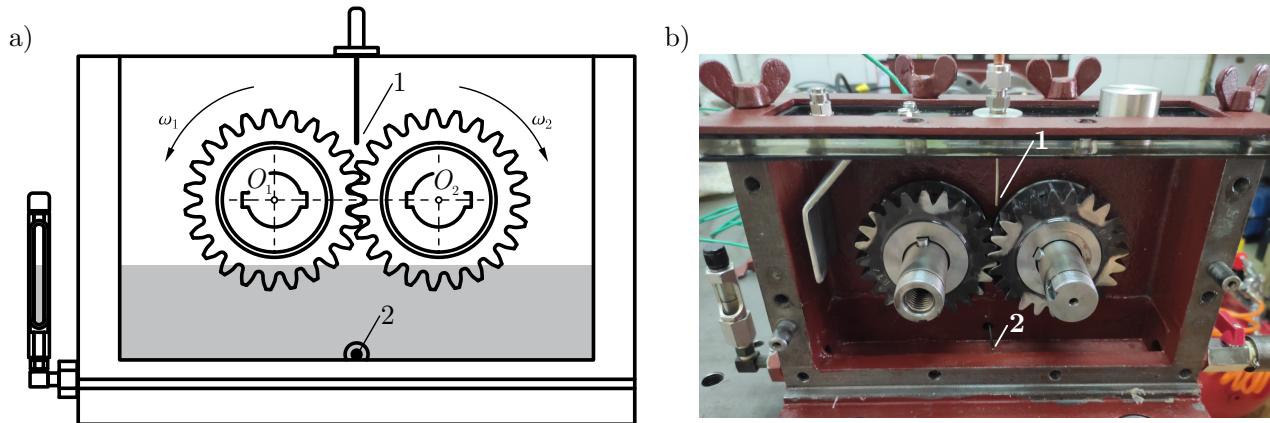
Tabela 6.6: Osnovne geometrijske karakteristike ispitivanih zupčanika

	Oznaka uzoraka	
	A	B
Broj zubaca	$z_{1,2}$	23
Modul [mm]	m	4
Ugao profila [$^\circ$]	α	20 25
Koefficijent pomeranja profila	$x_{1,2}$	-0,061
Prečnik podeone kružnice [mm]	$d_{1,2}$	92
Prečnik osnovne kružnice [mm]	$d_{b1,2}$	86,452 83,38

6.2.1.2 Metode karakterizacije

Za razliku od eksperimenta sprovedenog na tribometru, tokom kojeg je bilo moguće kontinualno praćenje promene koeficijenta trenja posredstvom otpora trenja i mernih traka na nosaču ispitivanog bloka, uređaj sa zatvorenim kolom snage ne pruža ovu mogućnost. Dakle, trenje je praćeno indirektno, preko temperaturnog porasta koji je, u najvećoj meri, posledica savladavanja otpora trenja na aktivnim bokovima zubaca spregnutih zupčanika.

Usled ovoga kućište ispitivanih zupčanika je modifikovano tako da su u njega, na dva merna mesta ugrađene sonde za merenje temperature. S obzirom da je povećanje temperature koje se može registrovati tokom ispitivanja u najvećoj meri posledica savlađivanja trenja koje se javlja pri relativnom kretanju bokova zubaca pogonskog i gonjenog zupčanika, porast temperature može biti dobar pokazatelj o intenzitetu trenja prisutnom na spregnutim bokovima zubaca.



Slika 6.18: Praćenje promene temperature tokom vremena:

a) položaj mernih mesta sa nivoom maziva, b) stvarni izgled sklopa

Mazivo, čije su karakteristike date u Tabeli 6.5, ima ulogu smanjivanja trenja, odvođenja količine topline i produkata habanja iz zone sprezanja zubaca. Pri merenju su upotrebљena dva termički stabilna termopara za registrovanje temperature, čija je šema postavljanja prikazana na Slici 6.18a. Preciznost upotrebljenih termoparova iznosila je $\pm 0,5$ °C. U cilju dobijanja što tačnije informacije o intenzitetu trenja na bokovima spregnutih zubaca termopar na mernom mestu br. 1 postavljen je tako da se nalazi što bliže polju sprezanja (toplotonom izvoru) ispitivanih zupčanika. Termopar na mernom mestu br. 2, pozicioniran je tako da daje informaciju o temperaturi maziva, što je veličina koja se često prati u praksi. S obzirom na intenzivno rasprskavanje koje se tokom sprezanja odvija, dolazi do značajne razlike između temperature merene na prikazanim mernim mestima. Signal koji se generiše u termoparovima procesuira se u akvizicionoj jedinici (HIOKI HILOGGER LR8431), koja daje vremenski zapis promene temperature tokom trajanja eksperimenta.

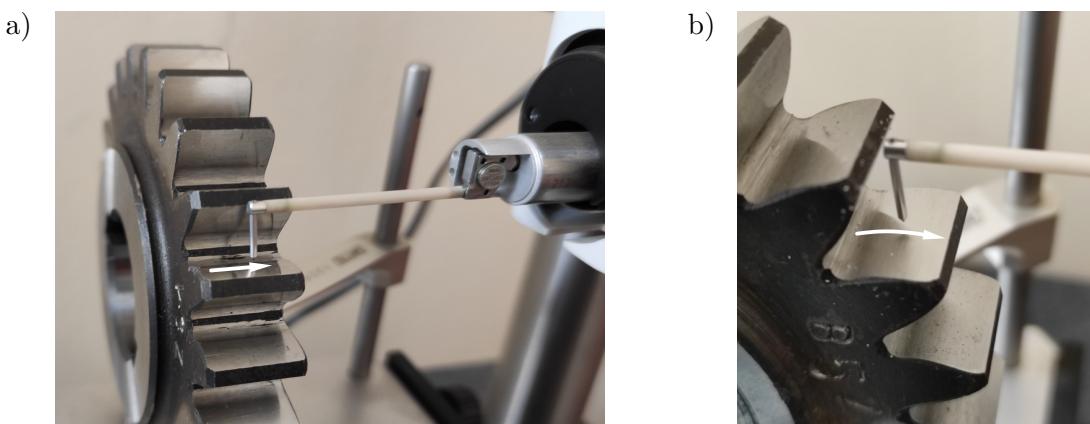
Kako bi se izvršila procena intenziteta habanja različito ispitivanih zupčanika izvršena su merenja mase zupčanika pre i posle ispitivanja. Zupčanici su detaljno odmašćeni i očišćeni medicinskim benzinom pre svakog merenja. Merenja mase zupčanika su vršena elektromehaničkom vagom RADWAG PS6000/C/2, mernog opsega 0,5 - 6000 gr, preciznosti 0,01 gr. Grafički prikaz merne opreme za vreme merenje zupčanika sa ugлом profila $\alpha = 25^\circ$ dat je na Slici 6.19.



Slika 6.19: Merenje mase ispitivanih zupčanika

Nakon ispitivanja oštećene kontaktne površine bokova zubaca posmatrane su na optičkom mikroskopu. Ova snimanja izvršena su na digitalnom mikroskopu HIROX KH7700. Mikroskop ima mogućnost uvećanja slike $400\times$.

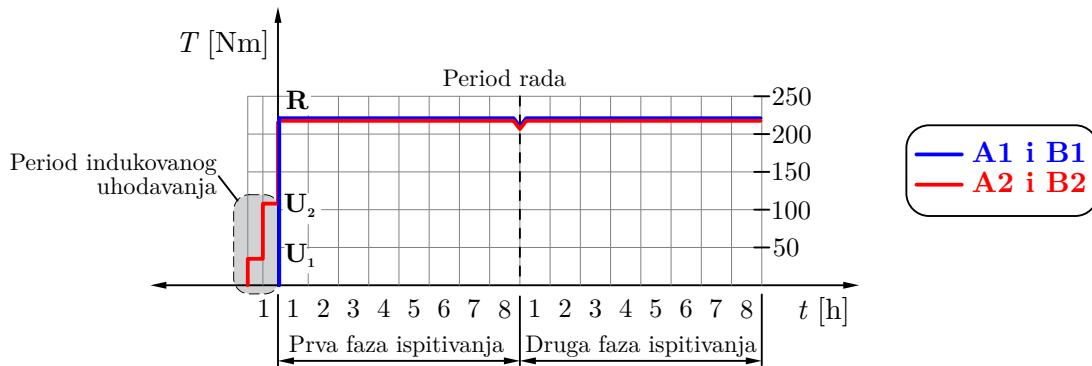
Hrapavost bokova zubaca merena je sa kontaktnim profilometrom opisanim u Poglavlju 6.1.1.2. Za razliku od blokova koji su imali ravnu kontaktну površinu, bokovi zubaca su zakrivljene površine, pa je samim tim merenje njihove površinske hrapavosti otežano. Pored ovoga, postoje fizička ograničenja u vidu suženog prostora međuzublja unutar kojeg sonda za merenje hrapavosti može da izvrši merenje. Merenja su vršena u dva pravca, u pravcu izvodnice zupca (Slika 6.20a) i duž evolventnog profila zupca (Slika 6.20b).



Slika 6.20: Merenje površinske hrapavosti ispitivanih zupčanika:
a) duž izvodnice zupca,
b) duž evolventnog profila

6.2.1.3 Opis eksperimenta

Eksperiment je planiran tako da se ispita istovremeni uticaj oblika profila i procesa uhodavanja na površinsku nosivost bokova zubaca cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima. Variranje oblika profila realizovano je izradom zubaca sa različitim uglovima profila. Na osnovu prethodnih ispitivanja [117] pokazano je da veći uticaj na površinsku nosivost ima variranje opterećenja tokom indukovanih uhodavanja. Iz ovog razloga, sa aspekta radnog opterećenja, usvojen je dvostepeni režim indukovanih uhodavanja, dok je brzina tj. broj obrtaja ispitivanog zupčastog para bio konstantan. Dakle, po dva zupčasta para sa uglom profila od $\alpha = 20^\circ$ i $\alpha = 25^\circ$ puštana su u rad bez prethodnog indukovanih uhodavanja pri maksimalnom opterećenju. Kod ovih zupčastih parova prisutno je neindukovano, odnosno prirodno uhodavanje. Zatim su po dva zupčasta para sa uglom profila od $\alpha = 20^\circ$ i $\alpha = 25^\circ$ indukovano uhodavana u inicijalnom periodu rada dvostepenim sprektrom opterećenja. Nakon indukovanih uhodavanja i onu su (kao i prethodni) puštani u period rada, pod punim radnim opterećenjem. Na ovaj način, međusobnim poređenjem zupčanika sa različitim oblikom profila, kao i zupčanika koji su prirodno i indukovano uhodavani, može se doneti zaključak o istovremenom uticaju ovih veličina na površinsku nosivost bokova. Režim ispitivanja prikazan je na Slici 6.21. Konkretne brojčane vrednosti sa oznakama uzoraka date u Tabeli 6.7. U ovoj tabeli, radni uslovi su iskazani u vidu obrtnog momenta T i nominalnog kontaktnog napona u kinematskom polu C.



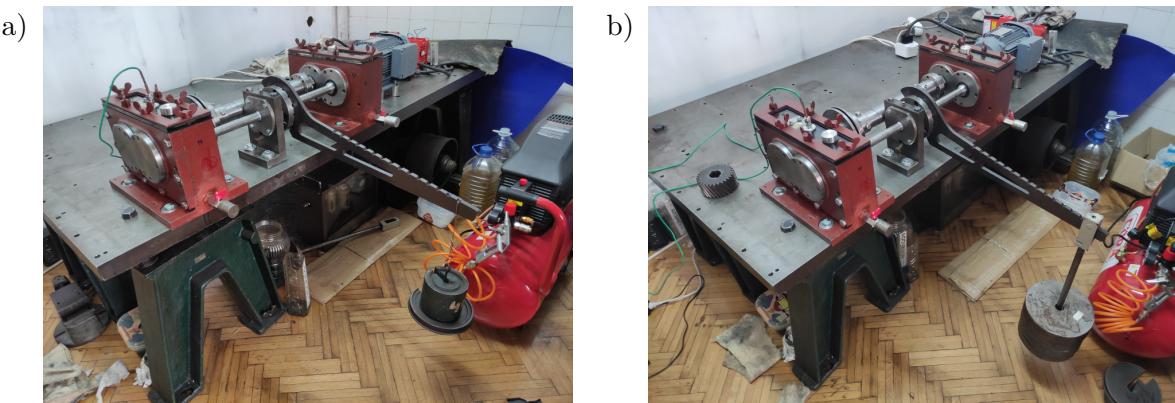
Slika 6.21: Režim ispitivanja na uređaju sa zatvorenim kolom snage

Tabela 6.7: Podaci o radnom opterećenju ispitivanih zupčanika

		T [Nm] (σ_{HC} [N/mm ²])		
		U_1	U_2	R
A	A1	-	-	221 (1280)
	A2	35 (510)	108 (895)	221 (1280)
B	B1	-	-	221 (1162)
	B2	35 (462)	108 (812,5)	221 (1162)

U_1 – prvi nivo uhodavanja, U_2 – drugi nivo uhodavanja, R – period rada

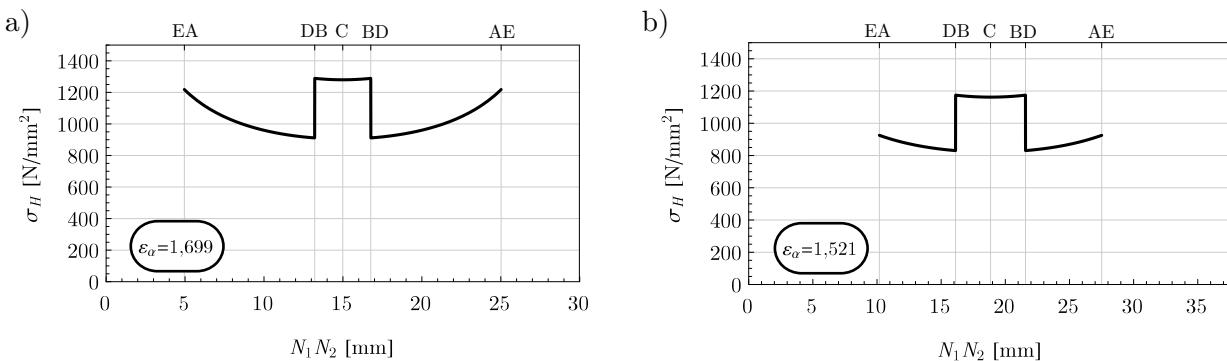
Grafički prikaz uređaja sa zatvorenim kolom snage u slučaju opterećivanja obrtnim momentom intenziteta 35 Nm prikazan je na Slici 6.24a, a u slučaju opterećivanja obrtnim momentom intenziteta 221 Nm na Slici 6.24b.



Slika 6.22: Uredaj sa zatvorenim kolom snage opterećen obrtnim momentom intenziteta: a) 35 Nm, b) 221 Nm

Ukupan broj ciklusa opterećivanja u periodu indukovanih uhodavanja iznosio je $n_u = 84600$, odnosno 42300 ciklusa za svaki nivo opterećenja. Preliminarna ispitivanja su pokazala da je, za odabranu radnu opterećenje, ovo dovoljan broj ciklusa da se ustali radna temperatura. Ona je kontinualno praćena tokom trajanja eksperimenta, a njeno ustaljivanje je usvojeno kao indikator završetka perioda uhodavanja.

Broj ciklusa opterećivanja u periodu rada iznosio je $n_r = 1353600$. Procentualno izraženo, period indukovanih uhodavanja iznosio je 6,25 % od kasnijeg perioda rada. Uzorak označen sa A1 (standardni ugao profila, prirodno uhodan) predstavlja reperni uzorak, u odnosu na koji su vršena poređenja svih ostalih uzoraka radi evaluacije uticaja indukovanih uhodavanja i varijacije oblika profila na površinsku nosivost zubaca. Radno opterećenje je definisano tako da je, kod repernog uzorka A1, kontaktni napon u kinematskom polu C tokom perioda rada bio dvostruko veći od vrednosti trajne dinamičke čvrstoće bokova zubaca određene na osnovu [5]. Visok intenzitet kontaktnog pritiska je namerno definisan, tako da se nakon relativno kratkog vremena ispitivanja (2×8 h) na bokovima zubaca generišu uočljiva i merljiva površinska oštećenja. Na osnovu podataka iz Tabele 6.7, uočava se prednost korigovanog profila $\alpha = 25^\circ$, jer se za istu vrednost radnog opterećenja u vidu obrtnog momenta generiše manji kontaktni napon u kinematskom polu C. Tok promene kontaktnog napona duž dodirnice pri najvećem intenzitetu obrtnog momenta ($T = 221$ Nm) prikazan je (za obe grupe uzoraka) dijagramima na Slici 6.23. Dijagrami sa Slike 6.23 prikazani su za slučaj idealno ravnomerne raspodele opterećenja.



Slika 6.23: Tok promene kontaktnog napona duž dodirnice profila zubaca:
a) zupčanici iz grupe A, b) zupčanici iz grupe B

6.2.2 Rezultati i diskusija

6.2.2.1 Površinska hrapavost bokova zubaca

Činjenica da su na uređaju sa zatvorenim kolom snage ispitivani uzorci kod kojih je ugao profila $\alpha = 20^\circ$ i $\alpha = 25^\circ$ podrazumeva da su zupčanici izrađeni sa različitim alatom za izradu zubaca. Nakon izrade zubaca, usledila je završna obrada brušenja, koja je takođe sprovedena različitim alatom kod uzoraka iz grupe A i B. Da bi se tokom ispitivanja eliminisao uticaj hrapavosti, poželjno je da površinska hrapavost svih zupčanika bude što je moguće približnija. Iz ovog razloga, izvršena je detaljna kontrola površinske hrapavosti uzoraka izrađenih i prebrušenih različitim alatima. Predstavljeni rezultati predstavljaju srednje vrednosti merenja izvršene nad velikim brojem zubaca iz obe grupe uzoraka. Rezultati merenja polazne površinske hrapavosti zubaca, sagledane preko parametra R_a , za merenja duž izvodnice zupca, Slika 6.20a, su:

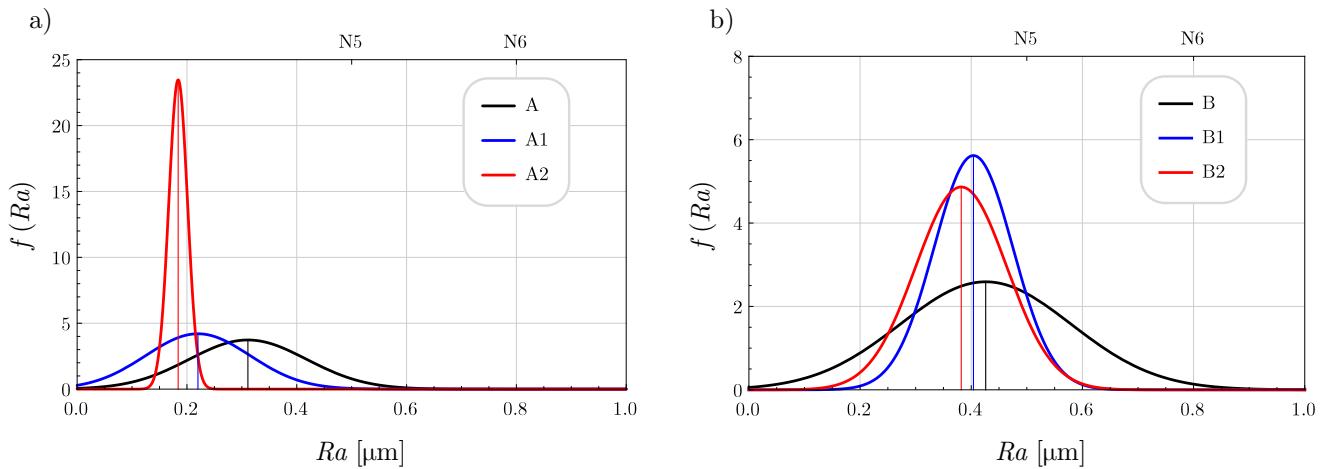
- za ugao profila $\alpha = 20^\circ$: $R_a = 0,103 \pm 0,052$ µm,
- za ugao profila $\alpha = 25^\circ$: $R_a = 0,075 \pm 0,025$ µm.

Analiza rezultata merenja površinske hrapavosti pokazala je da su ostvarene značajno manje vrednosti parametra Ra , odnosno primetna je finija površinska hrapavost pri merenju duž izvodnice zupca. Na osnovu ovoga se može zaključiti da se sa ovim pravcem poklapa i pravac završne obrade brušenja. Saglasno [135], za zupce brušene na ovaj način, merodavnija su merenja hrapavosti upravna na pravac završne obrade, odnosno površinska hrapavost određena duž profila, Slika 6.20b. Rezultati merenja polazne površinske hrapavosti zubaca, sagledane preko parametra Ra , za merenja duž evolventnog profila zubaca su:

- za ugao profila $\alpha = 20^\circ$: $Ra = 0,311 \pm 0,107 \mu\text{m}$,
- za ugao profila $\alpha = 25^\circ$: $Ra = 0,426 \pm 0,154 \mu\text{m}$.

Rezultati ovih merenja pokazuju izvesna odstupanja polazne površinske hrapavosti između uzoraka iz grupe A i grupe B koja su očekivana, s obzirom da su zupci izrađeni i brušeni različitim alatima. Međutim, odstupanja su prihvatljiva, i može se smatrati da neće u većoj meri uticati na rezultat ispitivanja.

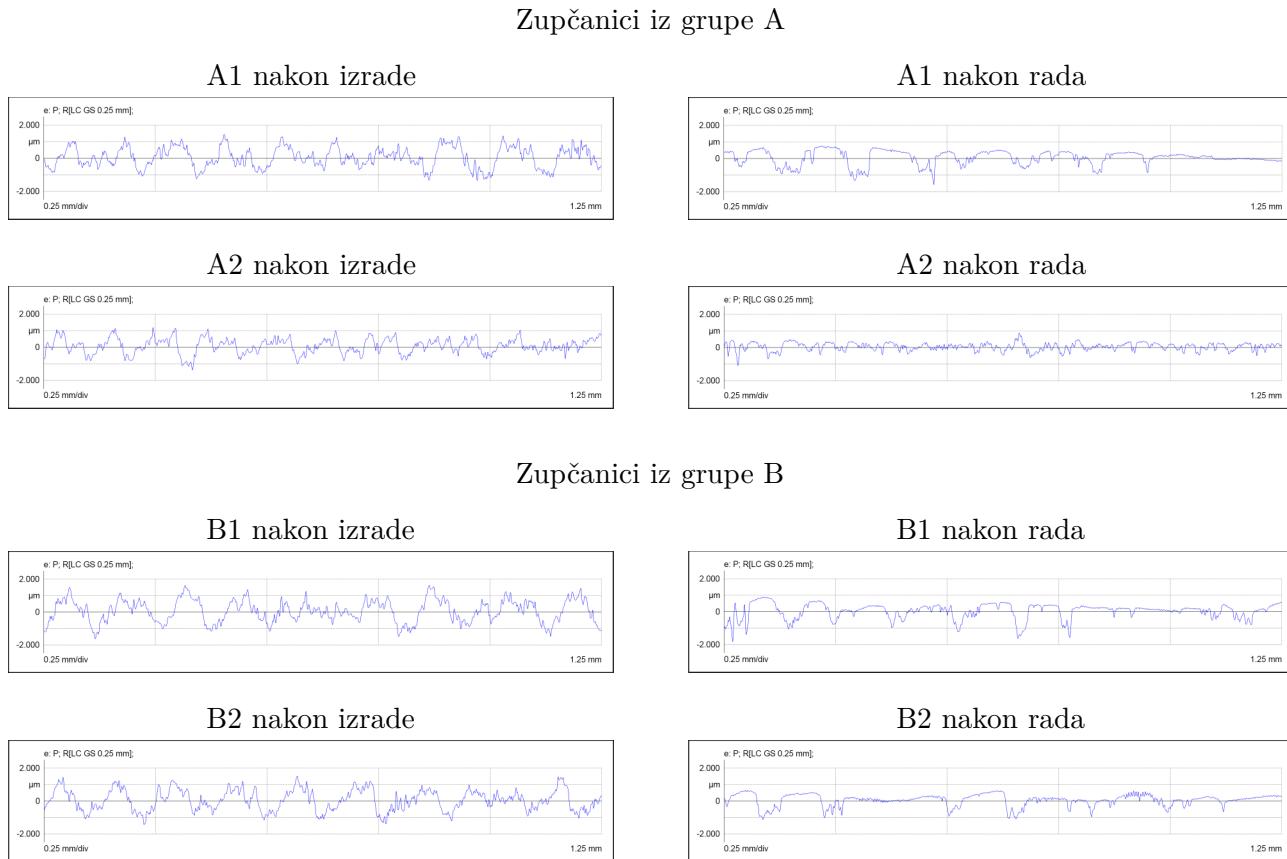
Nakon sprovedenih ispitivanja merena je površinska hrapavost samo duž profila zupca. Merenja su vršena na identičan način kao što je prikazano na Slici 6.20b, s tim da su na pogonskom i gonjenom zupčaniku iz svake grupe uzorkovana po tri zupca koja nisu oštećena pitinom. Rezultati merenja površinske hrapavosti, posmatrani preko parametra Ra su predstavljeni normalnom raspodelom, i prikazani na Slici 6.24. Na Slici 6.24a prikazane su promene površinske hrapavosti za uzorce iz grupe A, a na Slici 6.24b promene površinske hrapavosti za uzorce iz grupe B. Neindeksirane oznake A i B odnose se na inicijalne, polazne hrapavosti uzoraka.



Slika 6.24: Promene porvršinske hrapavosti ispitivanih zupčanika:
a) zupčanici iz grupe A, b) zupčanici iz grupe B

Na osnovu rezultata sa Slike 6.24 može se zaključiti da nakon ispitivanja uzorkovani zupci imaju poboljšanu površinsku hrapavost u odnosu na inicijalnu hrapavost bokova zubaca. Ova pojava je prisutna kod zupčanika iz obe grupe uzoraka. Indukovano uhodavani zupčanici (A2 i B2) imaju nešto manju hrapavost u odnosu na prirodno uhodavane uzorke (A1 i B1), međutim ova razlika je za praktičnu primenu zanemarljiva. Poboljšanje hrapavosti izraženije je kod zupčanika iz grupe A. Usled većeg intenziteta kontaktnog napona na bokovima zubaca ovih

zupčanika, došlo je do izraženijeg uglačavanja najizraženijih vrhova neravnina. Karakteristični mikroprofile aktivnih bokova zubaca iz različitih grupa uzoraka prikazani su na Slici 6.25. Nakon izrade svi pozmatrani uzorci imaju jako slične mikroprofile, koje odlikuje izgled sličan sinusnoj funkciji. Nakon perioda rada, evidentno je uglačavanje najizraženijih vrhova neravnina kod svih uzoraka. Istovremeno, dna profila ostaju netaknuta. Kod indukovano uhodavanih uzoraka (A2 i B2) prisutno je manje rasipanje delova profila u odnosu na srednju liniju. Kod ovih uzoraka najveći deo profila nalazi se u okolini nulte linije, i generalno je pravilno raspostranjen unutar intervala $\pm 1 \mu\text{m}$. Usled ovoga, može se konstatovati pozitivan uticaj indukovanih uhodavanja čak i kod brušenih kontaktnih površina fine hrapavosti.



Slika 6.25: Mikroprofili bokova zubaca nakon izrade i nakon ispitivanja

6.2.2.2 Intenzitet habanja

Nakon različitih režima ispitivanja (Tabela 6.7) svim zupčanicima je izmerena masa, kako bi se ustanovila razlika u masi koja je posledica pohabanosti kontaktnih površina aktivnih bokova zubaca. Rezultati merenja prikazani su na Slikama 6.26 i 6.27. Na Slici 6.26 prikazan je dijagram ukupne pohabane mase ispitivanih zupčastih parova, dakle zbir pohabane mase pogonskog i gonjenog zupčanika spregnutog zupčastog para $\sum \Delta m$. Donja granična vrednost pohabane mase zupčastog para predstavlja srednju vrednost donjih graničnih vrednosti pohabanih masa gonjenog i pogonskog zupčanika. Gornja granična vrednost pohabane mase zupčastog para predstavlja srednju vrednost gornjih graničnih vrednosti pohabanih masa gonjenog i pogonskog zupčanika. Ove srednje vrednosti prikazane su intervalno na dia-

gramu sa Slike 6.26 kao ukupna pohabana masa zupčastog para. Na osnovu dijagrama sa Slike 6.26 može se primetiti pozitivan uticaj korigovanog profila na intenzitet habanja, jer je većina uzoraka iz grupe B uglavnom imala manje vrednosti pohabane mase, u odnosu na zupčanike iz grupe A koji su izrađeni sa standardnim profilom $\alpha = 20^\circ$.

Postoje dva glavna razloga za ovu pojavu. Naime, s obzirom na korekciju profila u vidu povećanja ugla profila, na bokovima zubaca zupčanika iz grupe B generišu se manji kontaktni naponi, Slika 6.23. Ova činjenica ukazuje na dominantan uticaj intenziteta kontaktnog napona na količinu pohabanog materijala, što je u skladu sa rezultatima objavljenim u radu [136]. Drugi razlog ogleda se u skraćenju dužine aktivne dodirnice, pa su krajnje tačke dodira na manjoj udaljenosti od kinematskog pola C. Samim tim, intenzitet klizanja profila manji je kod zupčanika sa korigovanim profilom, odnosno kod zupčanika kod kojih je $\alpha = 25^\circ$. Za odabrane geometrijsko kinematske parametre ispitivanih zupčanika faktor λ iznosio je:

- za ugao profila $\alpha = 20^\circ$: $\lambda = 0,67$,
- za ugao profila $\alpha = 25^\circ$: $\lambda = 0,46$.

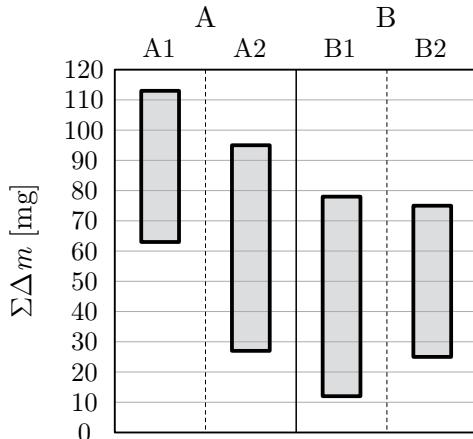
Ova činjenica ukazuje na izražen uticaj ugla profila na smanjenje faktora λ , što za posledicu ima niže vrednosti kontaktnog pritiska i klizanja profila u krajnjim tačkama dodira.

Kod zupčanika iz grupe A, može se konstatovati pozitivan uticaj indukovanih uhodavanja, jer su uzorci označeni sa A2 pokazali primetno manje habanje od prirodno uhodavanih zupčanika iz grupe A1. Kod ispitivane grupe zupčanika A, indukovano uhodavani uzorci A2 imali su niže gračnične vrednosti (i gornje i donje) pohabane mase u odnosu na prirodno uhodavane uzorke A1. Kod zupčanika iz grupe B prisutna je pojava da je gornja vrednost pohabane mase zanemarljivo manja kod indukovano uhodavanih uzoraka iz grupe B2, u odnosu na prirodno uhodavane uzorke iz grupe B1. Kod ovih uzoraka takođe je prisutna pojava da je donja vrednost pohabane mase veća kod indukovano uhodavanih uzoraka iz grupe B2 u odnosu na prirodno uhodavane uzorke iz grupe B1, što nije očekivano. Međutim, interval unutar kojeg se kreće pohabana masa uži je kod indukovano uhodavanih uzoraka iz grupe B2, što znači da je kod njih prisutno manje rasipanje rezultata. Shodno tome, mogla bi da se doneše pouzdanija procena radnog veka ovakvih zupčanika, sa aspekta pohabanosti aktivnih bokova.

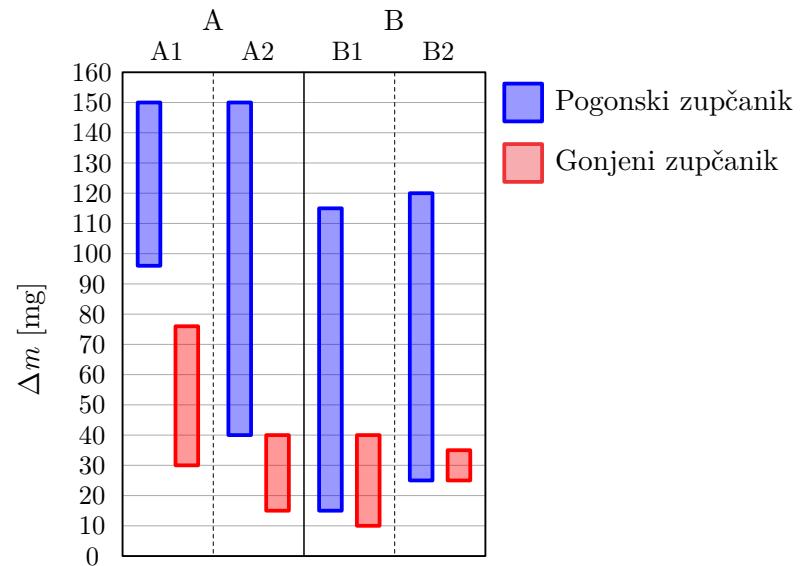
Rezultati koji su prikazani dijagramima na Slici 6.26 predstavljaju ukupnu pohabnu masu ispitivanih zupčastih parova. Na osnovu ovih rezultata može se konstatovati pozitivan istovremeni uticaj korigovanog profila i indukovanih uhodavanja na površinsku nosivost bokova zubaca sa aspekta intenziteta habanja, jer su svi ispitivani uzorci pokazali bolje ponašanje sa aspekta pohabane mase od prirodno uhodavanog, repernog uzorka standardnog profila A1. Tokom eksperimentalnih ispitivanja kod svih grupa uzoraka uočena je pojava da su pogonski zupčanici uvek bili ugroženiji sa aspekta površinskog razaranja. Pogonski zupčanici imali su znatno veće gubitke mase usled habanja u odnosu na gonjene. Da bi se analizirala ova pojava, na Slici 6.27 prikazan je dijagram promene mase pojedinačnih zupčanika iz odgovarajućih grupa uzoraka.

Na osnovu dijagrama pojedinačnih pohabanosti sa Slike 6.27 može se ustanoviti prisutnost višestruko većih vrednosti pohabane mase pogonskih u odnosu na gonjene zupčanike. Teori-

jski, s obzirom da je vršeno sprezanje identičnih zupčanika, prema [81] i Slici 4.9, očekivana je pojava identičnih oštećenja na nozi zubaca pogonskog i nozi zubaca gonjenog zupčanika, usled prisutnosti negativnog klizanja, i jednakosti intenziteta sile trenja. Međutim, sprovedena eksperimentalna ispitivanja su pokazala da su na delu noge zubaca pogonskih zupčanika prisutna znatno intenzivnija površinska razaranja, kao i to da je oštećen veći broj zubaca. Ovo ukazuje na značajan uticaj sile trenja, odnosno njenog smera koji se razlikuje na nozi pogonskog i nozi gonjenog zupca, bez obzira što i na jednom i na drugom delu profila vladaju uslovi negativnog klizanja. Ukoliko se posmatra dijagram pojedinačne pohabanosti uzoraka, Slika 6.27, može se konstatovati da je pozitivan uticaj indukovanih uhodavanja prisutan isključivo kod gonjenih zupčanika, bilo da se radi o uzorcima sa standardnim ili korigovanim profilom. Pohabana masa pogonskih zupčanika približno je ista unutar grupa sa istim uglom profila. To znači da su manje vrednosti ukupne pohabane mase zupčastih parova $\sum \Delta m$ prikazane dijaramom na Slici 6.26 isključiva posledica smanjene pohabanosti gonjenih zupčanika ovih zupčastih parova. Može se ustanoviti da je, pri opisanim eksperimentalnim uslovima, indukovano uhodavanje uticalo na smanjenje pohabanosti zubaca gonjenih zupčanika, i da je kod njih prisutan istovremeni pozitivan efekat korigovanja profila i indukovanih uhodavanja.



Slika 6.26: Pohabanost zupčastih parova



Slika 6.27: Pojedinačna pohabanost spregnutih zupčanika

Iako su gornje granične vrednosti pohabane mase indukovano uhodavanih uzoraka A2 jednake, ili u slučaju uzoraka B2 čak i veće od prirodnog uhodavanih uzoraka sa istim uglom profila, ne treba izgubiti izvida činjenicu da su zupčanici iz ovih grupa imali veći broj ciklusa opterećivanja, odnosno bili su opterećeni sa 84600 ciklusa više, koliko je iznosilo njihovo indukovano uhodavanje. Minimalno habanje koje se kreće u najužim granicama postignuto je kod gonjenih zupčanika iz grupe B2, Slika 6.27.

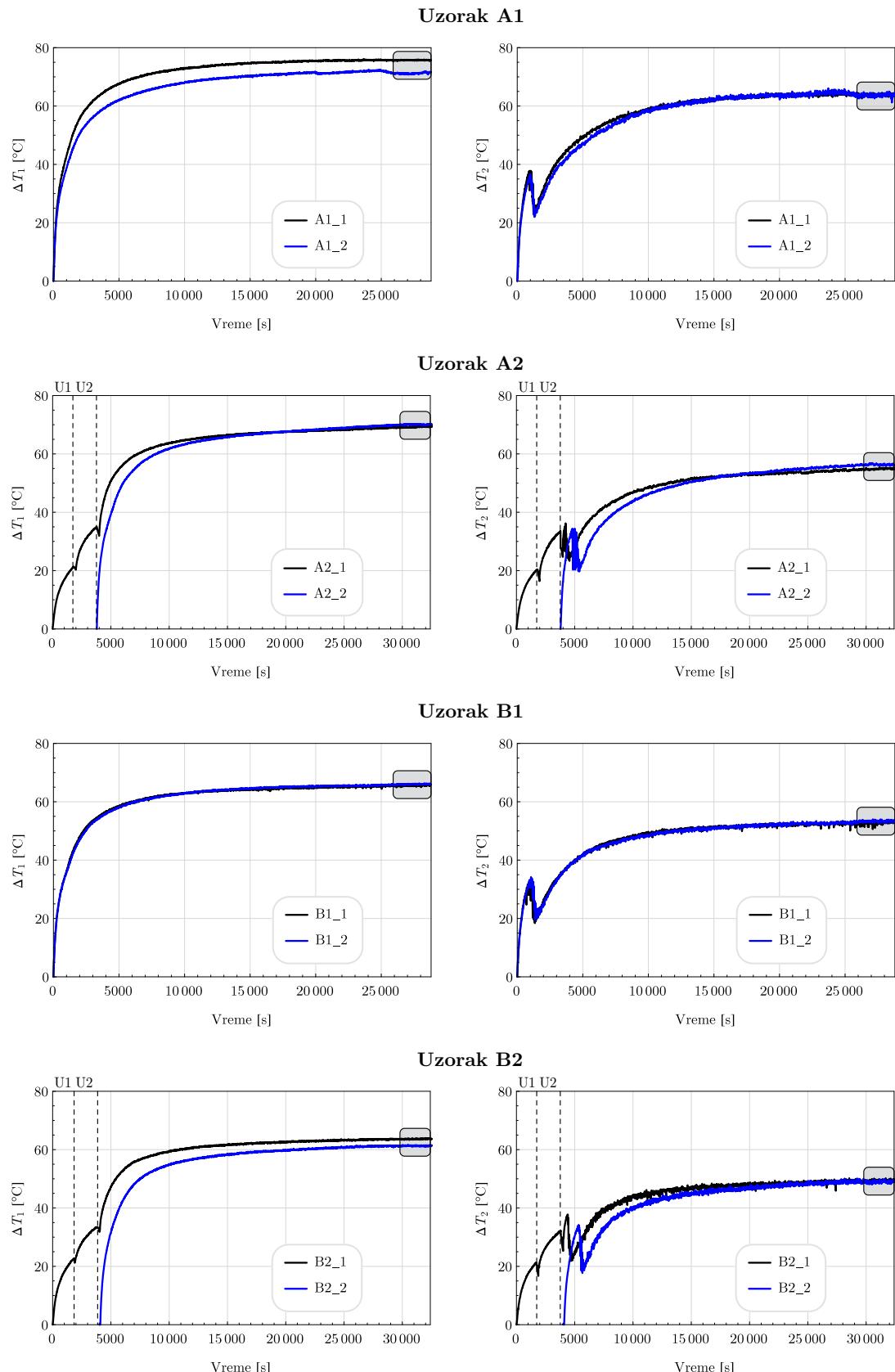
Manjoj pohabanosti bokova zubaca odgovara očuvaniji izvorni oblik profila zupca, pa su i buka i vibracije koji se generišu prilikom sprezanja ovakvih zubaca manje izraženi. Pored toga, manja pohabana masa ukazuje na manju količinu produkata habanja u mazivu, što

kod zatvorenih prenosnika snage može imati važan uticaj, ne samo na radni vek zupčastih parova, već i na ostale elemente sistema, primarno ležaje (kotrljajne i klizne).

6.2.2.3 Analiza radne temperature

Promena temperature je kontinualno praćena tokom trajanja eksperimenta na mernim mestima prikazanim na Slici 6.18. S obzirom da su ispitivanja zupčastih parova sprovedena u vremenskom rasponu od 35 dana, da bi se eliminisao uticaj oscilacija spoljašnje temperature, formirani su dijagrami temperaturnih razlika. Temperaturna razlika u bilo kom trenutku ispitivanja predstavlja razliku između trenutne temperature i temperature u početnom trenutku merenja. Temperaturna razlika na mernom mestu br. 1 (Slika 6.18) koje se nalazilo neposredno blizu mesta sprezanja zubaca, odnosno neposredno blizu topotognog izvora, označena je sa ΔT_1 . Temperaturna razlika na mernom mestu br. 2 (Slika 6.18) koje se nalazilo potopljeno u mazivo označena je sa ΔT_2 . Reprezentativni tokovi promena temperaturnih razlika ΔT_1 i ΔT_2 za sve grupe uzoraka prikazani su dijagramski na Slici 6.28 u funkciji od vremena koje je izraženo u sekundama. Na ovim dijagramima, crnom bojom označene su temperaturne promene koje su izmerene tokom prve faze ispitivanja, a plavom bojom promene koje su izmerene tokom druge faze ispitivanja, saglasno režimima ispitivanja prikazanim na Slici 6.21. Oznake koje se nalaze na samim dijagramima mogu se tumačiti na sledeći način: A1.1 je uzorak iz grupe A1, prva faza ispitivanja; A1.2 je uzorak iz grupe A1, druga faza ispitivanja. Na dijagramima indukovano uhodavanju uzoraka označenih A2 i B2 isprekidanim vertikalnim linijama obeležene su dva perioda uhodavanja (U1 i U2) od po 30 min, unutar kojih je varirano radno opterećenje i koje su sproveđene neposredno pre prve faze ispitivanja za sve uzorce. Nakon indukovanih uhodavanja, uzroci A2 i B2 takođe su pušteni u period rada koji je, kao i kod ostalih uzoraka, trajao 2×8 h. S obzirom da je vreme indukovanih uhodavanja takođe uzeto u obzir, vreme ispitivanja uzoraka A2 i B2 je trajalo duže, pa kod ovih uzoraka horizontalna osa pokriva veći vremenski raspon. Temperaturni diskontinuiteti koji se javljaju kod uzoraka A2 i B2 su posledica zaustavljanja uređaja sa zatvorenim tokom snage, radi formiranja narednog nivoa opterećenja. Za vreme zaustavljanja uređaja i podešavanja obrtnog momenta merna akvizicija nije isključivana, pa su na dijagramima zabeleženi kratkotrajni padovi temperature.

Analiziranjem dijagrama sa Slike 6.28 može se konstatovati pozitivan istovremeni uticaj oblika profila i indukovanih uhodavanja na temperaturne tazlike ΔT_1 i ΔT_2 . S obzirom da je porast temperature tokom ispitivanja direktna posledica savlađivanja trenja koje se javlja na bokovima zubaca tokom sprezanja, može se ustanoviti da su najnepogodnije ponašanje sa ovog tribološkog aspekta pokazali prirodno uhodavani uzorci sa standardnim profilom iz grupe A1. Posmatrano sa stanovišta temperaturne razlike, odnosno intenziteta trenja na bokovima zubaca nakon uzoraka iz grupe A1 slede redom uzorci iz grupe A2, potom iz grupe B1, a najbolje ponašanje sa ovog tribološkog aspekta pokazali su indukovani uhodavani zupčanici sa korigovanim profilom iz grupe B2. Kod uzoraka iz grupe B2 su tokom perioda rada postignute najniže temperaturne razlike u odnosu na početne temperature merenja. Na nekim dijagramima sa Slike 6.28 prisutna su izvesna odstupanja u temperaturnoj razlici ΔT_1 i ΔT_2 tokom prve i druge faze ispitivanja, ali su ona u najvećem broju slučajeva zanemarljiva.



Slika 6.28: Tokovi promene temperaturnih razlika ΔT_1 i ΔT_2 ispitivanih zupčastih parova

Na osnovu uporedne analize prirodno uhodavanih uzoraka A1 i B1, može se konstatovati da zupčanici sa korigovanim profilom za kraće vreme dostižu stacionarne režime temperaturnih promena. To što im treba manje vremena da se prirodno uhodaju i dostignu stacionarni temperaturni režim posledica je nižih vrednosti kontaktnog pritiska na bokovima zubaca ovih zupčanika, odnosno manjeg intenziteta sile trenja. Ukoliko se izvrši uporedna analiza indukovano uhodavanih uzoraka A2 i B2 može se konstatovati da kod obe grupe uzoraka postoji vremenski pomak temperaturnih razlika merenih tokom prve i druge faze ispitivanja. Ovaj pomak je posledica indukovanih uhodavanja koje je prethodilo puštanju u rad pri maksimalnom opterećenju, ali kod uzoraka iz grupe B2, na osnovu dijagrama sa Slike 6.28, temperaturna razlika ΔT_1 druge faze ispitivanja ne dostiže vrednosti koje su postignute tokom prve faze ispitivanja, za predviđeno vreme trajanja eksperimenta. Kod uzoraka iz grupe A2, bilo je potrebno približno 15000 s da se temperaturne razlike ΔT_1 merene tokom prve i druge faze ispitivanja izjednače. Nakon ovog trenutka, one su približno identične. Dijagrami promene ΔT_1 uzorka B2 pokazuju tendenciju izjednačavanja temperaturnih razlika merenih tokom prve i druge faze ispitivanja, ali je indukovano uhodavanje dovelo do toga da unutar definisanog ispitivanog perioda ipak ne dođe do izjednačavanja ove dve temperature.

Analiziranjem dijagrama promene temperaturne razlike ΔT_2 (termopar koji je tokom ispitivanja potopljen u ulje) na Slici 6.28 mogu se uočiti specifični pikovi temperature koji se pojavljuju približno 1000 s nakon startovanja eksperimenta. Pikovi su prisutni kod svih grupa ispitivanih zupčastih parova. Ovi temperaturni pikovi koji su prisutni u početnom intervalu zagrevanja ulja, posledica su nekoliko spregnutih efekata: promene viskoznosti ulja usled zagrevanja (viskoznost ulja se smanjuje i do 10 puta tokom procesa zagrevanja, Tabela 6.5) i topotne inercije sklopa, tj. akumulacione mase sklopa kojeg čine kućište, poklopac kućišta, mazivo, zupčanici, ležaji i vratila. Usled porasta temperature ulja dolazi do smanjenja viskoznosti maziva, a samim tim do povećanja Rejnoldsovog broja fluida. Ovo za posledicu ima povećanje koeficijenta prelaženja toplote sa ulja na sklop, što dovodi do bržeg hlađenja ulja u blizini površi kućišta. Ova pojava se detektuje kao pad temperature na mernom mestu br. 2. Iako tokom pada temperature ulja temperatura kućišta sve vreme raste, ona je (zbog topotnog kapaciteta kućišta) još uvek na nižim vrednostima. Usled ove pojave je konvektivno hlađenje ulja, koje je proporcionalno koeficijentu prelaženja toplote, površini kontakta između ulja u kućišta, i razlici temperatura ulja u kućišta, intenzivnije:

$$\dot{Q} = \alpha_P \cdot A(T_u - T_p), \quad (6.13)$$

gde je:

\dot{Q} - trenutno razmenjena količina topline u jedinici vremena putem konvekcije,

α_P - koeficijent prelaženja topline,

A - kontaktna povšina na kojoj se dešava razmena topline putem konvekcije,

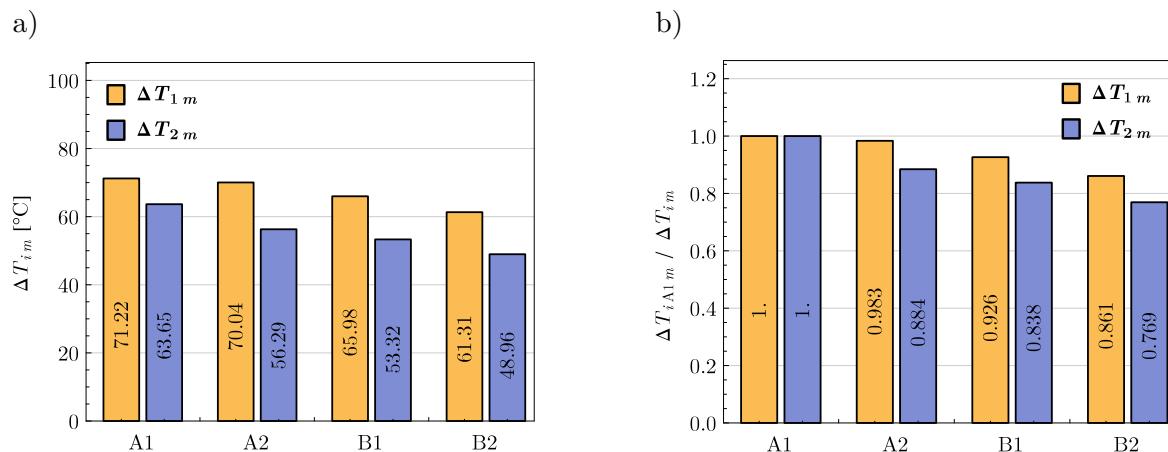
T_u - trenutna temperatura ulja,

T_p - trenutna temperatura površi čvrstog materijala u kontaktnu sa uljem.

Ovim se objašnjava pad temperature ulja meren na mernom mestu br. 2. Dakle, ovaj pad temperature ulja je u najvećoj meri posledica pada viskoznosti ulja usled njegovog zagrevanja. Tokom vremena razlika temperatura ulja i kućišta se smanjuje, pa je i konvektivno

hlađenje ulja manje, što dovodi do toga da se ovakvi pikovi gotovo ne pojavljuju u nastavku eksperimenta.

Da bi se sprovela detaljnija kvantitativna analiza, uzimajući u obzir kvalitativnu prirodu dijagrama sa Slike 6.28, vrednosti temperaturnih razlika ΔT_1 i ΔT_2 su osrednjene unutar poslednjih 10 % vremena rada druge faze ispitivanja. To znači da je obuhvaćeno poslednjih 48 minuta (2880 sekundi) druge faze ispitivanja za formiranje srednjih vrednosti temperaturnih razlika. Osrednjavanje je izvršeno na kraju druge faze ispitivanja smatrajući da ovaj period predstavlja konačno ustaljeno radno stanje bokova zubaca postignuto kod uzorka iz svih ispitivanih grupa. Srednje vrednosti temperaturnih razlika ΔT_1 i ΔT_2 označene su ΔT_{1m} i ΔT_{2m} , respektivno. Vremenski intervali osrednjavanja prikazani su na dijogramima sa Slike 6.28 sivim pravougaoncima. Srednje vrednosti temperaturnih razlika ΔT_{1m} i ΔT_{2m} prikazane su na dijagramu sa Slike 6.29a. Pored ovog dijagrama, s obzirom da uzorak A1 predstavlja reperni uzorak, formiran je i dijagram odnosa temperaturnih razlika između ovog i ostalih razmatranih uzorka, Slika 6.29b. Za oba dijagraama sa Slike 6.29 određene su i standardne devijacije (rasipanje rezultata), međutim one su bile nekoliko redova veličina manje u odnosu na srednju vrednost rezultata, pa su kao takve zanemarene, odnosno nisu prikazane.



Slika 6.29: a) Srednje temperaturne razlike ΔT_{1m} i ΔT_{2m} , b) odnos srednjih temperaturnih razlika prirodno uhodanog uzorka A1 i ostalih uzorkaka

Analizirajući dijagrame sa Slike 6.29 evidentan je očigledan trend poboljšanja triboloških karakteristika idući od prirodno uhodavanog uzorka A1 ka indukovano uhodavanom uzorku sa korigovanim profilom B2. Ove promene su u saglasnosti sa promenama površinske hrapavosti analiziranih uzorka. Razlike između srednjih vrednosti temperatura ΔT_{1m} i ΔT_{2m} , Slika 6.29a, koje se javljaju kod uzorka iz iste grupe su približno konstantne. Ova razlika predstavlja količinu topoteke koja se sa mesta kontakta tj. sprezanja zubaca (merno mesto br. 1) ne odvodi mazivom, već na neki drugi način. Najveća razlika u merenim temperaturama iznosi približno 10° C za merno mesto br. 1, odnosno ΔT_{m1} uzorka A1 i B2, i približno 15° C za merno mesto br. 2, odnosno ΔT_{m2} uzorka A1 i B2.

Dijagram sa Slike 6.29b ukazuje da se korekcijom profila i indukovanim uhodavanjem može ostvariti procentualna razlika u iznosu od oko 15 % manjeg porasta temperature merene u

relativnoj blizini sprezanja zubaca, što se reflektuje procentualnim smanjenjem u iznosu od oko 26 % porasta temperature maziva, poredeći uzorak A1 i B2. Ovaj fenomen objašnjava se smanjivanjem trenja koje je prisutno na bokovima zubaca delimično preko smanjenog intenziteta sile trenja (kontaktnog napona), a delimično preko smanjenja površinske hrapavosti. Imajući u vidu da se cilindrični zupčasti parovi najčešće konstruišu tako da rade u oblasti vremenski neograničene dinamičke čvrstoće, smanjivanje intenziteta trenja u ovoj meri može dovesti do značajnih ekonomskih, energetskih i ekoloških dobiti. Pored ovoga, manjim vrednostima sile trenja odgovara veća dubina na kojoj se generiše maksimalni smičući napon u potpovršinskom sloju materijala kontaktne površine, Slika 4.4. Ovime se (teorijski) smanjuje rizik od površinskog zamora materijala.

6.2.2.4 Optička analiza

Optička analiza podrazumevala je vizuelni pregled i kontrolu ispitivanih zupčanika, kao i snimanje kontaktnih površina pod različitim uvećanjima na optičkom mikroskopu. Nakon završetka ispitivanja zupčanika na uređaju sa zatvorenim kolom snage, isti su detaljno tretili medicinskim benzинom u cilju odmašćivanja i čišćenja kontaktnih površina od maziva i produkata habanja. Potom je, kod očišćenih uzoraka, izvršeno evidentiranje zubaca kod kojih su površinska oštećenja u vidu pitinga vidljiva golim okom, tj. vrši se prebrojavanje zubaca kod kojih je prisutan makropiting. Podaci o brojevima zubaca na čijim bokovima su se generisala okom vidljiva oštećenja u vidu makropitinga date su u Tabeli 6.8.

Tabela 6.8: Brojevi zubaca kod kojih su prisutna okom vidljiva oštećenja u vidu pitinga

		Pogonski zupčanik	Gonjeni zupčanik	Zupčasti par
A	A1	12-18	11-14	11-18
	A2	11-17	10-16	10-17
B	B1	5-12	4-11	4-12
	B2	9-10	2-3	2-10

Na osnovu podataka iz Tabele 6.8 može se uočiti da se brojevi zubaca koji su pretrpeli oštećenja u vidu pitinga značajno razlikuju kako među različitim grupama ispitivanih uzoraka, tako i među pogonskim i gonjenim zupčanicima unutar iste ispitivane grupe. Rezultati koji su prikazani u Tabeli 6.8 su u velikoj meri saglasni sa rezultatima pohabanosti, odnosno gubitka mase, Slike 6.26 i 6.27. Manji broj oštećenih zubaca prisutan je kod zubaca sa korigovanim profilom (grupa B) u poređenju sa zupčanicima sa standardnim profilom (grupa A). Ova pojava je prisutna i kod zubaca pogonskih, i kod zubaca gonjenih zupčanika. Glavni razlog za ovu pojavu predstavlja kontaktni napon, koji je kod ove grupe uzoraka bio manjeg intenziteta. Na osnovu ovoga se može zaključiti da intenzitet kontaktnog napona ima izražen uticaj na generisanje pitinga na bokovima zubaca. Saglasno ovome, opravdano je vršiti modifikacije zubaca u cilju generisanja pogodnijih oblika profila sa aspekta kontaktnog napona.

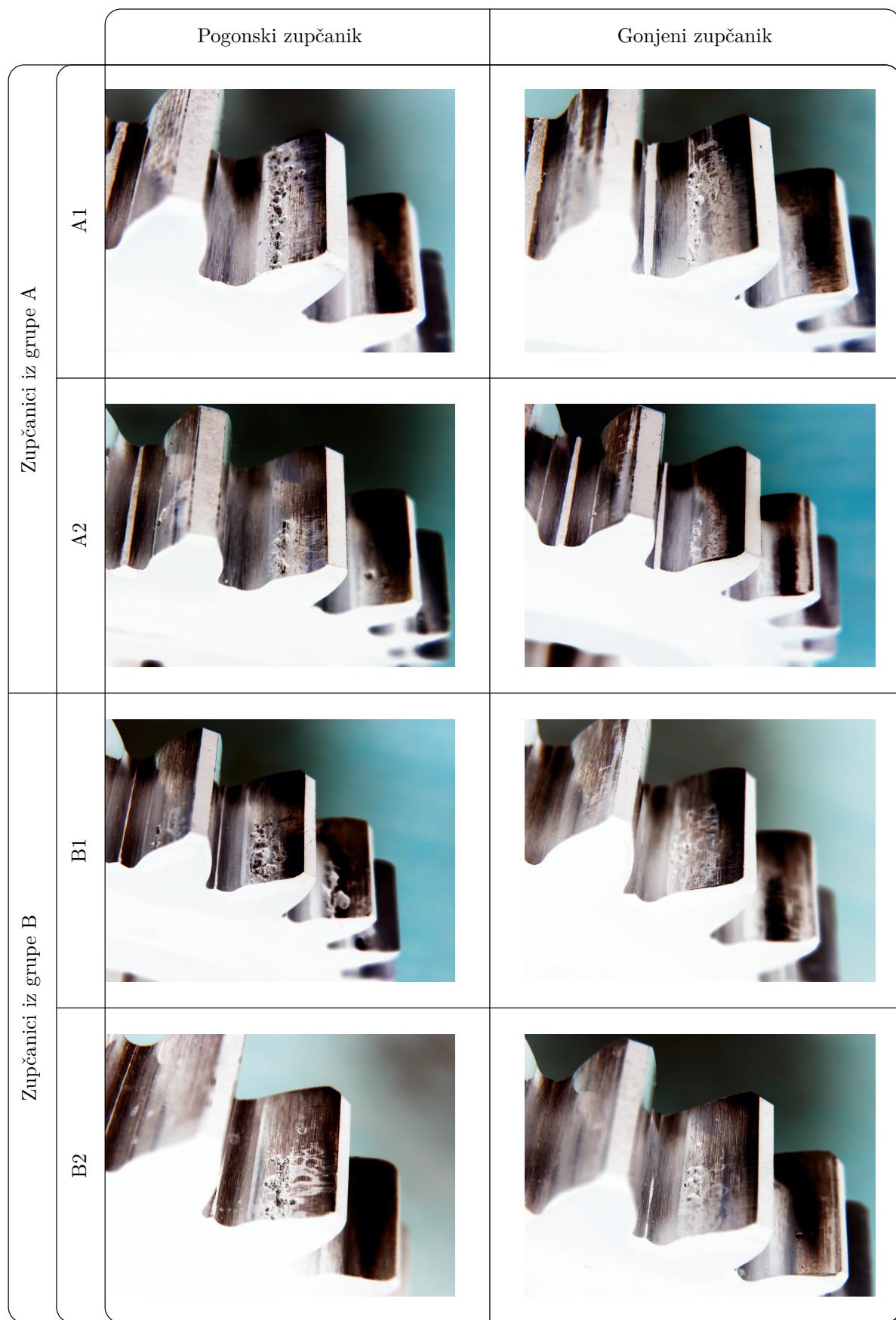
Usled uticaja indukovanih uhodavanja (zupčanici iz grupe A2 i B2), neznatno manji broj zubaca je oštećen pitingom, u poređenju sa prirodno uhodavanim zupčanicima (grupe A1 i B1). Ukoliko se broj zubaca oštećenih pitingom posmatra kumulativno za ispitivani zupčasti par (Tabela 6.8), može se konstatovati povoljan uticaj indukovanih uhodavanja na pojavu površinskog oštećenja u vidu pitinga. Naime, indukovano uhodavanje je dovelo do toga da se kod uzoraka iz obe grupe (A i B) ošteti jedan do dva zupca manje, u poređenju sa prirodno uhodavanim uzorcima. S obzirom na izraženu povezanost površinske hrapavosti i pitinga [80], razlog za manji broj oštećenih zubaca može biti poboljšanje polazne površinske hrapavosti bokova zubaca (Slika 6.24), koje je posledica indukovanih uhodavanja.

Pored toga, intenzitet pitinga oštećenja značajno se razlikuje kod indukovano i prirodno uhodavanih zupčastih parova. Da bi se sagledao ovaj fenomen, na Slici 6.30 dat je grafički makroizgled najoštećenijih zubaca pogonskih i gonjenih zupčanika za sve ispitivane grupe. Boja na fotografijama sa Slike 6.30 je invertovana, u cilju što jasnijeg isticanja oštećenja na aktitvnim bokovima zubaca. Originalne fotografije date su u Prilogu br. 5.

Najveća oštećenja u vidu pitinga generisala su se na bokovima zubaca prirodno uhodavanog zupčastog para iz grupe A1. Prisutan je piting velikog intenziteta, koji je rasprostranjen celom dužinom zupca. Kod prirodno uhodavanog zupčastog para sa korigovanim profilom (B1) takođe je prisutan intenzivan piting, ali je on površinski ograničenog karaktera, a prisutan je na manjem broju zubaca. Analiziranjem fotografija oštećenih zubaca sa Slike 6.30 može se zaključiti da se značajno veća površinska oštećenja generišu na delovima profila koji pripadaju nozi zupca. Ova pojava je prisutna i kod zubaca pogonskih i kod zubaca gonjenih zupčanika.

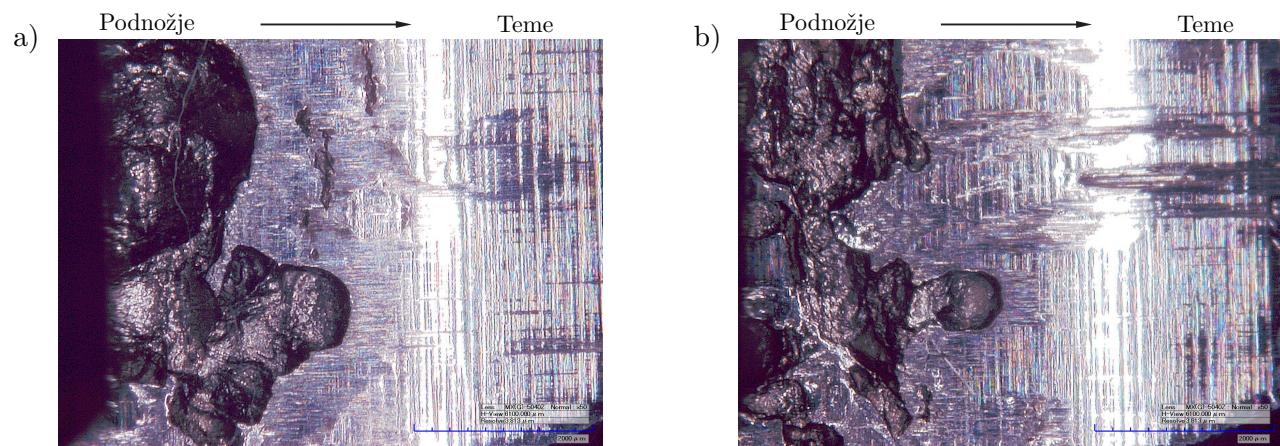
U poređenju sa prirodno uhodavanim zupčastim parovima A1 i B1, kod indukovano uhodavanih zupčastih parova (A2 i B2) prisutna su značajno blaža površinska oštećenja u vidu pitinga. Kod ovih zubaca piting je zahvatio manju površinu boka zupca, i manje je dubine. Blaži oblik pitinga oštećenja prisutan je i na zupcima pogonskih 6.31a, i na zupcima gonjenih zupčanika 6.31b indukovano uhodavanih zupčastih parova.

Dakle, pored toga što se kod indukovano uhodavanih zupčastih parova piting generisao na manjem broju zubaca, on je bio i umerenijeg karaktera. Ovo je značajno sa aspekta dugotrajnog rada zupčastog para, kao i generisanja povišenih vibracija, buke i temperature. Prema podacima sa Slike 6.29, indukovano uhodavani zupčasti parovi su tokom poslednjih 10 % rada imali nižu temperaturu kontakta od 1,2 do 4,7 °C, i nižu temperaturu maziva od 4,3 do 7,3 °C.

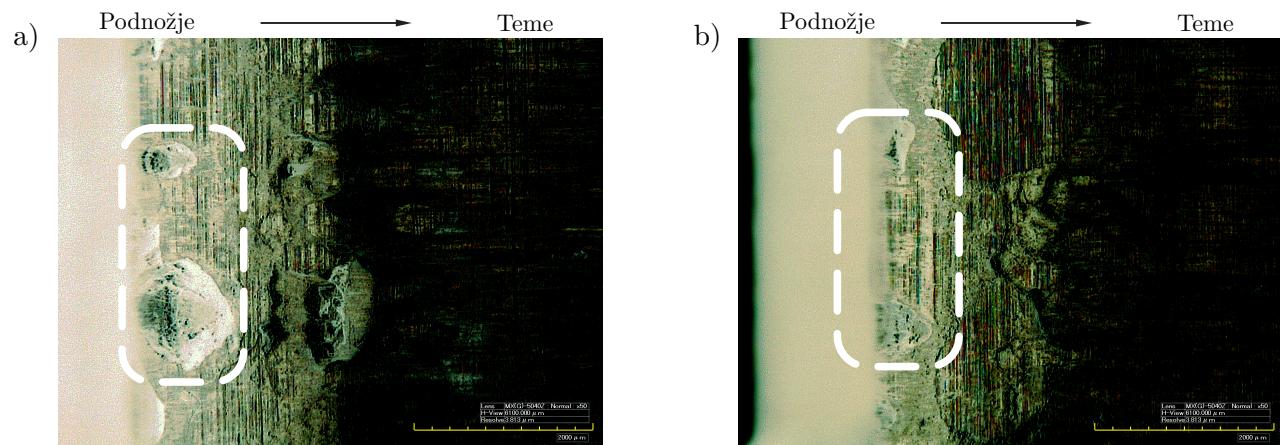


Slika 6.30: Makroporikaz zubaca oštećenih pitingom

Pored ovoga, na fotografijama sa Slike 6.30 primećuje se značajna razlika u površinskim oštećenjima između bokova zubaca pogonskih i bokova zubaca gonjenih zupčanika. Ovi rezultati su u saglasnosti za rezultatima intenziteta habanja. Na nozi zubaca pogonskih zupčanika prisutna su značajno intenzivnija oštećenja u poređenju sa nogom zubaca gonjenih zupčanika, iako su ovi zupci imali identične radne uslove u smislu *negativnog klizanja*. Ova činjenica ukazuje na dominantan uticaj smera sile trenja na delovima profila sa negativnim klizanjem, na intenzitet površinskog razaranja zubaca. Eksperimentalna istraživanja sprovedena u ovoj disertaciji su pokazala da nepovoljniji uticaj na površinsku nosivost bokova zubaca ima sila trenja koja je usmerena tako da, u odnosu na kinematski pol, zateže vlakna površinskog sloja materijala. Na delovima noge zubaca gonjenih zupčanika piting se pojavio na značajno manjem broju zubaca, i imao je blaži oblik. Kod ovih zubaca, smer sile trenja je takav da pomera slojeve materijala od krajnjih delova glave i noge zupca u pravcu kinematskog pola.



Slika 6.31: Uporedna analiza piting oštećenja pogonskih zupčanika iz grupe B, uvećanje $\times 50$: a) prirodno uhodavani uzorak, b) indukovano uhodavani uzorak



Slika 6.32: Uporedna analiza piting oštećenja gonjenih zupčanika iz grupe A, uvećanje $\times 50$: a) prirodno uhodavani uzorak, b) indukovano uhodavani uzorak

Poglavlje 7

Zaključak

U predmetnoj doktorskoj disertaciji izvršena je detaljna analiza uticaja oblika profila i uhodavanja zubaca na površinsku nosivost evolventnih cilindričnih zupčastih parova. Razmatran je zajednički uticaj raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca i oblika profila spregnutih zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova u uslovima idealno ravnomerne (teorijske) raspodele opterećenja. Ovaj istovremeni uticaj analiziran je posredstvom faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca i faktora radijusa krivine spregnutih zubaca. Faktor raspodele opterećenja K_α , koji je definisan odnosom opterećenja koje prenosi posmatrani par zubaca i ukupnog opterećenja koje prenosi zupčasti par, u uslovima idealno ravnomerne (teorijske) raspodele može se odrediti samo na osnovu dužina trenutnih linija dodira istovremeno spregnutih parova zubaca, odnosno na osnovu geometrijskih i kinematskih parametara zupčastog para. Praćenjem kretanja trenutnih linija dodira u polju sprezanja cilindričnih zupčastih parova sa pravim i kosim zupcima, formirani su egzaktni analitički modeli raspodele opterećenja, odnosno, uspostavljena je zavisnost između faktora raspodele opterećenja i stepena sprezanja profila zubaca ε_α i stepena sprezanja bočnih linija ε_β . Dobijene zavisnosti prikazane su nizom funkcija, tako da svakoj od njih odgovara poseban dijapazon vrednosti stepena sprezanja profila i stepena sprezanja bočnih linija. Pokazano je da u toku dodirnog perioda, vrednosti faktora raspodele opterećenja variraju između minimalne i maksimalne granične vrednosti. Samo u specijalnom slučaju, kada su vrednosti stepena sprezanja profila ili bočnih linija celobrojne, faktor raspodele opterećenja tj. zbirna dužina trenutnih linija dodira ima stalnu vrednost u toku dodirnog perioda. Ovakvi zupčasti parovi su najpogodniji sa ekološkog aspekta jer u radu generišu minimalne vibracije i buku. Na osnovu formiranih analitičkih modela, dakle, mogu se definisati geometrijski i kinematski parametri zupčastog para koji su najpogodniji i najneopogodniji sa aspekta površinske nosivosti bokova zubaca cilindričnih zupčastih parova.

U konvencionalnim metodama proračuna, uticaj dužina trenutnih linija dodira na površinsku nosivost zubaca obuhvaćen je aproksimativnim faktorom stepena sprezanja Z_ε . Faktor stepena sprezanja aproksimira tok promene faktora raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca u uslovima idealno ravnomerne raspodele opterećenja. Usled aproksimativne prirode faktora stepena sprezanja, njegova primena (pri određenim vrednostima ε_α i ε_β) značajno odstupa od teorijski mogućih vrednosti dobijenih na osnovu razvijenih egza-

ktnih analitičkih modela. U ovom radu je detaljno objašnjena fizikalnost faktora stepena sprezanja Z_ε i date su polazne pretpostavke na osnovu kojih je isti formiran. U cilju redukcije odstupanja faktora stepena sprezanja od egzaktnih analitičkih modela, formirana su dva aproksimativna modela za njegovo preciznije određivanje. Prvi model formiran je na osnovu analize toka promene egzaktnih analitičkih vrednosti faktora raspodele opterećenja, pri različitim vrednostima ε_α i ε_β . Drugi model formiran je na osnovu diskretizacije maksimalnih egzaktnih vrednosti faktora raspodele opterećenja $K_{\alpha\max}$, i primenom numeričkih metoda aproksimacije nad diskretizovanim skupom tačaka. Za razliku od konvencionalnog modela, ovaj razvijeni model je u jedinstvenom obliku primenljiv kod cilindričnih zupčastih parova sa pravim i kosim zupcima, odnosno pri svim vrednostima ε_α i ε_β . Rezultati uporedne analize pokazuju da su oba formirana aproksimativna modela preciznija od postojećeg, konvencionalnog. Ovo je posebno izraženo kod cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima, kod kojih je $0 < \varepsilon_\alpha < 1$ i $0 < \varepsilon_\beta < 3$. Primenom aproksimativnih modela formiranih u ovoj disertaciji značajno se može povećati tačnost konvencionalnih postupaka proračuna površinske nosivosti cilindričnih zupčastih parova koji rade u oblasti jednostrukih, dvostrukih i trostrukih sprege zubaca.

Formirani granični modeli raspodele opterećenja implementirani su u izraz za kontaktni napon na bokovima zubaca, koji je u ovoj disertaciji upotrebljen kao kriterijum za procenu površinske nosivosti cilindričnih zupčastih parova. Polaznu osnovu za ovakav vid analize naponskog stanja na dodirnim površinama bokova zubaca cilindričnih evolventnih zupčanika predstavlja Hercov model za dodir dva cilindra, paralelnih podužnih osa, opterećena normalnom silom duž zajedničke linije dodira u stanju mirovanja. U izrazu za kontaktni napon na bokovima zubaca uticaj raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca obuhvaćen je faktorom raspodele opterećenja K_α . Uticaj promene radijusa dodirnih cilindara tokom sprezanja zubaca, obuhvaćen je faktorom radijusa krivine spregnutih zubaca Z_ρ . Faktor radijusa krivine spregnutih zubaca je izrazita funkcija geometrijskih i kinematskih parametara zupčastog para. U modelu za kontaktni napon bokova zubaca zupčanika sa pravim zupcima upotrebljenom u ovoj disertaciji, ovo su jedini faktori koji zavise od položaja trenutne tačke dodira na profilima zubaca, odnosno na dodirnici profila. U teorijskom delu disertacije, različiti oblici evolventnih profila zubaca postignuti su variranjem uticajnih veličina: ugla profila α , koeficijenta pomeranja profila x i brojem zubaca z . Detaljna analiza istovremenog uticaja navedenih veličina na površinsku nosivost cilindričnih zupčanika sa pravim zupcima izvršena je posredstvom proizvoda faktora raspodele opterećenja K_α i faktora radijusa krivine spregnutih zubaca Z_ρ .

Rezultati sprovedene teorijske analize su pokazali da postoje određeni oblici profila koji su pogodniji sa aspekta površinske nosivosti bokova zubaca. Kriterijum za upoređivanje različitih oblika profila je naponsko stanje na bokovima zubaca, tj. intenzitet kontaktnog napona u karakterističnim tačkama dodira (tačkama primopredaje opterećenja). Pokazano je da je bezdimenzioni faktor λ , koji predstavlja odnos aktivne i korisne dodirnice profila, u dobroj korelaciji sa intenzitetom kontaktnog napona na bokovima zubaca. Trostruka sprega zubaca, koja je pogodna sa aspekta raspodele opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca, može se ostvariti samo pri niskim vrednostima ugla profila $\alpha = 15^\circ$, uz negativne vrednosti koeficijenta pomeranja profila $x < 0$. Međutim, ovakvim geometrijskim karakteri-

stikama zupčanika odgovaraju oblici profila čije je sprezanje praćeno visokim vrednostima kontaktnog napona, pa povoljan uticaj trostrukе sprege nije izražen. Najbolje karakteristike sa stanovišta intenziteta kontaktnog napona pokazali su oblici profila kod kojih je vrednost ugla profila $\alpha = 25^\circ$. Kod ovakvih profila postignute su najmanje vrednosti faktora λ , usled čega se u razmatranim tačkama dodira generišu kontaktni naponi najmanjeg intenziteta. Zbog istovremenog povećanja dužine korisne, a smanjenja dužine aktivne dodirnice, polje sprezanja je udaljeno od krajnjih tačaka dodirnice profila. Na ovaj način ostvarene su niže vrednosti faktora radijusa krivine spregnutih zubaca Z_ρ , samim tim i niže vrednosti kontaktnog napona u odnosu na ostale razmatrane slučajeve ($\alpha = 15^\circ$ i $\alpha = 20^\circ$). Pokazano je da veći uticaj na dužinu aktivnog i korisnog dela dodirnice profila zubaca ima variranje ugla profila. Variranje koeficijenta pomeranja profila zubaca ima veći uticaj na transliranje aktivne dodirnice ka krajnjim tačkama korisne dodirnice. Pored dobrih svojstava sa aspekta intenziteta kontaktnog napona, profili kod kojih je $\alpha = 25^\circ$ najmanje su osetljivi na promene izazvane variranjem koeficijenta pomeranja profila i broja zubaca. Za sve razmatrane slučajeve geometrijsko kinematskih parametara dodređene su tačke na profilu zupca čiji je kontaktni napon merodavan za proveru površinske nosivosti bokova, u slučaju izražito neravnomerne i idealno ravnomerne raspodele opterećenja. Usled smanjene udaljenosti krajnjih tačaka aktivne dodirnice u odnosu na kinematski pol, profili kod kojih je $\alpha = 25^\circ$ pokazali su bolje osobine sa aspekta klizanja bokova. Zaključeno je da su profili kod kojih je $\alpha = 25^\circ$ (i pored nedostatka da se njima ostvaruju najniže vrednosti stepena sprezanja profila ε_α), pokazali najbolja svojstva sa aspekta površinske nosivosti zubaca. Usled ovoga, sprovedena numerička analiza površinske nosivosti odnosila se samo na zupčanike sa uglom profila $\alpha = 25^\circ$.

Numerička analiza sprovedena je metodom konačnih elemenata u cilju verifikacije rezultata analitičke analize. Sprovedena uporedna analiza razvijenih analitičkih i numeričkih modela pokazala je da postoji zadovoljavajući stepen poklapanja rezultata. Na ovaj način je verifikovan analitički model kod zubaca sa uglom profila $\alpha = 25^\circ$, formiran u cilju analize uticaja oblika profila na površinsku nosivost bokova zubaca cilindričnih evolventnih zupčanika sa pravim zupcima.

Nakon sprovedenih teorijskih analiza usledila su eksperimentalna istraživanja uticaja oblika profila i uhodavanja zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova. Istraživanja su sprovedena na tribološkim modelima (blok i disk) i realnim modelima (cilindričnim zupčastim parovima sa pravim zupcima).

Rezultati eksperimentalnih ispitivanja triboloških modela su ukazali na pozitivan uticaj procesa indukovanih uhodavanja na površinsku nosivost kontaktih površina. Pozitivan efekat indukovanih uhodavanja je bio najizraženiji kod površinske hrapavosti, čak i kod kontaktih površina sa inicijalno velikim vrednostima hrapavosti. Značajno poboljšanje površinske hrapavosti, koje je posledica uhodavanja kontaktih površina ukazuje na mogućnost primene postupka uhodavanja kao zamene za skupe i zahtevne završne mašinske obrade kontaktih površina. U opisanim eksperimentalnim uslovima, ostvareno je poboljšanje površinske hrapavosti (izraženo posredstvom srednjeg aritmetičkog odstupanja profila, tj. parametrom Ra) od polazne klase hrapavosti N7 do izuzetno fine klase površinske hrapavosti N3, u

veoma kratkom periodu rada. Poboljšanje površinske hrapavosti tokom procesa uhodavanja objašnjava se postepenim poravnavanjem najizraženijih vrhova neravnina kontaktnih površina, dok dna profila ostaju netaknuta. Na ovaj način poboljšavaju se i uslovi podmazivanja površina u kontaktu.

Iako su različito uhodavani uzorci imali slične vrednosti parametra Ra na kraju faze uhodavanja, oni su pokazali različita tribološka svojstva u kasnjem periodu rada. Usled ovoga, pored parametra hrapavosti Ra izvršena je analiza funkcionalnog parametra kosine ocenjenog profila Rsk . Pokazano je da je vrednost parametra Rsk , na kraju perioda uhodavanja, u dobroj korelaciji sa kasnjim tribološkim ponašanjem kontaktnih površina (prvenstveno koeficijentom trenja).

U opisanim eksperimentalnim uslovima indukovano uhodavanje dovelo je do smanjenja koeficijenta trenja na kontaktnim površinama u uslovima linijskog opterećenja, čistog klizanja i graničnog podmazivanja. Pokazano je da se primenom adekvatnog indukovanih uhodavanja mogu smanjiti mehanički gubici energije u vidu trenja do 17 %, u odnosu na neindukovano (prirodno) uhodavane kontaktne površine. Ova činjenica, na dugoročnom nivou, može dovesti do značajnih ekonomskih, ekoloških i energetskih ušteda kod mašinskih sklopova sa relativnim kretanjem kontaktnih površina. Takođe je pokazano da, u opisanim eksperimentalnim uslovima, na tribološko ponašanje kontaktnih površina veći uticaj ima variranje radnog opterećenja tokom perioda indukovanih uhodavanja, u odnosu na brzinu.

Na osnovu rezultata teorijskih istraživanja, i eksperimentalnih istraživanja na tribološkim modelima, formiran je eksperiment sa realnim modelima-cilindričnim zupčastim parovima sa pravim zupcima. Eksperimentalna istraživanja koja su sprovedena na uređaju sa zatvorenim kolom snage, imala su za cilj sagledavanje istovremenog uticaja oblika profila i uhodavanja zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova. Različiti oblici profila zubaca u okviru ovog istraživanja postignuti su variranjem ugla profila. Ispitivane su dve grupe zupčanika, tj. zupčanici izrađeni sa uglom profila $\alpha = 20^\circ$ i $\alpha = 25^\circ$. Uvažavajući rezultate eksperimentalnih istraživanja na tribološkim modelima, tokom perioda indukovanih uhodavanja zupčastih parova, varirano je radno opterećenje u vidu obrtnog momenta.

Dominantan vid površinskog razaranja bokova zubaca ispitivanih zupčanika je habanje usled površinskog zamora (piting) i habanje pri klizanju. Pokazano je da oblik profila ima dominantniji uticaj na površinsku nosivost bokova, u odnosu na indukovano uhodavanje zubaca. Zupčasti parovi čiji su zupčanici izrađeni sa uglom profila $\alpha = 25^\circ$ imali su značajno manji intenzitet habanja, izražen preko ukupne pohabane mase zupčastog para. Analiza pojedinačne pohabanosti zupčanika ukazala je na postojanje značajne razlike u pohabanoj masi pogonskih i gonjenih zupčanika. Pozitivan uticaj indukovanih uhodavanja na intenzitet habanja ogleda se isključivo u smanjenoj pohabanosti gonjenih zupčanika. Pored toga, indukovano uhodavanje dovelo je do toga da se na manjem broju zubaca pojave oštećenja u vidu pitinga. Pri tom, intenzitet pitinga oštećenja na ovakvim zupcima bio je umerenijeg karaktera, zahvatao je manje površine bokova zubaca i imao je manju dubinu.

Tokom eksperimentalnih ispitivanja zupčastih parova praćene su promene temperature kon-

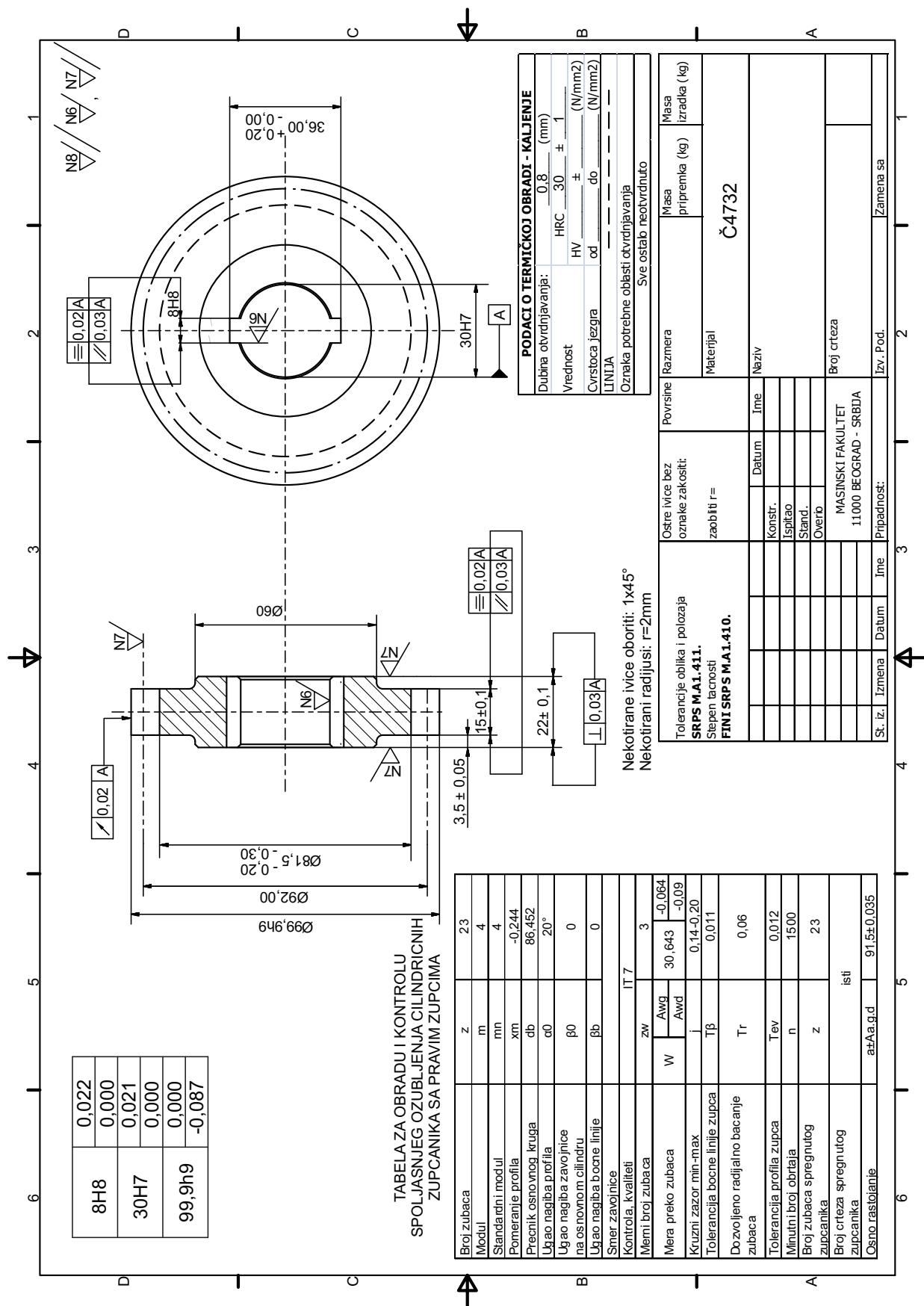
takta i maziva. S obzirom da su porasti ovih temperatura dominantno posledica savlađivanja trenja na kontaktnim površinama bokova zubaca, ovaj parametar ukazao je na tribološke uslove u kojima zupčanici rade. U opisanim eksperimentalnim uslovima, uočen je izražen istovremeni uticaj oblika profila i uhodavanja zubaca na temperaturu kontakta zupčastog para i temperaturu maziva. Sa aspekta porasta temperature najnepovoljnije ponašanje pokazali su neindukovano (prirodno) uhodavani zupčanici sa uglom profila $\alpha = 20^\circ$. Porasti temperature su kod indukovano uhodavanih zupčanika sa korigovanim profilom $\alpha = 25^\circ$ bili najmanji, što je u direktnoj vezi sa poboljšanjem triboloških uslova, odnosno smanjenim trenjem na bokovima zubaca. Između neindukovano uhodavanih zupčanika sa uglom profila $\alpha = 20^\circ$ i indukovano uhodavanih zupčanika sa uglom profila $\alpha = 25^\circ$ uočeno je procentualno smanjenje porasta temperature kontakta od oko 15 %, i procentualno smanjenje porasta temperature maziva od oko 26 %. Na osnovu ovoga, može se ustanoviti pozitivan istovremeni uticaj oblika profila i indukovanih uhodavanja zubaca na površinsku nosivost cilindričnih zupčastih parova. Uočeno smanjenje intenziteta trenja na bokovima zubaca može dovesti do značajnih ekonomskih, energetskih i ekoloških benefita u domenu primene mehaničkih prenosnika snage realizovanih sa cilindričnim zupčastim parovima.

Na osnovu dosadašnjih iskustava, naredna istraživanja treba usmeriti u pravcu sprovođenja sličnih teorijskih i eksperimentalnih analiza površinske nosivosti cilindričnih zupčastih parova sa kosim zupcima. Zbog velikog broja uticajnih veličina na naponsko stanje bokova zubaca zupčanika sa kosim zupcima, neophodno je formirati adekvatne optimizacione modele u cilju dobijanja oblika profila zubaca sa najpovoljnijim svojstvima površinke nosivosti. Povećanje tačnosti postojećih optimizacionih modela može se ostvariti primenom egzaktih analitičkih modela razvijenih u ovoj disertaciji. U predmetnoj disertaciji razmatrane su granične raspodele opterećenja (izrazito neravnomerna i idealno ravnomerna). U cilju približavanja realnom naponskom stanju na bokovima zubaca, potrebno je formirati modele koji što verodostojnije odgovaraju stvarnoj raspodeli opterećenja na istovremeno spregnute parove zubaca, i koji uzimaju u obzir elastična svojstva i stepen tačnosti zubaca zupčanika. U ovoj disertaciji utvrđen je pozitivan efekat indukovanih uhodavanja na površinsku nosivost kontaktnih površina, pri čemu su varirani radni uslovi u vidu opterećenja i brzine. Poželjno je sprovesti eksperimentalna ispitivanja iz oblasti uhodavanja sa većim brojem uticajnih veličina. Takođe, poželjno je proširiti obim ovih ispitivanja i sagledati uticaj uhodavanja na površinsku nosivost drugih mašinskih sklopova kod kojih je takođe prisutno relativno kretanje spregnutih površina.

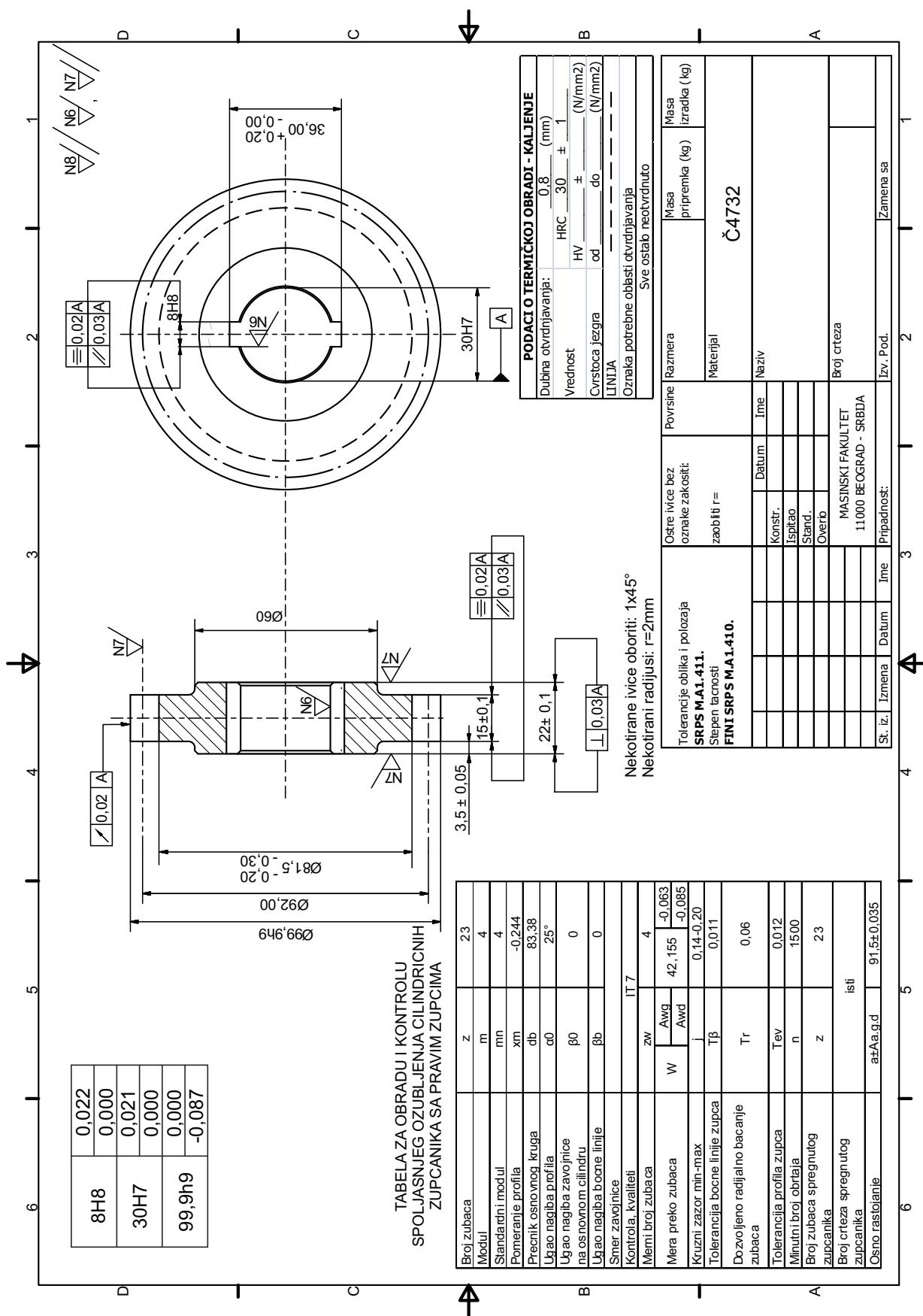
Poglavlje 8

Prilozi

Prilog br. 1 - Radionički crtež zupčanika iz grupe A

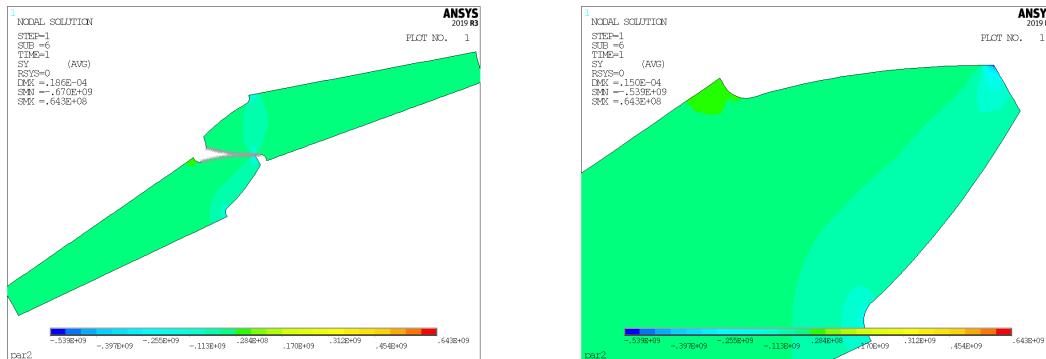


Prilog br. 2 - Radionički crtež zupčanika iz grupe B

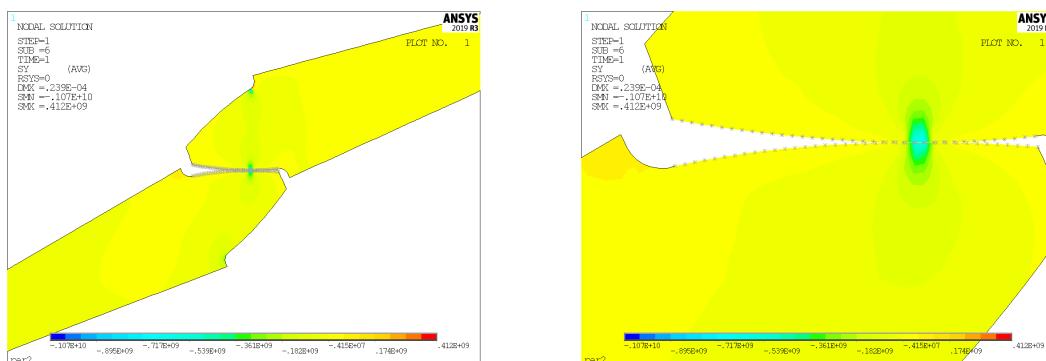


Prilog br. 3 - Grafički prikaz kontaktne analize primenom metode konačnih elemenata ($u = 1$)

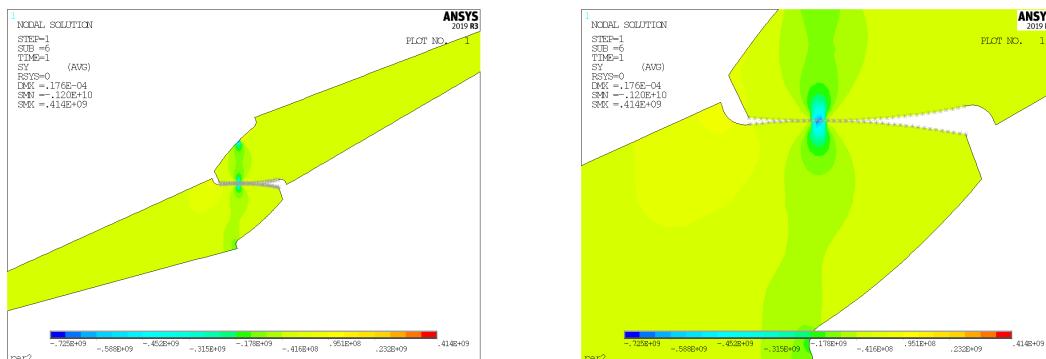
Dodir u tački AE



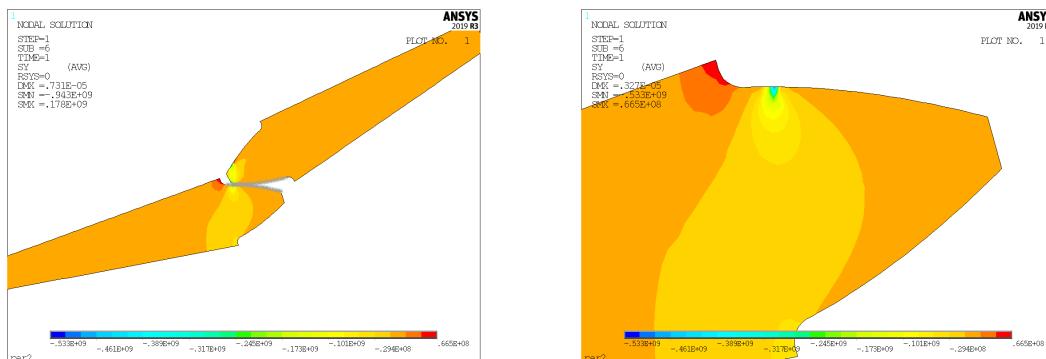
Dodir u tački BD



Dodir u tački DB

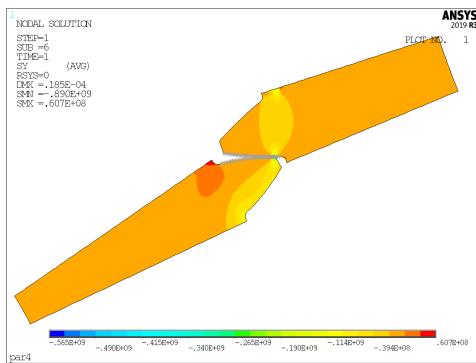


Dodir u tački EA

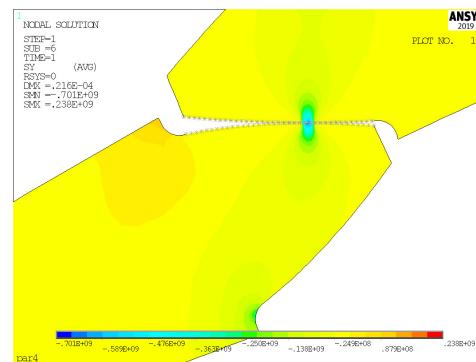
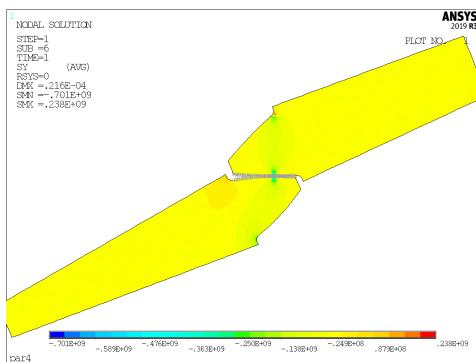


Prilog br. 4 - Grafički prikaz kontaktne analize primenom metode konačnih elemenata ($u = 2$)

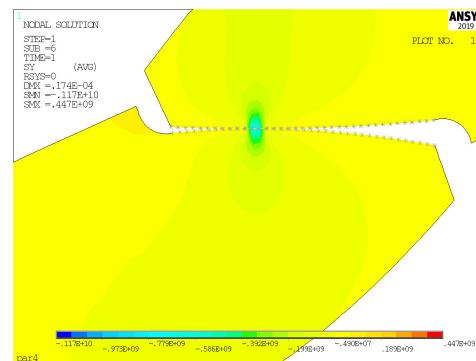
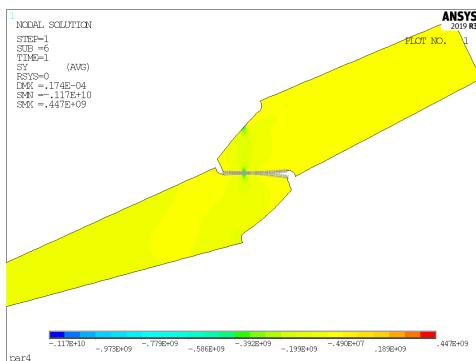
Dodir u tački AE



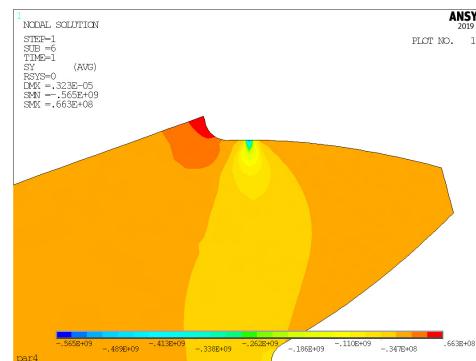
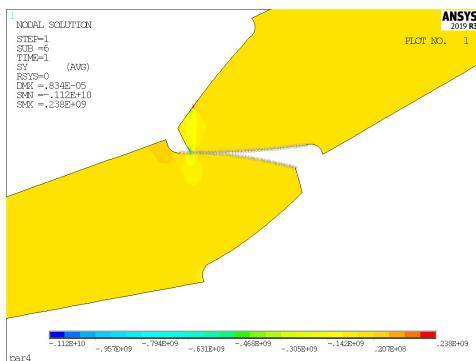
Dodir u tački BD



Dodir u tački DB



Dodir u tački EA



Prilog br. 5 - Originalne fotografije najoštećenijih zubaca

		Pogonski zupčanik	Gonjeni zupčanik
Zupčanici iz grupe A			
B2	A1		
	A2		
B1	B1		
	B2		

Biografija

Aleksandar (Rade) Dimić rođen je 25.02.1990. godine u Pančevu, gde je završio osnovnu i srednju elektrotehničku školu "Nikola Tesla". Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu upisao je 2009. godine. Na istom fakultetu diplomirao je 15.09.2014. godine na modulu Zavarivanje i zavarene konstrukcije na temu "Karakterizacija toplotno postojanog čelika T24 (7CrMoVTiB10-10)" sa ocenom 10 (deset). Osnovne akademske studije završio je sa prosečnom ocenom 8,89 (osam i 89/100), a master akademske studije završio je sa prosečnom ocenom 9,85 (devet i 85/100). Prosečna ocena u toku studija je 9,27 (devet i 27/100). Za odličan uspeh tokom studija nagrađivan je pohvalama povodom Dana fakulteta. Za odličan uspeh u toku studija bio je stipendiran od strane: Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije, firme Messer Tehnogas AD i opštine Pančeve.

Posle završenih studija tj. odbrane master (M. Sc.) rada, upisuje se na prvu godinu doktorskih studija na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Beogradu školske 2014/2015. godine. U dogовору с потенцијалним mentorом, prof. dr M. Ristivojevićem, формирана је структура изборних предмета и дефинисано је подручје истраживања које покрива научну област Опште машинарске конструкције, с фокусом на узу област Зупчасти преносници снаге. Узгаја област истраживаčkог рада током докторских академских студија је аналитичко истраживање утицаја облика профила на носивост бокова зубаца цилиндричних зупчастих парова и експериментално истраживање утицаја уходавања на носивост контакtnih површин при чистом klizanju и комбинованом klijanju i kotrljanju.

Dana 05.03.2015. године је први пут, а 07.03.2018. године је други пут изабран у званије асистента на одређено време од 3 године, за узу научну област Опште машинарске конструкције. У овом временском интервалу учествовао је у реализацији наставе из следећих предмета: Mašinski elementi 1 (OAS), Mašinski elementi 2 (OAS), Osnove konstruisanja (OAS), Reparacija mašinskih delova i konstrukcija (OAS), Konstruisanje M (MAS), Pouzdanost konstrukcija (MAS).

Član је националне комисије за Безбедност машина (KS M199) Института за стандардизацију Србије. Од 2015. године је члан стручне организације ADEKO (Асоцијација за Дизајн, Елементе и Конструкције). Bio je učesnik na projektu TR35029 "Razvoj metodologija za povećanje radne sposobnosti, pouzdanosti i energetske efikasnosti mašinskih sistema u energetici", finansiranom od Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije. Учествовао је у неколико међunarodnih bilateralnih projekata, као и у изради неколико стручних elaborata, реализованих у оквиру saradnje sa privredom.

Izjava o autorstvu

Ime i prezime autora _____ Aleksandar R. Dimić

Broj indeksa _____ D11/2014

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom

UTICAJ OBLIKA PROFILA I UHODAVANJA ZUBACA

NA POVRŠINSKU NOSIVOST CILINDRIČNIH ZUPČASTIH PAROVA

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za sticanje druge diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova;
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršio autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

U Beogradu, 17.12.2021. godine

Potpis autora

Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada

Ime i prezime autora Aleksandar R. Dimić

Broj indeksa D11/2014

Studijski program Opšte mašinske konstrukcije

Naslov rada UTICAJ OBЛИKA PROFILA I UHODAVANJA ZUBACA
NA POVRŠINSKU NOSIVOST CILINDRIČNIH ZUPČASTIH PAROVA

Mentor dr Milet Ristivojević, redovni profesor

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao radi pohranjivanja u **Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog naziva doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

U Beogradu, 17.12.2021. godine

Potpis autora

Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku "Svetozar Marković" da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

UTICAJ OBLIKA PROFILA I UHODAVANJA ZUBACA

NA POVRŠINSKU NOSIVOST CILINDRIČNIH ZUPČASTIH PAROVA

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim prilozima predao sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu i dostupnu u otvorenom pristupu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo (CC BY)
2. Autorstvo - nekomercijalno (CC BY-NC)
3. Autorstvo - nekomercijalno - bez prerada (CC BY-NC-ND)
4. Autorstvo - nekomercijalno - deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)
5. Autorstvo - bez prerada (CC BY-ND)
6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci.

Kratak opis licenci je sastavni deo ove izjave.

U Beogradu, 17.12.2021. godine

Potpis autora

1. **Autorstvo.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
2. **Autorstvo - nekomercijalno.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
3. **Autorstvo - nekomercijalno - bez prerada.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
4. **Autorstvo - nekomercijalno - deliti pod istim uslovima.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
5. **Autorstvo - bez prerada.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
6. **Autorstvo - deliti pod istim uslovima.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.

Literatura

- [1] S. Sheng, “Report on wind turbine subsystem reliability: a survey of various databases”, National Renewable Energy Lab. (NREL), Golden, CO (United States), Tech. Rep., 2013.
- [2] D. Jelaska, *Gears and gear drives*. John Wiley & Sons, 2012, ISBN: 978-1-119-94130-9.
- [3] R. Errichello, “Friction, lubrication, and wear of gears”, *Materials Park, OH: ASM International*, pp. 535–545, 1992.
- [4] ISO/FDIS 6336-1, “Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 1: Basic principles, introduction and general influence factors”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2019.
- [5] ISO/FDIS 6336-2, “Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 2: Calculation of surface durability (pitting)”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2019.
- [6] ISO/FDIS 6336-3, “Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 3: Calculation of tooth bending strength”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2019.
- [7] M. Ristivojević, T. Lazović, A. Vencl, “Studying the load carrying capacity of spur gear tooth flanks”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 59, pp. 125–137, 2013.
- [8] B. Höhn, “Pitting load capacity of helical gears (influence of load distribution and tooth flank modifications and their consideration in a new DIN/ISO compatible calculation method for pitting load capacity)”, *Proc. IDETC/CIE*, 9, 2007.
- [9] B. Höhn, P. Oster, C. Braykoff, “Size and material influence on the tooth root, pitting, scuffing and wear load carrying capacity of fine module gears”, in *International Conference on Gears, Garching*, 2010, pp. 1295–1307.
- [10] M. B. Sánchez, M. Pleguezuelos, J. I. Pedrero, “Approximate equations for the meshing stiffness and the load sharing ratio of spur gears including Hertzian effects”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 109, pp. 231–249, 2017.
- [11] M. B. Sánchez, J. I. Pedrero, M. Pleguezuelos, “Contact stress calculation of high transverse contact ratio spur and helical gear teeth”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 64, pp. 93–110, 2013.
- [12] R. Ravivarman, K. Palaniradja, R. P. Sekar, “Evolution of balanced root stress and tribological properties in high contact ratio spur gear drive”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 126, pp. 491–513, 2018.

- [13] J. W. Lenski, R. H. Spencer, R. J. Drago, M. J. Valco, F. B. Oswald, "Gear sound levels with various tooth contact ratios and forms", *NASA STI/Recon Technical Report*, vol. 94, p. 19318, 1993.
- [14] M. Ristivojević, R. Mitrović, *Raspodela opterećenja: zupčasti parovi i kotrljajni ležaji*. Mašinski fakultet - Čigoja štampa, 2002.
- [15] M. B. Sánchez, M. Pleguezuelos, J. I. Pedrero, "Enhanced model of load distribution along the line of contact for non-standard involute external gears", *Meccanica*, vol. 48, no. 3, pp. 527–543, 2013.
- [16] M. B. Sánchez, M. Pleguezuelos, J. I. Pedrero, "Tooth root stress calculation of high transverse contact ratio spur and helical gears", *Meccanica*, vol. 49, no. 2, pp. 347–364, 2014.
- [17] J. I. Pedrero, I. I. Vallejo, M. Pleguezuelos, "Calculation of tooth bending strength and surface durability of high transverse contact ratio spur and helical gear drives", *Journal of Mechanical Design*, vol. 129, pp. 69–74, 2007.
- [18] J. I. Pedrero, M. Pleguezuelos, M. Artés, J. A. Antona, "Load distribution model along the line of contact for involute external gears", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 45, no. 5, pp. 780–794, 2010.
- [19] J. I. Pedrero, M. Pleguezuelos, M. Muñoz, "Critical stress and load conditions for pitting calculations of involute spur and helical gear teeth", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 46, no. 4, pp. 425–437, 2011.
- [20] J. I. Pedrero, M. Pleguezuelos, M. Muñoz, "Contact stress calculation of undercut spur and helical gear teeth", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 46, no. 11, pp. 1633–1646, 2011.
- [21] M. Ristivojević, "Analiza uticaja geometrije zubaca i raspodele opterećenja na površinsku čvrstoću cilindričnih evolventnih zupčanika", Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu Mašinski fakultet, 1991.
- [22] C. Weber, T. Tobie, K. Stahl, "Investigation on the flank surface durability of gears with increased pressure angle", *Forschung im Ingenieurwesen*, vol. 81, no. 2, pp. 207–213, 2017.
- [23] S. Li, "Effects of machining errors, assembly errors and tooth modifications on loading capacity, load-sharing ratio and transmission error of a pair of spur gears", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 42, no. 6, pp. 698–726, 2007.
- [24] S. Li, "Effects of misalignment error, tooth modifications and transmitted torque on tooth engagements of a pair of spur gears", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 83, pp. 125–136, 2015.
- [25] S. Ghosh, G Chakraborty, "On optimal tooth profile modification for reduction of vibration and noise in spur gear pairs", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 105, pp. 145–163, 2016.
- [26] H. Ma, X. Pang, R. Feng, B. Wen, "Evaluation of optimum profile modification curves of profile shifted spur gears based on vibration responses", *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 70, pp. 1131–1149, 2016.

- [27] L. Chang, G. Liu, L. Wu, “A robust model for determining the mesh stiffness of cylindrical gears”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 87, pp. 93–114, 2015.
- [28] M. Feng, H. Ma, Z. Li, Q. Wang, B. Wen, “An improved analytical method for calculating time-varying mesh stiffness of helical gears”, *Meccanica*, vol. 53, no. 4, pp. 1131–1145, 2018.
- [29] B. Höhn, “Improvements on noise reduction and efficiency of gears”, *Meccanica*, vol. 45, no. 3, pp. 425–437, 2010.
- [30] S. Veriga, *Mašinski elementi III - Prenosnici, frikcionni prenosnici, zupčasti prenosnici*. Mašinski fakultet Univerziteta u Beogradu, 1987, ISBN: YU ISBN 86-7083-121-x.
- [31] H. Linke, J. Börner, R. Hess, *Cylindrical gears: calculation, materials, manufacturing*. Carl Hanser Verlag GmbH Co KG, 2016, ISBN: 978-1-56990-490-9.
- [32] M. Ristivojević, T. Lazović, “Influence of kinematic parameters and tooth geometry on gear tooth root load capacity”, *Proceedings of the Romanian Academy, Series A*, vol. 18, no. 2, pp. 174–181, 2017.
- [33] A. Dimić, M. Ristivojević, B. Rosić, “Boundary load distribution of simultaneously meshed gear teeth pairs”, *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, vol. 43, no. 3, pp. 1–13, 2021.
- [34] E. Abbott, F. Firestone, “Specifying surface quality”, *Mech Eng*, vol. 55, pp. 569–572, 1933.
- [35] A. Clarke, I. Weeks, R. W. Snidle, H. P. Evans, “Running-in and micropitting behaviour of steel surfaces under mixed lubrication conditions”, *Tribology International*, vol. 101, pp. 59–68, 2016.
- [36] A. Ishibashi, S. Hoyashita, “Remarkable effects of running-in upon surface durability of steel and bronze”, *Tribology International*, vol. 15, no. 6, pp. 357–365, 1982.
- [37] S. R. Chowdhury, H. Kaliszer, G. Rowe, “An analysis of changes in surface topography during running-in of plain bearings”, *Wear*, vol. 57, no. 2, pp. 331–343, 1979.
- [38] J.-J. Liu, Y. Chen, Y.-Q. Cheng, “The generation of wear debris of different morphology in the running-in process of iron and steels”, *Wear*, vol. 154, no. 2, pp. 259–267, 1992.
- [39] S. Akbarzadeh, M. Khonsari, “Experimental and theoretical investigation of running-in”, *Tribology International*, vol. 44, no. 2, pp. 92–100, 2011.
- [40] M. Scherge, D. Linsler, T. Schlarb, “The running-in corridor of lubricated metal–metal contacts”, *Wear*, vol. 342, pp. 60–64, 2015.
- [41] J.-H. Horng, M.-L. Len, J.-S. Lee, “The contact characteristics of rough surfaces in line contact during running-in process”, *Wear*, vol. 253, no. 9-10, pp. 899–913, 2002.
- [42] F. Cabanettes, B. G. Rosén, “Topography changes observation during running-in of rolling contacts”, *Wear*, vol. 315, no. 1-2, pp. 78–86, 2014.
- [43] M. Sosa, S. Björklund, U. Sellgren, U. Olofsson, “In situ surface characterization of running-in of involute gears”, *Wear*, vol. 340, pp. 41–46, 2015.

- [44] D. Mallipeddi, M. Norell, M. Sosa, L. Nyborg, "Effect of running-in (load and speed) on surface characteristics of honed gears", *Tribology Transactions*, vol. 62, no. 3, pp. 412–418, 2019.
- [45] S. Andersson, "A partial elastohydrodynamic theory for the running-in process of hobbed gears", *Wear*, vol. 41, no. 2, pp. 251–261, 1977.
- [46] B. Rao, H. Kaliszer, G. Rowe, "An on-line technique to monitor running-in of plain grease-lubricated bearings", *Wear*, vol. 73, no. 1, pp. 157–162, 1981.
- [47] M. Yousfi, S. Mezghani, I. Demirci, M. El Mansori, "Smoothness and plateauiness contributions to the running-in friction and wear of stratified helical slide and plateau honed cylinder liners", *Wear*, vol. 332, pp. 1238–1247, 2015.
- [48] E. Mucchi, G. D'Elia, G. Dalpiaz, "Simulation of the running in process in external gear pumps and experimental verification", *Meccanica*, vol. 47, no. 3, pp. 621–637, 2012.
- [49] A. Vencl, "Istraživanje mogućnosti poboljšanja triboloških karakteristika Al-Si legura u uslovima klizanja", Doktorska disertacija, Univerzitet u Beogradu Mašinski fakultet, 2007.
- [50] M. Björling, J. Miettinen, P. Marklund, A. Lehtovaara, R. Larsson, "The correlation between gear contact friction and ball on disc friction measurements", *Tribology International*, vol. 83, pp. 114–119, 2015.
- [51] P. J. Blau, "On the nature of running-in", *Tribology International*, vol. 38, no. 11-12, pp. 1007–1012, 2005.
- [52] W. Wang, P. Wong, Z. Zhang, "Experimental study of the real time change in surface roughness during running-in for PEHL contacts", *Wear*, vol. 244, no. 1-2, pp. 140–146, 2000.
- [53] A. Brink, K. Lichtenberg, M. Scherge, "The influence of the initial near-surface microstructure and imposed stress level on the running-in characteristics of lubricated steel contacts", *Wear*, vol. 360, pp. 114–120, 2016.
- [54] W. Wang, P. Wong, "Wear volume determination during running-in for PEHL contacts", *Tribology International*, vol. 33, no. 7, pp. 501–506, 2000.
- [55] T. Krantz, M. Alanou, H. Evans, R. Snidle, "Surface fatigue lives of case-carburized gears with an improved surface finish", *J. Trib.*, vol. 123, no. 4, pp. 709–716, 2001.
- [56] P. Pawlus, "A study on the functional properties of honed cylinders surface during running-in", *Wear*, vol. 176, no. 2, pp. 247–254, 1994.
- [57] M. Deng, J. Li, C. Zhang, J. Ren, N. Zhou, J. Luo, "Investigation of running-in process in water-based lubrication aimed at achieving super-low friction", *Tribology International*, vol. 102, pp. 257–264, 2016.
- [58] J.-W. Kim, Y.-Z. Lee, "The residual stresses on lubricated sliding surfaces during break-in and up to scuffing", *Wear*, vol. 251, no. 1-12, pp. 985–989, 2001.
- [59] A. Sreenath, N. Raman, "Mechanism of smoothing of cylinder liner surface during running-in", *Tribology International*, vol. 9, no. 2, pp. 55–62, 1976.

- [60] S. Sjöberg, M. Sosa, M. Andersson, U. Olofsson, "Analysis of efficiency of spur ground gears and the influence of running-in", *Tribology International*, vol. 93, pp. 172–181, 2016.
- [61] S. Sjöberg, S. Björklund, U. Olofsson, "The influence of manufacturing method on the running-in of gears", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, vol. 225, no. 10, pp. 999–1012, 2011.
- [62] E. Bergseth, S. Sjöberg, S. Björklund, "Influence of real surface topography on the contact area ratio in differently manufactured spur gears", *Tribology International*, vol. 56, pp. 72–80, 2012.
- [63] A. Ziegler, S. Emrich, T. Lohner, K. Michaelis, A. Brodyanski, R. Merz, M. Kopinarski, B. Höhn, K. Stahl, "Influence of tribofilms on failures and friction of gears with particular focus on running-in", *Industrial Lubrication and Tribology*, 2019.
- [64] D. Mallipeddi, M. Norell, M. Sosa, L. Nyborg, "Influence of running-in on surface characteristics of efficiency tested ground gears", *Tribology International*, vol. 115, pp. 45–58, 2017.
- [65] H. Blok, "The flash temperature concept", *Wear*, vol. 6, no. 6, pp. 483–494, 1963.
- [66] K. Michaelis, "Die integraltemperatur zur beurteilung der fresstragfähigkeit von stirnradgetrieben", PhD thesis, Technische Universität München, 1987.
- [67] T. Tobe, M. Kato, "A study on flash temperatures on the spur gear teeth", 1974.
- [68] ISO/TR 13989-1:2000(E), "Calculation of Scuffing Load Capacity of Cylindrical, Bevel and Hypoid Gears - Part 1: Flash Temperature Method", International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2000.
- [69] E. Wellauer, G. Holloway, "Application of EHD oil film theory to industrial gear drives", 1976.
- [70] V. Simon, "Thermo-EHD analysis of lubrication of helical gears", 1988.
- [71] D. Dowson, "Elastohydrodynamic and micro-elastohydrodynamic lubrication", *Wear*, vol. 190, no. 2, pp. 125–138, 1995.
- [72] J. Greenwood, "An extension of the Grubin theory of elastohydrodynamic lubrication", *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 5, no. 12, p. 2195, 1972.
- [73] H. Hertz, *Miscellaneous papers*. Macmillan, 1896.
- [74] K. L. Johnson, K. L. Johnson, *Contact mechanics*. Cambridge university press, 1987, ISBN: 978-1139171731.
- [75] R. Burguete, E. Patterson, "A photoelastic study of contact between a cylinder and a half-space", *Experimental Mechanics*, vol. 37, no. 3, pp. 314–323, 1997.
- [76] D. Zhu, Q. J. Wang, "EHL history (elastohydrodynamic lubrication)", in *Encyclopedia of Tribology*, Q. J. Wang, Y.-W. Chung, Eds. Boston, MA: Springer US, 2013, pp. 832–847, ISBN: 978-0-387-92897-5.
- [77] ISO/TR 15144-2, "Calculation of micropitting load capacity of cylindrical spur and helical gears - Part 2: Examples of calculation for micropitting", International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2014.

- [78] E. Bergstedt, J. Lin, U. Olofsson, "Influence of gear surface roughness on the pitting and micropitting life", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 234, no. 24, pp. 4953–4961, 2020.
- [79] H. Liu, H. Liu, C. Zhu, Z. Sun, H. Bai, "Study on contact fatigue of a wind turbine gear pair considering surface roughness", *Friction*, vol. 8, no. 3, pp. 553–567, 2020.
- [80] T. L. Krantz, "The influence of roughness on gear surface fatigue – NASA/TM—2005-213958", U.S. Army Research Laboratory, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, Tech. Rep., 2005.
- [81] P. Fernandes, C McDuling, "Surface contact fatigue failures in gears", *Engineering Failure Analysis*, vol. 4, no. 2, pp. 99–107, 1997.
- [82] L. E. Alban, *Systematic analysis of gear failures*. ASM International, 1985, ISBN: 978-0871702005.
- [83] B. Rosić, "Multicriterion optimization of multistage gear train transmission", *Facta Universitatis: Mechanical Engineering*, vol. 1, no. 8, pp. 1107–1115, 2001.
- [84] M. Sedak, B. Rosić, "Multi-objective optimization of planetary gearbox with adaptive hybrid particle swarm differential evolution algorithm", *Applied Sciences*, vol. 11, no. 3, p. 1107, 2021.
- [85] S. Kim, S. Moon, J. Sohn, Y. Park, C. Choi, G. Lee, "Macro geometry optimization of a helical gear pair for mass, efficiency, and transmission error", *Mechanism and Machine Theory*, vol. 144, p. 103 634, 2020.
- [86] M. Ognjanović, "Progressive gear teeth wear and failure probability modeling", *Tribology in Industry*, vol. 26, no. 3&4, p. 44, 2004.
- [87] ISO 10825, "Gears - Wear and damage to gear teeth - Terminology", International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2019.
- [88] D. J. Wulpi, *Understanding how components fail*. ASM International, 2013, ISBN: 978-1627080149.
- [89] B. Höhn, K. Michaelis, "Influence of oil temperature on gear failures", *Tribology International*, vol. 37, no. 2, pp. 103–109, 2004.
- [90] R. W. Snidle, H. P. Evans, "Some aspects of gear tribology", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 223, no. 1, pp. 103–141, 2009.
- [91] D. McPherson, S. Rao, "Mechanical testing of gears", *Materials Park, OH: ASM International*, pp. 861–872, 2000.
- [92] H. Öztürk, M. Sabuncu, I. Yesilyurt, "Early detection of pitting damage in gears using mean frequency of scalogram", *Journal of Vibration and Control*, vol. 14, no. 4, pp. 469–484, 2008.
- [93] J. R. Davis, *Gear materials, properties, and manufacture*. ASM International, 2005, ISBN: 0-87170-815-9.
- [94] ISO/TR 18792, "Lubrication of industrial gear drives", International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2008.

- [95] A. Dyson, “Scuffing – a review”, *Tribology International*, vol. 8, no. 2, pp. 77–87, 1975.
- [96] D. Dowson, G. R. Higginson, *Elasto-hydrodynamic lubrication: International series on materials science and technology*. Elsevier, 2014, ISBN: 978-1483181899.
- [97] P. Marimuthu, G. Muthuveerappan, “Investigation of load carrying capacity of asymmetric high contact ratio spur gear based on load sharing using direct gear design approach”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 96, pp. 52–74, 2016.
- [98] N. L. Pedersen, M. F. Jørgensen, “On gear tooth stiffness evaluation”, *Computers & Structures*, vol. 135, pp. 109–117, 2014.
- [99] A. Diez-Ibarbia, A. Fernandez-Del-Rincon, P Garcia, A De-Juan, M Iglesias, F Viadero, “Assessment of load dependent friction coefficients and their influence on spur gears efficiency”, *Meccanica*, vol. 53, no. 1, pp. 425–445, 2018.
- [100] P. Dobratić, M. Ristivojević, B. Rosić, R. Mitrović, D. Trifković, “Mathematical model of energy efficiency in internal spur gears”, *Thermal Science*, no. 00, pp. 74–74, 2019.
- [101] M. Franulovic, K. Markovic, Z. Vrcan, M. Soban, “Experimental and analytical investigation of the influence of pitch deviations on the loading capacity of HCR spur gears”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 117, pp. 96–113, 2017.
- [102] L. Liu, Y. Ding, L. Wu, G. Liu, “Effects of contact ratios on mesh stiffness of helical gears for lower noise design”, in *International Gear Conference*, 2014, pp. 320–329.
- [103] H. İmrek, “Width modification for gears with low contact ratio”, *Meccanica*, vol. 44, no. 5, pp. 613–621, 2009.
- [104] C. Jia, Z. Fang, “Design and analysis of double-crowned high-contact-ratio cylindrical gears considering the load sharing of the multi-pair contact”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 131, pp. 92–114, 2019.
- [105] M. B. Sánchez, M. Pleguezuelos, J. I. Pedrero, “Influence of profile modifications on meshing stiffness, load sharing, and transmission error of involute spur gears”, *Mechanism and Machine Theory*, vol. 139, pp. 506–525, 2019.
- [106] A. Diez-Ibarbia, A. F. del Rincon, M Iglesias, A De-Juan, P Garcia, F Viadero, “Efficiency analysis of spur gears with a shifting profile”, *Meccanica*, vol. 51, no. 3, pp. 707–723, 2016.
- [107] M. Maatar, P. Velek, “An analytical expression for the time-varying contact length in perfect cylindrical gears: some possible applications in gear dynamics”, 1996.
- [108] V. Philippe, “On the modelling of spur and helical gear dynamic behaviour”, *Mechanical Engineering*, p. 75, 2012.
- [109] A. Dimić, G. Petrović, M. Ristivojević, “Influence of the contact lines length on load capacity of cylindrical gear teeth flanks”, in *9th International Scientific Conference on Defensive Technologies*, 2020, paper number: 065.
- [110] D. W. Dudley, J. Sprengers, D. Schröder, H. Yamashina, *Gear motor handbook*. Springer Science & Business Media, 2012, ISBN: 978-3642795916.

- [111] I. Atanasovska, R. Mitrović, D Momčilović, A. Subić, “Analysis of the nominal load effects on gear load capacity using the finite-element method”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 224, no. 11, pp. 2539–2548, 2010.
- [112] H. Abderazek, D. Ferhat, I. Atanasovska, “Adaptive mixed differential evolution algorithm for bi-objective tooth profile spur gear optimization”, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, vol. 90, no. 5, pp. 2063–2073, 2017.
- [113] I. Atanasovska, “Uticaj raspodele opterećenja na nosivost cilindričnih evolventnih zupčanika”, Doktorska disertacija, Univerzitet u Kragujevcu Mašinski fakultet, 2004.
- [114] X. Yang, “Multiobjective firefly algorithm for continuous optimization”, *Engineering with computers*, vol. 29, no. 2, pp. 175–184, 2013.
- [115] H. Li, L. Zhang, “A discrete hybrid differential evolution algorithm for solving integer programming problems”, *Engineering Optimization*, vol. 46, no. 9, pp. 1238–1268, 2014.
- [116] W. Ma, M. Wang, X. Zhu, “Hybrid particle swarm optimization and differential evolution algorithm for bi-level programming problem and its application to pricing and lot-sizing decisions”, *Journal of Intelligent Manufacturing*, vol. 26, no. 3, pp. 471–483, 2015.
- [117] A. Dimić, A. Vencl, M. Ristivojević, R. Mitrović, Ž. Mišković, A. Milivojević, “Influence of the running-in process on the working ability of contact surfaces in lubricated sliding conditions”, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*, Online first, 2021.
- [118] ISO 4288, “Geometrical Product Specifications (GPS) - Surface texture: Profile method - Rules and procedures for the assessment of surface texture”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 1996.
- [119] L. De Chiffre, “Industrial survey on ISO surface texture parameters”, *CIRP Annals: Manufacturing Technology*, vol. 48, no. 3, pp. 74–77, 1999.
- [120] D. J. Whitehouse, *Surfaces and their Measurement*. CRC Press, 2002, ISBN: 978-1903996010.
- [121] T. Vorburger, J Raja, “Surface finish metrology tutorial, NISTIR 89–4088”, *National Institute of Standards and Technology, Gaithersburg, MD*, 1990.
- [122] Y.-R. Jeng, Z.-W. Lin, S.-H. Shyu, “Changes of surface topography during running-in process”, *J. Trib.*, vol. 126, no. 3, pp. 620–625, 2004.
- [123] K. Stout, E. Davis, “Surface topography of cylinder bores—the relationship between manufacture, characterization and function”, *Wear*, vol. 95, no. 2, pp. 111–125, 1984.
- [124] D. W. Hetzner, “Microindentation hardness testing of materials using ASTM e384”, *Microscopy and Microanalysis*, vol. 9, no. S02, pp. 708–709, 2003.
- [125] S. Akbarzadeh, M. Khonsari, “On the prediction of running-in behavior in mixed-lubrication line contact”, *Journal of tribology*, vol. 132, no. 3, 2010.

- [126] ISO 1302, “Geometrical Product Specifications (GPS) - Indication of surface texture in technical product documentation”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2002.
- [127] A. Giannakopoulos, T. Zisis, “Analysis of Knoop indentation”, *International Journal of Solids and Structures*, vol. 48, no. 1, pp. 175–190, 2011.
- [128] A. Vencl, “Tribological behavior of ferrous-based APS coatings under dry sliding conditions”, *Journal of Thermal Spray Technology*, vol. 24, no. 4, pp. 671–682, 2015.
- [129] B. J. Hamrock, B. J. Schmid, B. O. Jacobson, *Fundamentals of fluid film lubrication*. CRC press, 2004, vol. 169, ISBN: 978-0824753719.
- [130] ISO 14635-1, “Gears - FZG test procedures - Part 1: FZG test method A/8,3/90 for relative scuffing load-carrying capacity of oils”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2000.
- [131] ISO 14635-2, “Gears - FZG test procedures - Part 2: FZG step load test A10/16, 6R/120 for relative scuffing load-carrying capacity of high EP oils”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2004.
- [132] ISO 14635-3, “Gears - FZG test procedures - Part 3: FZG test method A/2, 8/50 for relative scuffing load-carrying capacity and wear characteristics of semifluid gear greases”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2005.
- [133] ISO/FDIS 6336-5, “Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 5: Strength and quality of materials”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2013.
- [134] ISO/TR 18792, “Lubrication of industrial gear drives”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 2008.
- [135] ISO/TR 10064-3, “Code of inspection practice - Part 3: Recommendations relative to gear blanks, shaft centre distance and parallelism of axes”, International Organization for Standardization, Geneva, CH, Standard, 1996.
- [136] H. İmrek, H. Düzcükoğlu, “Relation between wear and tooth width modification in spur gears”, *Wear*, vol. 262, no. 3-4, pp. 390–394, 2007.