

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ

МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Наташа Д. Солдат

**УТИЦАЈ ОШТЕЋЕЊА СТАЗА КОТРЉАЊА
НА РАДНЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ
КУГЛИЧНИХ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА**

Докторска дисертација

Београд, 2021.

UNIVERSITY OF BELGRADE

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Nataša D. Soldat

**INFLUENCE OF INNER RING RACEWAY
DAMAGE ON ROLLING BEARINGS
OPERATIONAL CHARACTERISTICS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2021.

Комисија за преглед и одбрану:

Ментор: **др Радивоје Митровић**, редовни професор,
Машински факултет Универзитета у Београду

Коментор: **Ивана Атанасовска**, научни саветник,
Математички институт САНУ

Чланови комисије: **др Божидар Росић**, редовни професор,
Машински факултет Универзитета у Београду
др Жарко Мишковић, доцент,
Машински факултет Универзитета у Београду
др Радослав Томовић, ванредни професор,
Машински факултет Универзитета Црне Горе

Датум одбране:

Захвалница

Овом приликом желим да се захвалим ментору докторске дисертације - др Радивоју Митровићу, редовном професору Машинског факултета у Београду, на професионалној помоћи, подршци и стручним саветима током израде дисертације.

За помоћ у нумеричком моделирању, подршци и стручним и пријатељским саветима захваљујем се коментору дисертације - др Ивани Атанасовској, научном саветнику Математичког института САНУ.

Такође, изузетну захвалност дугујем др Радославу Томовићу, ванредном професору Машинског факултета у Подгорици, на корисним саветима и помоћи у експерименталном делу истраживања.

На подршци и колегијалној помоћи захваљујем се др Зорану Стаменићу, ванредном професору и др Жарку Мишковићу, доценту Машинског факултета у Београду.

Посебну захвалност дугујем господину Драгану Родићу дипл.инж.маш. и господину Миливоју Мијушковићу дипл.инж.маш. из предузећа „Фабрика котрљајућих лежајева и кардана - ФКЛ“ из Темерина, које је израдило узорке лежаја коришћених за експериментална истраживања.

Највећу захвалност дугујем својим родитељима, Драгици и Драгу, као и сестри Александри, који су ме својом љубављу, вером и оптимизмом увек бодрили и били чврст ослонац. Неизмерну захвалност дугујем супругу Неџаду и кћерки Сари на љубави која је допринела мојој личној срећи и задовољству.

У Београду, јануар 2021. године

Наташа Солдат

УТИЦАЈ ОШТЕЋЕЊА СТАЗА КОТРЉАЊА НА РАДНЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ КУГЛИЧНИХ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА

Резиме

Од поузданог и исправног рада котрљајних лежаја зависи расположивост целокупног техничког система, па се данас посебна пажња посвећује проучавању различитих узрока који доводе до смањене радне способности и усавршавању поступака за предвиђање њиховог отказа. С тим у вези, у оквиру ове дисертације извршена је детаљна анализа утицаја оштећења стаза котрљања на радне карактеристике кугличних котрљајних лежаја. Анализиран је једноредни куглични котрљајни лежај са радијалним додиром. Приказан је аналитички модел за анализу динамичког понашања котрљајног лежаја са и без оштећења на стази котрљања. Најважнија излазна карактеристика оваквог модела је спектар вибрација посматраног склопа. У раду је истакнута важност нумеричких и експерименталних метода у погледу анализе динамичког понашања котрљајних лежаја и генерисања структурних вибрација лежаја. Развијен је дводимензионални нумерички модел лежаја без оштећења који је верификован резултатима експерименталних испитивања из литературе. На основу дводимензионалног нумеричког модела, развијен је тродимензионални нумерички модел кугличног котрљајног лежаја са оштећењем на стази котрљања унутрашњег прстена за праћење напонског и деформационог стања елемената лежаја и расподеле оптерећења на котрљајна тела, који је верификован резултатима сопствених експерименталних испитивања. Примена овог модела омогућила је анализу напонског и деформационог стања, као и анализу расподеле оптерећења на котрљајна тела. Експериментална испитивања извршена су на уређају за динамичко испитивање карактеристика котрљајних лежаја. Испитивања су подразумевала уношење оштећења различитих облика и димензија на стазама котрљања лежаја. Поређењем резултата мерења добијених сопственим експерименталним испитивањем и резултата добијених нумеричким прорачуном установљено је задовољавајуће слагање у погледу амплитуда вибрација. Затим је извршено одређивање јединственог индикатора оштећења елемената котрљајног лежаја, као поуздане методе праћења стања лежаја у циљу раног предвиђања отказа котрљајних лежаја. Развијена је методологија, на основу које је могуће извршити анализу утицаја различитих врста оштећења стазе котрљања котрљајног лежаја на његово динамичко понашање. На основу тога могуће је извршити прецизно одређивање критичне величине оштећења стаза котрљања.

Кључне речи: котрљајни лежај, радне карактеристике, динамичко понашање, вибрације, Метода Коначних Елемената, оштећење, расподела оптерећења на котрљајна тела, крутост.

Научна област: Машинство

Ужа научна област: Опште машинске конструкције

УДК класификација: 621.822.6/.7 : 539.37(043.3)

INFLUENCE OF INNER RING RACEWAY DAMAGE ON ROLLING BEARINGS OPERATIONAL CHARACTERISTICS

Abstract

From reliable and correct operation of roller bearings depend the availability of the entire technical system, well special attention nowadays is paid to the study of various causes that lead to reduced working capacity and the improvement of procedures for predicting their failure. In this regard, within the framework of this PhD thesis, a detailed analysis of the impact of rolling race damage on the performance characteristics of rolling bearings was performed. A single-row rolling bearing with radial contact was analyzed. An analytical model for the analysis of the dynamic behavior of a rolling bearing with as well as without damage of the rolling race is presented. The most important output characteristic of such a model is the vibrational spectrum of the observed set. The manuscript emphasizes the importance of numerical and experimental methods for analyzing the dynamic behavior of rolling bearings and generating structural vibrations of bearings. The two-dimensional numerical model of the bearing without defects was developed and validated based on experimental results from literature. For tracking the stress and strain state of bearing elements and load distribution on rolling elements, based on the two-dimensional numerical model a three-dimensional numerical model of a rolling bearing with damage to the inner ring rolling track was developed as well as verified by own experimental results. The application of this model enabled the analysis of the stress and strain state, as well as the analysis of the load distribution on the rolling elements. Experimental investigations were performed on a device for dynamic testing of the characteristics of roller bearings – test rig. The tests involved damage of various shapes and dimensions on the bearing rolling race. By comparing the results of measurements obtained by own experimental measurements and the results obtained by numerical calculation, a good agreement in terms of vibration amplitudes was established. Moreover, a unique indicator of damage to the elements of the rolling bearing was determined, as a reliable method of tracking the condition of the bearing in order to early predict the failure of the rolling bearings. The methodology on which basis is possible to perform an analysis of the influence of different types of damage of the rolling bearing race on its dynamic behavior was developed. Based on that, it is possible to precisely determine the critical size of the rolling race damage.

Key words: rolling bearing, operational characteristics, dynamic behavior, vibrations, Finite Element Method, damage, load distribution on rolling elements, stiffness.

Scientific discipline: Mechanical engineering

Scientific subdiscipline: General Machine Design

UDC classification: 621.822.6/7 : 539.37(043.3)

Списак ознака

σ_H	Контактни напон у центру контактне површине
a, b	Велика и мала полуоса елипсе
F_i	Сила која делује на i -то котрљајно тело
E_{red}	Редуковани модул еластичности
n_a, n_b	Функције елиптичких интеграла
ε	Параметар зоне оптерећења
δ	Контактна деформација спрегнутих делова у почетној тачки додира
δ_0	Укупна контактна деформација спрегнутих делова у почетној тачки додира на месту најоптерећенијег котрљајног тела
δ_i	Укупна контактна деформација спрегнутих делова у почетној тачки додира на месту i -тог котрљајног тела
w	Укупно померање оса прстенова под дејством спољашњег радијалног оптерећења и зазора, односно преклопа
C_F	Константа
γ	Угао између котрљајних тела у неоптерећеном стању
k	Фактор неравномерности расподеле оптерећења
K	Ефективни коефицијент крутости
f_o	Специфична фреквенција вибрација спољашњег прстена
f_i	Специфична фреквенција вибрација унутрашњег прстена
f_b	Специфична фреквенција вибрација котрљајних тела
f_c	Специфична фреквенција вибрација кавеза
z	Број котрљајних тела
ω	Угаона брзина ротора
d_b	Пречник котрљајних тела
d_c	Подеони пречник лежаја
α	Угао контакта

K_v	Фактор оштећења
A_d	Максимална амплитуда вибрација оштећеног лежаја
A_h	Амплитуда вибрација неоштећеног лежаја
МКЕ	Метод коначних елемената
x, y, z	Осе Декартовог правоуглог координатног система
d_d	Вредност различитих пречника оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја
d_0	Пречник оштећења за одређени тип котрљајног лежаја (добијен емпиријски)
A, B_1, B_2	Коефицијенти
$[M]$	Матрица маса
$[D]$	Матрица пригушења
$[C]$	Матрице крутости
$\{q(t)\}$	Вектор померања
$\{F(t)\}$	Вектор спољашњих сила
m_{red}	Редукована маса система котрљајног лежаја
$c_b(t)$	Периодично променљива крутост котрљајног лежаја
$d_b(t)$	Функција пригушења лежаја
$F(t)$	Временски променљиво радијално оптерећење
q	Коефицијента нелинеарности услед оштећења

Садржај

1 УВОДНА РАЗМАТРАЊА	1
1.1 ПРЕДМЕТ ИСТРАЖИВАЊА	1
1.2 ЦИЉЕВИ ИСТРАЖИВАЊА	2
1.3 ОСНОВНЕ ХИПОТЕЗЕ ИСТРАЖИВАЊА	3
1.4 НАУЧНИ ДОПРИНОС ИСТРАЖИВАЊА	3
1.5 САДРЖАЈ ИСТРАЖИВАЊА	4
2 ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	6
2.1. ИСТОРИЈСКИ ПРЕГЛЕД РАЗВОЈА И УПОТРЕБЕ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	6
2.2. ПОДЕЛА И ГЕОМЕТРИЈА КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА.....	6
2.3. ДИНАМИЧКО ПОНАШАЊЕ КУГЛИЧНИХ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	7
2.3.1. Контактни напони и деформације на додирним површинама котрљајних тела и прстенова кугличног котрљајног лежаја	7
2.3.2. Расподела оптерећења на котрљајна тела кугличног котрљајног лежаја.....	9
2.3.3. Расподела оптерећења на котрљајна тела лежаја са нултим радијалним зазором.....	10
2.4. ПАРАМЕТРИ ДИНАМИЧКОГ ПОНАШАЊА КУГЛИЧНИХ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА-АМПЛИТУДА ВИБРАЦИЈА И ФРЕКВЕНЦИЈА КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	15
2.5. МЕТОДЕ АНАЛИЗЕ ВИБРАЦИЈА.....	16
2.5.1 Анализа вибрација у временском домену.....	16
2.5.2 Анализа вибрација у фреквентном домену	16
3 ПРЕГЛЕД И АНАЛИЗА СТАЊА У ПРЕДМЕТНОЈ НАУЧНОЈ ОБЛАСТИ	17
3.1 УТИЦАЈ РАДИЈАЛНОГ ЗАЗОРА НА ДИНАМИЧКО ПОНАШАЊЕ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	17
3.2 УТИЦАЈ ТАЛАСАВОСТИ СТАЗА КОТРЉАЊА ПРСТЕНА ЛЕЖАЈА НА ДИНАМИЧКО ПОНАШАЊЕ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	19
3.3 УТИЦАЈ РАСПОДЕЛЕ ОПТЕРЕЋЕЊА НА КОТРЉАЈНА ТЕЛА НА КРУТОСТ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	19
3.4 ОШТЕЋЕЊА НА СТАЗАМА КОТРЉАЊА КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА.....	20
3.5 МОДЕЛИ ДИНАМИЧКОГ ПОНАШАЊА КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	22
4 АНАЛИЗА УТИЦАЈА ОШТЕЋЕЊА НА РАДНЕ КАРАКТЕРИСТИКЕ И ДИНАМИЧКО ПОНАШАЊЕ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	24
4.1 УЗРОЦИ ОШТЕЋЕЊА ЛЕЖАЈА	24
4.2 КЛАСИФИКАЦИЈА ОШТЕЋЕЊА ЛЕЖАЈА.....	24
4.2.1 Оштећења лежаја абразивним хабањем.....	24
4.2.2 Оштећења лежаја адхезивним хабањем	25
4.2.3 Оштећења лежаја услед површинског замора	25
4.2.4 Оштећења лежаја услед електричне ерозије	26
4.2.5 Оштећења лежаја корозијом.....	26
4.2.6 Оштећења лежаја пластичном деформацијом материјала	26
4.2.7 Оштећења лежаја услед лома и замора	27
4.3 ДЕФИНИСАЊЕ ФАКТОРА ОШТЕЋЕЊА КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	28
4.3.1 Теоријско разматрање дефиниције фактора оштећења	28
4.3.2 Применљивост фактора оштећења на основу резултата из доступне литературе.....	29

5 ПРИМЕНА МЕТОДЕ КОНАЧНИХ ЕЛЕМЕНАТА (МКЕ) ЗА ОДРЕЂИВАЊЕ РАДНИХ КАРАКТЕРИСТИКА КУГЛИЧНИХ КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА	33
5.1 НУМЕРИЧКИ МОДЕЛ ЗА ПРОРАЧУН ПАРАМЕТАРА ОШТЕЋЕНИХ КУГЛИЧНИХ ЛЕЖАЈЕВА	33
5.1.1 Процедура нумеричког моделирања	33
5.1.2 Развој раванског 2D МКЕ модела једноредног радијалног кугличног лежаја без оштећења	35
5.1.3 Развој просторног 3D модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206 без оштећења..	36
5.1.4 Приказ и верификација резултата добијених прорачуном МКЕ на развијеном раванском моделу резултатима доступних у литератури	37
5.1.5 Развој просторног 3D модела једноредног радијалног кугличног лежаја са оштећењем на унутрашњој стази котрљања прстена лежаја 6206.....	44
5.2 РЕЗУЛТАТИ НУМЕРИЧКИХ СИМУЛАЦИЈА	44
5.2.1 Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 0,65 [mm]	45
5.2.2 Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 1,3 [mm]	51
5.2.3 Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 2 [mm]	58
5.3 АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА ДОБИЈЕНИХ МКЕ НА РАЗВИЈЕНОМ 3D МОДЕЛУ ЈЕДНОРЕДНОГ РАДИЈАЛНОГ КУГЛИЧНОГ ЛЕЖАЈА 6206 СА ОШТЕЋЕЊЕМ НА УНУТРАШЊОЈ СТАЗИ КОТРЉАЊА	64
5.3.1 Напонско стање кугличног котрљајног лежаја 6206 са оштећењем на стази котрљања	64
5.3.2 Расподела оптерећења на котрљајна тела кугличног котрљајног лежаја 6206 са оштећењем на стази котрљања	66
5.3.3 Деформационо стање кугличног котрљајног лежаја 6206 са оштећењем на стази котрљања	72
5.4 РЕЗУЛТАТИ НУМЕРИЧКИХ СИМУЛАЦИЈА ЛЕЖАЈА 6206 СА ОШТЕЋЕЊЕМ У ОБЛИКУ ЖЛЕБА НА УНУТРАШЊОЈ СТАЗИ КОТРЉАЊА ПРСТЕНА.....	72
5.5 РАЗВОЈ ПРОСТОРНОГ 3D МОДЕЛА ЈЕДНОРЕДНОГ РАДИЈАЛНОГ КУГЛИЧНОГ ЛЕЖАЈА СА ОШТЕЋЕЊЕМ НА СПОЉАШЊОЈ СТАЗИ КОТРЉАЊА ПРСТЕНА ЛЕЖАЈА 6206 СА НУМЕРИЧКИМ РЕЗУЛТАТИМА.....	82
6 ЕКСПЕРИМЕНТАЛНА ИСПИТИВАЊА	86
6.1 ЛАБОРАТОРИЈСКА ИНСТАЛАЦИЈА ЗА ИСПИТИВАЊЕ ДИНАМИЧКОГ ПОНАШАЊА КОТРЉАЈНИХ ЛЕЖАЈА..	86
6.2 СИСТЕМ ЗА АКВИЗИЦИЈУ, ОБРАДУ И ПРИКАЗИВАЊЕ РЕЗУЛТАТА ИСПИТИВАЊА	87
6.3 ИЗРАДА И ПРИПРЕМА УЗОРАКА ЗА ИСПИТИВАЊЕ.....	88
6.4 ОПИС ПОСТУПКА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНОГ ИСПИТИВАЊА.....	90
6.4.1 Процедура испитивања	90
6.4.2 Поступак задавања радијалног оптерећења на склоп лежаја.....	90
6.5 ПОСТУПАК МЕРЕЊА АПСОЛУТНИХ ВИБРАЦИЈА ЛЕЖАЈА.....	90
6.6 АНАЛИЗА РЕЗУЛТАТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИХ ИСПИТИВАЊА ВИБРАЦИЈА ЛЕЖАЈА У ФРЕКВЕНТНОМ ДОМЕНУ	91
6.7 ИЗРАЧУНАВАЊЕ ФАКТОРА ОШТЕЋЕЊА НА ОСНОВУ СОПСТВЕНИХ ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИХ РЕЗУЛТАТА.....	97
7 МЕТОДОЛОГИЈА ЗА АНАЛИЗУ ВИБРАЦИЈА КУГЛИЧНОГ КОТРЉАЈНОГ ЛЕЖАЈА	103
7.1 РАЗВОЈ МАТЕМАТИЧКОГ МОДЕЛА НЕЛИНЕАРНЕ ДИНАМИКЕ КУГЛИЧНОГ КОТРЉАЈНОГ ЛЕЖАЈА СА ОШТЕЋЕЊЕМ НА СТАЗИ КОТРЉАЊА.....	106
8 ЗАКЉУЧНА РАЗМАТРАЊА.....	109

8.1	НАУЧНИ ДОПРИНОС ИСТРАЖИВАЊА	111
8.2	ПРАВЦИ МОГУЋИХ ДАЉИХ ИСТРАЖИВАЊА	112
ЛИТЕРАТУРА		113
СПИСАК СЛИКА		119
СПИСАК ТАБЕЛА		126
ПРИЛОЗИ		127
<i>Прилог 1. Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежјаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 0,65 [mm]</i>		
		<i>127</i>
<i>Прилог 2. Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежјаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 1,3 [mm]</i>		
		<i>158</i>
<i>Прилог 3. Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежјаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 2 [mm]</i>		
		<i>188</i>

1 Уводна разматрања

Котрљајни лежаји, као релативно јефтине и широко коришћени машински елементи (у готово свим ротационим машинама), у знатној мери утичу на функционалност, поузданост, стабилност и континуиран рад машинских постројења у целини. Њихови откази често могу довести до хаварија ротационих машина и изненадних застоја целог машинског система, праћеног непланираним трошковима. Ови застоји редовно узрокују губитке веће од цене самог лежаја.

Повећање конкуренције на тржишту условљава повећање квалитета производа у свим областима, па тако и у области котрљајних лежаја. Произвођачи посвећују огромну пажњу побољшању и развоју нових, и унапређених постојећих технологија за производњу лежаја. Проблем заштите и очувања животне средине добија све већи значај, а посебан акценат се ставља на уштеду енергије, дужи радни век, компактност конструкције и ниво буке и вибрација које генеришу производи машинске индустрије.

У циљу побољшања наведених перформанси котрљајних лежаја, неопходан је развој модела понашања лежаја, који ће прецизно описати понашање и карактеристике лежаја и проценити стање лежаја и успоставити корелацију између конструкционих и радних карактеристика. Иако превремени и изненадни отказ лежаја може изазвати хаварију саме машине, истраживању узрока њихових отказа често се не даје посебан значај, што има за последицу понављање сличних хаварија и знатно повећање трошкова [1].

Зависно од радних услова, узроци који доводе до отказа котрљајних лежаја могу бити различити. Лоша монтажа, неадекватно подмазивање и редовно и правилно одржавање сматрају се основним узрочницима смањења преосталог радног века и појаве оштећења на стазама котрљања котрљајних лежаја.

Како од њиховог исправног и поузданог рада зависи расположивост техничких система, данас се у истраживачким круговима посебна пажња посвећује проучавању различитих узрока који доводе до оштећења котрљајних лежаја и усавршавању поступака за предвиђање њиховог отказа. Међутим, анализа претходних истраживања из области дијагностике котрљајних лежаја [2–4] показује да не постоји свеобухватан и универзалан математички модел понашања лежаја са оштећењима, већ се сваки мора појединачно кориговати у зависности од геометрије, кинематике и радних услова.

Нови математички модел за анализу динамичког понашања котрљајног лежаја би омогућио успостављање математичке зависности различитих типова оштећења и радне способности лежаја, од које зависи функционалност целокупног машинског система. На тај начин, омогућило би се одређивање критичне величине оштећења стаза котрљања која доводи до смањене носивости система у који је котрљајни лежај уграђен.

1.1 Предмет истраживања

Континуираним праћењем стања лежаја и идентификацијом оштећења и узрока њиховог отказа (у циљу његове превентивне замене), могуће је избећи непотребна заустављања погона и на тај начин елиминисати додатне трошкове. Повећање радног века, крутости, брзоходности и тачности обртања и смањења нивоа буке и вибрација, као и откривање узрока отказа котрљајних лежаја, може се остварити детаљним истраживањем карактеристика и динамичког понашања идеалног котрљајног лежаја без грешака и оштећења и котрљајног лежаја са грешкама геометрије и различитим типовима оштећења [5].

Развијени аналитички модел за симулацију и анализу динамичког понашања котрљајног лежаја омогућава успостављање зависности између конструкционих и експлоатационих

параметара лежаја са једне стране и параметара који дефинишу исправан рад котрљајног лежаја са друге. Овакав модел представља добру основу за развој једног општијег модела за прорачун граничних вредности оштећења стаза котрљања које доводе до смањења ефикасности машинског система у који је лежај уграђен, чиме би се избегла појава превременог отказа лежаја, односно, продужење његовог радног века кориговањем радног оптерећења.

Доказано је да је поређењем параметара рада исправног котрљајног лежаја са параметрима граничне вредности оштећења стаза котрљања могуће извршити процену радног века котрљајног лежаја и на тај начин избећи изненадне застоје целог машинског система, праћене великим енергетским и материјалним губицима.

1.2 Циљеви истраживања

Свеобухватни циљ докторске дисертације је развијање методологије на основу које је могуће извршити анализу утицаја различитих врста оштећења стаза котрљања котрљајног лежаја на његово динамичко понашање и носивост. Реализација овако постављеног циља омогућава прецизно одређивање критичне величине оштећења стаза котрљања које доводе до смањења ефикасности машинског система у који је котрљајни лежај уграђен. Потенцијални резултат је и математички модел зависности основних радних карактеристика котрљајног лежаја од величине и облика оштећења стаза котрљања. Тиме се унапређује и поједностављује технологија одржавања машинских система, што смањује трошкове услед изненадних застоја и постиже оптимално искоришћење капацитета сваког лежаја.

Аналитички модел динамичког понашања котрљајног лежаја представља систем једначина кретања котрљајног лежаја и делова машинског склопа у који је уграђен, у функцији времена. Најважнија излазна карактеристика оваквог модела је спектар вибрација посматраног склопа.

Додатни циљ истраживања је одређивање јединственог индикатора оштећења елемената котрљајног лежаја као поуздане методе праћења стања лежаја која ће омогућити рано предвиђање отказа котрљајних лежаја.

Дакле, у оквиру дисертације извршена је анализа утицаја оштећења на промену основних радних карактеристика, односно вибрације котрљајних лежаја. Дефинисани су и кључни параметри за утицај величине и облика оштећења на карактеристике и понашање котрљајних лежаја, помоћу којих је даље могуће извршити предвиђање отказа лежаја за различите врсте оптерећења. Такође, коришћењем савремених методологија развијен је универзални алгоритам за сагледавање промене параметара који утичу на поступак предвиђања отказа лежаја.

Дакле, дефинисани научни циљеви докторске дисертације су:

- идентификација утицајних величина на радне карактеристике и динамичко понашање котрљајних лежаја,
- квалитативна оцена утицаја оштећења на стазама котрљања на динамичко понашање котрљајних лежаја,
- развијање нумеричких модела у МКЕ за праћење напонског и деформационог стања елемената лежаја у условима без и са оштећењима на стазама котрљања,
- развијање аналитичког модела за истраживање утицаја оштећења на стазама котрљања на динамичко понашање лежаја,

- експериментална верификација нумеричких и аналитичких модела динамичког понашања котрљајног лежаја са и без оштећења и могућа корекција или допуна модела,
- квантификација утицаја оштећења различитих облика и величина на основне радне карактеристике котрљајних лежаја и развијање математичког модела зависности,
- одређивање критичне величине оштећења стаза котрљајних које доводе до смањења ефикасности машинског система у који је лежај уграђен.

1.3 Основне хипотезе истраживања

Полазећи од проблема, предмета, циљева и задатака истраживања, као и методолошког приступа истраживању, постављена је основна хипотеза овог рада, као и неопходне помоћне хипотезе.

Промена основних радних карактеристика и смањење стабилности система у који је лежај уграђен зависе од различитих типова оштећења која се јављају на стазама котрљања током процеса експлоатације.

Наведена хипотеза биће доказана верификацијом следећих радних (допунских) хипотеза:

Хипотеза 1:

Проналажењем јединственог индикатора оштећења котрљајног лежаја као поуздане методе праћења радних карактеристика могуће је одредити критичну величину оштећења стаза котрљања.

Хипотеза 2:

Примена развијеног модела предвиђања отказа котрљајних лежаја значајно утиче на повећање радног века целокупног техничког система и оправдана је са економске тачке гледишта.

Хипотеза 3:

Детаљном анализом карактеристика оштећења могуће је одредити утицајне параметре на вибрације котрљајних лежаја, чије мерење представља поуздану методу праћења стања котрљајних лежаја.

1.4 Научни допринос истраживања

Проблематика предвиђања динамичког понашања лежаја у експлоатацији је у фокусу интересовања великог броја истраживача. Примена савремених метода и опреме у последњој деценији је већ довела до значајних резултата у овој области истраживања.

Очекивани резултат ове дисертације је експериментално верификован аналитички модел и методологија (алгоритам) за анализу динамичког понашања котрљајног лежаја и одређивање индикатора оштећења стаза котрљања лежаја.

Такође, биће постављен математички модел зависности радних карактеристика лежаја од величине и облика оштећења стаза котрљања. Научни допринос овог истраживања огледа се и кроз одређивање новог индикатора (фактора) оштећења стаза котрљања који ће служити као поуздана мера за индикацију недозвољеног смањења стабилности машинског система у који је лежај уграђен.

Наведени резултати представљају значајан допринос науци с обзиром да слична истраживања у великој мери недостају у овој области. Прихватање новог модела за анализу утицаја оштећења на динамичко понашање котрљајних лежаја може у значајној мери допринети побољшању процеса праћења стања котрљајних лежаја у техничким системима.

Методологија истраживања, спроведена у овој дисертацији, биће корисна за будућа истраживања котрљајних лежаја. Такође, може бити од посебног значаја за истраживаче и стручњаке који ће за сопствене, односно за потребе својих предузећа, сличне методологије примењивати на осталим машинским системима. У том смислу, дефинисање новог индикатора оштећења стаза котрљања котрљајних лежаја је од велике користи и у практичним апликацијама.

1.5 Садржај истраживања

Докторска дисертација садржи осам поглавља, резиме на српском и енглеском језику, садржај, прилоге, кратку биографију аутора и неопходне изјаве о ауторству.

У првом поглављу дисертације приказана су уводна разматрања о теми дисертације. Дефинисани су предмет и циљеви истраживања, постављене су основне научне хипотезе и истакнут очекивани научни допринос истраживања уз могућност практичне примене очекиваних резултата. Осим тога, указано је на значај тачне процене радног века котрљајног лежаја, у циљу избегавања непланираних застоја система. У наставку је дат преглед по поглављима дисертације са кратким освртом на садржај сваког појединачног поглавља.

Друго поглавље дисертације – *Теоријске основе котрљајних лежаја* садржи кратак хронолошки преглед развоја лежаја. Извршена је класификација лежаја према правцу деловања силе, облику котрљајних тела и др. и описана геометрија котрљајног лежаја. У наставку поглавља, дати су обрасци за израчунавање контактних напона и деформација на основу *Hertz*-ове теорије контактних напрезања и расподела оптерећења на котрљајна тела, као важни параметри понашања котрљајних лежаја. Као главни показатељи динамичког понашања котрљајних лежаја детаљно су описани карактеристике вибрација – амплитуда и фреквенција.

У оквиру трећег поглавља – *Преглед и анализа стања у предметној научној области* извршена је детаљна анализа стања истраживања у области динамичког понашања котрљајних лежаја. У овом поглављу приказана је литература која се односи на проучавање утицаја најважнијих конструкционих параметара котрљајних лежаја, као што су број котрљајних тела, радијални зазор, контактни напони и деформације, геометријске несавршености, неравномерност расподеле оптерећења, на њихово динамичко понашање и генерисање структурних вибрација. Поред тога, посебна пажња је посвећена проучавању утицаја различитих видова оштећења лежаја на његово динамичко понашање.

Кроз приказ коришћене литературе у овом поглављу је истакнута важност нумеричких и експерименталних метода у погледу анализе динамичког понашања и генерисања структурних вибрација лежаја.

Како оштећења на стазама котрљања котрљајних лежаја изазивају повећање нивоа вибрација, у четвртном поглављу – *Анализа утицаја оштећења на радне карактеристике и динамичко понашање котрљајних лежаја*, наведени су узроци појаве оштећења, као што су: неадекватно подмазивање, преоптерећење, неадекватна радна средина, прегревање и др. Такође, на основу доступне литературе дефинисан је фактор оштећења као однос апсолутне вредности максималне амплитуде вибрација котрљајног лежаја са оштећењем и апсолутне вредности амплитуде вибрација лежаја без оштећења.

У петом поглављу – *Примена методе коначних елемената (МКЕ) за одређивање радних карактеристика кугличних котрљајних лежаја*, приказан је поступак нумеричког решавања једначина математичког модела котрљајног лежаја, спроведен у софтверском програму *Ansys APDL*. У оквиру поступка нумеричког моделирања развијен је геометријски модел лежаја 6206. Као улазни параметри за нумерички прорачун дефинисане су карактеристике материјала и контактних елемената. Модел је постављен тако да се спољашње оптерећење задаје у радијалном правцу, у координатном почетку глобалног координатног система модела лежаја и варира у распону од 500 – 7000 [N]. За потребе валидације добијених нумеричких резултата за равански модел коришћени су резултати експерименталних испитивања доступних из литературе [6], при чему је добијено задовољавајуће слагање.

Након тога, поступак нумеричких симулација је поновљен и за два просторна модела – један модел лежаја са оштећењем у облику жлеба и други са оштећењем у облику конуса на унутрашњој стази котрљања.

На основу нумеричке симулације добијена је зависност напонског стања од оптерећења лежаја са различитим обликом и величином оштећења на унутрашњој стази котрљања, која је такође приказана у овом поглављу. Под дејством спољашњег оптерећења услед еластичних деформација спрегнутих делова лежаја, долази до померања осе једног прстена у односу на други за одређену вредност (у радијалном правцу). У овом поглављу дат је преглед резултата добијених МКЕ за померање у правцу у-осе за задато спољашње оптерећење и преглед еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$. На основу добијених нумеричких резултата израчунат је фактор оштећења за оптерећење од 500 – 7000 [N].

У шестом поглављу – *Експериментална испитивања*, приказан је поступак експерименталног испитивања извршеног на пробном столу за анализу динамичког понашања котрљајног лежаја. Такође, детаљно је описана лабораторијска инсталација и мерна опрема. Испитивани су куглични котрљајни лежаји са радијални додиром 6206, са оштећењима у облику конуса различитих величина на унутрашњој стази котрљања. Након тога, приказани су добијени резултати експерименталних испитивања. Описани су трендови промене посматраних величина и дата објашњења за одговарајуће промене карактеристика котрљајних лежаја. На основу експерименталних резултата добијен је фактор оштећења за различите интензитете оптерећења.

У овом поглављу извршено је и поређење резултата мерења добијених сопственим експерименталним истраживањем на пробном столу за динамичко испитивање котрљајних лежаја и резултата добијених нумеричким прорачуном. Анализом и дискусијом добијених резултата показан је задовољавајући степен корелације у погледу карактера промене напонског и деформационог стања.

У седмом поглављу – *Методологија за анализу вибрација кугличног котрљајног лежаја* дефинисан је математички модел динамичког понашања котрљајног лежаја без оштећења и са оштећењем на стази котрљања. Циљ развоја оваквог модела је успостављање корелације између улазних и излазних параметара радне способности котрљајних лежаја. Добијен је и тренд промене коефицијента нелинеарности услед оштећења q посматраног лежаја 6206 у зависности од спољашњег оптерећења и димензија оштећења.

У осмом поглављу докторске дисертације – *Закључна разматрања*, представљени су закључци истраживања са критичким освртом на остварене резултате спроведених експерименталних испитивања и нумеричких симулација. Истакнут је научни допринос дисертације, као и практични значај добијених резултата са могућностима њихове практичне примене. Предложени су и могући правци даљих истраживања у предметној области.

2 Теоријске основе котрљајних лежаја

2.1. Историјски преглед развоја и употребе котрљајних лежаја

Развој котрљајних лежаја везује се за сам почетак развоја људске цивилизације. Сазнање да је за померање терета потребна мања снага уколико се померање обавља котрљањем, а не клизањем тела по подлози веома је олакшало човеков свакодневни живот и рад. Данас су котрљајни лежаји стандардизовани машински елементи са широком применом у машинству. Користе се у индустрији моторних возила, авио индустрији, машиноградњи, индустрији пољопривредних машина, малим кућним уређајима. Готово да не постоји машина која не садржи један или више котрљајних лежаја. Њихово исправно функционисање често је од пресудне важности за поуздан рад и век трајања машине у коју су уграђени.

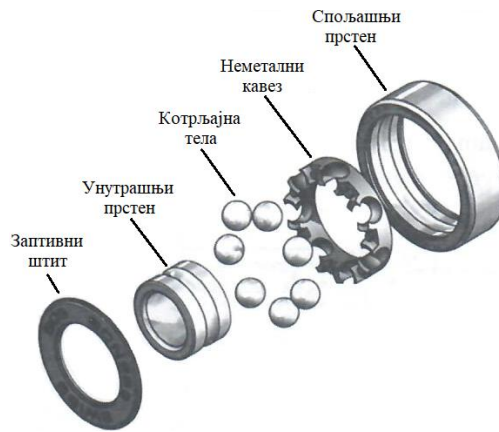
Котрљајни лежаји се производе у специјализованим фабрикама, а испоручују склопљени и спремни за уградњу. Најпознатији светски произвођачи лежаја су SKF у Шведској, ЗКЛ у Чешкој, ИНА и ФАГ у Немачкој, ТИМКЕН у САД и др. На нашем тржишту котрљајне лежаје производи ФКЛ – Фабрика котрљајних лежаја из Темерина [7].

2.2. Подела и геометрија котрљајних лежаја

Котрљајни лежај се најчешће састоји од спољашњег и унутрашњег прстена, кавеза и котрљајних тела – слика 1 и 2. Његова геометрија је веома сложена и прописана одговарајућим међународним и националним стандардима. Поред тога, прописани су и материјал, квалитет радних површина, начин контроле и услови уградње лежаја [7]. Котрљајна тела су равномерно распоређена по обиму лежаја између стаза котрљања унутрашњег и спољашњег прстена. Кавез има задатак да обезбеди њихово стално међусобно растојање и спречи међусобно додиривање. У циљу смањења хабања додирних површина на месту контакта котрљајних тела са осталим деловима лежаја се убацују средства за подмазивање. Заптивање, односно спречавање истицања мазива из лежаја остварује се коришћењем заптивних прстенова, који се постављају са једне или са обе стране лежаја.



Слика 1 SKF лежај 6206 [8]



Слика 2 Делови кугличног котрљајног лежаја [7]

У зависности од облика котрљајних тела, разликују се куглични и ваљчани котрљајни лежаји.

2.3. Динамичко понашање кугличних котрљајних лежаја

Најважнији параметри који утичу на динамичко понашање котрљајних лежаја су: расподела оптерећења на котрљајна тела, величина контактних напона и деформација, промена угла контакта, зазори или преклопи, ниво вибрација и сл. [5]. Да би се на прави начин анализирано динамичко понашање лежаја, неопходно је добро познавање ових параметара. Сходно томе, у наставку ће бити дефинисани параметри као што су расподела оптерећења, напони и деформације у контакту котрљајних тела са стазама котрљања.

Услед дејства спољашњег радијалног оптерећења на склоп лежаја, оптерећење се преноси преко котрљајних тела са једног прстена на други. Међутим, у преношењу оптерећења са вратила на кућиште не учествују подједнако сва котрљајна тела. То се директно одражава на неравномерност расподеле оптерећења на котрљајна тела.

Најважнији фактори који утичу на расподелу оптерећења на котрљајна тела лежаја су: еластичне деформације спрегнутих делова лежаја, број котрљајних тела, тачност њихових димензија, облика и положаја, унутрашњи радијални зазор и интензитет спољашњег оптерећења [9–11].

2.3.1. Контактни напони и деформације на додирним површинама котрљајних тела и прстенова кугличног котрљајног лежаја

Велики број аутора бави се анализом контактних напона и деформација на бази *Hertz*-ове теорије контактних напрезања. Ова теорија заснива се на зависности између геометрије контактних површина и релативног померања елемената лежаја.

Митровић [12] је у свом магистарском раду извршио анализу расподеле спољашњег радијалног оптерећења на котрљајна тела у функцији еластичних деформација спрегнутих делова лежаја и унутрашњег радијалног зазора, односно преклопа, на радној температури. Такође, дао је основне изразе за одређивање нормалних и тангентних напона и еластичних деформација кугличног котрљајног лежаја. Такође, дефинисао је параметре расподеле оптерећења на котрљајна тела и дао пример њиховог прорачуна за котрљајни куглични лежај 6306.

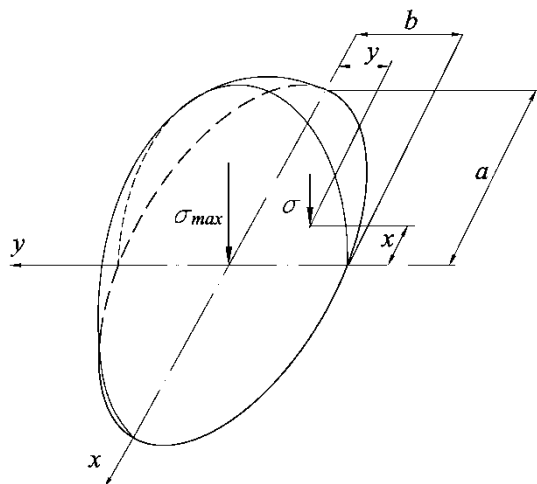
Као што је већ напоменуто, контактни напони и деформације на додирним површинама котрљајних тела и прстенова котрљајног лежаја одређују се према *Hertz*-овој теорији. Да би

се *Hertz*-ова теорија могла успешно применити на прорачун контактних напона и деформација, уведене су одређене претпоставке и поједностављења [9]:

- материјали делова у контакту су хомогени и изотропни и идеално еластични,
- површине делова у зони контакта имају континуални геометријски облик и идеално су глатке,
- оптерећење делова у додиру има правац заједничке нормале у тачки контакта,
- контактна површина је мала у односу на контурне површине делова у додиру,
- оптерећење које делује на делове у додиру изазива у области контакта само еластичне деформације.

Према *Hertz*-овој теорији, контакт између котрљајних тела и прстенова у неоптерећеном стању остварује се у тачки (куглични лежаји) или по линији (ваљчани лежаји). Под спољашњим оптерећењем, око тачке додира (или линије) формира се контактна површина, која у општем случају има облик елипсе, односно правоугаоника. Облик и величина елипсе зависе од интензитета спољашњег оптерећења, еластичних особина материјала спрегнутих делова и радијуса кривина површина делова у контакту [9, 12].

У случају елиптичне контактне површине просторни дијаграм напона дат је на слици 3.



Слика 3 Просторни дијаграм контактнoг напона лежаја [13]

Према дијаграму, расподела притиска на елиптичној контактнoј површини p , за првобитни додир у тачки, одређена је изразом [7]:

$$p = \sigma_H \left(1 - \left(\frac{x_1}{a} \right)^2 - \left(\frac{y_1}{b} \right)^2 \right) \quad (1)$$

где су:

σ_H – контактни напон (притисак) у центру контактне површине,

a, b – велика и мала полуоса елипсе,

x_1, y_1 – координате произвољне тачке на елиптичној контактнoј површини.

Велика и мала полуоса елипсе одређене су изразима:

$$a = n_a \sqrt[3]{\frac{3F_i}{\sum_{ij} \rho_{ij} E_{red}}} \quad (2)$$

$$b = n_b \sqrt[3]{\frac{3F_i}{\sum_{ij} \rho_{ij} E_{red}}} \quad (3)$$

где су:

F_i – сила која делује на посматрану i -то котрљајно тело,

E_{red} – редуковани модул еластичности,

$\sum_{ij} \rho_{ij}$ – збир главних кривина делова у додиру у почетној тачки додира,

n_a, n_b – функције елиптических интеграла.

Контактни напон у центру контактне површине σ_H према закону промене (елипсоид) дефинисан је изразом [10]:

$$\sigma_H = \frac{3}{2} \frac{F_i}{\pi ab} \quad (4)$$

Заменом израза за велику и малу полуосу елипсе, добија се:

$$\sigma_H = \frac{1,5}{\pi n_a n_b} \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3} E_{red} \sum_{ij} \rho_{ij}\right)^2} F_i \quad (5)$$

Односно, увођењем променљиве K :

$$\sigma_H = K F_i^{\frac{1}{3}} \quad (6)$$

где је:

$$K = \frac{1,5}{\pi n_a n_b} \sqrt[3]{\left(\frac{1}{3} E_{red} \sum_{ij} \rho_{ij}\right)^2}$$

Контактна деформација спрегнутих делова у почетној тачки додира подразумева померање једног прстена у односу на други под дејством спољашњег оптерећења. Она одговара смањењу растојања двеју тачака делова у додиру и за i -то котрљајно тело добија се из израза:

$$\delta = \frac{3}{2} \left(\frac{2K}{n_a}\right)^3 \sqrt[3]{\frac{1}{3} \left(\frac{F_i}{E_{red}}\right)^2 \sum_{ij} \rho_{ij}} \quad (7)$$

2.3.2. Распдела оптерећења на котрљајна тела кугличног котрљајног лежаја

Поред анализе контактних напона и деформација кугличних котрљајних лежаја, Митровић [12] се бавио и утицајем унутрашњег радијалног зазора котрљајног лежаја на расподелу оптерећења на котрљајна тела. У том смислу увео је претпоставке да правац

деловања спољашњег оптерећења пролази кроз центар једног од котрљајних тела, а угао између котрљајних тела у неоптерећеном стању је исти.

Спољашње радијално оптерећење се преноси са једног прстена на други преко котрљајних тела која се налазе у зони оптерећења, која зависи од унутрашње конструкције лежаја, оптерећења и величине зазора, односно, преклопа [12].

Угао зоне оптерећења подразумева угао између радијуса који одговарају крајњим тачкама зоне оптерећења, а због симетрије се означава као $2\psi_0$. Код радијално оптерећеног котрљајног лежаја са нултим радијалним зазором овај угао има максималну вредност која износи 180° . У случају постојања радијалног зазора угао зоне оптерећења се сужава и има вредност мању од 180° и зависи од интензитета радијалног оптерећења и величине унутрашњег радијалног зазора.

Параметар зоне оптерећења ε представља однос укупне контактне деформације спрегнутих делова у почетној тачки додира на месту најоптерећенијег котрљајног тела и двоструке вредности укупног померања оса прстенова под дејством спољашњег радијалног оптерећења и зазора, односно преклопа [12]:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{\delta_0}{w} \quad (8)$$

где су:

δ_0 – укупна контактна деформација спрегнутих делова у почетној тачки додира на месту најоптерећенијег котрљајног тела,

w – укупно померање оса прстенова под дејством спољашњег радијалног оптерећења и зазора, односно преклопа.

У случају лежаја са нултим радијалним зазором, параметар зоне оптерећења има максималну вредност која износи 0,5.

На основу анализе карактеристика расподеле оптерећења може се закључити да се са повећањем угла зоне оптерећења повећава и вредност параметра зоне оптерећења и при максималној зони оптерећења од 180° има вредност 0,5 [9].

2.3.3. Расподела оптерећења на котрљајна тела лежаја са нултим радијалним зазором

Расподела спољашњег радијалног оптерећења на котрљајна тела лежаја услед дејства спољашњег радијалног оптерећења је неравномерна и зависи од величине радијалног зазора, конструкције лежаја, интензитета оптерећења и др. У случају нултог зазора у неоптерећеном стању остварује се истовремено додиривање свих котрљајних тела са стазама котрљања оба прстена по целом обиму лежаја. У преношењу оптерећења учествују сва котрљајна тела испод меридијанске равни лежаја. Котрљајно тело које се налази у правцу деловања спољашњег радијалног оптерећења носи највећи део оптерећења, док најмањи удео оптерећења носе котрљајна тела непосредно испод меридијанске равни лежаја. Угао који обухвата зону оптерећења је већи, а самим тим и расподела оптерећења равномернија у случају лежаја са нултим унутрашњим радијалним зазором. Максимална зона оптерећења лежаја је $2\psi_0 = 180^\circ$.

Под дејством спољашњег оптерећења, услед еластичних деформација спрегнутих делова лежаја на местима додира долази до померања једног прстена у односу на други за вредност δ_r која представља контактну деформацију спрегнутих делова лежаја.

Веза између контактних деформација и оптерећења за случај додира у тачки дата је изразом [12]:

$$\delta_i = C_F F_i^{2/3} \quad (9)$$

где је:

δ_i – укупна контактна деформација спрегнутих делова у почетној тачки додира на месту i -тог котрљајног тела,

C_F – константа која зависи од унутрашње геометрије лежаја, модула еластичности и Поасоновог коефицијента делова лежаја,

при чему је према слици 4:

$$\delta_i = \delta_0 \cos i\gamma \quad (10)$$

где је:

γ – угао између котрљајних тела у неоптерећеном стању.

Из овог израза добија се оптерећење за i -то котрљајно тело:

$$F_i = \left(\frac{1}{C_F} \right)^{3/2} \delta_i^{3/2} = C_\delta \delta_i^{3/2} \quad (11)$$

а оптерећење на најоптерећеније котрљајно тело:

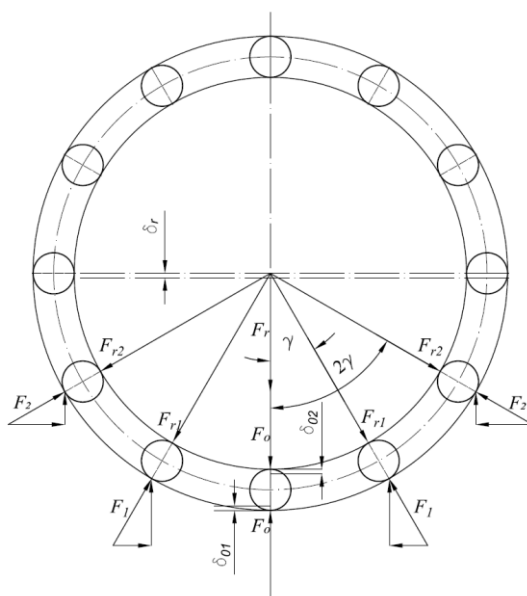
$$F_0 = C_\delta \delta_0^{3/2} \quad (12)$$

при чему је:

$$\delta_0 = \delta_{01} + \delta_{02} \quad (13)$$

где су:

δ_{01} , δ_{02} – контактне деформације котрљајних тела и спољашњег, односно унутрашњег прстена у почетној тачки додира.



Слика 4 Расподела оптерећења на котрљајна тела лежаја са нултим зазором [12]

Одређивањем оптерећења које преносе појединачна котрљајна тела, у потпуности је дефинисана расподела спољашњег оптерећења на котрљајна тела посматраног лежаја, односно степен ангажованости појединих котрљајних тела у преношењу оптерећења између прстенова у релативном кретању или мировању [10].

Дељењем једначина (11) и (12)

$$\frac{F_i}{F_0} = \left(\frac{\delta_i}{\delta_0} \right)^{\frac{3}{2}} \quad (14)$$

добија се израз који представља везу између оптерећења за произвољно и најоптерећеније котрљајно тело:

$$F_i = F_0 \cos^{3/2} i\gamma \quad (15)$$

Повећањем угла између котрљајних тела у неоптерећеном стању γ , вредност силе F_i се смањује, док се оптерећење које преноси најоптерећеније котрљајно тело F_0 повећава, па је тако расподела оптерећења на котрљајна тела неповољнија што је угао γ већи.

Из статичког услова равнотеже сила која делује на унутрашњи прстен лежаја следи [12]:

$$F_r = F_0 + \sum_{i=1}^n F_i \cos \gamma \quad (16)$$

из чега се добија:

$$F_0 = \frac{F_r}{1 + \sum_{i=1}^n \cos^{5/2} i\gamma} = k_1 F_r \quad (17)$$

где је:

k_1 —фактор оптерећења најоптерећенијег котрљајног тела.

Множењем и дељењем претходне једначине са z добија се [12]:

$$F_0 = k \frac{F_r}{z} \quad (18)$$

где је:

$k = k_1 z$ – фактор неравномерности расподеле оптерећења на котрљајна тела,

$\frac{F_r}{z}$ – оптерећење које би преносило једно котрљајно тело, у случају равномерне расподеле оптерећења.

Фактор неравномерности расподеле оптерећења k показује колико пута је већа сила коју преноси најоптерећеније котрљајно тело у односу на случај када би расподела била равномерна [12].

Изједначавањем израза (12) и (18) добија се веза између спољашње радијалне силе и одговарајућег радијалног померања осе лежаја:

$$F_r = \left(\frac{C_{\delta z}}{k} \right) \delta_r^{3/2} \quad (19)$$

Диференцирањем ове једначине по деформацији, следи [10]:

$$\frac{dF_r}{d\delta_r} = \frac{3}{2} \left(\frac{C_{\delta z}}{k} \right) \delta_r^{1/2} \quad (20)$$

односно, добија се израз за радијалну крутост кугличних једноредних лежаја са радијалним додиром у зависности од геометрије, материјала спрегнутих делова лежаја и расподеле спољашњег оптерећења [14]:

$$c_r = \frac{dF_r}{d\delta_r} = \frac{3}{2} \left(\frac{C_{\delta z}}{k} \right)^{2/3} F_r^{1/3} \quad (21)$$

Један од главних узрока за периодичну промену крутости лежаја је периодична промена интензитета и правца контактних сила и контактних деформација између котрљајних тела и стаза котрљања, што се сматра **главним узрочницима** појаве вибрација.

Деформација радијалног кугличног лежаја је функција карактеристике материјала лежаја, геометрије, димензија контактних елемената (унутрашњег прстена, спољашњег прстена и котрљајних тела), интензитета и карактеристика спољашњег оптерећења, броја котрљајних тела у контакту, радне температуре итд [15–19]. То је врло важан параметар, који директно одређује све остале параметре кугличног котрљајног лежаја са радијалним додиром.

Укупна деформација у тачки контакта котрљајног тела и прстена лежаја, према *Hertz*-овој теорији еластичног контакта, добија се према једначини:

$$\delta_1 = \left(\frac{F_1}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (22)$$

где је:

F_1 – нормално оптерећење котрљајног тела,

K – ефективни коефицијент крутости услед *Hertz*-овог контактног ефекта,

n – експонент који зависи од типа лежаја (3/2 за кугличне, тј. 10/9 за ваљчане лежаје).

Крутост машинских елемената се дефинише као способност супротстављања еластичним деформацијама под дејством спољашњег оптерећења. Код котрљајног лежаја се може изразити односом промене вредности спољашњег оптерећења и јединичног релативног померања прстенова лежаја услед контактних деформација у правцу дејства спољашњег оптерећења.

Ефективни коефицијент крутости се такође прорачунава применом релација *Hertz*-ове теорије за еластичне контактне деформације, према једначини [12]:

$$K = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_i^{1/n}} + \frac{1}{K_0^{1/n}} \right)^n} \quad (23)$$

где је:

K_i – коефицијент крутости за контакт котрљајног тела са унутрашњим прстеном лежаја,

K_0 – коефицијент крутости за контакт котрљајног тела са спољашњим прстеном лежаја.

Односно, за случај кугличног лежаја код кога је $n=3/2$, биће:

$$K = \frac{1}{\left(\frac{1}{K_i^{2/3}} + \frac{1}{K_0^{2/3}} \right)^{3/2}} \quad (24)$$

2.4. Параметри динамичког понашања кугличних котрљајних лежаја-амплитуда вибрација и фреквенција котрљајних лежаја

Иако је радни век лежаја прорачунат, постоји велика могућност да превремено откаже током експлоатације. Из тог разлога је праћење стања котрљајних лежаја од посебне важности за континуиран и продуктиван рад лежаја и целокупног постројења у које је уграђен. Праћење стања лежаја представља поуздан начин за одређивање тренутка када ће доћи до отказа лежаја, што се може искористити за избегавање скувих и непланираних застоја читавог постројења. Постоје различите методе за праћење стања котрљајних лежаја у експлоатацији, од којих је најчешће коришћена метода испитивања вибрација.

Промене у раду лежаја, узроковане оштећењем делова лежаја или неадекватним радним условима, доводе до појаве поремећајних (побудних) сила у лежају. Како сваки узрок поремећајних сила који се јавља код котрљајних лежаја генерише вибрације одређеног интензитета и облика, мерење и анализа вибрација се сматра важним дијагностичким параметром. У општем случају, вибрације представљају одзив механичког система на побудну силу која на њега делује. Карактеристични параметри које се користе за мерење и описивање вибрација су амплитуда и фреквенција [6].

Амплитуда вибрација и представља показатељ интензитета промене поремећајних величина. Основне величине које се користе за мерење амплитуде вибрације су: померање [μm], брзина [mm/s] и убрзање [mm/s^2].

Фреквенција означава брзину понављања вибрација у јединици времена. Мерна јединица у међународном SI систему је Hertz [Hz], који се изражава као реципрочна вредност секунде [$1/\text{s}$] [20].

Током рада лежаја, сваки пут када котрљајно тело пређе преко оштећеног места на стази котрљања формира се ударни импулс, који доводи до повећања нивоа вибрација у лежају. Вибрације се даље преносе на целокупно постројење. Специфична фреквенција отказа је у ствари брзина којом котрљајна тела прелазе преко оштећеног места на радним површинама лежаја [6].

Како сваки од делова лежаја генерише вибрације сопствене фреквенције, разликују се специфична фреквенција вибрација спољашњег прстена f_o , унутрашњег прстена f_i , кавеза f_c и котрљајних тела f_b . Исправни лежаји генеришу вибрације на описаним фреквенцијама са веома малим амплитудама. Са појавом оштећења делова лежаја амплитуде значајно расту.

Аналитички изрази за израчунавање специфичних фреквенција делова лежаја су [6]:

1. Специфична фреквенција вибрација спољашњег прстена:

$$f_o = \frac{z}{2} \omega \left(1 - \frac{d_b}{d_c} \cos \alpha \right) \quad (25)$$

2. Специфична фреквенција вибрација унутрашњег прстена:

$$f_i = \frac{z}{2} \omega \left(1 + \frac{d_b}{d_c} \cos \alpha \right) \quad (26)$$

3. Специфична фреквенција вибрација котрљајних тела:

$$f_b = \frac{d_c}{2d_b} \omega \left(1 - \frac{d_b^2}{d_c^2} \cos^2 \alpha \right) \quad (27)$$

4. Специфична фреквенција вибрација кавеза:

$$f_c = \frac{\omega}{2} \left(1 - \frac{d_b}{d_c} \cos \alpha \right) \quad (28)$$

где је:

z – број котрљајних тела,

ω – угаона брзина ротора,

d_b – пречник котрљајних тела,

d_c – подеони пречник лежаја,

α – угао контакта.

Наведени изрази важе за случај када је спољашњи прстен фиксиран, а унутрашњи покретан, што је најчешћи случај у пракси.

2.5. Методе анализе вибрација

Добијен вибрациони сигнал може бити приказан у функцији времена или у функцији фреквенција, односно у временском или фреквентном опсегу. Ради што боље анализе вибрација често је потребно сагледати вибрације у оба опсега.

2.5.1 Анализа вибрација у временском домену

У анализи вибрација у временском опсегу дефинишу се различите карактеристике: ефективна вредност RMS (root mean square), вршна вредност (peak), вредност од врха до врха (peak-peak), фактор пораста (crest factor), kurtosis, средња вредност (average) и други. У најчешће коришћене параметре у праћењу стања лежаја спадају RMS и Crest faktor. Мерење ефективне вредности вибрација RMS сматра се најједноставнијим приступом у временском домену и добрим показатељем нивоа вибрација машине. Crest faktor реагује на појаву импулса високих амплитуда, који су најчешће генерисани оштећењем лежаја, па његово коришћење пружа могућност ране детекције оштећења [6].

Наведени параметри могу да укажу на оштећење лежаја, али не могу да укажу и на локацију и узрок настанка самог оштећења, што их чини мање ефикасним и коришћеним у праћењу стања лежаја.

2.5.2 Анализа вибрација у фреквентном домену

Анализа вибрација у фреквентном опсегу се заснива на одређивању типичних фреквенција које емитује оштећени лежај. Фреквентна анализа подразумева претварање сигнала вибрација из временског домена у дискретне фреквенцијске компоненте користећи брзу Фуријеову трансформацију. Као резултат добија се амплитуда вибрација у функцији фреквенције. Вибрације одређених фреквенција лежаји генеришу и када су потпуно исправни, али су такве вибрације врло мале амплитуде. Са појавом оштећења, амплитуде вибрација лежаја знатно расту.

Анализом спектра вибрација, на једноставан начин се могу идентификовати, лоцирати и издвојити компоненте сигнала од посебног интереса за дијагностику стања лежаја, што ову методу чини једном од популарнијих и ефикаснијих средстава за надзор рада лежаја.

3 Преглед и анализа стања у предметној научној области

Напредак у процесу дијагностике стања котрљајног лежаја је директно повезан са потпуним сагледавањем и разумевањем његовог динамичког понашања. Чињеница је да је и поред великог броја публикованих радова у области детекције и дијагностификовања стања котрљајних лежаја, објављених у последњих пар деценија, велики број проблема у вези изненадног и непланираног отказа лежаја још увек неразјашњен, што наглашава потребу за даљим истраживањима.

С обзиром на актуелност истраживања у области динамичког понашања котрљајних лежаја, последњих година је у свету публикован велики број радова, студија и монографија које се баве изучавањем ове проблематике.

Динамичко понашање представља једну од најважнијих радних карактеристика котрљајних лежаја и веома добро осликава скоро све карактеристике конструкције, израде, монтаже и експлоатације котрљајних лежаја и као такво представља најрелевантнији показатељ општег стања радне способности лежаја [6]. Због тога се проблематици истраживања динамичког понашања котрљајног лежаја придаје огроман значај.

За опис динамичког понашања котрљајних лежаја користе се линеарни и нелинеарни математички модели. Нелинеарни модели приказани у литератури [21–27] свде се на системе са мањим бројем степени слободе да би примена одговарајућих нумеричких метода за решавање нелинеарног проблема била уопште могућа.

За потпуније разумевање проблематике динамичког понашања котрљајних лежаја неопходно је познавати основне елементе теорије котрљајних лежаја.

И поред великог броја публикованих радова, многи истраживачи у свету књигу *Rolling Bearing Analysis* сматрају основном литературом у области котрљајних лежајева. У овој публикацији *Harris T.A* и *Kotzalas* [28] дали су широк теоријски преглед проблематике котрљајних лежаја. Публикација се састоји из два дела. У првом делу аутори дају основне подлоге у области примене, конструкције и особина котрљајних лежаја. Други део књиге бави се применом лежаја у екстремним радним условима, лежајима оптерећеним изразитим динамичким и сложеним оптерећењем.

Велики број аутора се бавио проблемима истраживања динамичког понашања котрљајних лежаја, у циљу смањења буке и вибрација, повећања крутости, радног века, развоја метода за дијагностику и надзор лежаја. При томе, веома је значајно идентификовати карактеристике котрљајних лежаја, од којих зависи носивост и стабилност система чији су лежаји део.

3.1 Утицај радијалног зазора на динамичко понашање котрљајних лежаја

Радијални зазор је једна од најзначајнијих геометријских карактеристика котрљајног лежаја. Дефинише се као величина могућег померања једног прстена котрљајног лежаја у односу на други – нормално на осу проврта лежаја [29]. Зазор, који настаје у лежају ради компензације деформација током уградње и експлоатације, један је од основних узрока појаве вибрација код лежаја и генерисања њиховог нелинеарног динамичког понашања. Оштећења котрљајних лежаја доводе до разарања стаза котрљања чиме се мења геометрија лежаја, што изазива промену радијалног зазора. Промена радијалног зазора утиче на повећање нивоа вибрација лежаја. Зато је проучавање утицаја зазора на нелинеарно динамичко понашање котрљајних лежаја у фокусу научних истраживања [30–32]. У свом експерименталном раду, *Gustafsson* и др. [33] су указали на значај зазора на генерисање вибрација котрљајних лежаја. *Yamamoto* [34] је приказао аналитички модел за истраживање вибрација ротора који је улежиштен котрљајним лежајима са радијалним зазором.

Changqing u Qingyu [30] представили су општи динамички модел за испитивање динамичких карактеристика система ротора, улежиштеног кугличним котрљајним лежајима, под утицајем унутрашњег зазора и таласавости спољашње стазе котрљања. Математички модел који су развили обухвата утицаје центрифугалне силе куглице и жироскопског момента. Затим је модел искоришћен за испитивање утицаја зазора, таласавости, преднапрезања и радијалних сила на нелинеарну стабилност и вибрације система ротора при великим брзинама. Показано је да зазор, аксијално преднапрезање и радијална сила имају огроман утицај на стабилност система, а да је утицај таласавости спољашње стазе котрљања на брзину кавеза далеко значајнији од утицаја таласавости унутрашње стазе и куглица. Осим тога, максимална брзина кавез опада са повећањем аксијалног преднапрезања и зазора.

Tiwari u др. [35, 36] су у својим радовима истраживали утицај унутрашњег зазора на нелинеарно понашање флексибилног и крутог ротора улежиштеног котрљајним лежајима. *De Mul u др.* [37] су представили модел са 5 степени слободe за прорачун расподеле оптерећења котрљајних лежаја, при чему су узети у обзир зазор и центрифугалне силе.

Villa u др. [22] приказују нелинеарну динамичку анализу флексибилног ротора, који је неуравнотежен и улежиштен кугличним лежајима. Аутори моделирају котрљајне елементе лежаја са два степена слободe, узимајући у обзир *Hertz*-ову нелинераност услед контактних елемената.

Zmarzły [38] је истраживао утицаја радијалног унутрашњег зазора котрљајних кугличних лежаја 6304 на ниво вибрација. Експериментално истраживање састојало се од мерења унутрашњег радијалног зазора и нивоа вибрација. Вибрације су анализирани у три основна опсега фреквенција: ниски (50-300 [Hz]), средњи (300-1800 [Hz]) и високи (1800–10 000 [Hz]). Резултати истраживања показали су да повећање вредности радијалног зазора утиче на ниво вибрација који се генерише у котрљајним лежајима. Највећи утицај пораста вибрација забележен је у средњем опсегу фреквенција вибрација.

Yakout u др [39] су извршили експериментално испитивање утицаја унутрашњег радијалног зазора на пригушење и ниво вибрација.

Проблематиком утицаја конструкције лежаја на динамичко понашање котрљајних лежаја су се бавили и домаћи аутори [6, 40]. *Митровић* [12] се бавио променом радијалног зазора у котрљајном лежају и закључио да се величина радног радијалног зазора у лежају разликује од фабрикационог, са којим се лежај испоручује. До промене унутрашњег зазора долази услед монтаже лежаја, различитих температурних дилатација спољашњег и унутрашњег прстена и контактних деформација услед дејства оптерећења. Поред тога, он даје и обрасце за прорачун промене радијалног зазора при уградњи лежаја и услед температурних дилатација, као и зависности величине унутрашњег радијалног зазора од положаја комплета куглица, контактних деформација елемената лежаја и грешака геометрије стаза котрљајних прстенова.

Томовић [6] је указао на значај утицаја конструкције лежаја на основне параметре динамичког понашања – амплитуду и фреквенцију вибрација. Извршио је детаљну параметарску анализу утицаја унутрашњег радијалног зазора и укупног броја котрљајних тела на стање и динамичко понашање лежаја, где је посебна пажња посвећена утицају спољашњег оптерећења на генерисање вибрација. Исти аутор у раду, [41], показао је да се у зависности од комбинације нивоа спољног радијалног оптерећења и величине унутрашњег радијалног зазора мења број котрљајних тела који учествују у расподели оптерећења у лежају, што утиче на ниво вибрација котрљајног лежаја. Закључио је да је одговарајућом комбинацијом спољашњег радијалног оптерећења и унутрашњег радијалног зазора могуће пројектовати ниво вибрација котрљајног лежаја и смањити их на минималну вредност.

3.2 Утицај таласавости стаза котрљања прстена лежаја на динамичко понашање котрљајних лежаја

Поред зазора, многа истраживања се баве и утицајем геометријске несавршености на динамичко понашање котрљајног лежаја и генерисање вибрација [28, 42–44]. Ту спадају грешке макроеometriје стаза котрљања и котрљајних тела (одступања од кружности, несферичност, таласавост, разлика у пречницима и сл.) и микронеравнине услед храпавости стаза котрљања, прстенова и куглица, које изазивају пробијање слоја мазива при еластодинамичком подмазивању.

Wardle u Poon [42] истакли су огроман утицај таласавости на генерисање буке и вибрација лежаја. *Jang и Jeong* [43] су развили модел са пет степени слободе за испитивање утицаја таласавости на вибрације лежаја, узимајући у обзир и утицај центрифугалне силе и жirosкопског момента на куглице.

Исти аутори у раду [45] предлажу аналитички модел за одређивање вибрација услед таласавости куглица лежаја. Таласавост котрљајног елемента је приказана као синусоидна функција. За прорачун еластичних деформација и нелинеарних сила контакта примењена је *Hertz* – ова теорија контакта. Они такође разматрају и утицај центрифугалне силе и жirosкопског момента на куглице.

Choudhury u Tandon [46] представљају теоријски модел за одређивање нивоа вибрација, разматрајући утицај таласавости на стазама котрљања.

Aktuuk [47] је истраживао утицај таласавости котрљајних лежаја на вибрације вратила. У ту сврху развио је динамички модел са 3 степена слободе за симулацију радијалних и аксијалних вибрација крутог вратила улежиштеног котрљајним лежајима.

Harsha u Kankar [48] развијају аналитички модел са два степена слободе за истраживање утицаја таласавости стаза котрљања на нелинеарни одзив вибрација кугличног лежаја. За дефинисање компоненти таласавости аутори су развили рачунарски програм, који таласавост приказује као синусоидну функцију.

Adamczak u Zmarzły [49] анализирали су однос између параметара таласавости и нивоа вибрација. Таласавост стазе котрљања измерена је на стварним додирним тачкама између котрљајних тела и стазе котрљања. Вибрације лежаја су анализирани у три фреквенцијска опсега: ниском (50–300 [Hz]), средњем (300–1800 [Hz]) и високом (1800–10 000 [Hz]). Резултати испитивања су показали да повећање површинске таласавости на унутрашњим и спољашњим стазама котрљања доводи до повећања нивоа вибрација, посебно за средњи фреквенцијски опсег.

Alfares u др.[50] су користили аналитички модел заснован на нелинеарном динамичком систему са пет степени слободе кретања за испитивање утицаја таласавости унутрашње и спољашње стазе котрљања и котрљајних тела на вибрације лежаја. Таласавост елемената лежаја је моделирана као синусоидна функција. На основу добијених резултата, аутори су закључили да је таласавост унутрашње стазе котрљања знатно већа на генерисање вибрација, у односу на таласавост котрљајних тела и спољашње стазе котрљања.

3.3 Утицај расподеле оптерећења на котрљајна тела на крутост котрљајних лежаја

С обзиром да на лежајни склоп делују силе променљивог интензитета, правца и смера при котрљању тела по стазама котрљања, настају еластичне деформације. Због нелинеарне зависности између контактних деформација и контактних сила ове деформације не спадају у

чисто периодичне вибрације. Током рада лежаја мења се положај и број котрљајних тела у зони оптерећења, па према томе и правац и интензитет контактних сила којима котрљајна тела делују на стазе котрљања. Услед дејства ових сила на кавез, куглице не заузимају једнаке размаке што такође има утицаја на целокупно динамичко понашање лежаја и склопа у који је уграђен [5]. Услед овога јавља се периодична променљивост крутости лежајног склопа, која се сматра једним од главних механизма за генерисање вибрација код котрљајних лежаја. Дакле, један од главних узрочника за периодичну промену крутости лежаја је периодична промена интензитета и правца контактних сила и контактних деформација између котрљајних тела и прстенова лежаја.

Како је познавање коефицијената крутости и пригушења код лежаја од великог значаја за истраживање динамичког понашања котрљајног лежаја, велики број радова се бави овом пригушење код лежаја: тип лежаја, аксијално и радијално предоптерећење, радијални зазор, хрпаваост површина и у мањем обиму брзина и врста мазива.

Guo и Parker [51] развијају модел за добијање прецизних вредности крутости за различите типове и параметре котрљајних лежаја. За решавање проблема механизма контакта између котрљајних тела и стаза котрљања коришћени су површински интеграл и Метода Коначних Елемената.

Liu и др. [52] развили су нову аналитичку методу за одређивање расподеле оптерећења и крутости која узима у обзир аксијално предоптерећење и контактни угао. У раду се проучавају промене контактног угла, расподеле оптерећења и крутости изазване комбинованим оптерећењима. Резултати добијени новом методом поређени су са резултатима добијених других аналитичких метода и квази-статичких метода. Закључено је да је време прорачуна и рачунски ресурси предложене методе много мањи у односу на квази-статичку методу.

Митровић [12, 22] истражује утицај расподеле оптерећења на радне карактеристике котрљајних лежаја: радијалну крутост, статичку носивост и радни век. Он закључује да крутост лежаја у стварности није константна величина, како то прописују стандарди DIN и ISO, већ зависи од карактера и интензитета спољашњег оптерећења, еластичних својстава материјала елемента лежаја, геометрије спрегнутих делова, укупног броја котрљајних тела, унутрашњег радијалног зазора, одступања облика радних површина лежаја и других фактора.

3.4 Оштећења на стазама котрљања котрљајних лежаја

Проучавању утицаја различитих видова оштећења лежаја на радне карактеристике и динамичко понашање котрљајних лежаја се већ деценијама пружа много пажње. Оштећења проузрокују повећање унутрашњег радијалног зазора у лежају, што повећава ниво вибрација. Интензитет ових вибрација уско је повезан са димензијама оштећења, спољашњим оптерећењем, геометријом елемената лежаја и сл.

Да би се оштећења и откази лежаја свели на најмању могућу меру и тиме обезбедио неометан и континуиран рад целог постројења, праћење стања лежаја сматра се неопходним. Стално праћење стања лежаја повећава сигурност и продуктивност постројења, скраћује време застоја и осигурава континуиран рад у оптималним условима.

Иако су се проблематиком појаве оштећења на котрљајним стазама лежаја истраживачи бавили још од почетка примене котрљајних лежаја, развој рачунарске технике омогућио је да се број радова из ове области последних година значајно увећа [53–55].

Harris [28] наводи неке узроке појаве оштећења која се могу јавити у котрљајним лежајима: неадекватно подмазивање, нечистоће (прашина, влага и корозивна атмосфера), загревање лежаја, висока температура околине, лоша монтажа, преоптерећење, замор материјала).

Tandon u Choudhury [56] су развили аналитички модел за предвиђање вибрационог одзива проузрокованог локалним оштећењима котрљајних лежаја. Неколико година касније, они су представили [57] и вибродијагностичке методе за детекцију оштећења у котрљајним лежајима.

Sorapanen u Mikola [58] предложили су динамички модел котрљајних лежаја са унутрашњим зазором и локализованим оштећењем. Овај модел узима у обзир *Hertz*-ову теорију контактних деформација и еластодинамичког подмазивања. Закључено је да оштећења на спољашњем прстену изазивају знатно веће амплитуде вибрација него оштећења на унутрашњем прстену. То је управо због тога што је спољашњи прстен увек у зони оптерећења и сваки пут када котрљајно тело пређе преко оштећења појављује се ударни импулс.

Утицајем оштећења на промену крутости и расподелу оптерећења баве се и аутори *Petersen i dr.* [59]. Они приказују модел за прорачун и анализу квази-статичке расподеле оптерећења и промене крутости радијално оптерећених дворедних котрљајних лежаја са оштећењима различитих димензија и храпавости на стази котрљања. Закључују да када котрљајно тело пређе преко места оштећења, смањује се или потпуно губи његова носивост, а оптерећење се расподељује на остала оптерећена котрљајна тела. То обухвата котрљајна тела која се налазе ван оштећења тако да је тај део стазе котрљања изложен повећаном оптерећењу. Анализа промене крутости лежаја показује да у случају када су котрљајна тела позиционирана на месту оштећења, крутост опада у оптерећеном правцу, а расте у неоптерећеном.

Исти аутори у раду [60] дају аналитичку формулацију за испитивање утицаја оштећења различитих величина на расподелу оптерећења и промену крутости лежаја. Оштећења су квадратног облика и лоцирана на спољашњем прстену у зони оптерећења. Лежај је оптерећен у аксијалном и радијалном правцу, без дејства момента. Промена крутости је знатно већа код лежаја са оштећењем и рапидно расте на улазу и излазу котрљајног тела у зону оштећења. Анализом промене крутости показано је да са порастом величине оштећења средња радијална крутост опада у оптерећеном аксијалном и радијалном смеру, а расте у неоптерећеном радијалном смеру.

Iliev u Lesev [61] баве се утврђивањем општих техника за симулацију одговарајућих оштећења, при чему се специфична величина лежаја не узима у обзир. Добијене су вибрације за 4 различите величине оштећења, а ширина добијеног вибрационог сигнала јасно показује разлику између оштећења различитих величина и може се усвојити као коефицијент за утицај величине оштећења на карактеристике вибрација. Резултати, добијени таквом анализом, могу се даље користити у дијагностиковању отказа лежаја.

На побољшању процеса дијагностиковања отказа котрљајних лежаја радио је и *Malhi A.M.* [62]. Он је у оквиру свог истраживања извршио анализу вибрација котрљајних тела која прелазе преко оштећења на спољашњем прстену котрљајног лежаја користећи МКЕ software ANSYS.

Kulkarni u Wadkar [63] анализирали су утицај површинске храпавости на ниво вибрација спољашњег прстена котрљајног лежаја са радијалним додиром. Анализирана је промена амплитуде вибрација за 3 оштећења у виду различите храпавости (средња аритметичка висина неравнина износи 2,926 [μm], 4,242 [μm] и 5,013 [μm]), при учестаности обртања

од 300, 600, 900, 1200 и 1500 [min⁻¹]. При константној брзини и оптерећењу, амплитуде вибрација варирају са порастом димензија оштећења на спољашњем прстену. Закључено је да лежаји са оштећењем спољашњег прстена имају већи амплитуде вибрација при повећању учестаности обртања од 300 до 1200 [min⁻¹], док су амплитуде ниже при 1500 [min⁻¹]. Експериментални резултати су потврдили теоријски вибрациони спектар.

Leturiondo и др. [64] представили су поступак валидације развијеног модела једноредног кугличног лежаја. Експериментална испитивања извршена су на лежајима са оштећењем на спољашњој стази котрљања, као и на лежајима без оштећења. Показано је да се код физичког модела могу једноставно идентификовати карактеристичне фреквенције лежаја. Анализа експерименталних резултата је комплекснија због присуства одређених вибрација које настају од осталих компоненти инсталације. Карактеристичне фреквенције добијене моделом са експерименталним и теоријским резултатима су у задовољавајућој корелацији.

Исти аутори [65] предложили су методологију за физичко моделирање котрљајног лежаја која служи за анализу динамичког понашања различитих врста лежаја. Добијени спектар вибрација је показатељ присутности оштећења у котрљајном лежају и даје податке о врсти оштећења. У раду [65] су приказане симулације 2 врсте лежаја, кугличног лежаја REXNORD ER16K и цилиндрично ваљкастог лежаја NJ 305. Анализирано је њихово динамичко понашање и утицај оштећења у њиховим деловима. Резултати симулације се добро слажу са теоријским резултатима, експерименталним подацима и резултатима других аутора.

Shaikh и Kulkarni [66] развили су теоријски модел кугличног лежаја са 2 степена слободне кретања за предикцију вибрација и анализу фреквенцијског одзива. Анализиран је утицај брзине обртања лежаја и величине оштећења на стази котрљања на фреквенцијски одзив. Контакт између котрљајних тела и стаза котрљања посматран је као нелинеарна опруга. Контактне силе добијене су *Hertz*-овом теоријом контактних деформација. Нелинеарна диференцијална једначина другог реда је решавана уз помоћ софтвера Matlab. Показано је да повећање брзине исправног (неоштећеног) и оштећеног лежаја повећава амплитуду вибрација, али је вредност амплитуде вибрација исправног лежаја мања од амплитуде оштећеног лежаја за исти опсег брзине. Такође је показано да се са повећањем величине оштећења повећава амплитуда вибрација.

У оквиру проучавања механизма вибрација кугличних лежајева са оштећењем, *Kong и др.* [67] су предложили модел вибрација лежаја заснован на *Hertz*-овој теорији контактних напона. У предложеном моделу за решавање једначина вибрација користи се *Runge-Kutta* метод. Поред тога, изводе се експеримента испитивања вибрација лежаја са оштећењем спољашњег прстена при различитим интензитетима оптерећења. Нумерички и експериментални резултати се упоређују у временском и фреквенцијском домену и примећује се задовољавајућа подударност.

3.5 Модели динамичког понашања котрљајних лежаја

У оквиру истраживања динамичког понашања лежаја, у својој докторској тези, *Wensing* [68] је развио тродимензионални модел динамичког понашања система ротор – котрљајни лежај. Ротор, кућиште и спољашњи прстен лежаја моделирани су применом Методе коначних елемената. Крутост и пригушење, при еластохидродинамичком подмазивању контактних површина између куглица и котрљајних стаза, моделирани су поједностављеним осцилаторним моделом са пригушењем.

Nataraj u Harsha [21] разматрају математички модел нелинеарног контакта између кавеза и котрљајних тела, помоћу *Hertz*-ове теорије контакта. У свом раду [69] *Harsha* је квантификовао утицај броја котрљајних тела која преносе оптерећење на динамичко понашање котрљајних лежаја и закључио да са повећањем броја котрљајних тела долази до повећања фреквенција осциловања.

Purohit [70] се бавио истраживањем утицаја предоптерећења и броја котрљајних тела на амплитуду и фреквенцију осциловања котрљајног лежаја. Закључио је да број котрљајних тела има пресудан утицај на фреквенцију осциловања лежаја и да је предоптерећење такође веома важан параметар у динамичкој анализи котрљајног лежаја. Са повећањем броја котрљајних тела долази до повећања фреквенција осциловања лежаја.

Qin u др. [71] предлажили су нови динамички модел неисправног котрљајног лежаја (са оштећењем). Предложени модел узима у обзир не само центрифугалну силу и жироскопски момент, већ и број степени слободе кретања свих покретних делова лежаја, укључујући стазу котрљања унутрашњег прстена са пет степени слободе и котрљајна тела и кавез са 3 степена слободе кретања. За решавање нелинеарних диференцијалних једначина модела коришћена је *Runge-Kutta* метода.

Томовић [6] се бавио истраживањем динамичког понашања и стања радне способности котрљајних лежаја од којих у многоме зависи функционалност и поузданост машинског система у који је лежај уграђен. У својој докторској тези извео је нови модел за предвиђање динамичког понашања котрљајног лежаја. Основу новог модела чини једначина која описује трајекторију осциловања крутог ротора у котрљајном лежају. Амплитуда ових осцилација директно је зависна од величине релативног померања прстенова лежаја услед унутрашњег радијалног зазора и контактних деформација услед спољашњег оптерећења, на додирним површинама између котрљајних тела и прстенова лежаја.

Изнети преглед истраживања у подручју праћења понашања оштећених котрљајних лежаја, показује да су до сада урађена значајна истраживања на овом подручју. Међутим, ова истраживања подразумевају претпоставке које указују потребу за даљим истраживањима у вези одређивања основних карактеристика лежаја и дефинисања њиховог утицаја на носивост и динамичко понашање котрљајних лежаја. Пре свега, ово се односи на коришћење *Hertz*-ове теорије контактних деформација, која није универзално применљива на делове машинских склопова сложене геометрије, а која се у новијим радовима прихвата као универзална теорија. Прорачун контактних деформација и напрезања итеративним поступком у условима реалне геометрије и оптерећења, је једини прихватљив принцип прорачуна са циљем одређивања карактеристика котрљајних лежаја. Такође, у објављеним досадашњим истраживањима, не постоји квантитативна мера утицаја појединих радних карактеристика котрљајних лежаја на њихову носивост и динамичку стабилност. Према томе, неопходно је развити аналитичке моделе и алгоритаме за одређивање утицаја одступања геометрије и оштећења на носивост и стабилност котрљајних лежаја.

4 Анализа утицаја оштећења на радне карактеристике и динамичко понашање котрљајних лежаја

4.1 Узроци оштећења лежаја

Услед неадекватних радних услова може доћи до оштећења котрљајних лежаја. Како свако оштећење може довести до прераног отказа лежаја, важно је утврдити услове који доводе до њихове појаве. Добрим познавањем и дефинисањем узрока који изазивају оштећења избегава се њихово настајање и омогућава неометан и континуиран рад целокупног техничког система у који је лежај уграђен.

У пракси је разарање и отказ котрљајних лежаја најчешће резултат симултаног дејства више различитих фактора: неадекватне монтаже, заптивања, нередовног одржавања, конструкционих грешака итд [29].

Сваки од поменутих фактора ствара одређени тип оштећења који се манифестује специфичним трагом на лежају. Трагови оштећења лежаја јасно упућују на услове у којима је тај лежај радио, па је њиховом анализом могуће утврдити узрок оштећења и предузети потребне мере како би се спречило њихово понављање [72]. Такође, место појаве оштећења може јасно указати на узрок његовог настанка.

4.2 Класификација оштећења лежаја

У складу са стандардом ISO 15243-2017, компанија SKF извршила је класификацију основних видова разарања котрљајних лежаја на шест категорија. Класификација је извршена према манифестацијама оштећења и узрочника који их изазивају, уз визуелни приказ оштећења.

Класификација оштећења лежаја према компанији SKF [73, 74]:

- оштећења лежаја хабањем (абразивним и адхезивним),
- оштећења лежаја услед површинског замора,
- оштећења лежаја услед електричне ерозије,
- оштећења лежаја корозијом,
- оштећења лежаја пластичном деформацијом материјала,
- оштећења лежаја услед лома и замора.

4.2.1 Оштећења лежаја абразивним хабањем

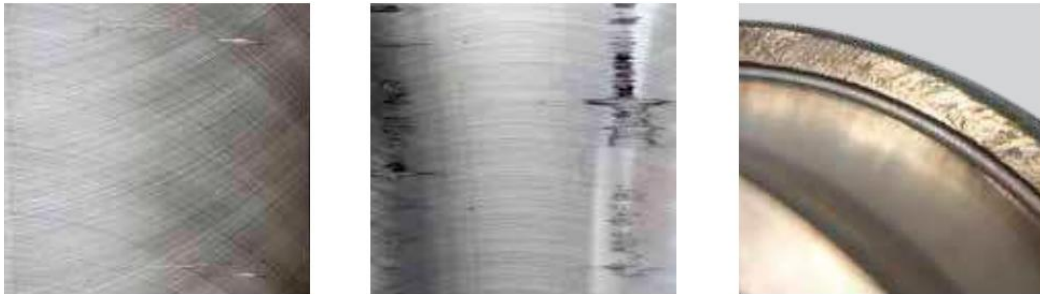
Абразивно хабање настаје услед неадекватног подмазивања лежаја, односно услед присуства честица контаминаната у мазиву. Уласком честица нечистоћа у унутрашњост лежаја долази до оштећења које се манифестује у виду мутних или светлих трагова на стази котрљања са огреботинама и утиснутим делићима абразивних честица – слика 5. Кроз настале огреботине пролази уље па се тако смањује дебљина уљног филма. Да би се избегла ова оштећења неопходно је повећати вискозност мазива и обезбедити ефикасан систем заптивања и филтрирања мазива.



Слика 5 Оштећење стазе котрљања лежаја изазвано абразивним хабањем [73]

4.2.2 Оштећења лежаја адхезивним хабањем

Адекватно подмазивање котрљајних лежаја спречава директан контакт металних површина делова лежаја. У случају да не постоји одговарајућа дебљина уљног филма мазива, који би спречио контакт металних површина стаза котрљања и котрљајних елемената долази до појаве адхезивног хабања.

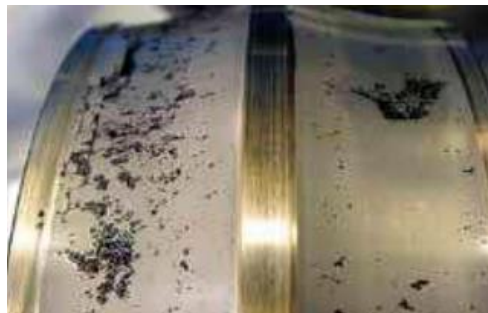


Слика 6 Оштећење стазе котрљања лежаја изазвано адхезивним хабањем [73]

4.2.3 Оштећења лежаја услед површинског замора

И поред контролисане израде, уградње и одржавања, после одређеног периода рада долази до замора и оштећења додирних површина котрљајних лежаја. Замор настаје као резултат цикличне промене напрезања у материјалу под дејством спољашњег оптерећења. Манифестује се као тачкасто оштећење у материјалу унутрашње или спољашње стазе котрљања.

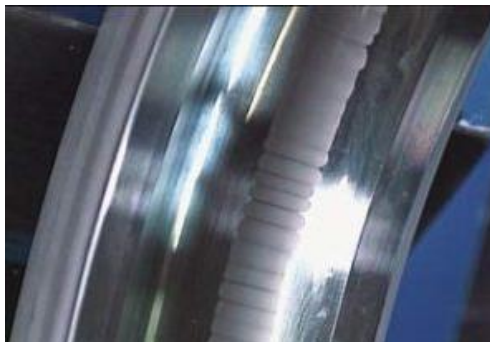
Површински замор лежаја се јавља када се уљни филм који раздваја контактне површине превише истањи па врхови неравнина једног дела задиру у други. Оштећења услед замора материјала са прслинама које настају испод површине врло су ретка и не треба их мешати са оштећењима са дубинским прслинама.



Слика 7 Оштећење лежаја услед површинског замора [73]

4.2.4 Оштећења лежаја услед електричне ерозије

Услед преласка електричне струје са једног на други прстен лежаја преко котрљајних елемената, доћи ће до оштећења лежаја у виду кратера тамне боје на стазама котрљања. Величина оштећења зависи од више фактора: јачине струје, времена, оптерећења лежаја, радне брзине, мазива. Спречавање појаве ове врсте оштећења постиже се превенцијом проласка било какве струје кроз лежај.



Слика 8 Оштећење лежаја услед електричне ерозије [75]

4.2.5 Оштећења лежаја корозијом

Поред спречавања директног контакта металних површина, улога средства за подмазивање је да заштити површине лежаја од корозије. У случају да не постоји ефикасан систем за заптивање лежаја или мазиво не пружа одговарајућу заштиту, доћи ће до продирања корозивних елемената (вода, антифриз) у унутрашњост лежаја.



Слика 9 Оштећење лежаја корозијом [75]

4.2.6 Оштећења лежаја пластичном деформацијом материјала

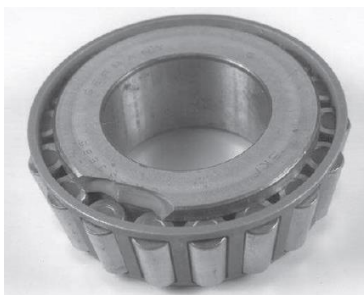
Услед неодговарајућег подмазивања може доћи до топљења материјала на површини лежаја. Како ова оштећења у крајњем случају доводе до потпуног заривања лежаја, потребно је применити адекватно мазиво и систем за подмазивање.



Слика 10 Оштећење лежаја пластичном деформацијом материјала [73]

4.2.7 Оштећења лежаја услед лома и замора

Лом услед оптерећења лежаја се јавља када концентрација напона превазилази вредност затезне чврстоће материјала. Преоптерећења и ударна оптерећења су кључни разлози за појаву овог вида разарања лежаја, па их је неопходно елиминисати. На слици 11 приказан је лом унутрашњег прстена лежаја, настао као резултат неправилне монтаже.



Слика 11 Оштећење лежаја услед лома и замора

4.3 Дефинисање фактора оштећења котрљајних лежаја

4.3.1 Теоријско разматрање дефиниције фактора оштећења

У складу са научним циљевима дисертације који се односе на истраживање утицаја оштећења стаза котрљања на радне карактеристике кугличних котрљајних лежаја, у овом поглављу дефинисана је зависност између геометрије оштећења стаза котрљања лежаја и промене нивоа вибрација као важног параметра радне способности лежаја. Успостављена зависност пружа добру основу за прорачун граничних вредности димензија оштећења стаза котрљања које смањују ефикасност целокупног машинског система у који је лежај уграђен. На тај начин се кориговањем радног оптерећења избегава појава превременог отказа лежаја и продужава његов радни век.

Како амплитуде вибрација веома поуздано осликавају стање котрљајних лежаја [66, 76], у овом поглављу дефинисан је нови фактор утицаја који узима у обзир утицај различитих димензија оштећења на стази котрљања лежаја на промену вредности амплитуде вибрација при одређеном спољашњем оптерећењу.

Узимајући у обзир захтеве које овај фактор треба да задовољи да би постао јединствен, једноставан и поуздан параметар за предвиђање и процену радног стања било ког типа котрљајних лежаја, нови фактор је назван „фактор оштећења“ и дефинисан као: Фактор оштећења је однос апсолутне вредности максималне амплитуде вибрација (вибрацијско убрзање) лежаја са оштећењем и апсолутне вредности амплитуде вибрација (вибрацијско убрзањем) лежаја без оштећења (неоштећен лежај) у истим условима оптерећења:

$$K_v = \frac{A_d}{A_h} \quad (29)$$

где:

A_d – је максимална амплитуда вибрација оштећеног лежаја, [m/s²]

A_h – амплитуда вибрација неоштећеног лежаја, [m/s²]

На основу прегледа и анализе радова других аутора из доступне литературе која се односи на детекцију оштећења у котрљајним лежајима, очигледно је да, упркос актуелности ове теме, систематизовани и обједињени приступ још увек не постоји. Методологија за анализу вибрација радијалних кугличних лежаја коју су развили и објаснили аутори у недавно објављеном раду [77] била је полазна тачка за дефинисање новог приступа за будући развој система за праћење стања котрљајних лежаја заснованог на анализи вибрација.

Нови фактор оштећења дефинисан је као кључни елемент новог математичког модела нелинеарног понашања котрљајних лежаја, који би могао бити основа за рачунарске програме за трајни надзор стања било ког типа котрљајних лежаја.

Поред главних параметара који утичу на вибрације котрљајног лежаја (тип лежаја, димензије, подмазивање), фактор оштећења K_v директно зависи и од димензија оштећења као и од интензитета спољашњег оптерећења и представља квантитативну меру утицаја унапред дефинисаних параметара оштећења на поједине радне карактеристике лежаја као што су структурне вибрације. Такође, он пружа меру корелације између промене нивоа вибрација, (параметар понашања лежаја који је најједноставније континуирано пратити) и радних карактеристика меродавних за праћење губитка радне способности лежаја – пре свега: расподеле оптерећења, величине контактних напона и деформација и носивости.

Дефинисањем граничних вредности амплитуда вибрација, односно утицаја оштећења који зависи од димензије оштећења и величине спољашњег оптерећења могуће је одредити напонско и деформационо стање при коме долази до појаве оштећења стаза котрљања лежаја. Дефинисани фактор је добра основа за формирање система за препознавање критичних вредности амплитуда вибрација при којима је могуће кориговати радно оптерећење и на тај начин продужити радни век лежаја и машинског система у целини, избегавајући непотребне и скупе застоје. Посебно је значајна могућност коришћења овог утицајног фактора у циљу прецизнијег предвиђања радног века.

4.3.2 Применљивост фактора оштећења на основу резултата из доступне литературе

Иако је фактор оштећења потпуно нови параметар који је први пут дефинисан у оквиру ове дисертације и не постоји у сличном облику у доступној литератури, недавно објављени резултати других аутора садрже велики број аналитичких, експерименталних и нумеричких прорачуна из домена анализе вибрација котрљајних лежаја. Ови резултати су веома погодни за преглед препорученог аналитичког облика и применљивости уведеног фактора за процену радне способности котрљајног лежаја, као и за даљу верификацију сопствених резултата истраживања.

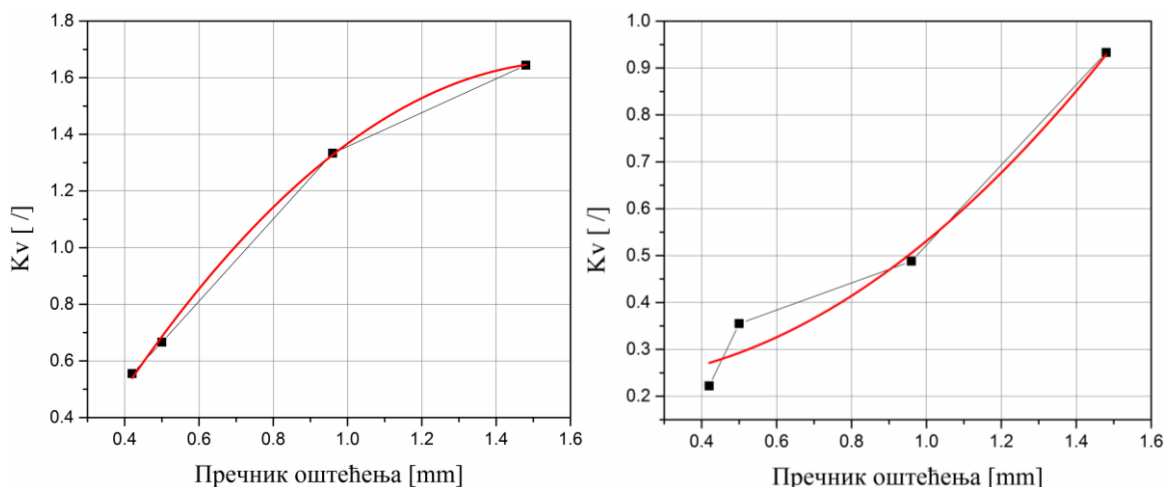
Утицај величине оштећења на фактор утицаја оштећења лежаја за различите интензитета спољашњег радијалног оптерећења могуће је анализирати применом регресионе анализе. Ова анализа има за циљ утврђивање функционалне зависности између фактора утицаја оштећења, различитих интензитета оптерећења и димензија оштећења, у виду проналажења одговарајућег облика функције која најбоље описује (са највећим коефицијентом детерминације) зависност три посматране величине. Обрада добијених резултата испитивања извршена је применом методе најмањих квадрата, а за њихово приказивање у виду дијаграма коришћен је програмски пакет Origin [78, 79].

Како је у претходном поглављу напоменуто, због дуготрајних експерименталних процедура и комплексне израде узорака са оштећењима на спољашњој стази котрљања, у оквиру дисертације експерименталним путем разматран је само случај оштећења стазе котрљања унутрашњег прстена.

За анализу описану у овом делу, су искоришћени аналитички и експериментални резултати праћења вибрација лежаја различитих облика и димензија оштећења на спољним и унутрашњим стазама котрљања. Треба напоменути да је ово поређење извршено како би се потврдила веза између фактора утицаја оштећења добијеног сопственим експерименталним испитивањем и истраживања доступних у стручној литератури.

Patel и др. [80] извршили су експериментално испитивање вибрација радијално оптерећеног котрљајног лежаја SKF BB1 B420205 са оштећењем на унутрашњој и спољашњој стази котрљања. Оштећења на унутрашњој стази котрљања израђена су у облику полулопте пречника 0,42, 0,5, 0,96 и 1,48 [mm], респективно. На специфичној фреквенцији унутрашњег прстена лежаја измерене су амплитуде вибрација за одговарајуће димензије оштећења које су износиле 0,1, 0,16, 0,22, 0,42 [mm/s], за задато радијално оптерећење од 30 – 40 [N]. Поред тога, на специфичној фреквенцији спољашњег прстена лежаја измерене су амплитуде вибрација које износе 0,25, 0,3, 0,6, 0,74 [mm/s], за исто радијално оптерећење. Пикови амплитуда вибрација са дијаграма изложених у раду ових аутора јасно указују на оштећења, па се закључује да амплитуде вибрација расту са порастом величине оштећења. Делјењем добијених вредности амплитуда вибрација узорака лежаја са оштећењем са претходно добијеном вредношћу амплитуде вибрација

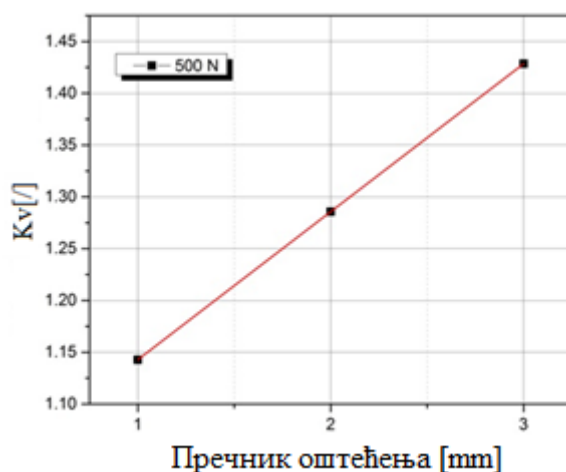
узорка “неоштећеног” лежаја, може се изразити претходно дефинисани фактор оштећења. На основу њега, добијени су дијаграми промене фактора оштећења за различите димензије оштећења, при константној сили – слика 12.



Слика 12 Дијаграм промене фактора оштећења за различите димензије оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена (лево) и спољашњег прстена (десно) котрљајног лежаја SKF BB1 B420205 за оптерећење од 30 – 40 [N]

Kumbhar и др. [81] су експериментално испитивали конусно ваљкасте лежаје SKF 30208 са оштећењима конусног и призматичног облика на стази котрљања спољашњег прстена и на котрљајном телу. Дубина оштећења једнака је пречнику базе (конусни облик), односно страници базе (призматични облик). Током експеримента, за различите димензије и облике оштећења, варирано је оптерећење и учестаност обртања. Вредности задатог оптерећења износиле су 500, 1000 и 1500 [N], а учестаности обртања 800, 1100 и 1400 [min^{-1}]. У циљу добијања односа између измерених амплитуда вибрација и осталих параметара изведена је линеарна регресија.

На основу добијених података може се закључити да при порасту учестаности обртања, повећање димензија оштећења изазива пораст амплитуде вибрација, док са смањењем оптерећења њен тренд опада. Такође, може се приметити да промена облика оштећења лежаја утиче на промену вредности амплитуде вибрација, али се утицај величине оштећења сматра далеко већим и значајнијим.

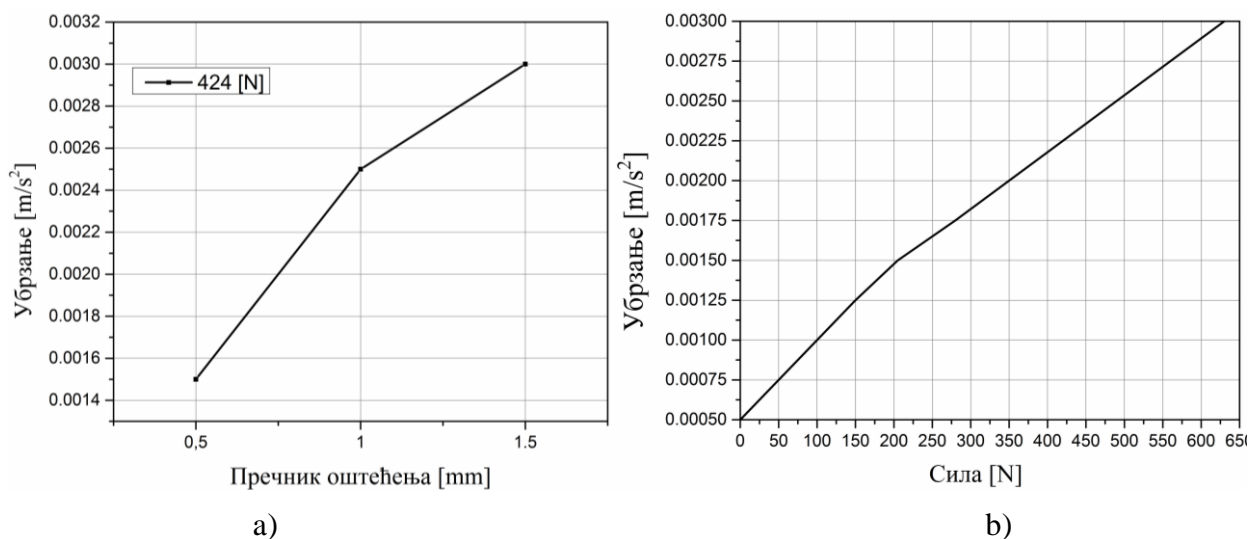


Слика 13 Дијаграм промене фактора утицаја оштећења за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања спољашњег прстена лежаја SKF 30208 за оптерећење од 500 [N] и учестаност обртања од 800 [min^{-1}]

На основу добијених резултата аутора [81] – вредности амплитуда вибрација за различите димензије оштећења лежаја и различита оптерећења, у овој дисертацији формиран је дијаграм промене фактора утицаја оштећења од датих параметара – слика 13. Циљ је био утврђивање тренда промене фактора оштећења за поменуте параметре, који ће у наставку бити потврђен резултатима експерименталних испитивања.

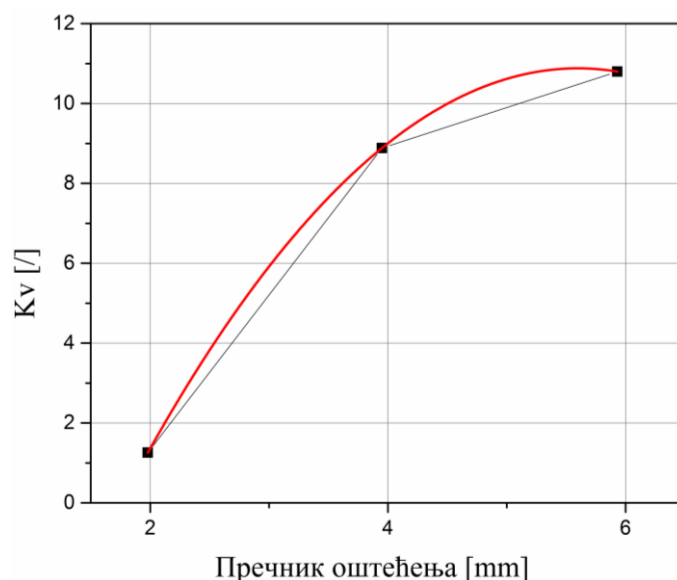
За разлику од претходних аутора, *Kulkarni и др.* [82] баве се нумеричким прорачунима за верификацију сопствених резултата. Анализиран је лежај 6205 са оштећењем димензија 0,5, 1 и 1,5 [mm] на стази котрљања спољашњег прстена. Током прорачуна, учестаност обртања је сматрана константном и износила је 2400 [min⁻¹], док је спољашње радијално оптерећење варирано и износило 212, 424, 636 и 848 [N]. Добијени резултати амплитуде вибрација за различите димензије оштећења при истом оптерећењу, потврдила су још једанпут да се са повећањем димензија оштећења повећава и амплитуда вибрација – што је такође потврђено и резултатима експеримента приказаним на слици 14а.

Примећено је да за одређену димензију оштећења са порастом интензитета спољашњег оптерећења долази до значајног повећања нивоа амплитуде вибрација у виду карактеристичних пикова који се јављају на специфичној фреквенцији спољашњег прстена лежаја која износи 144 [Hz] – слика 14б. Због недостатка информација о амплитуди вибрација неоштећеног лежаја у овом раду, није било могуће израчунати фактор оштећења.



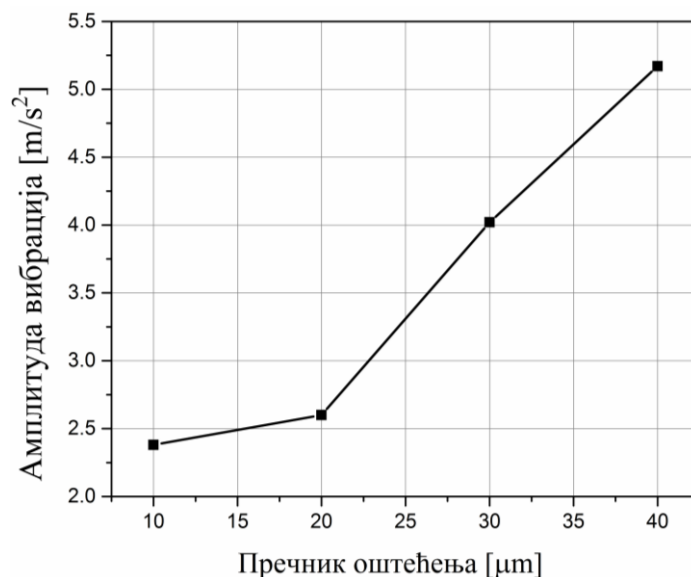
Слика 14 Варијација амплитуде вибрација лежаја 6205, за спољашње оптерећење 424 [N] и учестаност обртања 2400 [min⁻¹]: а) за различите димензије оштећења на спољашњем прстену лежаја; б) за различита спољашња оптерећења

Ding и др. [55] је развио 3D модел за примену Методе коначних елемената за процену вибрационог одзива котрљајућег лежаја 6205 са оштећењима на стази котрљања спољашњег прстена, користећи софтверски пакет Abacus. Анализиране су три различите дужине оштећења (1,98 [mm], 3,95 [mm] и 5,93 [mm]), док је радијална дубина износила 0,1 [mm]. Показано је да крутост модела опада у тренутку уласка котрљајућег елемента у зону оштећења, при чему се ствара ударни импулс. Такође је закључено да је утицај оштећења лежаја у директној вези са величином оштећења, јер се са повећањем величине оштећења повећава амплитуда вибрација. Резултати амплитуде вибрација коришћени су за израчунавање фактора оштећења за различита оштећења и за добијање тренда његове промене – слика 15.



Слика 15 Дијаграм фактора оштећења за различите димензије оштећења на стази котрљања спољашњег прстена лежаја 6205

Kulkarni u Bevoor [83] спровели су теоријску анализу у циљу добијања одзива вибрација котрљајних лежаја са оштећењем на спољашњем прстену лежаја. Резултати њиховог модела потврђени су експерименталним резултатима при константном радијалном оптерећењу. Испитивање је извршено при истим условима оптерећења и брзине, тј. радијалном оптерећењу од 1000 [N], на 1200 [min⁻¹], док је пречник оштећења био 10, 20, 30 и 40 [μm]. Из ове теоријске анализе може се закључити да димензије оштећења доминантно утичу на одзив вибрација лежаја – слика 16. Овај модел такође предвиђа пикове амплитуда, уочене на фреквенцији спољашњег прстена.



Слика 16 Амплитуда вибрација лежаја при радијалном оптерећењу од 1000 [N] и учестаности обртања 1200 [min⁻¹] за различите величине оштећења

5 Примена Методе Коначних Елемената (МКЕ) за одређивање радних карактеристика кугличних котрљајних лежаја

Феномен контакта има важан утицај на све параметре и карактеристике котрљајних лежаја, јер се током рада јавља контакт између делова лежаја као склопа, али и између лежаја и вратила, односно кућишта. Због тога је прорачун деформација и напрезања у контактним деловима веома важан задатак током истраживања динамичког понашања кугличних котрљајних лежаја. Напонско и деформационо стање кугличног котрљајног лежаја са оштећењем на стази котрљања унутрашњег прстена могуће је добити применом аналитичких и нумеричких метода. Решења се код аналитичких метода траже преко диференцијалних једначина или парцијалних диференцијалних једначина и могуће их је добити само за најједноставније случајеве. Применом нумеричких метода врши се претварање диференцијалних једначина у одговарајући систем обичних алгебарских једначина, уз одговарајуће граничне услове, што знатно олакшава прорачун. Метод Коначних Елемената је најпогоднији за овакве прорачуне, па је управо тај метод изабран за моделирање и симулацију услова рада котрљајних лежаја.

Основна идеја изведене симулације је да се уместо анализе деформабилног тела као континуума са бесконачним бројем степени слободе анализира дискретни модел израђен од међусобно повезаних коначних елемената са коначним бројем степени слободе [84].

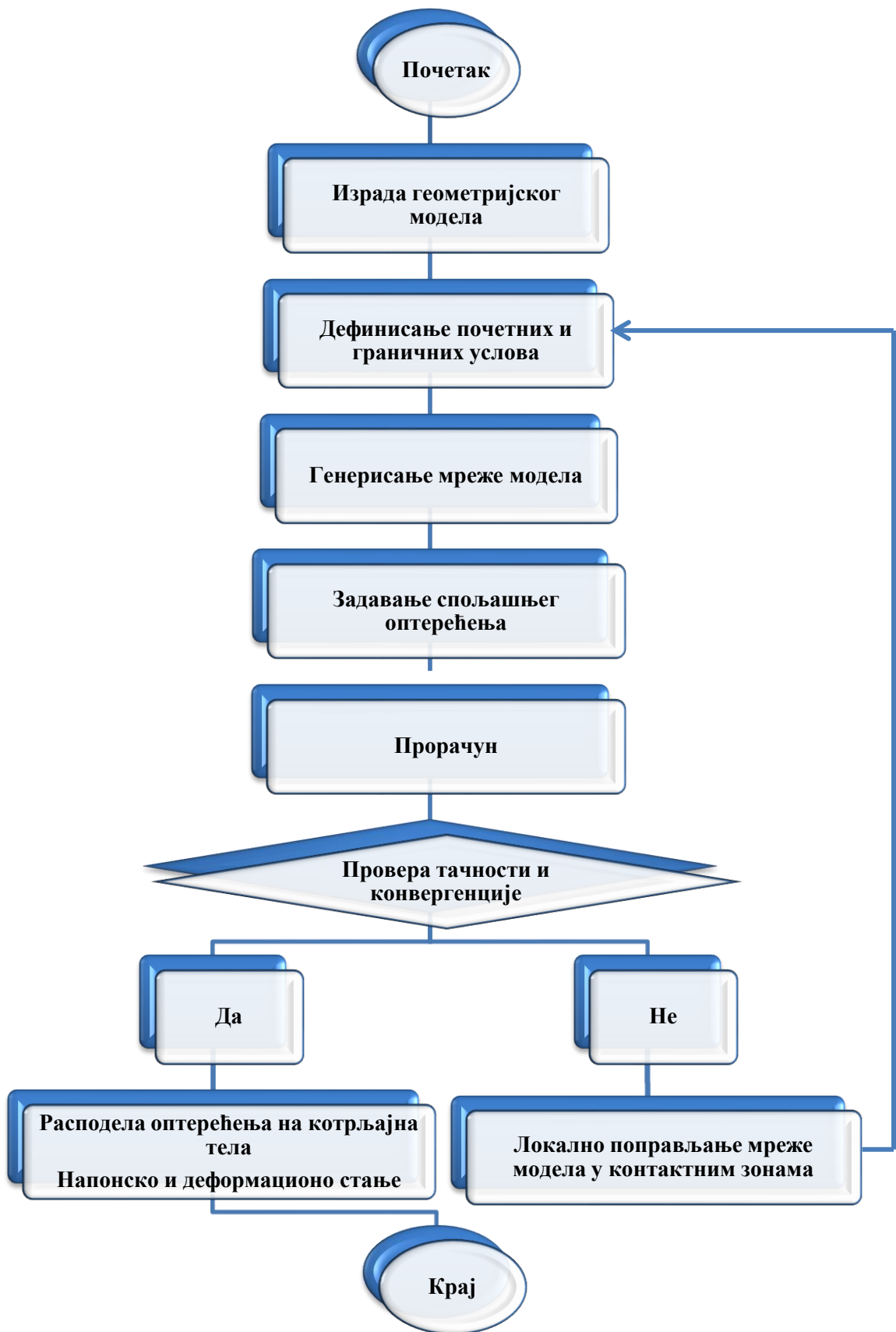
5.1 Нумерички модел за прорачун параметара оштећених кугличних лежајева

У оквиру алгоритма нове аналитичко–нумеричке методе за израчунавање фактора оштећења на стази котрљања прстенова лежаја, развијен је модел коначних елемената котрљајног лежаја 6206 – како би се израчунале деформације и одредила расподела оптерећења. Ове вредности су потребне за прорачун параметара и фактора укључених у диференцијалну једначину кретања неоштећених и оштећених лежаја објашњених у следећим поглављима.

5.1.1 Процедура нумеричког моделирања

Процедура нумеричког моделирања подразумева развијање геометријског модела [85, 86]. За развој геометријског модела у оквиру ове дисертације изабран је софтверски пакет Ansys APDL. Након развијања геометријског модела, неопходно је поделити генерисани тродимензионални геометријски модел на жељени број коначних елемената тј. генерисати мреже коначних елемената. Затим следи дефинисање почетних и граничних услова.

Како се код котрљајних лежаја контакт између његових елемената јавља истовремено на додиру вратила са унутрашњим прстеном лежаја, на додиру стазе котрљања унутрашњег прстена и котрљајних тела, као и на додиру котрљајних тела и стазе котрљања спољашњег прстена лежаја, посебна пажња се мора посветити моделирању ових вишеструких контактних зона и правилном симулирању оптерећења.

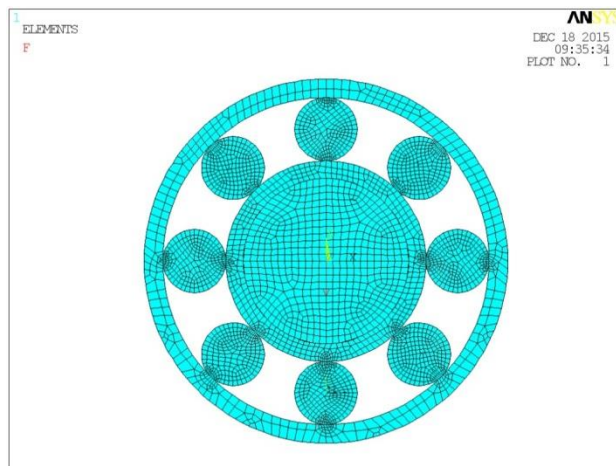


Слика 17 Поступак нумеричког моделирања

5.1.2 Развој раванског 2D МКЕ модела једноредног радијалног кугличног лежаја без оштећења

За развијање модела коначних елемената коришћен је пример лежаја 6206. Модел лежаја се састоји од спољашњег прстена и унутрашњег прстена, девет котрљајних тела и вратила. Пречник вратила одговара пречнику унутрашњег прстена лежаја.

Модел лежаја се налази у x – y глобалном Декартовом координатном систему, а котрљајна тела имају локалне координатне системе који су заокренути у односу на њега.



Слика 18 2D равански модел једноредног радијалног кугличног лежаја 6206

Модел је оптерећен спољашњим радијалним оптерећењем које се задаје у координатном почетку глобалног координатног система модела лежаја (при чему је радијални правац у правцу y –осе) и варира од 500 до 7000 [N] – слика 18. На тај начин, симулирање оптерећења и праћење резултата симулације је било значајно олакшано.

Пре задавања спољашњег радијалног оптерећења, котрљајна тела се налазе у контакту са спољашњим и унутрашњим прстеном лежаја. Задавањем оптерећења у контакту су само котрљајна тела која се налазе испод меридијанске равни.

5.1.2.1 Дефинисање граничних услова и параметара нумеричког модела

Гранични услови појединачних делова модела лежаја су дефинисани тако да спречавају или дозвољавају померања по x –оси, односно y –оси. Спољашњи прстен лежаја је апсолутно непокретан, чиме је спречено његово померање у свим правцима. Вратило и унутрашњи прстен лежаја су ограничени по x –оси, односно дозвољено је кретање у правцу деловања спољашњег оптерећења. Што се тиче ограничења котрљајних тела, она су дефинисана тако да симулирају постојање кавеза у коме се она налазе у реалним условима.

Поред граничних услова, неопходно је дефинисати и улазне параметре (како би се могло приступити нумеричком решавању једначина модела), који се односе на материјал и избор одговарајућег елемента. У моделу је као материјал дефинисан челик са Јунговим модулом еластичности $E=2,03 \cdot 10^{11}$ [kN/m²] и Поасоновим коефицијентом $\nu=0,3$. При његовом дефинисању, одређено је да се материјал понаша као хомоген, идеално еластичан и изотропан, како би се правилно дефинисале карактеристике челика. Коришћени елементи у овом моделу су просторни елементи са осам чворова. За контакт су коришћени елементи типа чвор – површина и симетрични контакт.

Тачно дефинисане карактеристике материјала, контактних елемента и спољашњег оптерећења послужили су као улазни подаци за нумерички модел у пакету Ansys APDL.

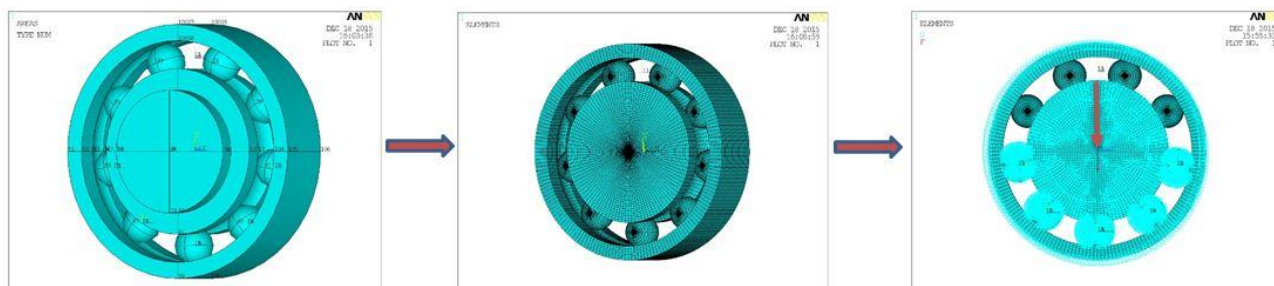
5.1.2.2 Избор одговарајућег типа коначних елемената – генерисање мреже

Како би се извршио поступак нумеричке симулације потребно је извршити поделу делова модела на одређени број елемената, тј. развити мрежу модела. У овом случају мрежа је сачињена од хексаедара правилног облика. У циљу добијања што тачнијих резултата прорачуна, у очекиваним контактним зонама мрежа је знатно гушћа.

У случају добијања великих одступања у резултатима, на моделима се врши локално поправљање мреже коначних елемената у контактної зони. Да би се добила што већа тачност потребно је да мрежа модела буде што финија, па се значајно усложњава прорачун јер се захтева примена јаким хардверских алата (рачунара), а често и вишеструко продужава време прорачуна.

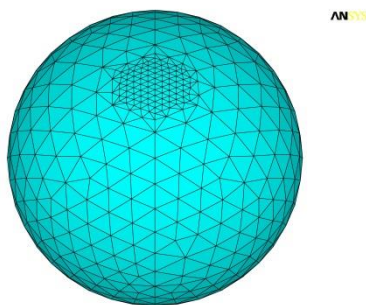
5.1.3 Развој просторног 3D модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206 без оштећења

Као и код описаног раванског модела, просторни модел лежаја је моделиран у софтверском пакету Ansys APDL. У погледу задавања граничних услова, контактних елемената и спољашњег оптерећења, просторни модел 6206 идентичан је раванском моделу. Спољашњи прстен лежаја је апсолутно непокретан, док је унутрашњи лежаја ограничен по х-оси, односно дозвољено му је померање само у правцу деловања спољашњег оптерећења. Спољашње радијално оптерећење задаје се у координатном почетку глобалног координатног система модела лежаја и његов интензитет је 500, 1000, 2000, 3000, 5000 и 7000 [N]. Коришћене геометријске мере лежаја 6206 добијене су из интерне техничке документације Фабрике котрљајућих лежајева и кардана ФКЛ у Темерину [87].



Слика 19 Развој 3D – просторног модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206 са дефинисаним граничним условима

Тачност решења добијених МКЕ се постиже повећањем броја чворова на месту контакта котрљајних тела и прстена лежаја – слика 20. Као и у случају раванског модела, ово знатно компликује и продужава време прорачуна, али доводи до сигурне конвергенције решења.



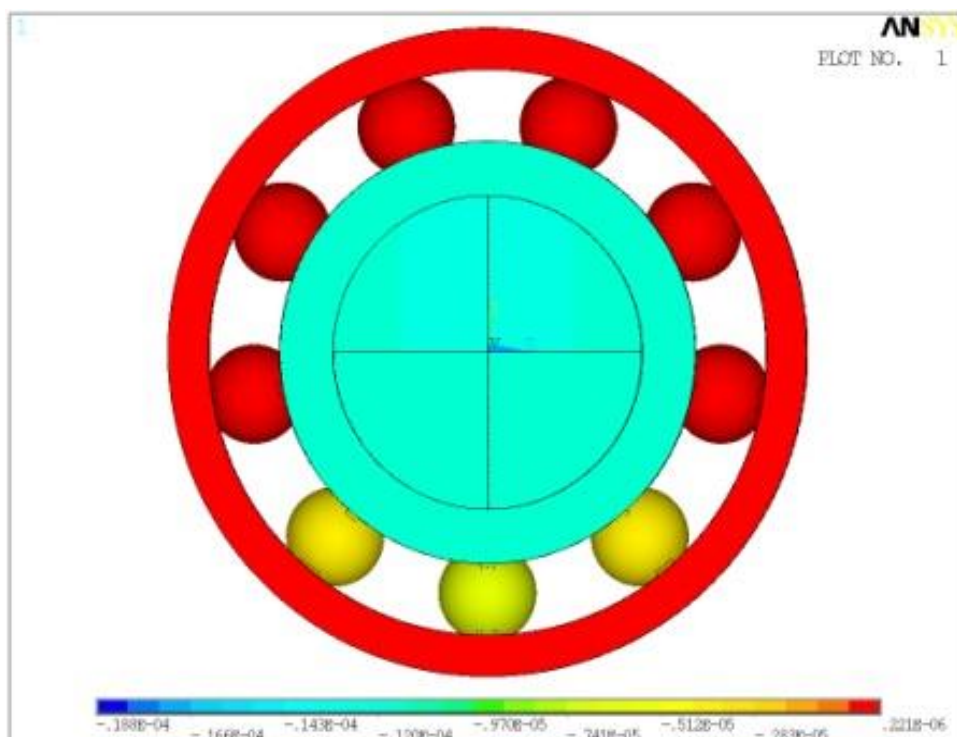
Слика 20 Мрежа коначних елемената 3D просторног модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206

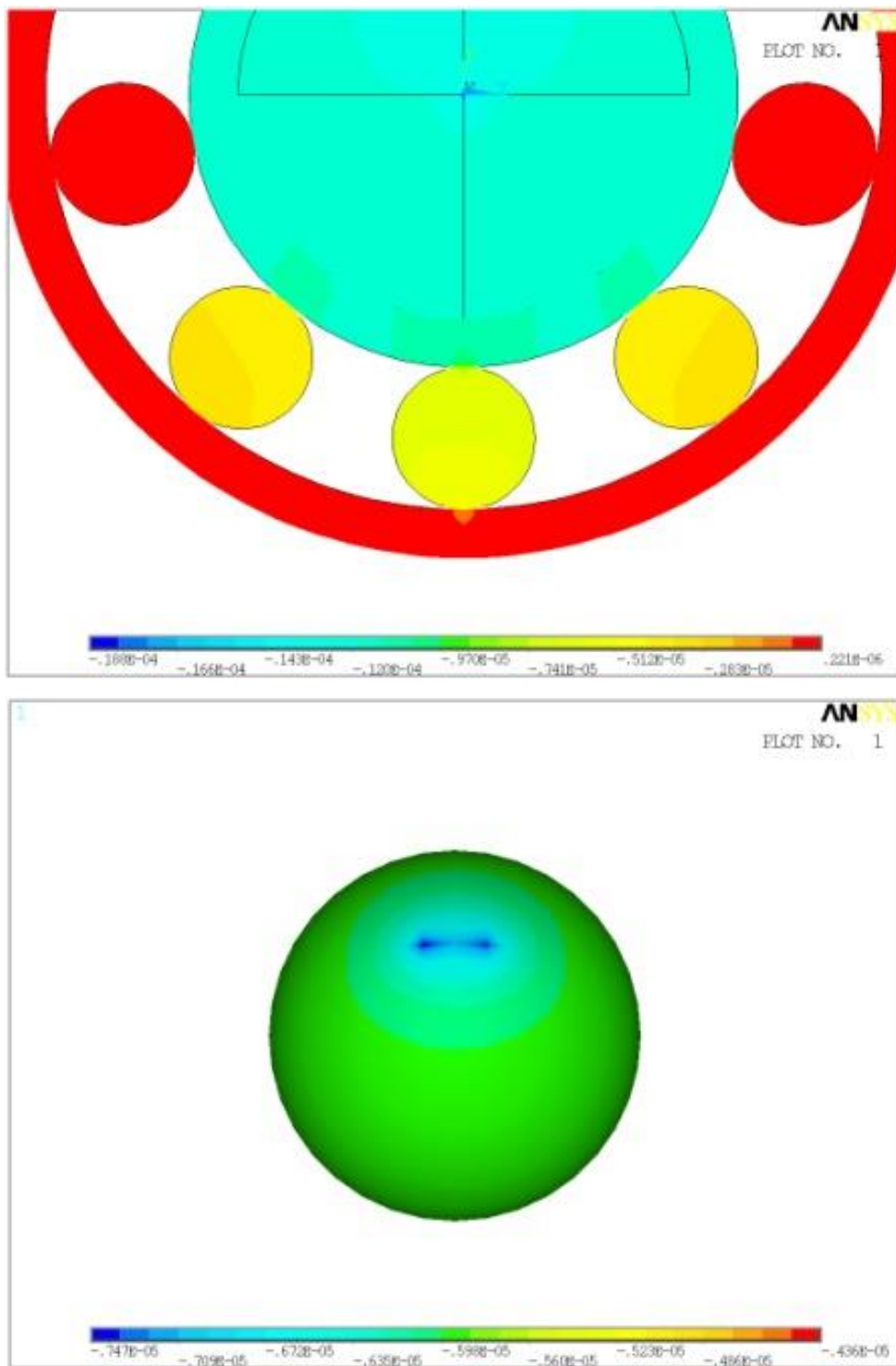
5.1.4 Приказ и верификација резултата добијених прорачуном МКЕ на развијеном раванском моделу резултатима доступних у литератури

Након спроведеног нелинеарног прорачуна модела, врши се читавање добијених резултата. За праћење напонског и деформационог стања лежаја коришћени су *VonMises* еквивалентни напони и одређена чворна померања, у складу са хипотезама за решавање сложених напрезања у Отпорности материјала [88]. Под дејством спољашњег оптерећења услед еластичних деформација спрегнутих делова лежаја доћи ће до померања осе једног прстена у односу на други у радијалном правцу. Чвор за читавање померања је одабран у складу са дефиницијом крутости кугличних котрљајних лежаја и постављен близу контакта између унутрашњег прстена лежаја и вратила.

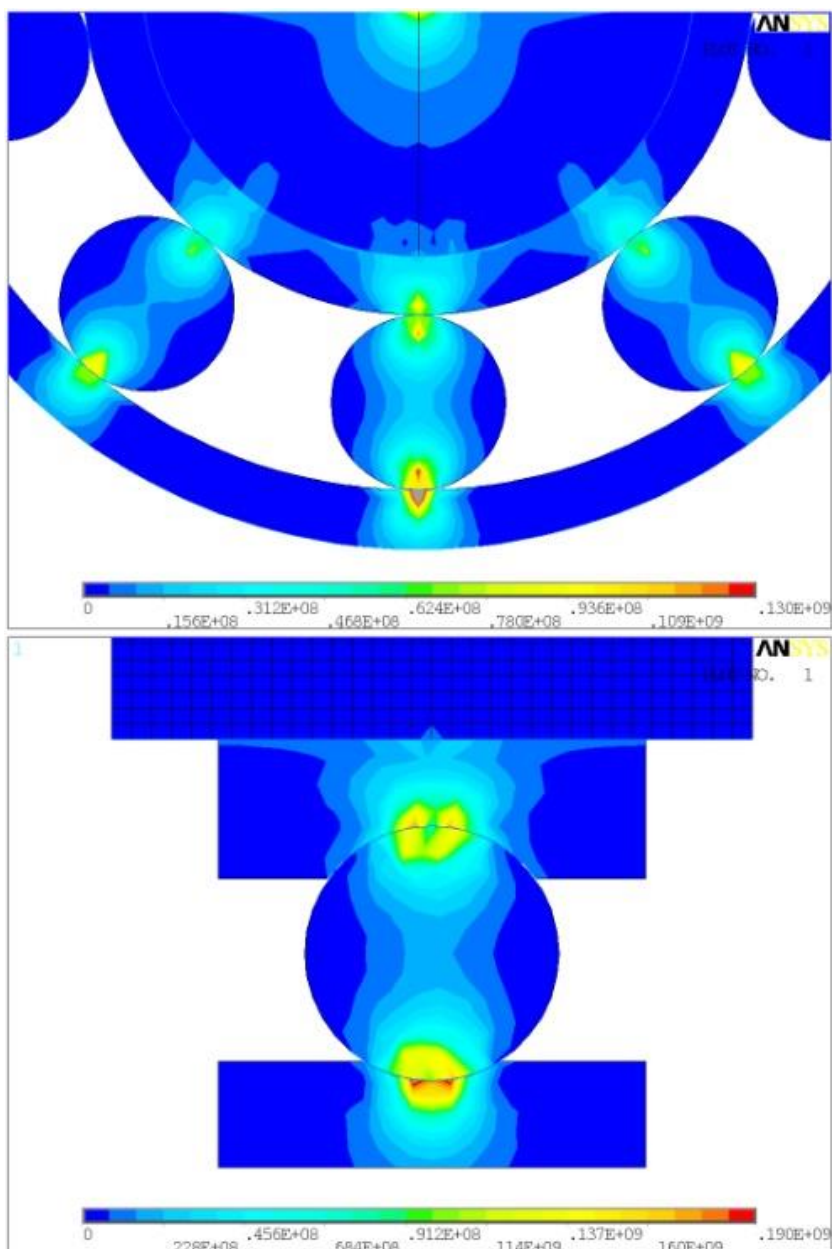
На слици 21 приказани су резултати укупне деформације у попречном пресеку лежаја, као и деформација најоптерећенијег котрљајног тела за задато спољашње оптерећење 1000 [N]. Слика 22 приказује поље еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ у два карактеристична пресека модела за исто анализирано спољашње оптерећење.

Слични резултати су добијени и за друге вредности спољашњег оптерећења. Анализом контурних приказа напона и деформација може се закључити да су добијени резултати у очекиваном опсегу. Са слика из прилога, за све разматране случајеве спољашњег оптерећења, јасно се види да се са повећањем оптерећења у лежају смањује неравномерност расподеле оптерећења на његова котрљајна тела. Може се закључити да добијене деформације елемената лежаја значајно утичу на расподелу оптерећења. Утицај унутрашњег радијалног зазора у лежају на неравномерност расподеле оптерећења на котрљајна тела у овом случају је занемарен, са циљем да се боље уочи утицај оштећења на радне карактеристике лежаја.





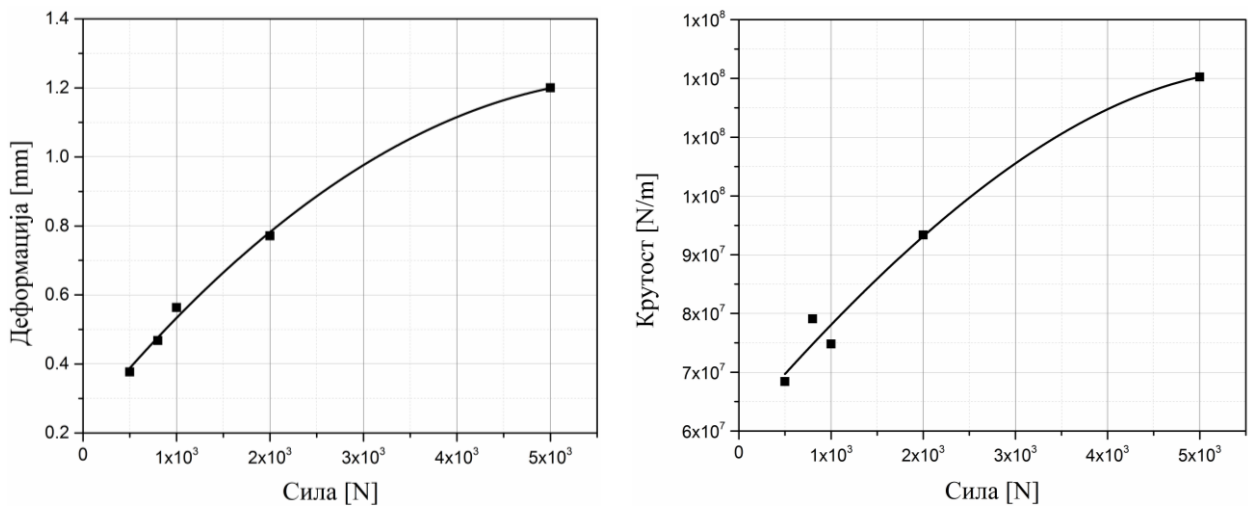
Слика 21 Нумерички резултати радијалне компоненте деформације [m] котрљајног лежаја 6206 и најоптерећенијег котрљајног тела под дејством спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



Слика 22 Нумерички резултати еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ [N/m²] котрљајног лежаја 6206 под дејством спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]

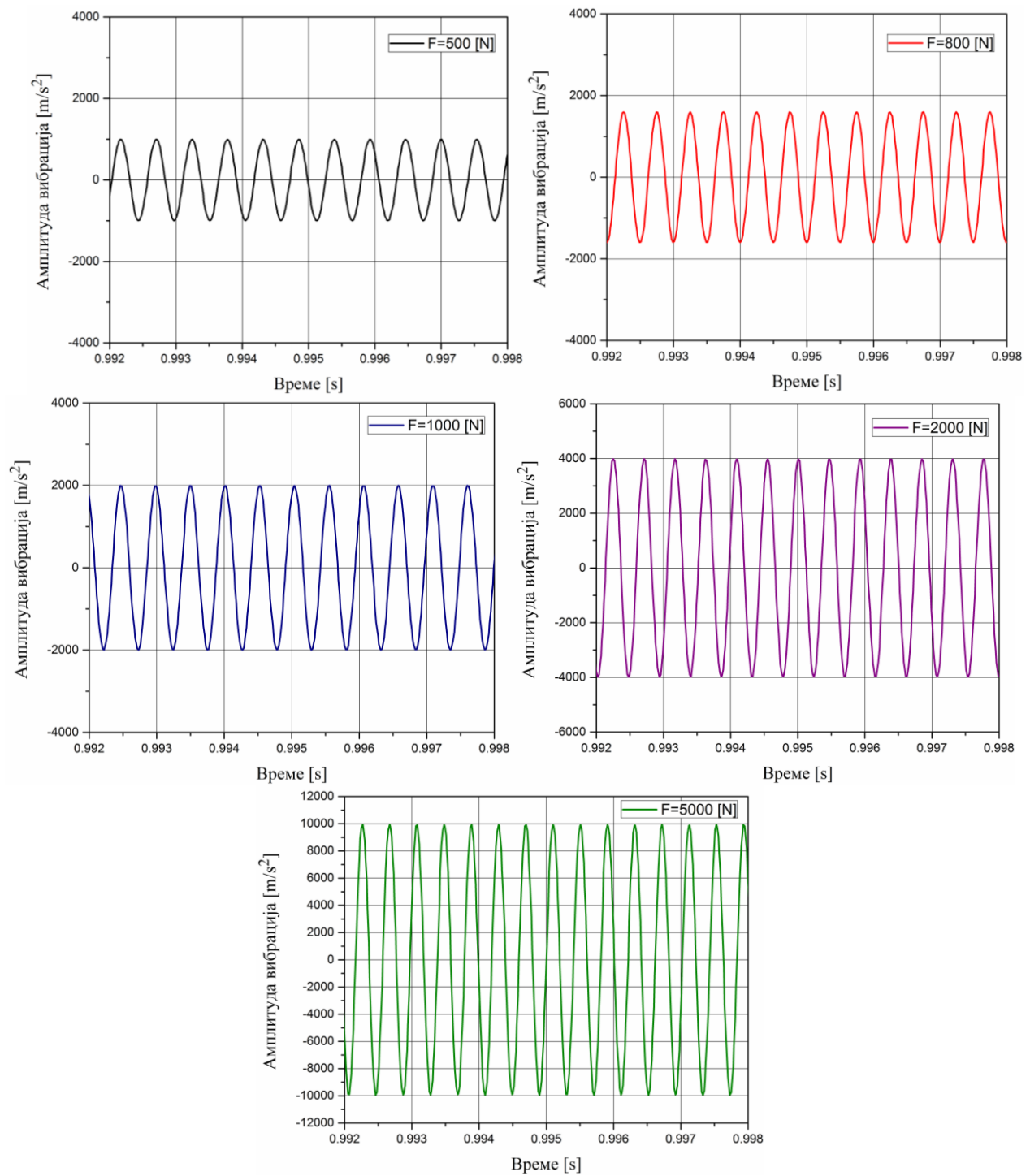
Како је и очекивано, најоптерећеније котрљајно тело које се налази у правцу оптерећења носи највећи део оптерећења, док су котрљајна тела која се налазе поред њега, мање оптерећена – слика 22. Исти случај расподеле оптерећења добијен је и за друга анализирана спољашња оптерећења.

Како је већ напоменуто у претходном поглављу, појава еластичне контактне деформације у зони контакта котрљајних тела са прстеновима изазива промену крутости лежаја. Промена радијалне крутости одређена је на основу добијених вредности укупне радијалне деформације лежаја (као целине) израчунате применом МКЕ. Добијене вредности укупне радијалне деформације и радијалне крутости у зависности од спољашњег оптерећења унете су у једначину (33) која представља диференцијалну једначину вибрација лежаја са једним степеном слободе. Добијени резултати за укупну радијалну деформацију и радијалну крутост у функцији спољашњег оптерећења за лежај 6206 приказани су на слици 23. Сличан поступак може се применити и за анализу утицаја различитих параметара на динамичко понашање и генерисање вибрација котрљајних лежаја.

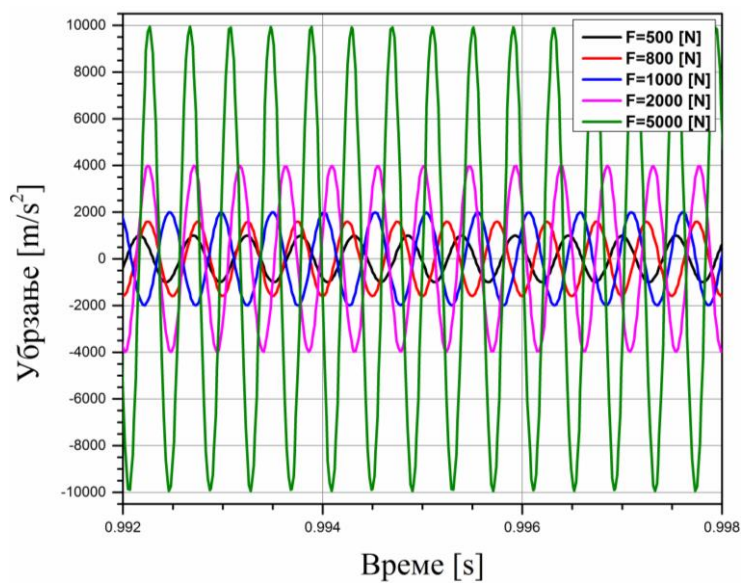
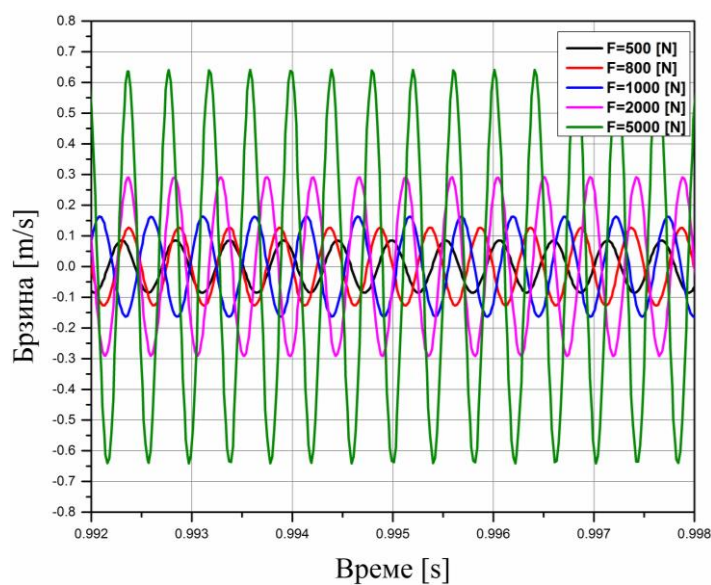
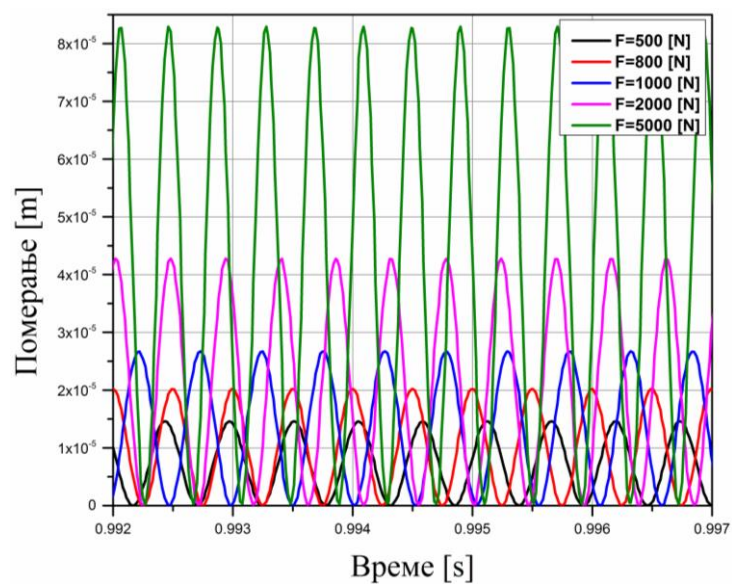


Слика 23 Радијална деформација (лево) и радијална крутост (десно) у зависности од спољашњег радијалног оптерећења

Помоћу програмског пакета *Matlab* решене су математичке зависности и добијени резултати померања, брзине и убрзања за случајеве оптерећења 500, 800, 1000, 2000, 3000 и 5000 [N]. На слици 24 приказани су резултати убрзања при различитим оптерећењима. Ради лакшег сагледавања добијених резултата, на слици 25 дат је упоредни приказ израчунатих померања, брзина и убрзања. Поступак решавања аналитичких једначина динамичког понашања кугличних котрљајних лежаја је детаљно описан у поглављу *Развој математичког модела нелинеарне динамике кугличног котрљајног лежаја*.



Слика 24 Амплитуде вибрација кугличног котрљајног лежаја 6206 добијене применом нумеричко – аналитичке методологије за различита спољашња оптерећења од 500 [N], 800 [N], 1000 [N], 2000 [N] и 5000 [N]



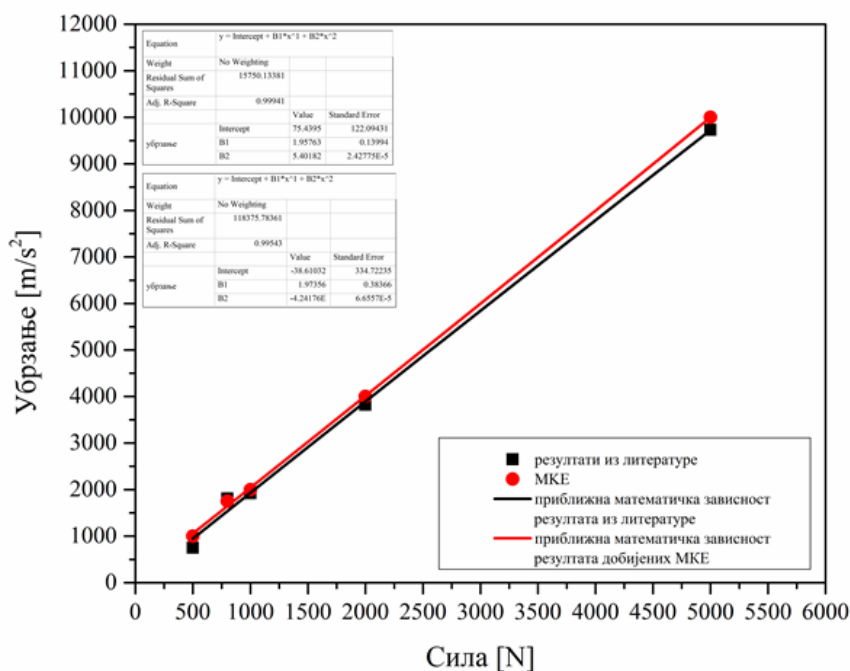
Слика 25 Амплитуде вибрација кугличног котрљајног лежаја 6206 добијене применом нумеричко – аналитичке методологије – за различита спољашња оптерећења од 500 [N], 800 [N], 1000 [N], 2000 [N] и 5000 [N]

Развијени 3D нумерички модел котрљајног лежаја за праћење напонског и деформационог стања елемената лежаја без оштећења на стазама котрљања је верификован резултатима експерименталних испитивања представљеним у доступној стручној литератури [6]. Након верификације дефинисан је нови модел за одређивање утицаја геометрије оштећења на параметре котрљајних лежаја.

Резултати добијених вредности амплитуда вибрација за равански модел кугличног котрљајног лежаја 6206 без оштећења и резултати из доступне литературе за исти тип лежаја и иста спољашња оптерећења се разликују до 2,5%, што показује задовољавајућу корелацију добијених вредности. Израчунате и измерене амплитуде вибрација и њихово поређење за све случајеве оптерећења представљени су у табели 1. То доказује да постоји изврсна сагласност између коришћених метода и може се закључити да је развијени нумерички поступак за анализу вибрација кугличних котрљајног лежаја верификован и може се приступити даљем развоју просторног модела лежаја 6206 који ће бити коришћен за даљу анализу оштећења на стазама котрљања прстена лежаја.

Табела 1 Упоредни резултати амплитуда вибрација у зависности од спољашњег оптерећења, добијени нумеричким путем и на основу резултата експерименталних испитивања доступних из литературе [6]

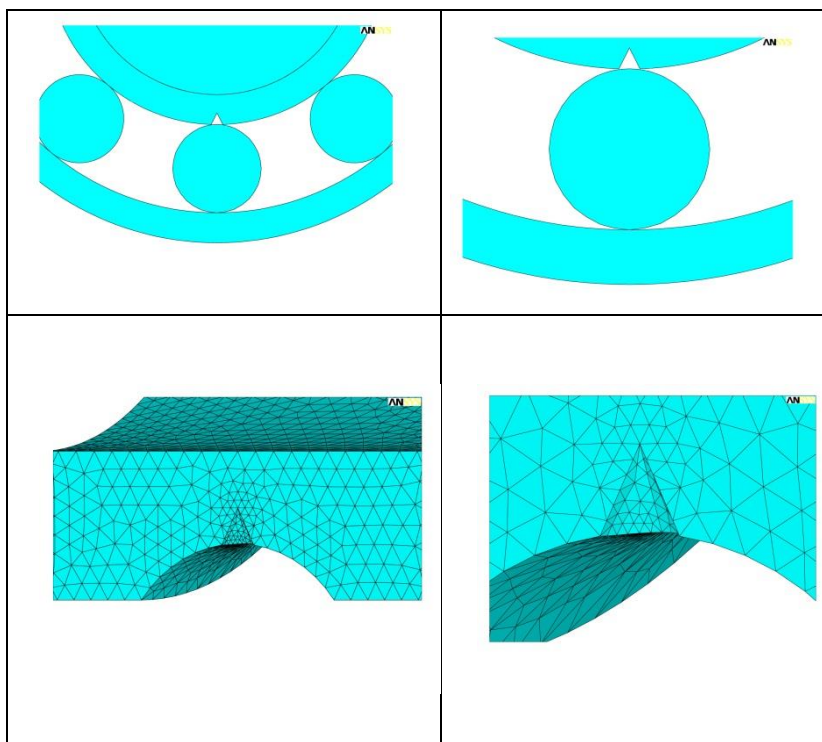
Задато оптерећење, F [N]	500	800	1000	2000	5000
Резултати експерименталних испитивања из литературе [m/s^2]	750	1810	1920	3820	9730
МКЕ [m/s^2]	1000	1750	2000	4000	10000



Слика 26 Приказ поређења резултата добијених из литературе и коришћењем МКЕ

5.1.5 Развој просторног 3D модела једноредног радијалног кугличног лежаја са оштећењем на унутрашњој стази котрљања прстена лежаја 6206

За детаљну анализу утицаја оштећења на динамичко понашање котрљајног лежаја, у овој дисертацији је развијен просторни модел лежаја са оштећењем у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја. Избор геометрије симулираних оштећења базиран је на свеобухватној анализи доступних података из литературе и искуствима из праксе. У оквиру овог рада симулирано је оштећење у облику конуса, при чему су пречник базе и висина конуса једнаки и износе 0,65 [mm], 1,3 [mm] и 2 [mm] – слика 27.



Слика 27 Приказ оштећења у облику конуса на унутрашњој стази котрљања 3D-просторног модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206

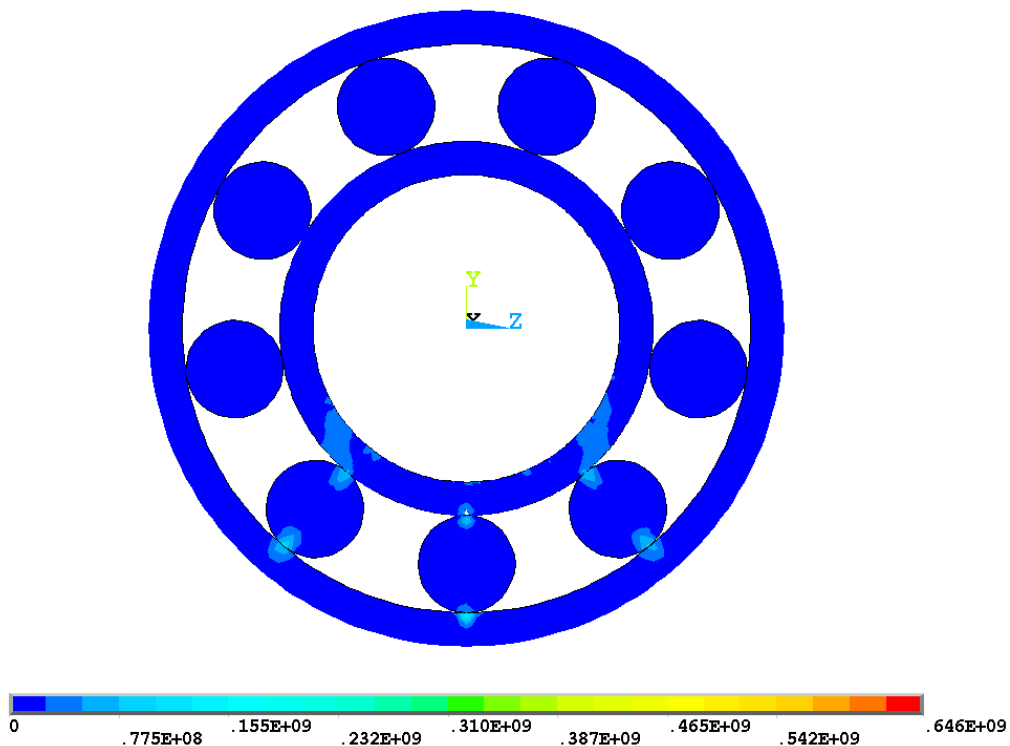
Иако се котрљани лежај 6206 у реалним конструкцијама примењује углавном до оптерећења до 2000 [N], ради прецизније анализе зависности напонског и деформационог стања од димензија оштећења и задатог спољашњег радијалног оптерећења, усвојено је да се интензитет спољашњег радијалног оптерећења креће у границама од 500 до 7000 [N], а да је пречник оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена у границама од 0,65 [mm] до 2 [mm].

5.2 Резултати нумеричких симулација

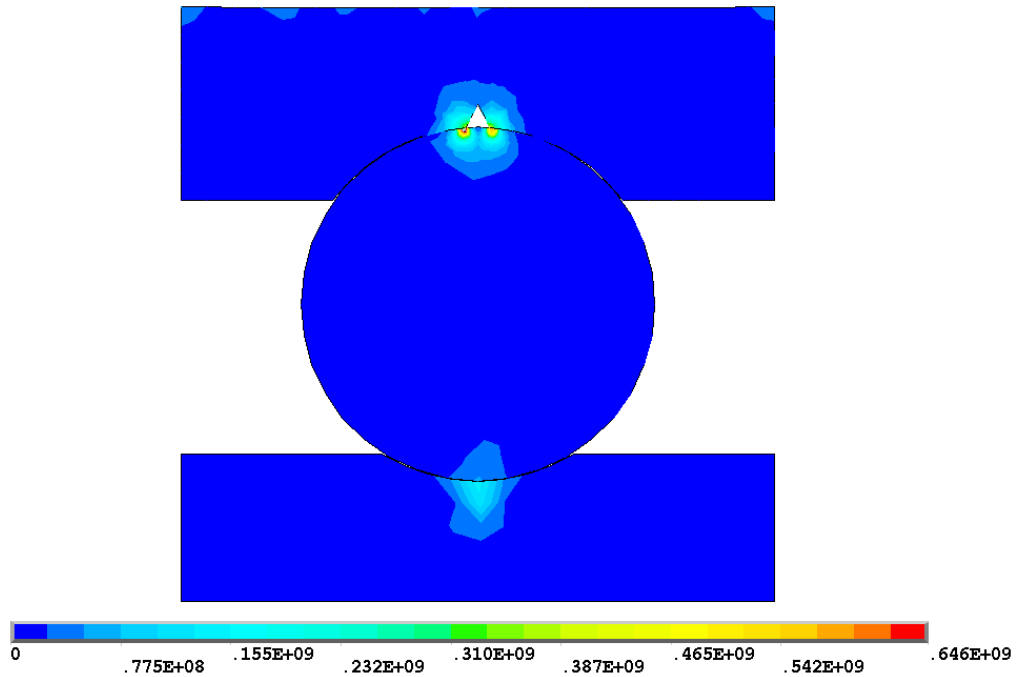
У овом поглављу је приказан део резултата добијен нумеричким симулацијама у софтверском пакету Ansys APDL. Метода коначних елемената (МКЕ) је коришћена за одређивање напонског и деформационог стања делова лежаја. За праћење напонског и деформационог стања лежаја коришћене су величине еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и Von Mises total mechanical strain. На сликама у наставку поглавља и у прилогу дати су прегледи померања у радијалном правцу за случај радијалног оптерећења 500-7000 [N], за случај оштећења у облику конуса пречника 0,65, 1,3 и 2 [mm] на унутрашњој стази котрљања лежаја 6206, као и преглед еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y редно.

5.2.1 Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 0,65 [mm]

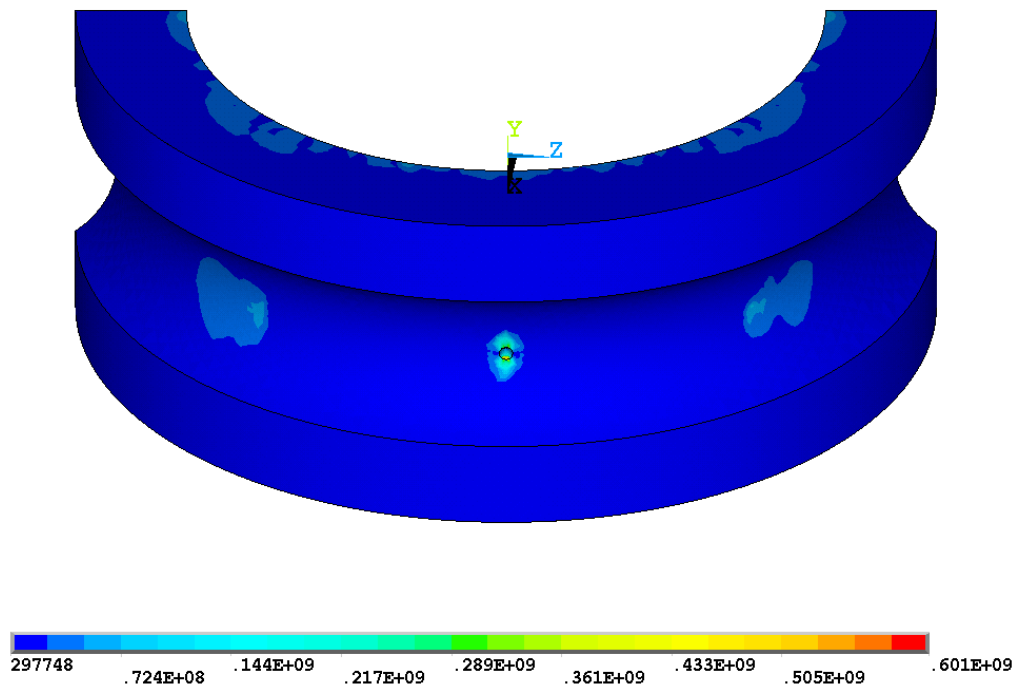
Слике 28–39 приказује резултате померања у правцу у-осе, напона σ_y и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ за посматрани лежај 6206, за случај оштећења у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена и за задато спољашње радијално оптерећење 500 [N]. Добијени резултати за анализирана спољашња радијална оптерећења 1000, 2000, 3000, 5000 и 7000 [N] дата су у прилогу дисертације



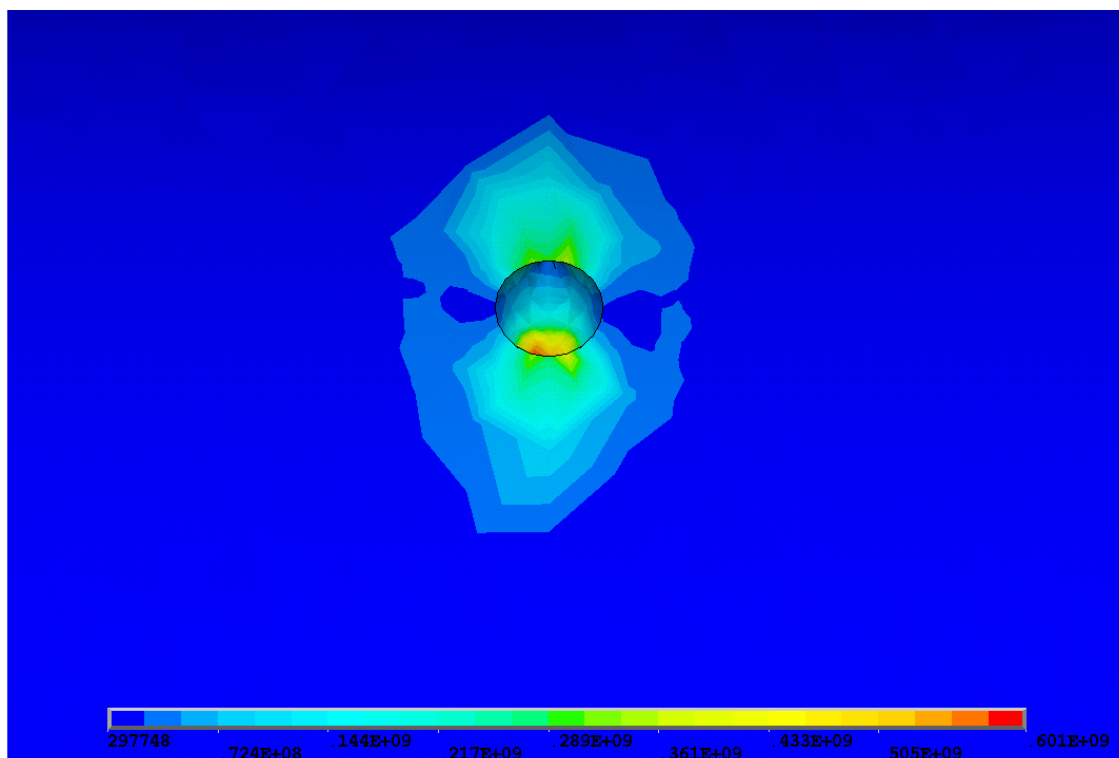
Слика 28 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – попречни пресек



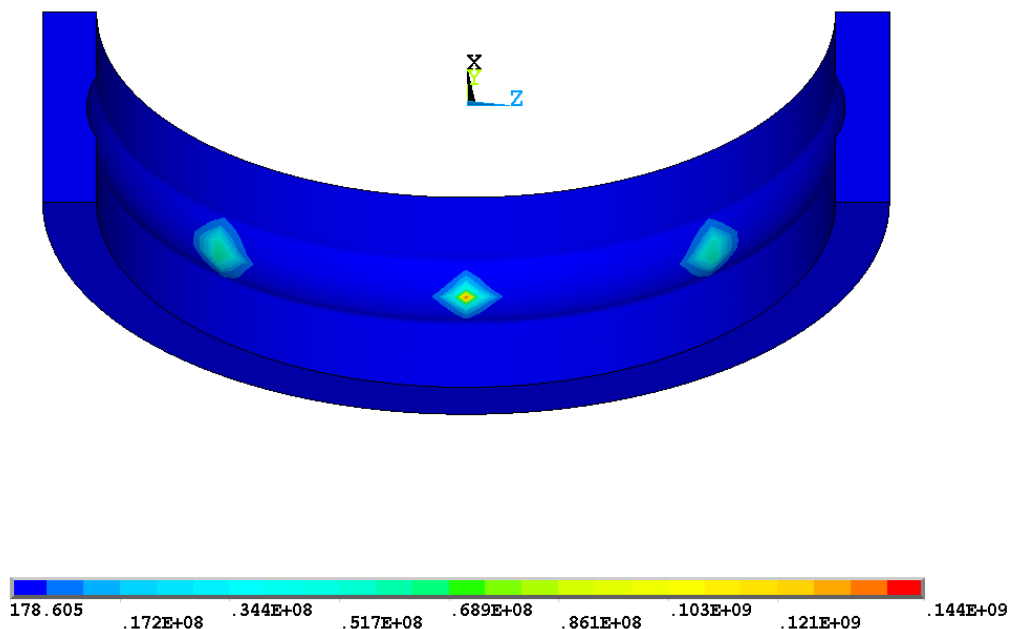
Слика 29 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 $[N]$



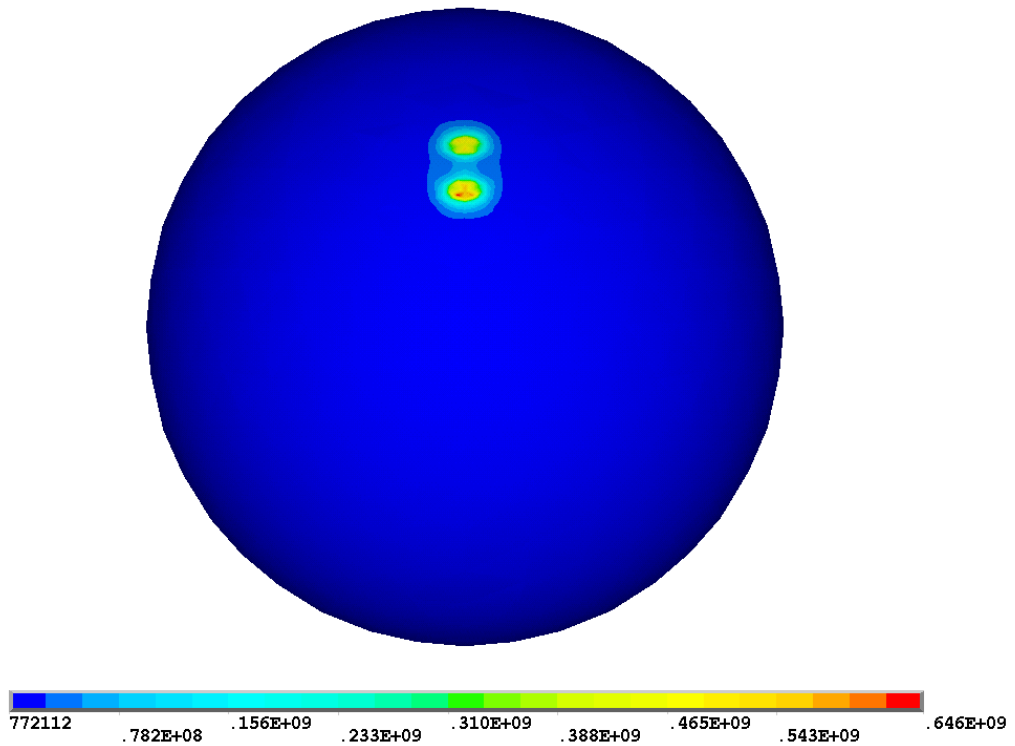
Слика 30 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 $[N]$



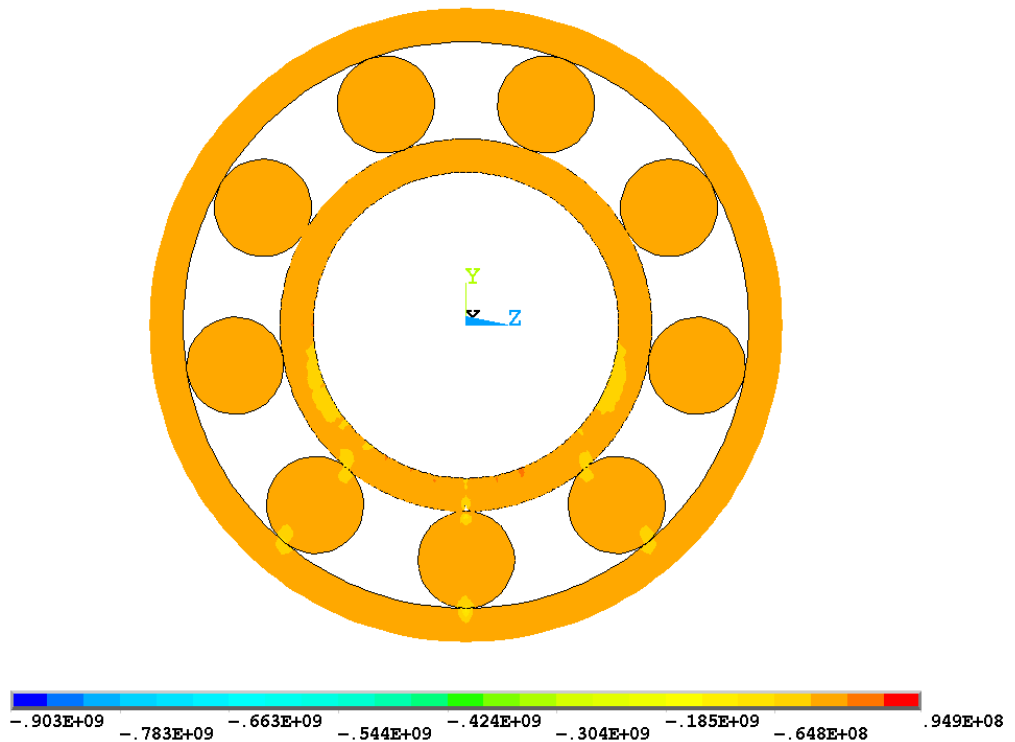
Слика 31 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 $[N]$ -детал



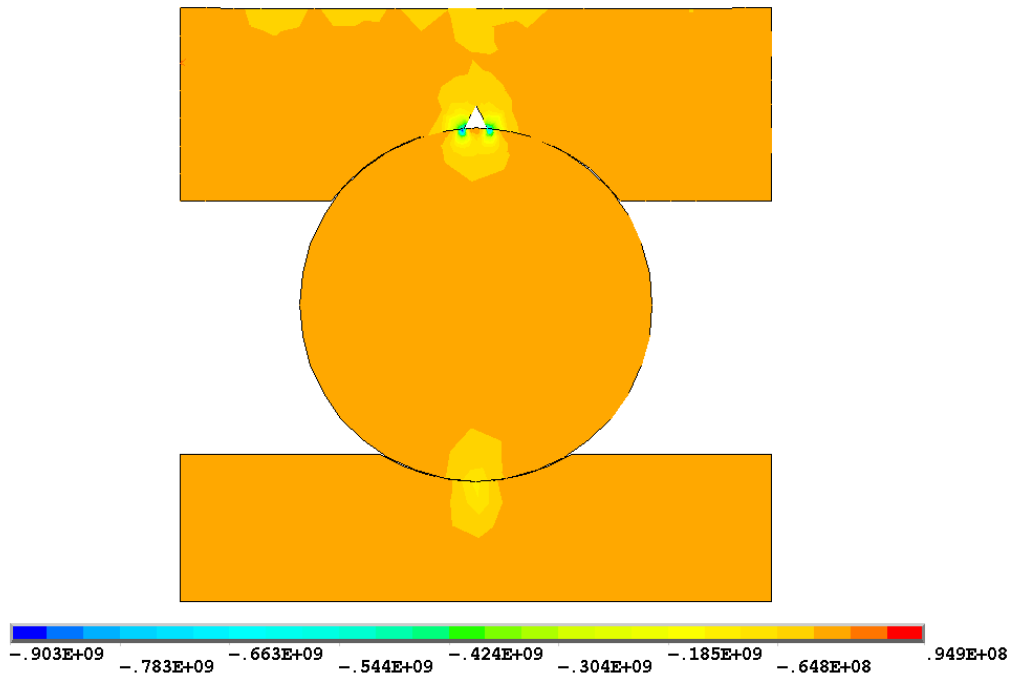
Слика 32 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 $[N]$



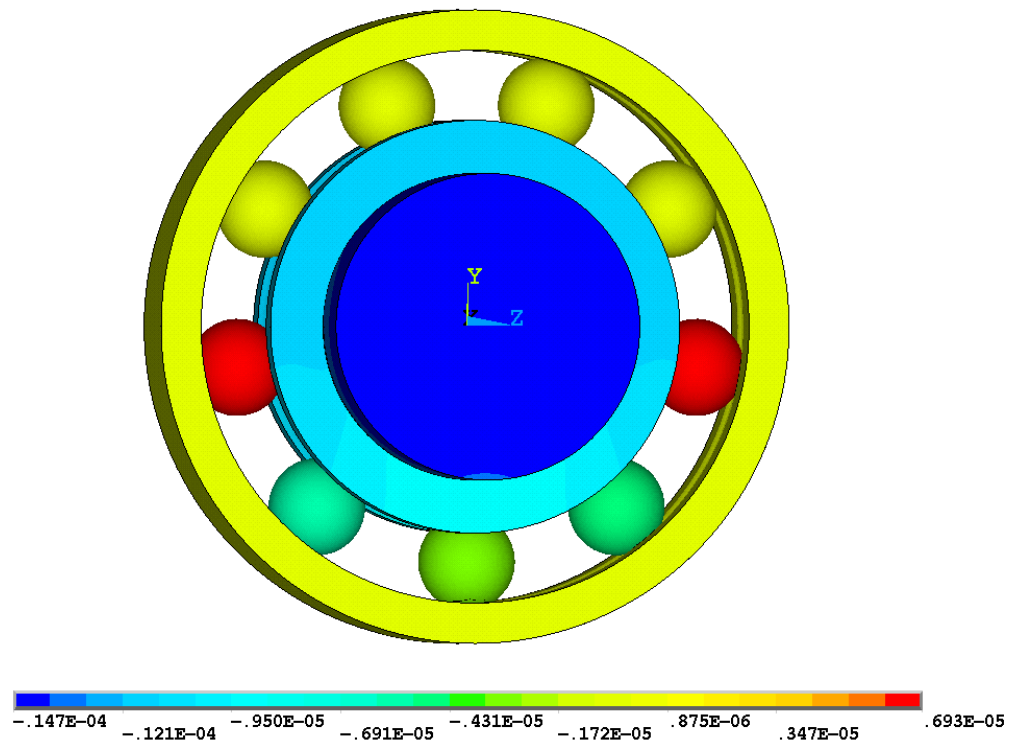
Слика 33 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



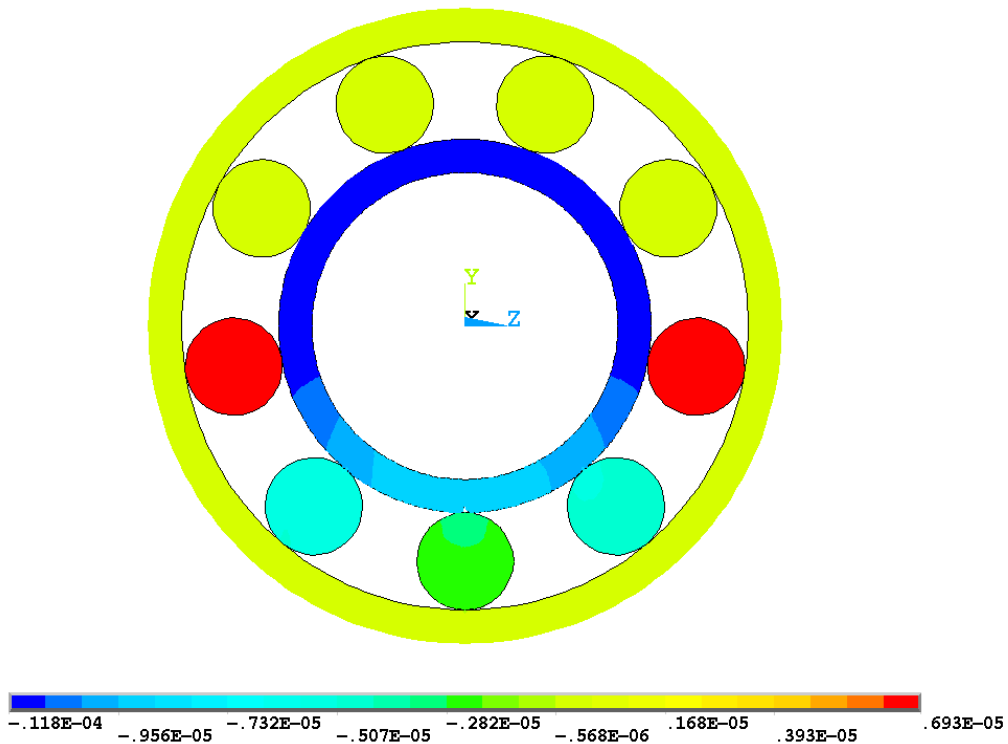
Слика 34 Напон σ_y [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – попречни пресек



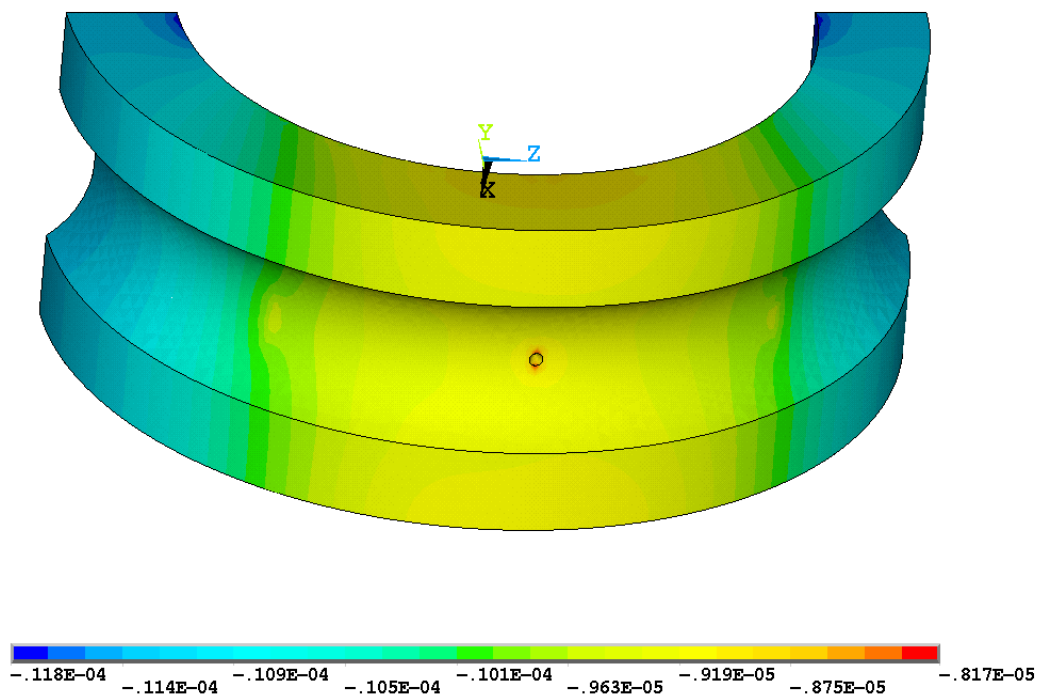
Слика 35 Напон σ_y [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



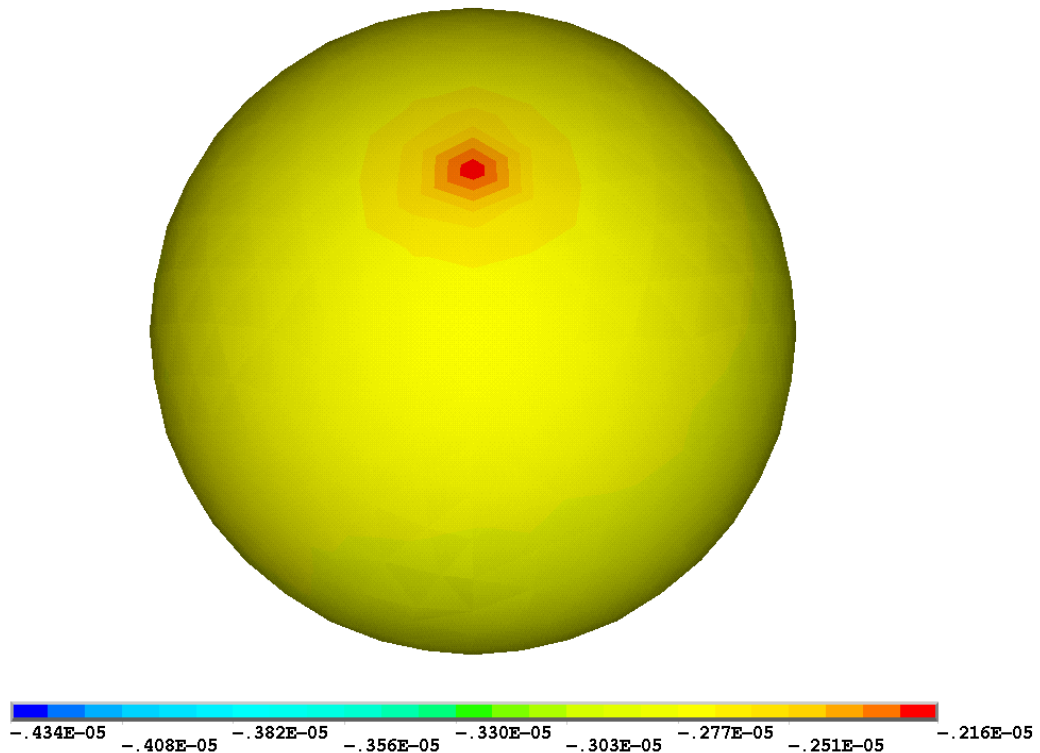
Слика 36 Померање [m] у правцу у–осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – просторни приказ



Слика 37 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – попречни пресек



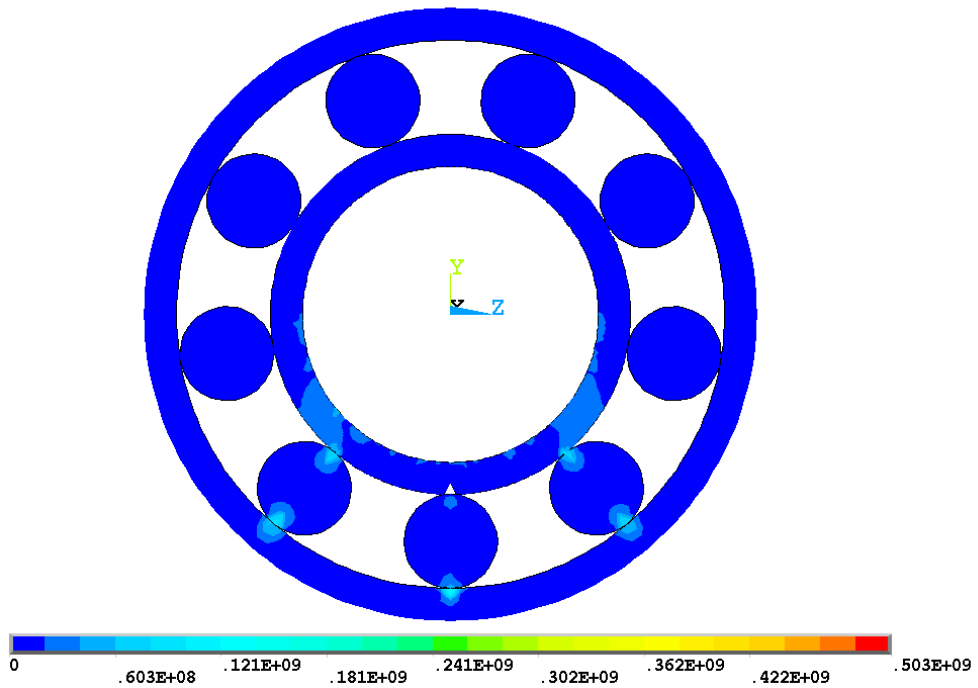
Слика 38 Померање [m] у правцу у-осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



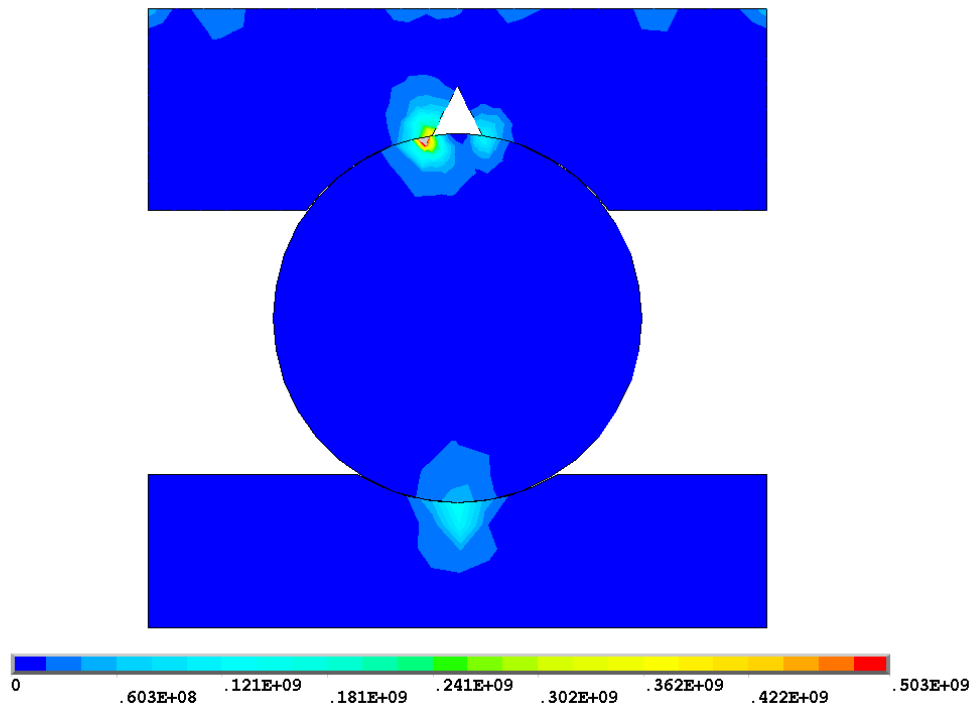
Слика 39 Померање [m] у правцу y -осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]

5.2.2 Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 1,3 [mm].

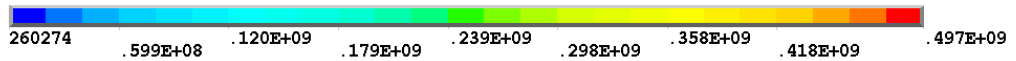
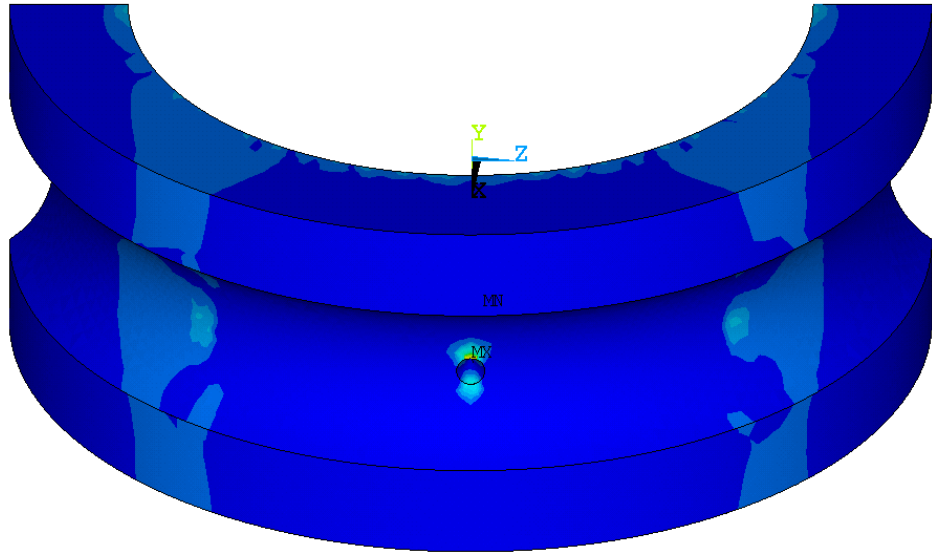
Слике 40–51 приказује резултате померања у правцу y -осе, напона σ_y и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ за посматрани лежај 6206, за случај оштећења у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена и за задато спољашње радијално оптерећење 500 [N]. Добијени резултати за анализирана спољашња радијална оптерећења 1000, 2000, 3000, 5000 и 7000 [N] дата су у прилогу дисертације.



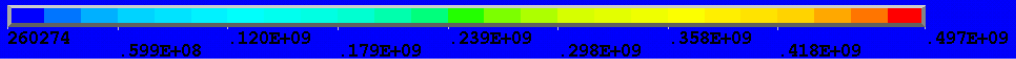
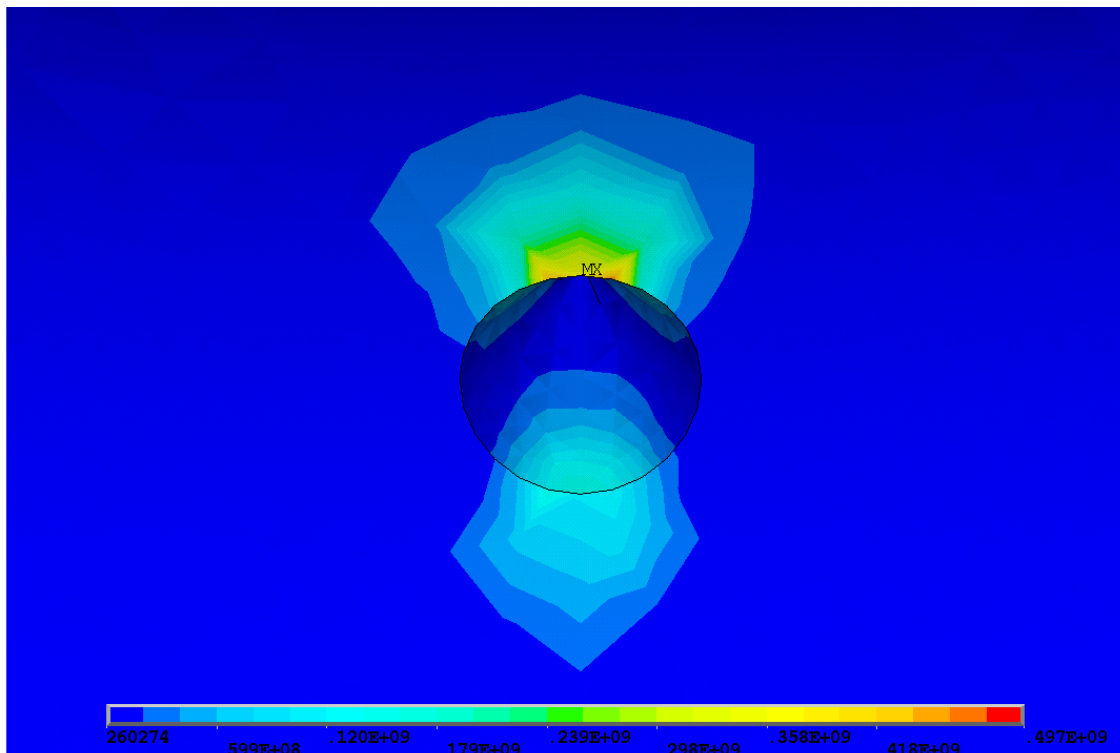
Слика 40 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – попречни пресек



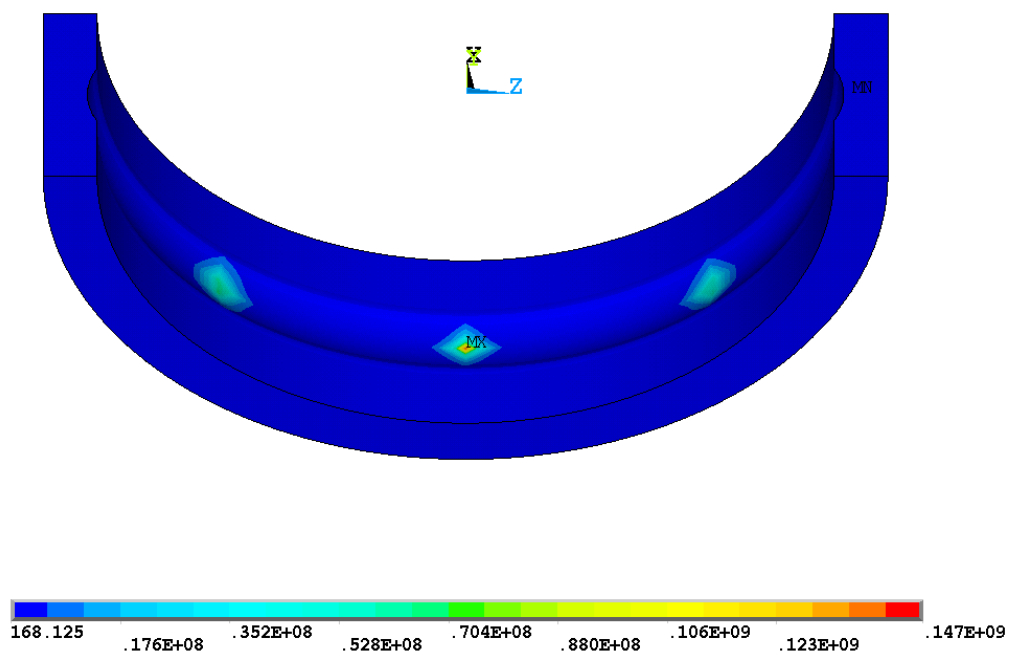
Слика 41 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



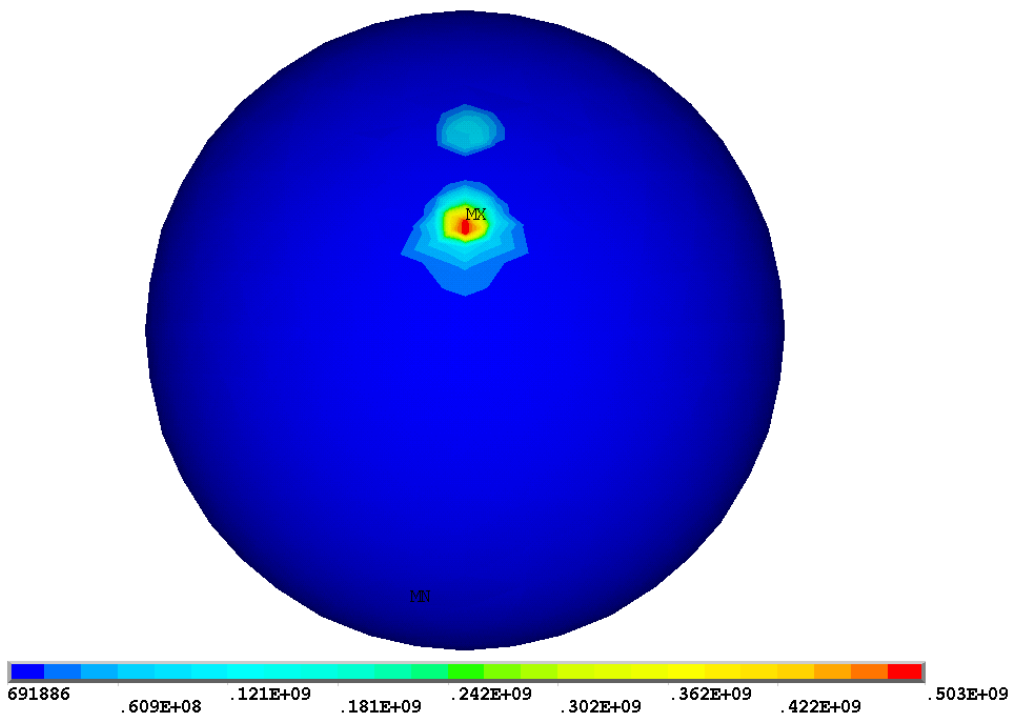
Слика 42 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 $[N]$



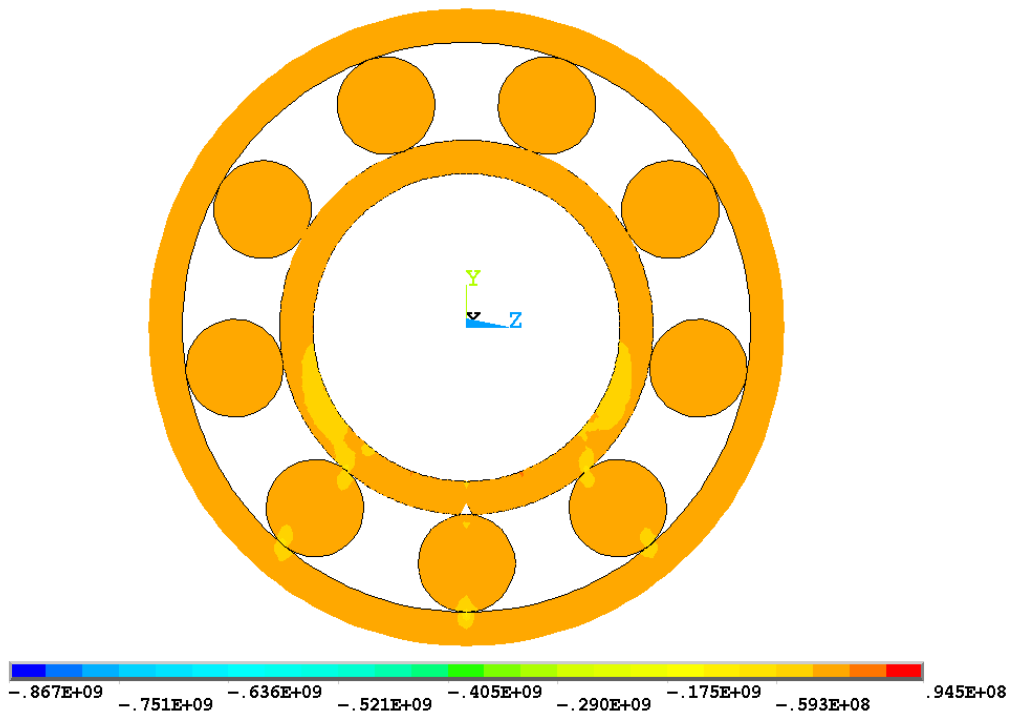
Слика 43 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 $[N]$ -детал



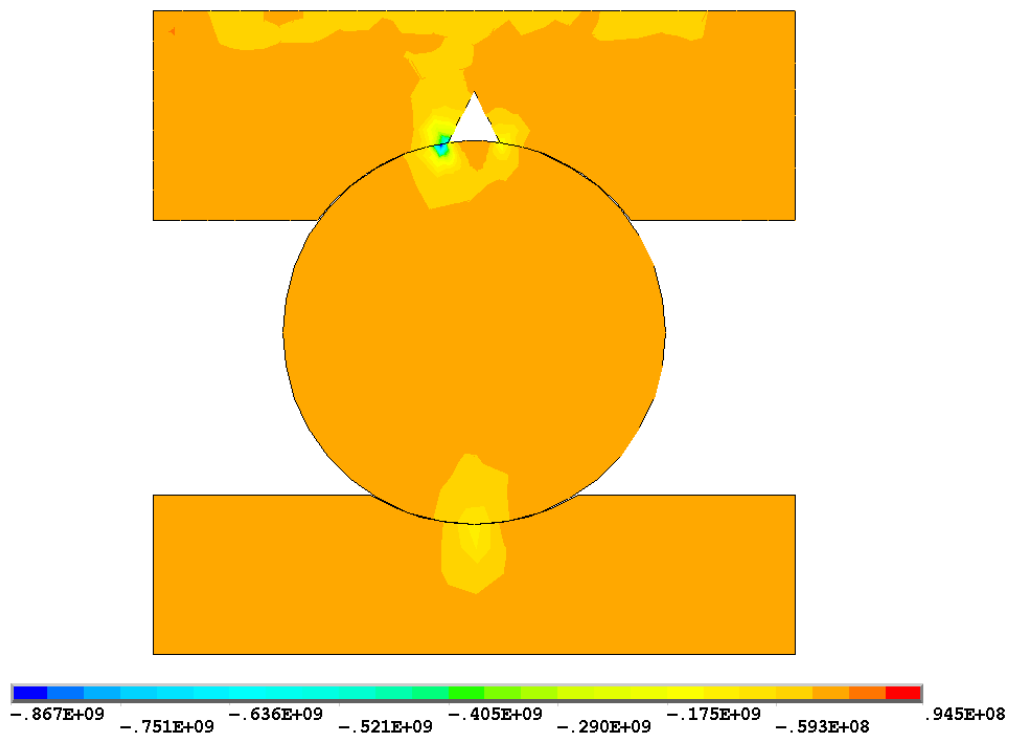
Слика 44 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



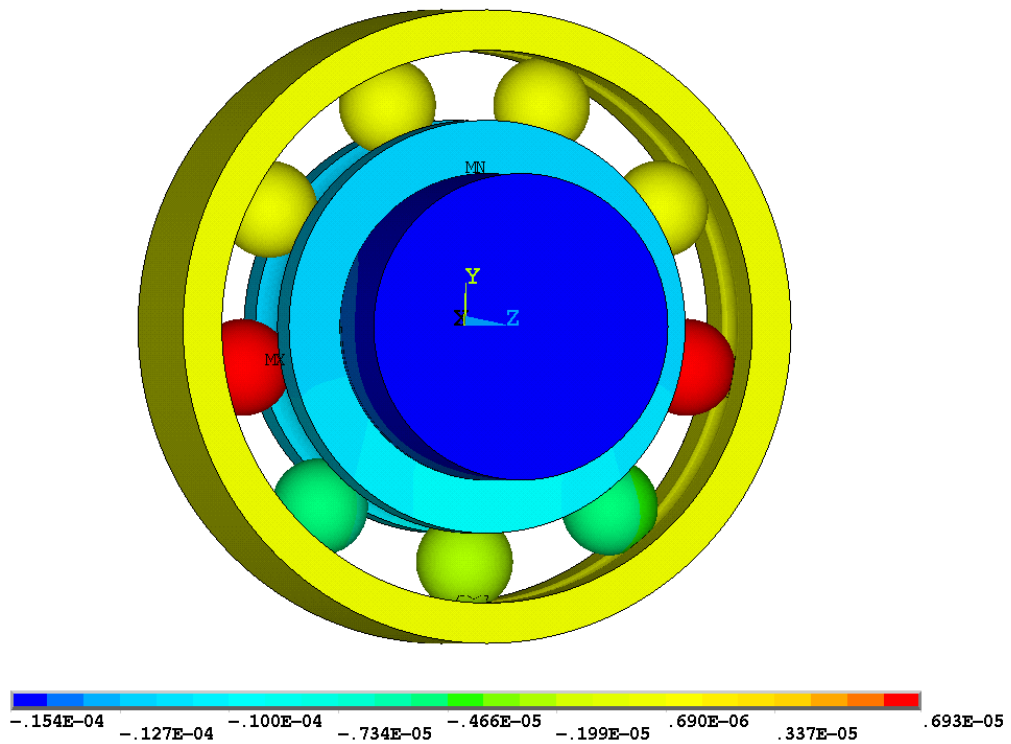
Слика 45 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



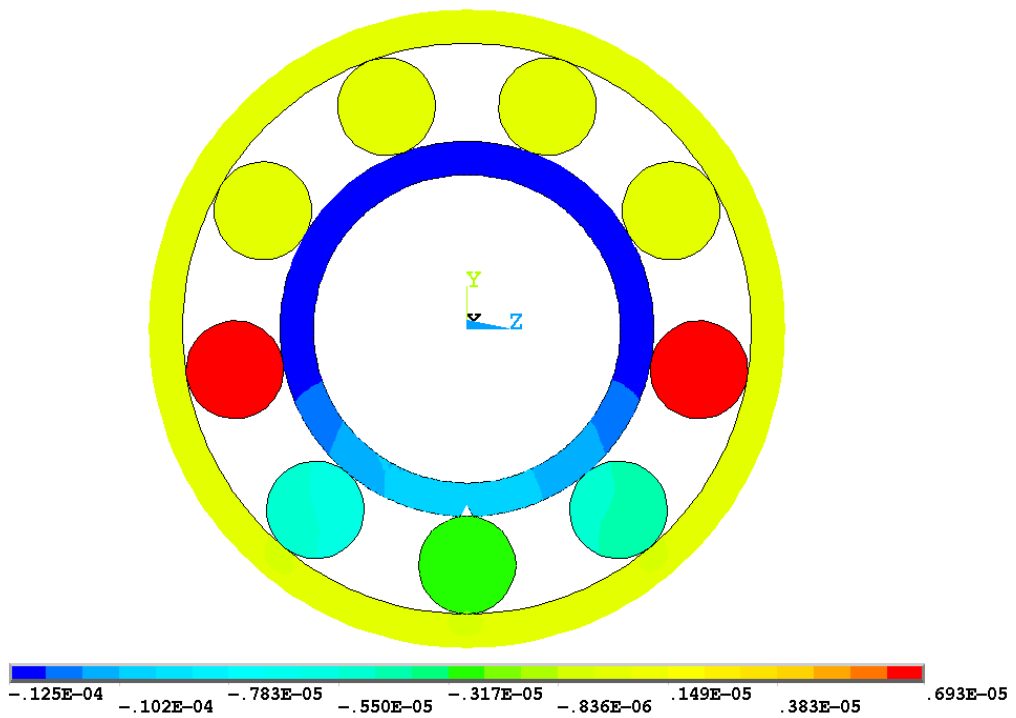
Слика 46 Напон σ_y [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – попречни пресек



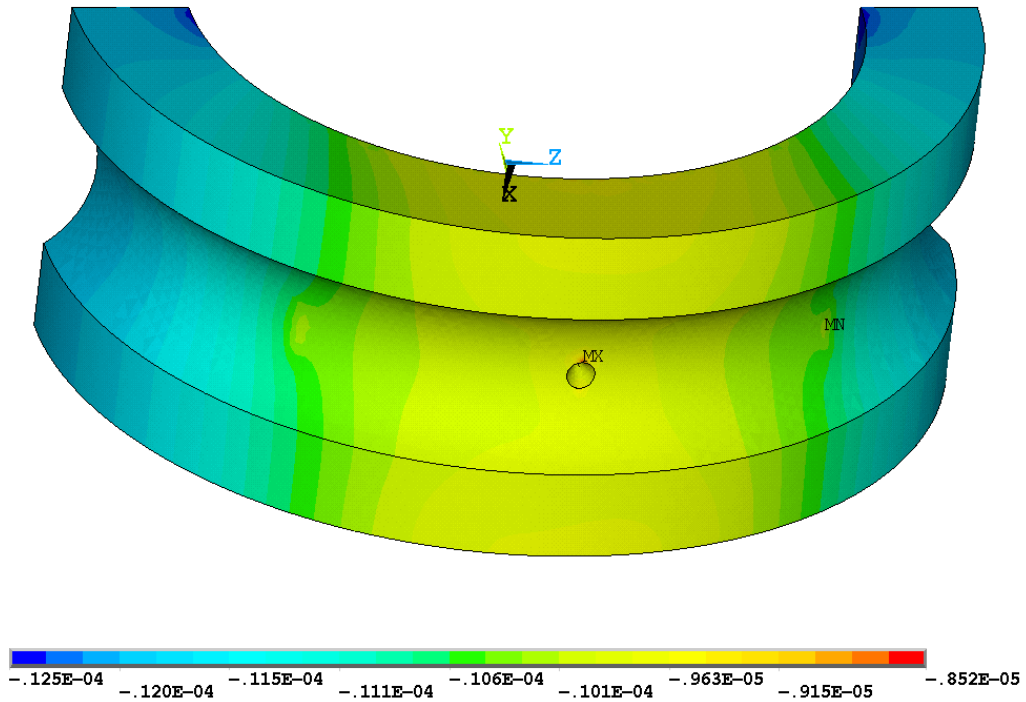
Слика 47 Напон σ_y [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



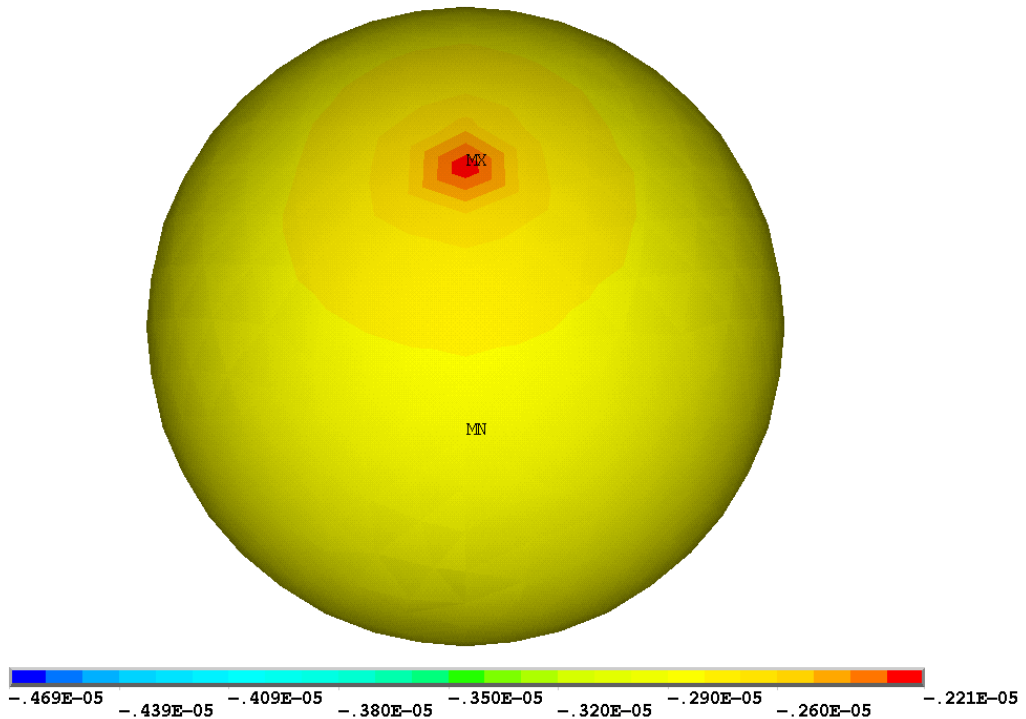
Слика 48 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – просторни приказ



Слика 49 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – попречни пресек



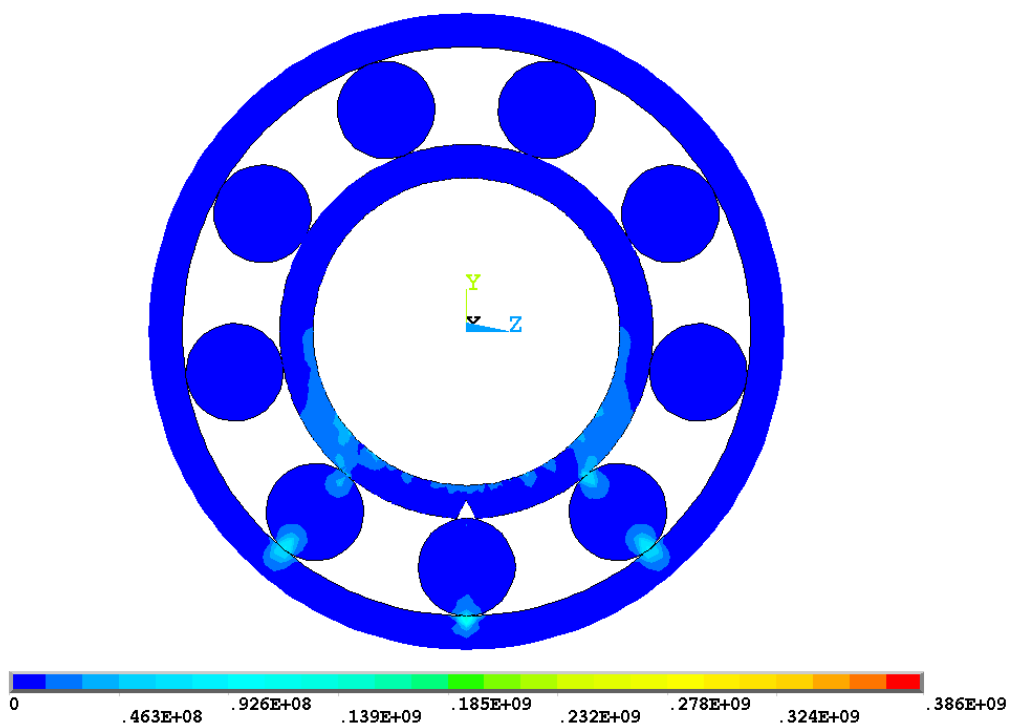
Слика 50 Померање [m] у правцу у–осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



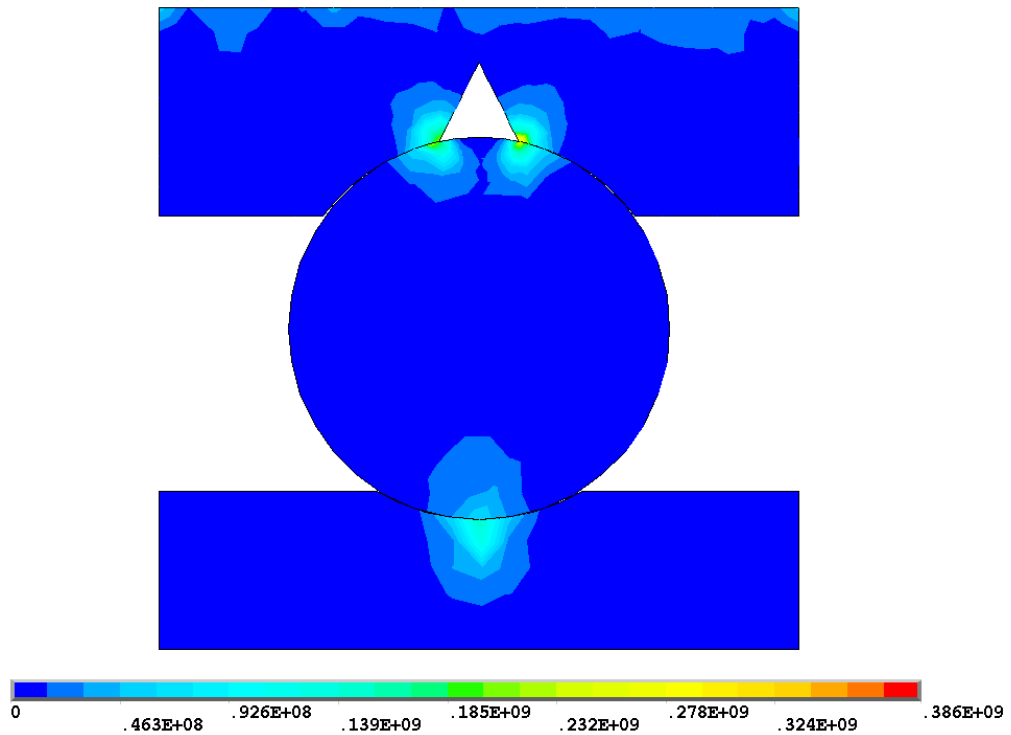
Слика 51 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]

5.2.3 Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 2 [mm]

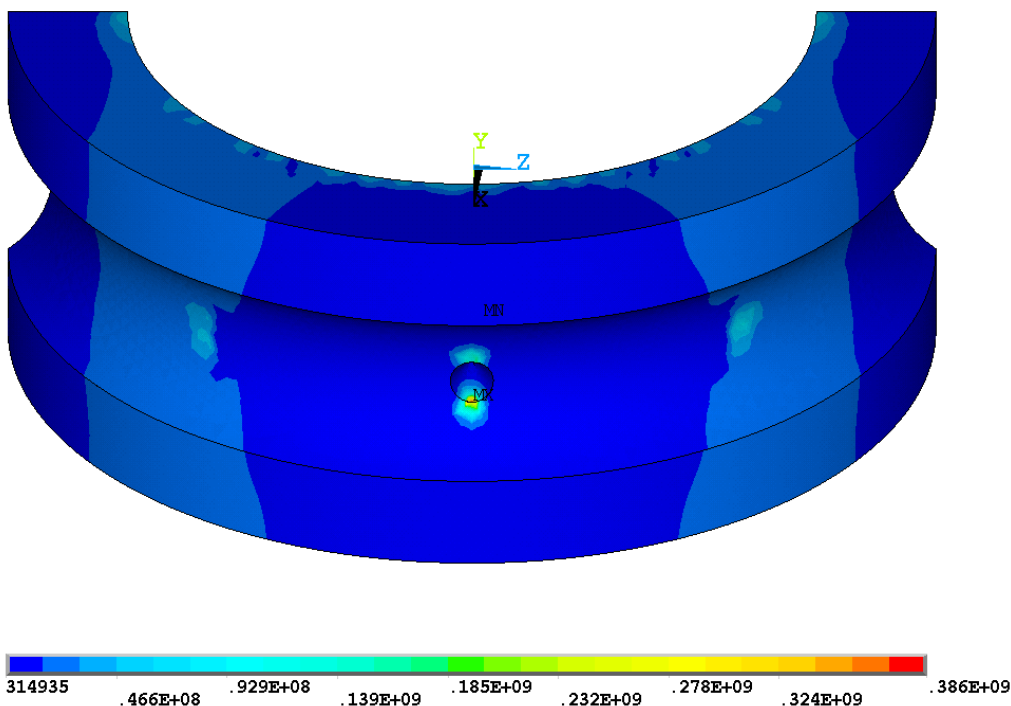
Слике 52–63 приказује резултате померања у правцу у-осе, напона σ_y и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ за посматрани лежај 6206, за случај оштећења у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена и за задато спољашње радијално оптерећење 500 [N]. Добијени резултати за анализирана спољашња радијална оптерећења 1000, 2000, 3000, 5000 и 7000 [N] дата су у прилогу дисертације.



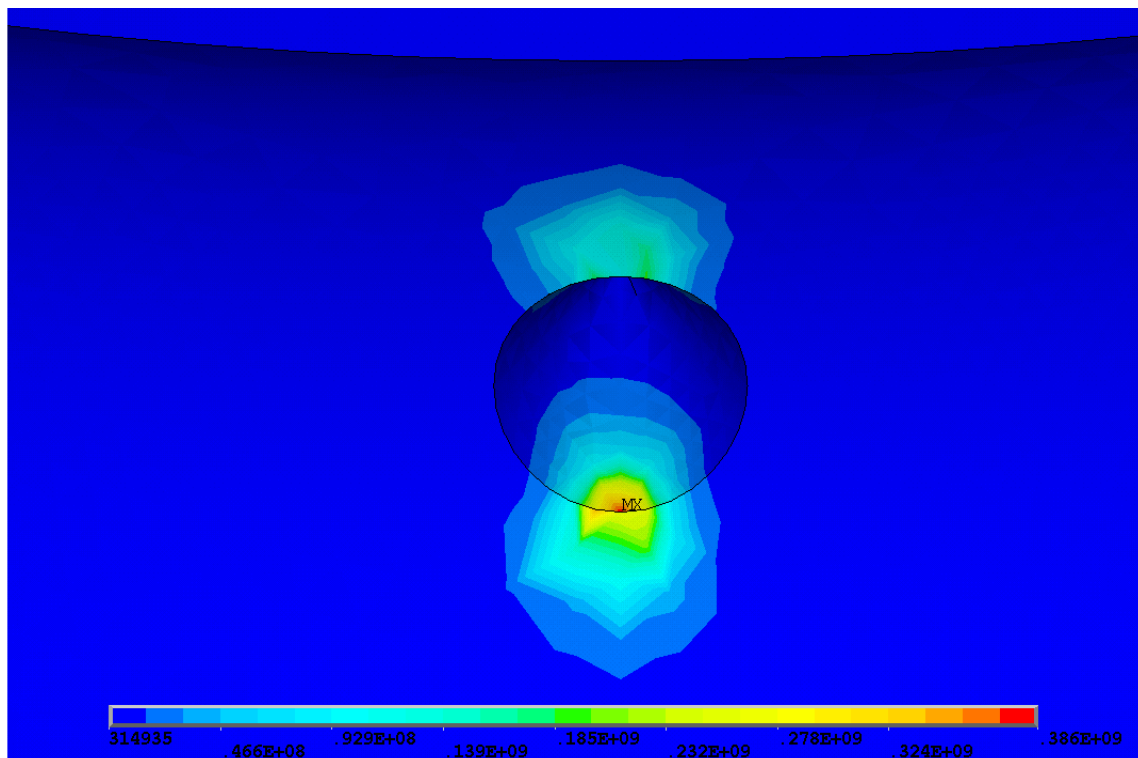
Слика 52 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – попречни пресек



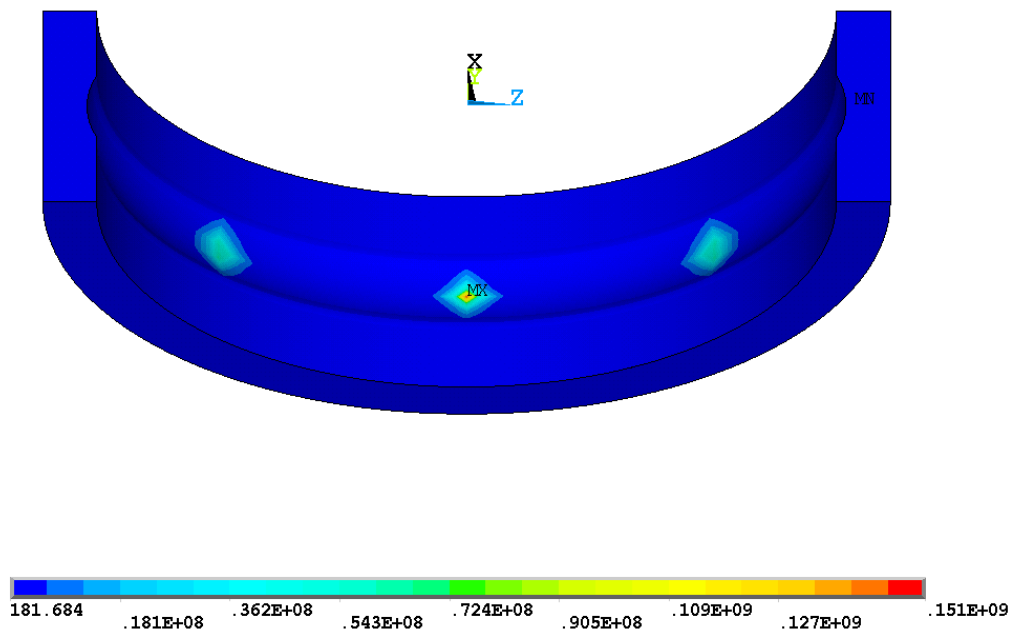
Слика 53 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 $[N]$



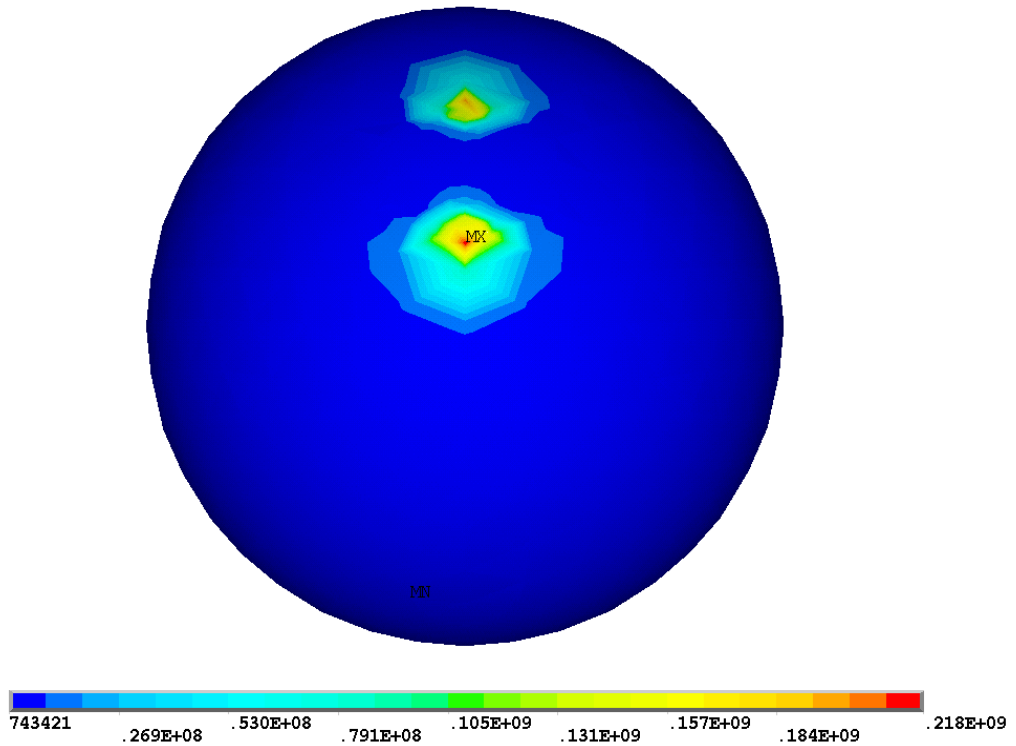
Слика 54 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 $[N]$



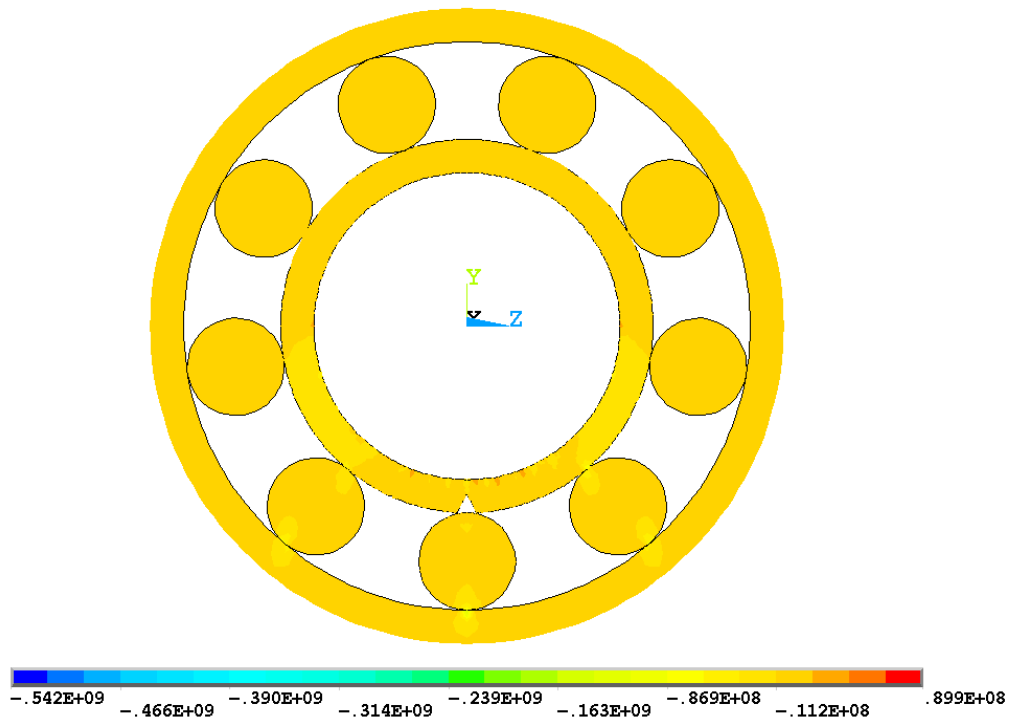
Слика 55 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]-детал



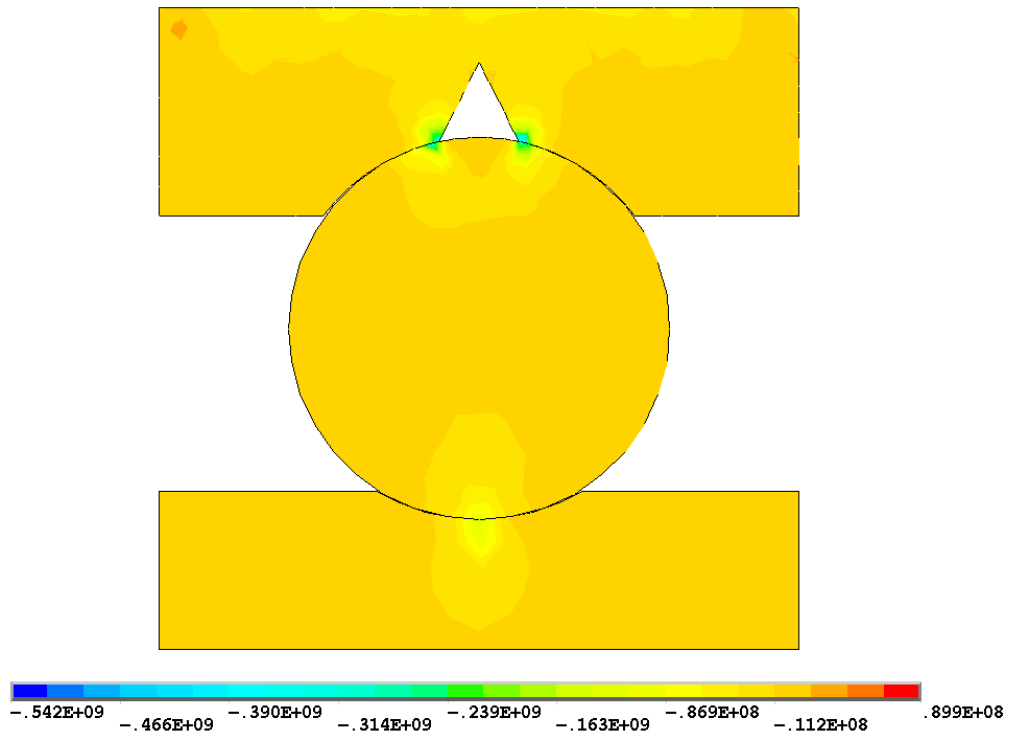
Слика 56 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



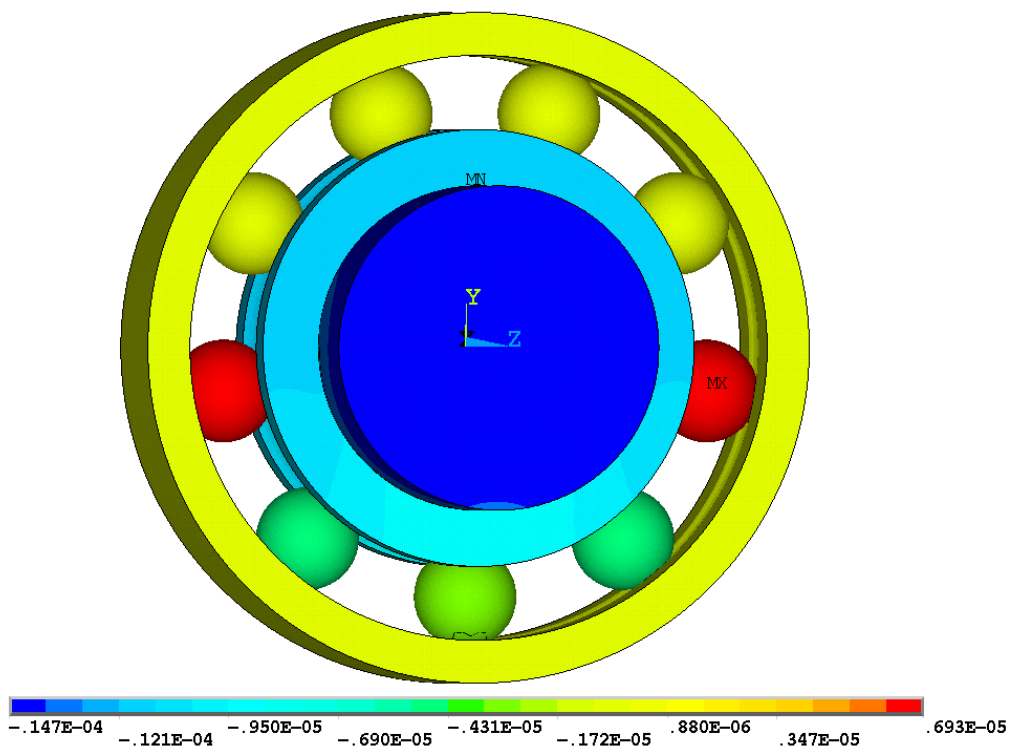
Слика 57 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 $[N]$



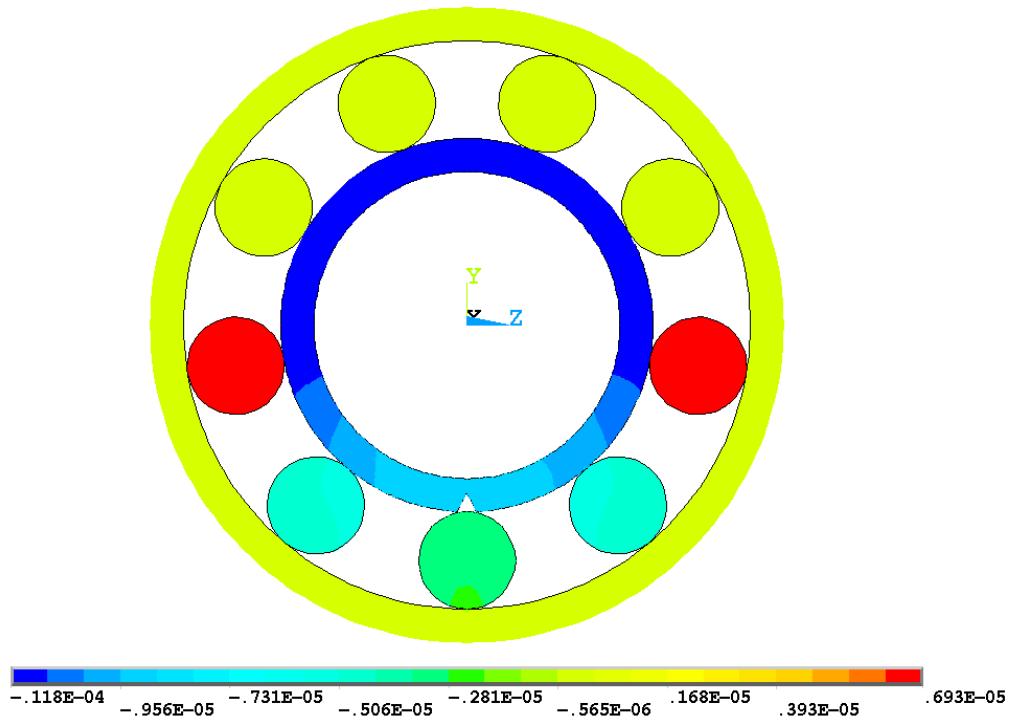
Слика 58 Напон σ_y $[N/m^2]$ посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 $[N]$ – попречни пресек



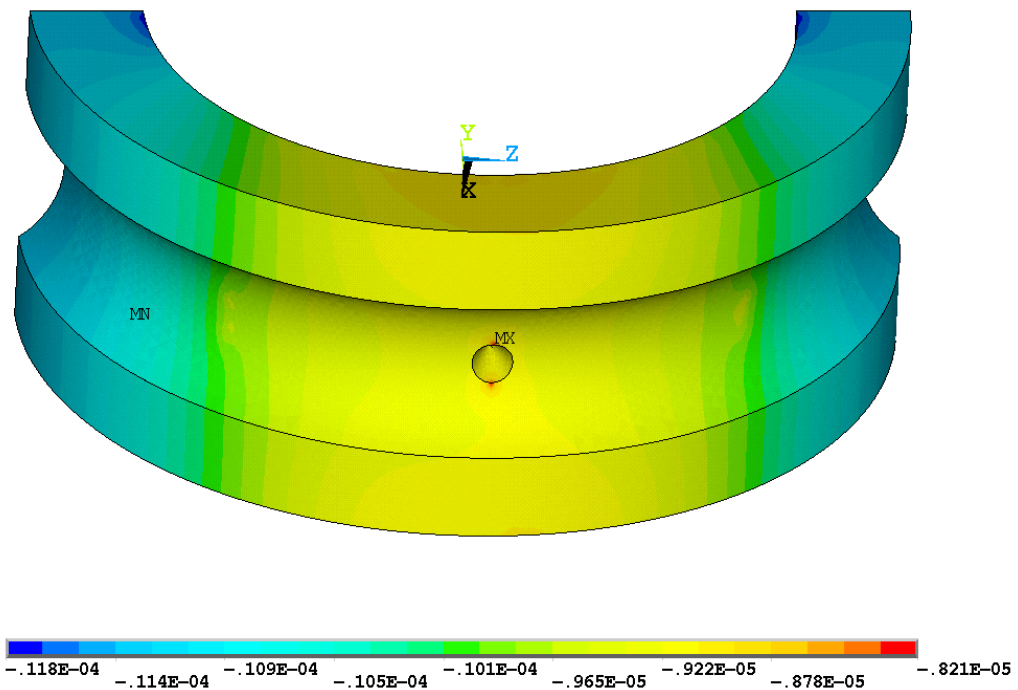
Слика 59 Напон σ_y [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



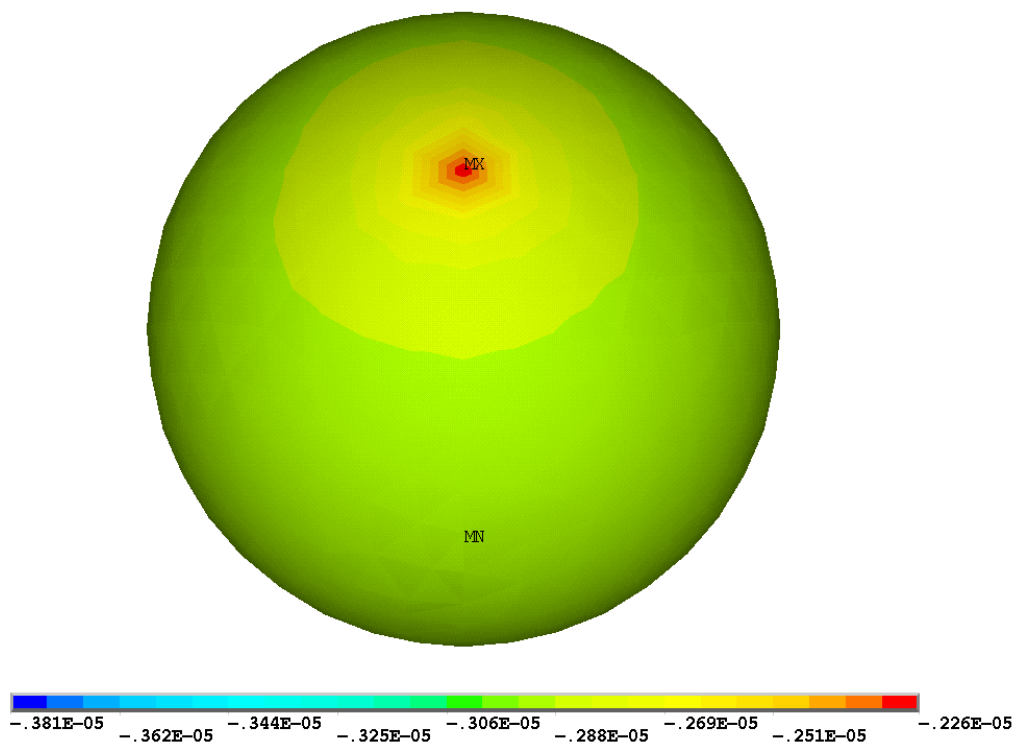
Слика 60 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречја 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – просторни приказ



Слика 61 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – попречни пресек



Слика 62 Померање [m] у правцу y -осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



Слика 63 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]

5.3 Анализа резултата добијених МКЕ на развијеном 3D моделу једноредног радијалног кугличног лежаја 6206 са оштећењем на унутрашњој стази котрљања

На основу добијених резултата приказаних у тачкама 5.2.1, 5.2.2 и 5.2.3 и у Прилогу извршена је анализа тока промене расподеле оптерећења, напонског и деформационог стања котрљајног лежаја 6206 у зависности од спољашњег радијалног оптерећења и димензија оштећења на унутрашњој стази котрљања лежаја.

5.3.1 Напонско стање кугличног котрљајног лежаја 6206 са оштећењем на стази котрљања

На сликама 28-33, 40-45, 52-57 дат је преглед расподеле еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65, 1,3 и 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N].

Визуелним прегледом резултата може се запазити промена напона у зависности од спољашњег радијалног оптерећења и димензија оштећења на стази котрљања лежаја. Максималне вредности напона јављају се на месту контактне зоне најоптерећенијег котрљајног тела са стазом котрљања спољашњег и унутрашњег прстена лежаја.

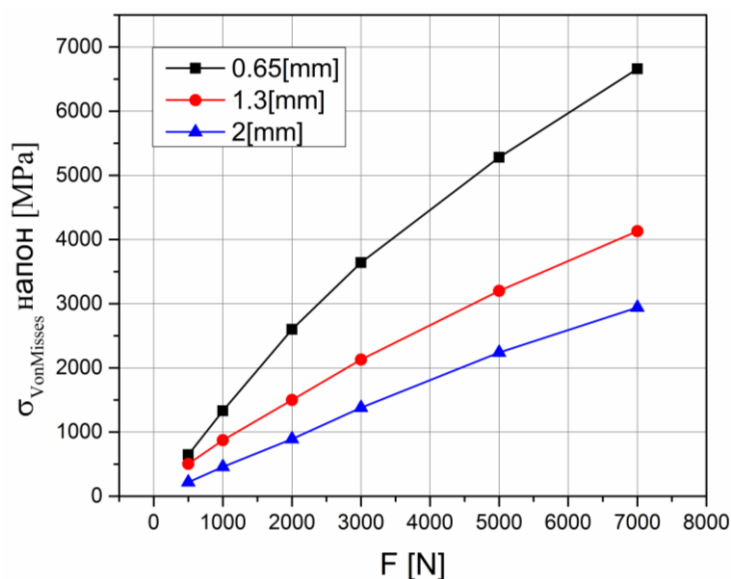
На основу добијених резултата, извршено је поређење еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона посматраног лежаја 6206 за различите димензије оштећења и различита спољашња радијална оптерећења. Криве на слици 65 представљају вредности еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$

посматраног лежаја б206 за случај спољашњег радијалног оптерећења од 500, 1000, 2000 и 5000N, редом.

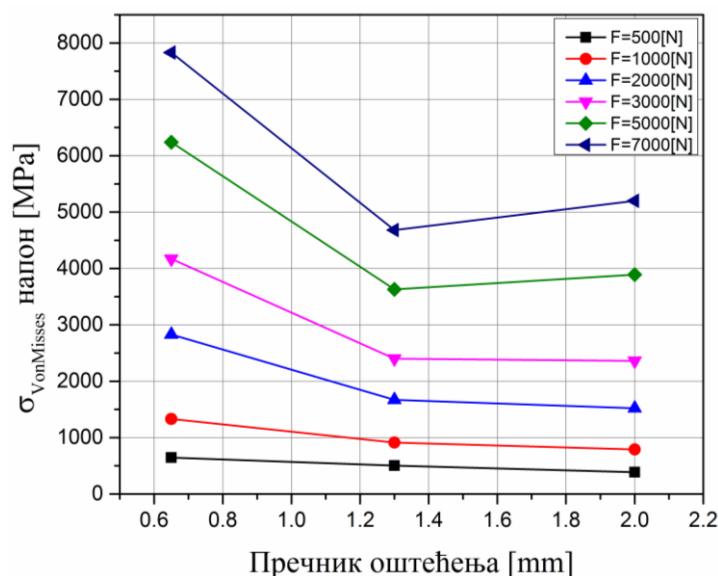
Анализом дијаграма са слике 64 се види да са повећањем вредности задатог радијалног оптерећења, расте и вредност еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ у котрљајном лежају, што је и очекивано. Такође, са дијаграма се види да је овај прираштај знатно већи што је димензија оштећења на стази котрљања мања, односно када при високом радном оптерећењу дође до оштећења на стази котрљања, одмах долази до отказа котрљајног лежаја. Међутим, ако се оштећење деси у условима мањег радног оптерећења, које одговара средњим вредностима опсега статичке носивости, лежај може наставити са радом, а да се услед проширења оштећења односно повећања пречника оштећења, максимална вредност напона на месту оштећења смањује као резултат повећања зоне контактне деформације и самим тим равномерније расподеле оптерећења у контактної зони.

Максималне вредности напона јављају се на самом ободу оштећења, као резултат оштрих ивица. У стварним условима прелаз између стазе котрљања и насталог оштећења није оштар, већ заобљен.

Резултати добијени у оквиру рада користе се за даљи развој математичких модела корелација између различитих облика и димензија оштећења стаза котрљања лежаја и њихових радних карактеристика. Такође, анализа добијених резултата пружа могућност у даљим истраживањима варирање и осталих фактора утицаја. На основу предложених истраживања може се вршити и прецизније предвиђање очекиваног радног века котрљајних лежаја — што је од изузетне важности у самом процесу конструисања.



Слика 64 Поређење резултата еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона на најоптерећенијем котрљајном телу посматраног лежаја б206 за различите димензије оштећења и различита спољашња радијална оптерећења



Слика 65 Поређење резултата еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона посматраног котрљајног лежаја 6206 у зависности од спољашњег радијалног оптерећења, а за различите димензије оштећења

Пре прегледа добијених резултата треба напоменути да су се прорачуном добијена симетрична решења у погледу напона $\sigma_{VonMises}$ и померања у правцу у-осе. То значи да су вредности расподеле оптерећења и померања једнака у односу на правац дејства спољашњег радијалног оптерећења. Ово је један од начина да је нумерички модел лежаја верификован као добар, са извесним одступањима која су резултат примењеног клизања у контакту.

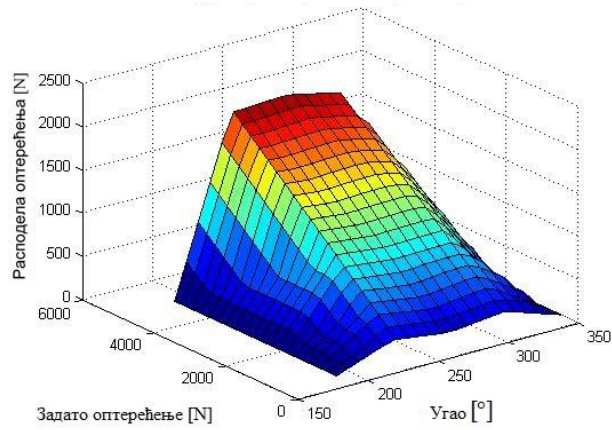
На сликама 36-39, 48-51, 60-63 и у Прилогу приказани су резултати померања у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65, 1,3 и 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за различита спољашња радијална оптерећења. Анализа резултата показује да са повећањем димензија оштећења и при већим вредностима спољашњег радијалног оптерећења долази до већих померања у правцу у-осе.

5.3.2 Расподела оптерећења на котрљајна тела кугличног котрљајног лежаја 6206 са оштећењем на стази котрљања

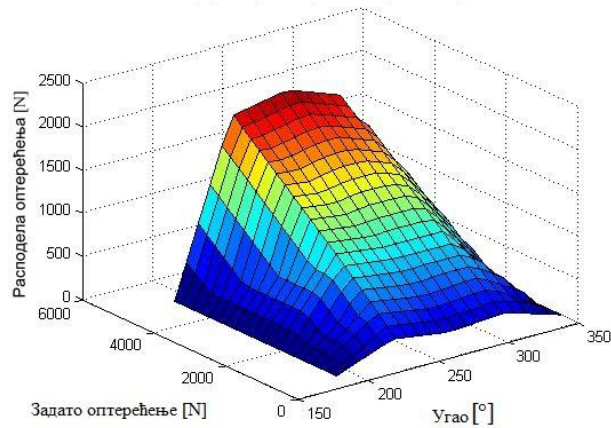
Што се тиче расподеле оптерећења на котрљајна тела лежаја 6206, како нумерички прорачун пружа јасан визуелни преглед резултата, може се закључити повећањем димензија оштећења повећава се оптерећење које преносе котрљајна тела која се налазе одмах испод меридијанске равни.

Као што се види са датих слика, најоптерећеније је котрљајно тело које се налази на нападној линији спољашњег радијалног оптерећења. За посматрано оштећење у облику конуса пречника 0,65 [mm] у расподели оптерећења поред најоптерећенијег котрљајног тела учествују и котрљајна тела која се налазе лево и десно од њега. Котрљајна тела испод меридијанске равни готово да не учествују у преношењу оптерећења. Тек са значајним порастом спољашњег радијалног оптерећења улазе у контакт и врше пренос оптерећења.

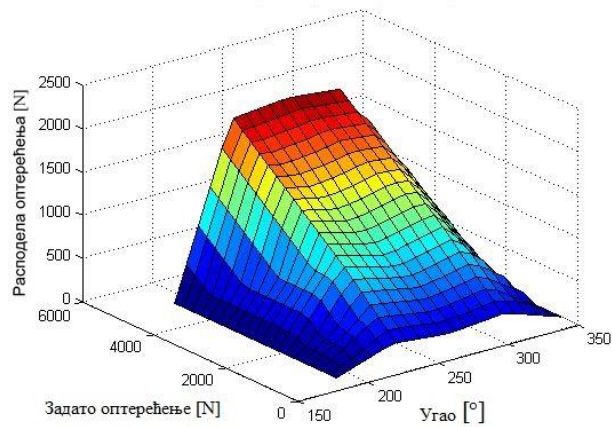
На слици 66 приказан је тродимензионални дијаграми расподеле оптерећења на котрљајна тела котрљајног лежаја 6206 у зависности од спољашњег оптерећења, за различите димензије оштећења.



а)



б)



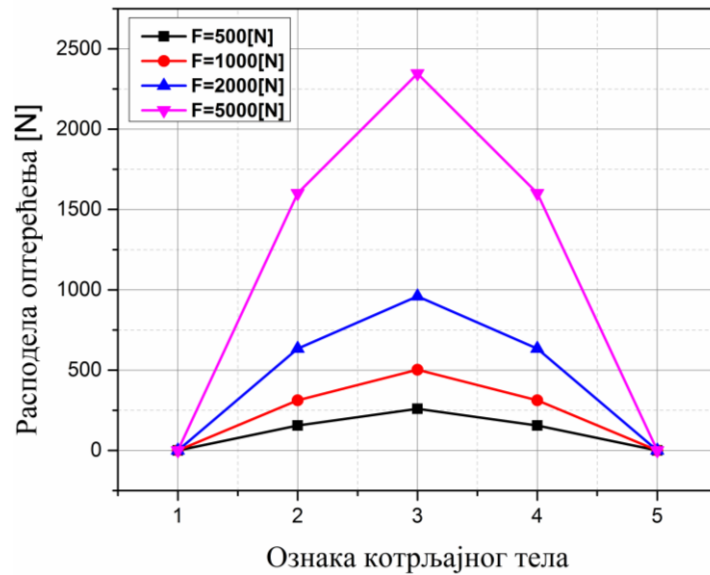
в)

Слика 66 Тродимензионални дијаграм зависности расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од интензитета спољашњег оптерећења, за различите димензије оштећења: а) 0,65 [mm], б) 1,3 [mm] и в) 2 [mm]

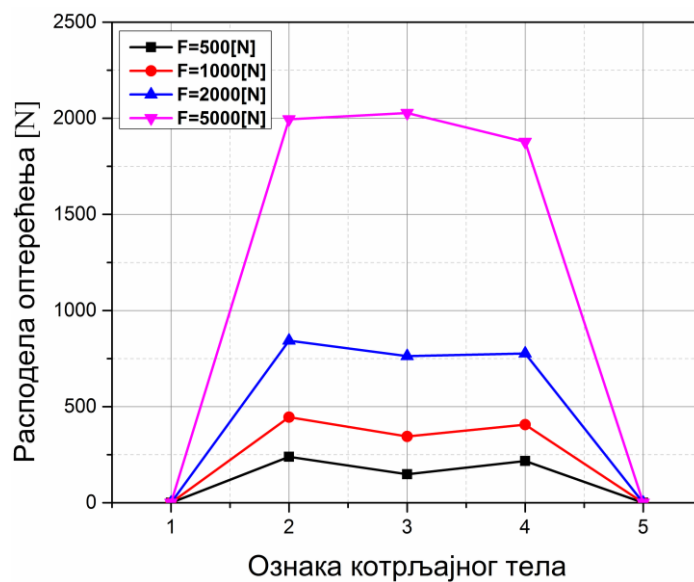
На основу добијених резултата расподеле оптерећења за различита спољашње оптерећење поступком интерполације су добијени континуални дијаграми приказани на слици 67, са којих се за произвољно оптерећење може предвидети расподела оптерећења.

Ради потпуније анализе и овде је ниво спољашњег радијалног оптерећења и димензија оштећења на стази котрљања, вариран у различитим опсезима. На дијаграму се јасно

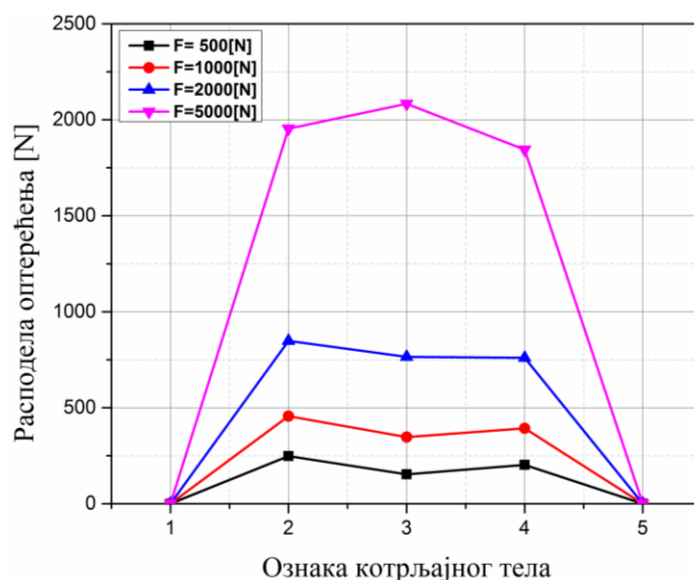
разликују поља са различитим нивоима расподеле оптерећења. Ова поља су на дијаграмима приказана различитим бојама. Котрљајно тело које се налази у правцу дејства спољашњег радијалног оптерећења на дијаграмима носи ознаку 3. Котрљајна тела лево и десно од њега означена су бројевима 2 и 4, док су котрљајна тела одмах испод меридијанске равни означена бројевима 1 и 5.



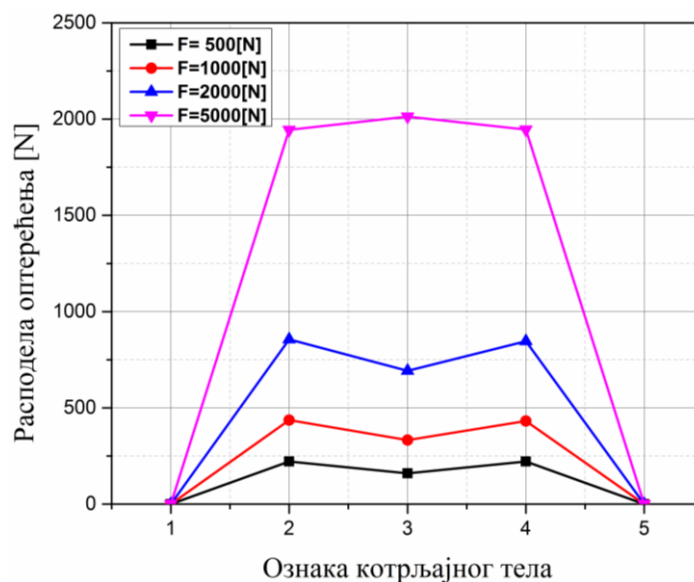
Слика 67 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од интензитета спољашњег оптерећења, за лежај без оштећења



Слика 68 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од интензитета спољашњег оптерећења, за пречник оштећења 0,65 [mm]

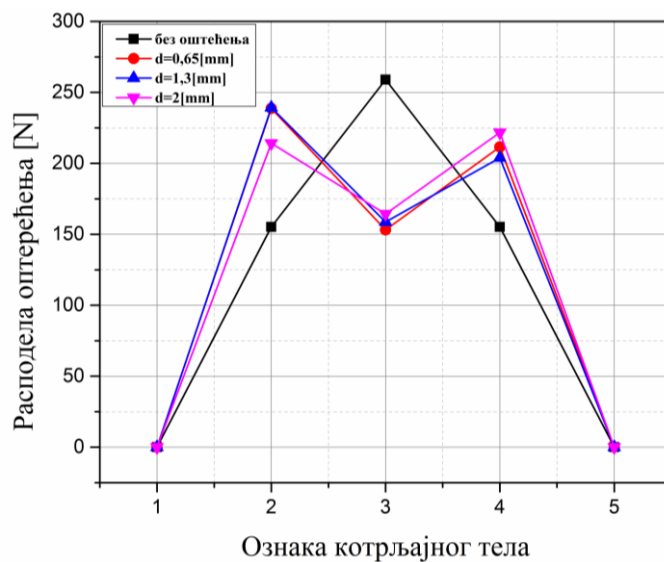


Слика 69 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од интензитета спољашњег оптерећења, за пречник оштећења 1,3 [mm]

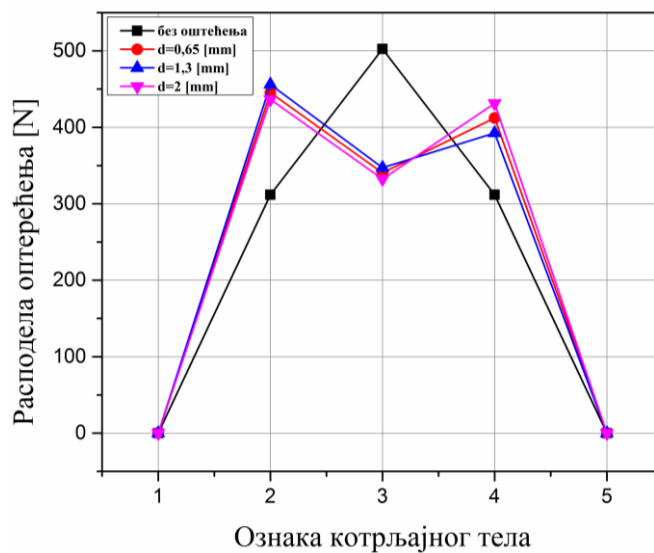


Слика 70 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од интензитета спољашњег оптерећења, за пречник оштећења 2 [mm]

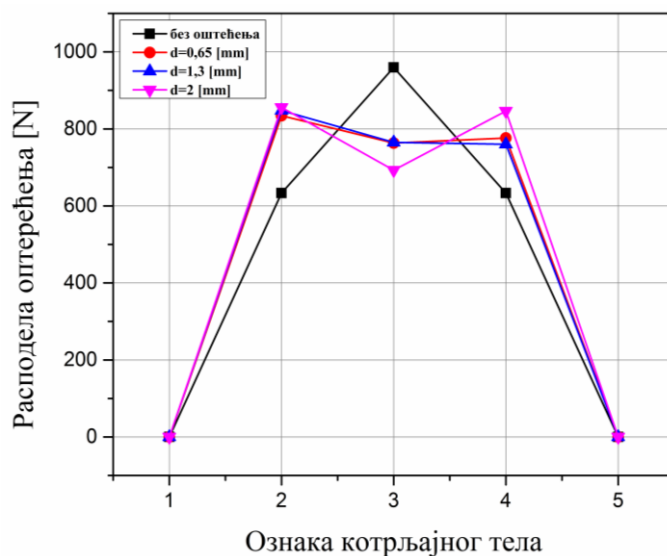
За случај лежаја без оштећења, са слике 67 може се уочити да се неравномерност расподеле оптерећења на котрљајна тела лежаја повећава са порастом спољашњег радијалног оптерећења лежаја. Најоптерећеније котрљајно тело се налази у правцу оптерећења и преноси највећи део оптерећења. Котрљајна тела која се налазе најудаљеније од најоптерећенијег котрљајног тела, дакле одмах испод меридијанске равни преносе веома мали део спољашњег оптерећења.



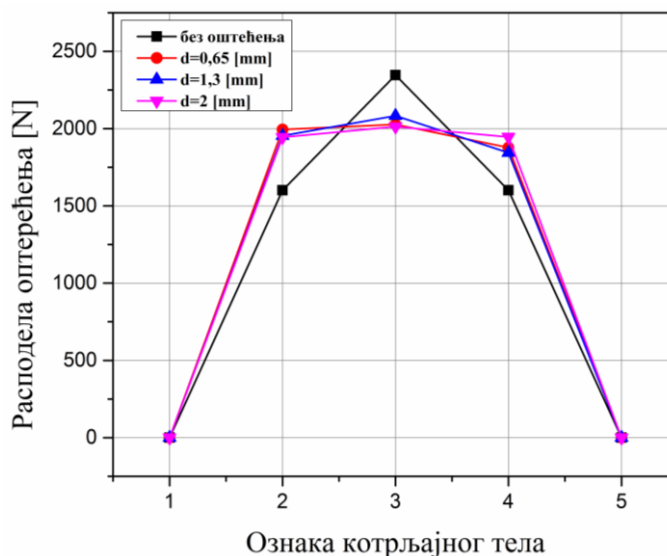
Слика 71 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од димензија оштећења, за интензитет спољашњег оптерећења 500 N



Слика 72 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од димензија оштећења, за интензитет спољашњег оптерећења 1000 N



Слика 73 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од димензија оштећења, за интензитет спољашњег оптерећења 2000 N



Слика 74 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од димензија оштећења, за интензитет спољашњег оптерећења 5000 N

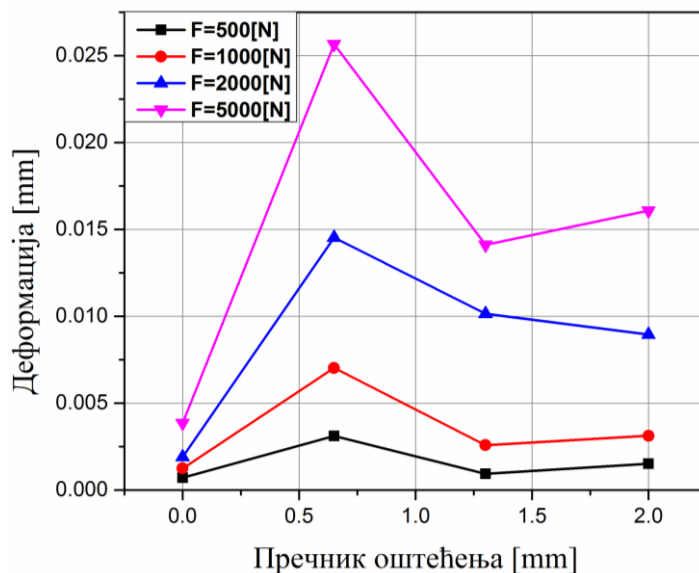
Карактер расподеле оптерећења унутар лежаја мења се са променом димензија оштећења на стази котрљања лежаја. На дијаграмима са слике се јасно види да са повећањем димензија оштећења повећава се оптерећење које преносе котрљајна тела која се налазе одмах испод меридијанске равни, повећањем димензије оштећења оптерећење котрљајног тела, чији се центар налази у правцу деловања спољашњег оптерећења, се смањује. На рачун тога оптерећење осталих котрљајних тела се повећава. Међутим, може се закључити да се са повећањем спољашњег оптерећења, а у присуству оштећења на стази котрљања, расподела оптерећења на котрљајна тела се приближава расподели оптерећења за случај лежаја без оштећења.

Да би се границе појединих поља расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 лакше разумеле приказани су дијаграми зависности расподеле оптерећења од интензитета спољашњег оптерећења, за различите димензије оштећења – слике 71–74.

Анализа спроведена у овом раду је показала да расподела оптерећења зависи од интензитета спољашњег оптерећења и различитих димензија оштећења на стази котрљања лежаја.

5.3.3 Деформационо стање кугличног котрљајног лежаја 6206 са оштећењем на стази котрљања

На слици 75 приказани су резултати контактних деформација котрљајног лежаја 6206 у зависности од спољашњег оптерећења, за различите димензије оштећења.



Слика 75 Поређење резултата контактних деформација котрљајног лежаја 6206 у зависности од спољашњег оптерећења, за различите димензије оштећења

Криве са слике представљају вредности *Von Mises total mechanical strain*, за различите комбинације односа димензија оштећења и спољашњег радијалног оптерећења. Крива означена плавом бојом даје граничну вредност односа ова два параметра, када не долази до наглих промена деформација унутар лежаја. Комбинација односа различитих димензија оштећења и спољашњег радијалног оптерећења испод и изнад ове криве показује одређене пикове, који утичу неповољно на понашање лежаја у раду.

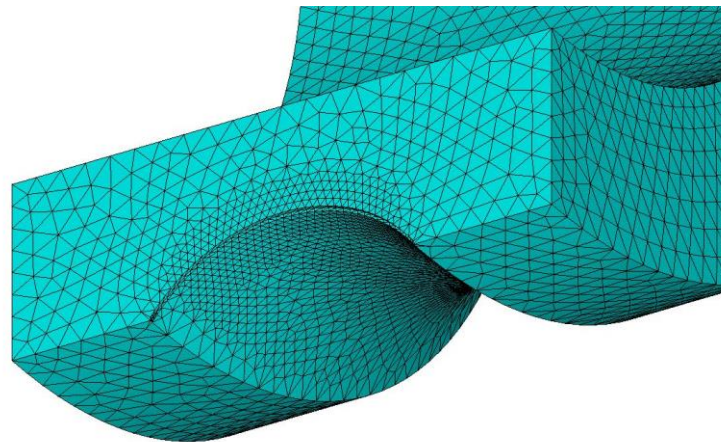
Анализом дијаграма са слике долази се до закључка да се прихватљиве вредности деформација најчешће јављају за средње вредности анализираних димензија оштећења и за оптерећења која се најчешће јављају код котрљајних лежаја 6206.

С обзиром да је феномен контакта по правилу нелинеарна појава не може се очекивати линеарна промена добијених резултата напонско-деформационог стања. Увођењем оштећења на стазама котрљања лежаја као извор допунске геометријске нелинеарности у сложен механички систем са вишеструким контактом напонско-деформационо стање постаје проблем који се аналитички не може једнозначно решити што чини допринос развоја нумеричких модела значајним.

5.4 Резултати нумеричких симулација лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба на унутрашњој стази котрљања прстена

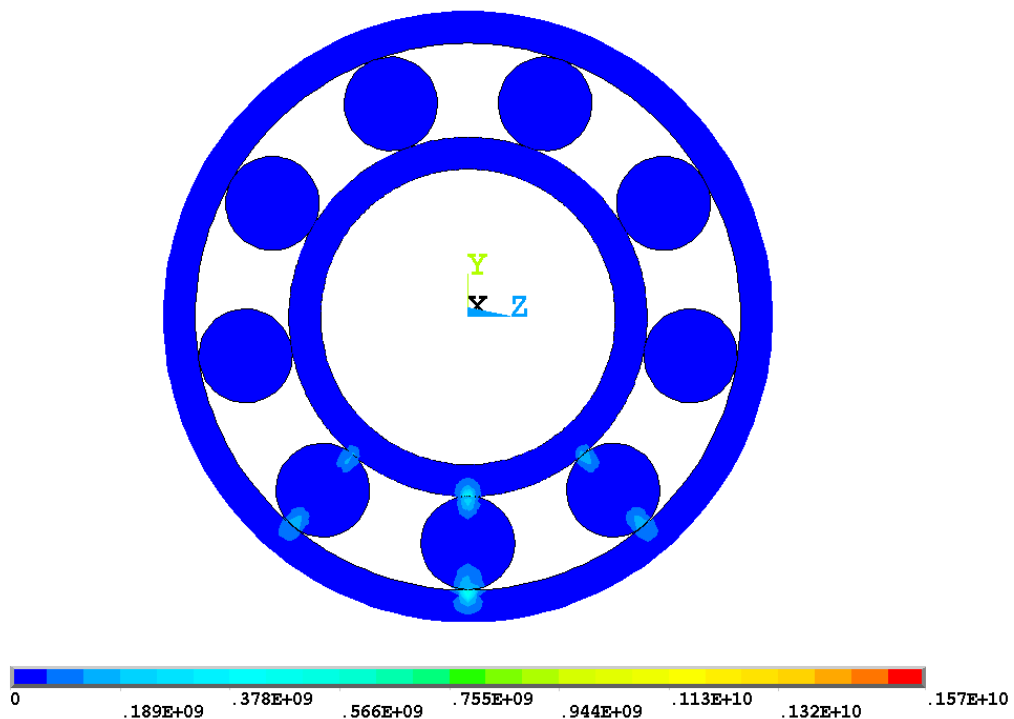
За праћење напонског и деформационог стања оштећеног лежаја, развијен је и 3D модел лежаја са оштећењем у облику жлеба на унутрашњој стази котрљања прстена лежаја 6206.

Облик и димензије моделираног оштећења изабрани су у складу радовима из литературе сличне тематике [55, 89]. Вредности ширине анализираног оштећења су 0,2 [mm] и 0,5 [mm], док је дубина оштећења 0,1 [mm].

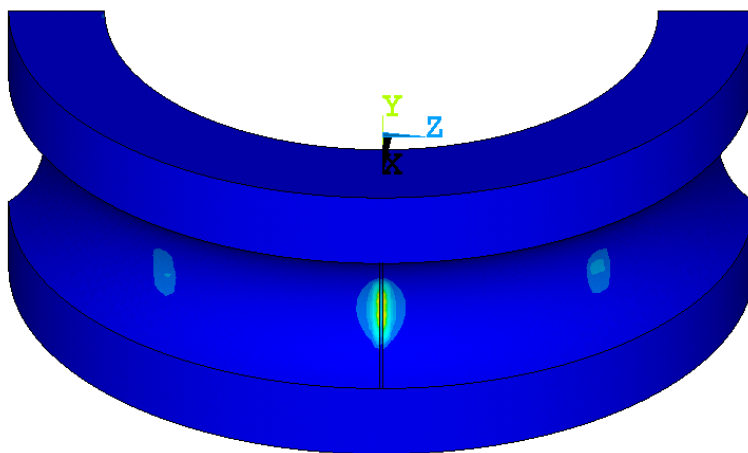


Слика 76 Приказ оштећења у облику жлеба на унутрашњој стази котрљања 3D-просторног модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206

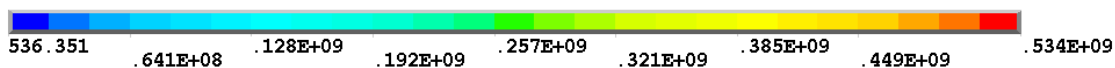
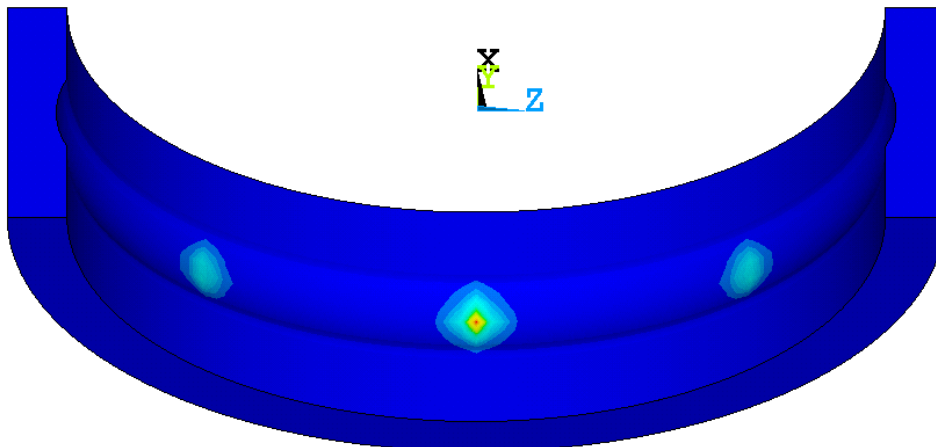
Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежаја 6206 за случај оштећења у облику жлеба за оптерећење 2000 [N] дати су на сликама 77–94. На основу добијених резултата може се закључити да је за случај веће вредности ширине оштећења, оптерећење котрљајног тела, чији се центар налази у правцу деловања спољашњег оптерећења мање у односу на мању вредност ширине оштећења, па расподела оптерећења постаје равномернија.



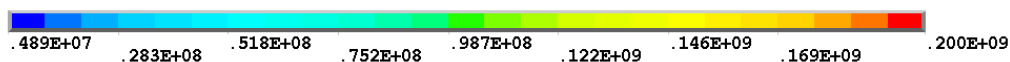
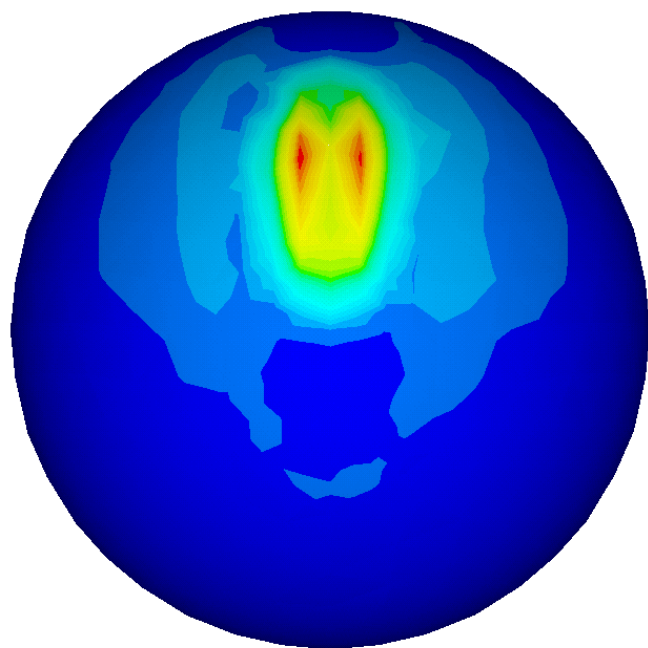
Слика 77 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



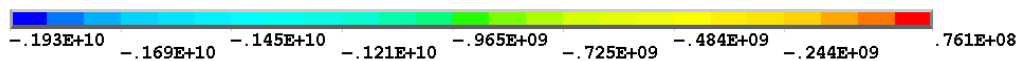
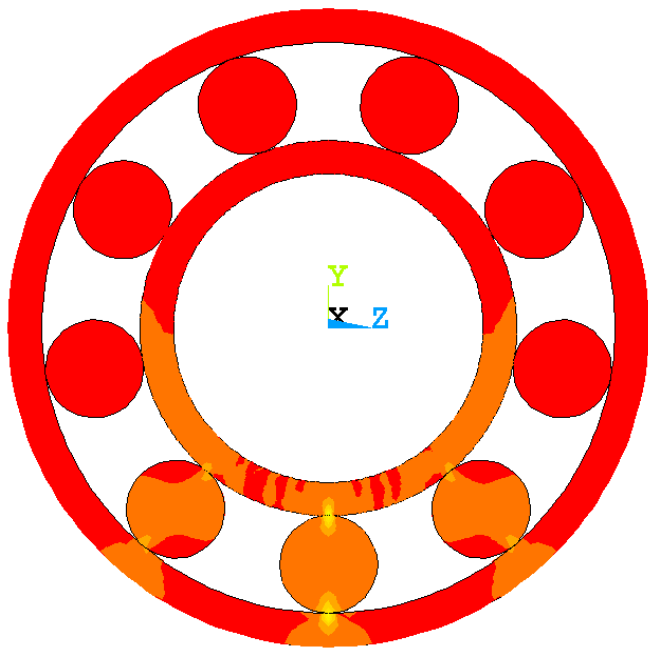
Слика 78 Распдела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



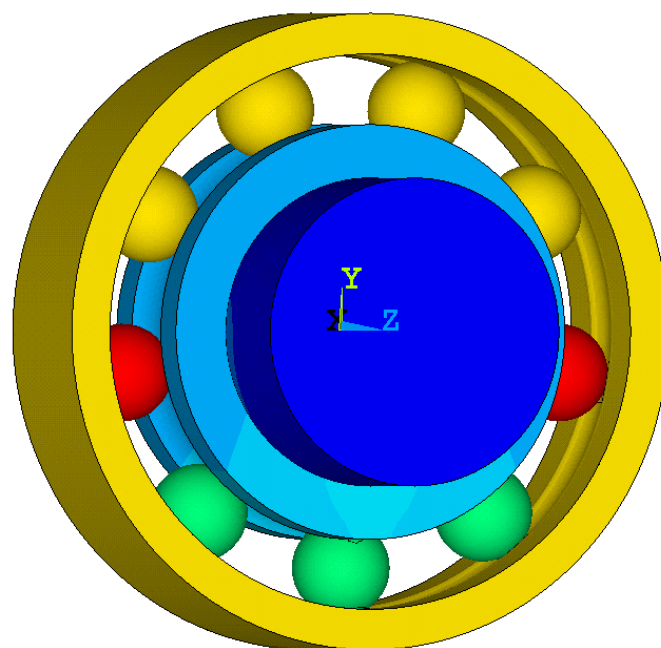
Слика 79 Распдела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



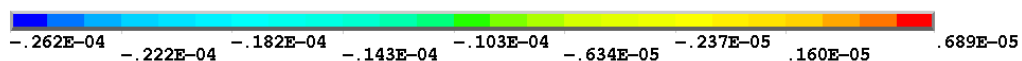
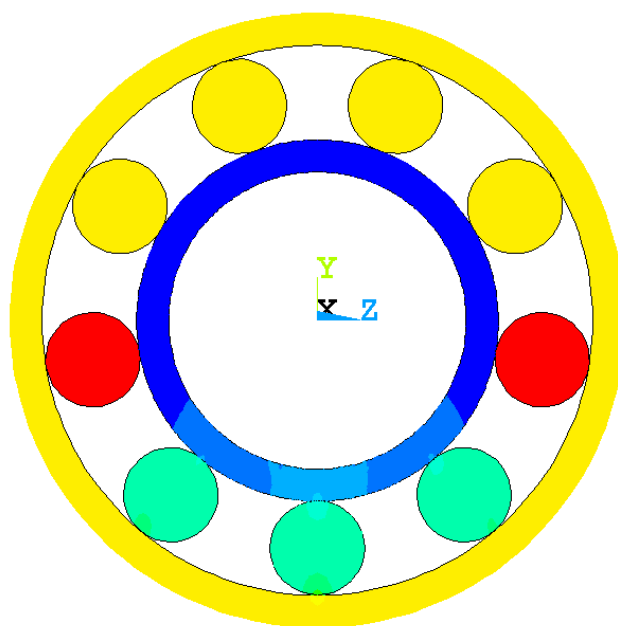
Слика 80 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



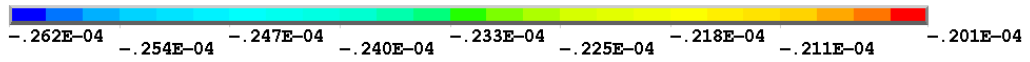
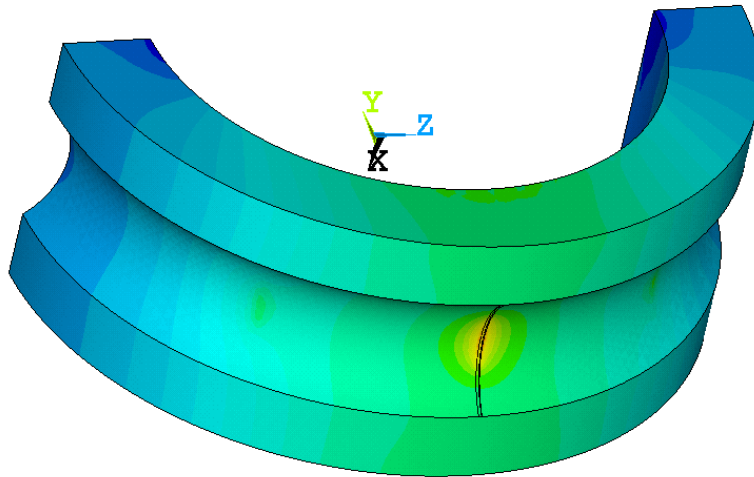
Слика 81 Напон σ_x [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



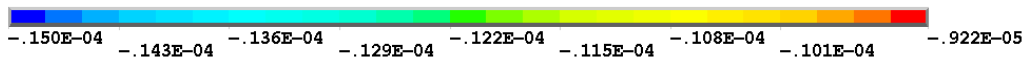
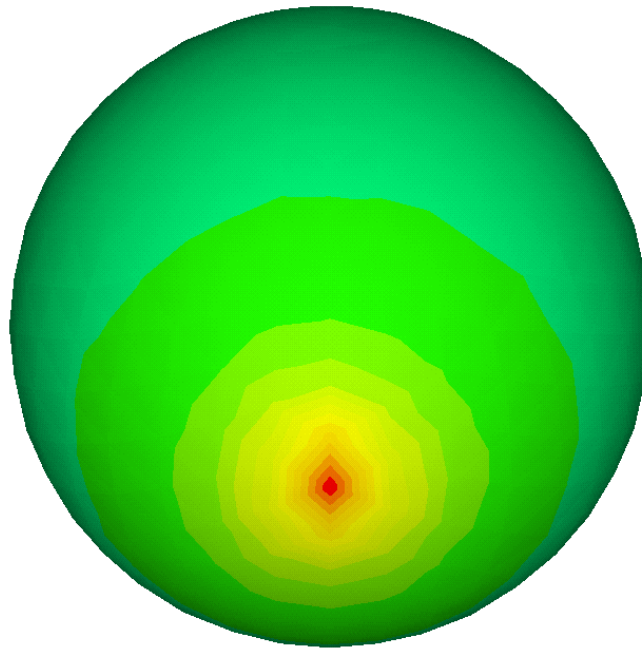
Слика 82 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – просторни приказ



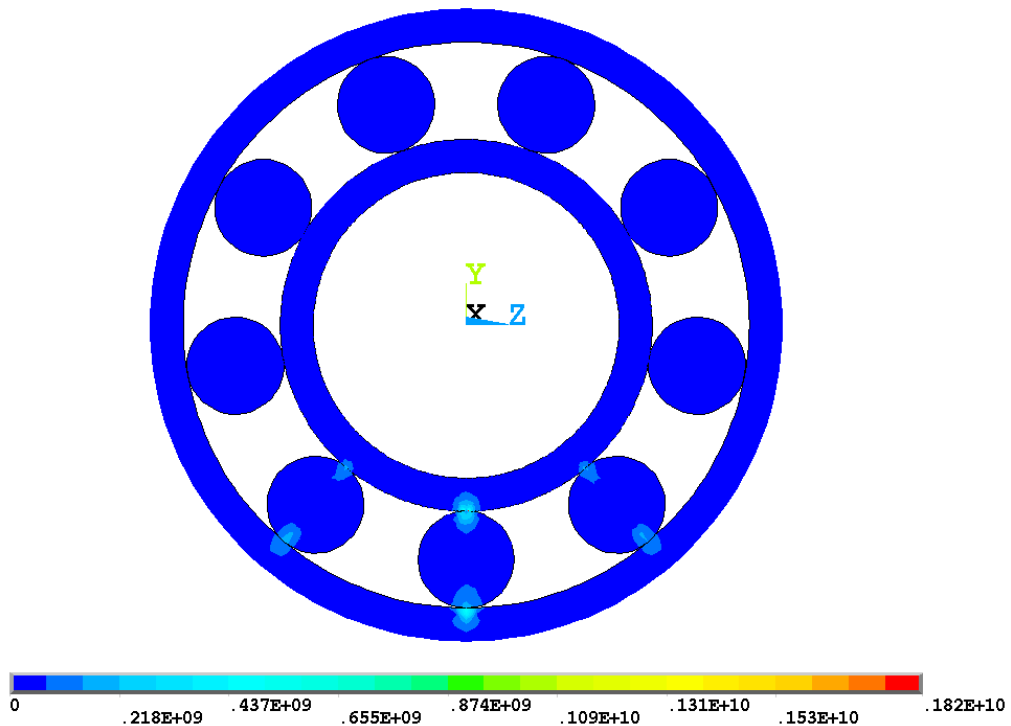
Слика 83 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



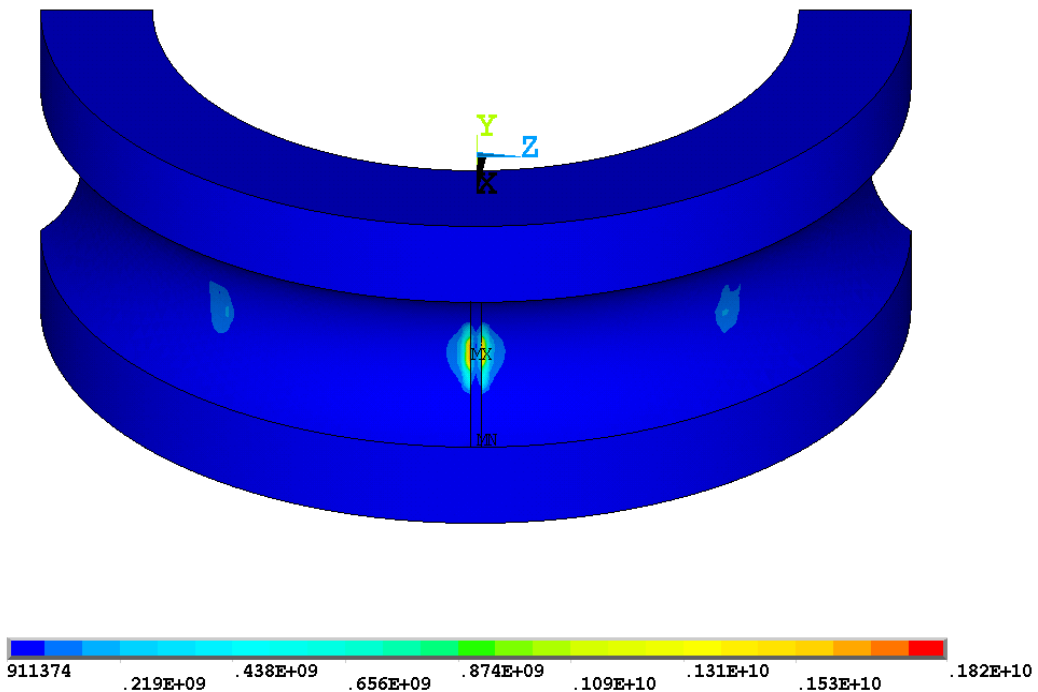
Слика 84 Померање [m] у правцу y -осе стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



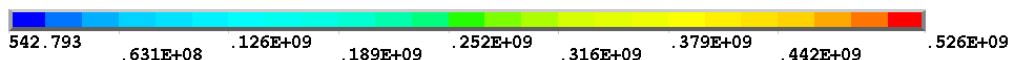
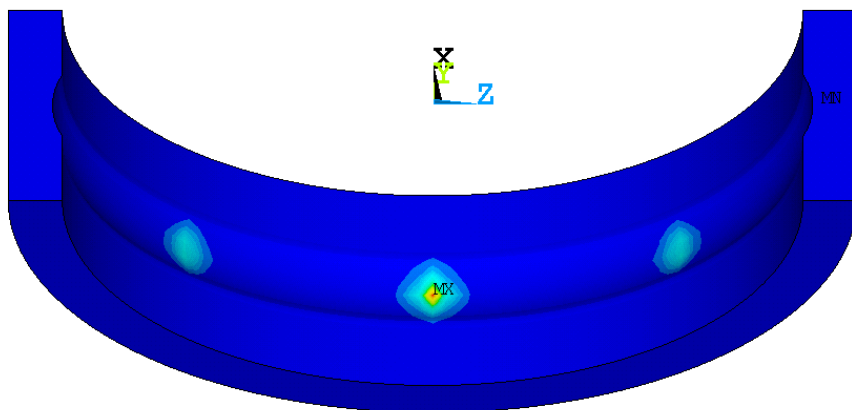
Слика 85 Померање [m] у правцу y -осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



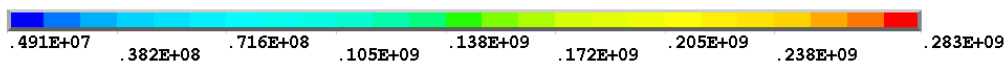
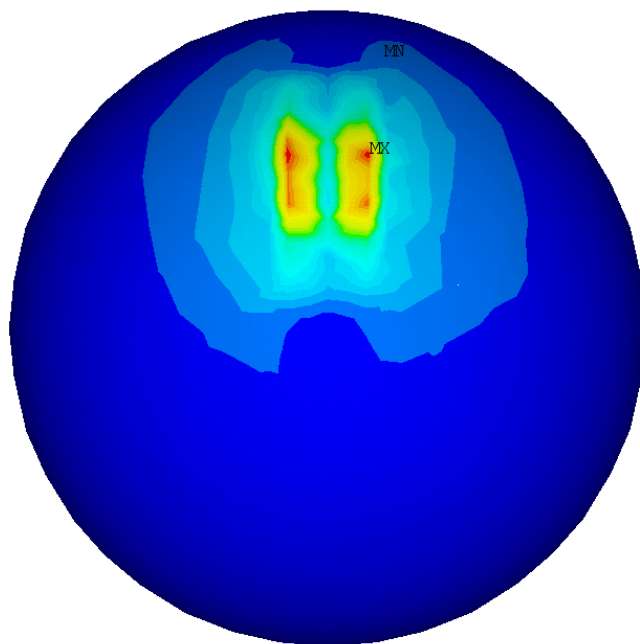
Слика 86 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



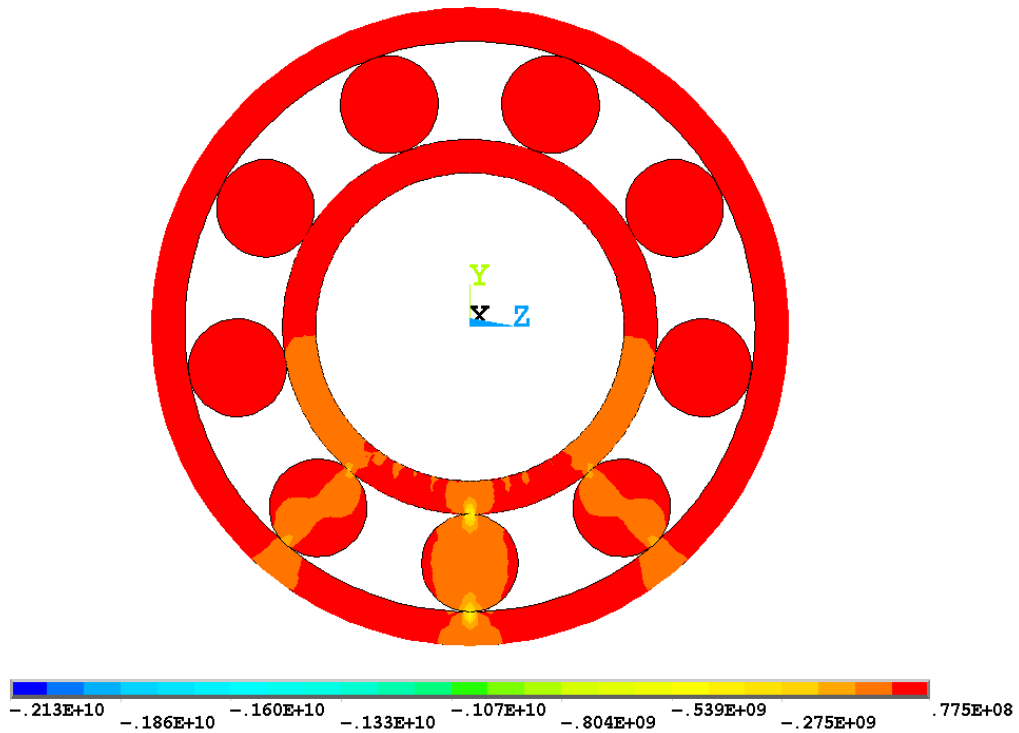
Слика 87 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



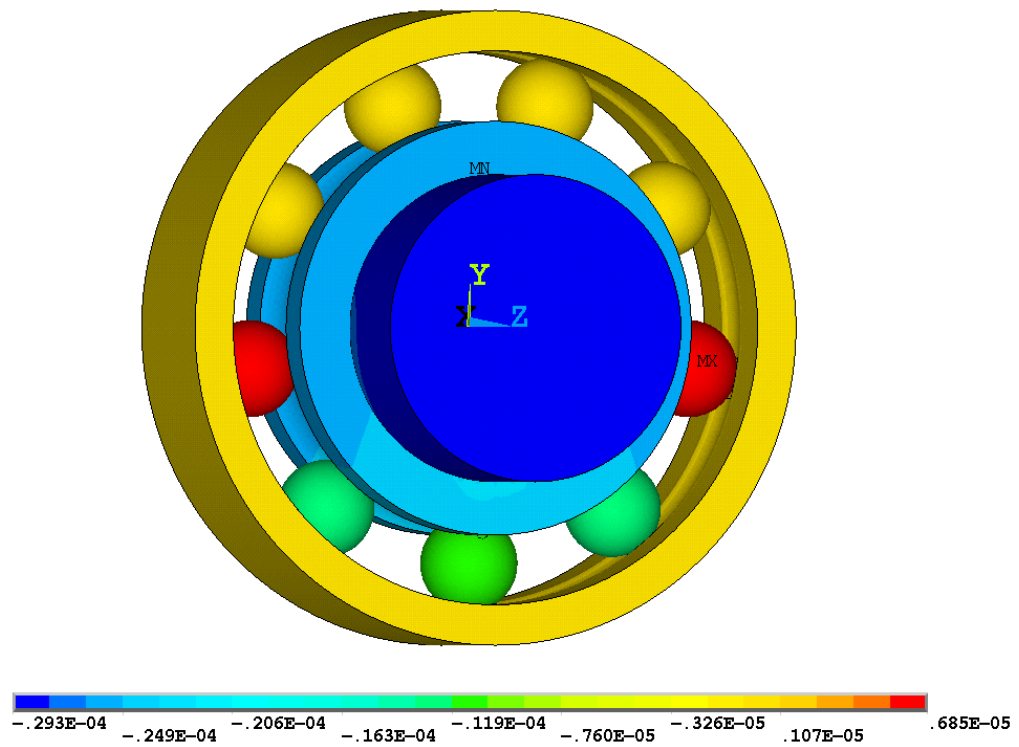
Слика 88 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



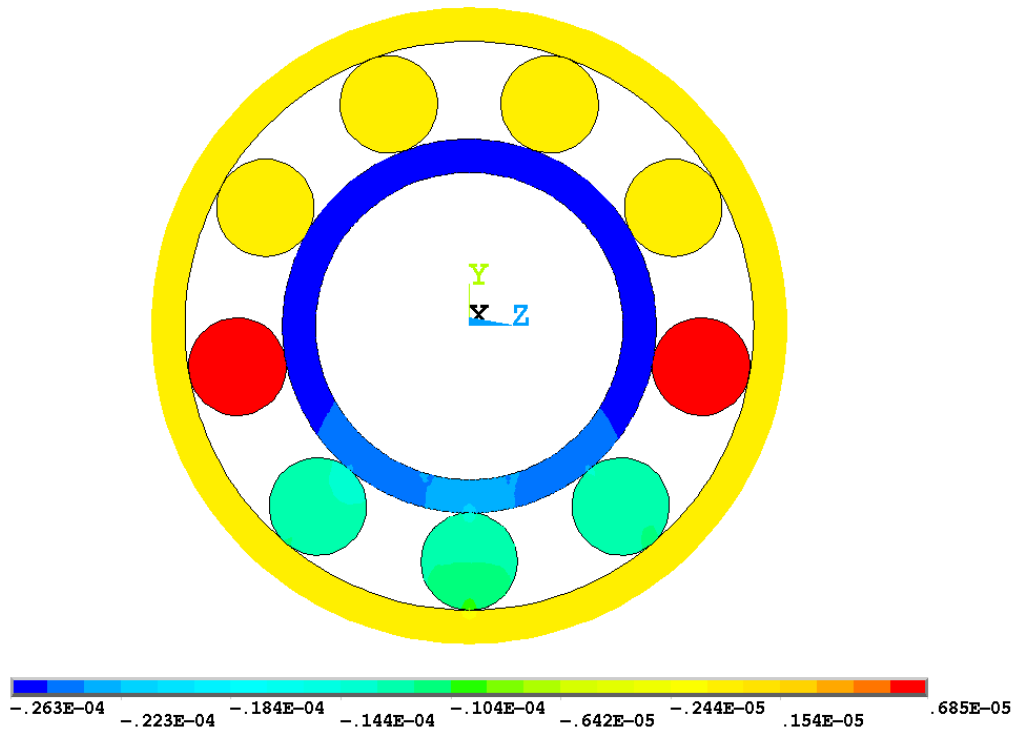
Слика 89 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



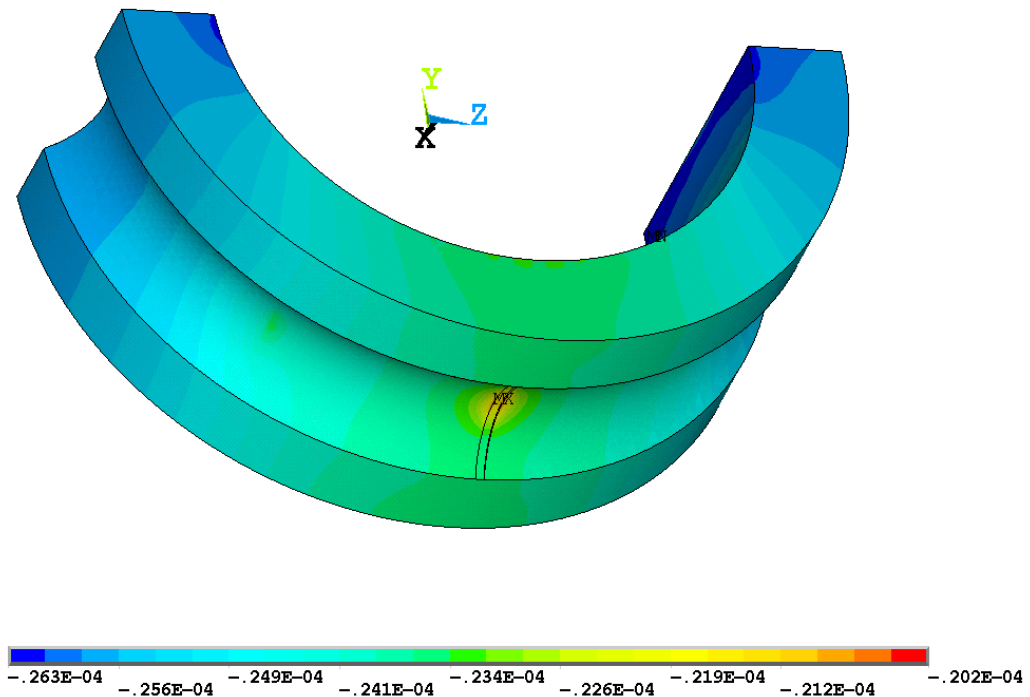
Слика 90 Напон σ_y [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



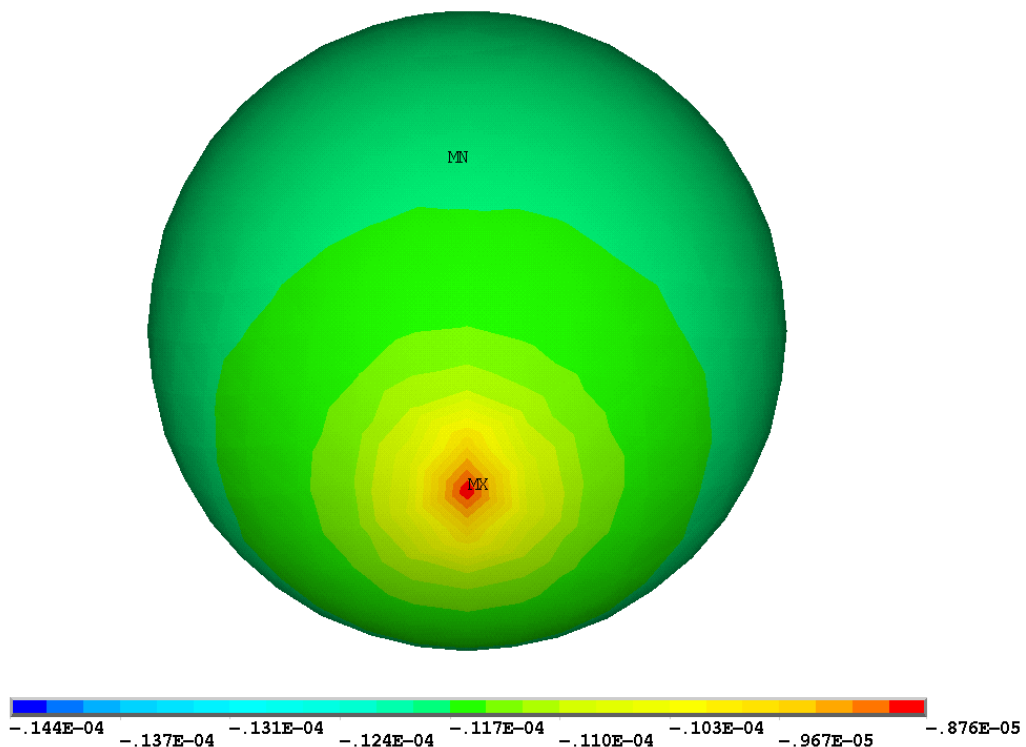
Слика 91 Померање [m] у правцу у–осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – просторни приказ



Слика 92 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



Слика 93 Померање [m] у правцу y -осе стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]

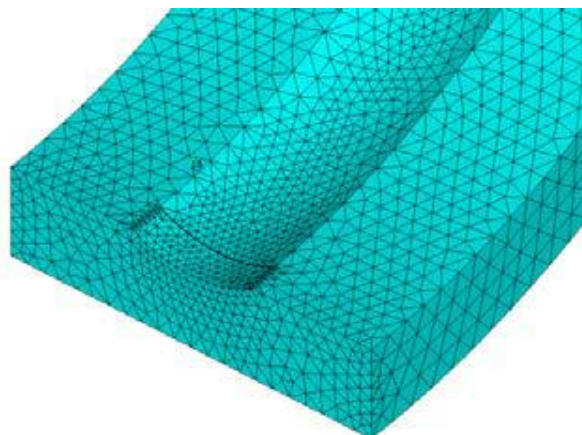


Слика 94 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]

5.5 Развој просторног 3D модела једноредног радијалног кугличног лежаја са оштећењем на спољашњој стази котрљања прстена лежаја 6206 са нумеричким резултатима

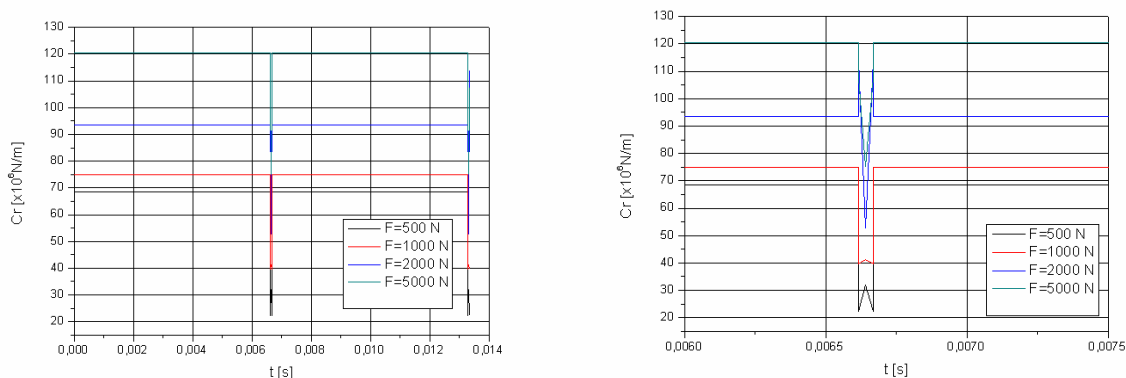
Како су резултати нумеричке симулације за случај оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја као побуда за његово нелинеарно динамичко понашање потврђени резултатима сопственог експеримента, што је приказано у следећем поглављу дисертације, извршена и анализа за случај оштећења на стази котрљања спољашњег прстена.

Моделирано оштећење је у облику жлеба чије су димензије: ширина 0,3 [mm] и дубина од 50 [μm]. Прорачун је извршен за неколико различитих спољних оптерећења унутар дефинисаног опсега носивости: 500, 1000, 2000 и 5000 [N].



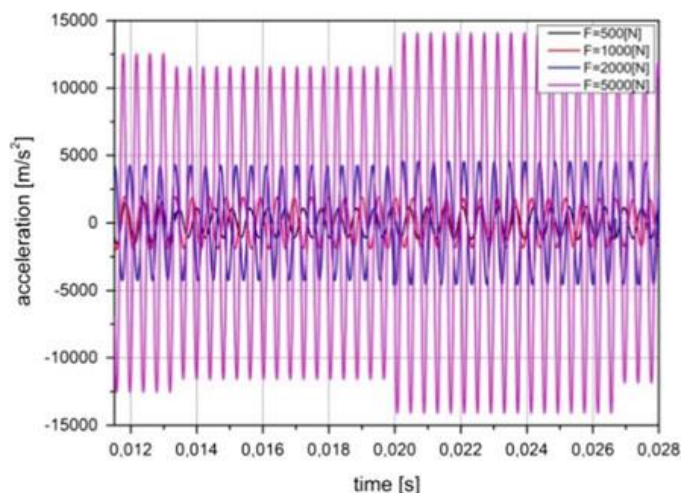
Слика 95 Приказ оштећења у облику жлеба на спољашњој стази котрљања 3D-просторног модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206

Као и у случају оштећења у облику конуса, за израчунавање укупне радијалне крутости кугличног котрљајног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба коришћена је метода коначних елемената. Добијена промена интензитета радијалне крутости кугличног котрљајног лежаја 6206 са оштећењем у функцији од времена приказана је на слици 96 за различита спољашња оптерећења.



Слика 96 Упоредни дијаграми временски зависне функције укупне радијалне крутости за радијалне куглични лежај са оштећењима за различите вредности спољног оптерећења - са детаљним увећањем (зумом) око оштећења

Добијене вредности радијалне крутости у зависности од спољашњег оптерећења унете су у диференцијалну једначину вибрација лежаја. Нумеричка решења су добијена методом Runge-Kutta и *MatLab* софтвером. Резултати диференцијалне једначине вибрација лежаја у зависности од времена приказани су на слици 97, за четири различите вредности спољног оптерећења.

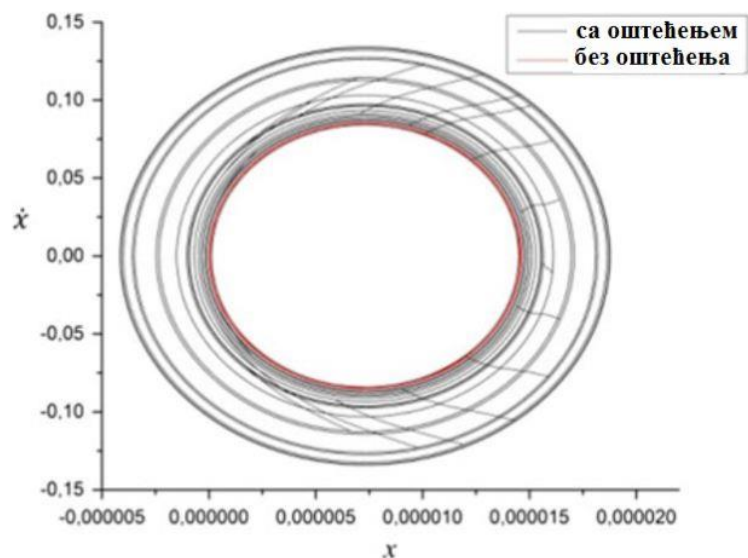


Слика 97 Вибрациони одзив кугличног котрљајног лежаја са оштећењем на стази котрљања спољашњег прстена лежаја – упоредни дијаграми за различите вредности спољашњег радијалног оптерећења

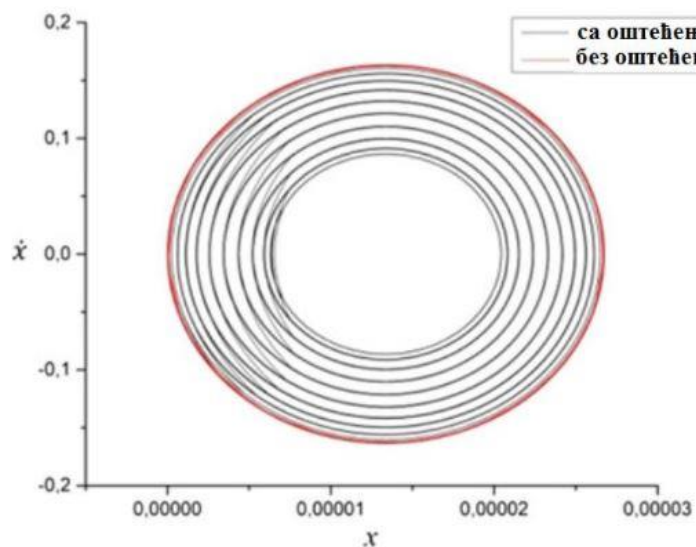
Добијени резултати су такође представљени дијаграмима брзина-померање за различите вредности спољашњег радијалног оптерећења лежаја 6206 са и без оштећења за период два пуна круга ротације – слике 98, 99 и 100.

Лако се може закључити да оштећење на стази котрљања спољашњег прстена испитиваног лежаја показује различит карактер за различита спољашња радијална оптерећења. Такође, види се да дијаграми фазних портрета лежаја без оштећења који су означени црвеном бојом на сликама 104, 105 и 106 показују линеарни карактер динамичког

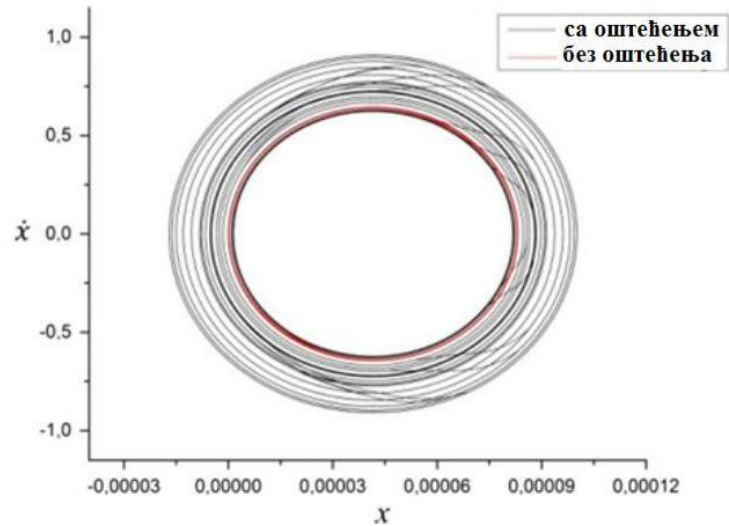
понашања система, док дијаграми фазних портрета лежаја са оштећењем који су означени црвеном бојом на истим сликама показују нелинеарни карактер динамичког понашања. Упоредни приказ резултата добијених за различита спољашња оптерећења дат на слици 107 може се користити за избор оптималног опсега спољних оптерећења, који је у овом конкретном случају око 1000 [N].



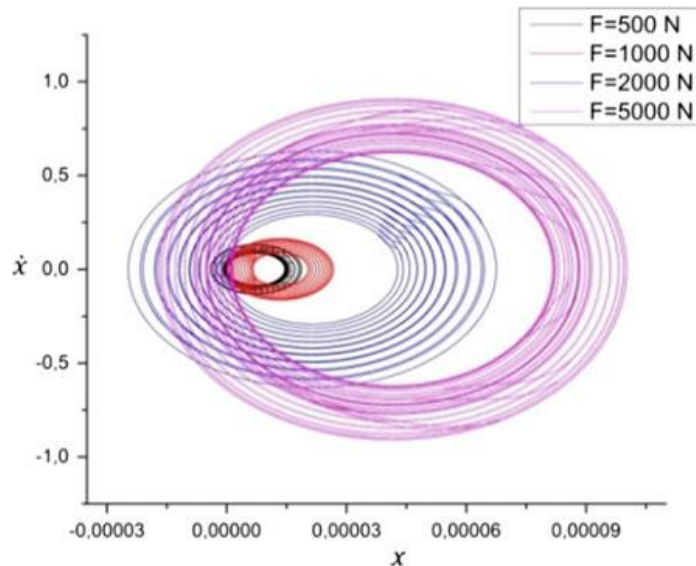
Слика 98 Упоредни дијаграми за куглични котрљајни лежај 6206 са и без оштећења у облику жлеба на стази котрљања спољашњег прстена, за случај спољашњег оптерећења 500 [N] за два периода



Слика 99 Упоредни дијаграми за куглични котрљајни лежај 6206 са и без оштећења у облику жлеба на стази котрљања спољашњег прстена, за случај спољашњег оптерећења 1000 [N] за два периода



Слика 100 Упоредни дијаграми за куглични котрљајни лежај 6206 са и без оштећења у облику жлеба на стази котрљања спољашњег прстена, за случај спољашњег оптерећења 5000 [N] за два периода



Слика 101 Упоредни приказ фазних портрета кугличног котрљајног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба на стази котрљања спољашњег прстена за различита спољашња оптерећења за два периода

Приказани дијаграми показали су да је визуелна анализа резултата добијених фазним портретима прикладна за одабир оптималних опсега радних параметара испитиваног лежаја. Очигледно је да је оптимални опсег спољног радијалног оптерећења око 1000 [N] и да се спољашња оптерећења близу граничне вредности носивости лежаја се не препоручују са становишта динамичког понашања лежаја. Управо због тога, предност коришћења представљене методологије могао би бити анализа оптималног опсега спољашњег оптерећења у случајевима котрљајних лежаја за чију употребу системи за надзор показују одговарајуће карактеристике за постојећа оштећења.

6 Експериментална испитивања

Као што је у претходном поглављу наведено, у пракси постоји велики број машинских система код којих је дијагностика динамичког понашања од изузетне важности. Према томе, посебна пажња усмерава се на експериментална испитивања.

Верификација резултата добијених применом нумеричких метода за решавање напонског и деформационог стања делова лежаја и за решавање диференцијалних једначина динамичког понашања лежаја спроведена је на основу сопствених мерења остварених на експерименталној инсталацији за испитивање динамичког понашања котрљајних лежаја, као и резултата експерименталних испитивања наведених у доступној стручној литератури. Добијени резултати расподеле спољашњег оптерећења на котрљајна тела и деформације контактних зона коришћена су даље за одређивање улазних параметара у аналитичком прорачуну динамичког понашања котрљајног лежаја.

Припрема експеримента подразумева организацију у времену и простору испитивања динамике котрљајних лежаја на одговарајућем уређају у лабораторијски условима, припрему уређаја, набавку и припрему одговарајућег броја узорака лежаја за испитивање. За експериментална истраживања у оквиру дисертације предвиђена је употреба одговарајућег пробног стола уз коришћење преносног уређаја за мерење вибрација (вибрациону дијагностику). Циљ експеримента је да се сниме вибрације прстенова котрљајних лежаја, са вештачки унетим оштећењима на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја.

По завршетку експерименталне фазе истраживања, врши се статистичка обрада добијених резултата. Резултати обављених мерења се упоређују са резултатима мерења извршених пре пуштања лежаја у рад.

У овом поглављу је описана инсталација за испитивање динамичког понашања котрљајних лежаја, као и поступак експерименталног испитивања. Добијене вредности вибрација лежаја анализирани су у фреквентном домену.

6.1 Лабораторијска инсталација за испитивање динамичког понашања котрљајних лежаја

Експериментална испитивања извршена су на Машинском факултету у Подгорици, Црна Гора на уређају за динамичко испитивање котрљајних лежаја. Уређај је наменски развијен за експериментална испитивања уз могућност задавања оптерећења која одговарају реалним оптерећењима у току процеса експлоатације лежаја. Приказ уређаја са основним деловима дат је на слици 102.

Главни делови уређаја за динамичко испитивање котрљајних лежаја су:

1. Вратило,
2. Електромотор,
3. Лежаји у кућиштима за ослањање вратила,
4. Лежај за испитивање,
5. Поклопац лежаја за испитивање.

Погон уређаја за испитивање котрљајних лежаја чини електромотор ЕМ снаге 1,5 [kW] и учестаности обртања 2780 [min^{-1}]. Веза електромотора и вратила на чијем се крају постављају узорци лежаја за испитивање остварена је преко ременог преносника. Ремени преносник редукује број обртаја на 1476 [min^{-1}], при чему кружна фреквенција износи 154,5 [s^{-1}]. Вратило је ослоњено на два котрљајна лежаја смештена у кућиште.



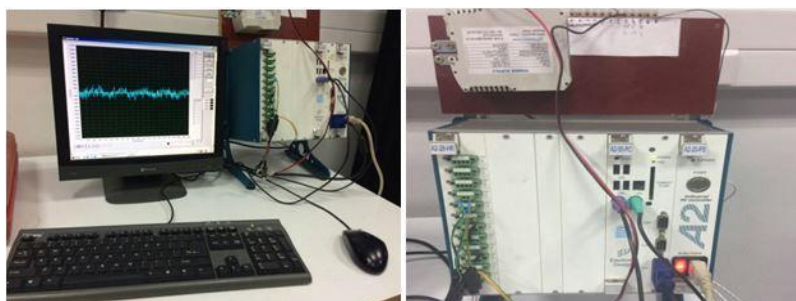
Слика 102 Уређај за динамичко испитивање котрљајних лежаја

Како се испитивања изводе над већим бројем лежаја, неопходно је да конструкција омогућује брзу и једноставну монтажу и демонтажу. Лежаји се монтирају на вратило са лаганим преклопом. Пречник вратила на месту на коме се постављају узорци за испитивање одговара проврту унутрашњег прстена испитиваних узорака лежаја.

6.2 Систем за аквизицију, обраду и приказивање резултата испитивања

За прикупљање, обраду и приказивање резултата код уређаја за испитивање динамичког понашања котрљајних лежаја користи се систем за аквизицију A2 logger, произвођача Elektronik Design [6].

A2 logger представља мобилни РС намењен за лабораторијску аквизицију података, мерење и процесно управљање. Конструктивно, састоји се од алуминијумске кутије са пасивним бекпанелом, јединице за напајање, A/D модула A2-28-MS за аквизицију података и монитора за приказивање резултата мерења (слика 103). Овај уређај користи стандардни оперативни систем као Windows и софтверски пакет LabView, а поред њега на располагању су и Visual Designer и Visual Studio. LabView представља графичко програмско окружење, базирано на програмском језику G, помоћу кога се врши приказ резултата преко интерактивног графичког фронт панела. Софтверски пакет за A2 logger врши аквизицију података на 12 канала, континуални стриминг на диск и графички приказ на монитору. На монитору је могуће паралелно приказивати један или више канала, максимално 12 [6].



Слика 103 Систем за аквизицију података A2 logger

Након аквизиције, врши се обрада резултата испитивања која подразумева претварање вредности електричног сигнала у одговарајуће физичке величине, а у ту сврху коришћен је програмски пакет *Matlab*.

6.3 Израда и припрема узорака за испитивање

У оквиру експерименталних истраживања врши се испитивање различитих група котрљајних лежаја са вештачки унетим оштећењима која се разликују по облику и величини. С тим у вези, пре почетка испитивања неопходно је извршити припрему узорака за испитивање лежаја која обухвата неколико фаза:

1. Избор типа котрљајног лежаја и величине унутрашњег радијалног зазора,
2. Метролошка испитивања (мерење димензија оштећења узорака),
3. Припрема и нумерација узорака за испитивање – кугличних котрљајних лежаја са радијалним додиром.

Узорци лежаја за испитивање су куглични котрљајни лежаји са радијалним додиром 6206. Израда узорака са оштећењима на стази котрљања унутрашњег прстена извршена је у ФКЛ (Фабрика котрљајућих лежајева и кардана) у Темерину. Каталожки подаци о испитиваним лежајима дати су у табели 2.

Табела 2 Основне карактеристике испитиваних узорака лежаја

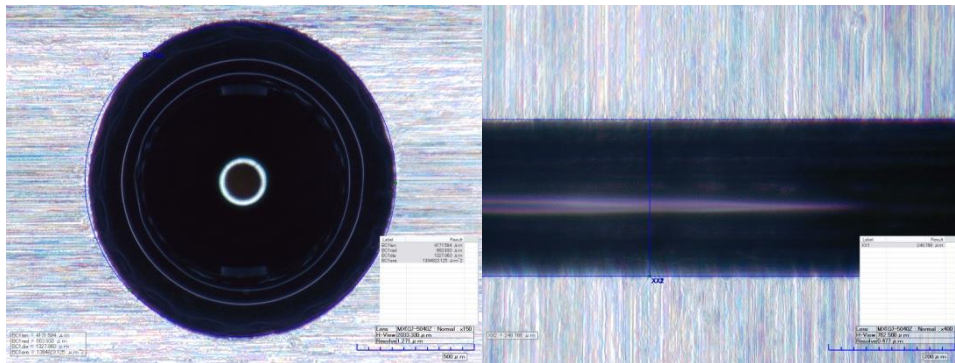
Куглични котрљајни лежај са радијалним додиром 6206		
Величина	Ознака и јединица	Вредност
Спољашњи прстен	D [mm]	62
Називни пречник (пречник проврта)	d [mm]	30
Ширина лежаја	B [mm]	16
Укупан број котрљајних тела	z [mm]	9
Полупречник котрљајног тела	d_b [mm]	9,525
Угаоно растојање између котрљајних тела	[°]	40
Пречник унутрашње стазе котрљања	d_i [mm]	36,475
Пречник спољашње стазе котрљања	d_o [mm]	55,525
Пречник подеоне кружнице кавеза	d_c [mm]	46
Радијус жлеба унутрашњег прстена	r_{ii} [mm]	4,86
Радијус жлеба спољашњег прстена	r_{io} [mm]	5,05
Статичка носивост лежаја	C_o [N]	11200
Динамичка носивост лежаја	C [N]	19500
Модул еластичности	E [Pa]	$2,06 \cdot 10^{11}$
Поасонов коефицијент		0,3

У оквиру припреме узорака лежаја, пре термичке обраде и склапања узорака котрљајних лежаја извршено се уношење оштећења различитих облика и димензија. То подразумева бушење рупа-оштећења у облику конуса и жлеба на унутрашњој стази котрљања лежаја према техничкој документацији начињеној за потребе ове докторске дисертације.

Добијена оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја измерена су и потврђена дигиталним 3D микроскопом HIROX KH – 7700 са оптичким увећањем 50x – 400x (слика 104, 105), у лабораторија за испитивање машинских елемената и система – ЛИМЕС, на Машинском факултету у Београду.



Слика 104 3D микроскоп HIROX KH-7700



Слика 105 Контрола димензија оштећења у облику конуса (лево) и жлеба (десно), извршена дигиталним 3D микроскоп HIROX KH-7700



Слика 106 Израда оштећења у облику конуса и жлеба на унутрашњем прстену лежаја

Припремљени узорци лежаја нумерисани су и разврстани у 2 групе, које се разликују по облику оштећења – конус и жлеб (слика 106, слика 107). Свака узорка са оштећењем у облику конуса садржи 3 подгрупе, док група са оштећењем у облику жлеба садржи две. Након провере димензија оштећења, сви узорци су склапани и пуњени одређеном количином масти за подмазивање.



Слика 107 Нумерисани узорци унутрашњег прстена лежаја са нанетим оштећењима пре склапања

6.4 Опис поступка експерименталног испитивања

6.4.1 Процедура испитивања

Како се над узорцима изводе упоредна испитивања, неопходно је обезбедити једнаке радне услове за сва мерења. Сви узорци испитују се у истим временском интервалу, при константној учестаности обртања $1476 \text{ [min}^{-1}\text{]}$. Једини променљив параметар у току експерименталног испитивања је спољашње радијално оптерећење, које се креће у опсегу од 500 до 7000 [N].

Поступак испитивања узорака почиње монтажом узорака котрљајног лежаја на вратило и постављањем одговарајућег поклопца лежаја и завртњева за причвршћивање. Ови завртњи служе за фиксирање поклопца на лежају и осигурање од аксијалног померања испитиваног лежаја. Након монтаже, лежај се пушта у рад, уз постепено задавање спољашњег радијалног оптерећења. Као резултат испитивања добија се временски запис вибрација испитиваног лежаја. Као последњи корак у испитивању врши се демонтажа узорка котрљајног лежаја и монтажа новог на вратило.

6.4.2 Поступак задавања радијалног оптерећења на склоп лежаја

Експериментално испитивање динамичког понашања лежаја извршено је при радијалном оптерећењу константног правца и смера, а различитог интензитета. Да би се остварио контакт између прстенова лежаја и котрљајних тела неопходна је минимална количина радијалног оптерећења које не утиче на контактне деформације између елемената лежаја. При задавању спољашњег радијалног оптерећења треба водити рачуна да његова вредност не прелази статичку носивост лежаја, која за тип лежаја износи око 10 [kN]. Захваљујући томе, експериментално испитивање извршено је у великом опсегу оптерећења.

Оптерећење испитиваних котрљајних лежаја се остварује преко навојног вретена (1) и плоче (2), која у средини има рупу са урезаним навојем помоћу кога је могуће мењати интензитет оптерећења – слика 108. Спољашње оптерећење се преко склопа (4) и давача (5) преноси на крути носач (6). На носачу се налазе два завртња са наврткама (7), која омогућавају даље преношење оптерећења на поклопац лежаја (8).



Слика 108 Задавање оптерећења испитиваних узорака лежаја

6.5 Поступак мерења апсолутних вибрација лежаја

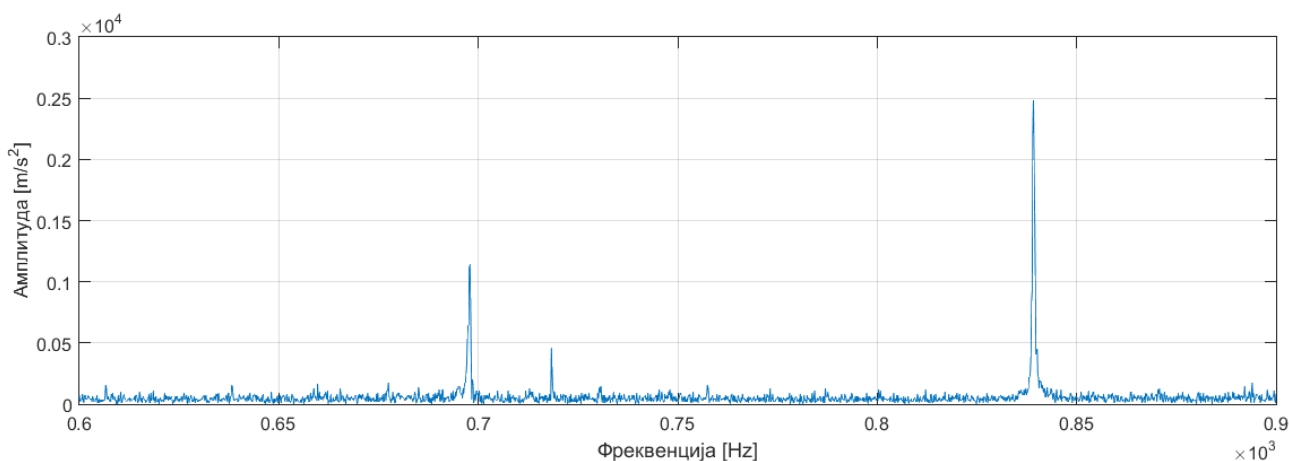
Основни циљ експерименталног испитивања представља одређивање вредности апсолутних вибрација лежаја, у временском и фреквентном домену. Како ове вибрације веома добро осликавају динамичко понашање котрљајних лежаја, могуће је донети поуздане закључке о утицају оштећења различитих облика и димензија на стазама котрљања на генерисање вибрација у лежају.

Експериментално одређивање нивоа вибрација врши се мерењем три механичке величине: вибрацијског померања, брзине или убрзања. За истраживања у овом раду, за мерења апсолутних вибрација спољашњег прстена лежаја извршено је мерење вибрацијског убрзања. За те сврхе коришћен је сеизмички сензор Metrix SA6200B, који региструје фреквенцију вибрације у опсегу од 0,5 до 10000 [Hz]. Како се давач за мерење вибрација поставља се у правцу деловања спољашњег оптерећења, могуће је мерење вибрација у вертикалном радијалном правцу лежаја, који се са њим поклапа.

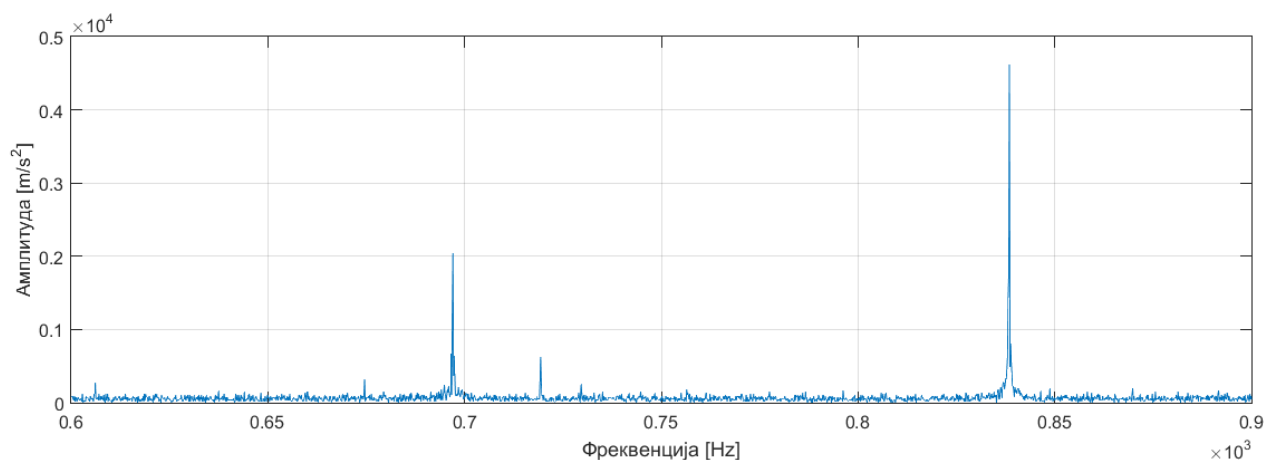
6.6 Анализа резултата експерименталних испитивања вибрација лежаја у фреквентном домену

Као резултат мерења лежаја добија се временски запис апсолутних вибрација спољашњег прстена лежаја. Овај временски запис је даље Брзом Фуријеовом трансформацијом претвара у фреквентни запис који се даље анализира.

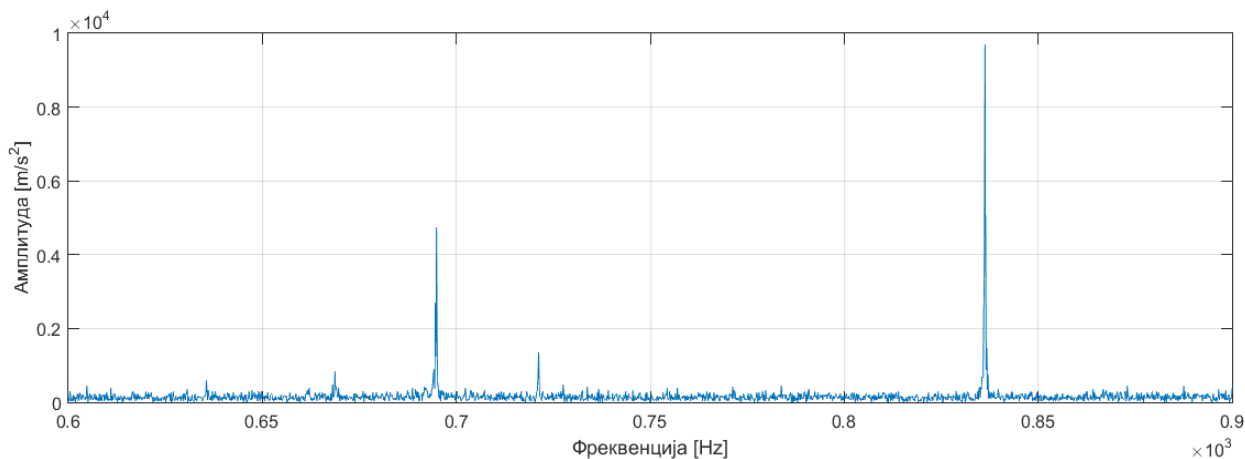
Анализом добијених фреквентних дијаграма, проналазе се вредности карактеристичних пикова који оговарају рачунским вредностима специфичне фреквенције спољашњег прстена испитиваних узорака лежаја. Разлика између израчунатих и измерених вредности фреквенција могу бити и до неколико [Hz], услед значајних оптерећења и унутрашњих предоптерећења, које мењају угао додира [6].



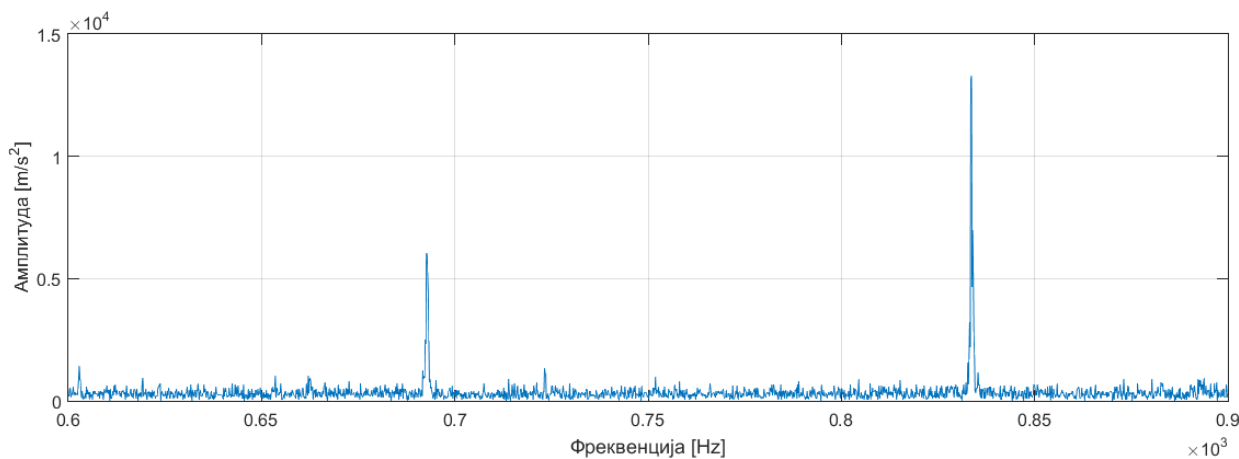
Слика 109 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



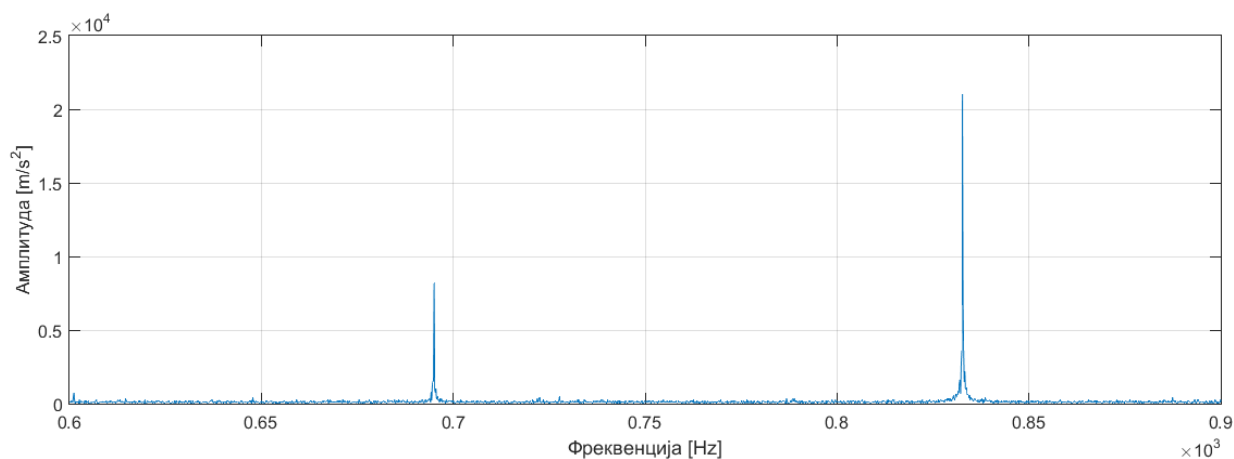
Слика 110 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



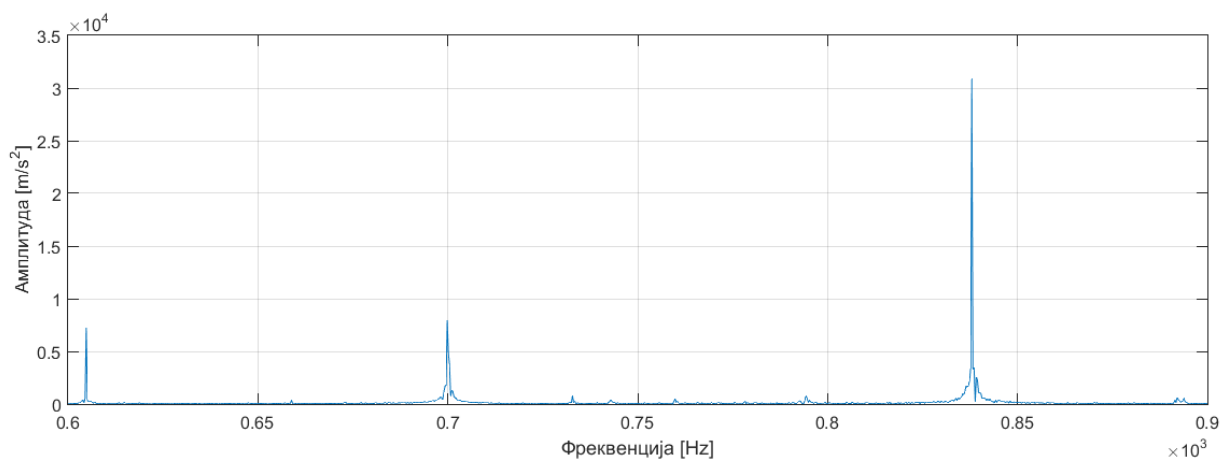
Слика 111 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



Слика 112 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



Слика 113 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



Слика 114 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]

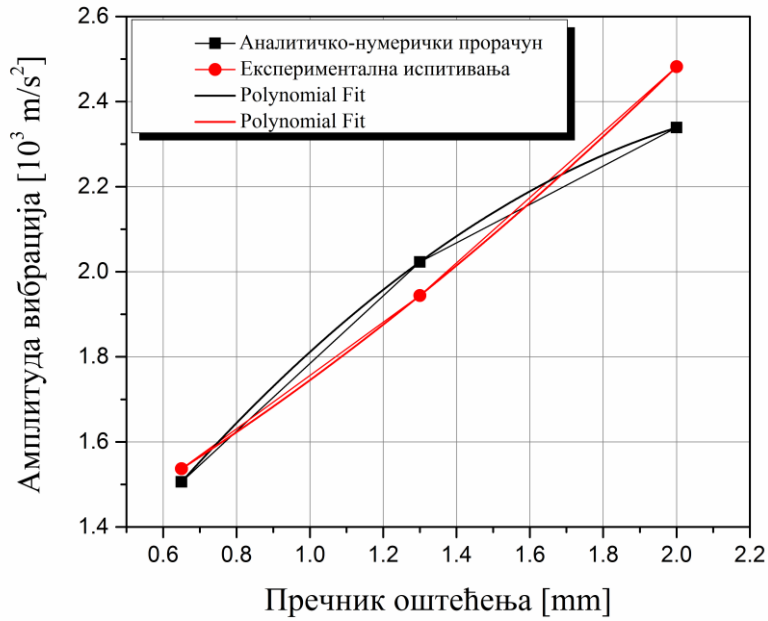
Рачунска вредност специфичне фреквенције спољашњег прстена лежаја добија се према следећем изразу датом у поглављу – *Теоријске основе котрљајних лежајима*.

На дијаграмима на сликама 109–114 приказани су експериментални резултати апсолутних вибрација лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за различита спољашња радијална оптерећења. Графички приказ резултата промене амплитуде вибрација у зависности од спољашњег оптерећења лежаја са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 и 1,3 [mm] дати су у Прилогу.

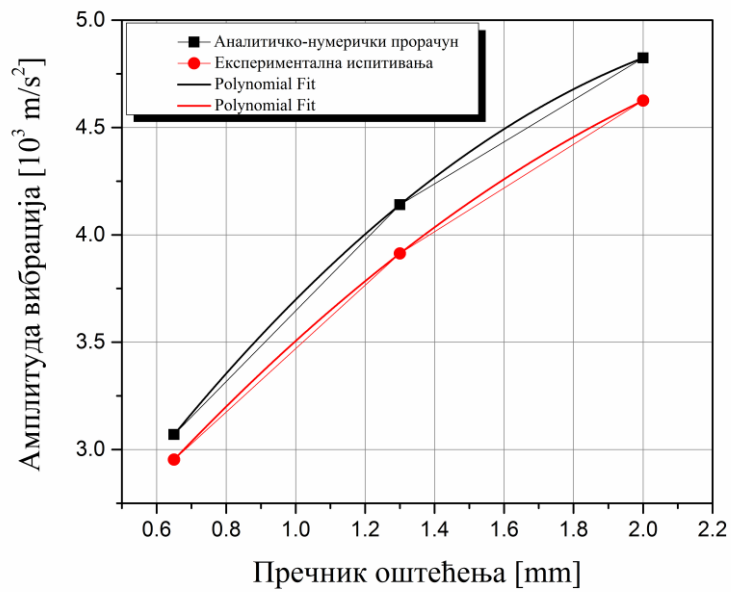
На основу добијених експерименталних резултата апсолутних вибрација лежаја може се закључити да различите комбинације оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја и спољашњег радијалног оптерећења значајно утичу на промену динамичког одзива лежаја, што је био један од циљева експерименталног испитивања.

Добијене вредности специфичне фреквенције унутрашњег прстена лежаја прате вредности добијене рачунским путем. Занемарљива разлика јавља се као грешка мерења и мерне опреме, која је код експерименталних испитивања неизбежна.

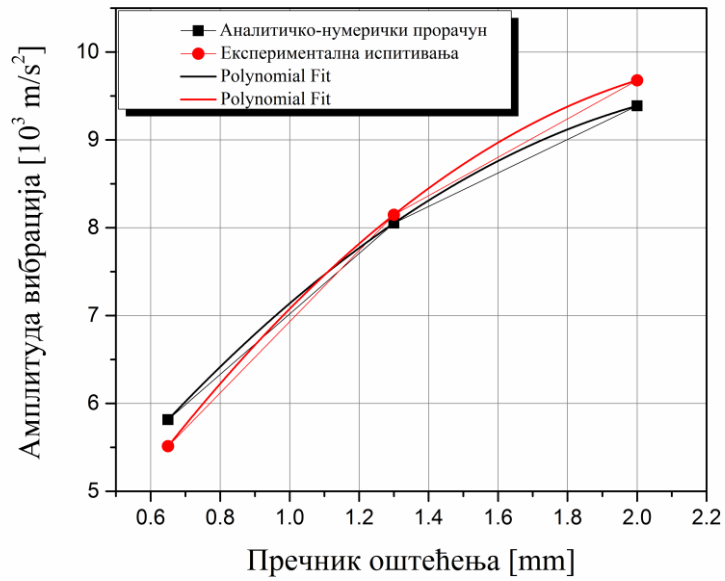
Резултати експерименталних испитивања скоро се у потпуности поклапају са резултатима аналитичко-нумеричког прорачуна. То указује на могућност коришћења математичког модела лежаја за предвиђање динамичког понашања лежаја и практични значај његовог развоја и примене. Упоредна анализа аналитичко-нумерички и експериментално добијених вредности амплитуда вибрација у зависности од различитих спољашњих радијалних оптерећења и за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја приказана је у виду дијаграма на сликама 115–120. Процентуална разлика до 10% преписује се идеалној геометрији лежаја, коју је у експерименталном испитивању готово немогуће постићи.



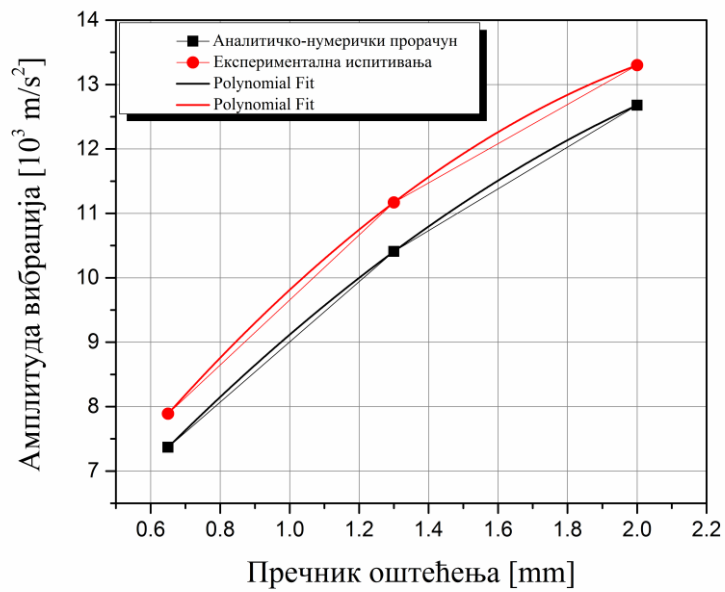
Слика 115 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



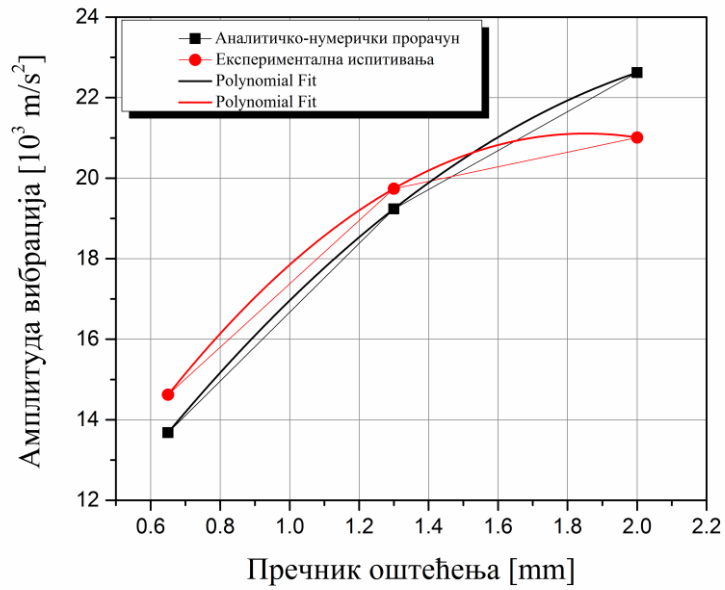
Слика 116 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



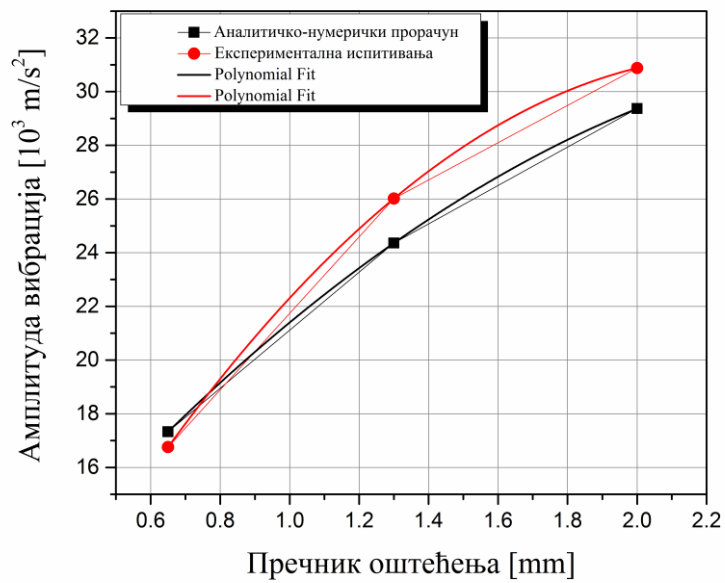
Слика 117 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



Слика 118 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



Слика 119 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



Слика 120 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]

6.7 Израчунавање фактора оштећења на основу сопствених експерименталних резултата

Резултати сопствених експерименталних испитивања у виду фреквентног записа апсолутних вибрација котрљајног лежаја без оштећења и лежаја са оштећењем на стази котрљања унутрашњег прстена, у наставку поглавља коришћени за израчунавање фактора оштећења у зависности од различитих димензија оштећења и задатог спољашњег оптерећења.

На основу извршених анализа амплитуда вибрација лежаја изабрана је полиномна функција која најбоље описује функционална зависност фактора оштећења и различитих оштећења лежаја за случај оптерећења од 2000, 3000, 5000 и 7000 [N]. Изабрана полиномна функција има облик:

$$K_v(x) = A + B_1 d_d + B_2 d_d^2 \quad (30)$$

где су:

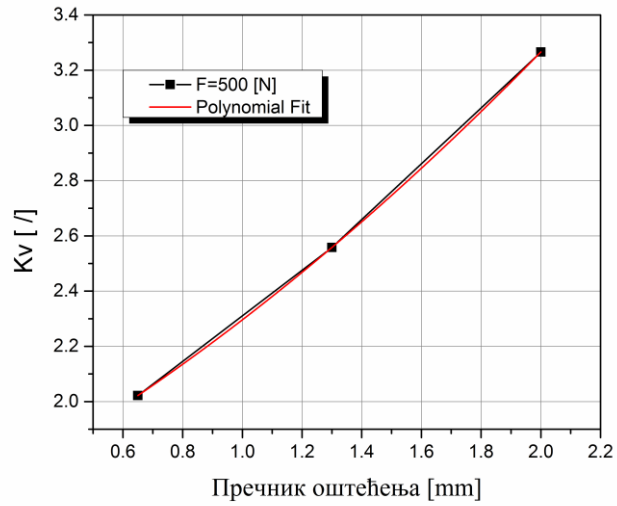
$K_v(x)$ – вредност фактора оштећења,

d_d – вредност различитих пречника оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја, [μm]

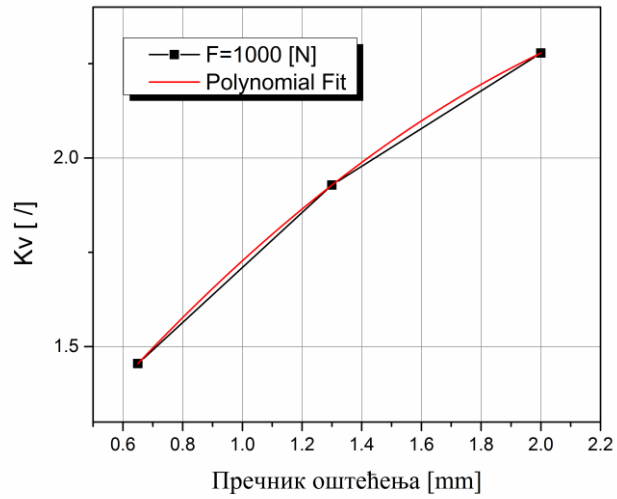
A, B_1 и B_2 – коефицијенти.

На сликама у наставку поглавља је приказана функционална веза фактора оштећења и различитих оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за појединачан случај оптерећења од 500, 1000, 2000, 3000, 5000 и 7000 [N]. Дакле, изабрана је полиномна функција која најбоље осликава зависност фактора оштећења од пречника оштећења за појединачно задато оптерећење.

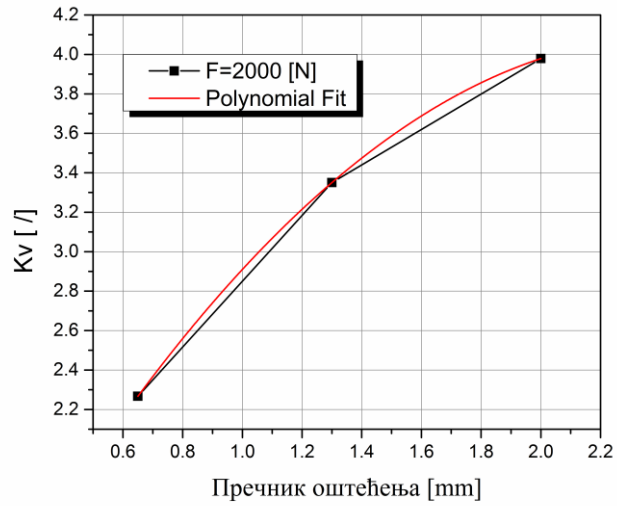
Криве на дијаграму представљају зависност фактора оштећења лежаја за различите димензије оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена котрљајног лежаја 6206 за различита оптерећења. То значи да је за сваку вредност спољашњег радијалног оптерећења израчуната величина промене амплитуде вибрација котрљајног лежаја са оштећењем на стази котрљања унутрашњег прстена у односу на котрљајни лежај без оштећења.



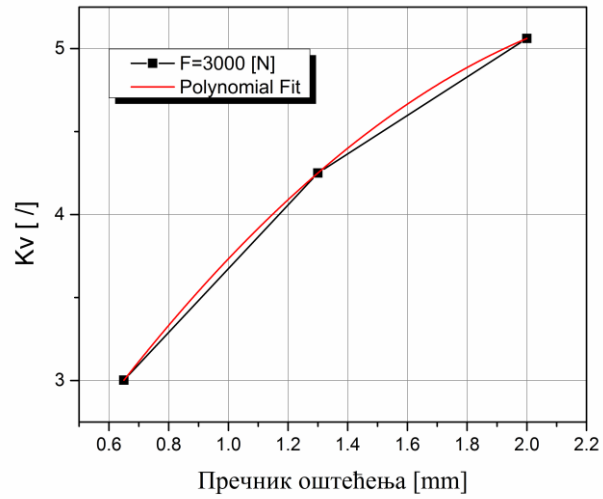
Слика 121 Дијаграм промене фактора оштећења лежаја од различитих пречника оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 500 [N]



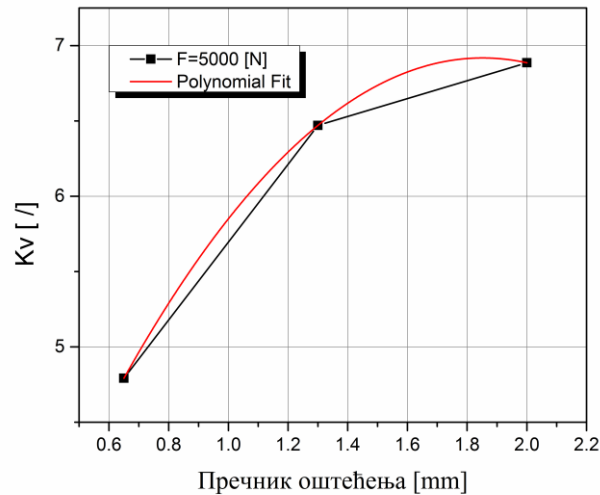
Слика 122 Дијаграм промене фактора оштећења од различитих димензија оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 1000 [N]



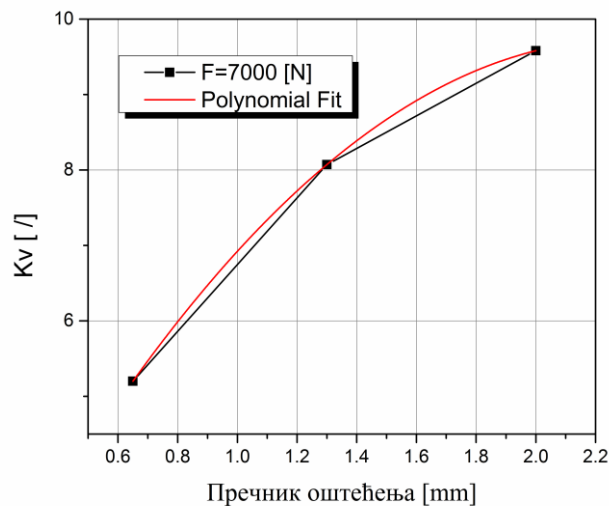
Слика 123 Дијаграм промене фактора оштећења од различитих оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 2000 [N]



Слика 124 Дијаграм промене фактора оштећења од различитих димензија оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 3000 [N]



Слика 125 Дијаграм промене фактора оштећења од различитих оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 5000 [N]

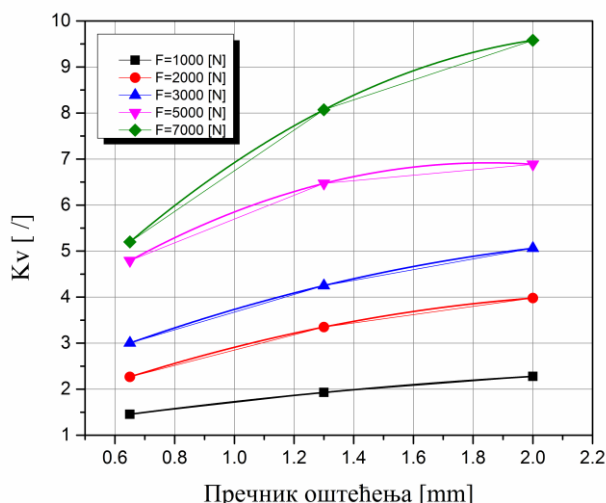


Слика 126 Дијаграм промене фактора оштећења од различитих димензија оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 7000 [N]

Ради боље прегледности, упоредно су приказани резултати добијене функционалне зависности фактора оштећења узорака котрљајних лежаја за спољашња оптерећења од 2000, 3000, 5000 и 7000 [N] – слика 127.

Криве нацртане црном, црвеном, плавом и љубичастом бојом, редом, представља фактор промене амплитуде вибрација котрљајног лежаја са оштећењем у облику рупе, пречника од 650, 1300 и 2000 [μm], редом, за случај спољашњег радијалног оптерећења од 1000, 2000, 3000, 5000 и 7000 [N], редом.

Са дијаграма са слике види се да са повећањем спољашњег радијалног оптерећења расте величина фактора оштећења лежаја. За ниже вредности спољашњег радијалног оптерећења пораст је умеренији, а крива има блажи нагиб, док за веће вредности оптерећења нагиб криве постаје све стрмији, а фактор промене амплитуде израженији. Такође, са дијаграма се види да код лежаја са мањим оштећењима, спољашње оптерећење има већи утицај на повећање фактора оштећења лежаја.



Слика 127 Дијаграм промене фактора оштећења за различите димензије оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена котрљајног лежаја 6206 за оптерећења од 1000, 2000, 3000, 5000 и 7000 [N]

Према извршеној анализи може се запазити да различите димензије оштећења имају значајан утицај на промену фактора утицаја оштећења, односно на промену амплитуде вибрација лежаја за различита оптерећења.

Изабрана полиномна функција промене фактора оштећења од различитих димензија оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 500, 1000, 2000, 3000, 5000 и 7000 [N], са вредностима коефицијената A , B_1 и B_2 уз променљиву x гласе:

$$K_v (500[N]) = 1,60293 + 0,55477d_d + 0,13838d_d^2$$

$$K_v (1000[N]) = 0,83948 + 1,05658d_d - 0,16866d_d^2$$

$$K_v (2000[N]) = 0,70355 + 2,77488d_d - 0,56858d_d^2$$

$$K_v (3000[N]) = 1,2774 + 3,01984d_d - 0,56402d_d^2$$

$$K_v (5000[N]) = 1,87013 + 5,45201d_d - 1,47204d_d^2$$

$$K_v (7000[N]) = 0,9145 + 7,6810d_d - 1,6739d_d^2$$

Задовољавајућа функционална веза фактора оштећења и различитих оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај различитих оптерећења потврђена је кроз вредности коефицијента детерминације и средњег квадратног одступања, које износе 0.

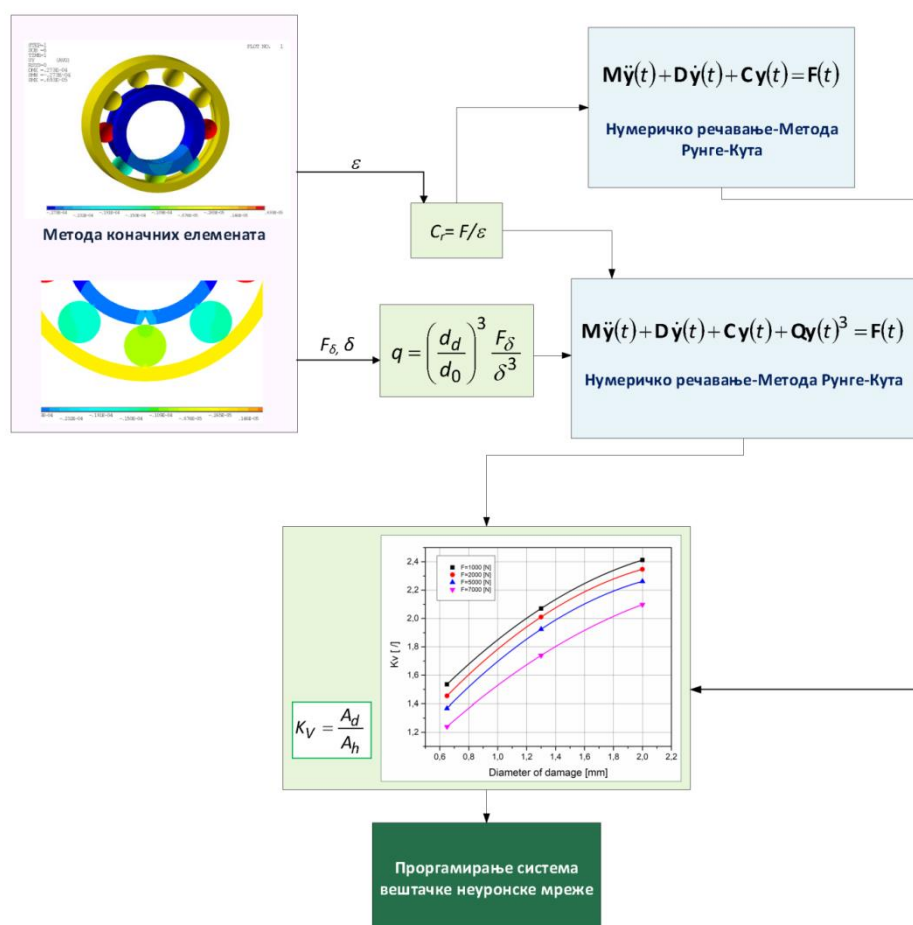
Анализа добијених дијаграма, објашњена полиномним функцијама датим у једначинама, показује да повећање пречника оштећења доводи до повећања вредности фактора оштећења, што одговара и растућим вибрацијама. Такође, све веће оптерећење доводи до истог ефекта у вредностима фактора оштећења. Ови квалитативни резултати у складу су са понашањем фактора оштећења на основу резултата вибрација оштећених котрљајних лежаја које су израчунали или измерили други аутори. Ово је потврдило да нови фактор представљен у дисертацији има велики потенцијал да буде јединствена мера, како за квалитативну, тако и за квантитативну процену радних карактеристика котрљајних лежаја.

За одређени тип котрљајног лежаја и одређене радне услове може се извршити прорачун функције фактора оштећења и развити рачунарски систем како би се пратиле радне карактеристике система чији су котрљајни лежаји саставни део. У ту сврху могу бити програмирани различити рачунарски системи. Овај потенцијални систем за надзор рада котрљајних лежаја користи различита достигнућа информacionих технологија и могао би бити програмиран у складу са специфичним захтевима и расположивим ресурсима.

7 Методологија за анализу вибрација кугличног котрљајног лежаја

Да би се истражило динамичко понашање кугличног котрљајног лежаја као дела сложеног механичког система, развијена је нова методологија за прорачун вибрација кугличних котрљајних лежаја. Ова методологија има за циљ да предложи нови поједностављени поступак заснован на савременим аналитичко-нумеричким методама који ће бити погодан за широко истраживање различитих фактора који утичу на вибрације кугличних котрљајних лежаја. Алгоритам развијене методологије приказан је на слици 128. Улаз у алгоритам чине главни параметри лежаја, а на излазу се добија K_V потребан за програмирање система за континуирани надзор котрљајних лежаја и доношење одлука о њиховом одржавању.

У оквиру приказане методологије, метода коначних елемената (МКЕ), описана у претходном поглављу, коришћена је за одређивање напонског и деформационог стања делова лежаја. Добијени резултати коришћени су за прорачун укупне радијалне крутости, док је пригушење у овој фази истраживања занемарено. Промена радијалне крутости одређена је преко укупне радијалне деформације лежаја израчунате МКЕ. Добијене вредности укупне радијалне деформације и радијалне крутости у зависности од спољашњег оптерећења унете су у диференцијалну једначину вибрација лежаја са једним степеном слободе, која је даље послужила за прорачун фактора оштећења на вибрације кугличних котрљајних лежаја.

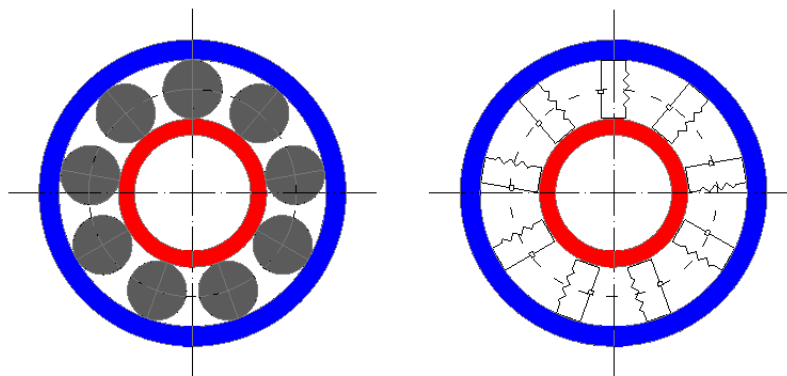


Слика 128 Алгоритам нове аналитичко – нумеричке методе за израчунавање фактора оштећења

Сваки систем сачињен од више повезаних маса, опруга и пригушивача, или систем који може да врши кретање у више праваца, назива се система са више степени слободе кретања.

Котрљајни лежај као склоп представља механички систем који карактеришу три основне физичке величине: инерција, крутост и пригушење. При моделирању механичког система инерција се представља масом m , крутост се симулира опругом константе крутости k , а пригушење се симулира пригушницом коефицијента пригушења c . Деловање константе силе F на масу m доводи до кретања масе константним убрзањем a . Деловање константе силе F на опругу доводи до сабијања (померање) опруге за константну вредност.

Склоп лежаја посматра се као систем еластично повезаних маса, при чему је спољашњи прстен лежаја непокретан у кућишту, а унутрашњи је чврсто везан за вратило. Контакт између котрљајних тела и стаза котрљања се посматра као нелинеарна опруга, која делује једино при сабијању, симулирајући контактну деформацију и резултујућу силу – слика 129.



Слика 129 Контакт између стаза котрљања и котрљајних тела [23, 90]

Наиме, услед еластичних деформација у контакту између котрљајних тела и прстенова лежаја јављају се еластичне силе, чији је интензитет временски зависан од положаја котрљајних тела на стазама котрљања. Контактне силе јављају се само у присуству контактних деформација, тј. када је тренутна дужина опруге мања од њене дужине у ненапрегнутом стању. У случају када су котрљања тела и стаза котрљања раздвојени контактна сила једнака је нули. Уопштено гледано, временска промењивост интензитета контактних сила сматра се једним од најзначајнијих извора вибрација код котрљајних лежајева.

Модел за симулацију вибрација кугличних котрљајних лежаја, приказан на слици 130 може се објаснити преко деформабилног вратила масе m_s и деформабилног кућишта масе m_c који су међусобно повезани котрљајним лежајем, крутости c_b и пригушења d_b . Диференцијална једначина линеарних вибрација склопа може се написати као [91]:

$$[M]\{\ddot{q}(t)\} + [D]\{\dot{q}(t)\} + [C]\{q(t)\} = \{F(t)\} \quad (31)$$

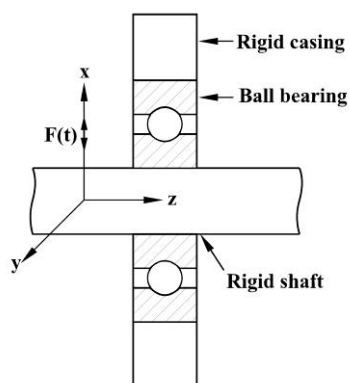
где су:

$[M]$ – матрица маса,

$[D]$ – матрица пригушења,

$[C]$ – матрице крутости,

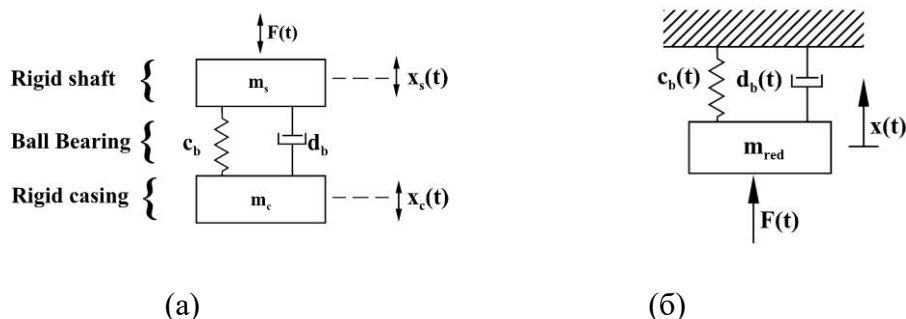
$\{q(t)\}$ и $\{F(t)\}$ – вектори померања и спољашњих сила.



Слика 130 Шематски приказ физичког модела механичког система са котрљајним лежајем [91]

У случају радијалног лежаја који преноси оптерећење само у радијалном правцу, овако дефинисани систем са више степени слободe кретања може се даље редуковати у модел крутог тела са 2 степена слободe кретања, што је приказано на слици 131а). Аналитичке једначине за добијање нелинеарног одзива вибрација тада добијају облик [91, 92]:

$$\begin{aligned} m_c \ddot{x}_c + d_b(t)(\dot{x}_c - \dot{x}_s) + c_b(t)(x_c - x_s) &= F(t) \\ m_c \ddot{x}_s - d_b(t)(\dot{x}_c - \dot{x}_s) - c_b(t)(x_c - x_s) &= -F(t) \end{aligned} \quad (32)$$



Слика 131 Модел са 2 степена слободe кретања (а) и редуковани модел са једним степеном слободe кретања (б) [91]

Овај општи модел у случају радијалних кугличних лежаја анализираних у овом истраживању могао би се свести на систем са једним степеном слободe, преко редуковане масе вратила и кућишта, што представља случај деформабилног вратила и крутог кућишта [22]. Добијена диференцијална једначина се користи за аналитичко – нумеричке прорачуне амплитуда вибрација за неоштећене котрљајне лежаје и има следећи облик [93]:

$$m_{red} \ddot{x} + d_b(t) \dot{x} + c_b(t) x = F(t) \quad (33)$$

где су:

m_{red} – редукована маса система котрљајног лежаја,

$c_b(t)$ – периодично променљива крутост котрљајног лежаја,

$d_b(t)$ – функција пригушења лежаја и

$F(t)$ – временски променљиво радијално оптерећење које делује на вратило.

За решавање диференцијалне једначине вибрација лежаја са једним степеном слободе користи се нумерички апроксимативни Runge-Kutta метод, а добијени резултати наведени су у тачки 5.1.4 – Приказ и верификација резултата добијених прорачуном МКЕ на развијеном раванском моделу резултатима доступних у литератури.

7.1 Развој математичког модела нелинеарне динамике кугличног котрљајног лежаја са оштећењем на стази котрљања

Да би се развио математички модел за описивање динамичког понашања оштећених котрљајних лежаја (котрљајни лежаји са постојећим оштећењима на стази котрљања спољашњег или унутрашњег прстена) користе се основне дефиниције нелинеарне динамике [94–96]. Одабрани математички модел за динамичко понашање оштећених котрљајних лежаја дат је следећом једначином:

$$M\ddot{x} + D\dot{x}(t) + Cx(t) + Qx^3(t) = F(t) \quad (34)$$

где је:

$Q(t)$ – вектор фактора утицаја оштећења.

За одређени тип радијалних кугличних лежаја, одабран за приказану анализу, дати израз би могао бити на сличан начин као за неоштећен лежај сведен на следећи облик:

$$m_{red}\ddot{x} + d_b\dot{x} + c_b x + qx^3 = F(t) \quad (35)$$

при чему нелинеарни члан (фактор q) представља утицај постојећег оштећења на вибрације котрљајног лежаја. Изабрана једначина кретања која описује динамичко понашање котрљајних лежаја са оштећењем на стази котрљања (34) је специјалан случај општег нелинеарног осцилатора [95] са јаком кубном нелинеарношћу, изражен коефицијентом q [94]. Иако за неке посебне случајеве јаке кубне нелинеарности диференцијална једначина кретања има тачно аналитичко решење [94], диференцијалну једначину кретања котрљајног лежаја са оштећењем на стази котрљања у општем случају није могуће решити аналитички. У ове сврхе коришћена је нумеричка метода Runge-Kutta и софтвер *Matlab*.

Аналитичка формула за израчунавање кефицијента q добијена је итеративним поступком који подразумева поређење са експериментално добијеним резултатима вибрација. Овај нови коефицијент - коефицијент нелинеарности услед оштећења зависи од димензија оштећења, локалне контактне деформације и расподеле спољног оптерећења на котрљајним елементима и има следећи облик:

$$q = \left(\frac{d_d}{d_0} \right)^3 \frac{F_\delta}{\delta^3} \quad (36)$$

где су:

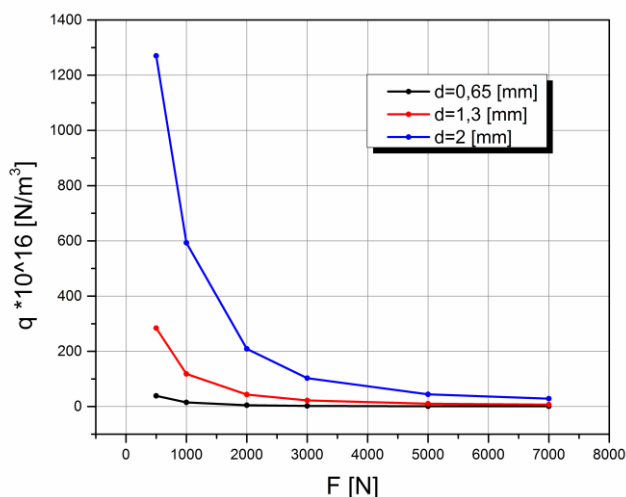
d_d – пречник оштећења на контактної површини,

d_0 – пречник оштећења за одређени тип котрљајног лежаја (добијен емпиријски),

F_δ – оптерећење распоређено на најоптерећеније котрљајном телу (добијена применом Методе коначних елемената),

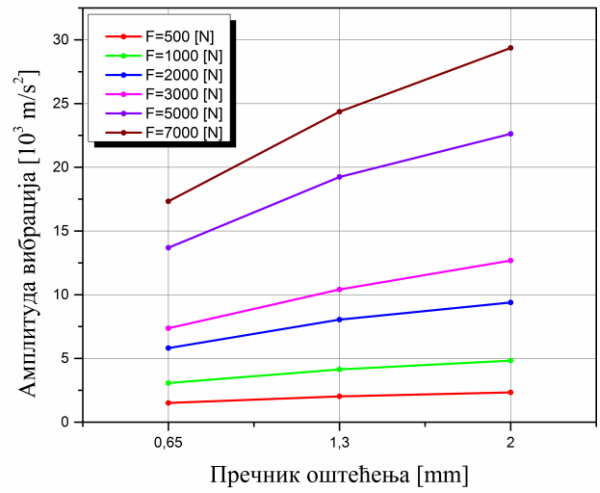
δ – локална контактна деформација најоптерећенијег котрљајног тела и стазе котрљања прстена са оштећењем (добијена применом Методе коначних елемената).

За одређени тип котрљајног лежаја анализираниог у овом истраживању – радијални куглични лежај 6206 и за оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена, врши се прорачун Методом коначних елемената. У складу са већ објашњеним поступком читавања локалне контактне деформације и расподеле оптерећења из резултата добијених Методом коначних елемената, са слика 28–63, врши се прорачун коефицијента нелинеарности услед оштећења q и добијени резултати су приказани на слици 132. У овом истраживању разматране су три различите вредности пречника оштећења конусног облика: 0,65 [mm], 1,3 [mm] и 2 [mm].



Слика 132 Промена коефицијента нелинеарности услед оштећења q код кугличног лежаја 6206 у зависности од спољашњег оптерећења и димензија оштећења

У складу са алгоритмом датим на слици 128, израчунате вредности коефицијента нелинеарности услед оштећења q се затим уводе у једначину кретања изражену диференцијалном једначином (35). Коначно, диференцијалне једначине кретања оштећених кугличних лежаја нумерички су решене софтвером *Matlab*, а добијени резултати вибрације изражене амплитудама убрзања приказани су на упоредним дијаграмима приказаним на слици 133. Добијене корелације су очекиваних облика и трендова и слажу се са резултатима других аутора представљених на сликама 12–16, чиме су дефинисани фактор оштећења и развијен аналитичко – нумерички поступак за његово израчунавање верификовани.



Слика 133 Аналитички израчуната амплитуда вибрација за куглични котрљајни лежај 6206 у зависности од спољашњег оптерећења и димензија оштећења

8 Закључна разматрања

Котрљајни лежаји су машински елементи чија је улога преношење оптерећења и обезбеђивање потребне тачности делова у релативном кретању. Оштећења делова лежаја, било да су у питању стазе котрљања, котрљајна тела или кавез могу изазвати значајно повећање нивоа вибрација. Откази проузроковани оштећењем делова лежаја доводе до непланираних застоја читавог постројења у који су уграђени, праћене великим материјалним губицима. Због тог је истраживање узрочника оштећења и њихов утицај на радне карактеристике и динамичко понашање стално у фокусу интересовања истраживача.

На основу тога у оквиру дисертације урађено је следеће:

- Указано је на значај континуираног праћења стања лежаја котрљајног лежаја, у циљу избегавања непланираних застоја система праћених енергетским и финансијским губитака,
- Извршена је анализа стања истраживања у области динамичког понашања котрљајних лежаја. Посебна пажња је посвећена проучавању утицаја различитих видова оштећења лежаја на динамичко понашање котрљајних лежаја,
- Дати су обрасци за израчунавање контактних напона и деформација одређени на основу *Hertz* – ове теорије контактних напрезања и расподела оптерећења на котрљајна тела, као важни параметри понашања котрљајних лежаја. Као главни показатељи динамичког понашања котрљајних лежаја детаљно су описани карактеристике вибрација-амплитуда и фреквенција,
- Истакнута је важност нумеричких и експерименталних метода у погледу анализе динамичког понашања котрљајних лежаја и генерисања структурних вибрација лежаја,
- На основу доступне литературе дефинисан је фактор оштећења као однос апсолутне вредности максималне амплитуде вибрација котрљајног лежаја са оштећењем и апсолутне вредности амплитуде вибрација лежаја без оштећења,
- Приказано је нумеричко решавање једначина математичког модела котрљајног лежаја. У оквиру поступка нумеричког моделирања развијен је модел лежаја 6206, а спољашње оптерећење се задаје у радијалном правцу и варира од 500 – 7000 [N]. За решавање напонско деформационог стања елемената котрљајног лежаја коришћена је Метода Коначних Елемената,
- За потребе валидације добијених нумеричких резултата за равански модел коришћени су резултати експерименталних испитивања доступни из литературе и добијено је одлично слагање,
- Поступак нумеричких симулација је понављан и за два просторна модела, један модел лежаја са оштећењем у облику жлеба и други са оштећењем у облику конуса на унутрашњој стази котрљања,
- На основу нумеричке симулације добијена је зависност напонског стања од оптерећења код лежаја са различитим обликом и величином оштећења на унутрашњој стази котрљања,
- Дат је преглед резултата добијених МКЕ за померање у правцу u -осе за задато спољашње оптерећење и преглед еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$. На основу добијених нумеричких резултата израчунат је фактор оштећења за оптерећење од 500–7000 [N]. Уведен је коефицијент нелинеарности услед оштећења који зависи од димензија

оштећења, локалне контактне деформације и расподеле спољног оптерећења на котрљајним елементима,

- Приказан је поступак експерименталног испитивања на пробном столу за анализу динамичког понашања котрљајног лежаја. Детаљан опис лабораторијске инсталације и мерне опреме. Испитивани су куглични котрљајни лежаји са радијални додиром 6206, са оштећењима, у облику конуса и жлеба, различитих димензија на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја. Дат је приказ добијених резултата експерименталних испитивања. Описани су трендови промене посматраних величина и дата објашњења за одговарајуће промене карактеристика котрљајних лежаја. На основу експерименталних резултата добијен је фактор оштећења за различита оптерећења,
- Дефинисан је математички модел динамичког понашања котрљајног лежаја без оштећења и са оштећењем на стази котрљања и на тај начин успостављена корелација између улазних и излазних параметара радне исправности котрљајних лежаја,
- Извршено је поређење резултата мерења добијених сопственим експерименталним истраживањем на пробном столу за динамичко испитивање котрљајних лежаја и резултата добијених нумеричким прорачуном и установљено је слагање добијених резултата до 10% у погледу амплитуда вибрација.

На основу извршеног истраживања може се закључити следеће:

- Детаљном анализом механичких карактеристика оштећења могуће је истражити утицајне параметре на вибрације котрљајних лежаја, чије мерење представља поуздану методу дијагностике стања котрљајних лежаја,
- Промена основних радних карактеристика и смањење стабилности система у који је лежај уграђен зависе од различитих типова оштећења која се јављају на стазама котрљања током процеса експлоатације,
- На основу уведеног јединственог индикатора (фактора) оштећења котрљајног лежаја као поуздане методе праћења стања лежаја могуће је одредити критичну величину оштећења елемената котрљајних лежаја,
- Повећање пречника оштећења доводи до повећања вредности фактора оштећења, што одговара и евидентираном тренду повећања амплитуде вибрација,
- Повећањем вредности задатог радијалног оптерећења, добијен је очекивани тренд пораста вредност еквивалентних напона σ_{vonMises} у котрљајном лежају. Показано је да ако при високом радном оптерећењу дође до оштећења на стази котрљања, одмах долази до отказа котрљајног лежаја. Међутим, ако се оштећење деси у условима мањег радног оптерећења, које одговара средњим вредностима опсега статичке носивости, лежај може наставити са радом, а да се услед проширења оштећења односно повећања пречника оштећења, максимална вредност напона на месту оштећења смањује као резултат повећања зоне контактне деформације и самим тим равномерније расподеле оптерећења у контактної зони.
- Примена развијеног модела предвиђања отказа котрљајних лежаја значајно утиче на повећање радног века целокупног техничког система и може довести до значајних резултата у погледу повећања поузданости, носивости и ефикасности елемената и целокупних система,

8.1 Научни допринос истраживања

- Верификован је дводимензионални нумерички модел кугличног котрљајног лежаја без оштећења поређењем са резултати експерименталних испитивања из литературе,
- На основу верификованог дводимензионалног нумеричког модела развијен је тродимензионални нумерички модел кугличног котрљајног лежаја са оштећењем на стази котрљања унутрашњег прстена,
- Тродимензионални нумерички модел кугличног котрљајног лежаја са оштећењем на стази котрљања унутрашњег прстена је верификован сопственим резултатима експерименталних испитивања,
- Применом верификованог тродимензионалног нумеричког модела кугличног котрљајног лежаја са оштећењем на стази котрљања унутрашњег прстена спроведена је анализа напонског и деформационог стања и расподеле оптерећења на котрљајна тела,
- Постављен је математички модел зависности радних карактеристика лежаја од величине и облика оштећења стаза котрљања,
- Развијен је аналитички модел за анализу динамичког понашања котрљајног лежаја у виду једначине кретања котрљајног лежаја у функцији времена. Као допунски фактор у једначини уведен је фактор нелинеарности, за чије је израчунавање изведена емпиријска зависност коришћењем сопствених експерименталних резултата. Решавање једначина аналитичког модела извршено је нумеричким поступком. Најважнија излазна карактеристика оваквог модела је спектар вибрација посматраног склопа,
- Приказани аналитички модел за симулацију и анализу динамичког понашања котрљајног лежаја пружа успостављање зависности између конструкционих и експлоатационих параметара лежаја са једне стране и параметара који дефинишу радну способност котрљајног лежаја са друге стране. Овакав модел представља добру основу за развој једног општијег модела за прорачун граничних вредности оштећења стаза котрљања које доводе до смањења ефикасности машинског система у који је лежај уграђен, чиме би се избегла појава превременог отказа лежаја, односно, продужење његовог радног века кориговањем радног оптерећења.
- Показана је могућност одређивања критичне величине оштећења стаза котрљања која доводи до смањења продуктивности система у који је котрљајни лежај уграђен,
- Коришћењем савремених методологија развијен је универзални алгоритам за сагледавање промене параметара који утичу на поступак дијагностиковања отказа лежаја,
- Развијена је методологија, на основу које је могуће извршити анализу утицаја различитих врста оштећења стаза котрљања котрљајног лежаја на његово динамичко понашање. На основу тога могуће је извршити прецизно одређивање критичне величине оштећења стаза котрљања које доводе до смањења продуктивности машинског система у који је котрљајни лежај уграђен,
- Извршено је одређивање јединственог индикатора оштећења котрљајног лежаја као поуздане методе праћења стања која ће омогућити рано предвиђање отказа котрљајних лежаја,

- Показано је да је поређењем параметара рада исправног котрљајног лежаја са параметрима граничне вредности оштећења стаза котрљања могуће извршити процена радног века котрљајног лежаја и тако избећи изненадни застоји целог машинског система.

8.2 Правци могућих даљих истраживања

У оквиру дисертације извршена је експериментална и нумеричка анализа утицаја оштећења на унутрашњој стази котрљања лежаја на радне карактеристике лежаја. Значајно би било исту анализу применити за случај оштећења на спољашњој стази котрљања истог типа котрљајног лежаја. Такође једно од могућих даљих истраживања била би и примена развијених модела на друге типове лежаја. Сагледавање добијених резултата значајно би помогло у будућем истраживању проблематике оштећења котрљајних лежаја.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Ашоња, А., Микић, Д.: Одржавања котрљајних лежајева, ИМК-14, Истраживање и развој, 38 (1), 2011, стр. 39–43
- [2] Yuan, R., Lv, Y., Song, G.: Fault Diagnosis Of Rolling Bearing Based On A Novel Adaptive High-Order Local Projection Denoising Method, Complexity, vol. 2018, Article ID 3049318, 15 pages, 2018. <https://doi.org/10.1155/2018/3049318>
- [3] Dengyun Wu, Jianwen Wang, Hong Wang, Hongxing Liu, Lin Lai, Tian He, Tao Xie: An Automatic Bearing Fault Diagnosis Method Based On Characteristics Frequency Ratio, Sensors (Switzerland), 2020, 5, pp. 1–12
- [4] Marković, B., Antić, J., Košarac, A.: Procjena Radnog Stanja Kotrljajnih Ležajeva Uz Softversku Podršku, 14 (2015), March, pp. 409–414
- [5] Живковић, А., Зельковић, М., Табаковић, С.: Програмско решење за анализу понашања кугличних лежаја, 2013
- [6] Томовић, Р.: Истраживање утицаја конструкционих параметара котрљајних лежајева на стање њихове радне исправности, Докторска дисертација, Машински факултет, Ниш, 2009
- [7] Митровић, Р., Ристивојевић, М., Росић, Б.: Машински елементи 1, Машински факултет, Београд, 2019
- [8] ***, <https://www.e-lager.rs/sr/proizvod/skf-6206-c3skf>
- [9] Лазовић, Т.: Истраживање абразивног хабања котрљајних лежаја, Докторска дисертација, Машински факултет, Београд, 2007
- [10] Ристивојевић, М., Митровић, Р.: Расподела оптерећења – зупчасти парови и котрљајни лежаји, Машински факултет, 2002
- [11] Стаменић, З.: Истраживање утицаја расподеле оптерећења и експлоатационих услова на радну способност карданових спојница, Докторска дисертација, Машински факултет, Београд, 2012
- [12] Митровић, Р.: Анализа утицаја еластичних деформација и унутрашњег радијалног зазора котрљајног кугличног лежаја на расподелу оптерећења на котрљајна тела и носивост, Магистарска теза, Машински факултет, Београд, 1987
- [13] Субић, А.: Моделирање геометрије кугличних лежаја са нумеричким одређивањем померања у улежиштењу, Магистарска теза, Машински факултет, Београд, 1991
- [14] Atanasovska, I., Mitrović, R., Stefanović, S., Soldat, N., Mišković, Ž.: Calculation of radial stiffness for single-row ball bearing with finite element analysis, Journal Machine Design, Published by University of Novi Sad, Faculty of Technical Sciences, Novi Sad, Vol.6 (Dedicated to the 8th International Symposium KOD 2014, 12-15 June 2014, Balatonfured, Hungary), 2014, No.3, ISSN 1821-1259, pp. 85-90.014), 3, стр. 85–90
- [15] Zupan, S., Prebil, I.: Carrying angle and carrying capacity of a large single row ball bearing as a function of geometry parameters of the rolling contact and the supporting structure stiffness, Mechanism and Machine Theory, 36, 2001, pp. 1087–1103
- [16] Tomović, R.: Calculation of the boundary values of rolling bearing deflection in relation to the number of active rolling elements, Mechanism and Machine Theory, 47, 2012, pp. 74–88
- [17] Tomović, R.: Calculation of the necessary level of external radial load for inner ring support on q rolling elements in a radial bearing with internal radial clearance, International Journal of Mechanical Sciences, 60 (1), 2012, pp. 23–33
- [18] Mitrović, R.: Analysis of the influence of internal radial clearance on the static load rating of the rolling bearing, FACTA UNIVERSITATIS-Mechanical Engineering, 1 (8), 2001, pp. 1039–1047
- [19] Zeljković, M., Živković, A., Borojev, Lj.: Ball bearings static behavior and lifetime, Machine design, 2010, pp. 175–182

- [20] Бугарски, В.Г.: Бука и вибрације (Скрипта – Изводи предавања), Универзитет у Бањој Луци-Машински факултет, 2010
- [21] Nataraj, C., Harsha, S.P.: The effect of bearing cage run-out on the nonlinear dynamics of a rotating shaft, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 13(4), 2008, pp. 822–838
- [22] Villa. C. J., Sinou. J., Thouverez, F.: Stability and vibration analysis of a complex flexible rotor bearing system, *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 13, 2008, pp. 804–821
- [23] Liqin, W., Li. C., Dezhi, Z., Le, G.: Nonlinear dynamics behaviors of a rotor roller bearing system with radial clearances and waviness considered, *Chinese Journal of Aeronautics*, 21, 2008, pp. 86–96
- [24] Perret-Liaudet, J., Rigaud, E.: Experiments and numerical results on non-linear vibrations of an impacting hertzian contact. Part 2: Random Excitation, *Journal of Sound and Vibration*, 265 (2), 2003, pp. 309–327
- [25] Rigaud, E., Perret-Liaudet, J.: Experiments and numerical results on non-linear vibrations of an impacting hertzian contact. Part 1: Harmonic Excitation, *Journal of Sound and Vibration*, 265 (2), 2003, pp. 289–307
- [26] Smagala, A., Kecik, K.: Nonlinear Model And Simulation Of A Rolling Bearing, *IOP Conf. Ser. Mater. Sci. Eng.*, 710, 2019
- [27] Sharma, A., Upadhyay, N., Kankar, P., Muniyappa, A.: Nonlinear Dynamic Investigations On Rolling Element Bearings: A Review, *Advances in Mechanical Engineering*, 10, 2018
- [28] Harris, T.A., Kotzalas, M.N.: *Rolling bearing analysis*, Taylor&Franciz Group, SAD, 2007
- [29] Мишковић, Ж.: Утицај концентрације експлоатационих честица нечистоћа на радне карактеристике котрљајних лежаја, Докторска дисертација, Универзитет у Београду Машински факултет, 2017
- [30] Changqing, B., Qingyu, X.: Dynamic model of ball bearings with internal clearance and waviness, *Journal of Sound and Vibration*, 294 (1), 2006, pp. 23–48
- [31] Harsha, S.: Nonlinear dynamic response of a balanced rotor supported by rolling element bearings due to radial internal clearance effect, *Mechanism and Machine Theory*, 41 (6) , 2006, pp. 688–706
- [32] Guofang Nan, Min Tang, Eryun Chen and Ailing Yang: Nonlinear Dynamic Mechanism Of Rolling Element Bearings With An Internal Clearance In A Rotor-Bearing System, *Advances in Mechanical Engineering*, 8, 2016, 11
- [33] Gulafsson, O.G., Tallian, T., el al.: Research report on study of the vibration characteristics of bearings, 1963
- [34] Yamamoto, T.: On the vibration of a shaft supported by bearing having radial clearance, *Transactions of the Japanese Society of Mechanical Engineering*, 21, 1955, pp. 182–192
- [35] Tiwari, M., Gupta, K., Prakash, O.: Effect of radial internal clearance of a ball bearing on the dynamics of a balanced horizontal rotor, *Journal of Sound and Vibration*, 238 (5), 2000, pp. 723–756
- [36] Tiwari, M., Gupta, K., Prakash, O.: Dynamic response of an unbalanced rotor supported on ball bearings, *Journal of Sound and Vibration*, 238 (5), 2000, pp. 757–779
- [37] de Mul, J.M., Vree, J. M., Maas, D. A.: Equilibrium and associated load distribution in ball and roller bearings loaded in five degrees of freedom while neglecting friction—Part I: General Theory And Application To Ball Bearings, *Journal of Tribology*, 111 (1), 1989, pp. 142–148
- [38] Zmarzły, P.: Influence of the internal clearance of ball bearings on the vibration level, *Proceedings, 24 rd International Conference ENGINEERING MECHANICS 2018*, Svratka, Czech Republic, 2018.
- [39] Yakout, M., Nassef, M.G.A., Backar, S.: Effect Of Clearances In Rolling Element Bearings On Their Dynamic Performance, Quality And Operating Life, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 33 (2019), 5, pp. 2037–2042
- [40] Митровић, Р., Лазовић, Т., Ристивојевић, М.: Анализа унутрашњег радијалног зазора котрљајног

лежаја у раду, Зборник радова са Научно-истраживачког скупа „Истраживање и развој машинских елемената и система“ ИРМЕС’98, Београд, 1998, стр. 265–270

- [41] Tomović, R.: A Simplified mathematical model for the analysis of varying compliance vibrations of a rolling bearing, *Applied Sciences*, 10, 2020, pp. 670
- [42] Wardle F.P., Poon S.Y.: Rolling bearing noise, cause and cure, *Char. Mechanical Engineering*, 1983, pp. 36–40
- [43] Jang, G., Jeong, S.: Analysis of a ball bearing with waviness considering the centrifugal force and gyroscopic moment of the ball, *Journal of Tribology*, 125, 2003
- [44] Liu, J., Shao, Y.: Vibration modelling of nonuniform surface waviness in a lubricated roller bearing, *Journal of Vibration and Control*, 23, 2015
- [45] Jang, G., Jeong, S.-W.: Vibration analysis of a rotating system due to the effect of ball bearing waviness, *Journal of Sound and Vibration*, 269 (3), 2004, pp. 709–726
- [46] Choudhury, A., Tandon, N.: A theoretical model to predict vibration response of rolling bearings to distributed defects under radial load, *Journal of Vibration and Acoustics*, 120 (1), 1998, pp. 214–220
- [47] Aktuřrk, N.: The effect of waviness on vibrations associated with ball bearings, *Journal of Tribology*, 121 (4), 1999, pp. 667–677
- [48] Harsha, S.P., Kankar, P.K.: Stability analysis of a rotor bearing system due to surface waviness and number of balls, *International Journal of Mechanical Sciences*, 46 (7), 2004, pp. 1057–1081
- [49] Adamczak, S., Zmarzły, P.: Influence of raceway waviness on the level of vibration in rolling-element bearings, *Bulletin of the Polish Academy of Sciences Technical Sciences*, 65, 2017
- [50] Alfares, M., Al-Daihani, G., Baroon, J.: The Impact Of Vibration Response Due To Rolling Bearing Components Waviness On The Performance Of Grinding Machine Spindle System, *Proc. Inst. Mech. Eng. Part K J. Multi-body Dyn.*, 233, 3, 2019, pp. 747–762
- [51] Guo, Y., Parker, R.G.: Stiffness Matrix Calculation Of Rolling Element Bearings Using A Finite Element/Contact Mechanics Model, *Mech. Mach. Theory*, 51, 2012, pp. 32–45
- [52] Liu Jing, Tang Changke, Wu Hao, : An Analytical Calculation Method Of The Load Distribution And Stiffness Of An Angular Contact Ball Bearing, *Mech. Mach. Theory*, 142, 2019
- [53] Shah, D.S., Patel, V.N.: A Dynamic Model For Vibration Studies Of Dry And Lubricated Deep Groove Ball Bearings Considering Local Defects On Races, *Measurement*, 137, 2019, pp. 535–555
- [54] Wang, Z., Zhu, C.: A New Model For Analyzing The Vibration Behaviors Of Rotor-Bearing System, *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.*, 83, 2020
- [55] Wei-Min Ding, Zhi-Nan Zhang, Fagang Zhao: Vibration response of ball bearings with different defect sizes in the outer raceway: Simulation with a 3-D finite element model, *Proceedings of the 14th IFToMM World Congress*, 2015
- [56] Tandon, N., Choudhury, A.: A review of vibration and acoustic measurement methods for the detection of defects in rolling element bearings, *Tribology International*, 32 (8), 1999, pp. 469–480
- [57] Tandon, N., Choudhury, A.: An analytical model for the prediction of the vibration response of rolling element bearings due to a localized defect, *Journal of Sound and Vibration*, 205 (3), 1997, pp. 275–292. DOI: 10.1006/jsvi.1997.1031
- [58] Sapanen, J., Mikola, A.: Dynamic model of a deep-groove ball bearing including localized and distributed defects—part I: theory, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers K—Journal of Multi-body Dynamics*, 217, 2003, pp. 201–211, DOI: 10.1243/14644190360713551
- [59] Petersen, D., Howard, C., Sawalhi, N., Ahmadi, A.M., Singh, S.: Analysis of bearing stiffness variations, contact forces and vibrations in radially loaded double row rolling element bearings with raceway defects, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 50–51, 2015, pp. 139–160. DOI: 10.1016/j.ymssp.2014.04.014

- [60] Petersenn, D., Howard, C., and Prime, Z.: Varying stiffness and load distributions in defective ball bearings: Analytical formulation and application to defect size estimation, *Journal of Sound and Vibration*, 337, 2015, pp.284–300. DOI: 10.1016/j.jsv.2014.10.004
- [61] Iliev, V.I., Lesev, I.M.: Analysis of vibrations caused by a defect in the outer ring of a ball bearing – influence of the defect’s size, *University of chemical technology and Metallurgy*
- [62] Malhi, A.C.: Finite element modeling of vibrations caused by a defect in the outer ring of a ball bearing, *Project Report-Finite Element Method and Applications/MIE 605*, 2002
- [63] Kulkarni, S., Wadkar, S.B.: Experimental Investigation for Distributed Defects in Ball Bearing using Vibration Signature Analysis, *12th International Conference on Vibration Problems, ICOVP 2015*, *Procedia Engineering*, 144, 2016, pp. 781–789. DOI: 10.1016/j.proeng.2016.05.086
- [64] Leturiondo, U., Salgado, O., and Galar, D.: Validation of a physics-based model for rolling element bearings with diagnosis purposes, *8th European Workshop On Structural Health Monitoring (EWSHM 2016)*, 5-8 July 2016, Spain
- [65] Leturiondo, U., Salgado, O., and Galar D.: Multi-body modelling of rolling element bearings and performance evaluation with localised damage, *Eksploatacja i Niezawodność – Maintenance and Reliability*, 18 (4), 2016, pp. 638–648. DOI: 10.17531/ein.2016.4.20
- [66] Shaikh, S., Kulkarni, S.: A Theoretical Model For Predicting The Vibration Response Of Outer Race Defective Ball Bearing, *Int. J. Eng. Technol.*, 7, 2018
- [67] Fanzhao Kong, Wentao Huang, Yunchuan Jiang, Weijie Wang, Xuezheng Zhao: A Vibration Model Of Ball Bearings With A Localized Defect Based On The Hertzian Contact Stress Distribution, *Shock Vib.*, 2018, pp. 5424875
- [68] Wensing, J.A.: On the dynamics of ball bearings, Ph. D. thesis, University of Twente, Enschede, The Netherlands, 1998
- [69] Harsha, S.P.: Nonlinear dynamic analysis of a high-speed rotor supported by rolling element bearings, *Journal of Sound and Vibration*, 290, 1-2, 2006, pp. 65–100
- [70] Purohit, R., Purohit, K.: Dynamic analysis of ball bearings with effect of preload and number of balls, *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 11 (1), 2006
- [71] Yi Qin., Chengcheng Li., Xingguo Wu, Yangyang Wang, Haizhou Chen: Multiple-Degree-Of-Freedom Dynamic Model Of Rolling Bearing With A Localized Surface Defect, *Mech. Mach. Theory*, 154, 2020
- [72] Шиниковић, Г.: Детекција оштећења лежаја у ултразвучном домену, Докторска дисертација, Универзитет у Београду, Машински факултет, 2012
- [73] SKF Group 2018, Bearing damage evaluation guide, <http://www.waukbearing.com/en/technical-resources/bearing-damage-index/bearing-damage:-corrosion/>
- [74] ISO 15243:2017, Rolling bearings - Damage and failures - Terms, characteristics and causes
- [75] <https://www.linearmotiontips.com/how-bearings-fail-a-closer-look-at-corrosion/>
- [76] Niu, L.: A Simulation study on the effects of race surface waviness on cage dynamics in high-speed ball bearings, *Journal of Tribology*, 141(5):1, 2019
- [77] Soldat, N., Mitrovic, R., Atanasovska, I., Tomovic, R.: A methodology for analyzing radial ball bearing vibrations, *Transactions of FAMENA*, 44 (1), 2020, pp. 13-28. DOI: 10.21278/TOF.44102
- [78] Митровић, Н.: Напони и деформације структура комплексне геометрије цевоводне арматуре, Докторска дисертација, Универзитет у Београду, Машински факултет, 2013
- [79] Балаћ, М.: Међусобни утицај прикључака на стање напона и деформација на цилиндричном омотачу посуде под притиском, Докторска дисертација, Универзитет у Београду, Машински факултет, 2014
- [80] Patel V.N., Tandon N., Pandey R.K.: Experimental study for vibration behaviors of locally defective deep groove ball bearings under dynamic radial load, *Advances in Acoustics and Vibration*, 2014,

- [81] Kumbhar, S., Desavale, R.: Theoretical and experimental studies on vibrations produced by defects in taper roller bearing using vibration signature analysis, *International Journal of Engineering Research and Technology*, 03, 2014, pp. 1270–1283
- [82] Kulkarni, P.G., Sahasrabudhe, A.D.: A Dynamic Model Of Ball Bearing For Simulating Localized Defects On Outer Race Using Cubic Hermite Spline, *Journal of Mechanical Science and Technology*, 28, 9, 2014, pp. 3433–3442
- [83] Kulkarni, S., Bewoor, A.: Analysis Of Distributed Defect On Outer Ring Of Ball Bearing Under Radial Load: A Theoretical And Experimental Approach, *Journal of Engineering Science and Technology*, 13, 2018, pp. 3764–3780
- [84] Стефановић, С.: Утицај еластичних деформација и унутрашњег радијалног зазора на статичку носивост кугличног котрљајног лежача, Магистарска теза, Машински факултет Крагујевац, 2004
- [85] Atanasovska, I., Mitrović, R., Soldat, N.: Developing the finite element model for dynamic analysis of radial ball bearing, 5th International Congress of Serbian Society of Mechanics, 15 -17.06. 2015, Arandjelovac, Serbia, ISBN: 978-86-7892-715-7, COBISS.SR-ID 296997639, Publisher: Serbian Society of Mechanics and Faculty of Technical Sciences Novi Sad, Serbia, pp.1-6.(Full paper on CD)
- [86] Atanasovska, I., Mitrović, R., Soldat, N.: Influence of load distribution in ball bearings with defects on the dynamic behavior of gear transmissions systems, *Proceedings of International Conference on GEARS 2015*, 5-7 October, 2015, Garching (near Munich), Germany, ISSN 0083-5560, ISBN 978-3-18-092255-3, pp. 1065-1068.
- [87] Tehnička dokumentacija-Fabrika kotrljajućih ležajeva i kardana, Temerin, Srbija
- [88] Lubarda, V., *Otpornost Materijala*, 1989
- [89] Cui, L., Zhang, Y., Zhang, F., Zhang, J., Lee, S.: Vibration response mechanism of faulty outer race rolling element bearings for quantitative analysis, *Journal of Sound and Vibration*, 364, 2016, pp. 67–76
- [90] Mitrović, R., Atanasovska, I., Soldat, N.: Numerical analysis of dynamic behavior of ball bearing depending on external radial force, *Proceedings of the 3rd International Scientific Conference "Conference on Mechanical Engineering Technologies and Applications" – COMETA2016*, December 7-9, 2016, East Sarajevo – Jahorina, B&H, RS, ISBN 978-99976-623-7-8, COBISS. RS-ID 6240280, pp. 23-28
- [91] Atanasovska, I.: The Mathematical Phenomenological Mapping In Non-Linear Dynamics Of Spur Gear Pair And Radial Ball Bearing Due To The Variable Stiffness, *International Journal of Non-linear Mechanics*, ISSN 0020-7462, doi:10.1016/j.ijnonlinmec.2014.11.015, Published by Elsevier, Volume 73, July 2015, pp. 114-120
- [92] Mitrović, R., Soldat, N., Atanasovska, I.: Dynamic behaviour of radial ball bearing due to the periodic variable stiffness, Preliminary note, *Journal Machine Design*, Published by University of Novi Sad, Faculty of Technical Sciences, Novi Sad, Vol.7 (Dedicated to the 2nd International Scientific Conference „Conference on Mechanical Engineering Technologies and Applications” COMETA2014, 2nd-5th December 2014., East Sarajevo-Jahorina, BiH), 2015, No.1, ISSN 1821-1259, pp. 1-4
- [93] Atanasovska, I., Momčilović, D., Mitrović, R., Soldat, N., Nešić, N.: Nonlinear dynamics as a tool in selection of working conditions for radial ball bearing, *IUTAM Bookseries 37 - IUTAM Symposium on Exploiting Nonlinear Dynamics for Engineering Systems*, Publisher: Springer Nature Switzerland, 2020, Editors: Ivana Kovacic, Stefano Lenci, ISSN 1875-3507, ISBN 978-3-030-23691-5, doi: 10.1007/978-3-030-23692-2_5, pp.49-58.
- [94] Cveticanin, L.: Ninety years of Duffings equation, *Theoretical and applied mechanics*, Series: Special Issue-Address to Mechanics, 40(S1), 2012, pp. 49-63. DOI: 10.2298/TAM12S149C
- [95] Kovacic, I., Gatti, G.: Helmholtz, Duffing and Helmholtz-Duffing Oscillators: Exact Steady-State Solutions, *IUTAM Bookseries 37-IUTAM Symposium on Exploiting Nonlinear Dynamics for Engineering Systems*, 2020, pp.167-177. DOI: 10.1007/978-3-030-23692-2_15

[96] Patel, V.N., Tandon, N., and Pandey, R.K.: Defect detection in deep groove ball bearing in presence of external vibration using envelope analysis and Duffing oscillator, *Measurement*, 45, 2012, pp. 960-970. DOI: 10.1016/j.measurement.2012.01.047

Списак слика

Слика 1 SKF лежај 6206 [8].....	6
Слика 2 Делови кугличног котрљајног лежаја [7]	7
Слика 3 Просторни дијаграм контактнoг напона лежаја [13]	8
Слика 4 Расподела оптерећења на котрљајна тела лежаја са нултим зазором [12].....	12
Слика 5 Оштећење стазе котрљања лежаја изазвано абразивним хабањем [73]	25
Слика 6 Оштећење стазе котрљања лежаја изазвано адхезивним хабањем [73]	25
Слика 7 Оштећење лежаја услед површинског замора [73]	25
Слика 8 Оштећење лежаја услед електричне ерозије [75]	26
Слика 9 Оштећење лежаја корозијом [75].....	26
Слика 10 Оштећење лежаја пластичном деформацијом материјала [73]	27
Слика 11 Оштећење лежаја услед лома и замора	27
Слика 12 Дијаграм промене фактора оштећења за различите димензије оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена (лево) и спољашњег прстена (десно) котрљајног лежаја SKF BB1 B420205 за оптерећење од 30 – 40 [N].....	30
Слика 13 Дијаграм промене фактора утицаја оштећења за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања спољашњег прстена лежаја SKF 30208 за оптерећење од 500 [N] и учестаност обртања од 800 [min ⁻¹]	30
Слика 14 Варијација амплитуде вибрација лежаја 6205, за спољашње оптерећење 424 [N] и учестаност обртања 2400 [min ⁻¹]: а) за различите димензије оштећења на спољашњем прстену лежаја; б) за различита спољашња оптерећења	31
Слика 15 Дијаграм фактора оштећења за различите димензије оштећења на стази котрљања спољашњег прстена лежаја 6205.....	32
Слика 16 Амплитуда вибрација лежаја при радијалном оптерећењу од 1000 [N] и учестаности обртања 1200 [min ⁻¹] за различите величине оштећења	32
Слика 17 Поступак нумеричког моделирања	34
Слика 18 2D равански модел једноредног радијалног кугличног лежаја 6206	35
Слика 19 Развој 3D – просторног модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206 са дефинисаним граничним условима.....	36
Слика 20 Мрежа коначних елемената 3D просторног модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206	36
Слика 21 Нумерички резултати радијалне компоненте деформације [m] котрљајног лежаја 6206 и најоптерећенијег котрљајног тела под дејством спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N].....	38
Слика 22 Нумерички резултати еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ [N/m ²] котрљајног лежаја 6206 под дејством спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N].....	39
Слика 23 Радијална деформација (лево) и радијална крутост (десно) у зависности од спољашњег радијалног оптерећења	40
Слика 24 Амплитуде вибрација кугличног котрљајног лежаја 6206 добијене применом нумеричко – аналитичке методологије за различита спољашња оптерећења од 500 [N], 800 [N], 1000 [N], 2000 [N] и 5000 [N]	41
Слика 25 Амплитуде вибрација кугличног котрљајног лежаја 6206 добијене применом нумеричко – аналитичке методологије – за различита спољашња оптерећења од 500 [N], 800 [N], 1000 [N], 2000 [N] и 5000 [N].....	42
Слика 26 Приказ поређења резултата добијених из литературе и коришћењем MKE	43

Слика 61 Померање [m] у правцу у–осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N] – попречни пресек.....	63
Слика 62 Померање [m] у правцу у–осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]	63
Слика 63 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]	64
Слика 64 Поређење резултата еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона на најоптерећенијем котрљајном телу посматраног лежаја 6206 за различите димензије оштећења и различита спољашња радијална оптерећења.....	65
Слика 65 Поређење резултата еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона посматраног котрљајног лежаја 6206 у зависности од спољашњег радијалног оптерећења, а за различите димензије оштећења	66
Слика 66 Тродимензионални дијаграм зависности расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од интензитета спољашњег оптерећења, за различите димензије оштећења: а) 0,65 [mm], б) 1,3 [mm] и в) 2 [mm].	67
Слика 67 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од интензитета спољашњег оптерећења, за лежај без оштећења	68
Слика 68 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од интензитета спољашњег оптерећења, за пречник оштећења 0,65 [mm]	68
Слика 69 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од интензитета спољашњег оптерећења, за пречник оштећења 1,3 [mm]	69
Слика 70 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од интензитета спољашњег оптерећења, за пречник оштећења 2 [mm]	69
Слика 71 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од димензија оштећења, за интензитет спољашњег оптерећења 500 N.....	70
Слика 72 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од димензија оштећења, за интензитет спољашњег оптерећења 1000 N.....	70
Слика 73 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од димензија оштећења, за интензитет спољашњег оптерећења 2000 N.....	71
Слика 74 Зависност расподеле оптерећења котрљајног лежаја 6206 од димензија оштећења, за интензитет спољашњег оптерећења 5000 N.....	71
Слика 75 Поређење резултата контактних деформација котрљајног лежаја 6206 у зависности од спољашњег оптерећења, за различите димензије оштећења	72
Слика 76 Приказ оштећења у облику жлеба на унутрашњој стази котрљања 3D-просторног модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206.....	73
Слика 77 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m ²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек.....	73
Слика 78 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m ²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N].....	74
Слика 79 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m ²] на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N].....	74
Слика 80 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m ²] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]	75
Слика 81 Напон σ_y [N/m ²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек.....	75

Слика 82 Померање [m] у правцу у–осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – просторни приказ	76
Слика 83 Померање [m] у правцу у–осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек	76
Слика 84 Померање [m] у правцу у–осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]	77
Слика 85 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,2 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]	77
Слика 86 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m ²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек	78
Слика 87 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m ²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]	78
Слика 88 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m ²] на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]	79
Слика 89 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m ²] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]	79
Слика 90 Напон σ_y [N/m ²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек	80
Слика 91 Померање [m] у правцу у–осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – просторни приказ	80
Слика 92 Померање [m] у правцу у–осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек	81
Слика 93 Померање [m] у правцу у–осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]	81
Слика 94 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба ширине 0,5 [mm] и дубине 0,1 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]	82
Слика 95 Приказ оштећења у облику жлеба на спољашњој стази котрљања 3D-просторног модела једноредног радијалног кугличног лежаја 6206	82
Слика 96 Упоредни дијаграми временски зависне функције укупне радијалне крутости за радијалне куглични лежај са оштећењима за различите вредности спољног оптерећења - са детаљним увећањем (зумом) око оштећења	83
Слика 97 Вибрациони одзив кугличног котрљајног лежаја са оштећењем на стази котрљања спољашњег прстена лежаја – упоредни дијаграми за различите вредности спољашњег радијалног оптерећења	83
Слика 98 Упоредни дијаграми за куглични котрљајни лежај 6206 са и без оштећења у облику жлеба на стази котрљања спољашњег прстена, за случај спољашњег оптерећења 500 [N] за два периода	84
Слика 99 Упоредни дијаграми за куглични котрљајни лежај 6206 са и без оштећења у облику жлеба на стази котрљања спољашњег прстена, за случај спољашњег оптерећења 1000 [N] за два периода	84

Слика 100 Упоредни дијаграми за куглични котрљајни лежај 6206 са и без оштећења у облику жлеба на стази котрљања спољашњег прстена, за случај спољашњег оптерећења 5000 [N] за два периода.....	85
Слика 101 Упоредни приказ фазних портрета кугличног котрљајног лежаја 6206 са оштећењем у облику жлеба на стази котрљања спољашњег прстена за различита спољашња оптерећења за два периода	85
Слика 102 Уређај за динамичко испитивање котрљајних лежаја.....	87
Слика 103 Систем за аквизицију података A2 logger	87
Слика 104 3D микроскоп HIROX KH-7700.....	89
Слика 105 Контрола димензија оштећења у облику конуса (лево) и жлеба (десно), извршена дигиталним 3D микроскоп HIROX KH-7700.....	89
Слика 106 Израда оштећења у облику конуса и жлеба на унутрашњем прстену лежаја	89
Слика 107 Нумерисани узорци унутрашњег прстена лежаја са нанетим оштећењима пре склапања	89
Слика 108 Задавање оптерећења испитиваних узорака лежаја.....	90
Слика 109 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]	91
Слика 110 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]	91
Слика 111 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]	92
Слика 112 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]	92
Слика 113 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]	92
Слика 114 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]	93
Слика 115 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N].....	94
Слика 116 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N].....	94
Слика 117 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N].....	95
Слика 118 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N].....	95
Слика 119 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N].....	96
Слика 120 Упоредни приказ вредности амплитуда вибрација добијених експерименталним испитивањем и аналитичко-нумеричким прорачуном за различите димензије оштећења у облику конуса на стази котрљања унутрашњег прстена лежаја 6206 за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N].....	96
Слика 121 Дијаграм промене фактора оштећења лежаја од различитих пречника оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 500 [N]	98

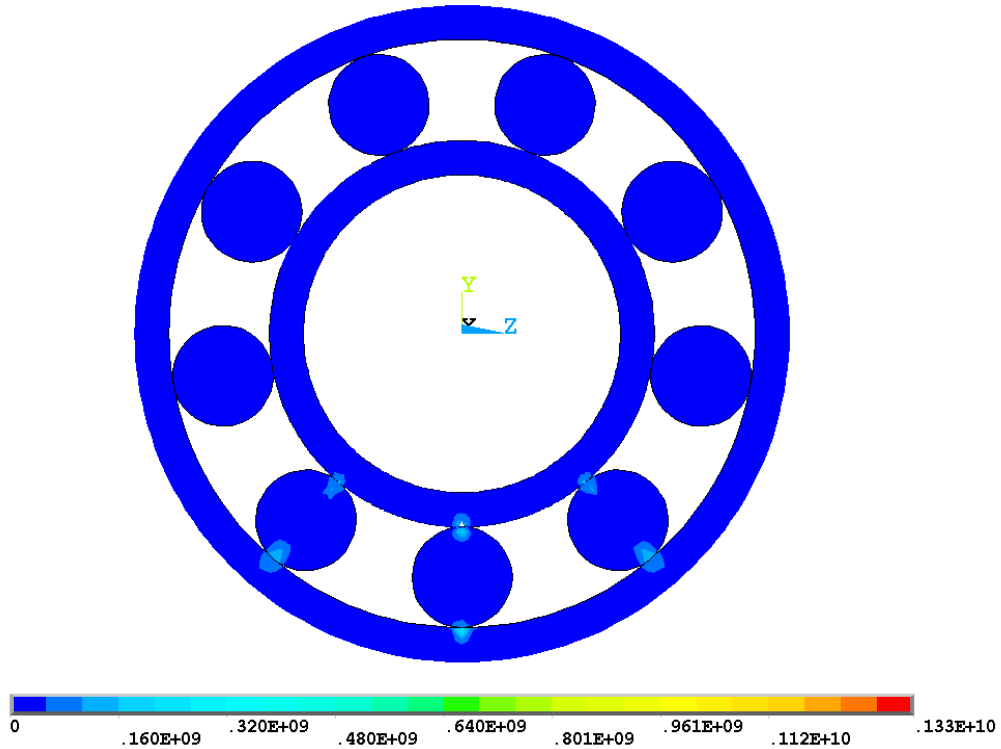
Слика 122 Дијаграм промене фактора оштећења од различитих димензија оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 1000 [N].....	98
Слика 123 Дијаграм промене фактора оштећења од различитих оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 2000 [N].....	99
Слика 124 Дијаграм промене фактора оштећења од различитих димензија оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 3000 [N].....	99
Слика 125 Дијаграм промене фактора оштећења од различитих оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 5000 [N].....	100
Слика 126 Дијаграм промене фактора оштећења од различитих димензија оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена за случај оптерећења од 7000 [N].....	100
Слика 127 Дијаграм промене фактора оштећења за различите димензије оштећења на стази котрљања унутрашњег прстена котрљајног лежаја 6206 за оптерећења од 1000, 2000, 3000, 5000 и 7000 [N].....	101
Слика 128 Алгоритам нове аналитичко – нумеричке методе за израчунавање фактора оштећења.....	103
Слика 129 Контакт између стаза котрљања и котрљајних тела [23, 90].....	104
Слика 130 Шематски приказ физичког модела механичког система са котрљајним лежајем [91].....	105
Слика 131 Модел са 2 степена слободе кретања (а) и редуковани модел са једним степеном слободе кретања (б) [91].....	105
Слика 132 Промена коефицијента нелинеарности услед оштећења q код кугличног лежаја 6206 у зависности од спољашњег оптерећења и димензија оштећења.....	107
Слика 133 Аналитички израчуната амплитуда вибрација за куглични котрљајни лежај 6206 у зависности од спољашњег оптерећења и димензија оштећења.....	108

Списак табела

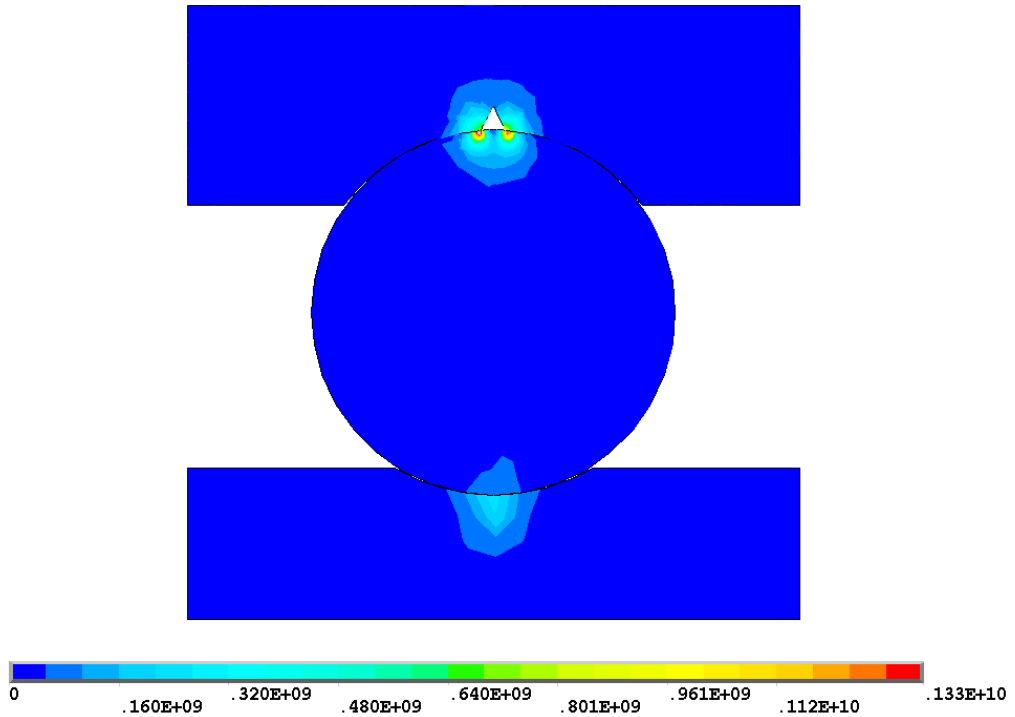
Табела 1 Упоредни резултати амплитуда вибрација у зависности од спољашњег оптерећења, добијени нумеричким путем и на основу резултата експерименталних испитивања доступних из литературе [6]	43
Табела 2 Основне карактеристике испитиваних узорака лежаја	88

ПРИЛОЗИ

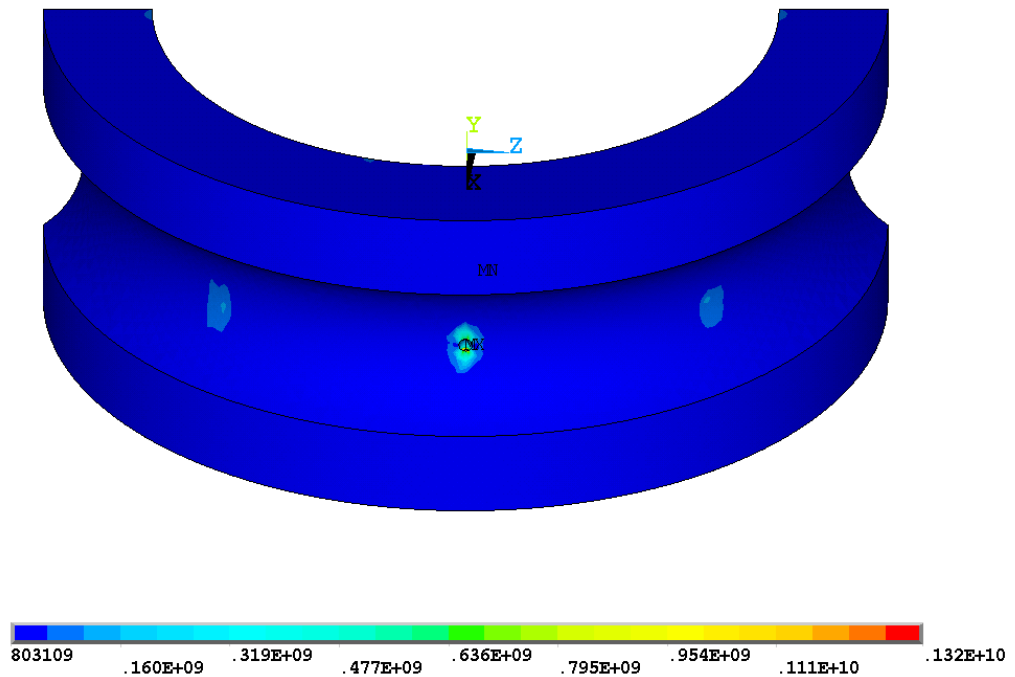
Прилог 1. Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона σ_{vonMises} и σ_y котрљајног лежаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 0,65 [mm]



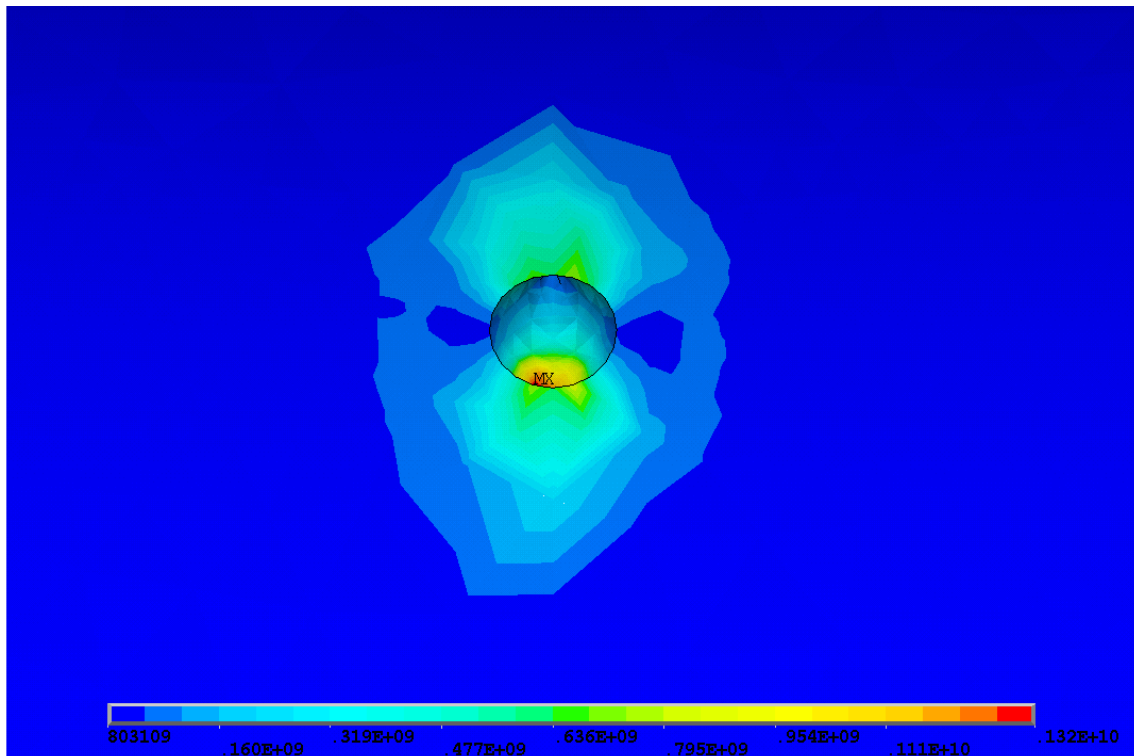
Слика (Прилог) 1 Расподела еквивалентних σ_{vonMises} напона [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – попречни пресек



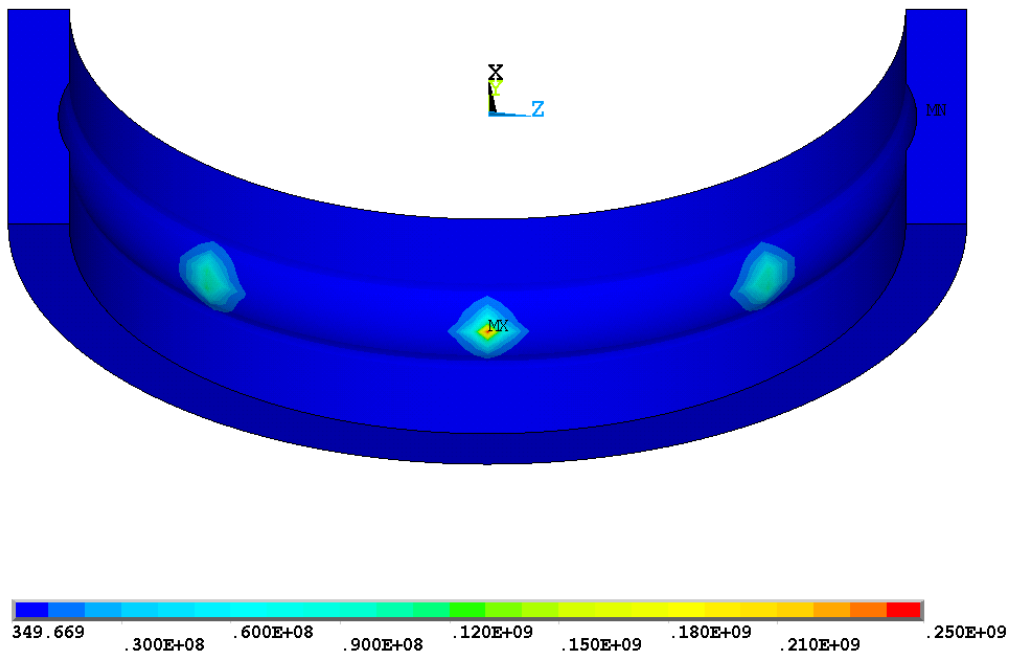
Слика (Прилог) 2 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



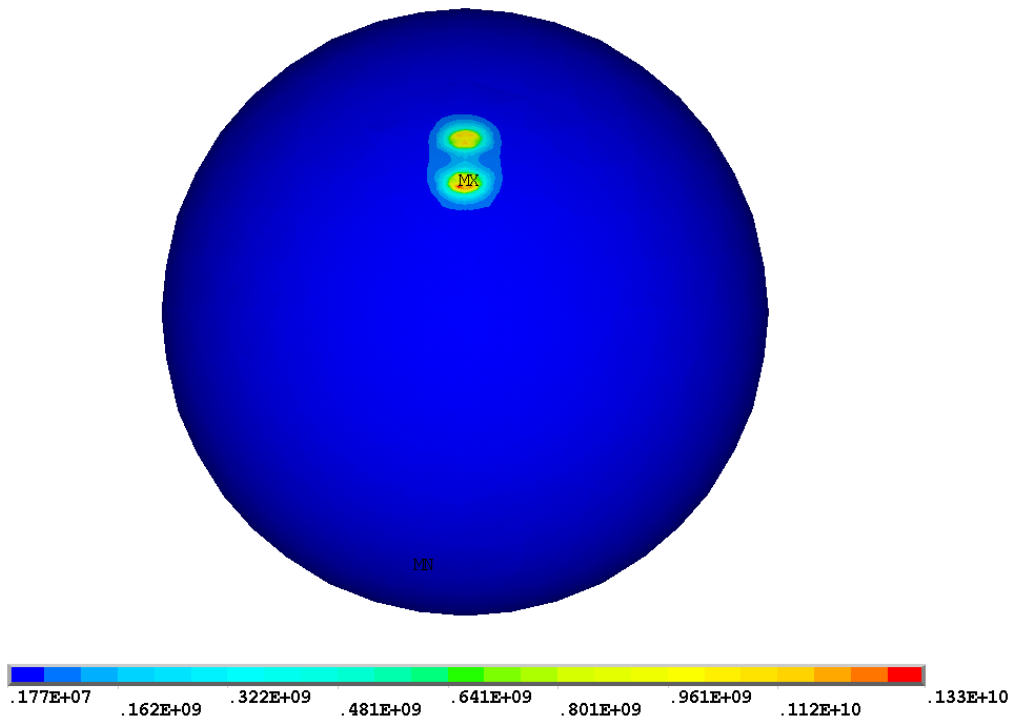
Слика (Прилог) 3 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



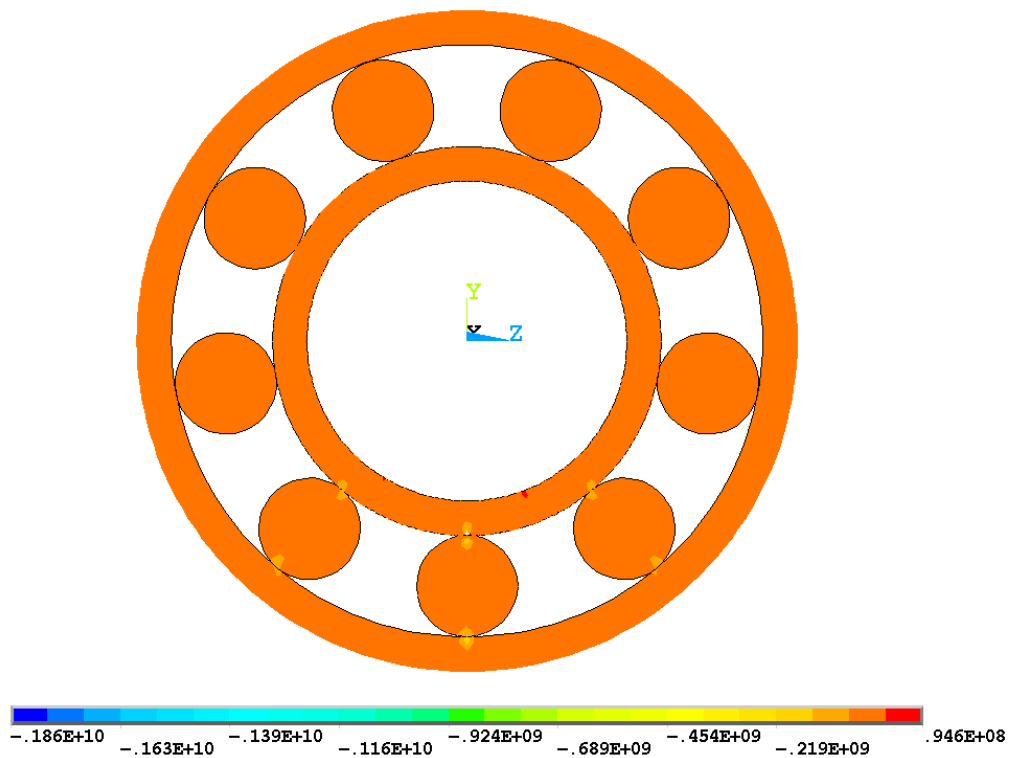
Слика (Прилог) 4 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]-детал



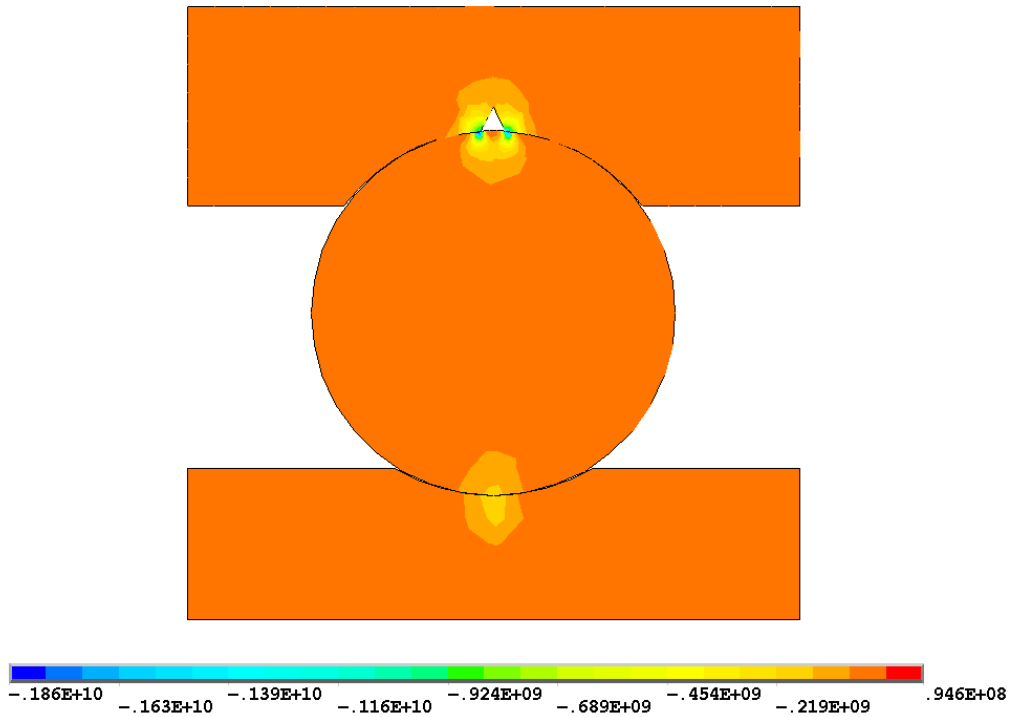
Слика (Прилог) 5 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



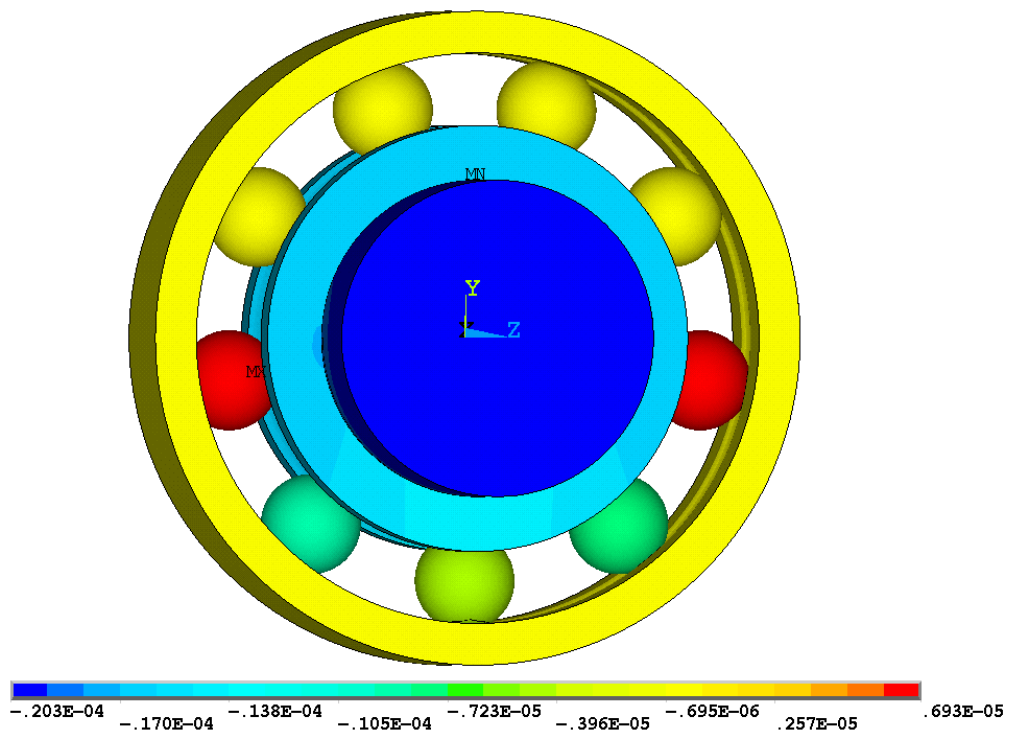
Слика (Прилог) 6 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



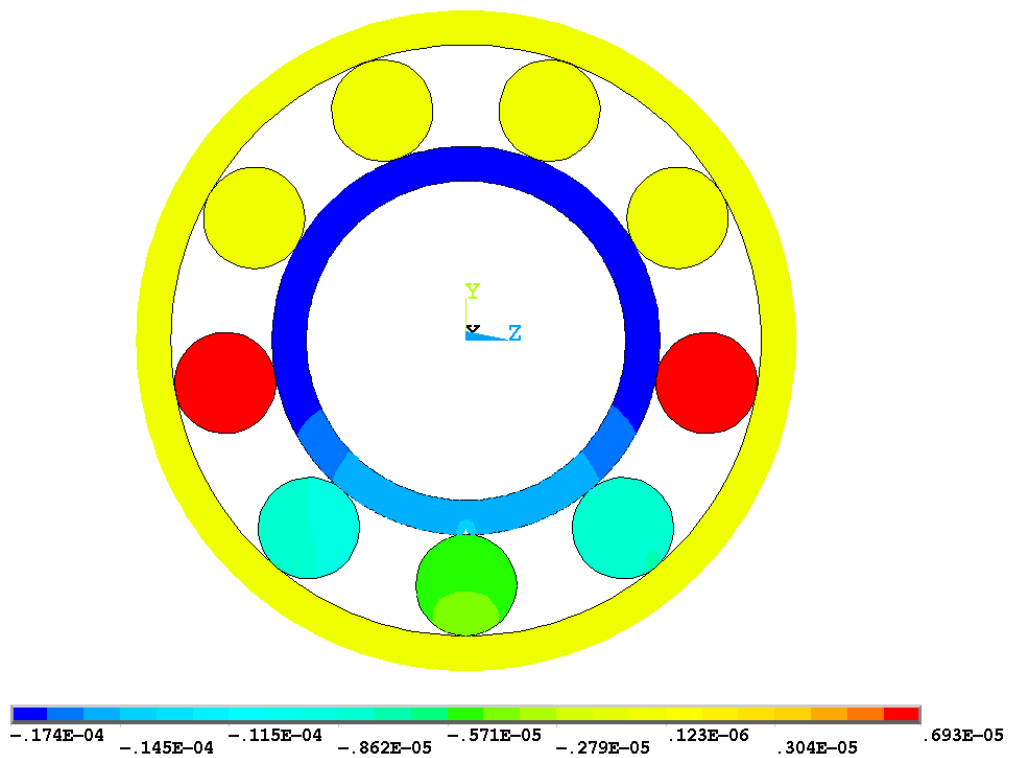
Слика (Прилог) 7 Напон σ_y [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – попречни пресек



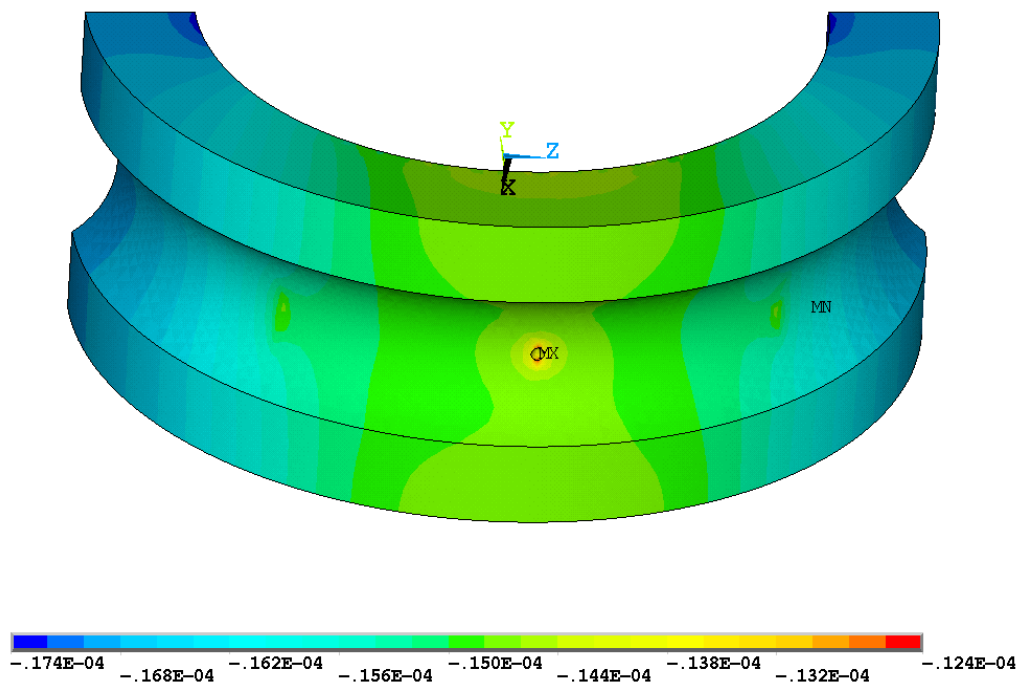
Слика (Прилог) 8 Напон σ_y [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



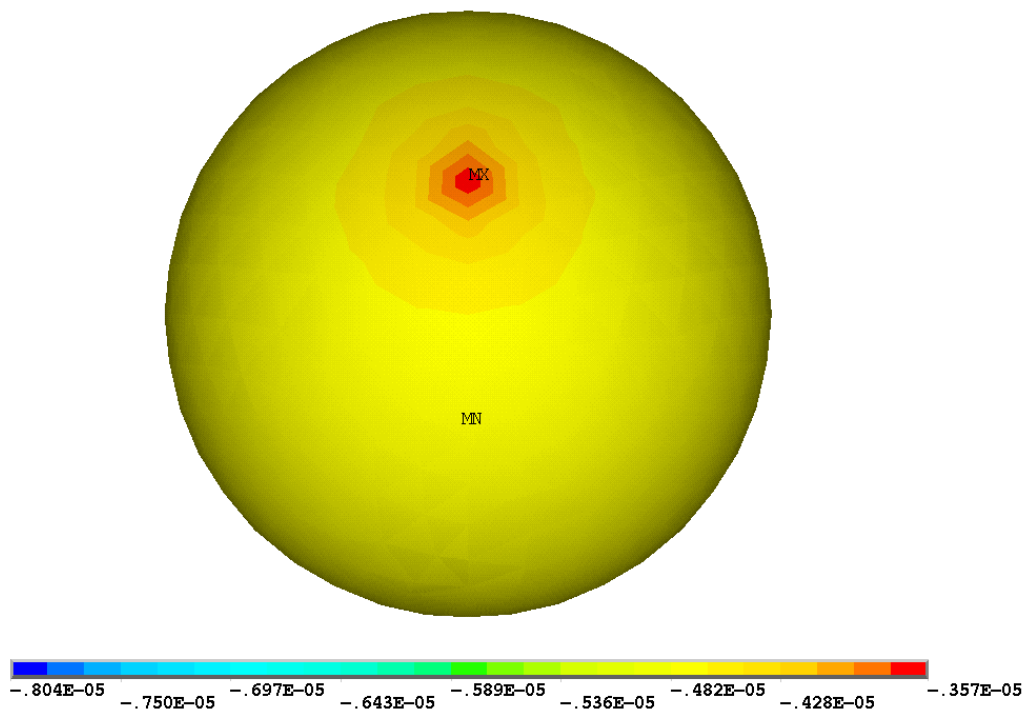
Слика (Прилог) 9 Померање [m] у правцу у–осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – просторни приказ



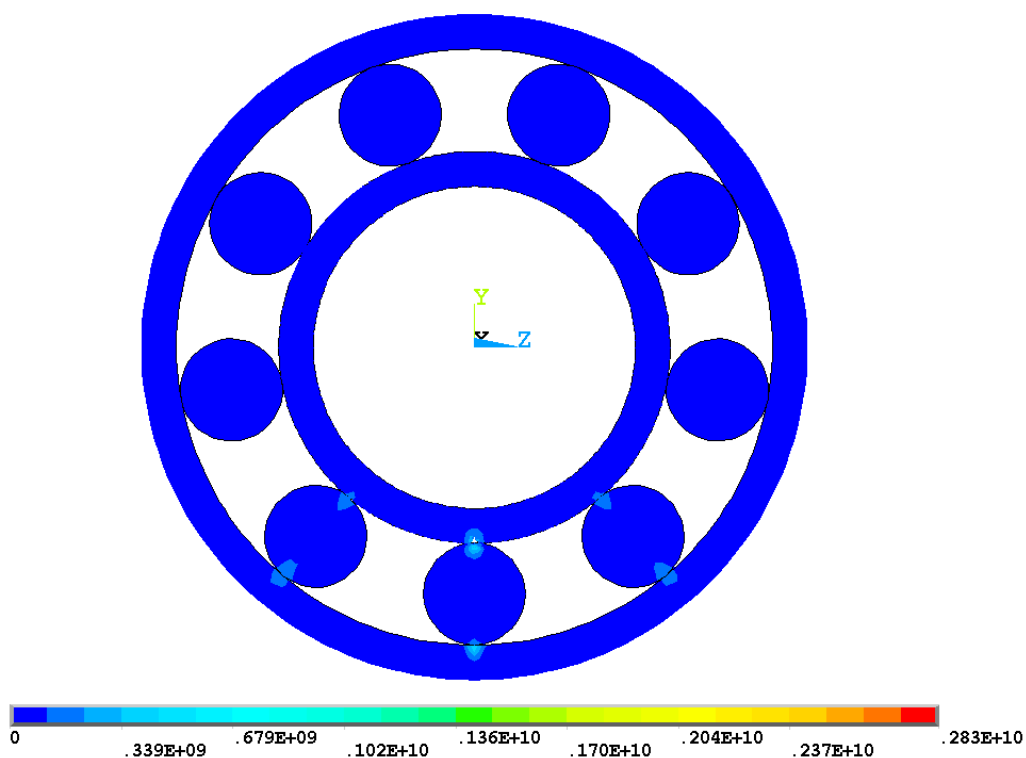
Слика (Прилог) 10 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – попречни пресек



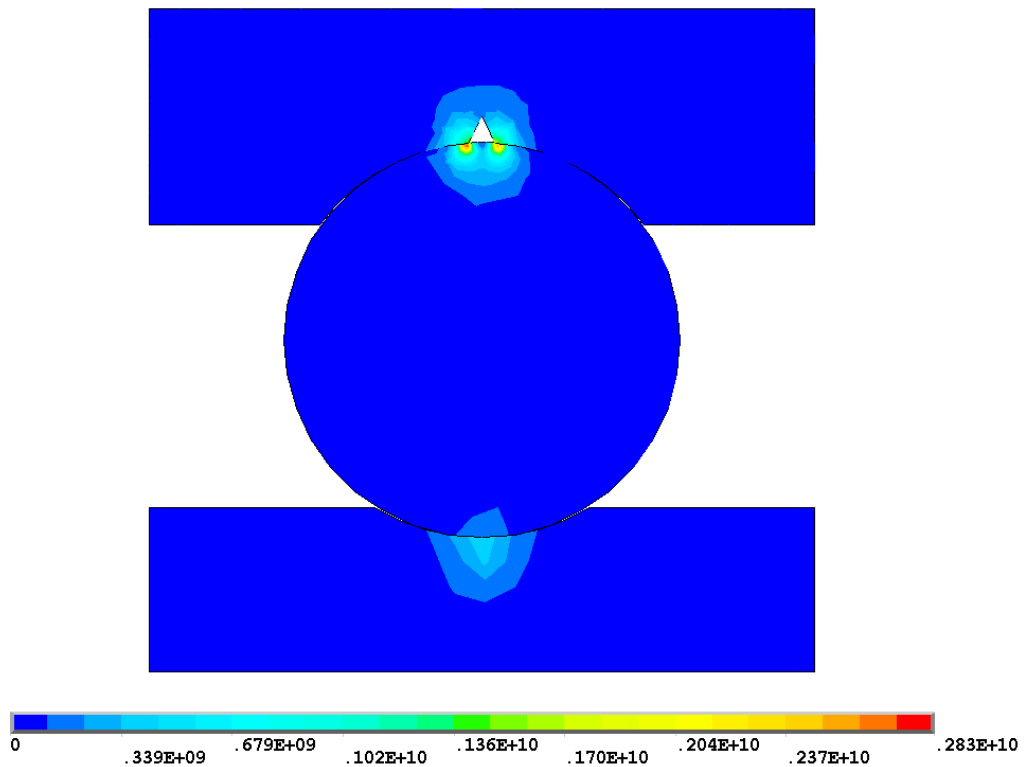
Слика (Прилог) 11 Померање [m] у правцу у-осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



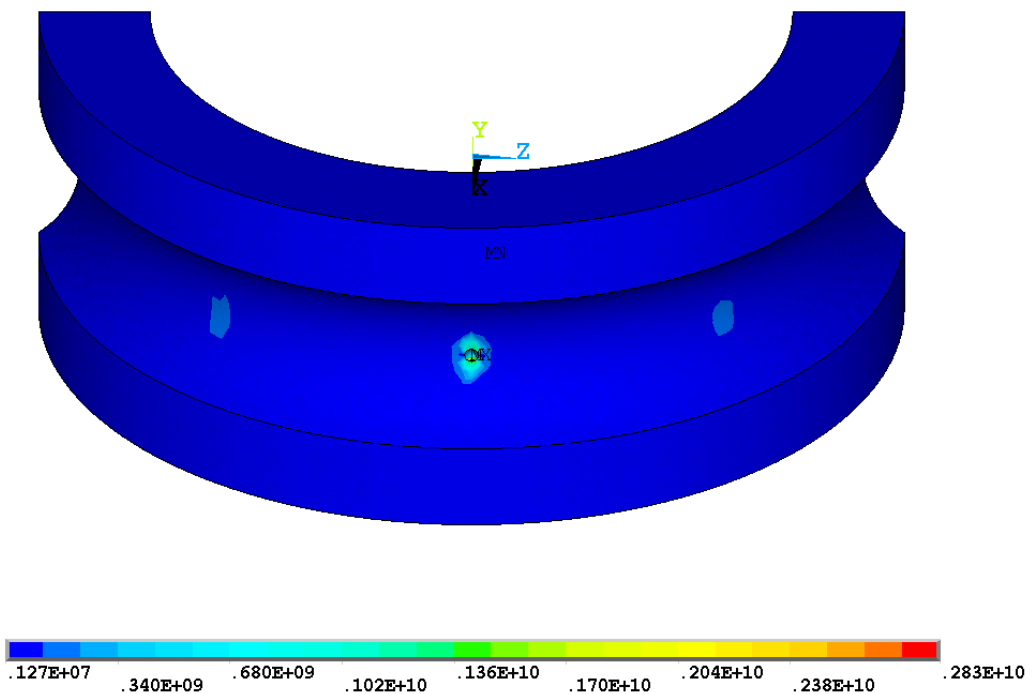
Слика (Прилог) 12 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



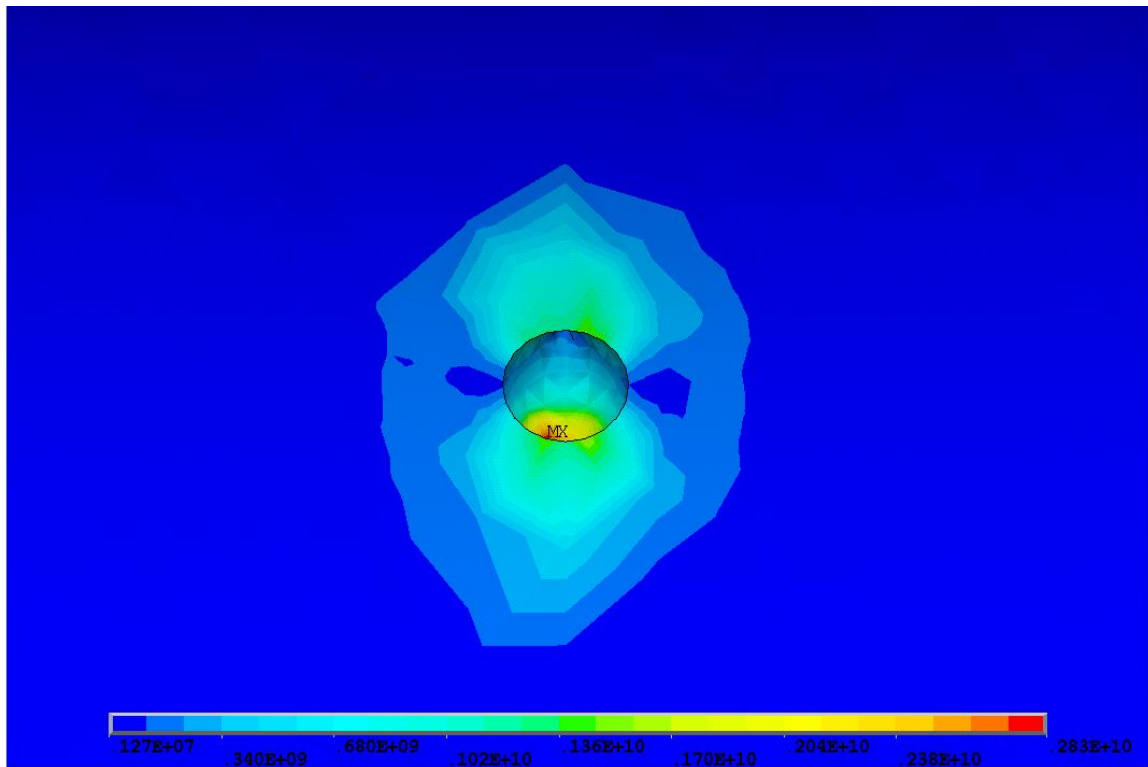
Слика (Прилог) 13 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



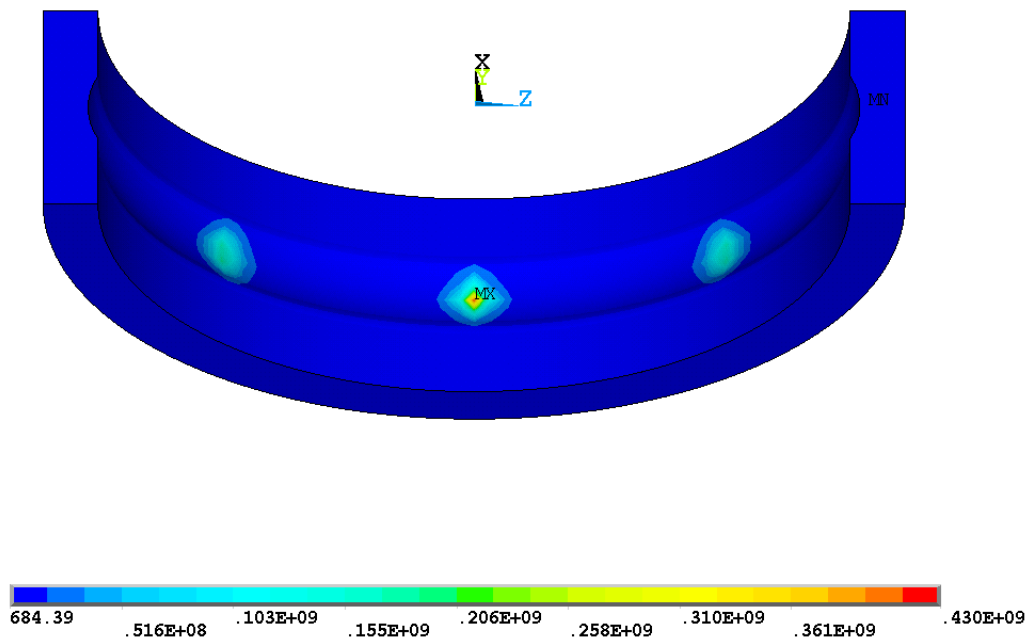
Слика (Прилог) 14 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



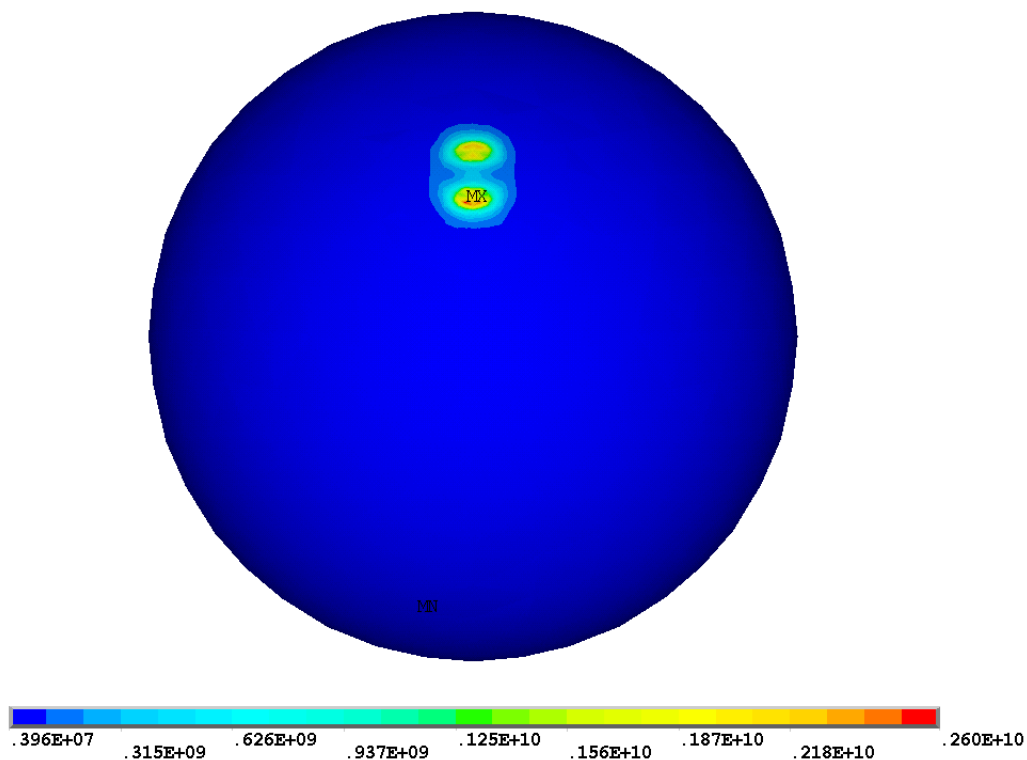
Слика (Прилог) 15 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



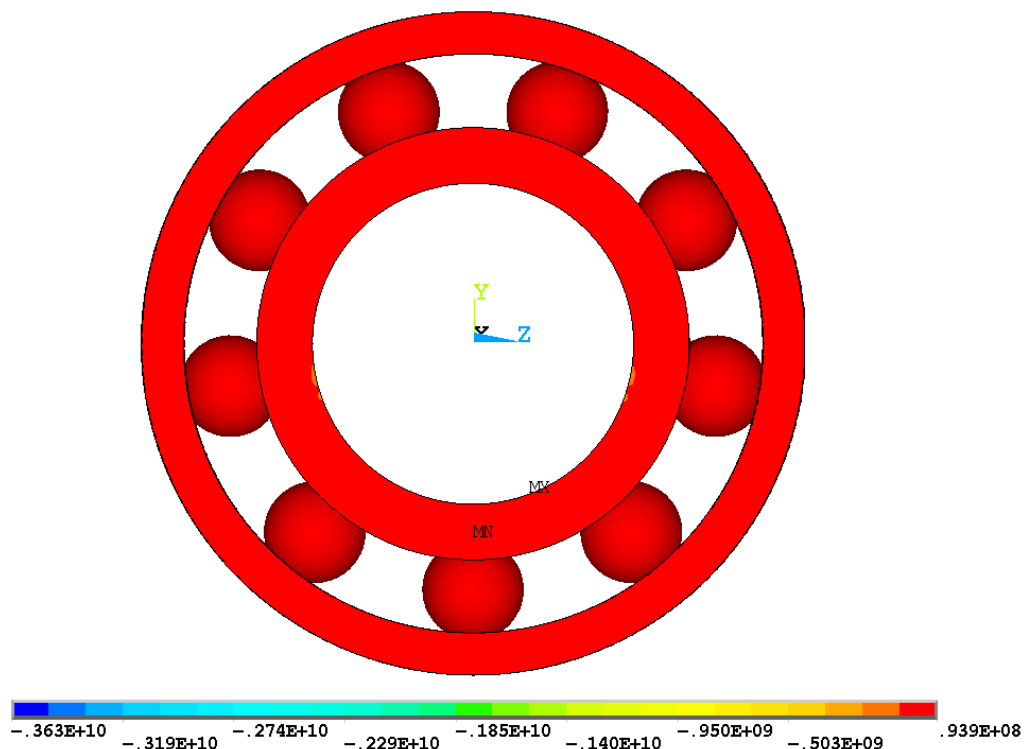
Слика (Прилог) 16 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$ -детал



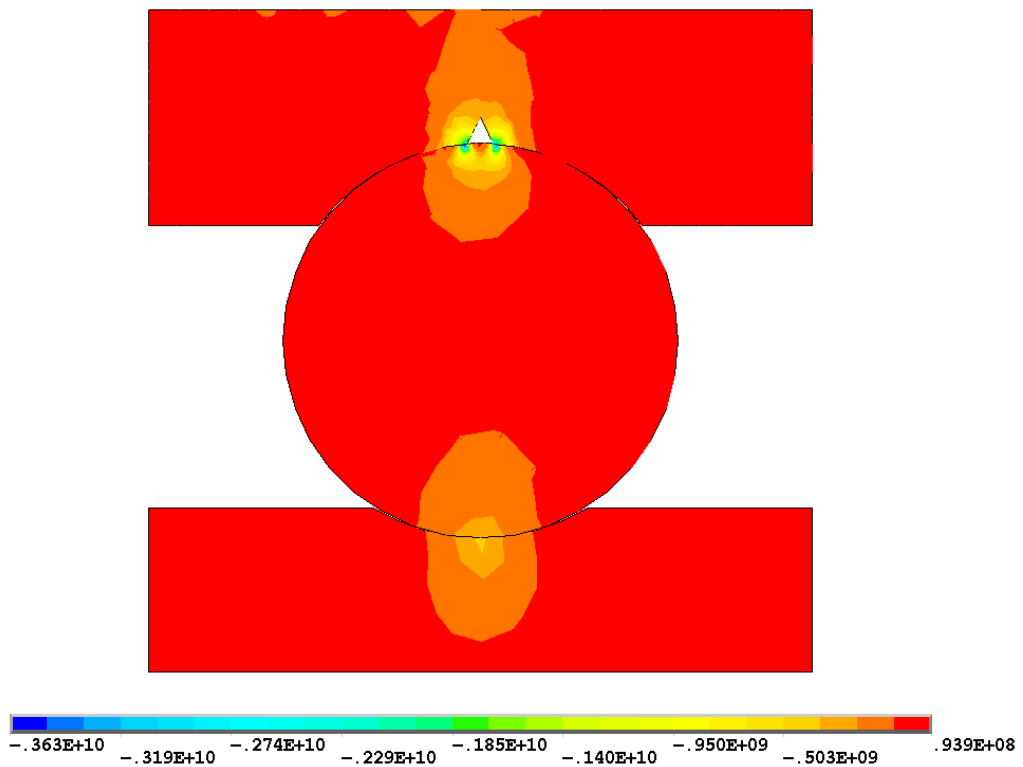
Слика (Прилог) 17 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$



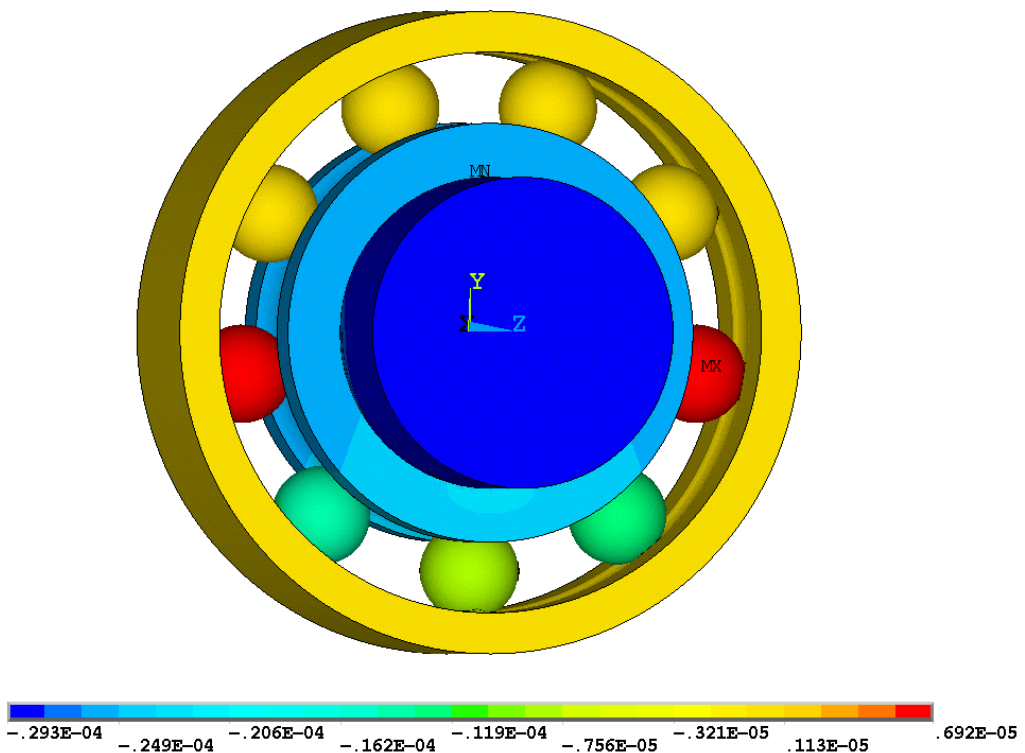
Слика (Прилог) 18 Распдела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$



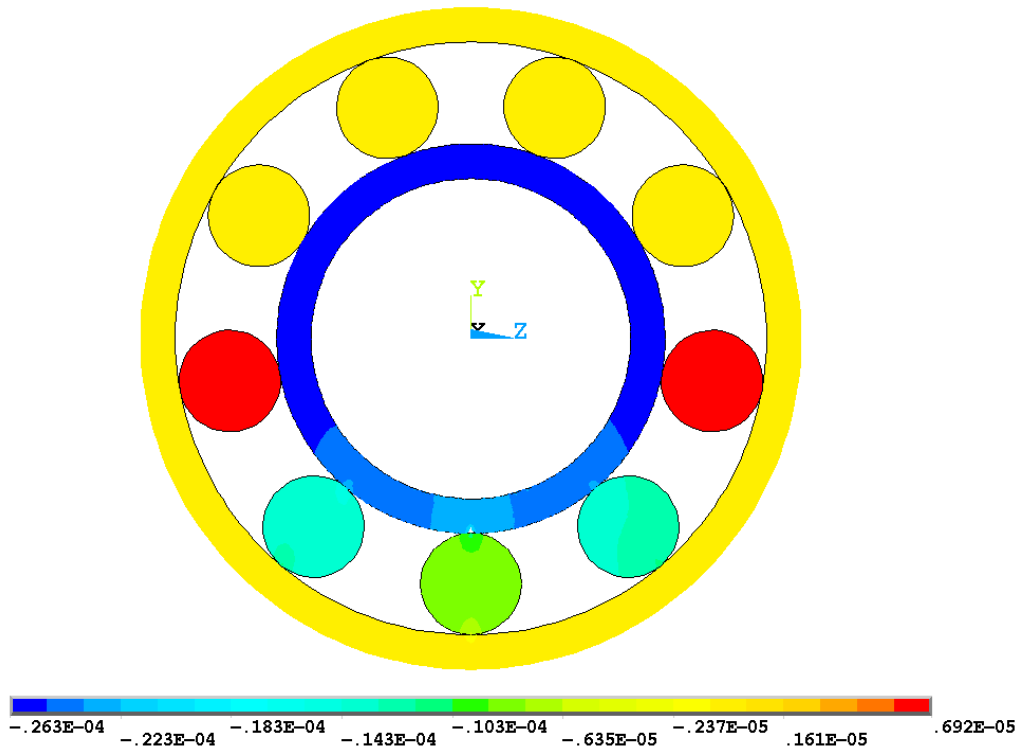
Слика (Прилог) 19 Напон σ_y $[N/m^2]$ посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$ – попречни пресек



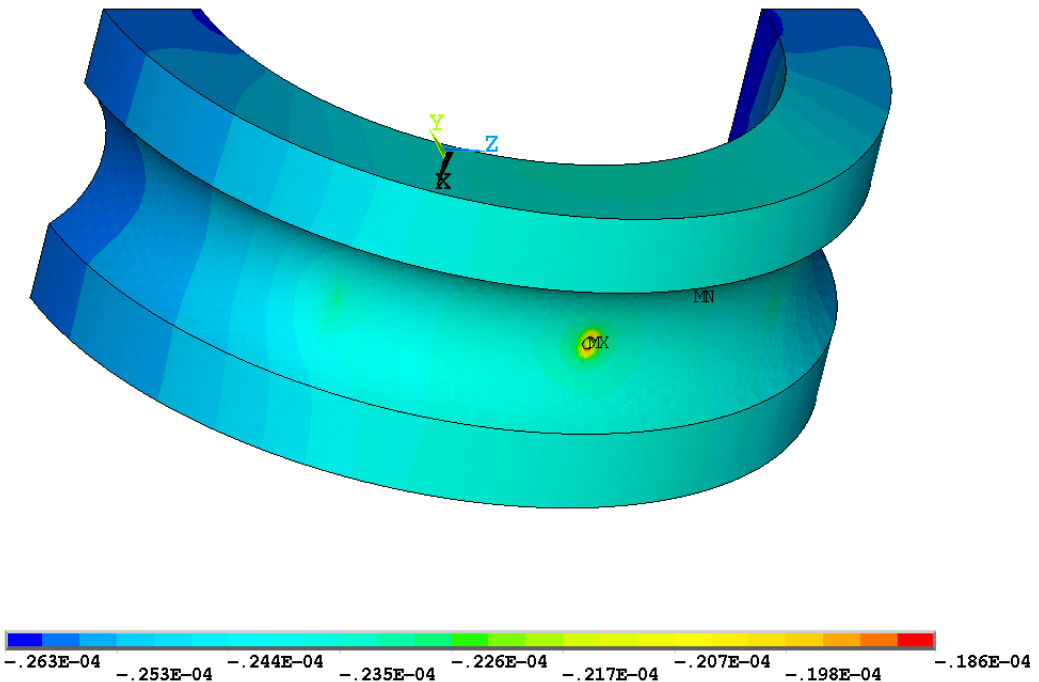
Слика (Прилог) 20 Напон σ_y [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



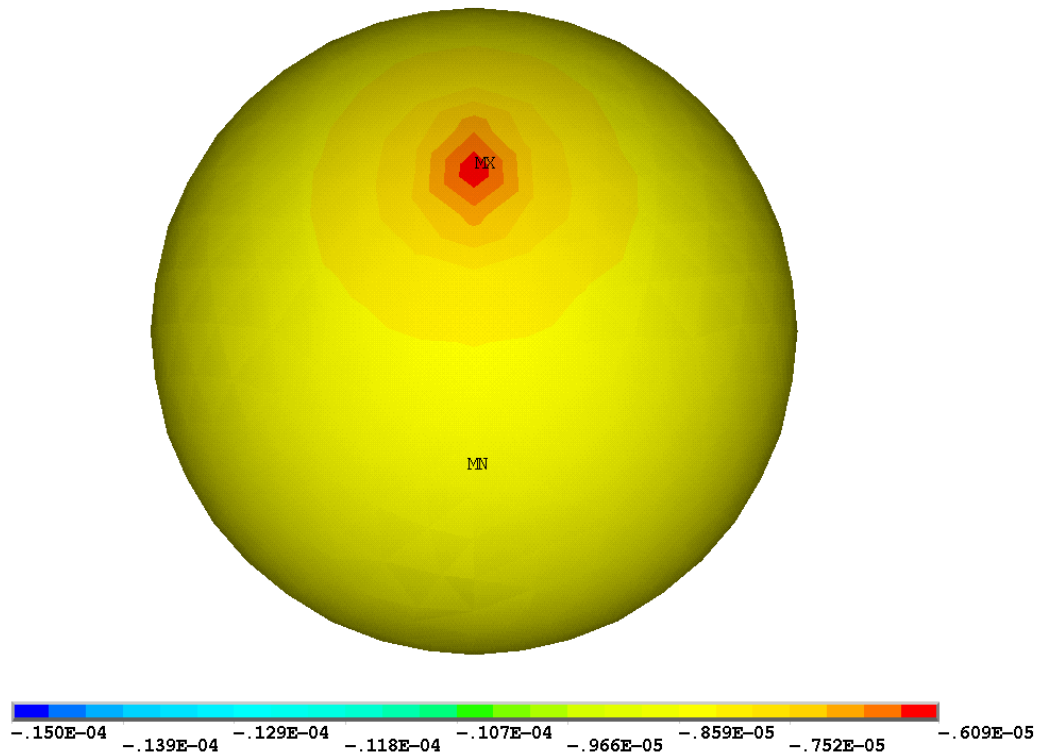
Слика (Прилог) 21 Померање [m] у правцу у–осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] –просторни приказ



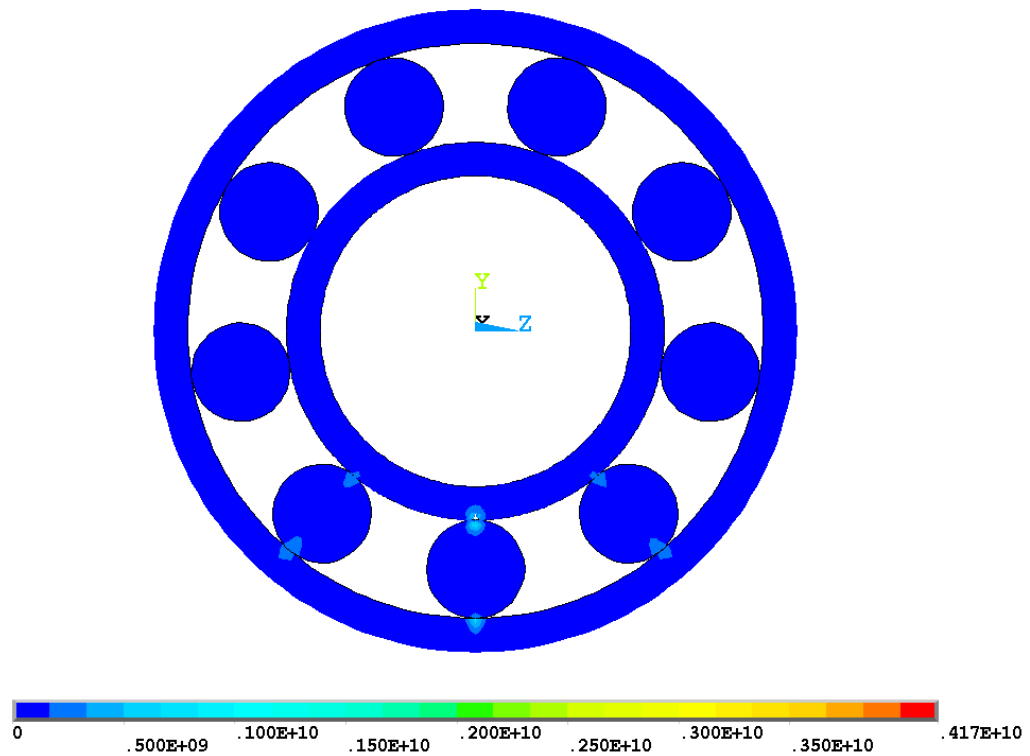
Слика (Прилог) 22 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



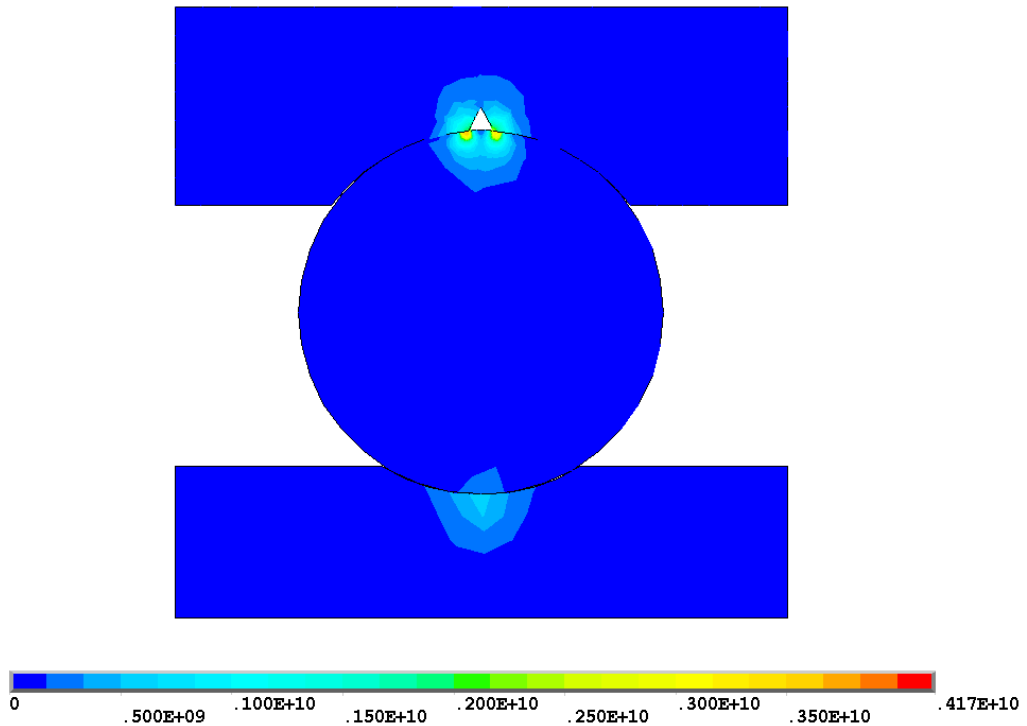
Слика (Прилог) 23 Померање [m] у правцу у-осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



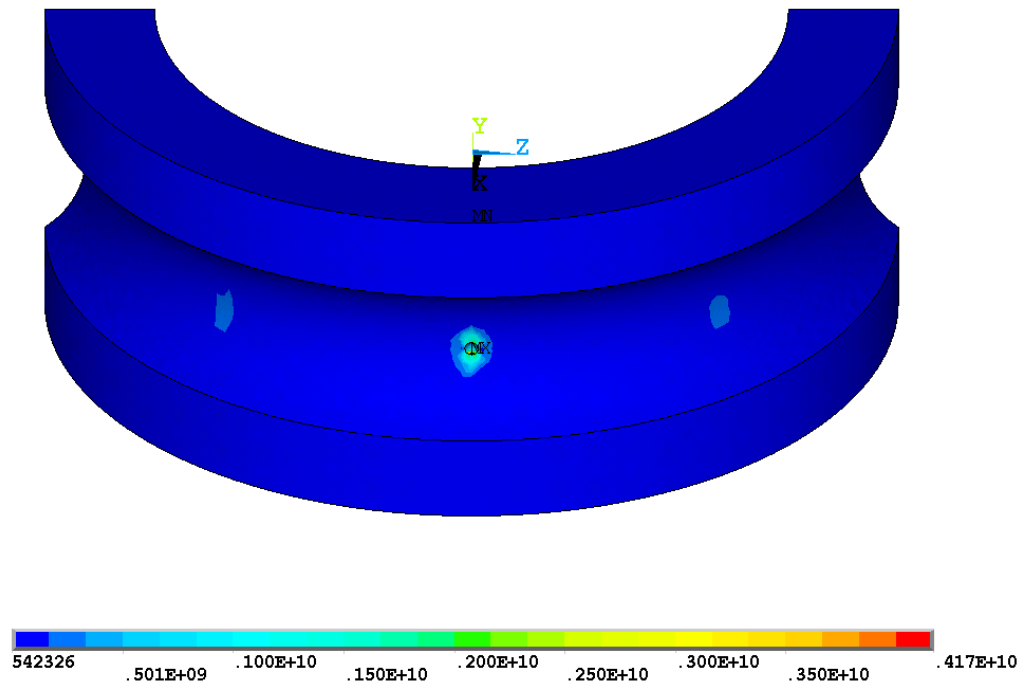
Слика (Прилог) 24 Померање [m] у правцу у-осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



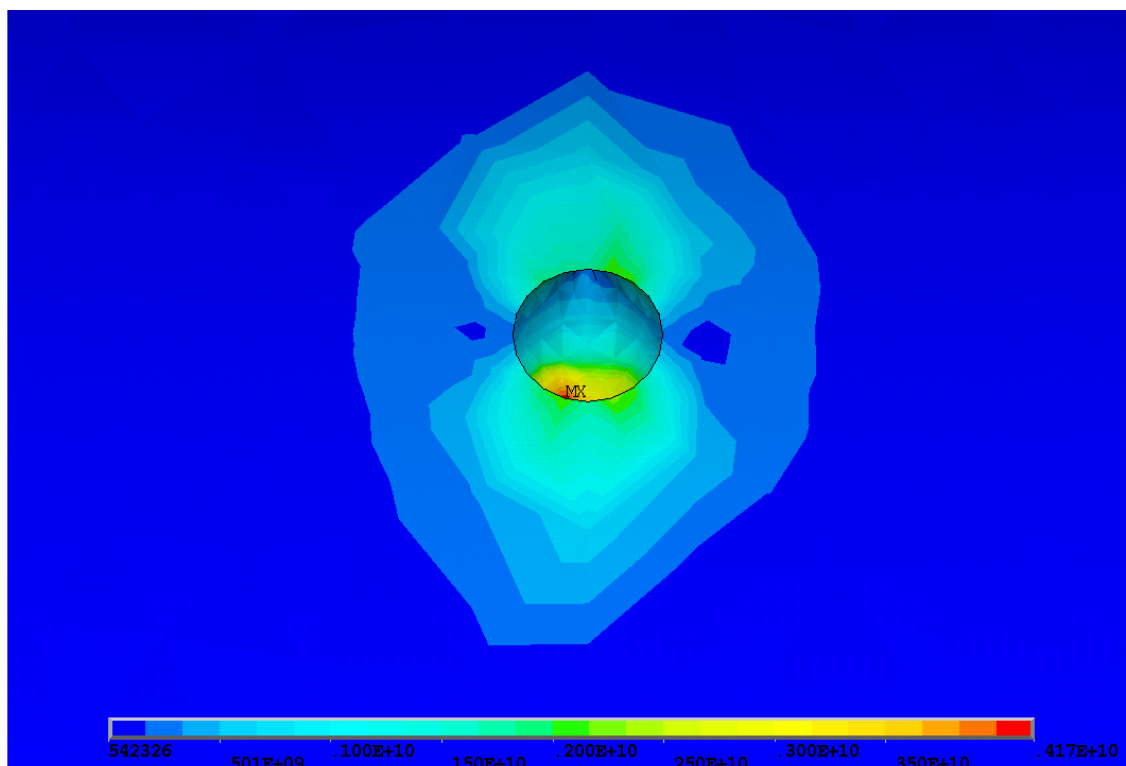
Слика (Прилог) 25 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – попречни пресек



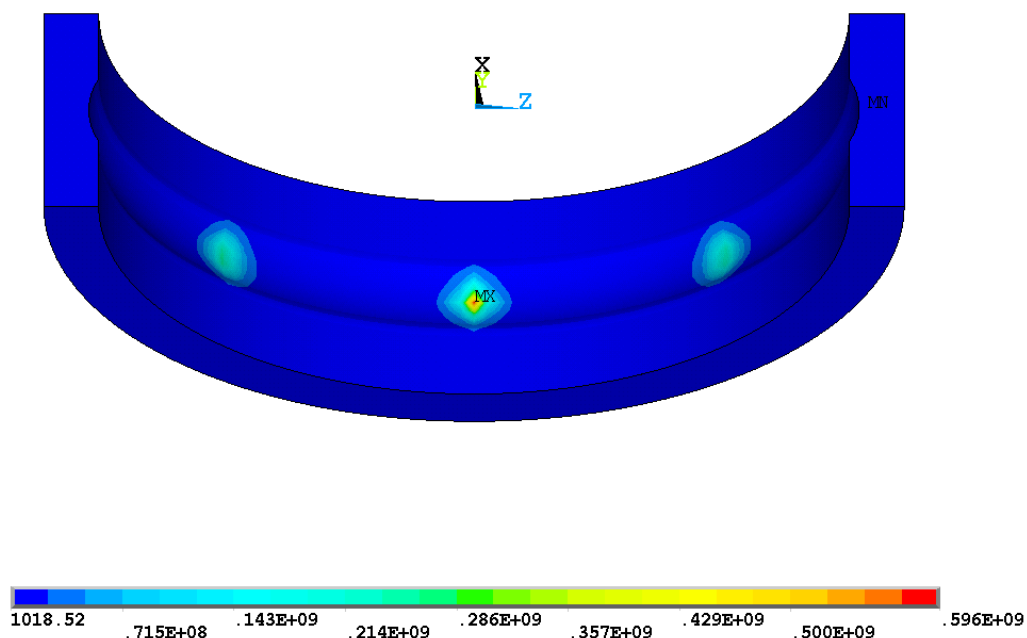
Слика (Прилог) 26 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



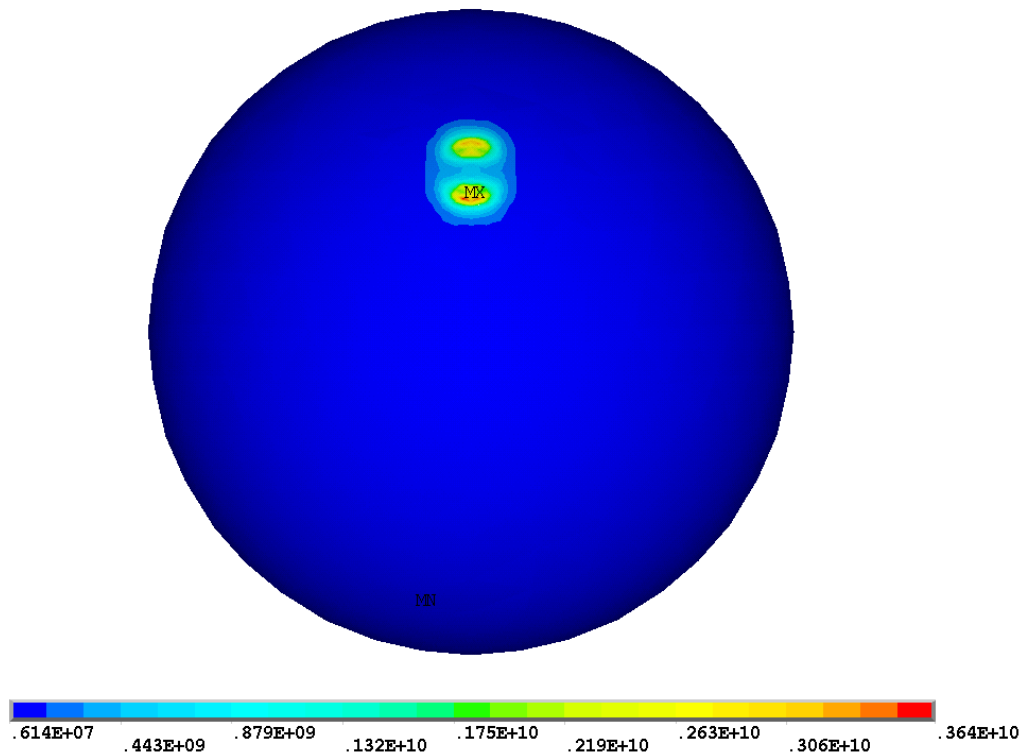
Слика (Прилог) 27 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



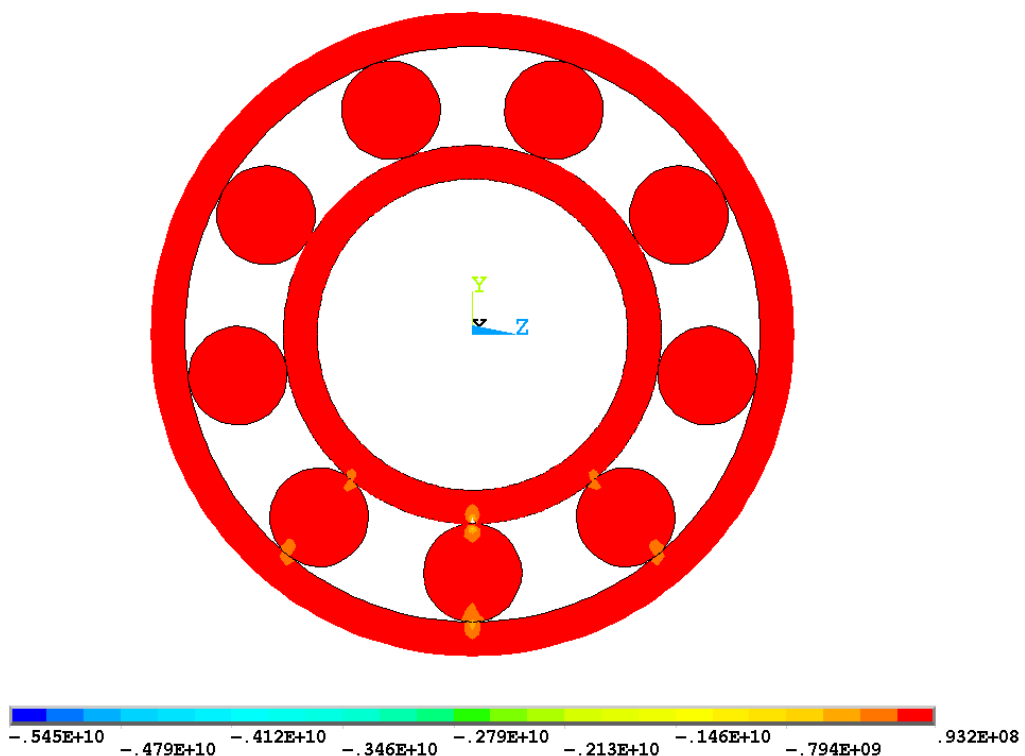
Слика (Прилог) 28 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]-детал



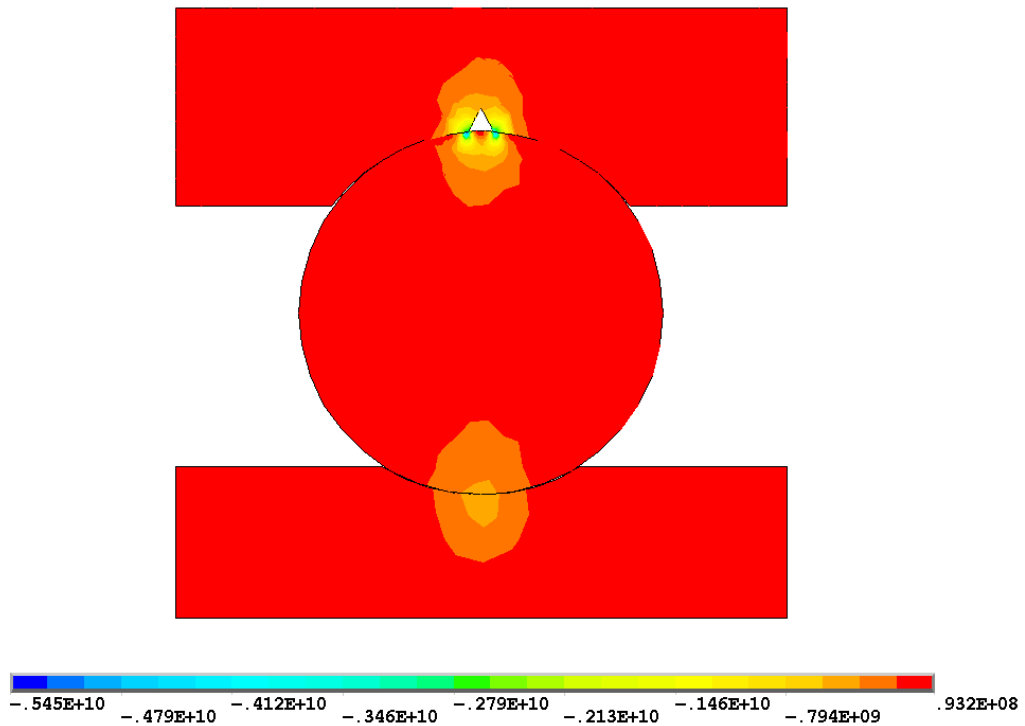
Слика (Прилог) 29 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



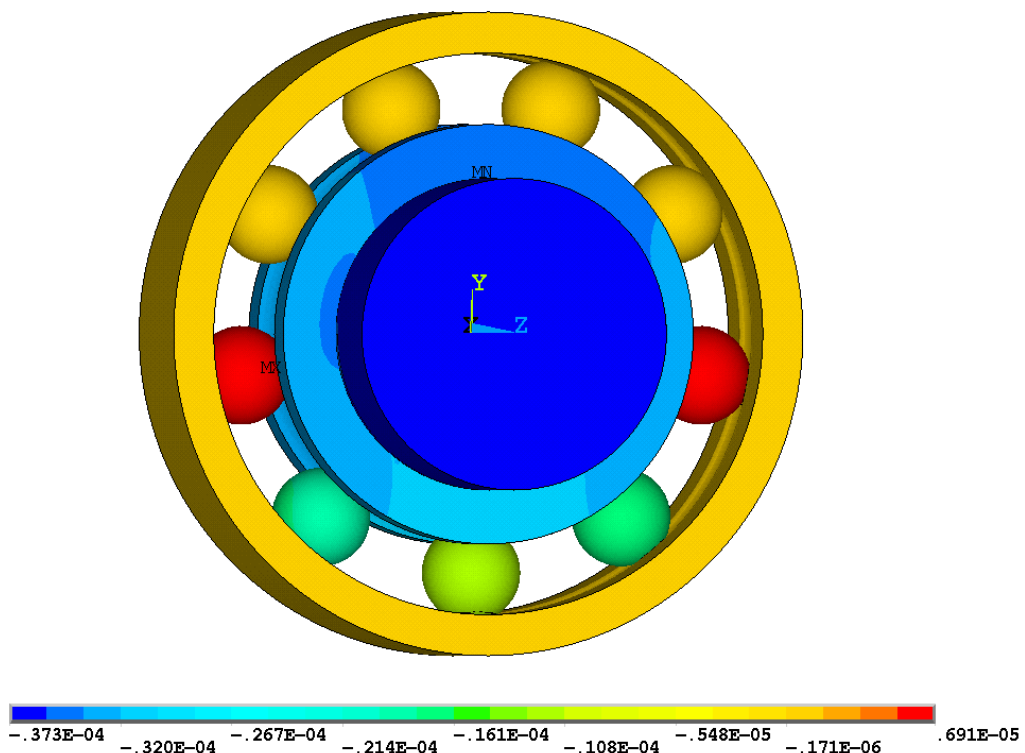
Слика (Прилог) 30 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



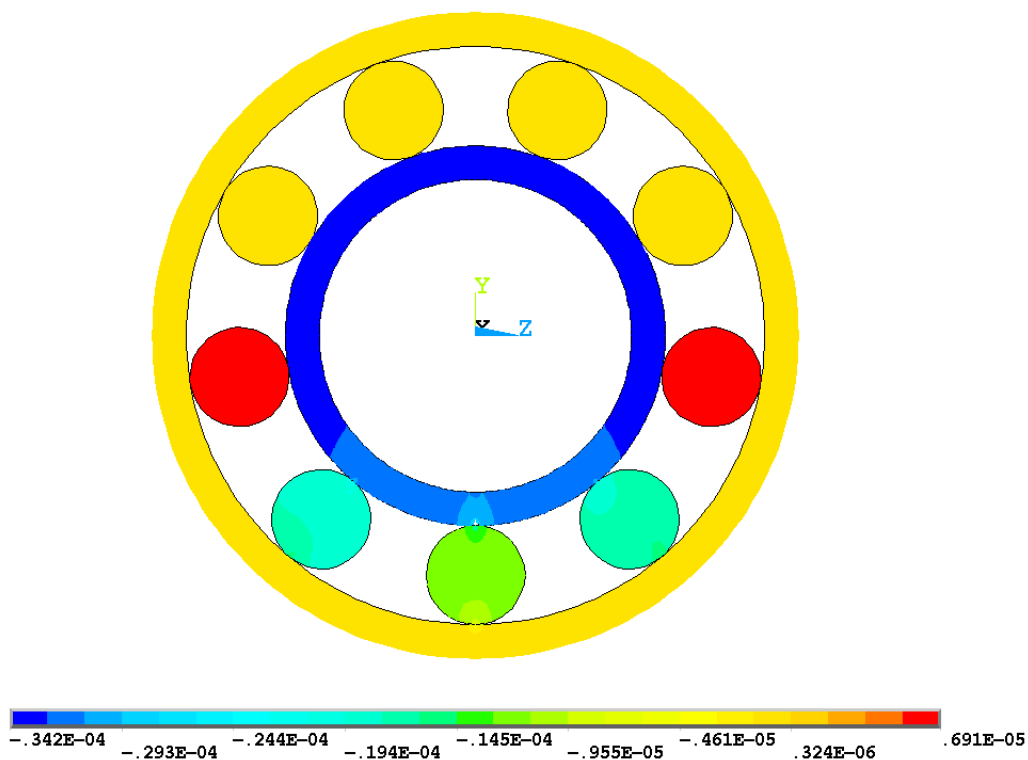
Слика (Прилог) 31 Напон σ_y [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – попречни пресек



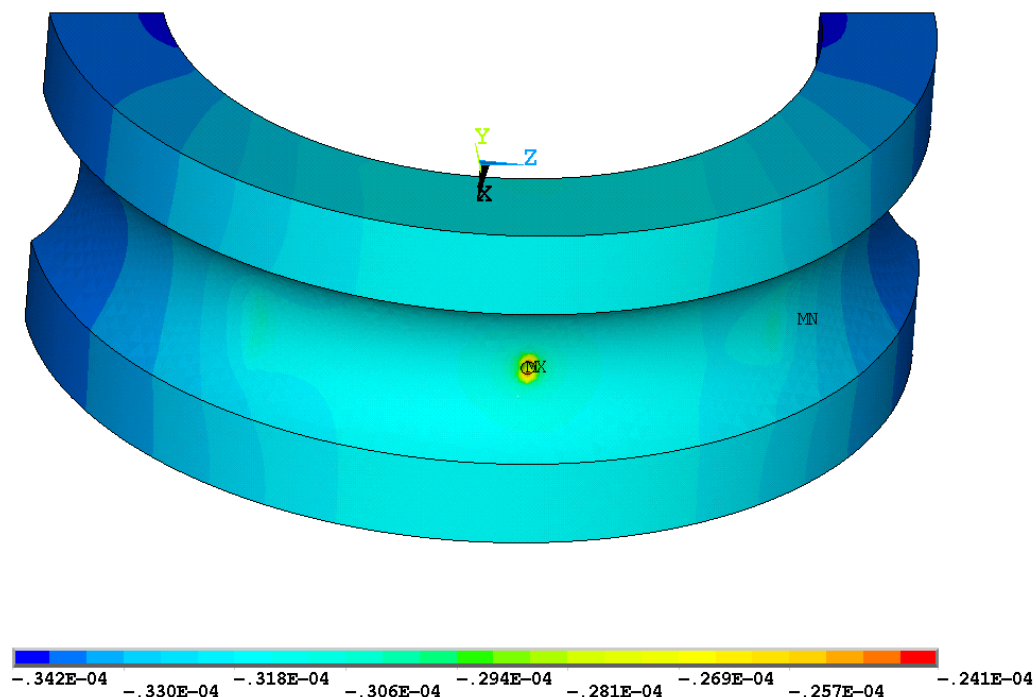
Слика (Прилог) 32 Напон σ_y [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



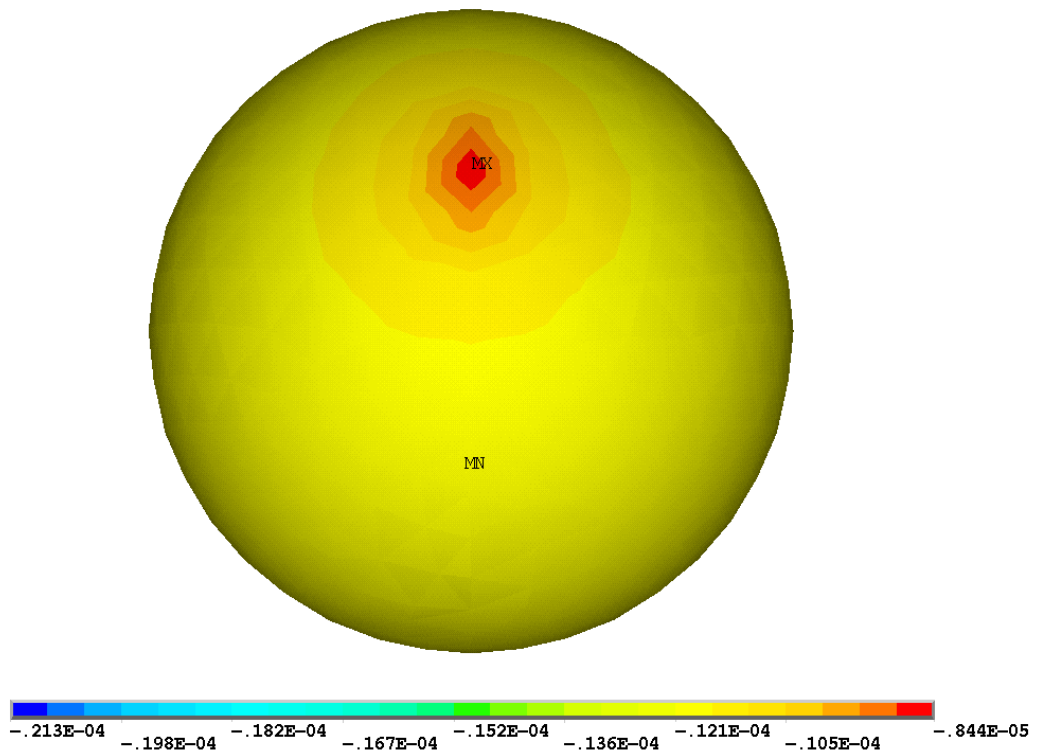
Слика (Прилог) 33 Померање [m] у правцу у–осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – просторни приказ



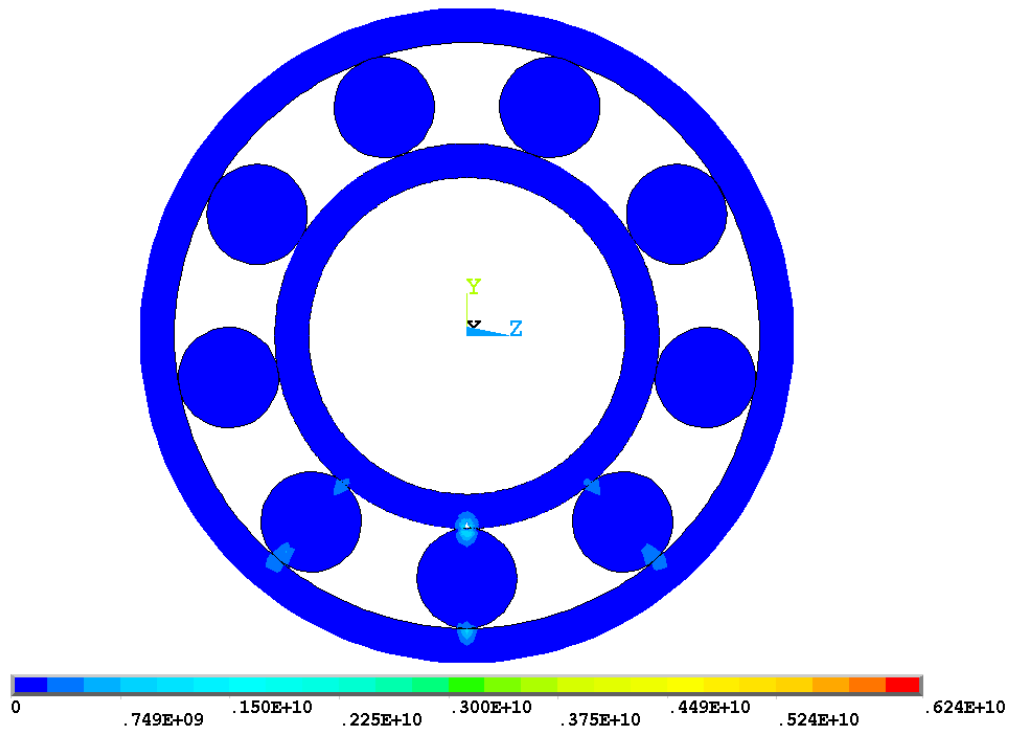
Слика (Прилог) 34 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – попречни пресек



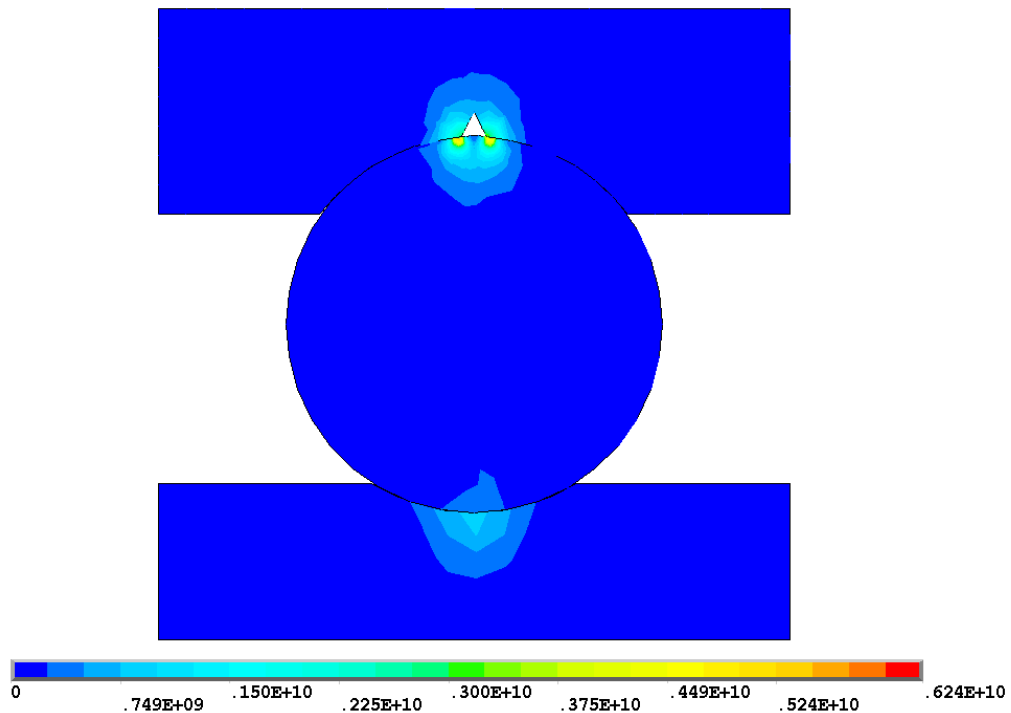
Слика (Прилог) 35 Померање [m] у правцу у-осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



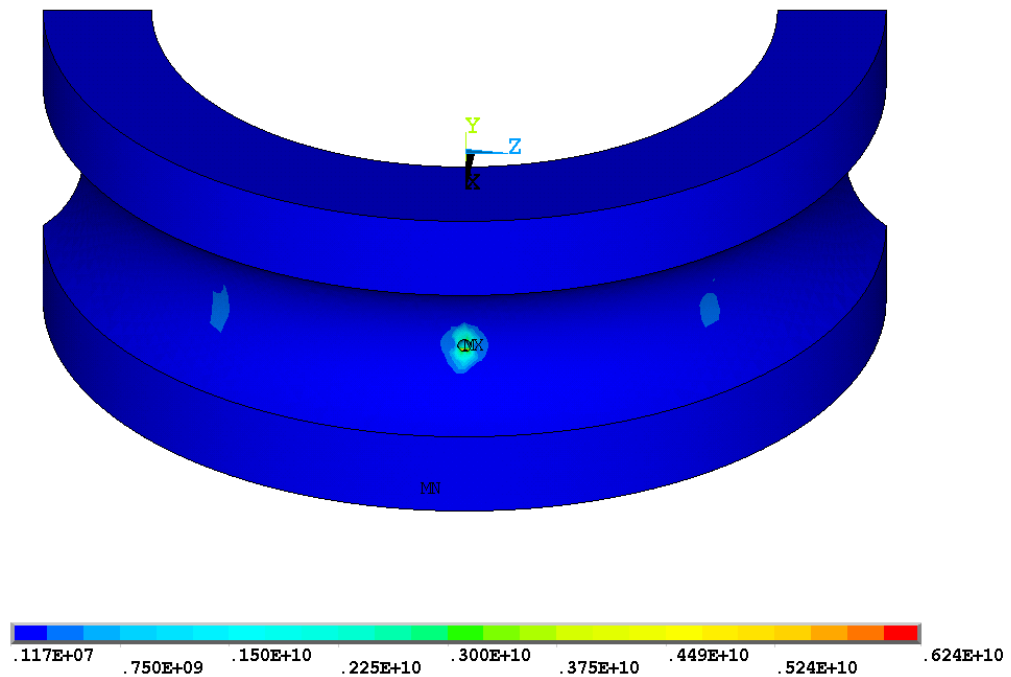
Слика (Прилог) 36 Померање [m] у правцу y -осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



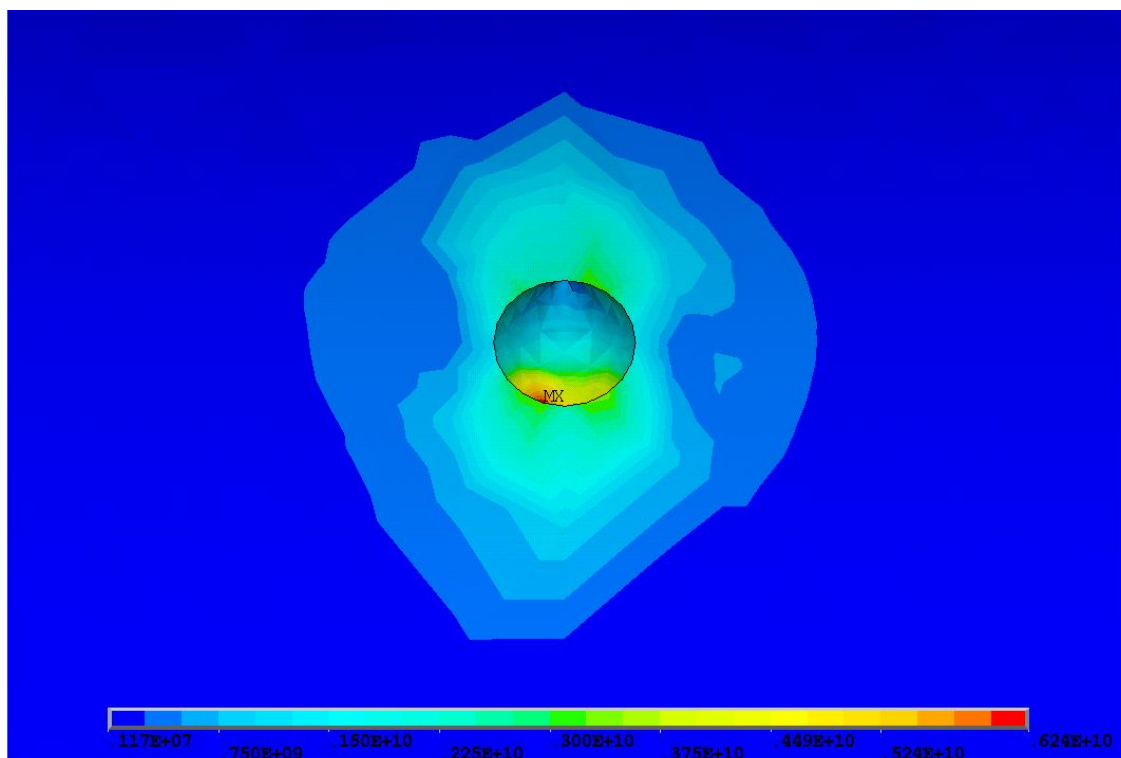
Слика (Прилог) 37 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N] – попречни пресек



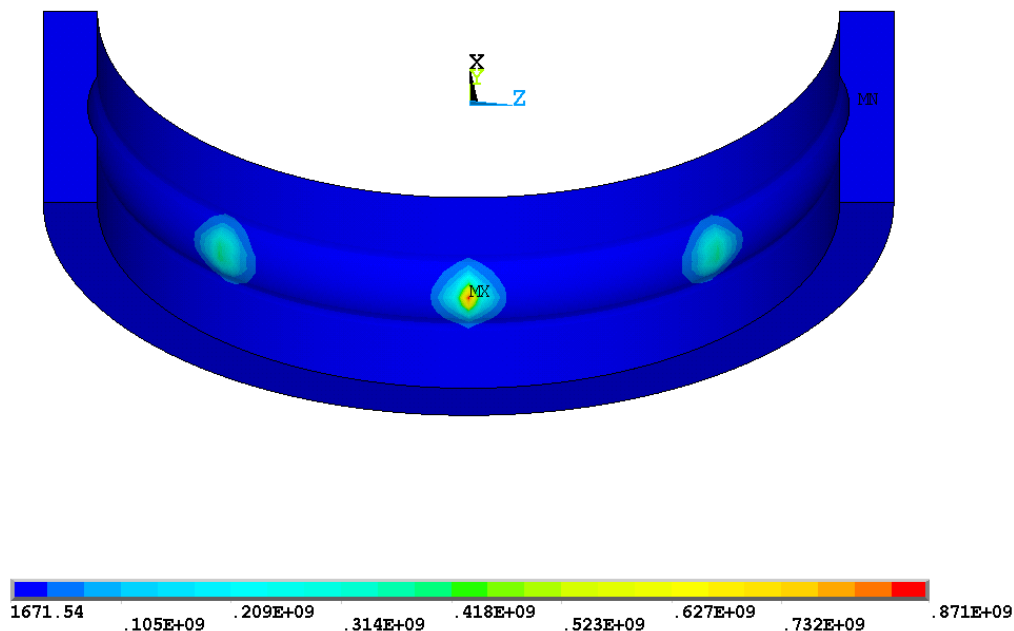
Слика (Прилог) 38 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



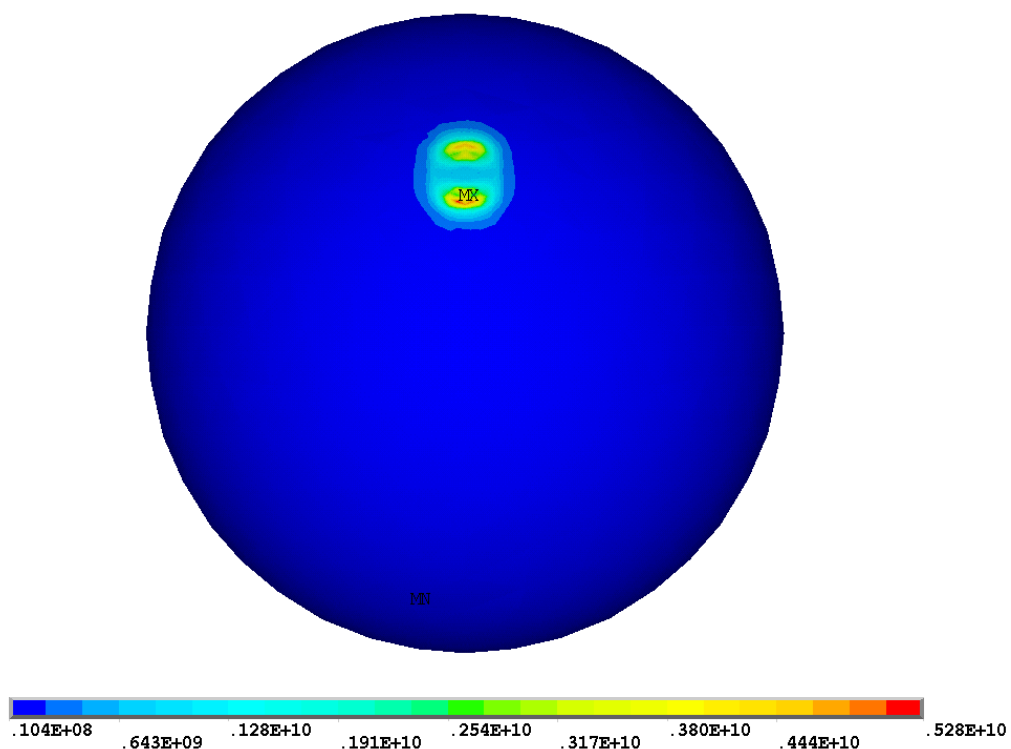
Слика (Прилог) 39 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



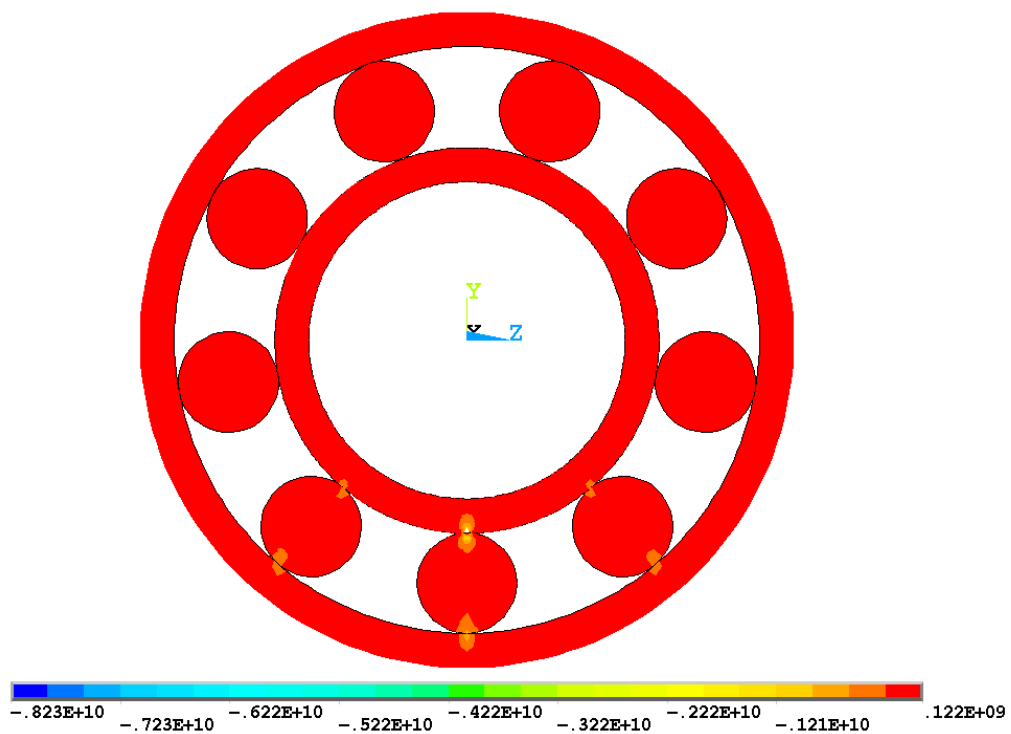
Слика (Прилог) 40 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]-детал



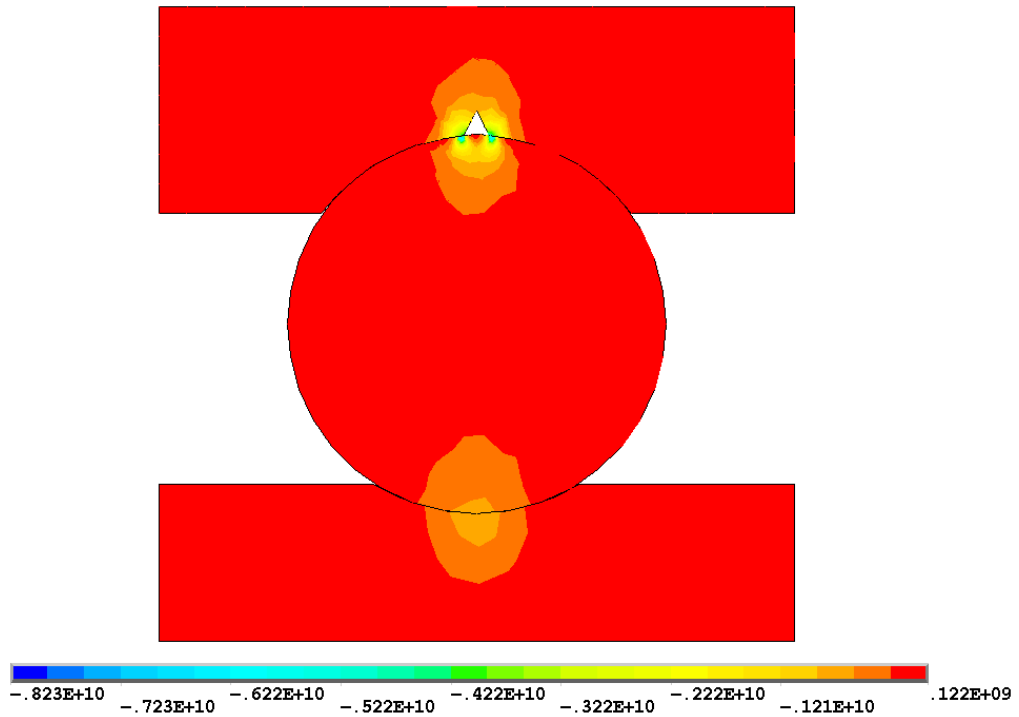
Слика (Прилог) 41 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



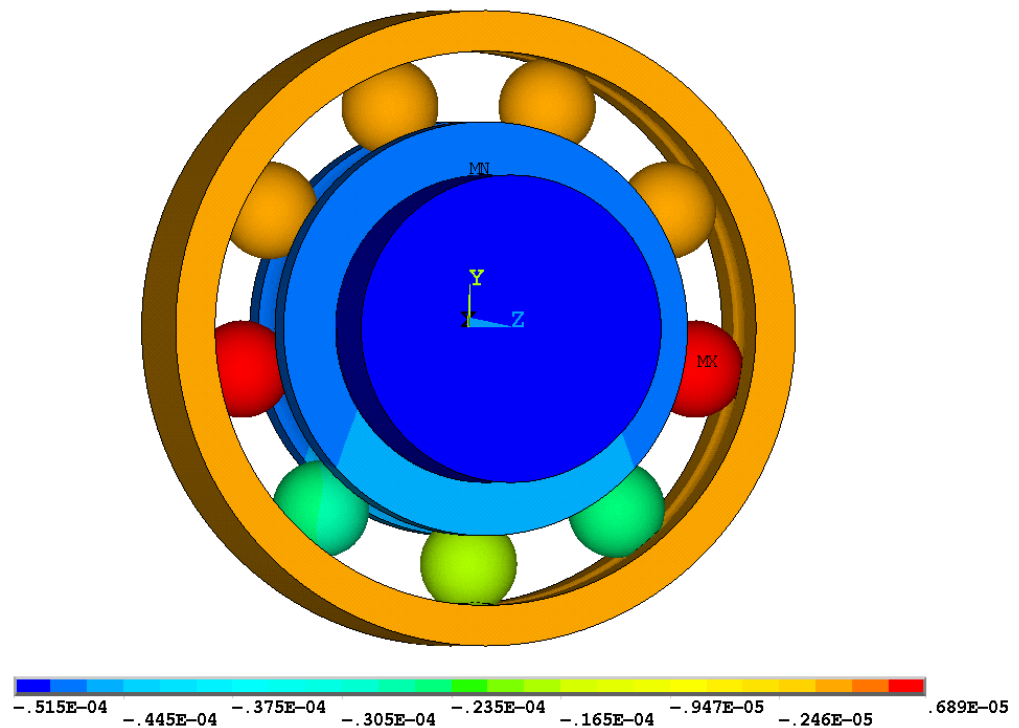
Слика (Прилог) 42 Распoдела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 $[N]$



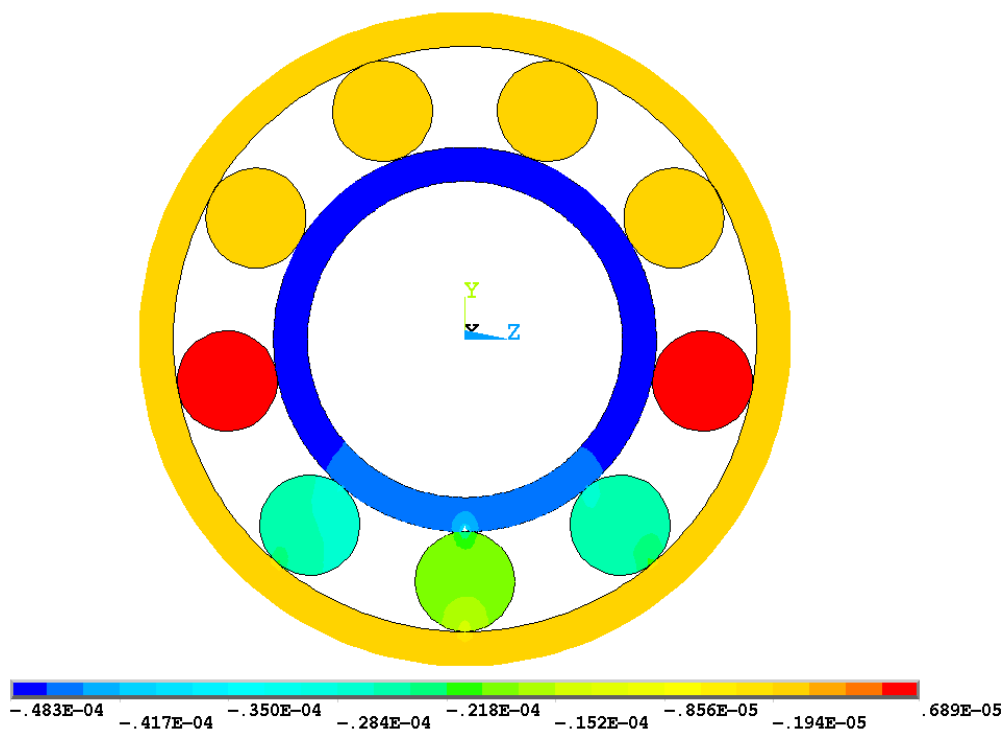
Слика (Прилог) 43 Напон σ_y $[N/m^2]$ посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 $[N]$ – попречни пресек



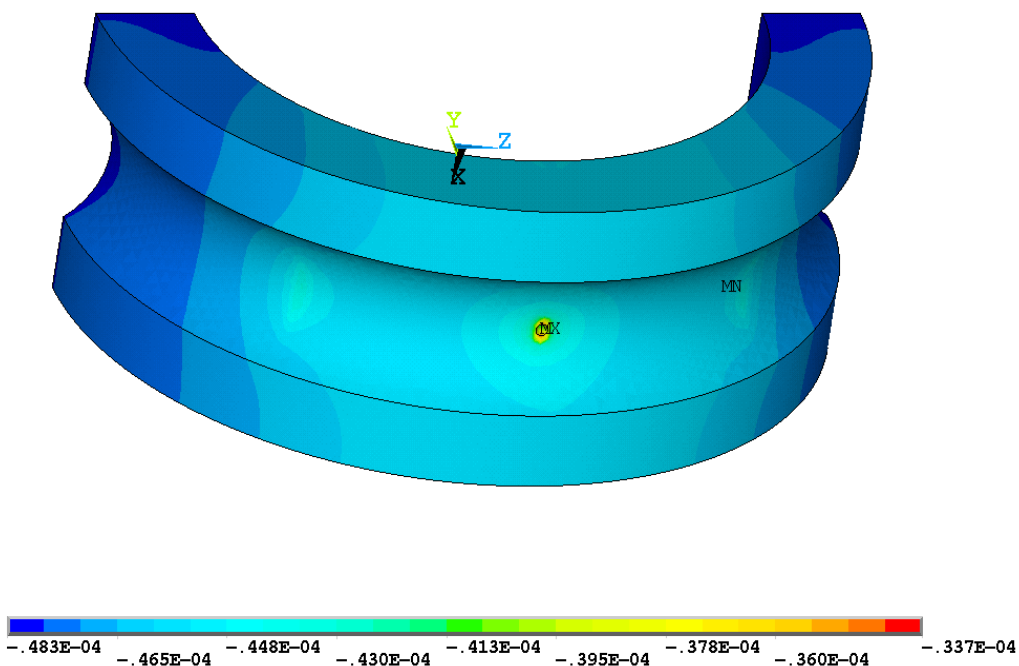
Слика (Прилог) 44 Напон σ_y [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



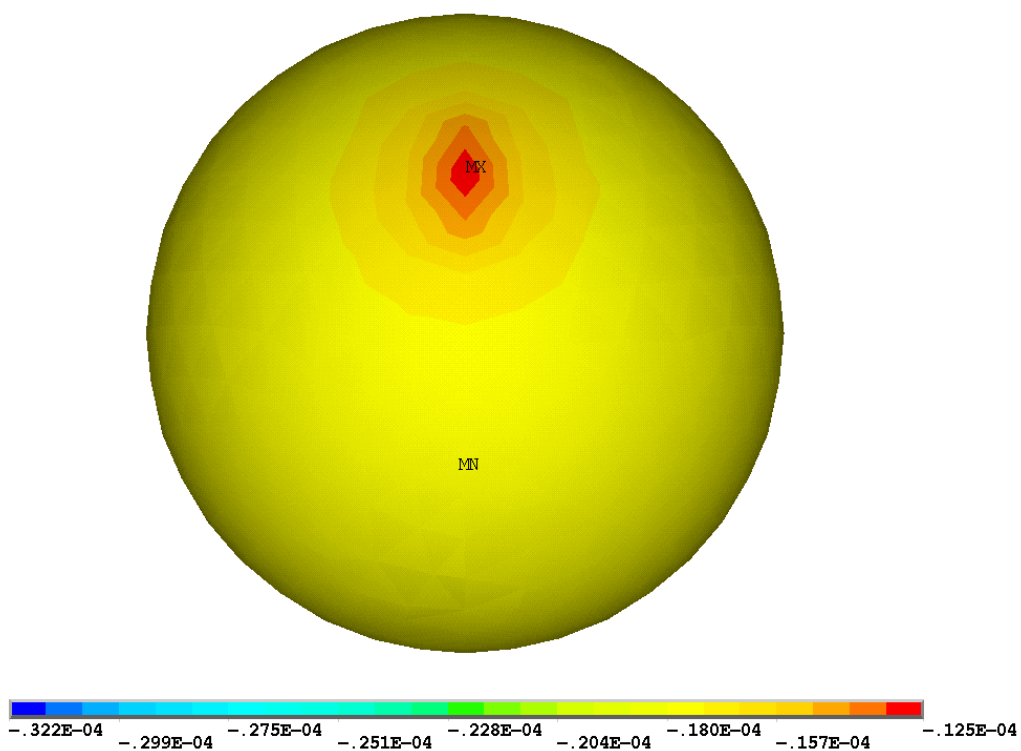
Слика (Прилог) 45 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N] – просторни приказ



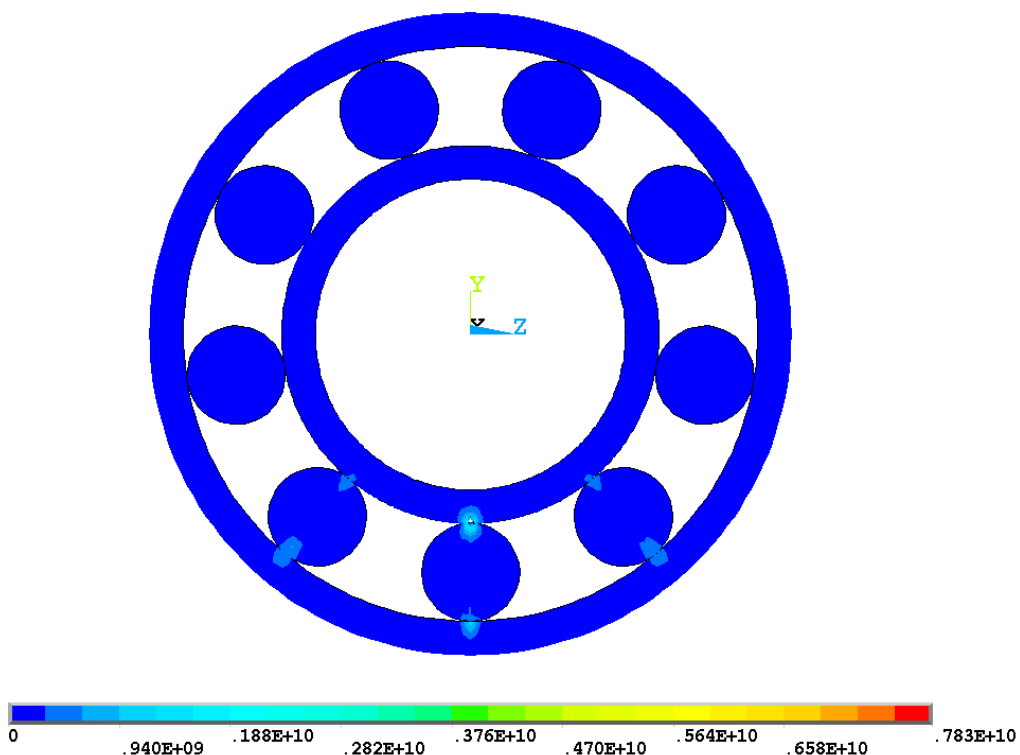
Слика (Прилог) 46 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N] – попречни пресек



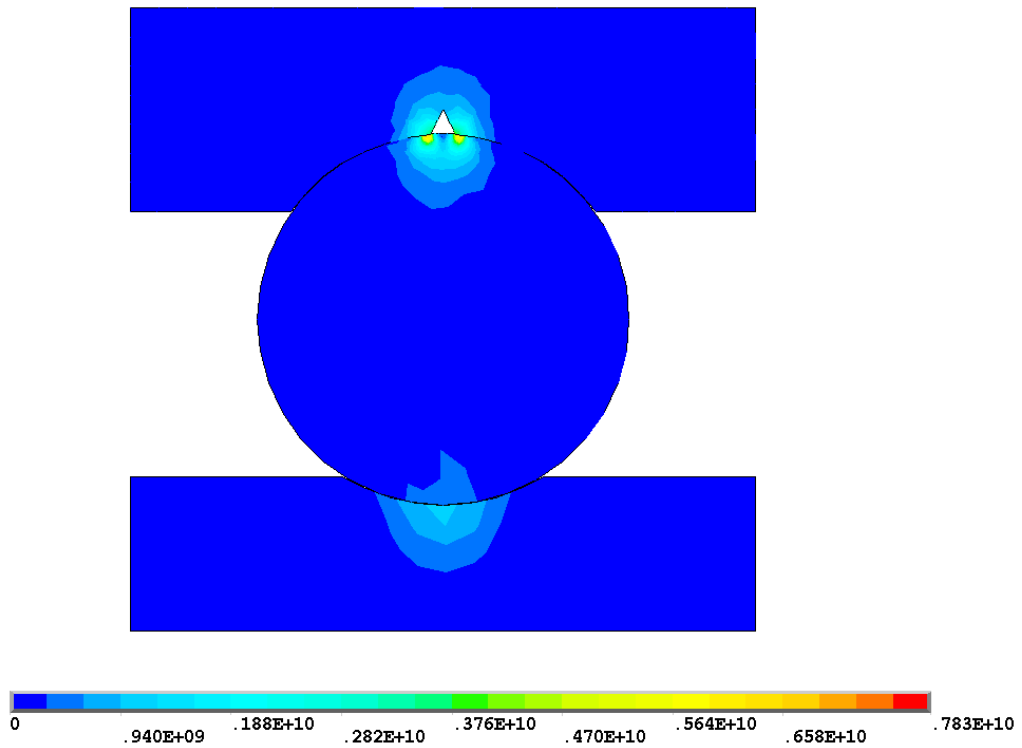
Слика (Прилог) 47 Померање [m] у правцу у-осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



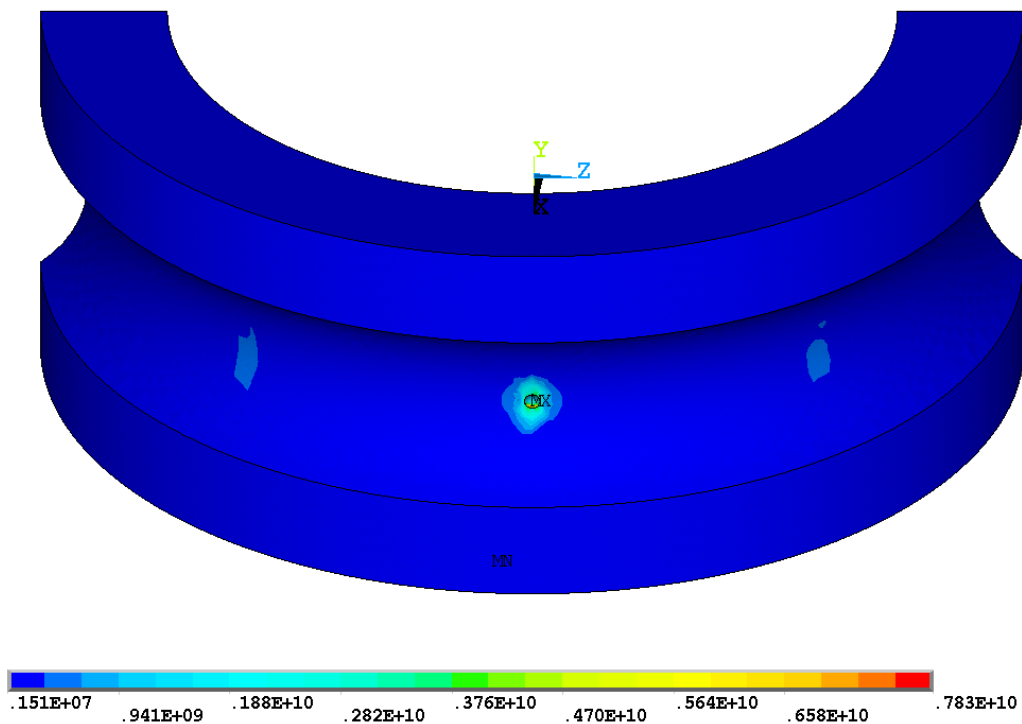
Слика (Прилог) 48 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



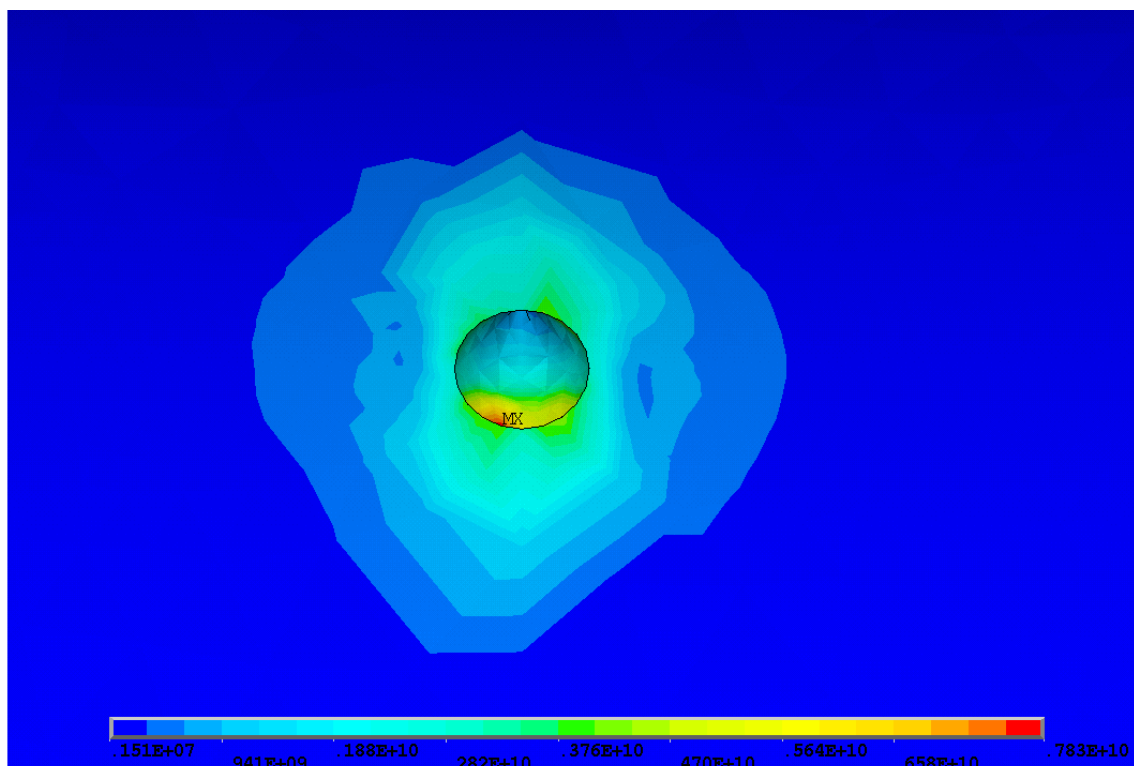
Слика (Прилог) 49 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – попречни пресек



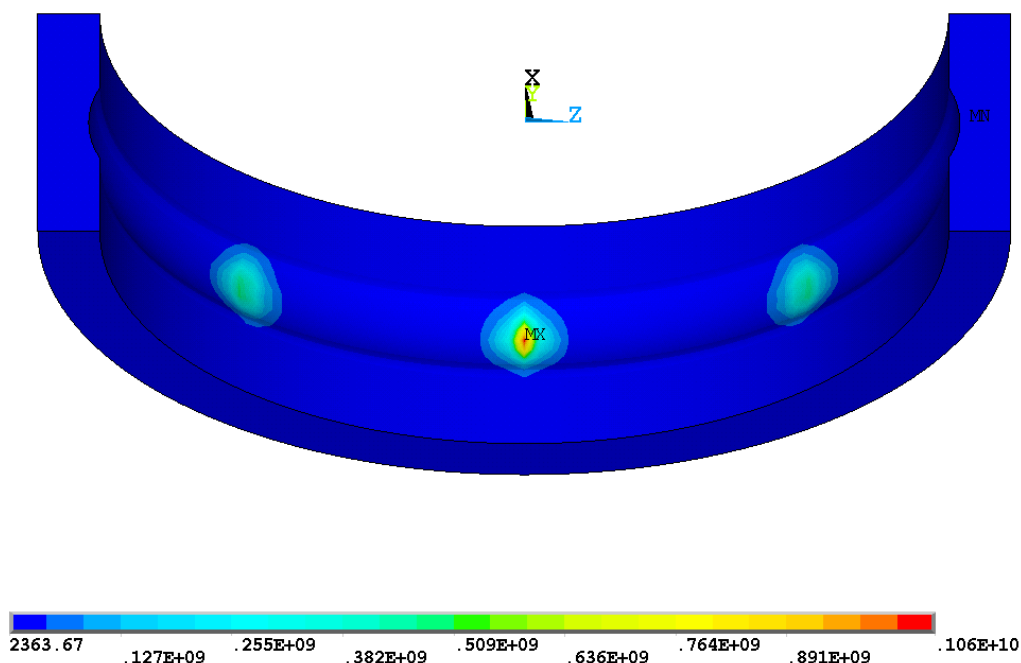
Слика (Прилог) 50 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



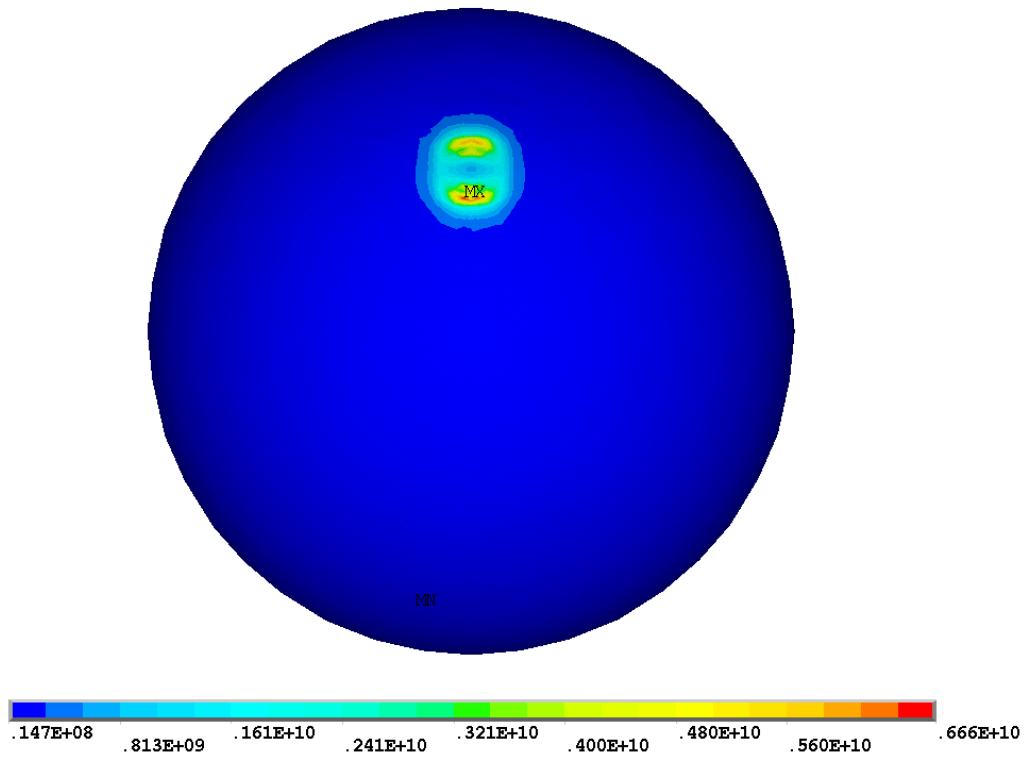
Слика (Прилог) 51 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



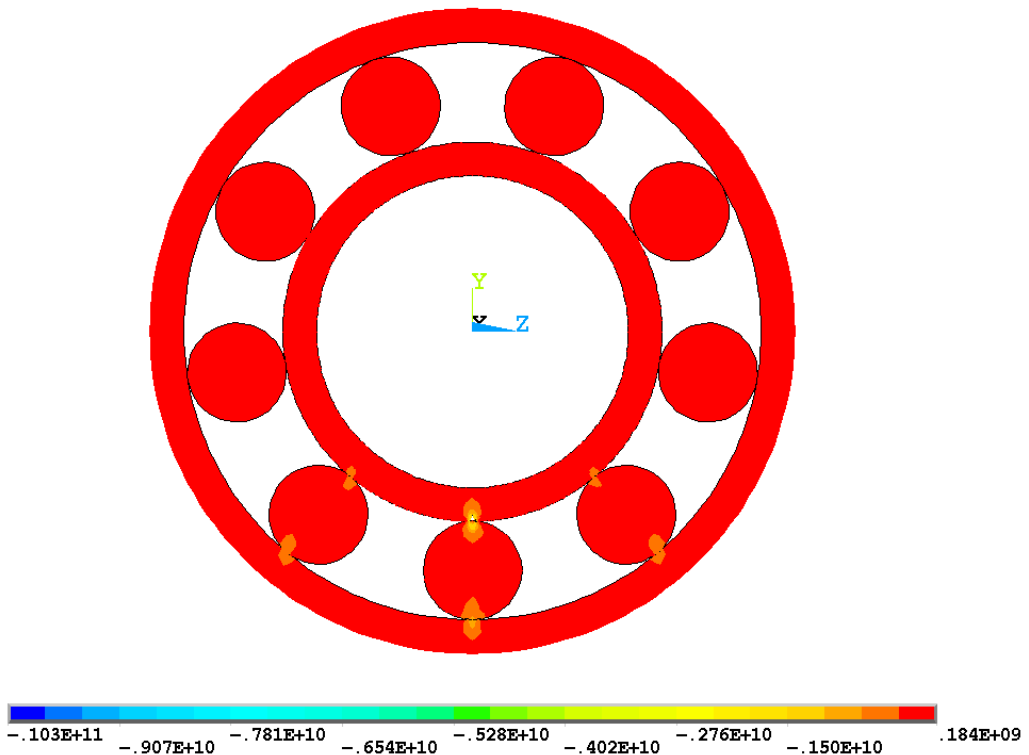
Слика (Прилог) 52 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]-детал



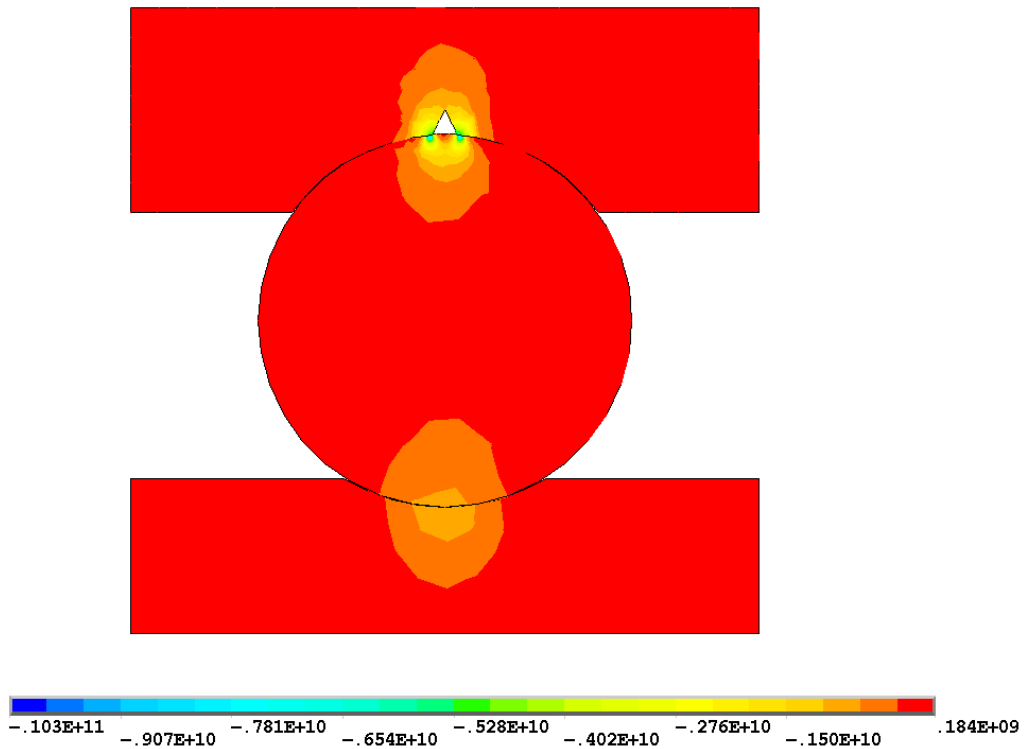
Слика (Прилог) 53 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



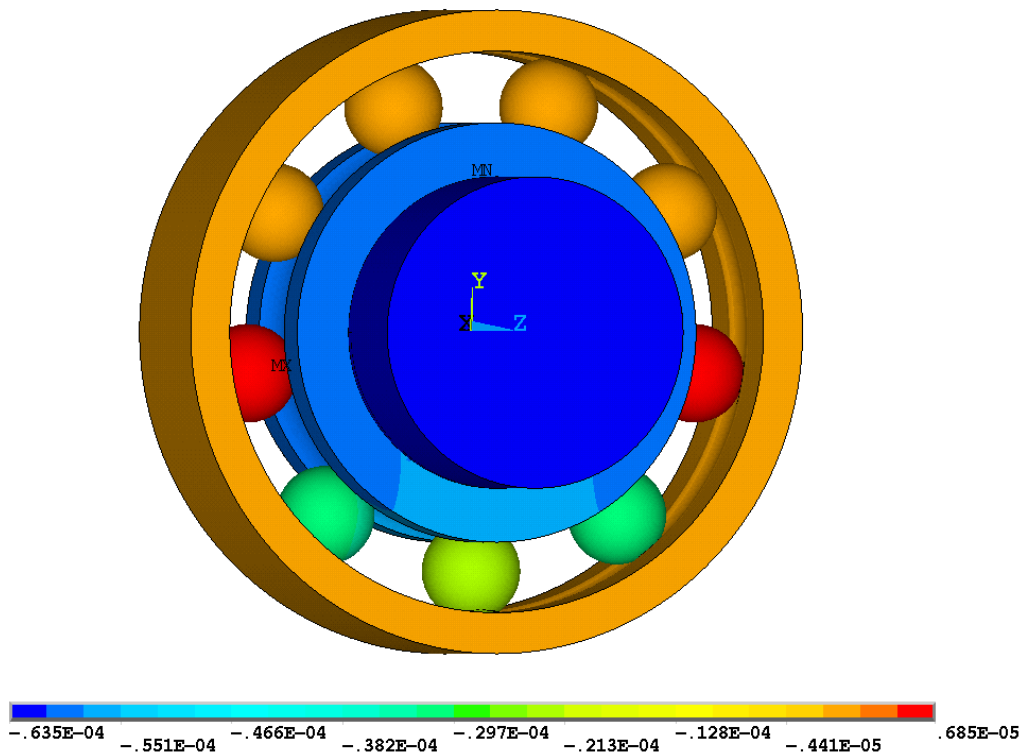
Слика (Прилог) 54 Распдела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



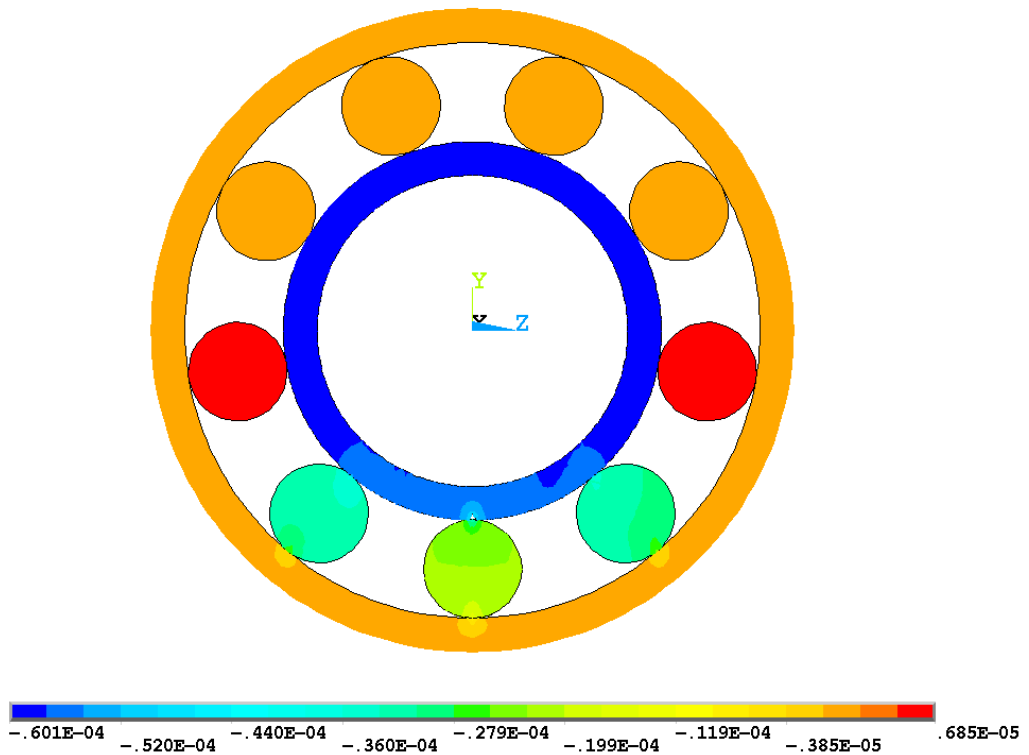
Слика (Прилог) 55 Напон σ_y [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – попречни пресек



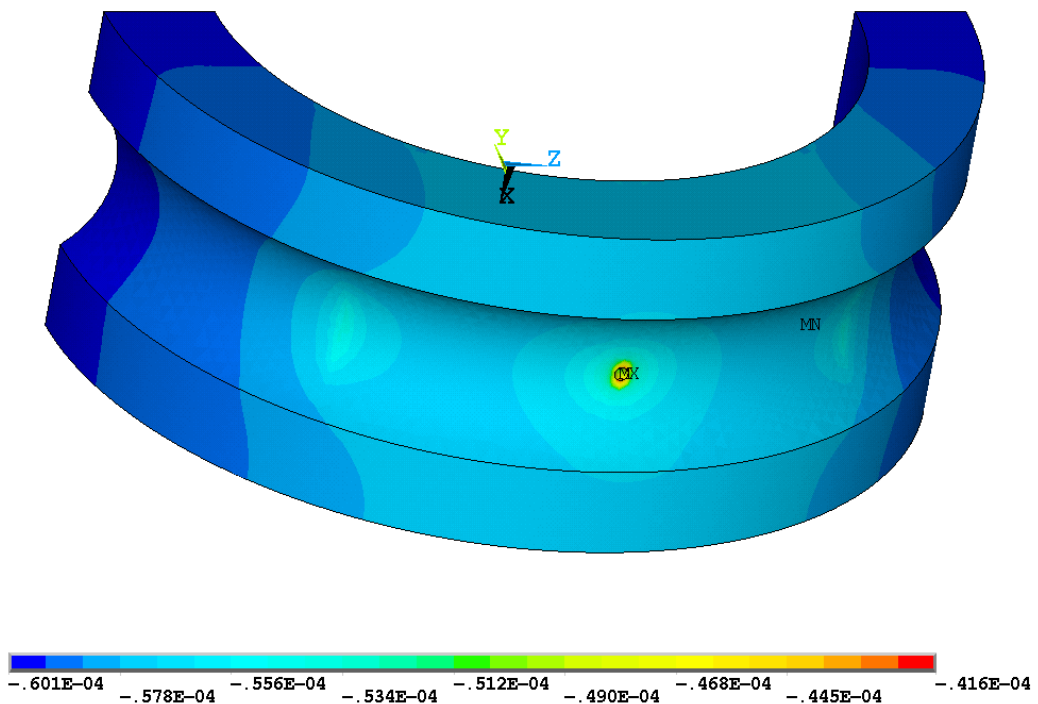
Слика (Прилог) 56 Напон σ_y [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



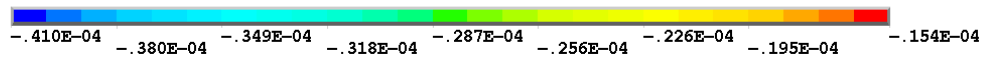
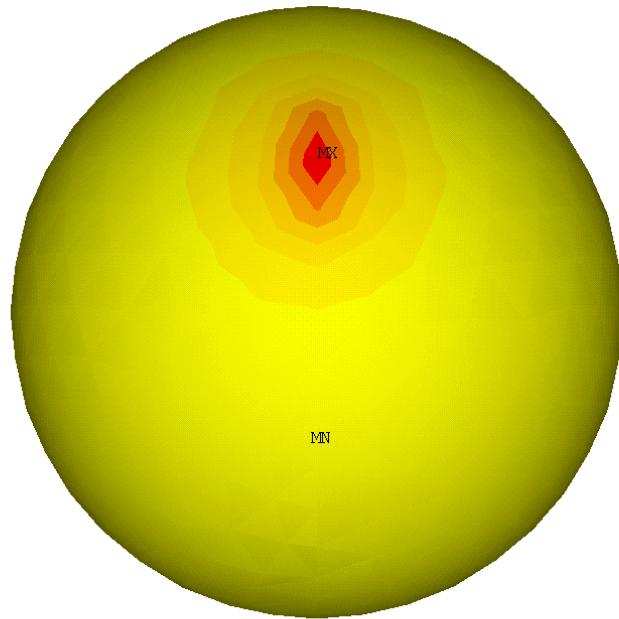
Слика (Прилог) 57 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – просторни приказ



Слика (Прилог) 58 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – попречни пресек

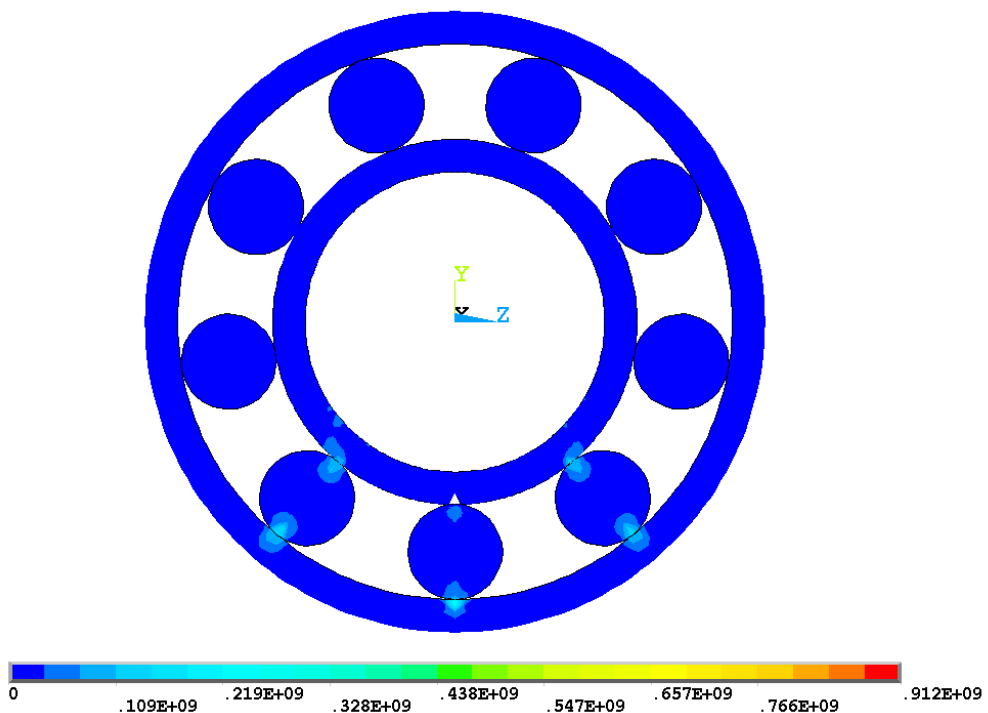


Слика (Прилог) 59 Померање [m] у правцу у-осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]

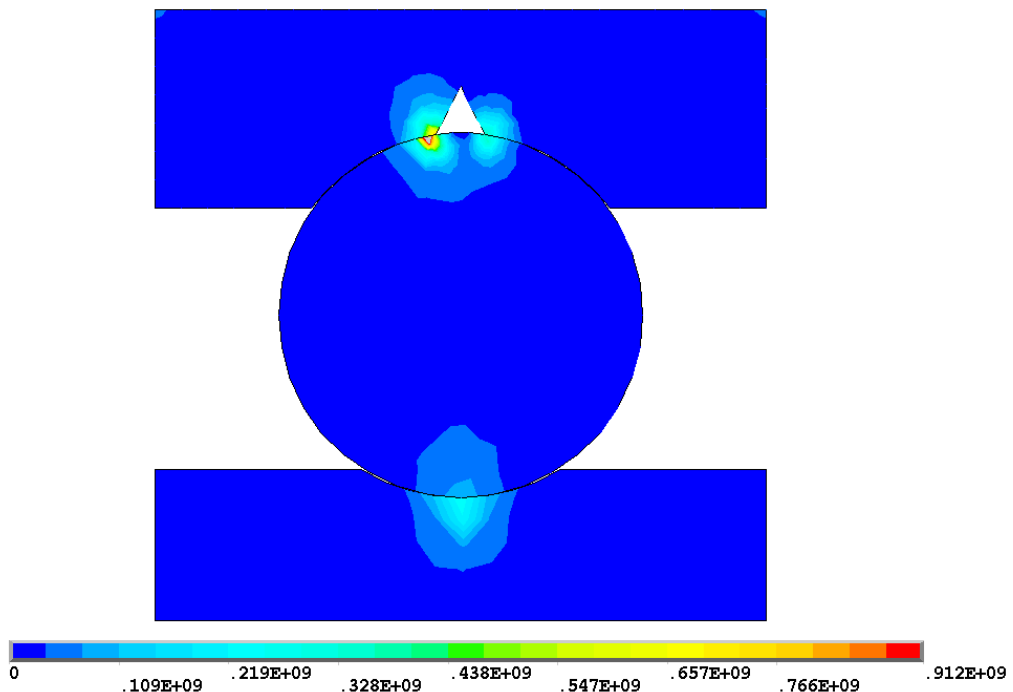


Слика (Прилог) 60 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]

Прилог 2. Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 1,3 [mm]

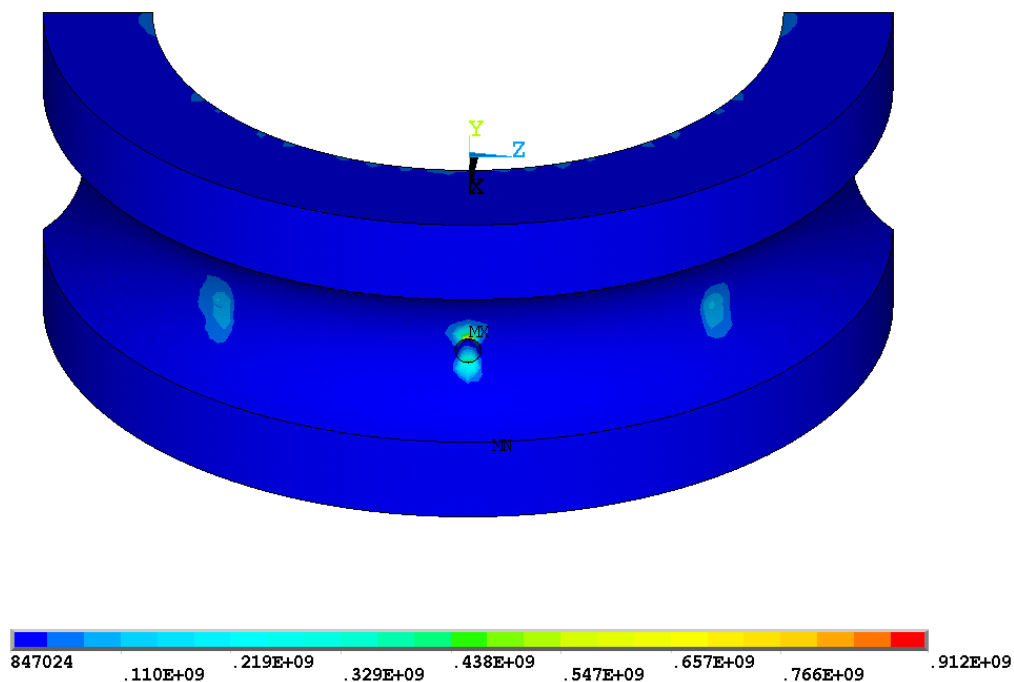


Слика (Прилог) 61 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – попречни пресек

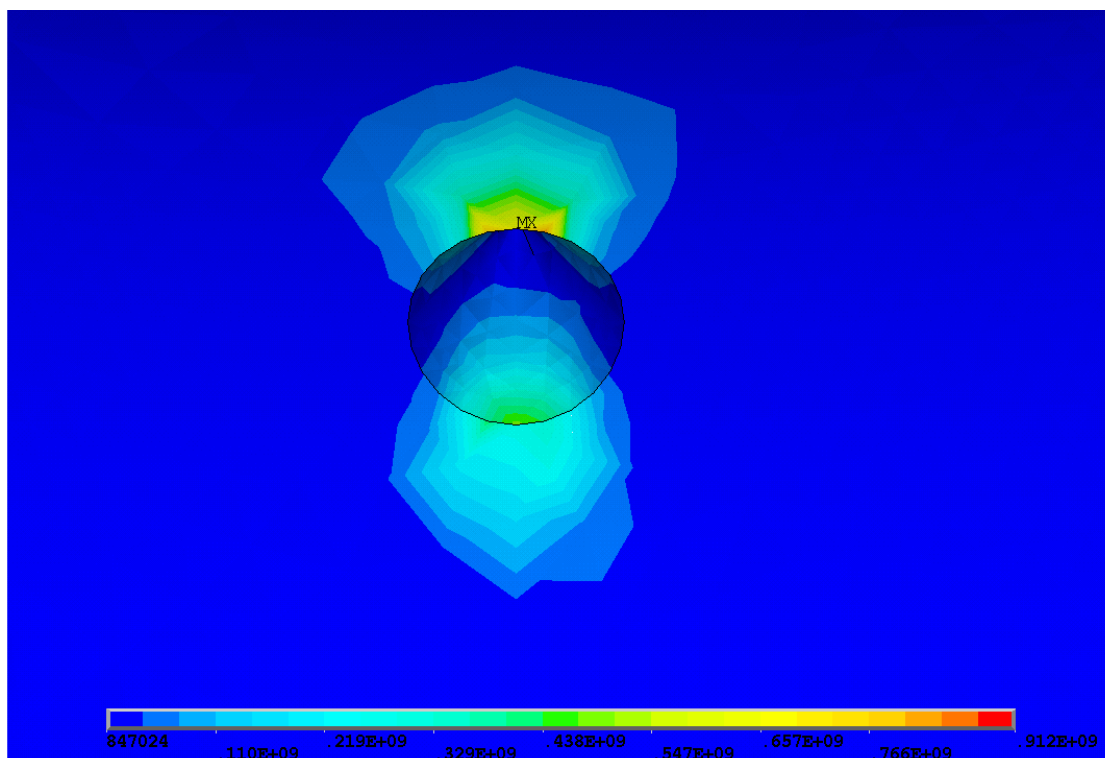


Слика (Прилог) 62 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у

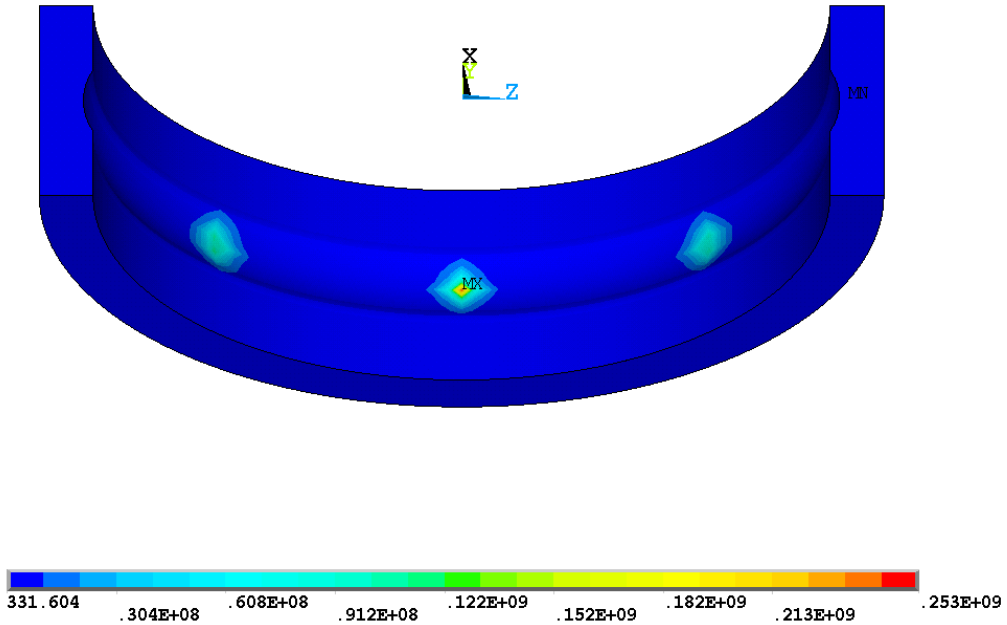
облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



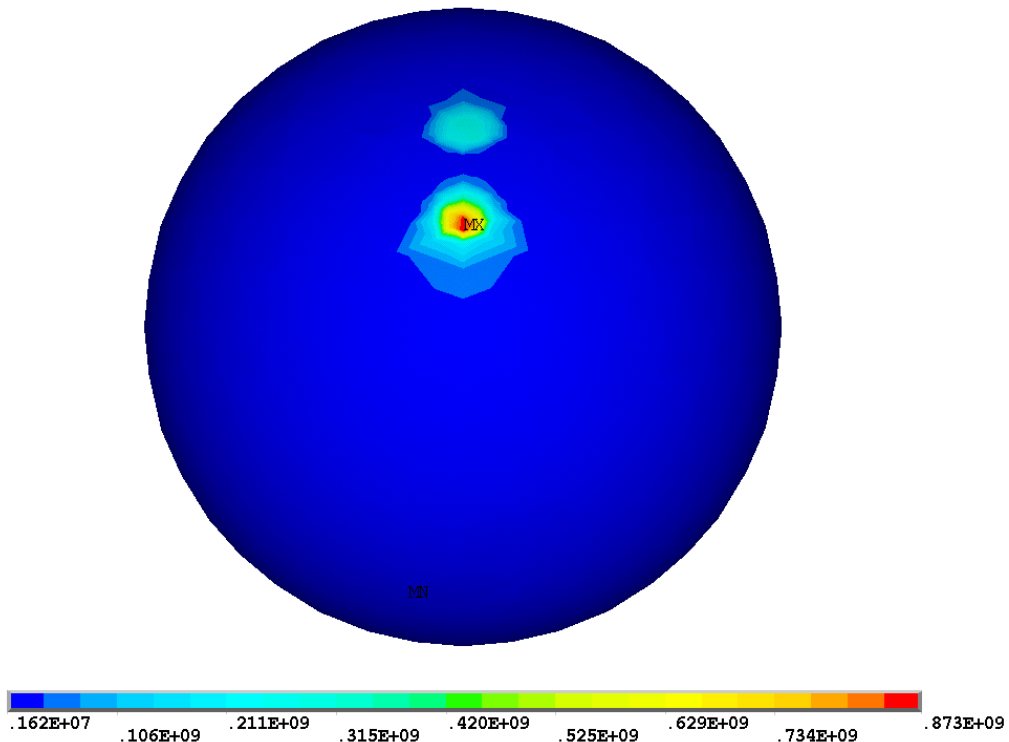
Слика (Прилог) 63 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



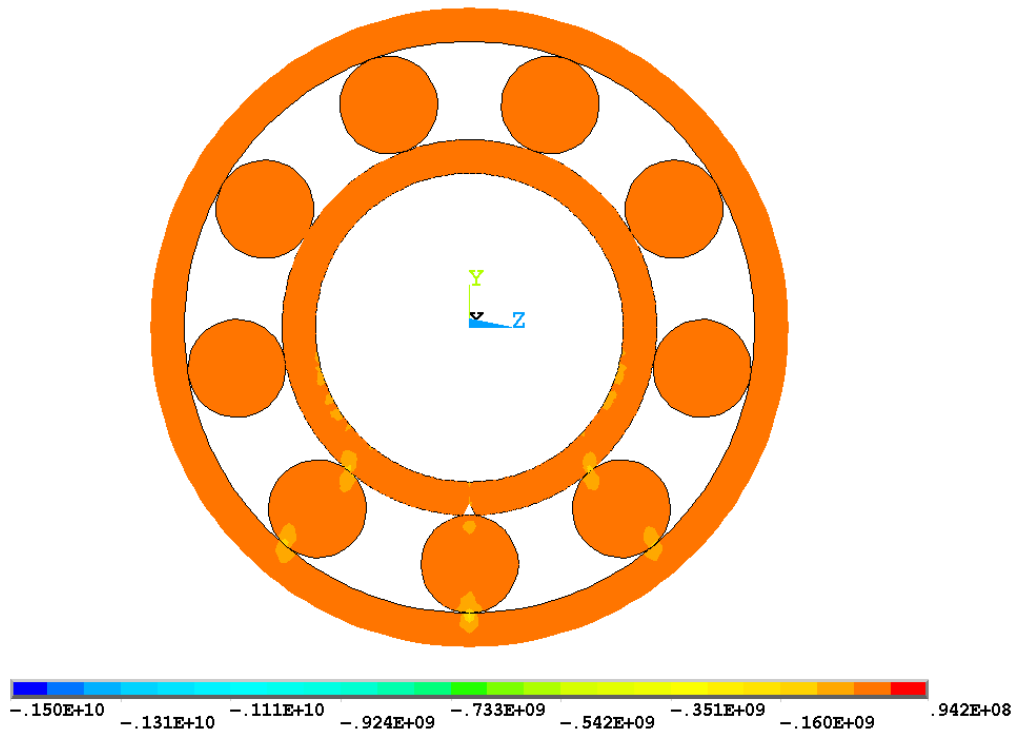
Слика (Прилог) 64 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]-детал



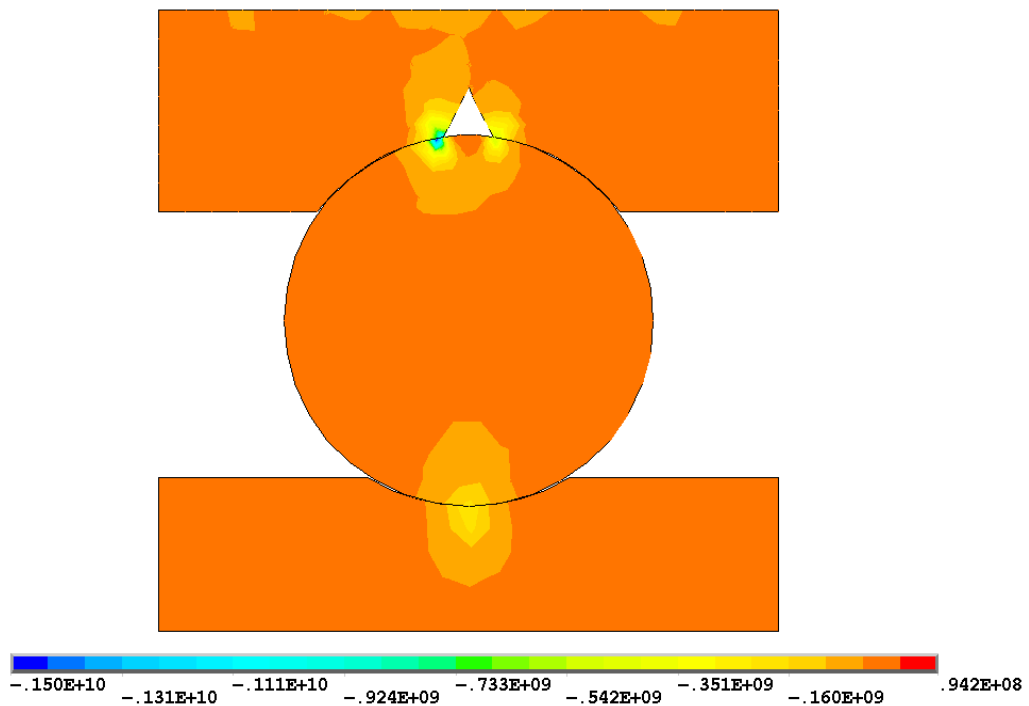
Слика (Прилог) 65 Распредела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



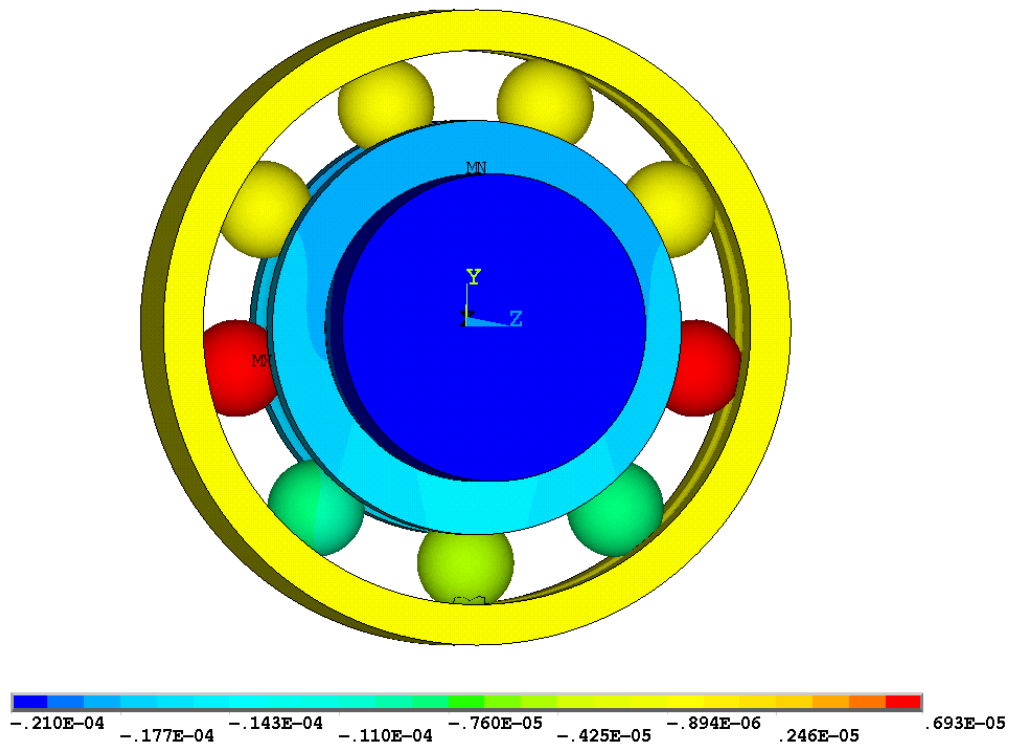
Слика (Прилог) 66 Распредела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



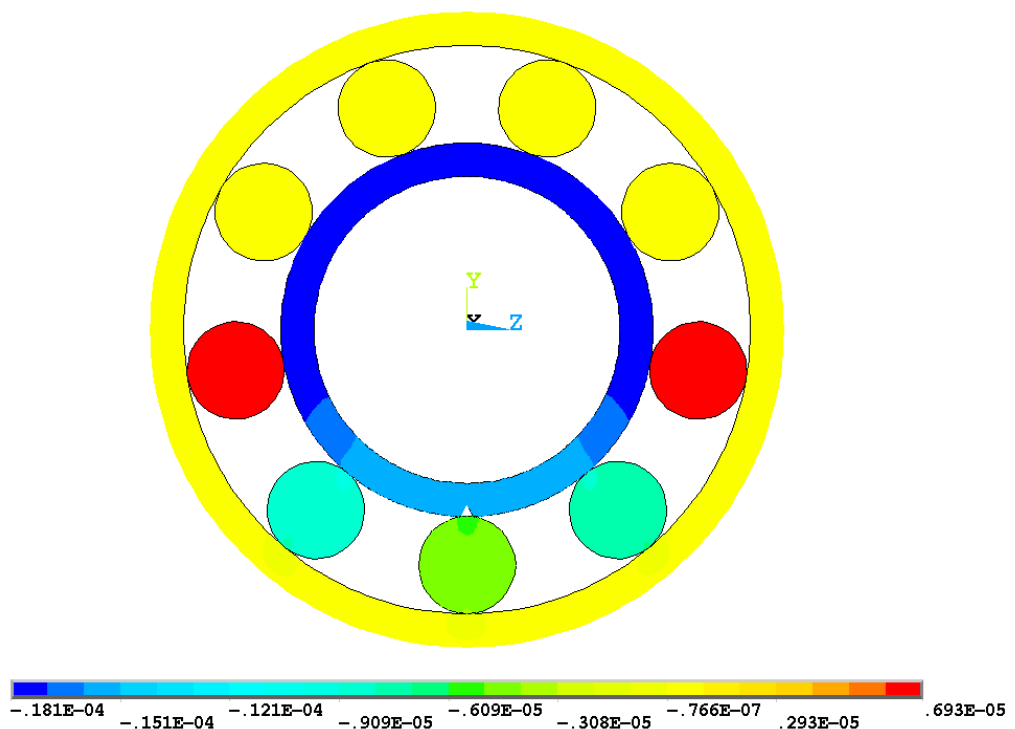
Слика (Прилог) 67 Напон σ_y [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – попречни пресек



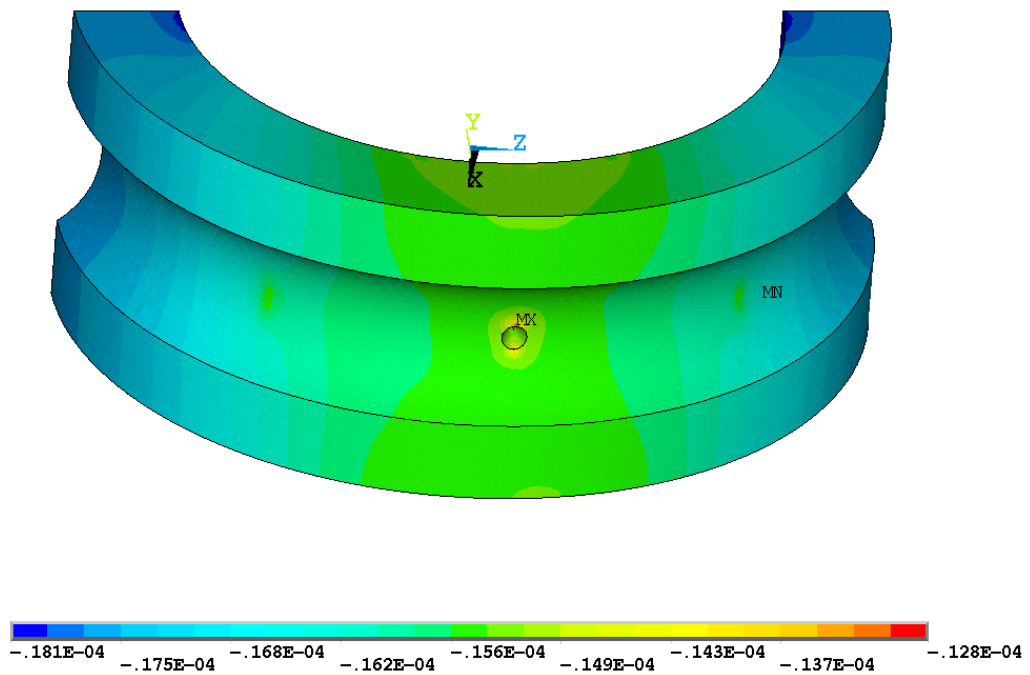
Слика (Прилог) 68 Напон σ_y [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



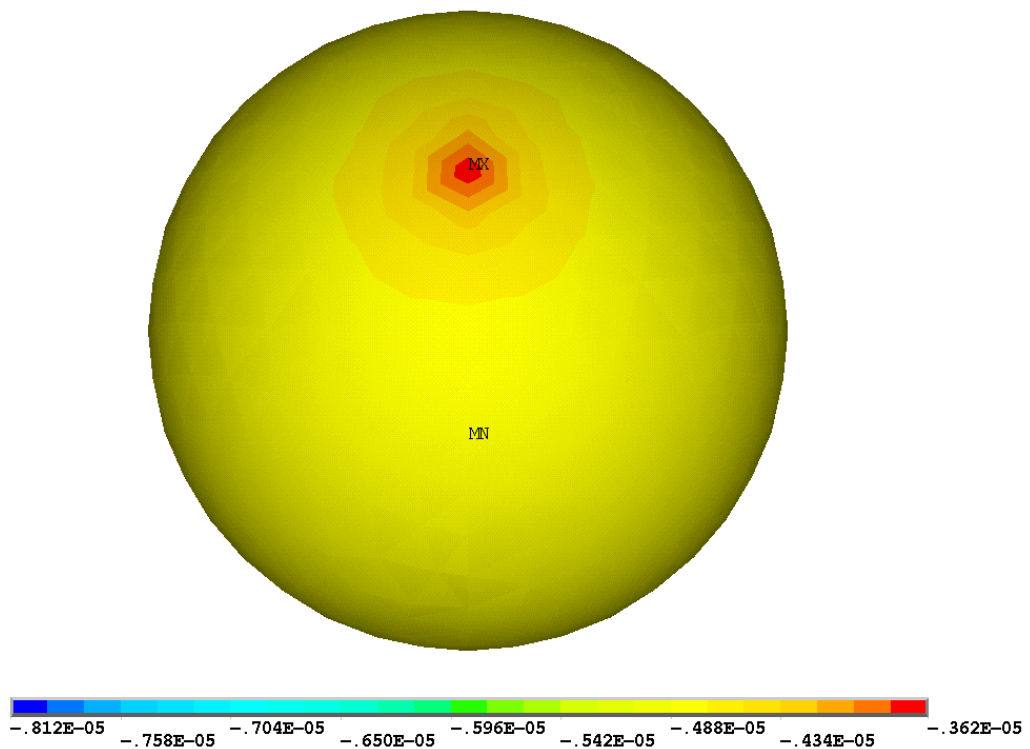
Слика (Прилог 69) Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – просторни приказ



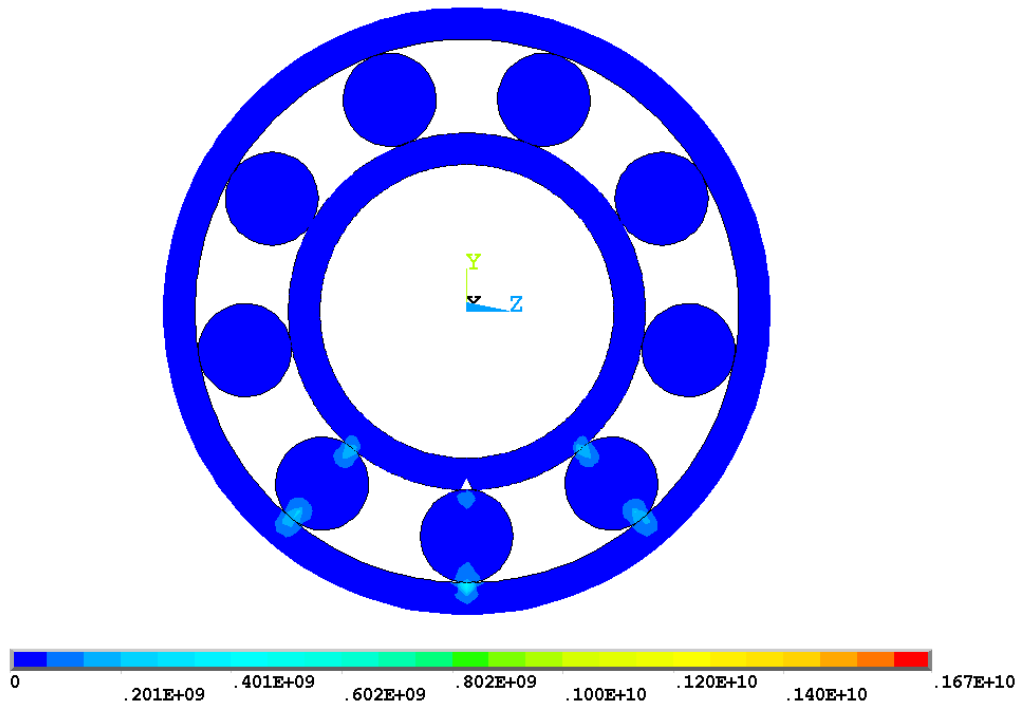
Слика (Прилог 70) Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – попречни пресек



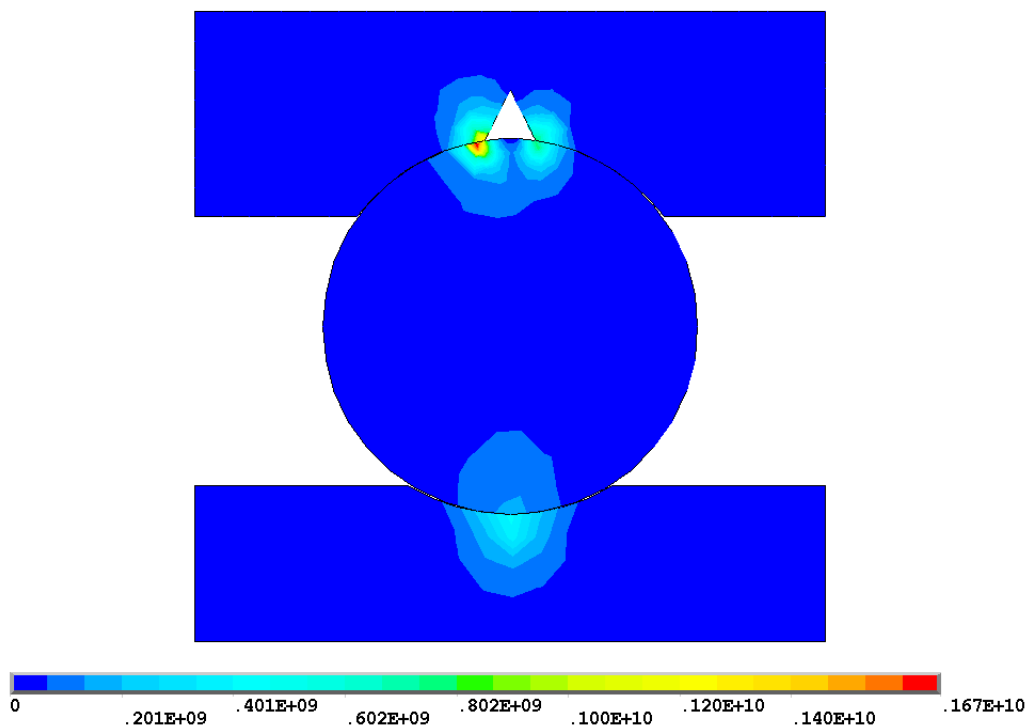
Слика (Прилог) 71 Померање [m] у правцу у–осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



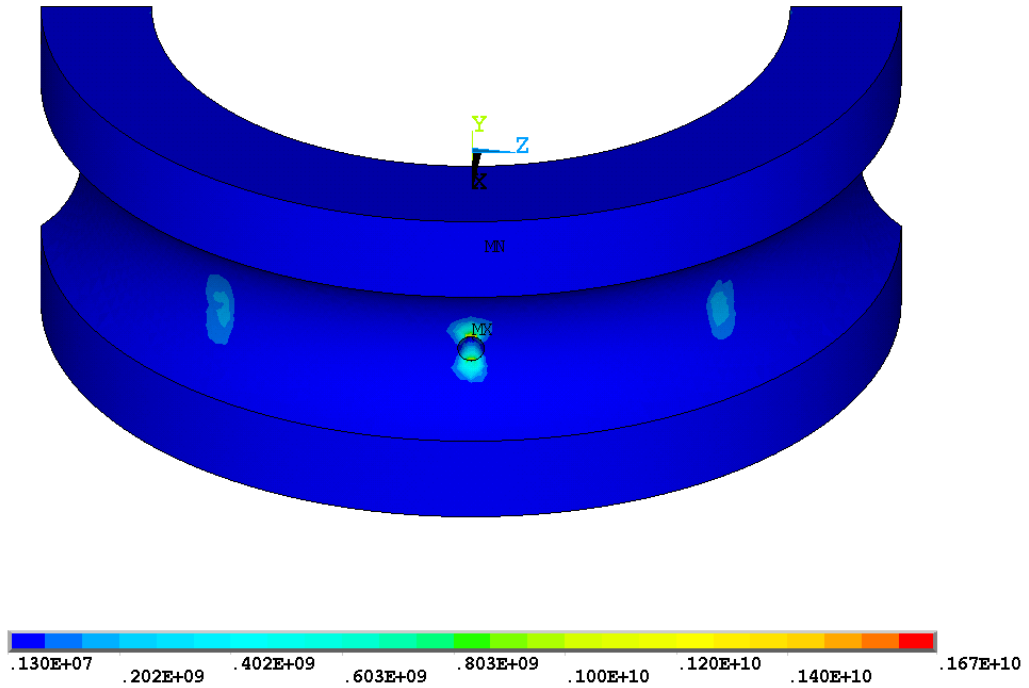
Слика (Прилог) 72 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



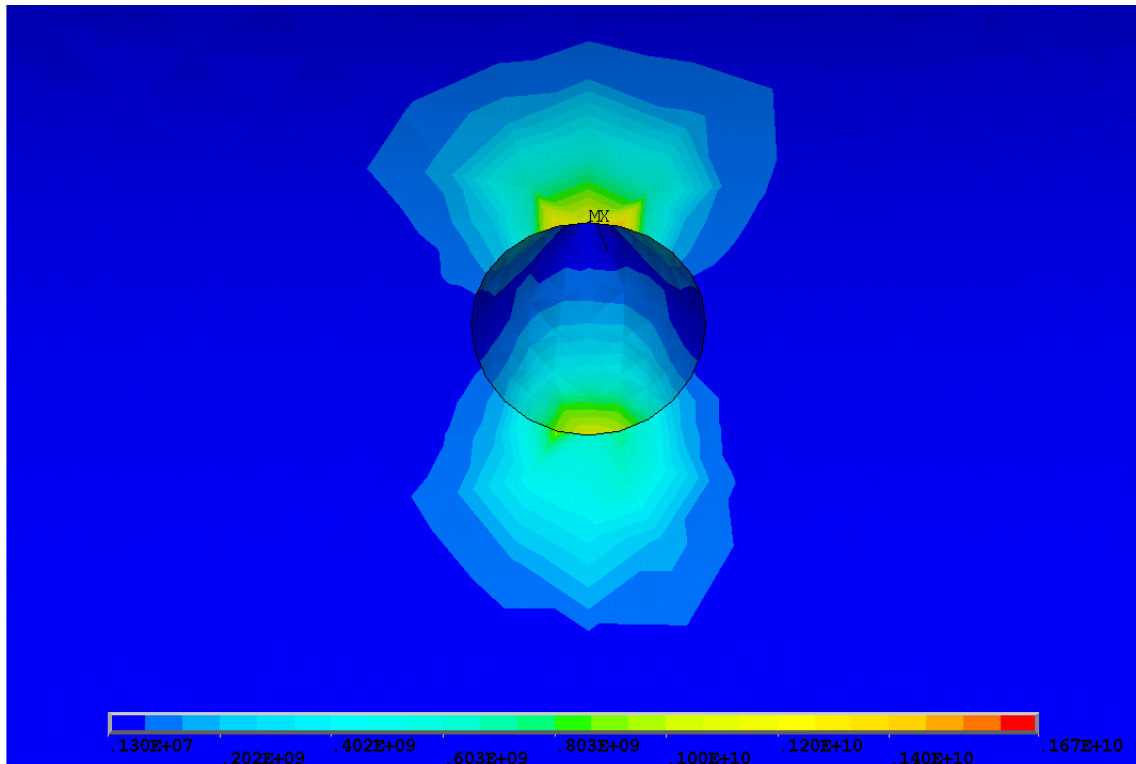
Слика (Прилог) 73 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$ – попречни пресек



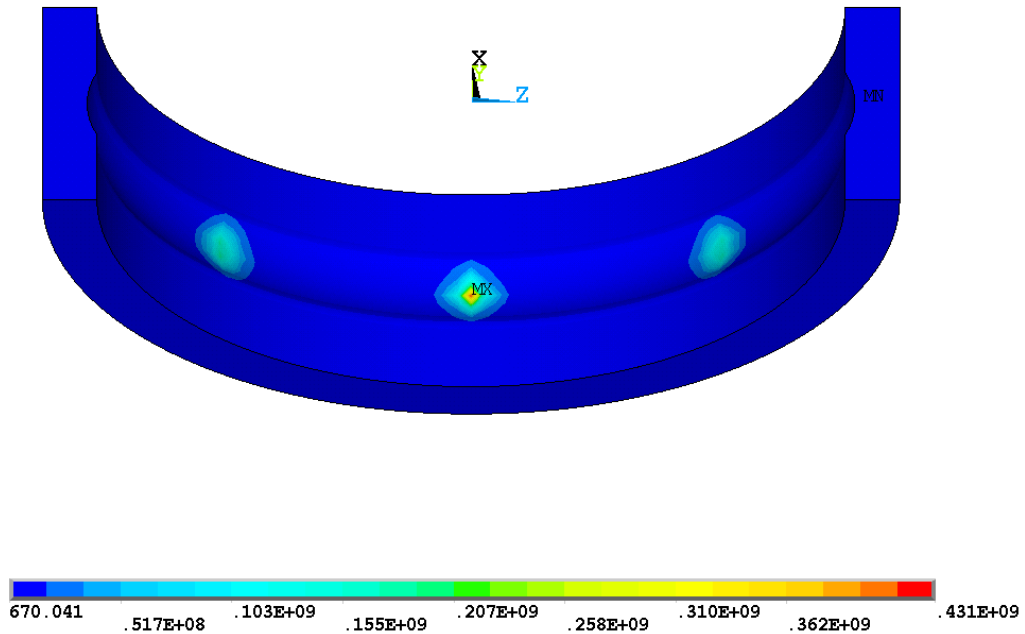
Слика (Прилог) 74 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$



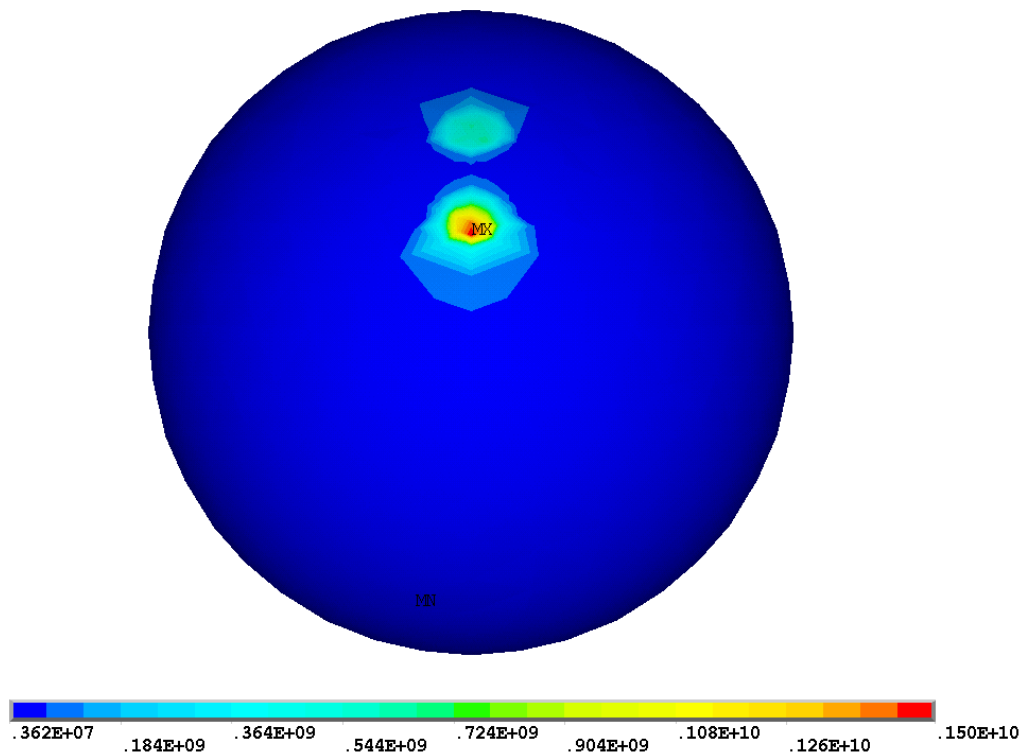
Слика (Прилог) 75 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$



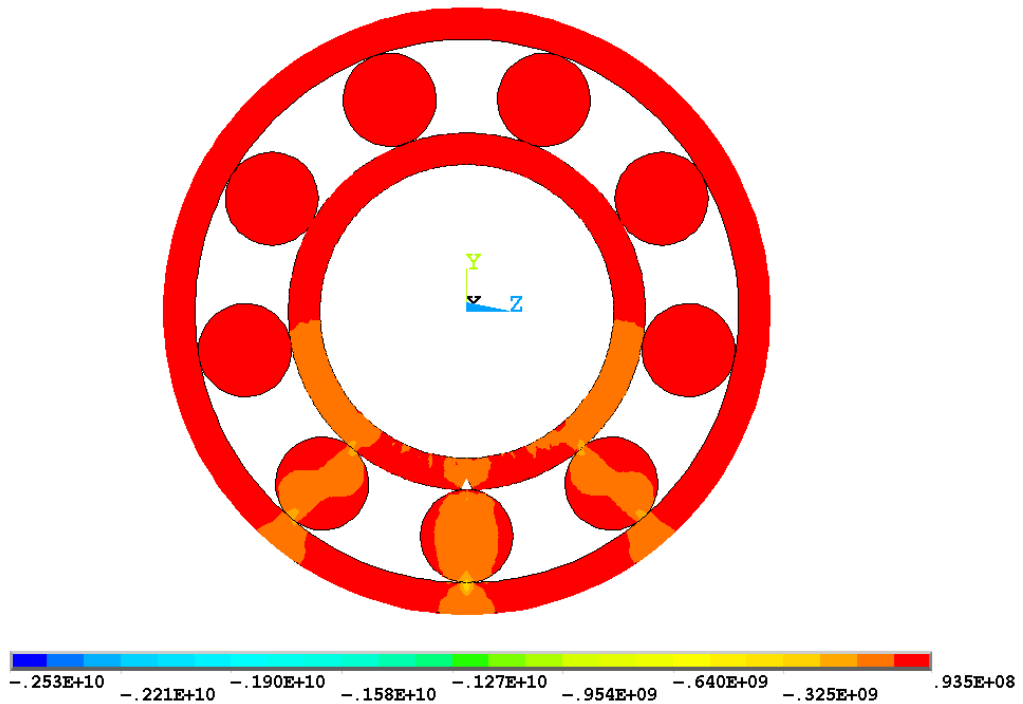
Слика (Прилог) 76 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$ -детал



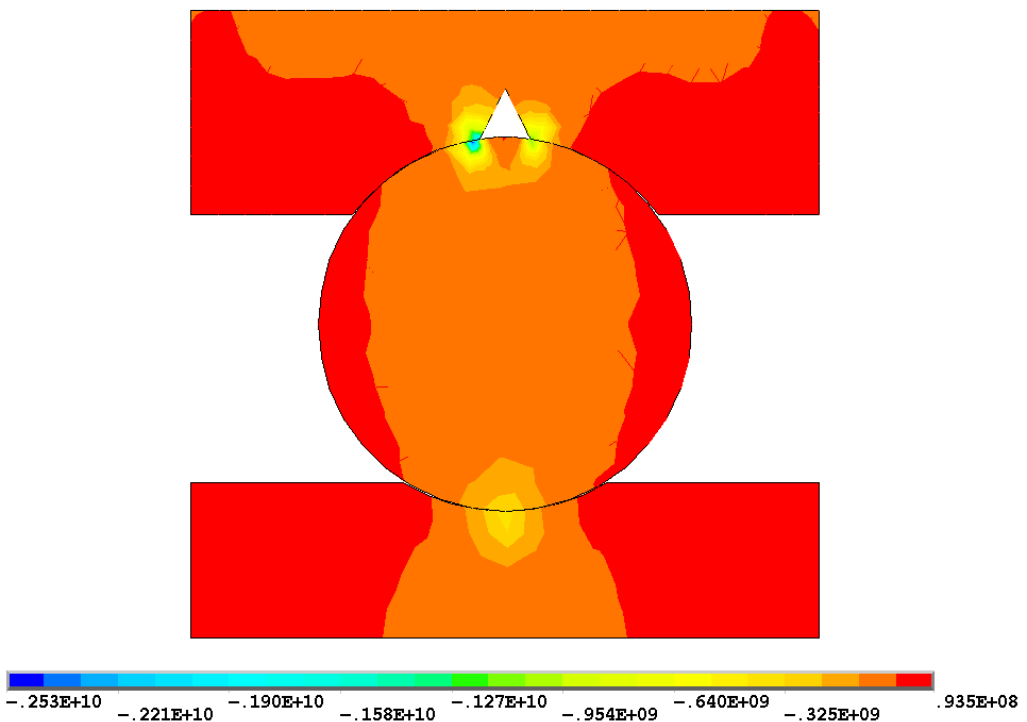
Слика (Прилог) 77 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$



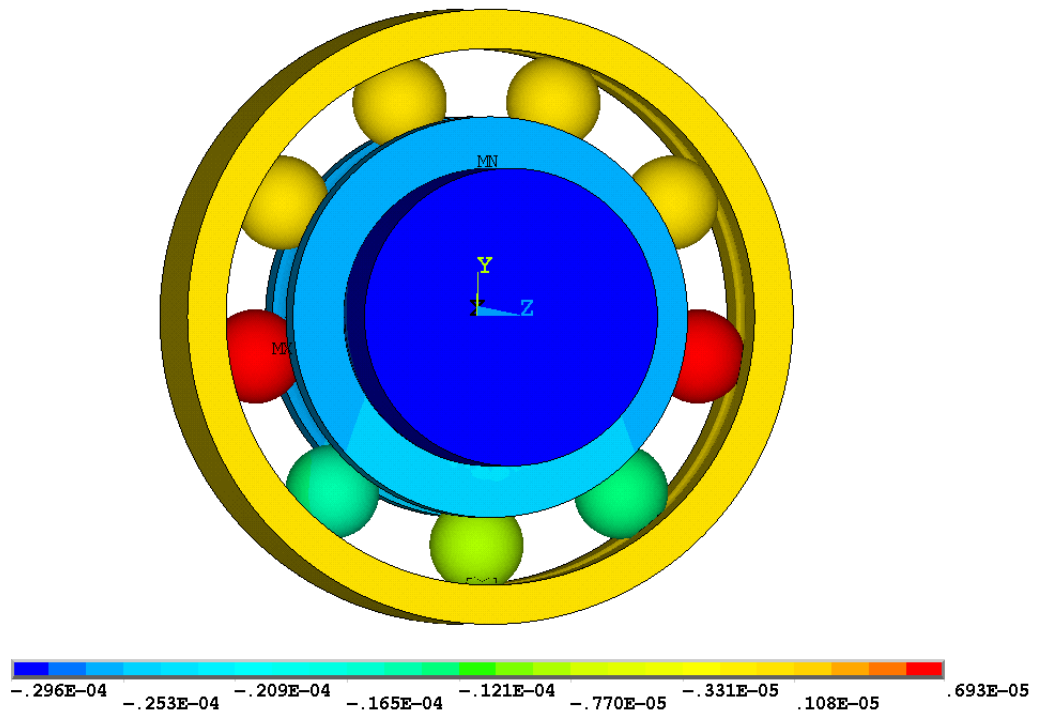
Слика (Прилог) 78 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$



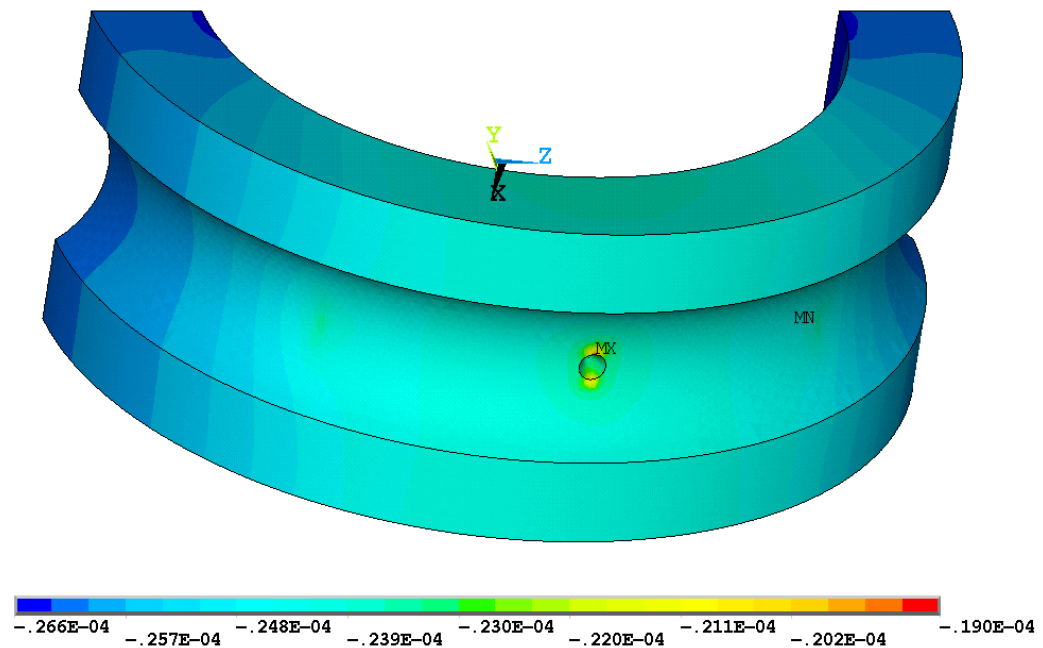
Слика (Прилог) 79 Напон σ_y [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



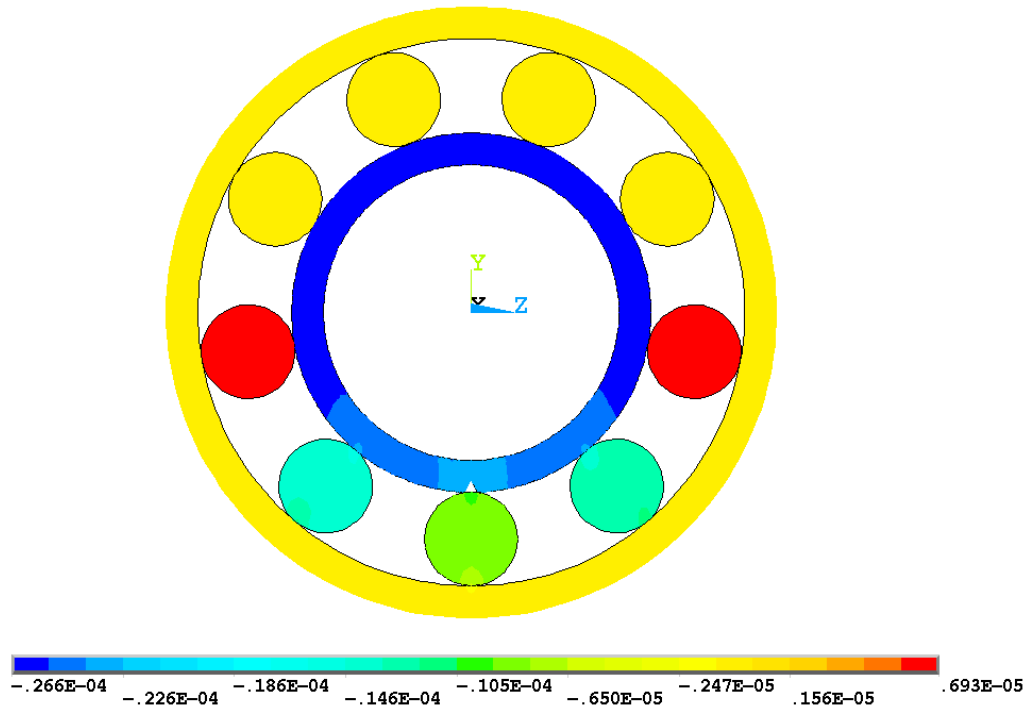
Слика (Прилог) 80 Напон σ_y [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



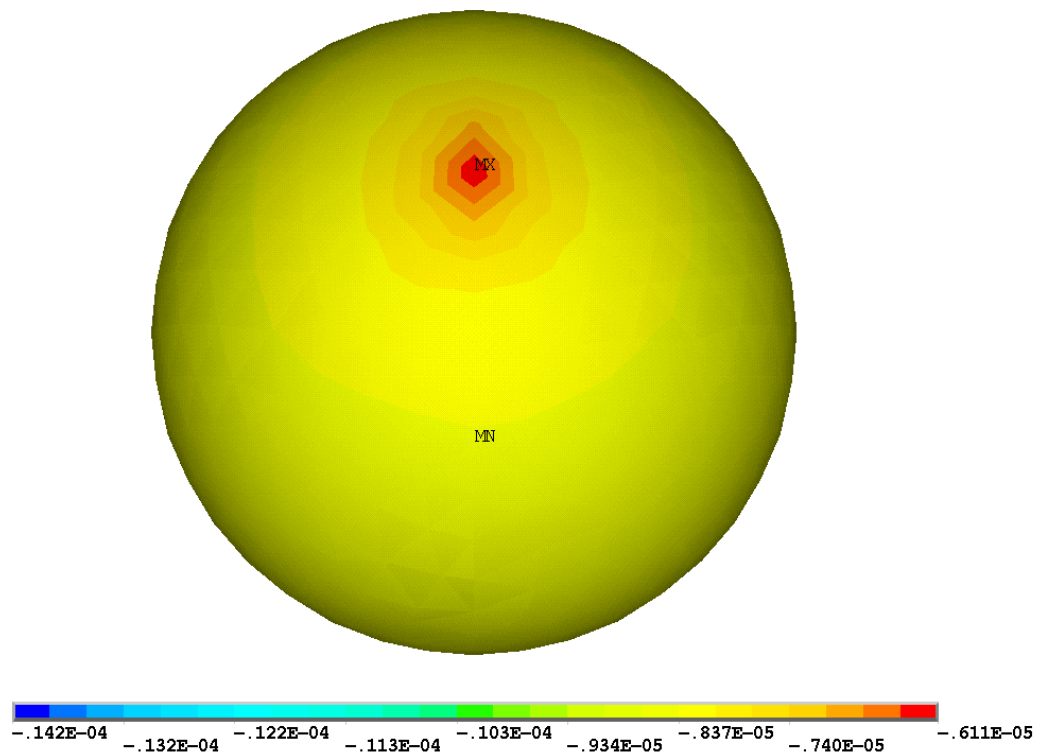
Слика (Прилог) 81 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – просторни приказ



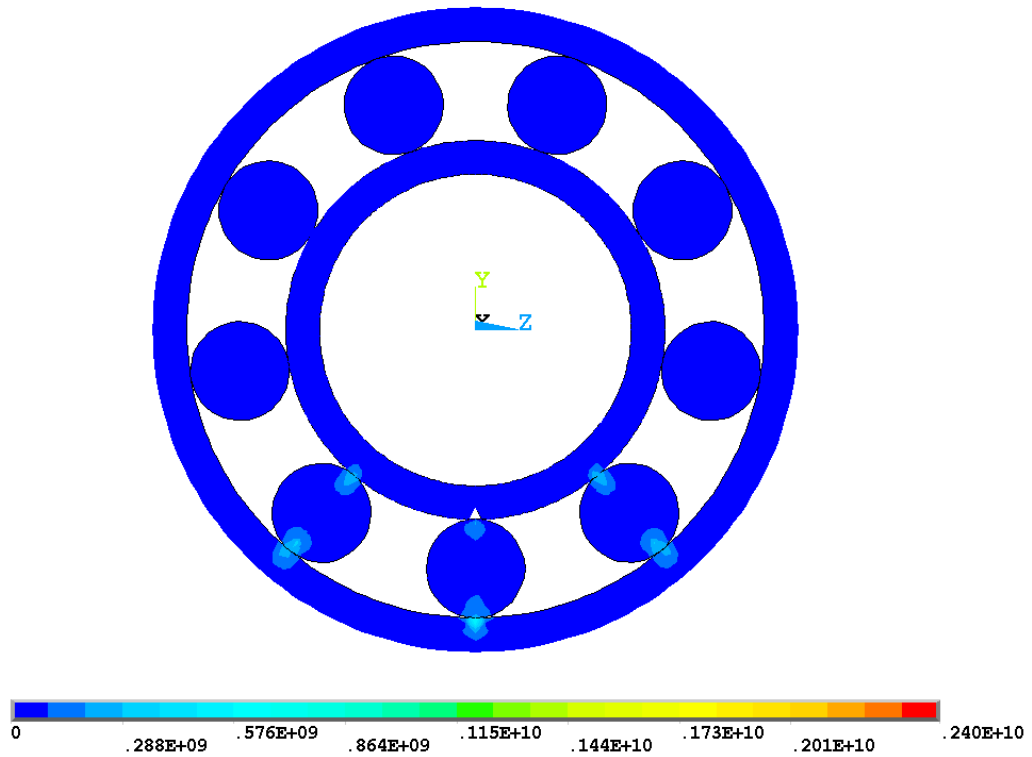
Слика (Прилог) 82 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



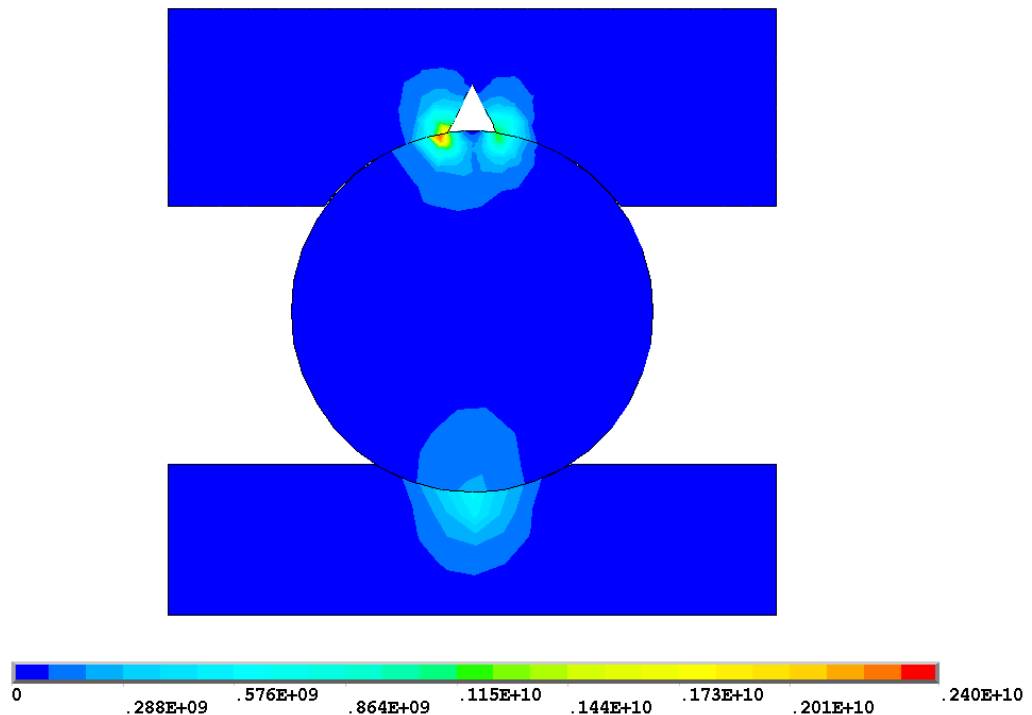
Слика (Прилог) 83 Померање [m] у правцу у-осе стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



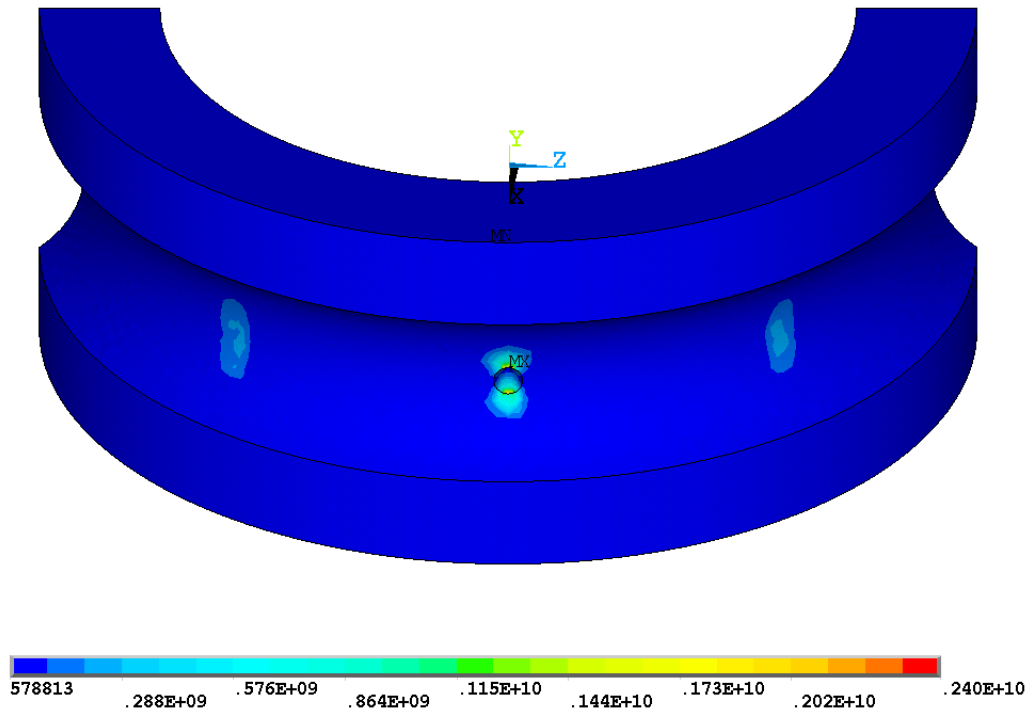
Слика (Прилог) 84 Померање [m] у правцу у-осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



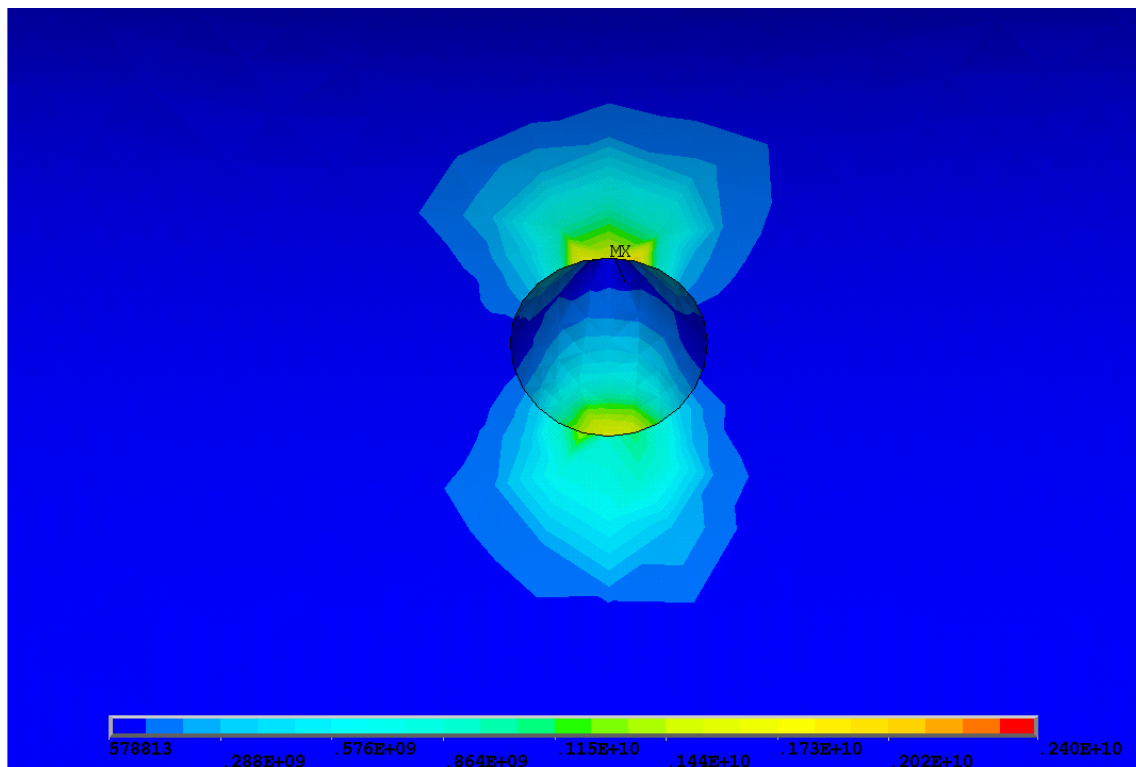
Слика (Прилог) 85 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 $[N]$ – попречни пресек



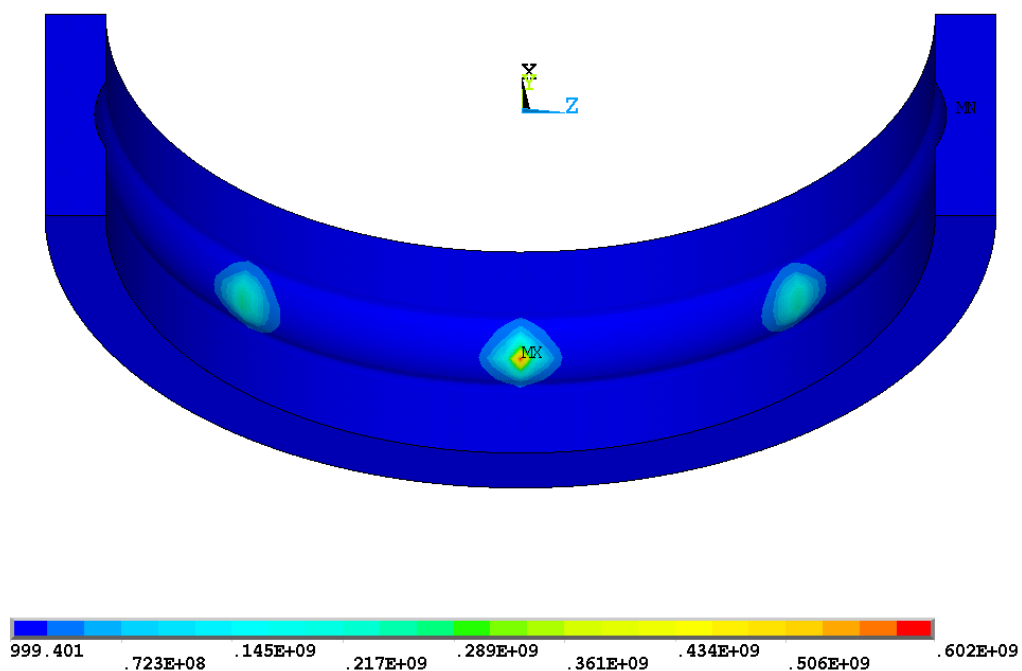
Слика (Прилог) 86 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 $[N]$



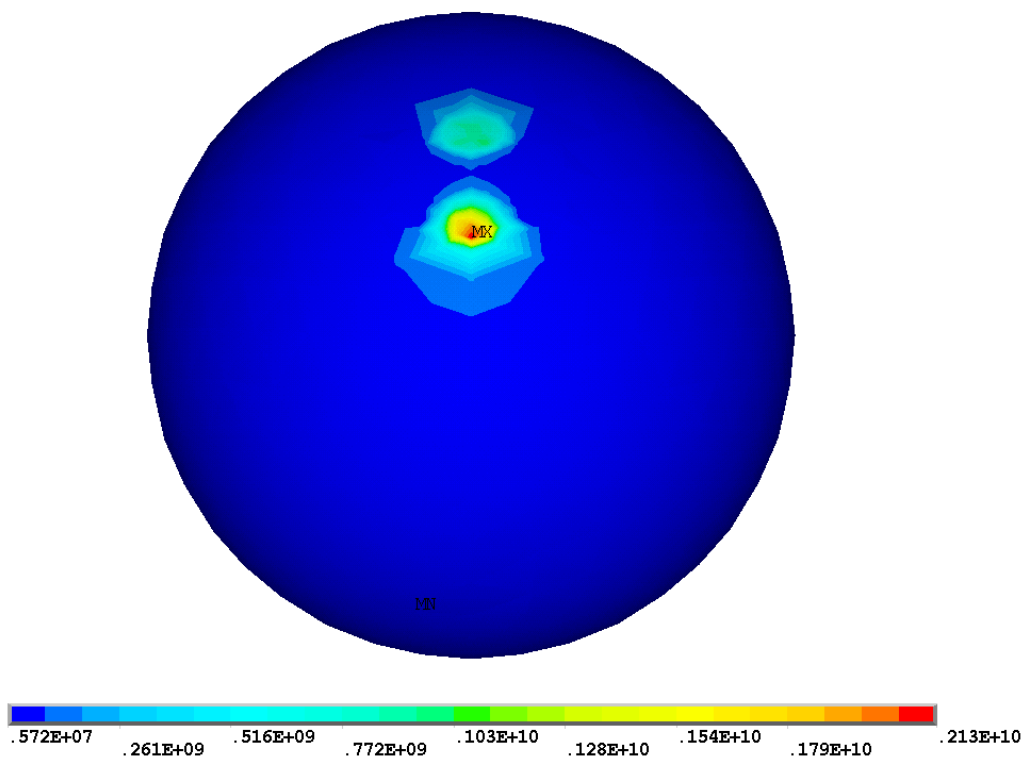
Слика (Прилог) 87 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 $[N]$



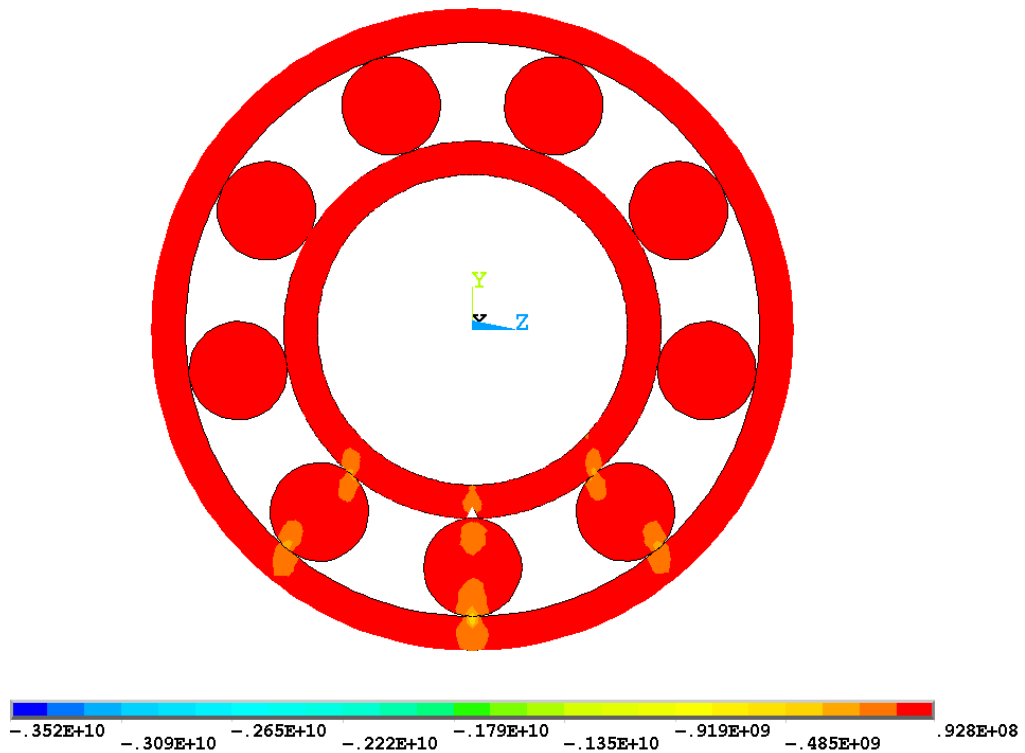
Слика (Прилог) 88 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 $[N]$ -детал



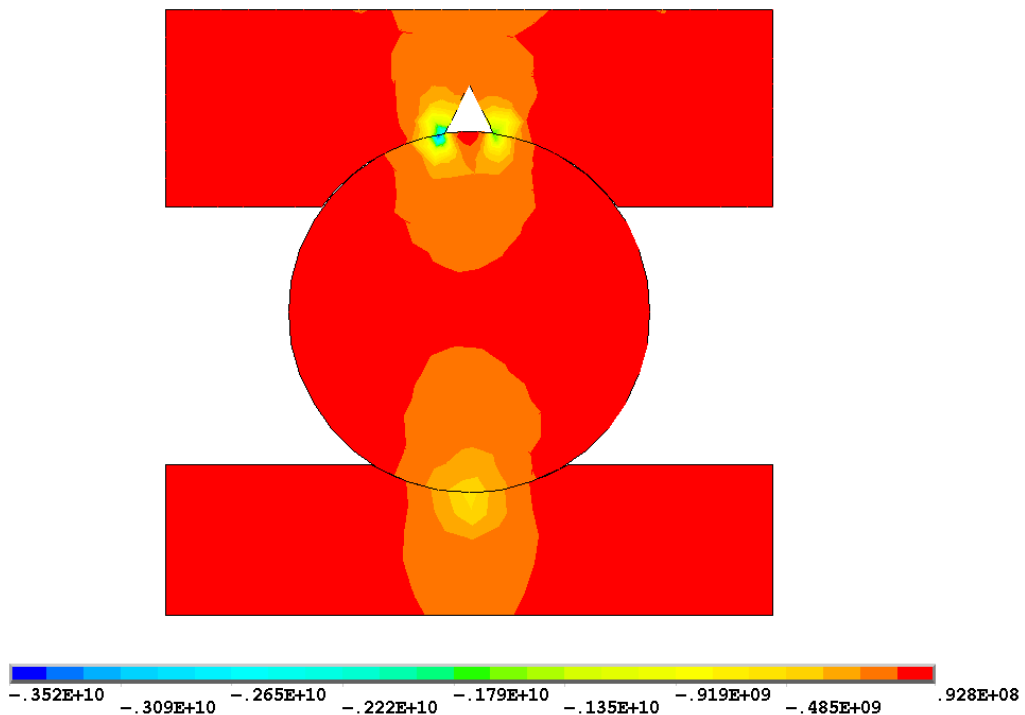
Слика (Прилог) 89 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



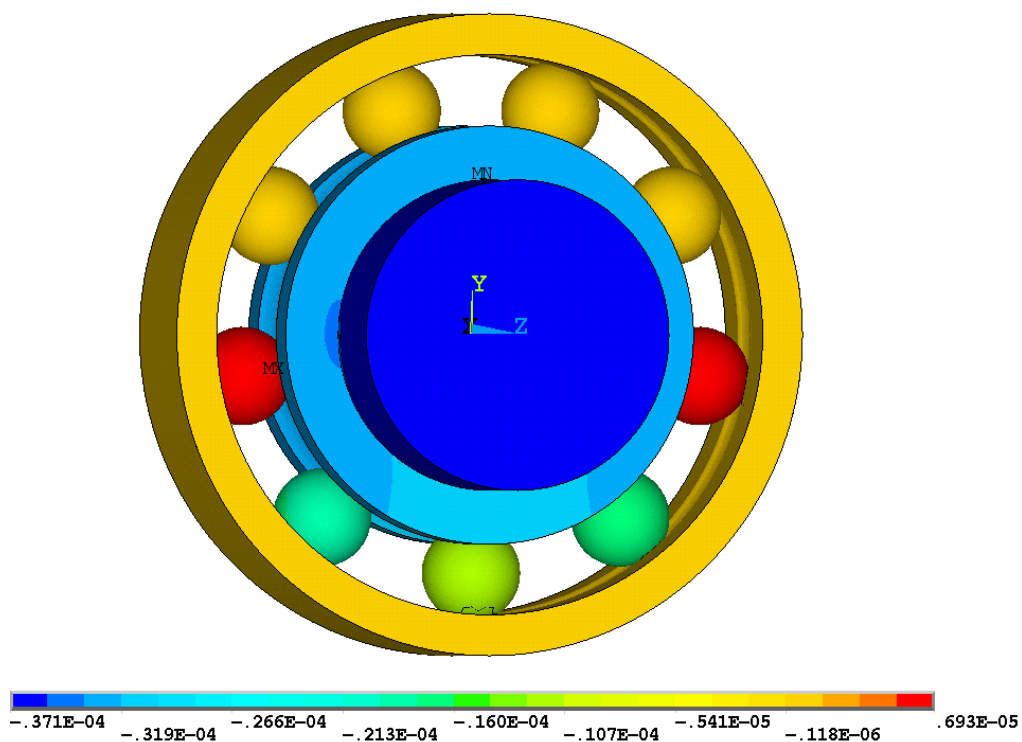
Слика (Прилог) 90 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



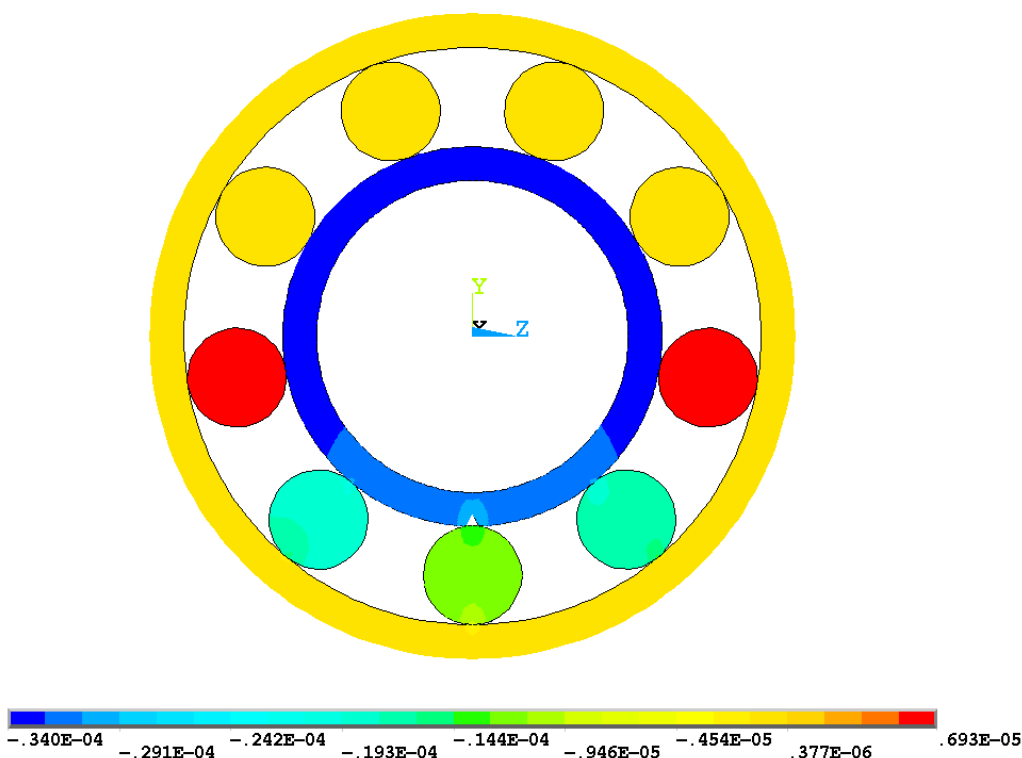
Слика (Прилог) 91 Напон σ_y [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – попречни пресек



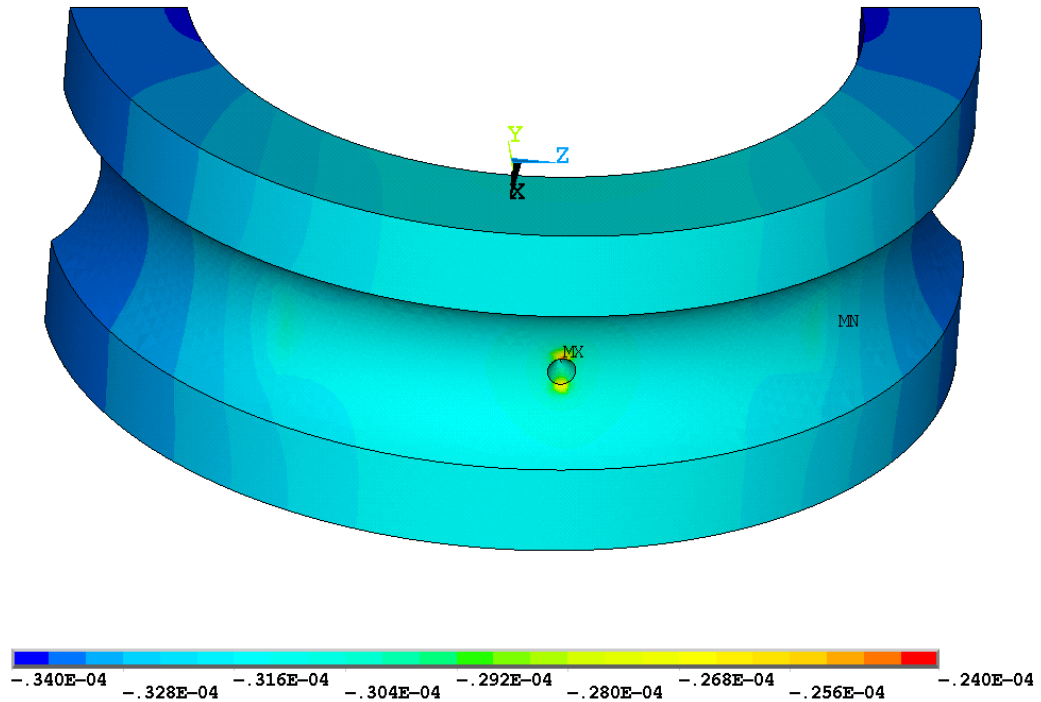
Слика (Прилог) 92 Напон σ_y [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



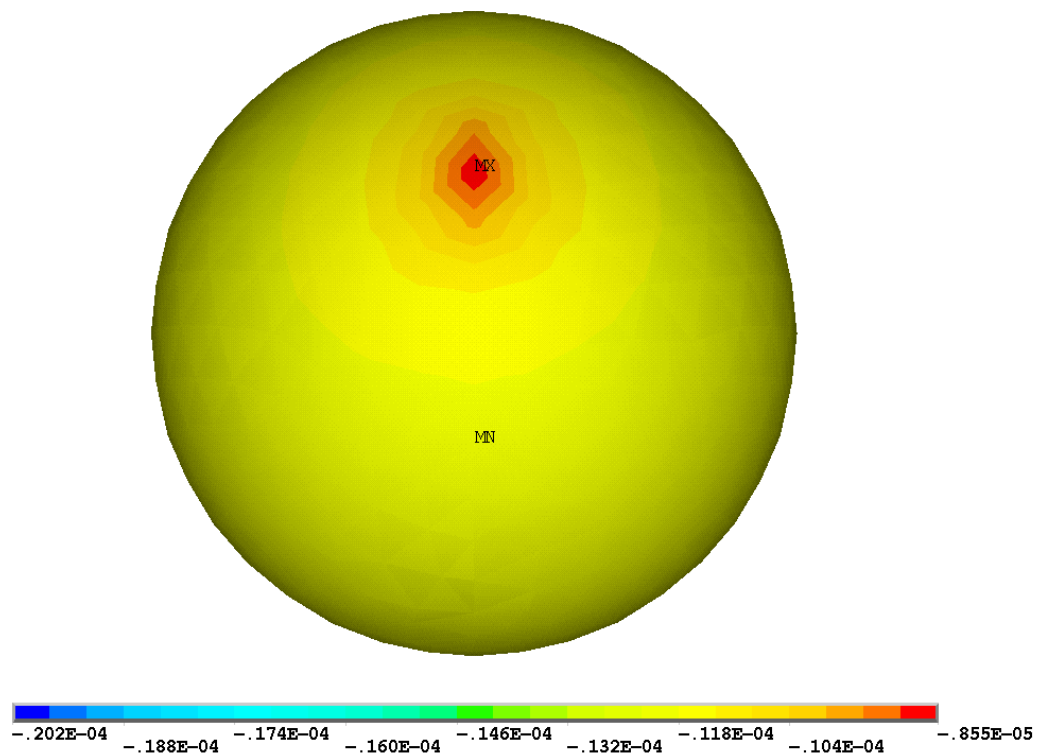
Слика (Прилог) 93 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – просторни приказ



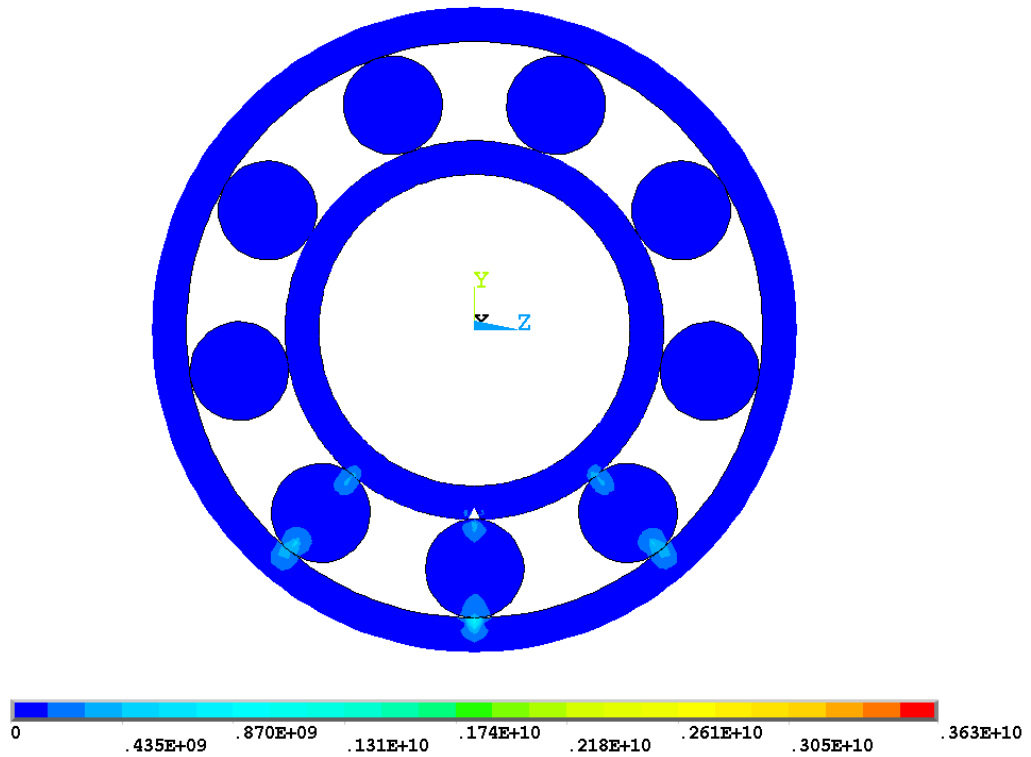
Слика (Прилог) 94 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – попречни пресек



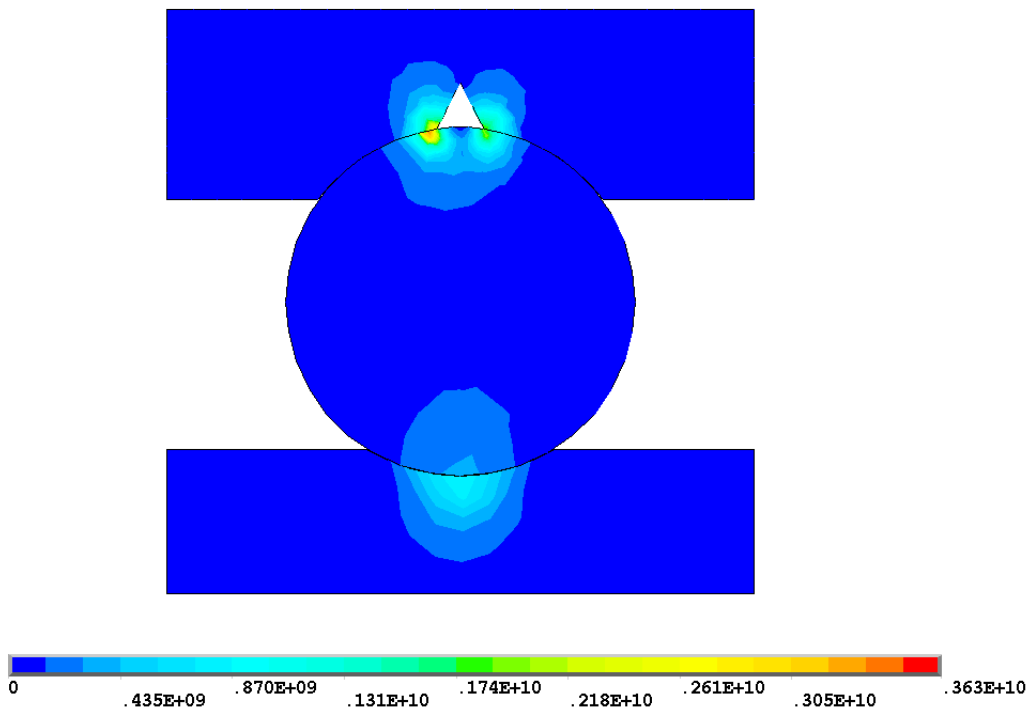
Слика (Прилог) 95 Померање [m] у правцу y -осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



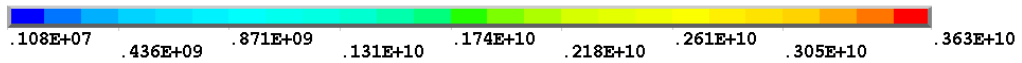
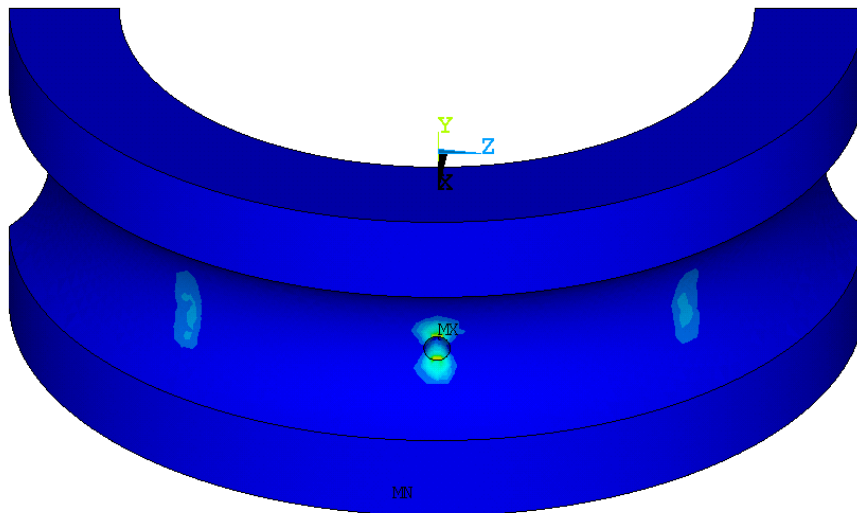
Слика (Прилог) 96 Померање [m] у правцу y -осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



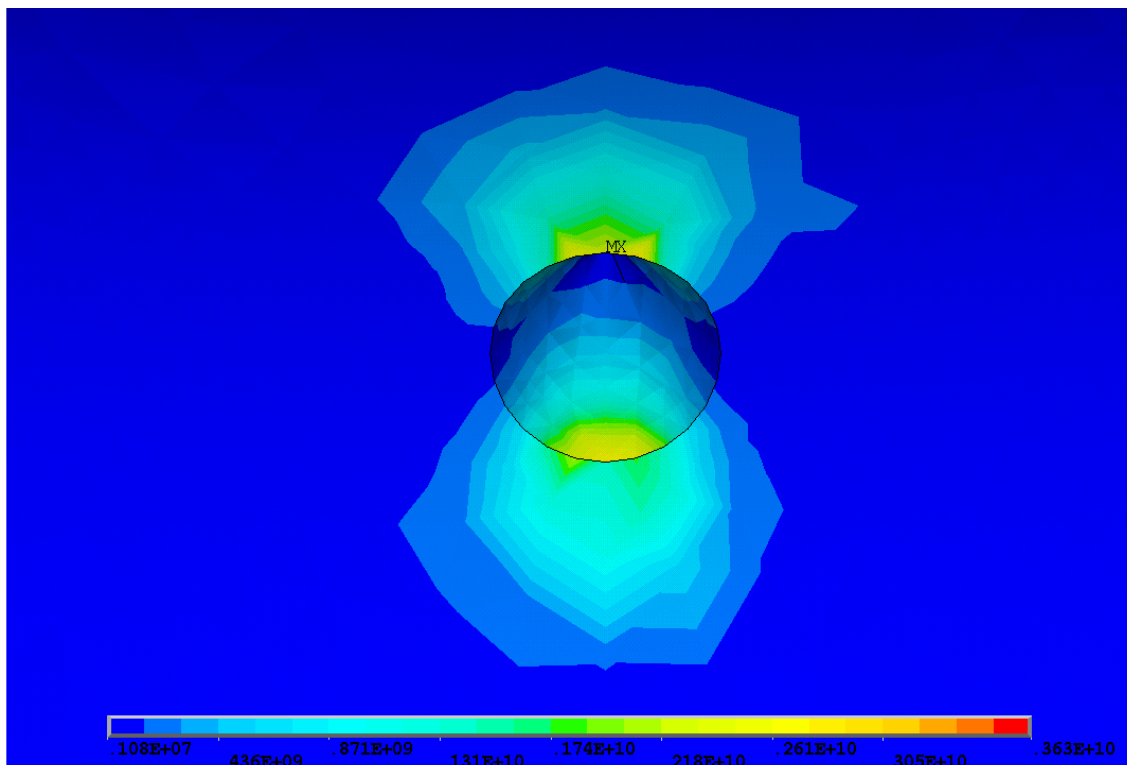
Слика (Прилог) 97 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 $[N]$ – попречни пресек



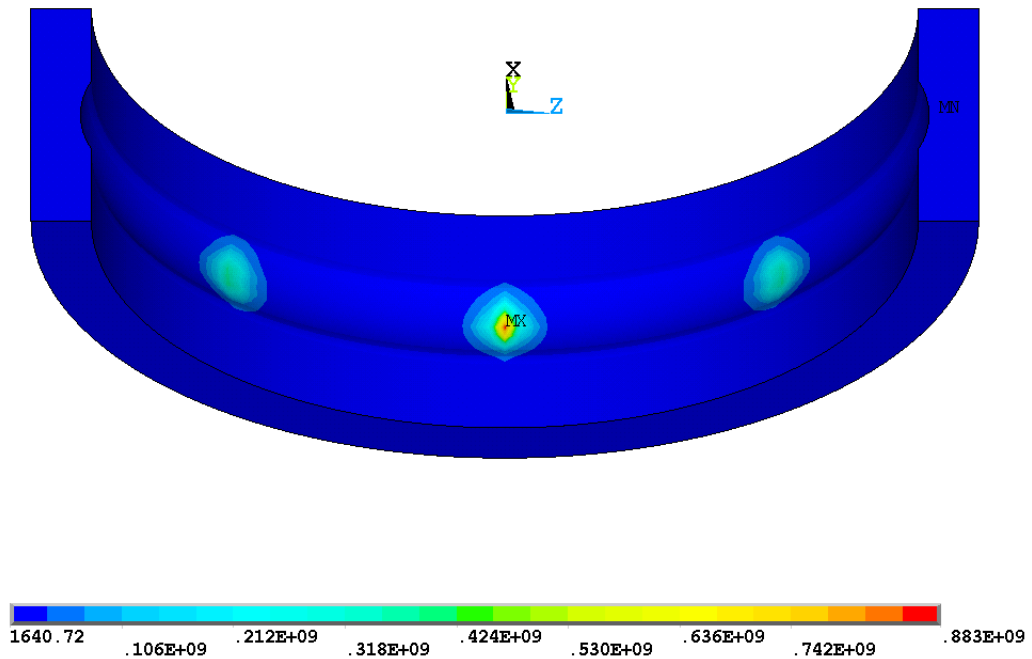
Слика (Прилог) 98 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 $[N]$



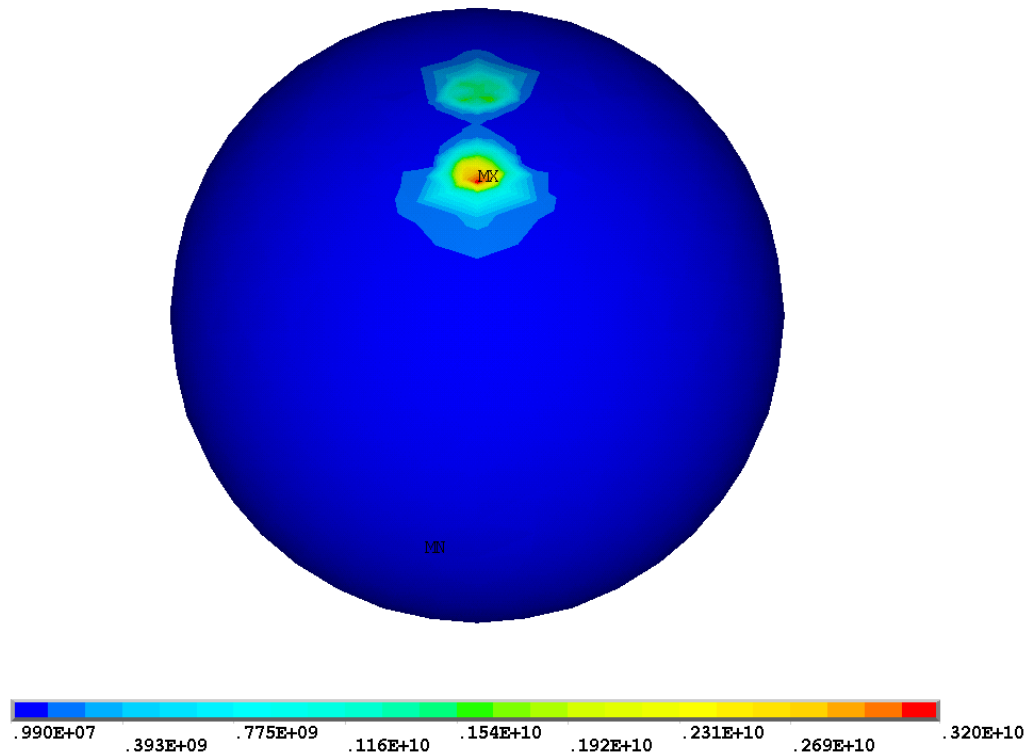
Слика (Прилог) 99 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



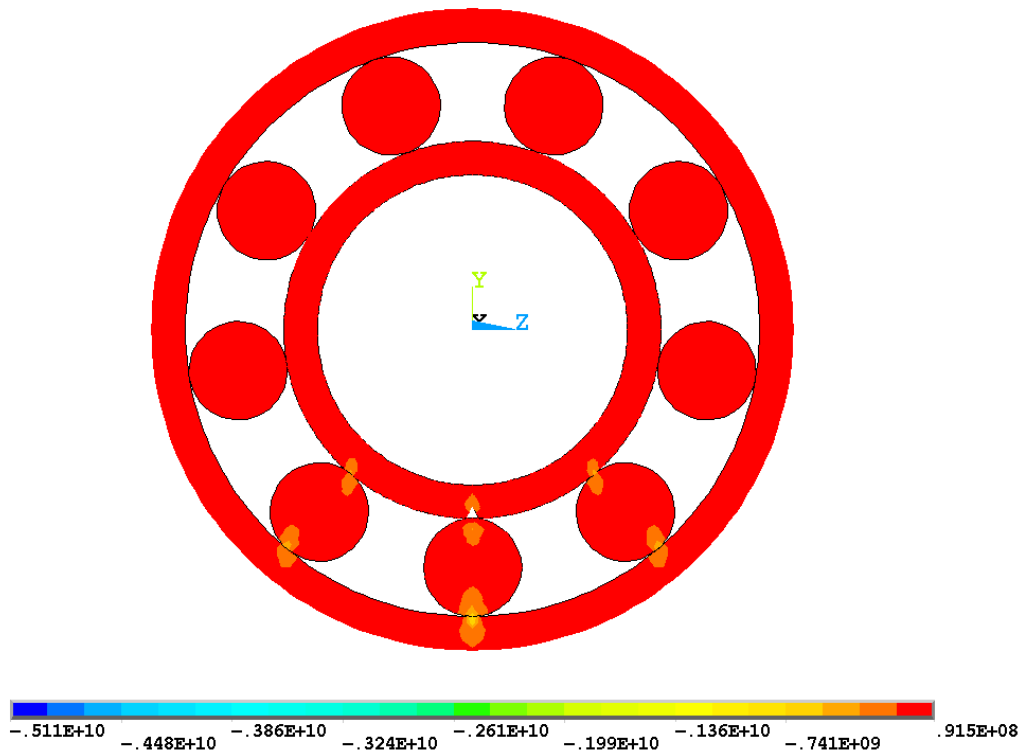
Слика (Прилог) 100 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]-детал



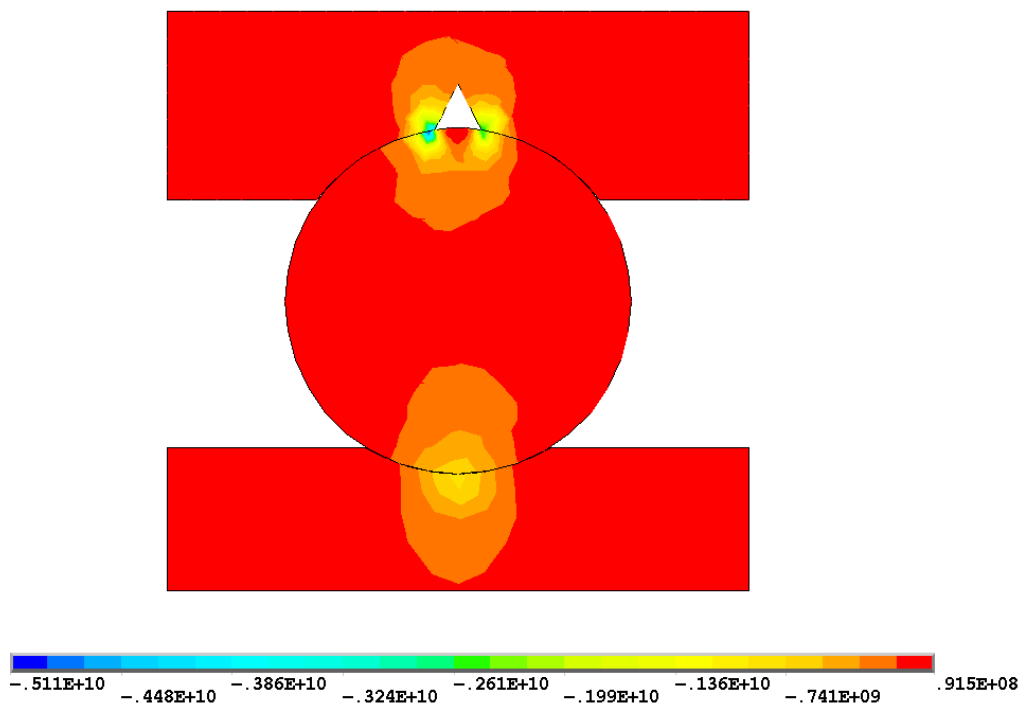
Слика (Прилог) 101 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 $[N]$



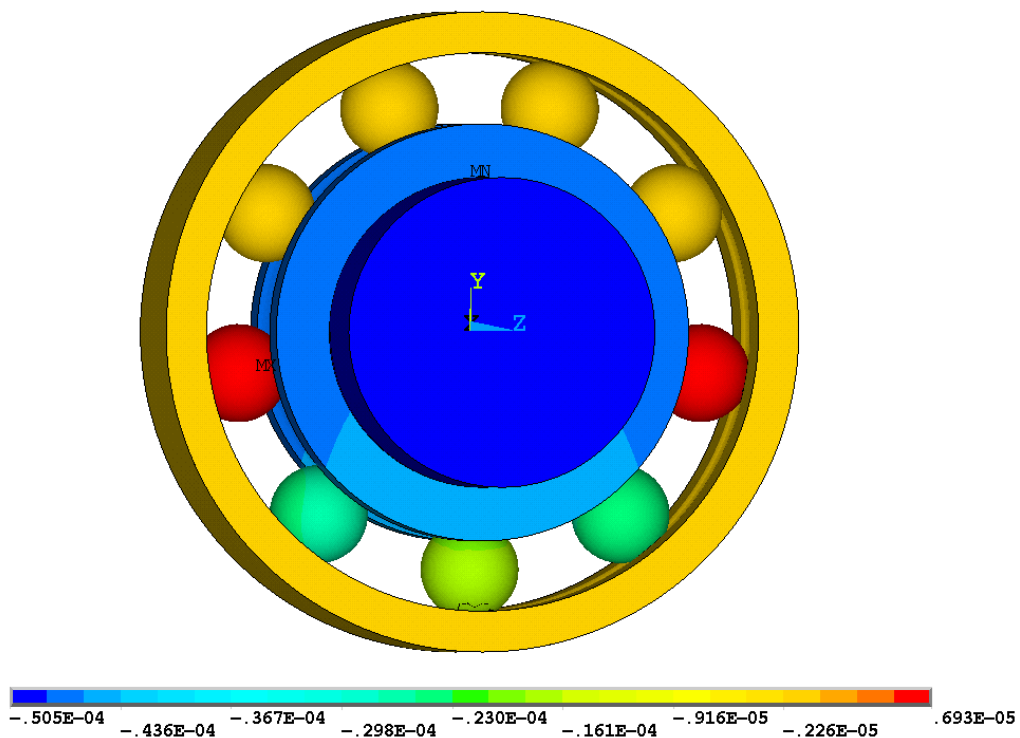
Слика (Прилог) 102 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 $[N]$



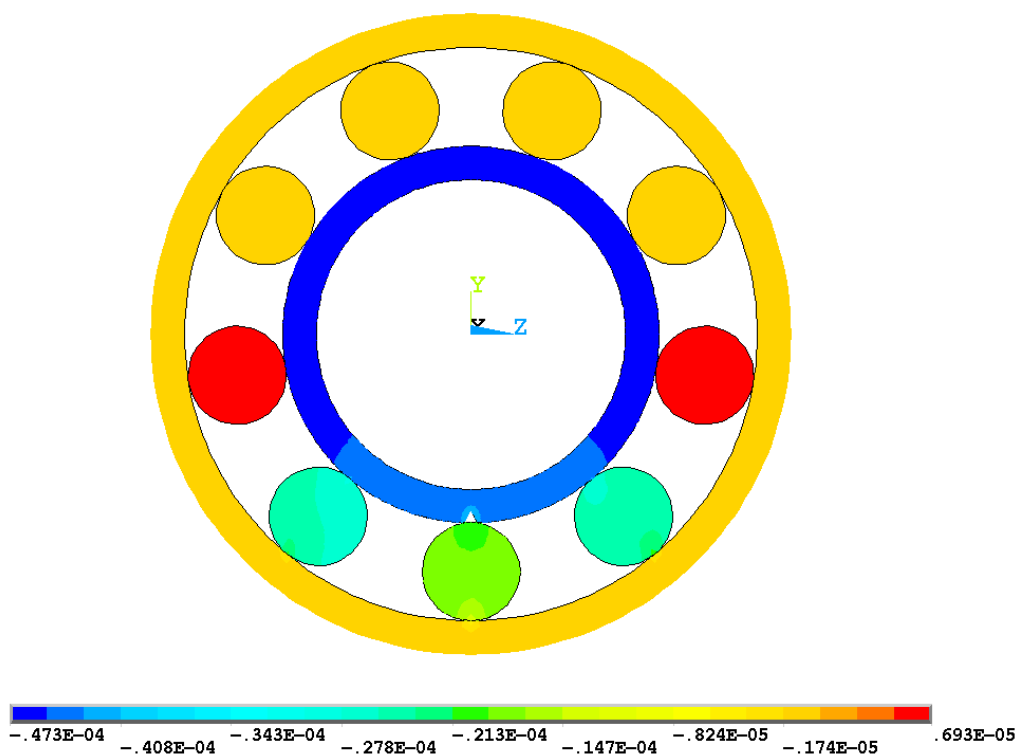
Слика (Прилог) 103 Напон σ_x [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N] – попречни пресек



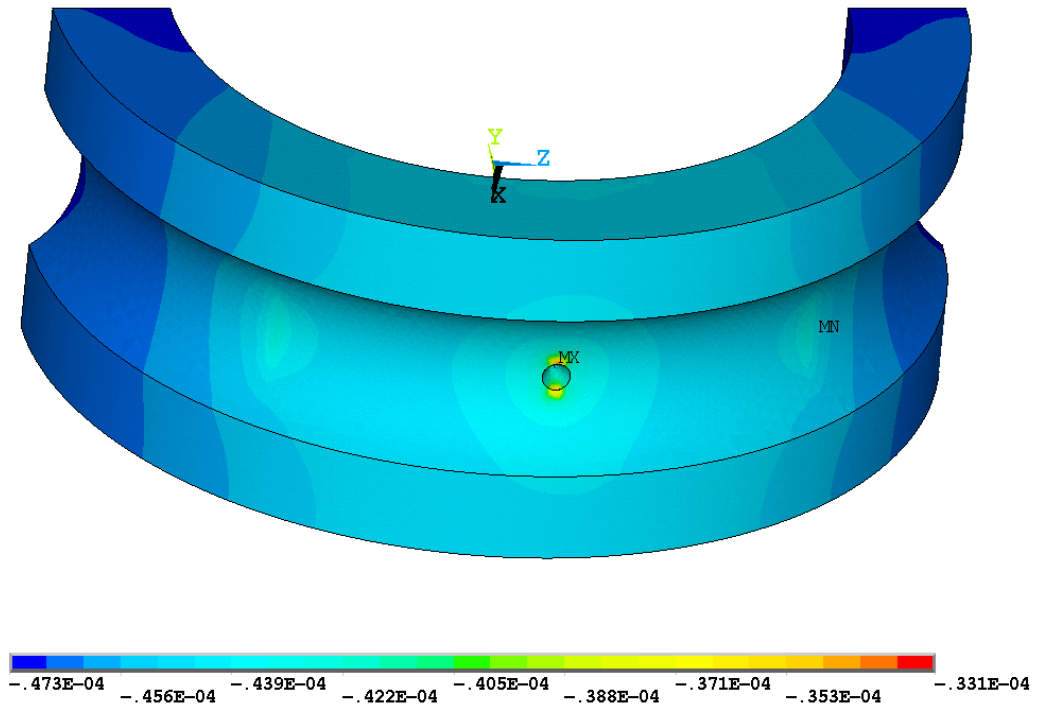
Слика (Прилог) 104 Напон σ_y [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



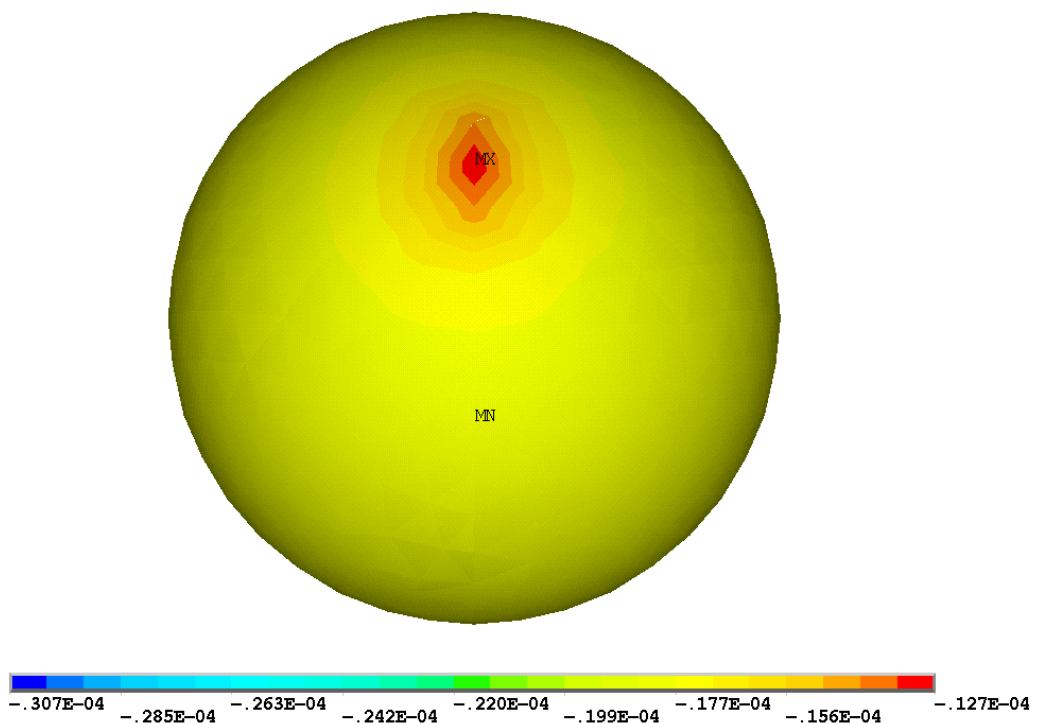
Слика (Прилог) 105 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N] – просторни приказ



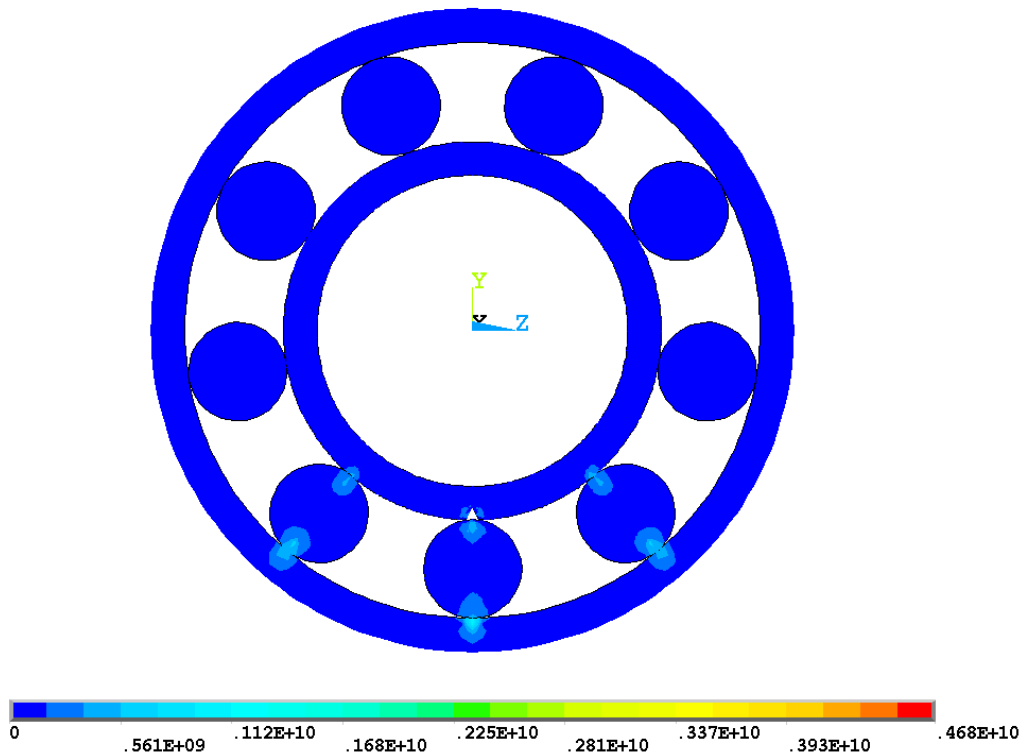
Слика (Прилог) 106 Померање [m] у правцу у-осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N] – попречни пресек



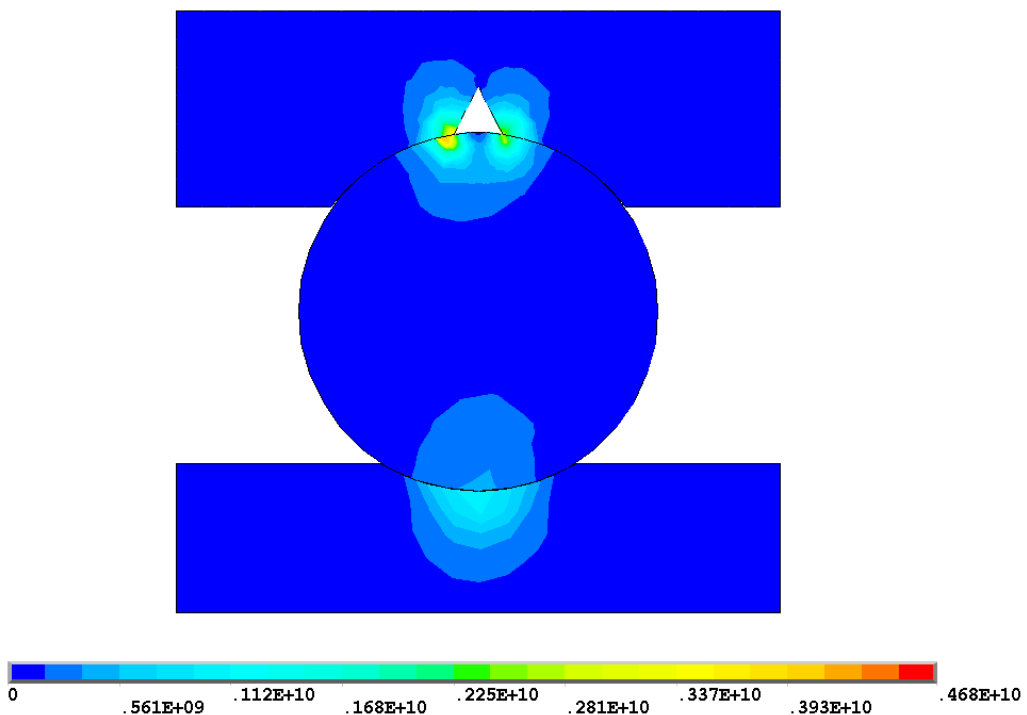
Слика (Прилог) 107 Померање [m] у правцу y -осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



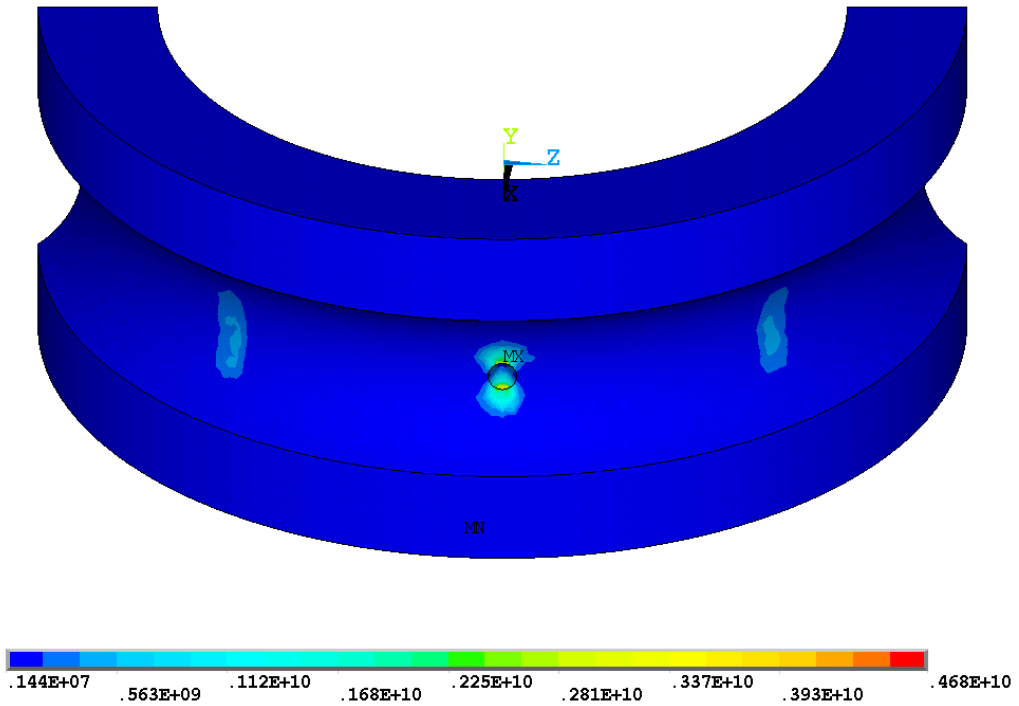
Слика (Прилог) 108 Померање [m] у правцу y -осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



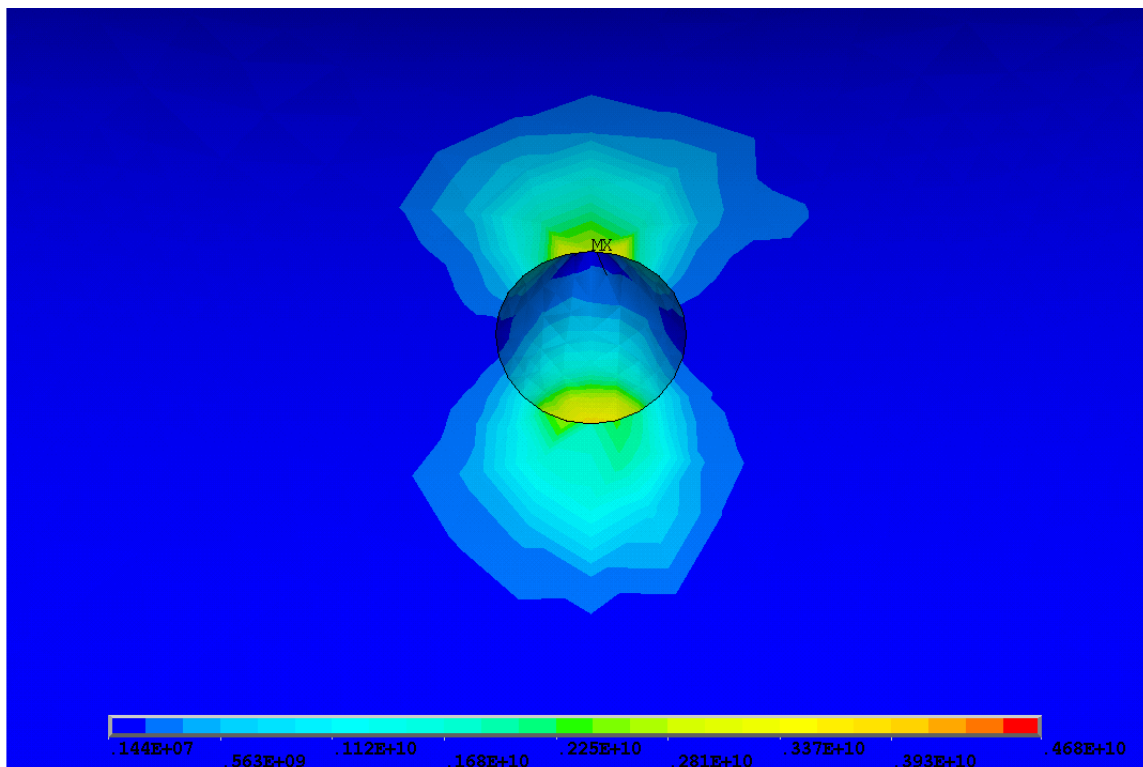
Слика (Прилог) 109 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – попречни пресек



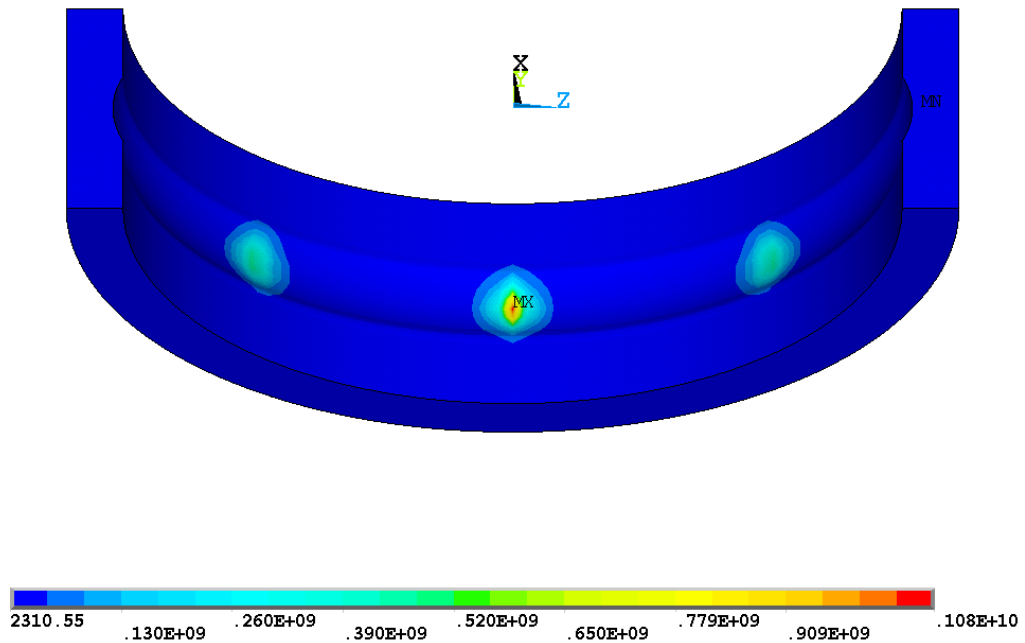
Слика (Прилог) 110 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



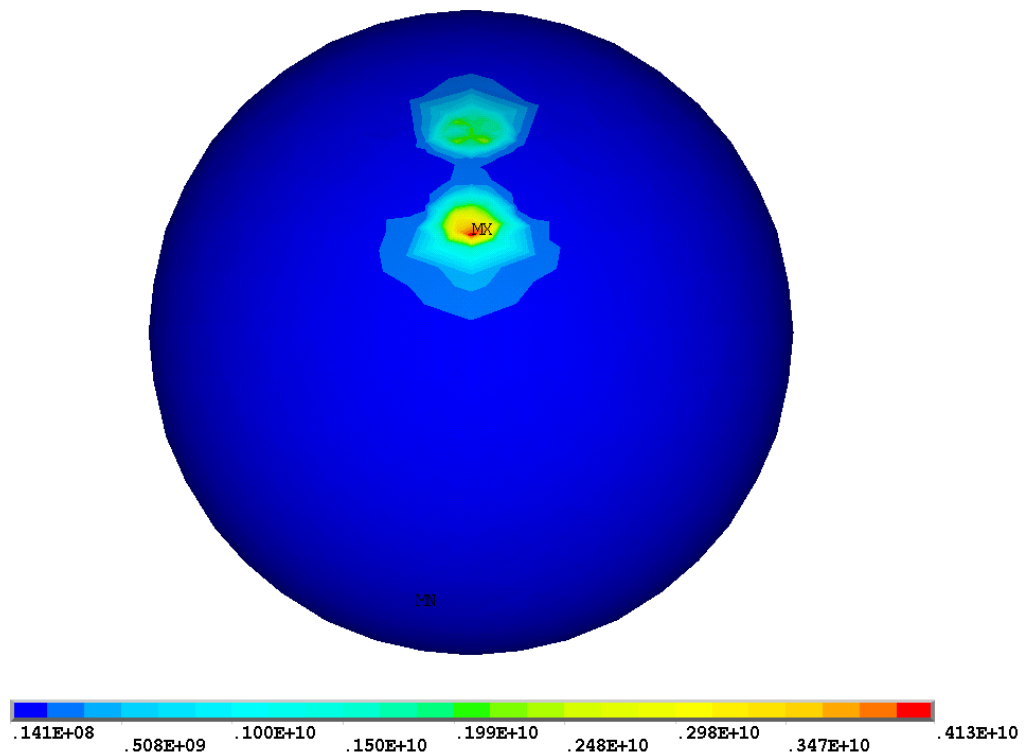
Слика (Прилог) 111 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 $[N]$



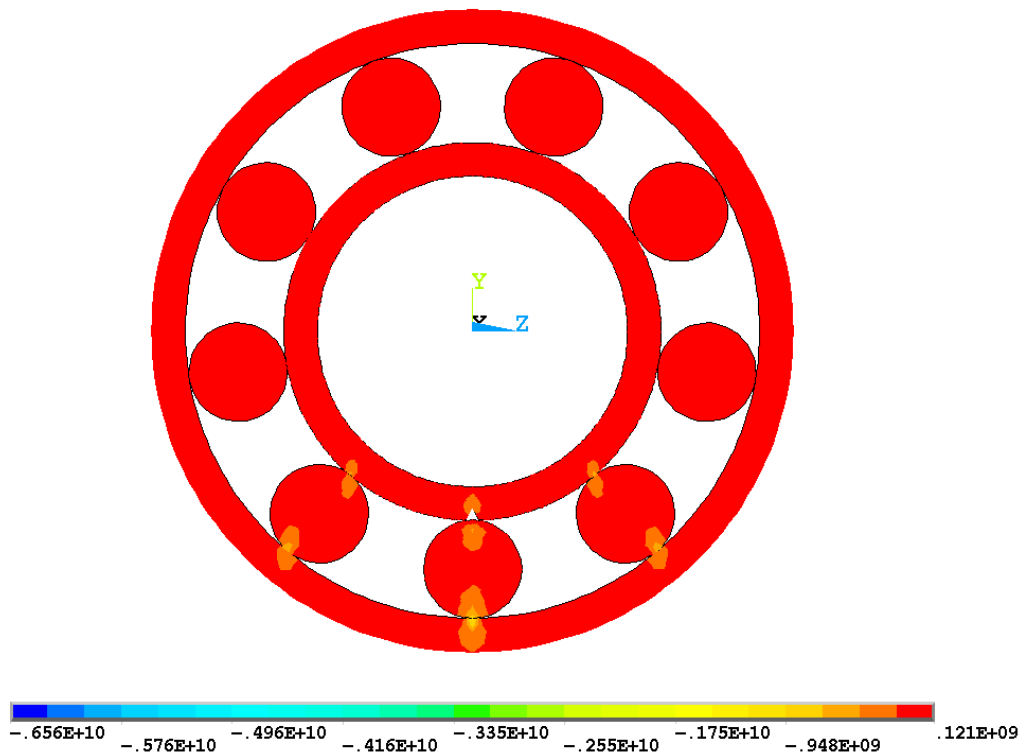
Слика (Прилог) 112 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 $[N]$ -детал



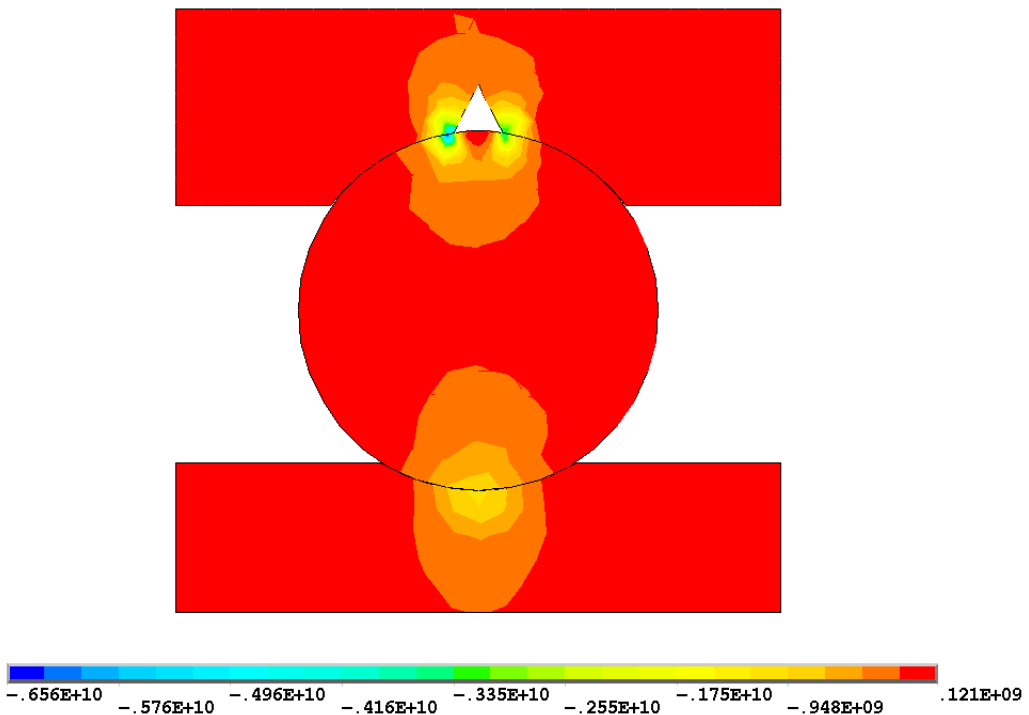
Слика (Прилог) 113 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



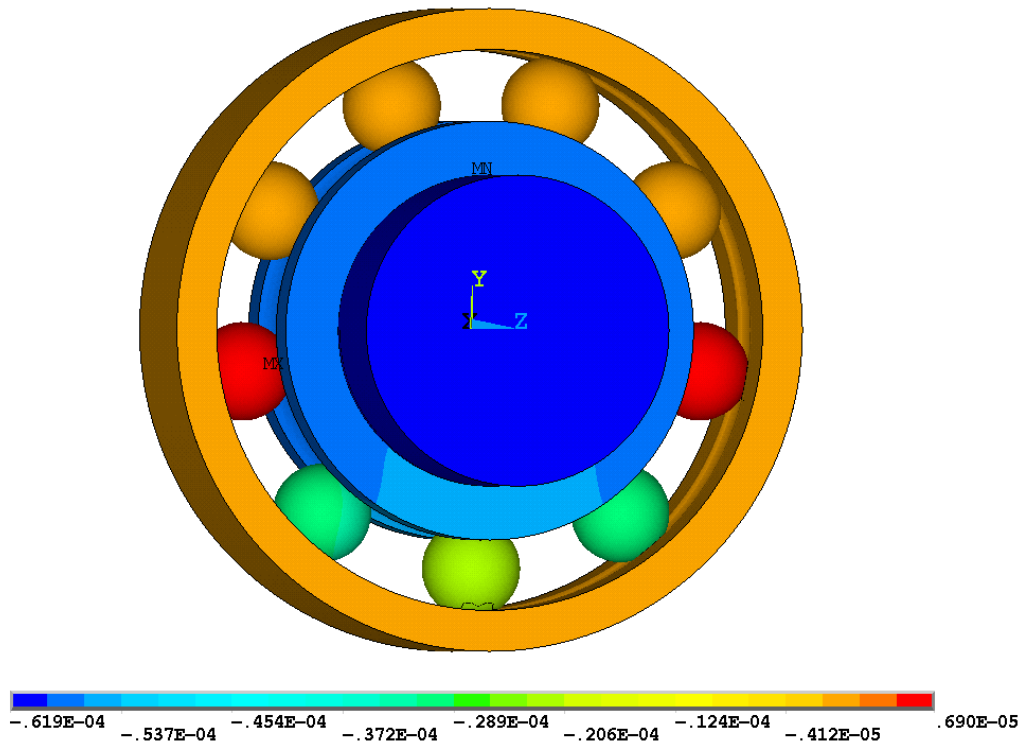
Слика (Прилог) 114 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



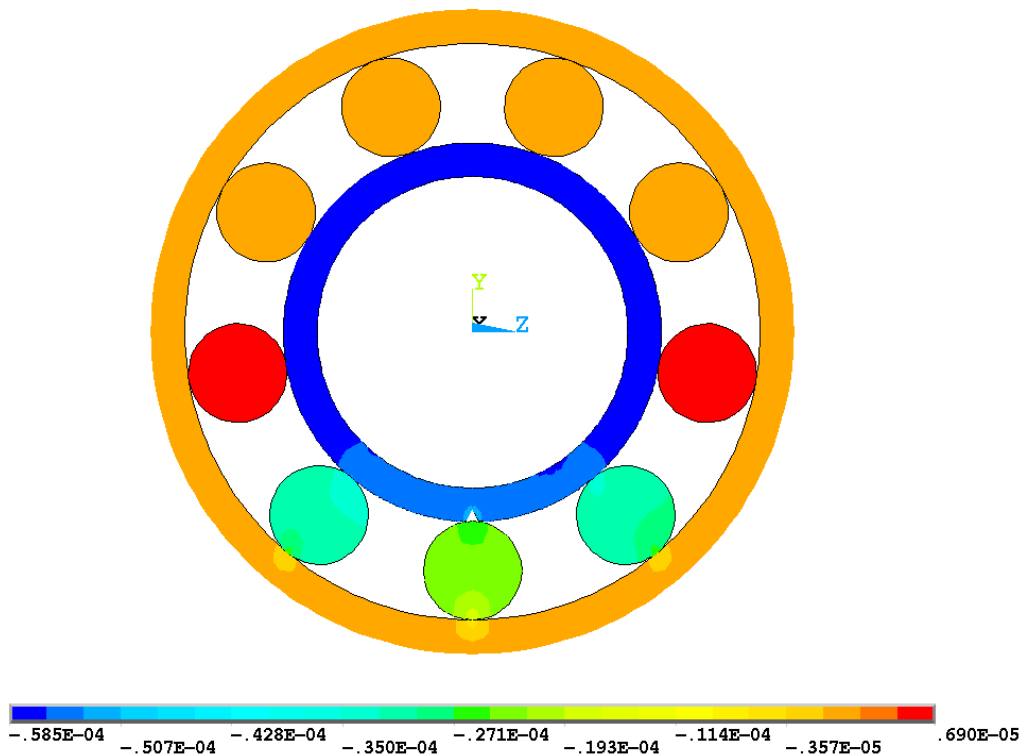
Слика (Прилог) 115 Напон σ_x [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – попречни пресек



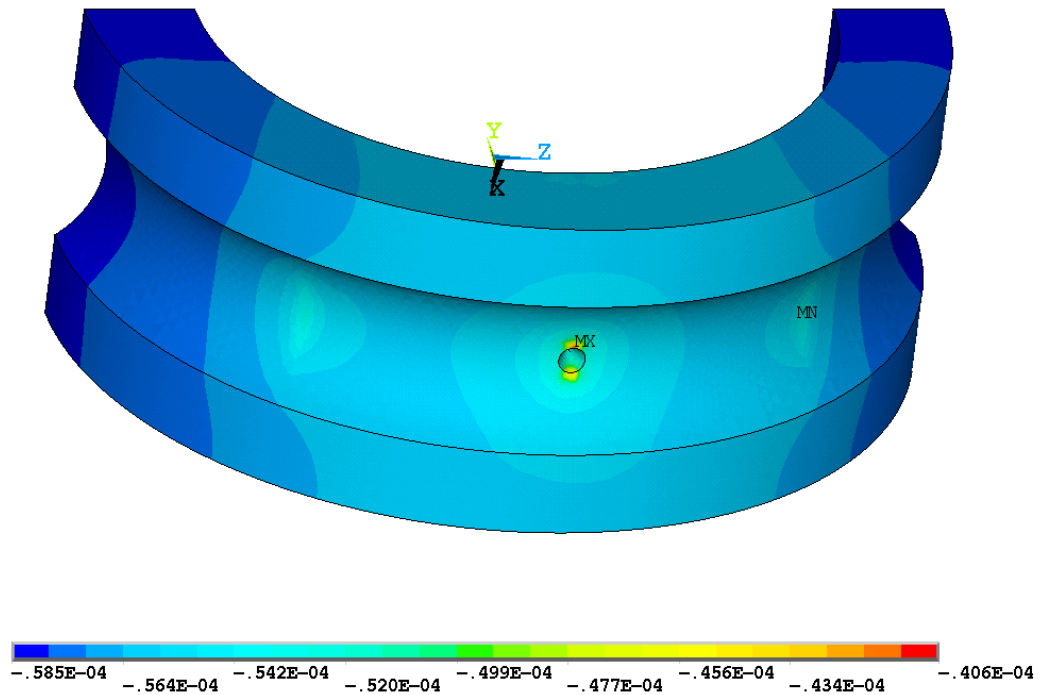
Слика (Прилог) 116 Напон σ_y [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



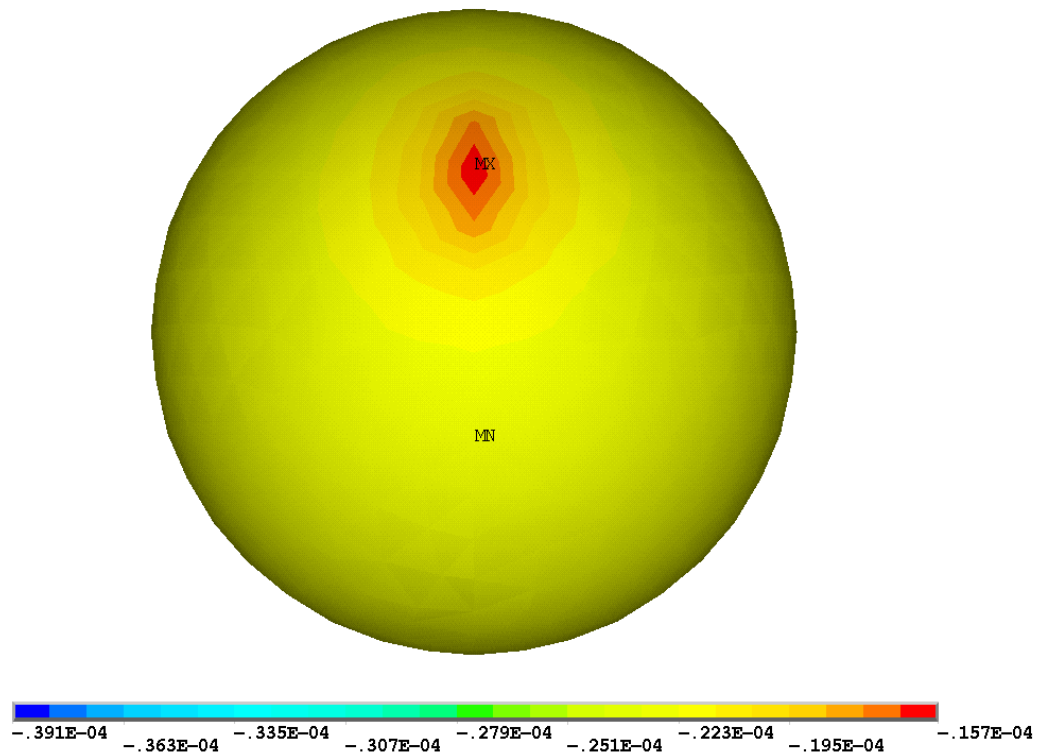
Слика (Прилог) 117 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – просторни приказ



Слика (Прилог) 118 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – попречни пресек

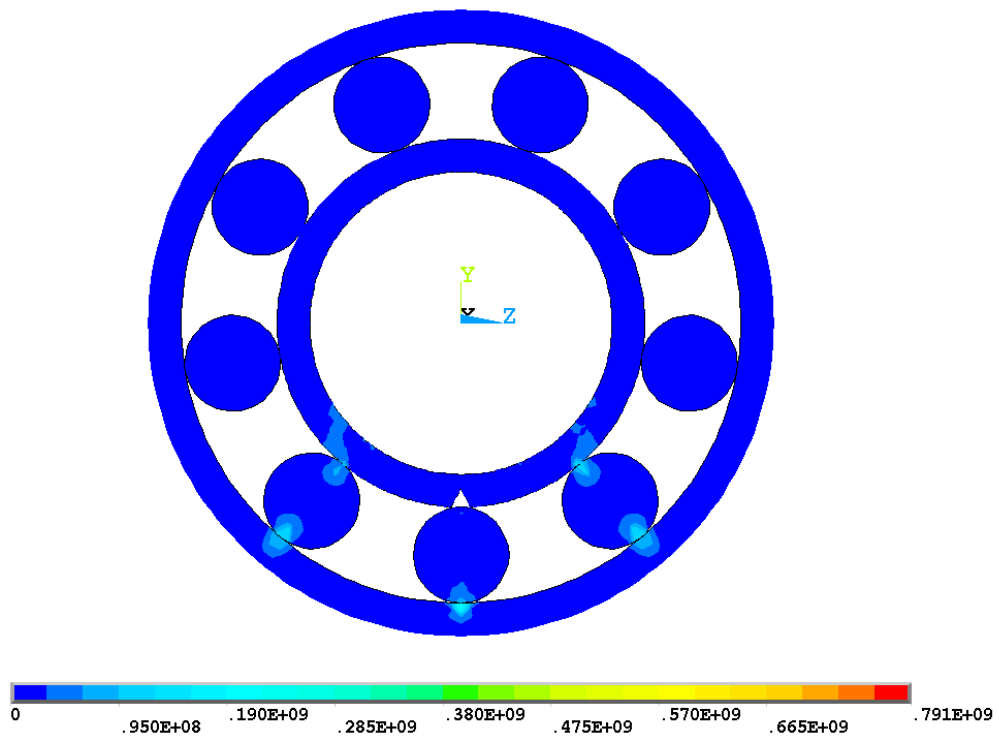


Слика (Прилог) 119 Померање [m] у правцу y -осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]

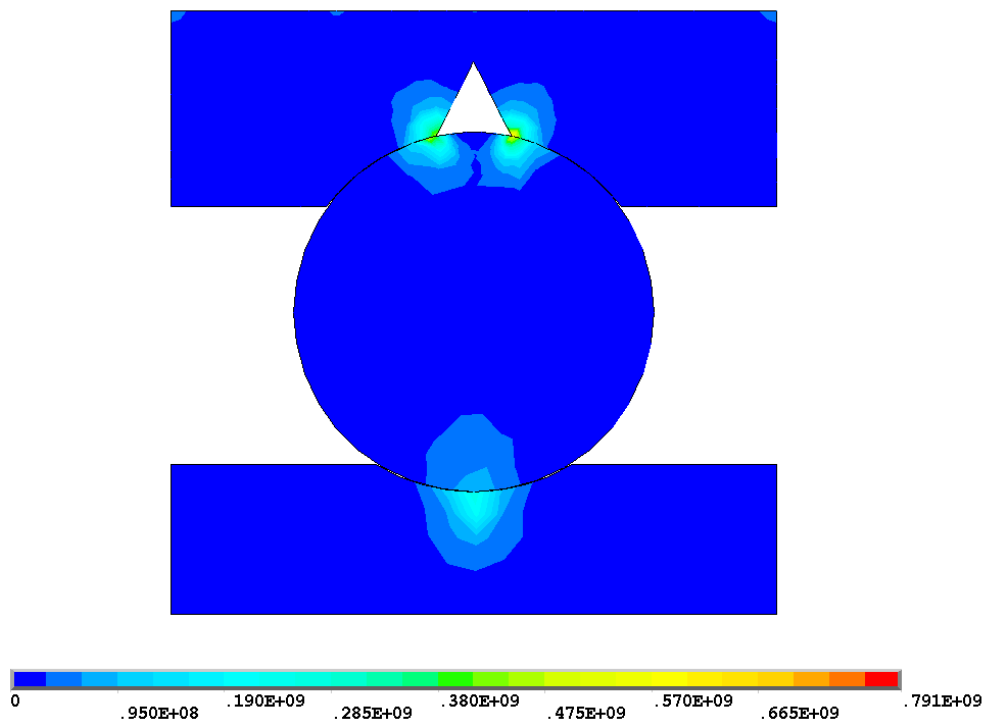


Слика (Прилог) 120 Померање [m] у правцу y -осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3[mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]

Прилог 3. Нумерички резултати померања у радијалном правцу и еквивалентних напона $\sigma_{VonMises}$ и σ_y котрљајног лежаја 6206 за случај оштећења у облику конуса пречника 2 [mm]

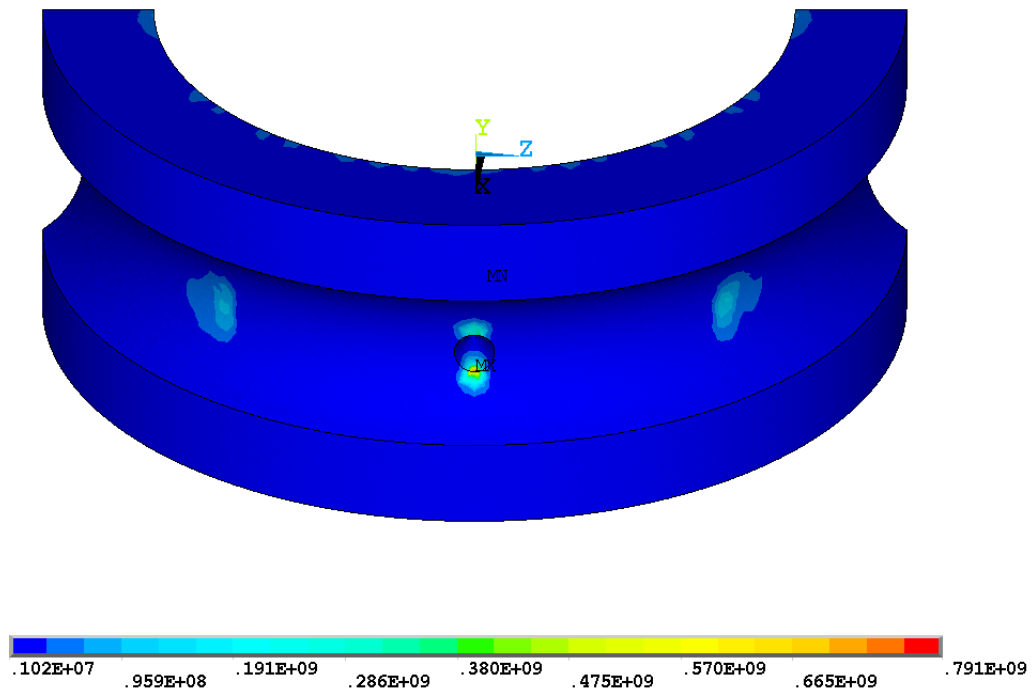


Слика (Прилог) 121 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – попречни пресек

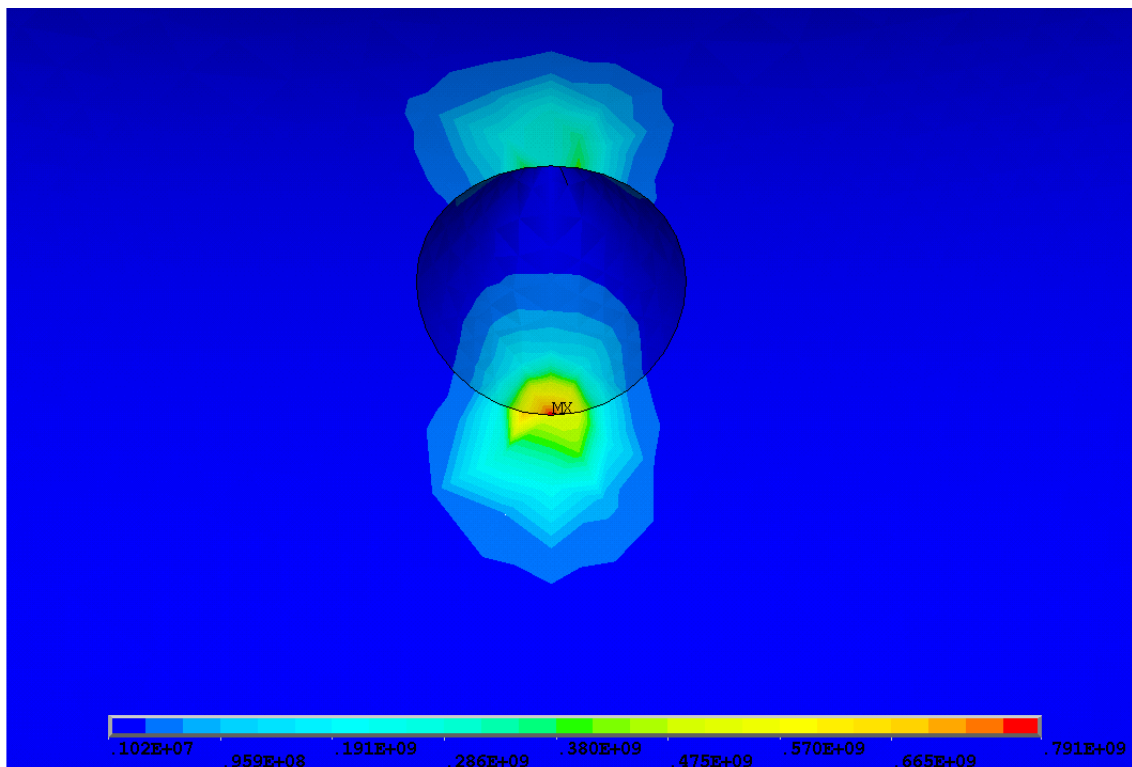


Слика (Прилог) 122 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у

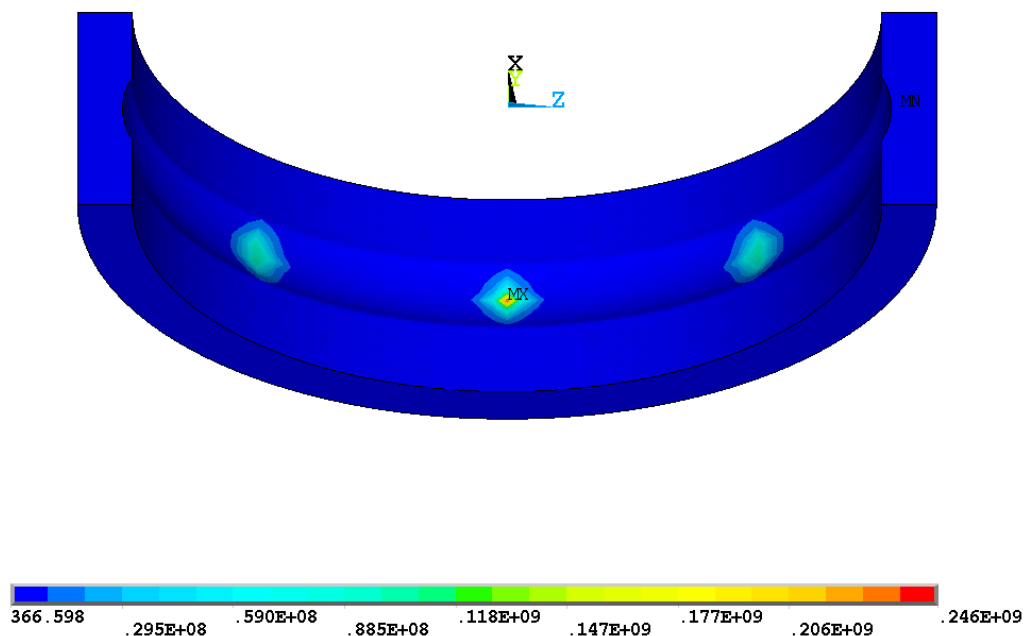
облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



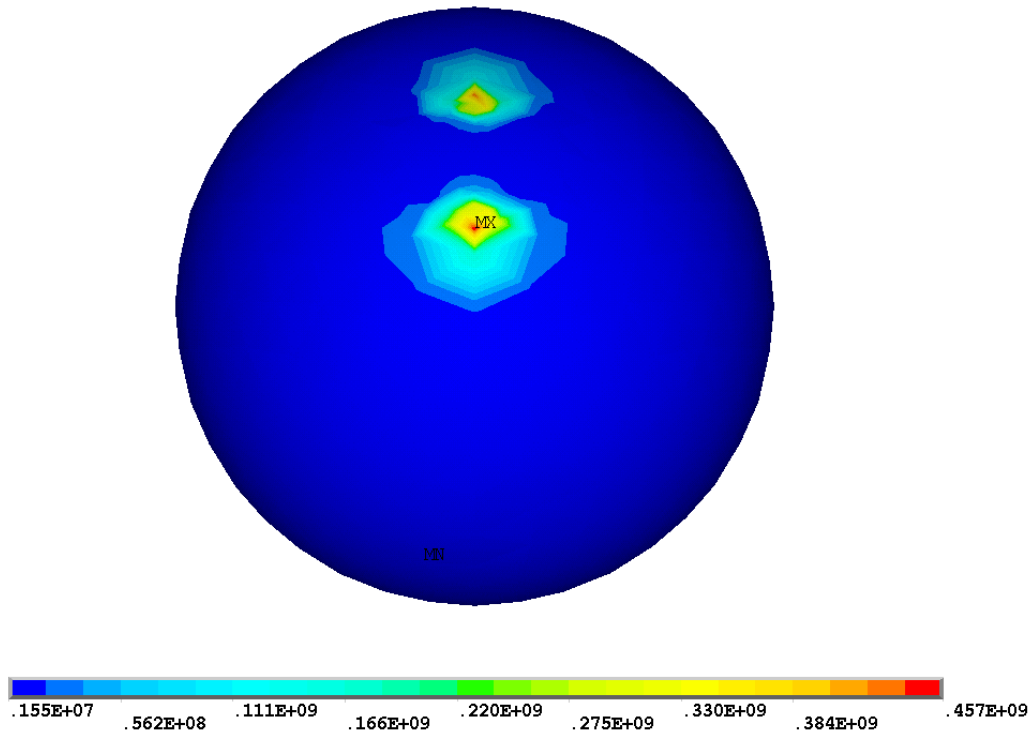
Слика (Прилог) 123 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



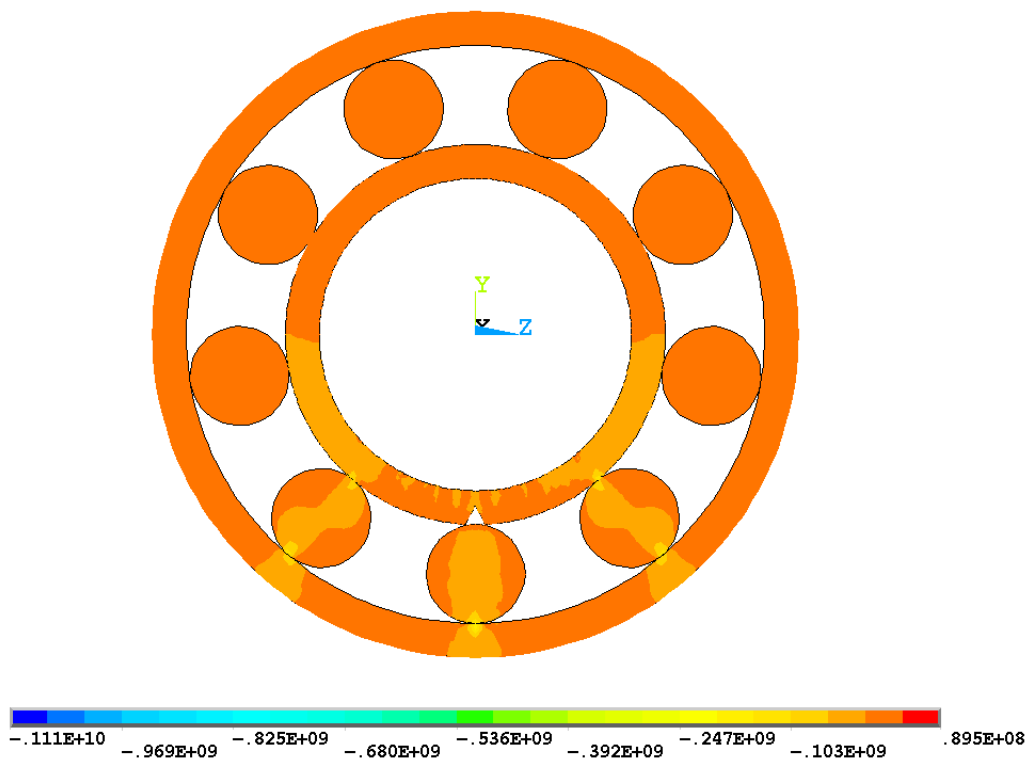
Слика (Прилог) 124 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 $[N]$ -детал



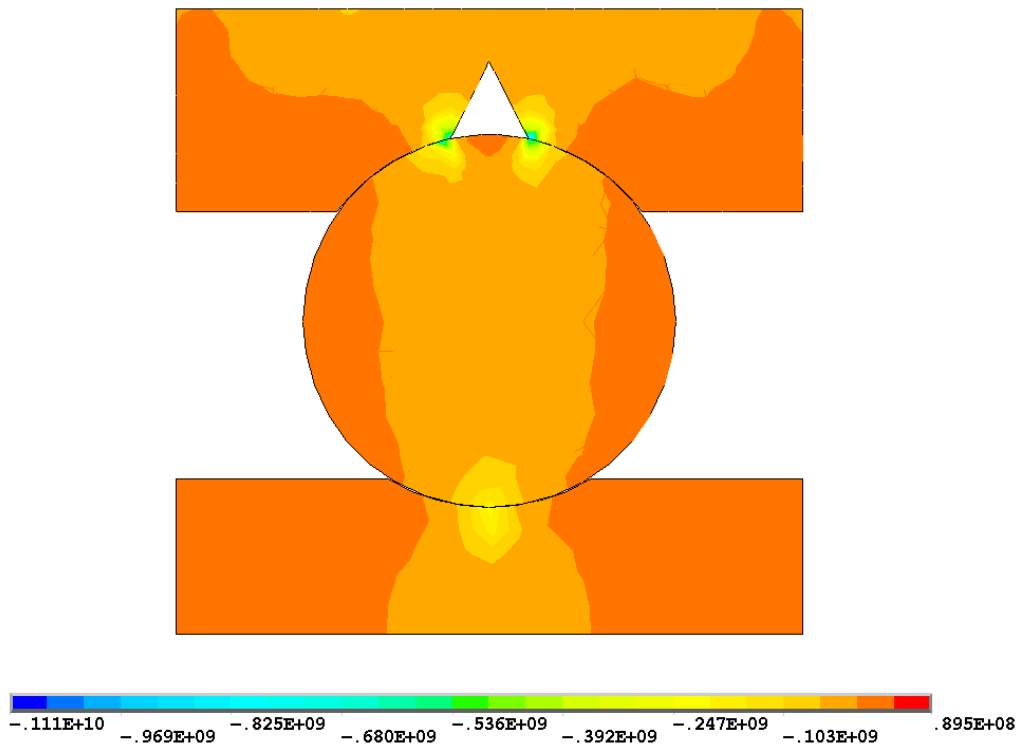
Слика (Прилог) 125 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 $[N]$



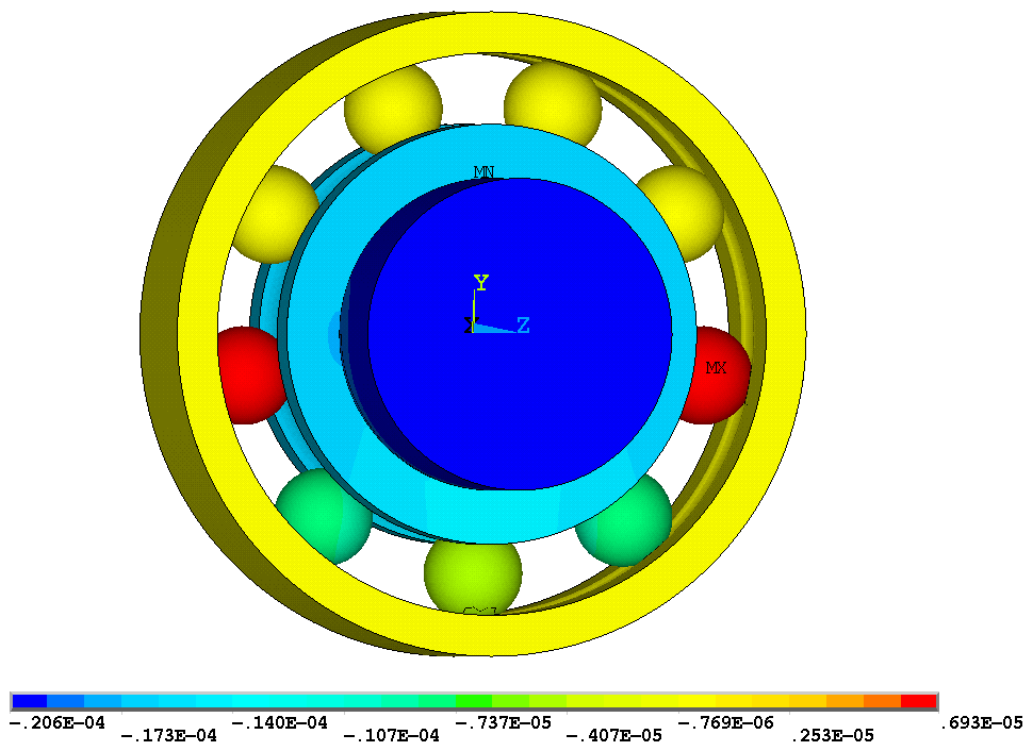
Слика (Прилог) 126 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



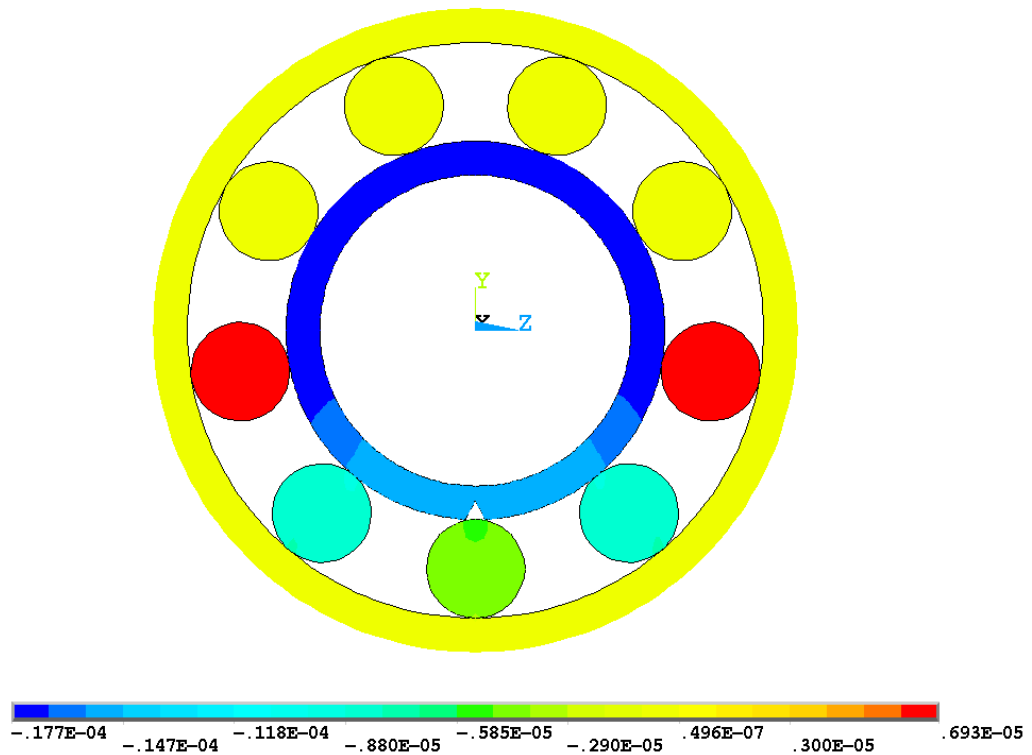
Слика (Прилог) 127 Напон σ_y [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – попречни пресек



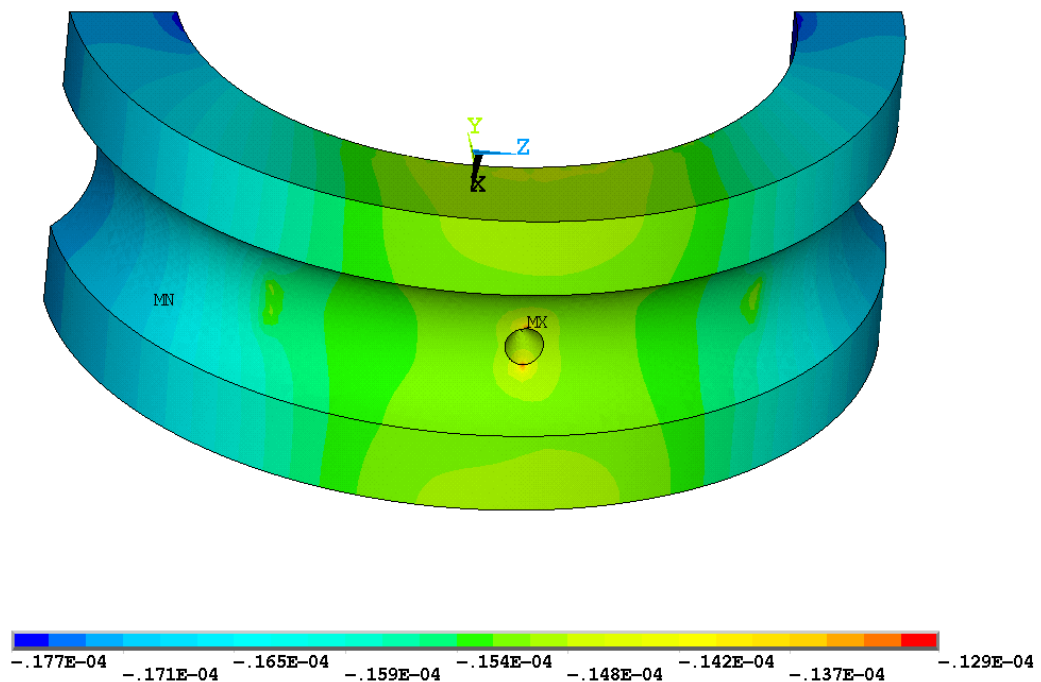
Слика (Прилог) 128 Напон σ_y [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



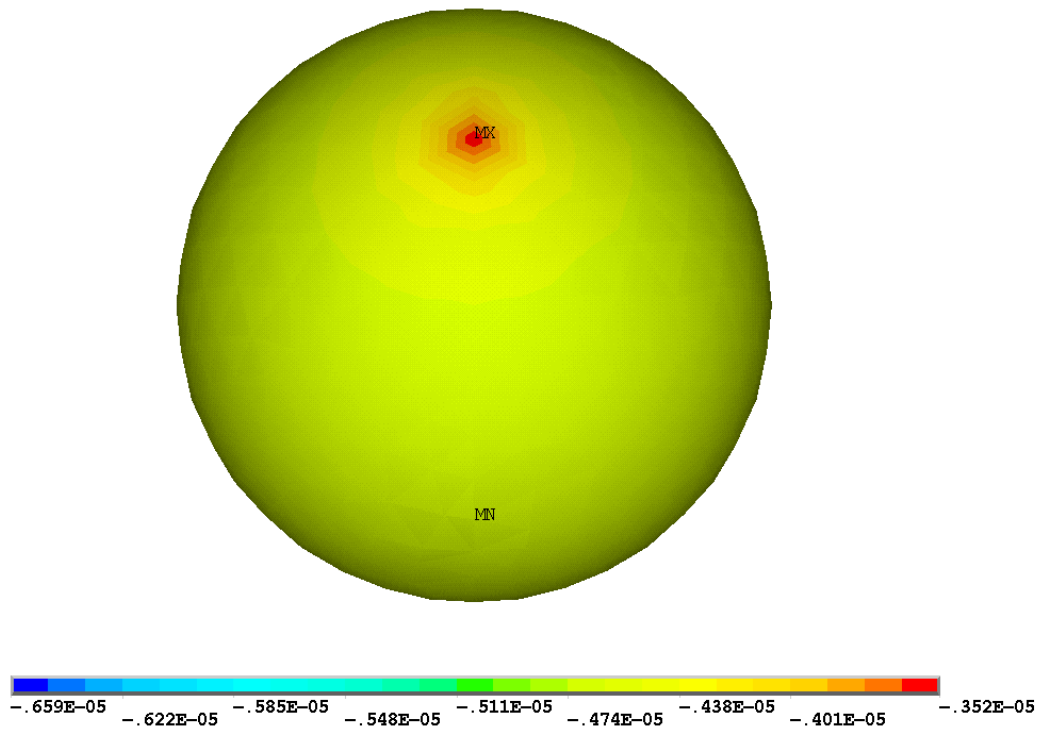
Слика (Прилог) 129 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N] – просторни приказ



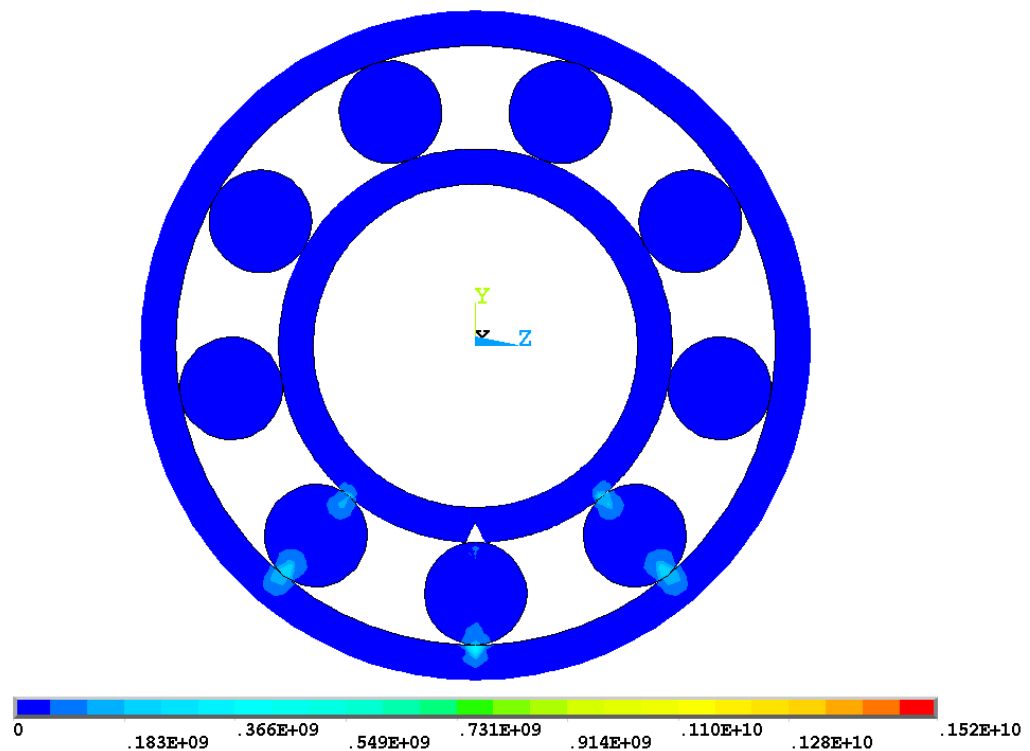
Слика (Прилог) 130 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]
– попречни пресек



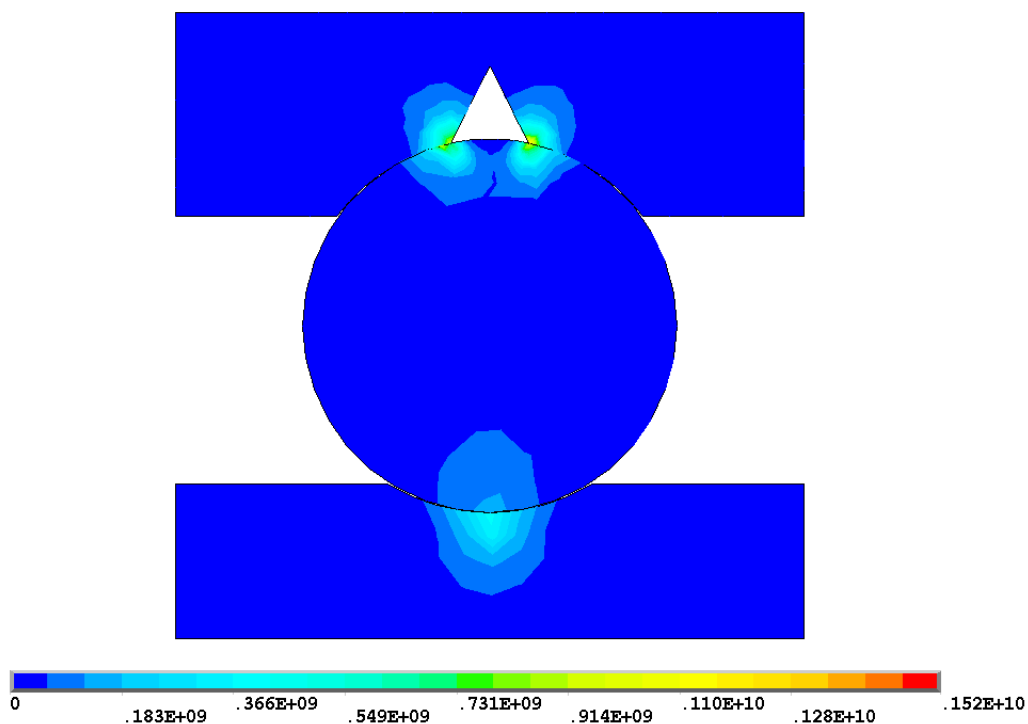
Слика (Прилог) 131 Померање [m] у правцу y -осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



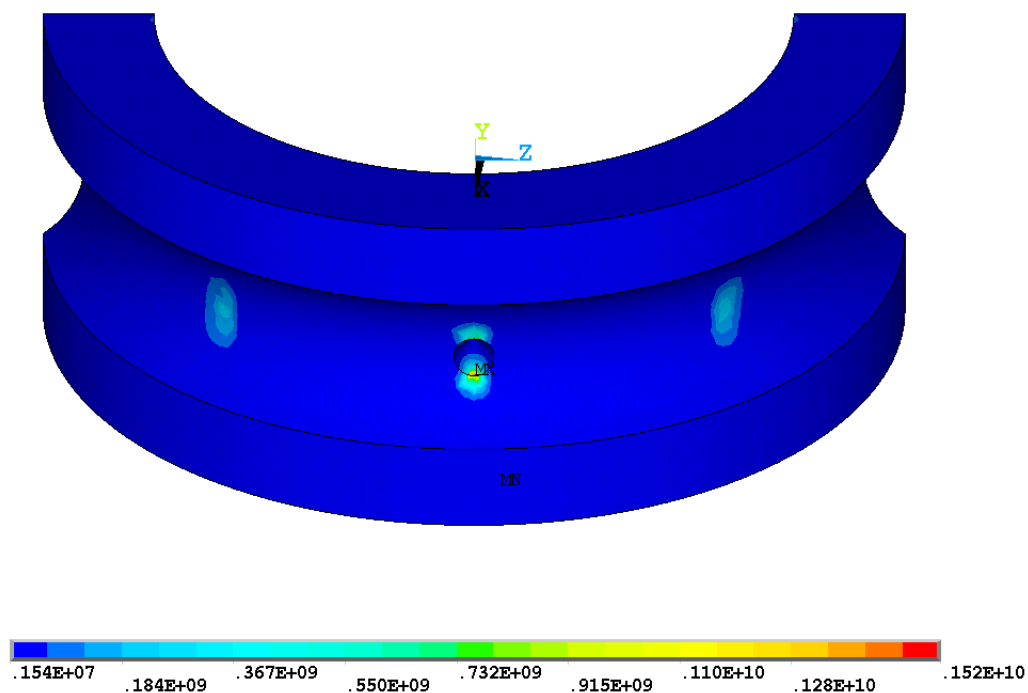
Слика (Прилог) 132 Померање [m] у правцу y -осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



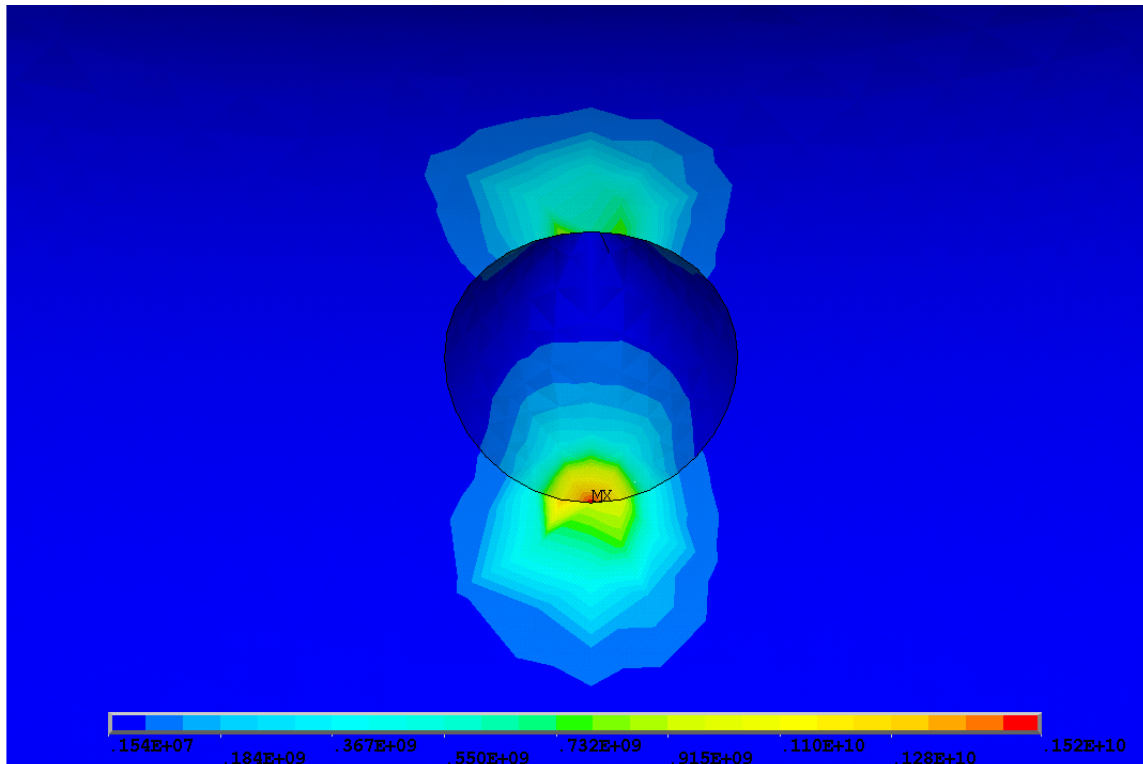
Слика (Прилог) 133 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



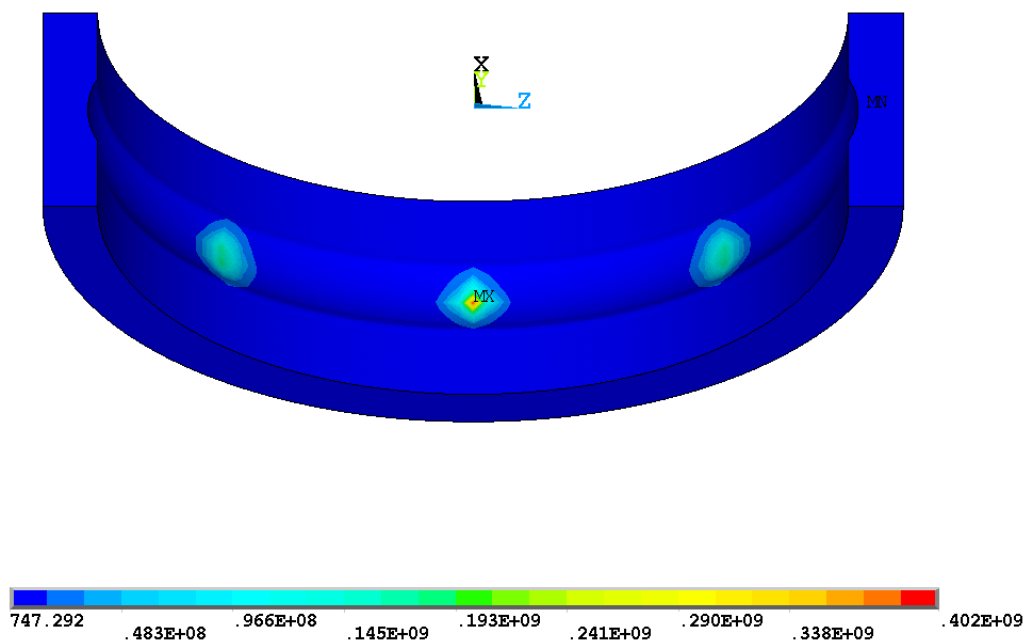
Слика (Прилог) 134 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$



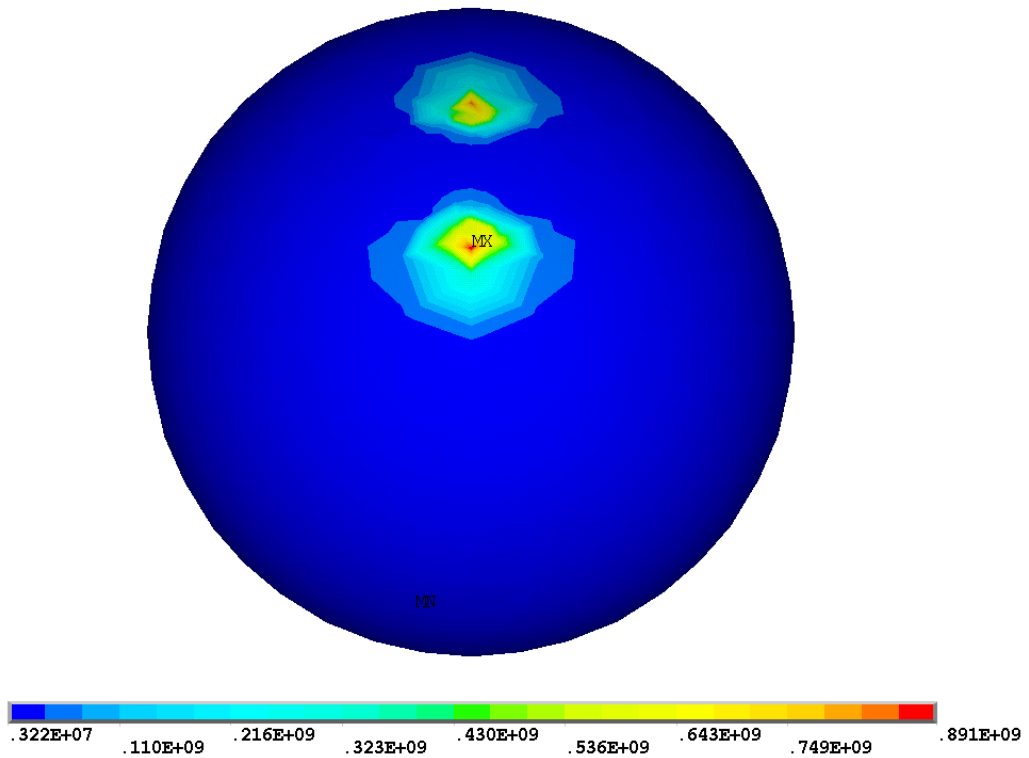
Слика (Прилог) 135 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$



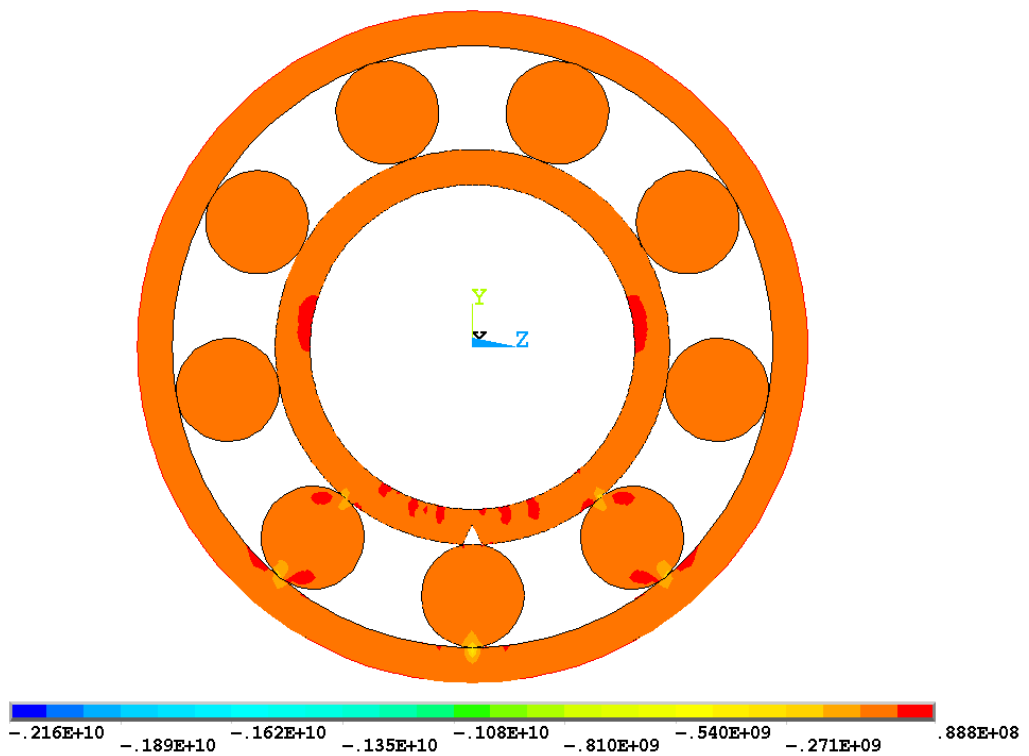
Слика (Прилог) 136 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$ -детал



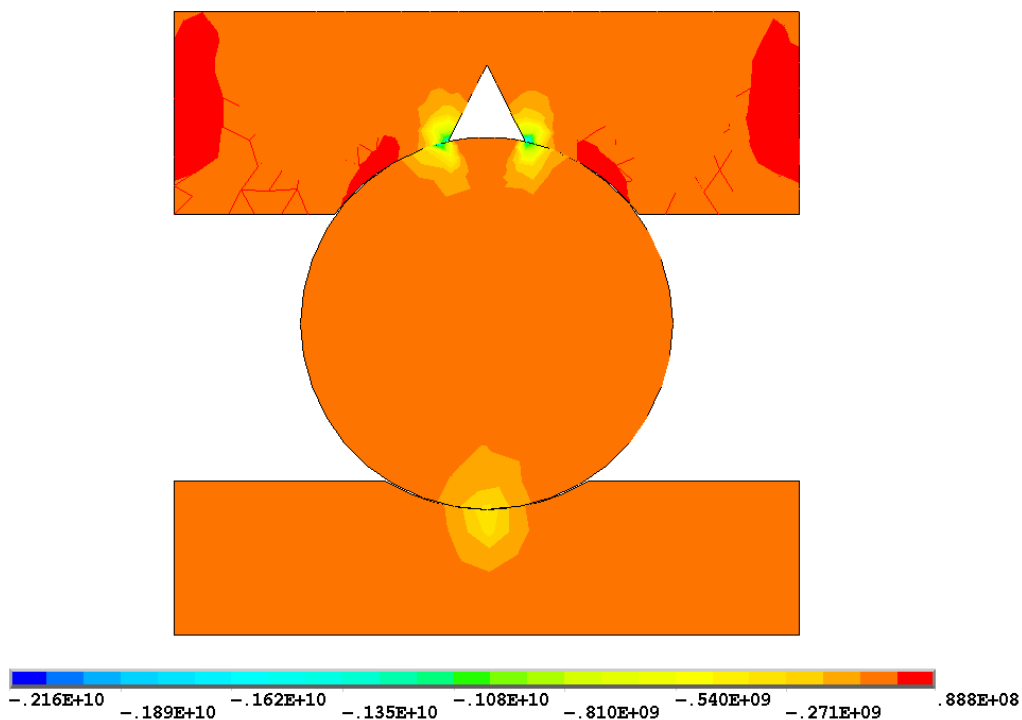
Слика (Прилог) 137 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 $[N]$



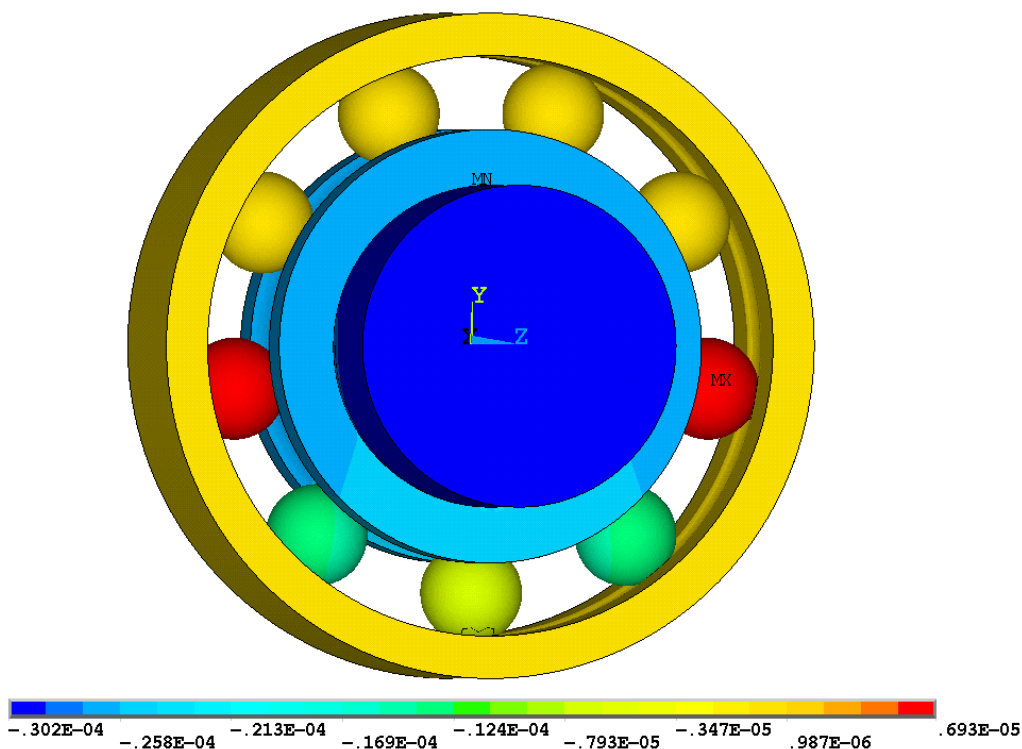
Слика (Прилог) 138 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m^2] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



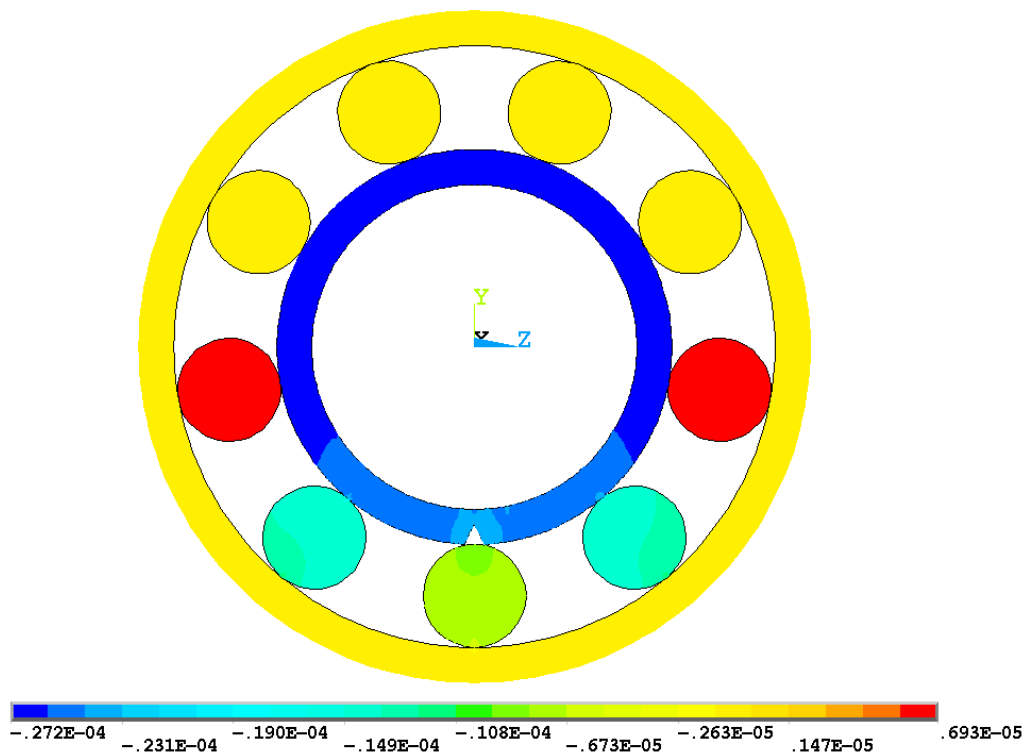
Слика (Прилог) 139 Напон σ_y [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – попречни пресек



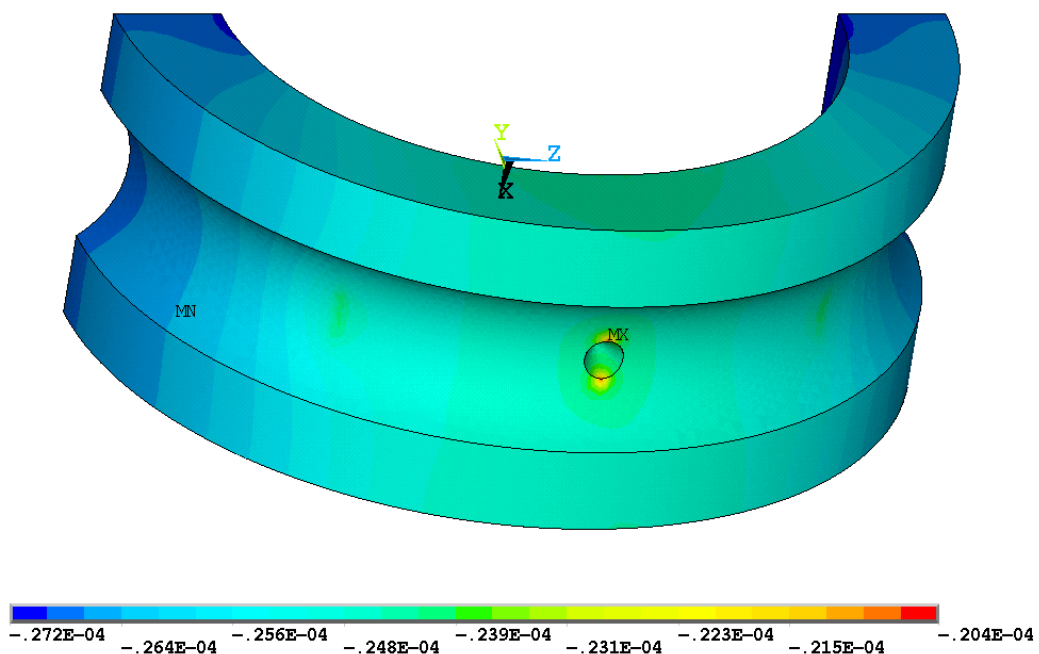
Слика (Прилог) 140 Напон σ_y [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



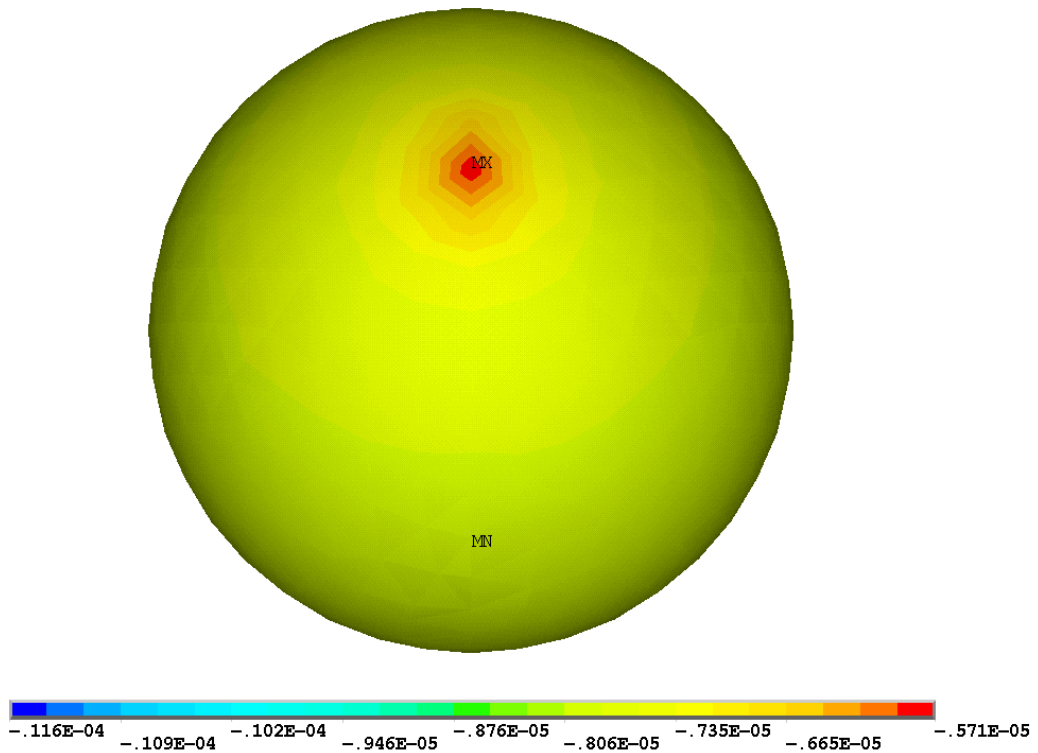
Слика (Прилог) 141 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N] – просторни приказ



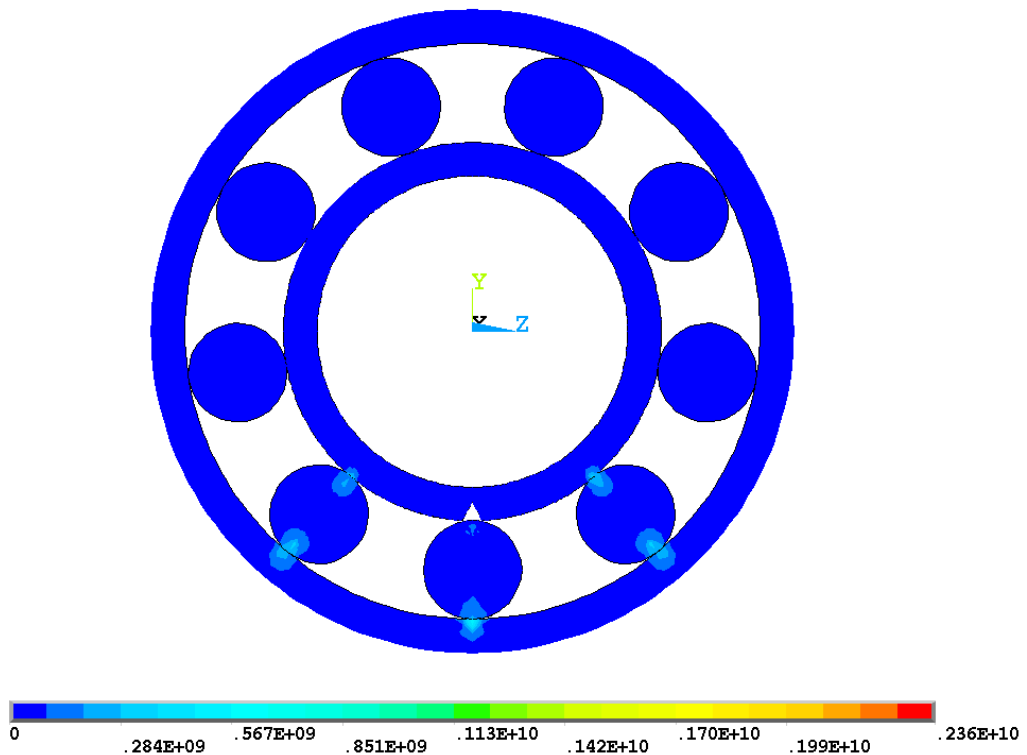
Слика (Прилог) 142 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]
 – попречни пресек



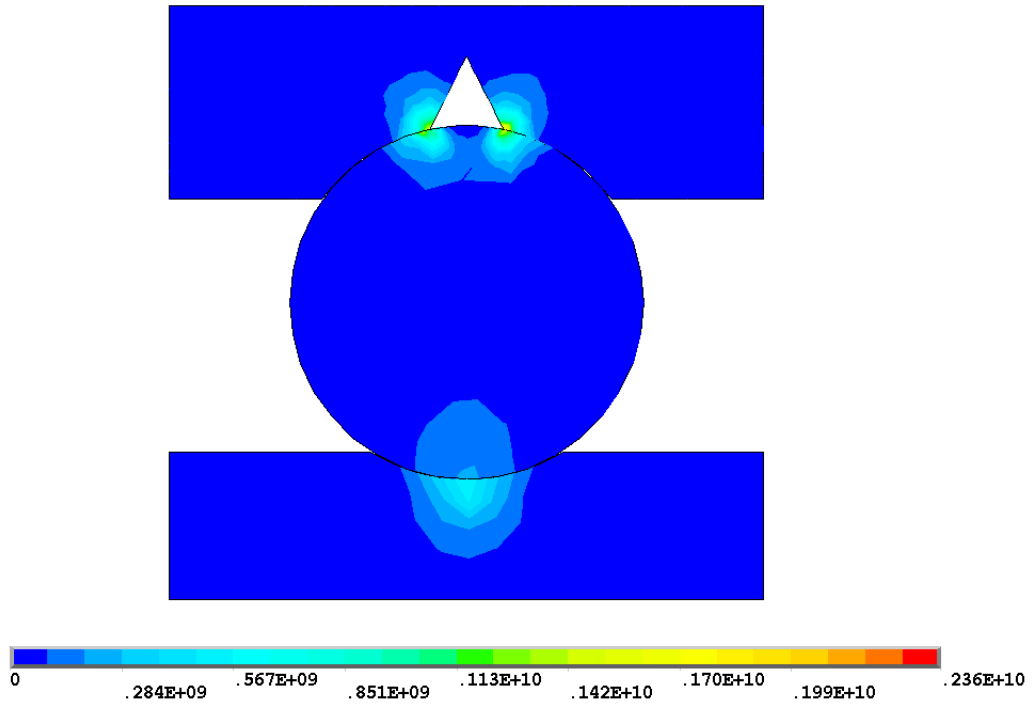
Слика (Прилог) 143 Померање [m] у правцу y -осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



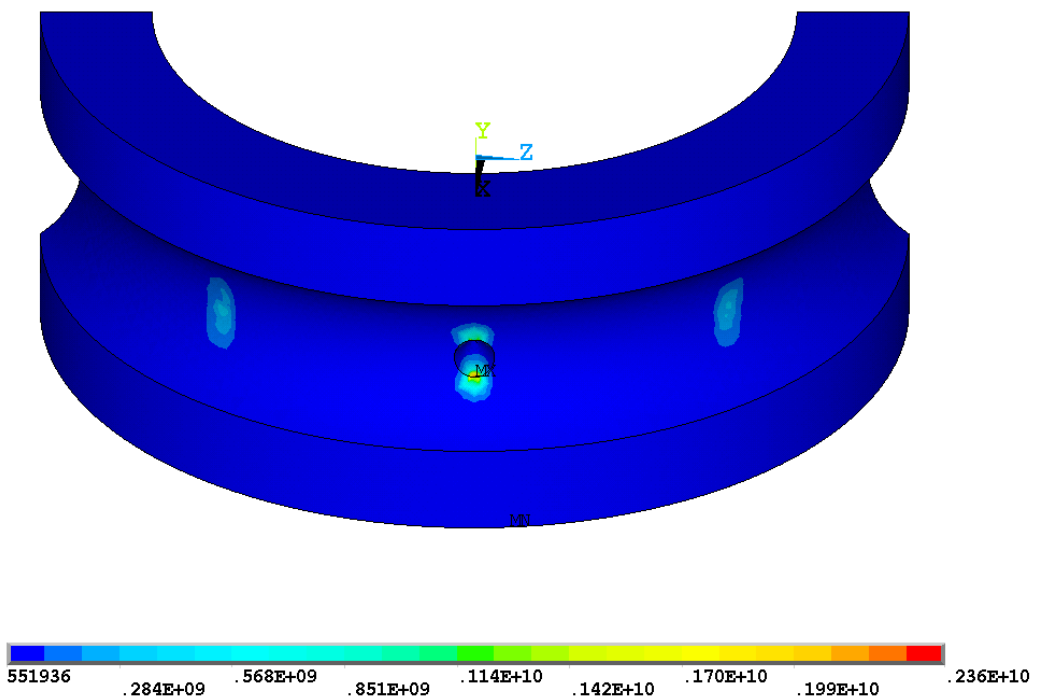
Слика (Прилог) 144 Померање [m] у правцу y -осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



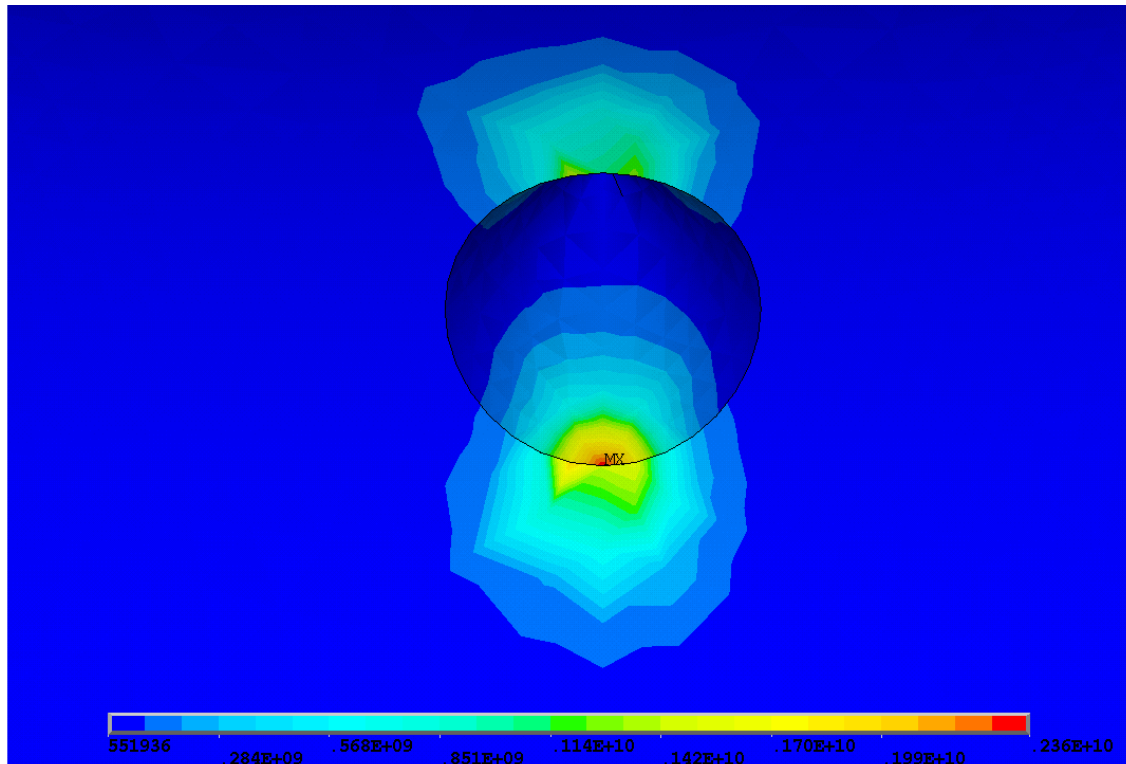
Слика (Прилог) 145 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – попречни пресек



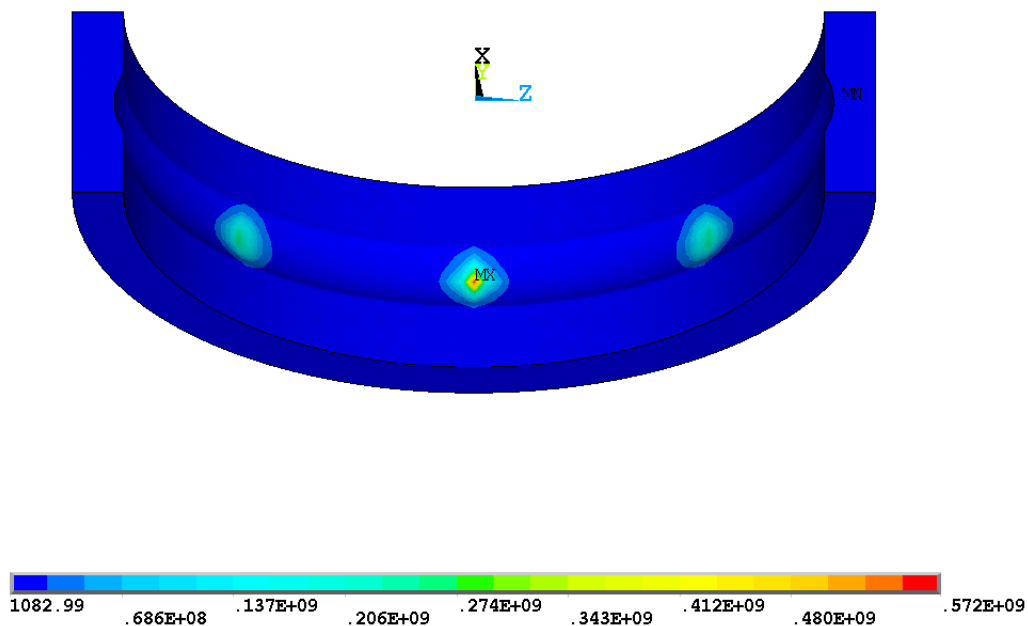
Слика (Прилог) 146 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 $[N]$



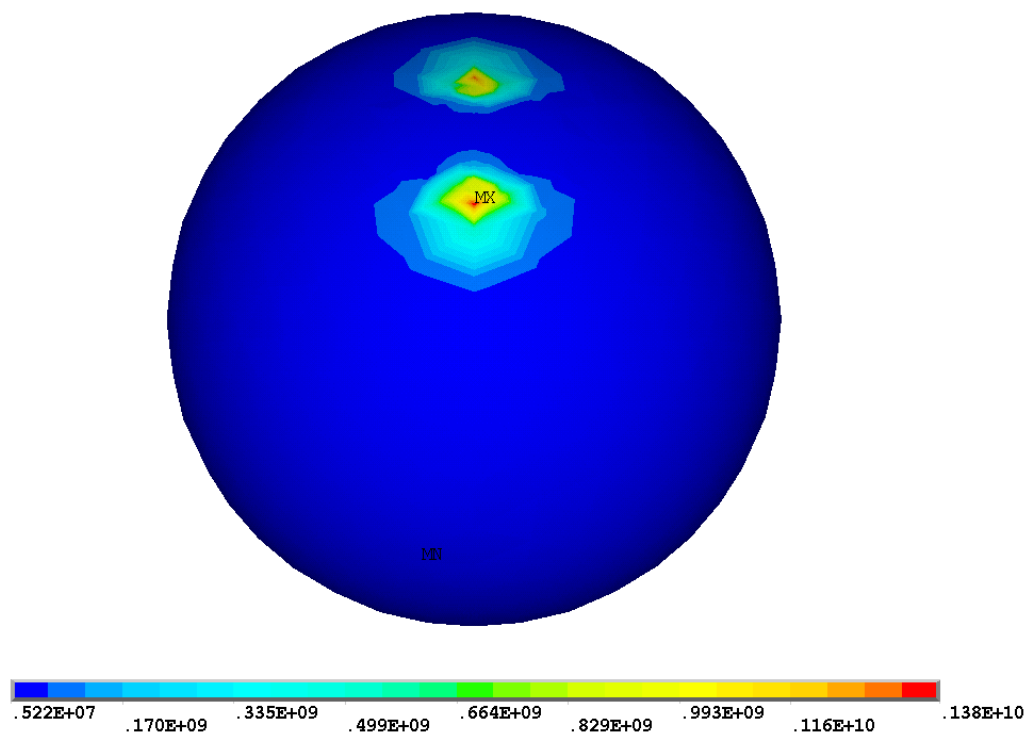
Слика (Прилог) 147 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 $[N]$



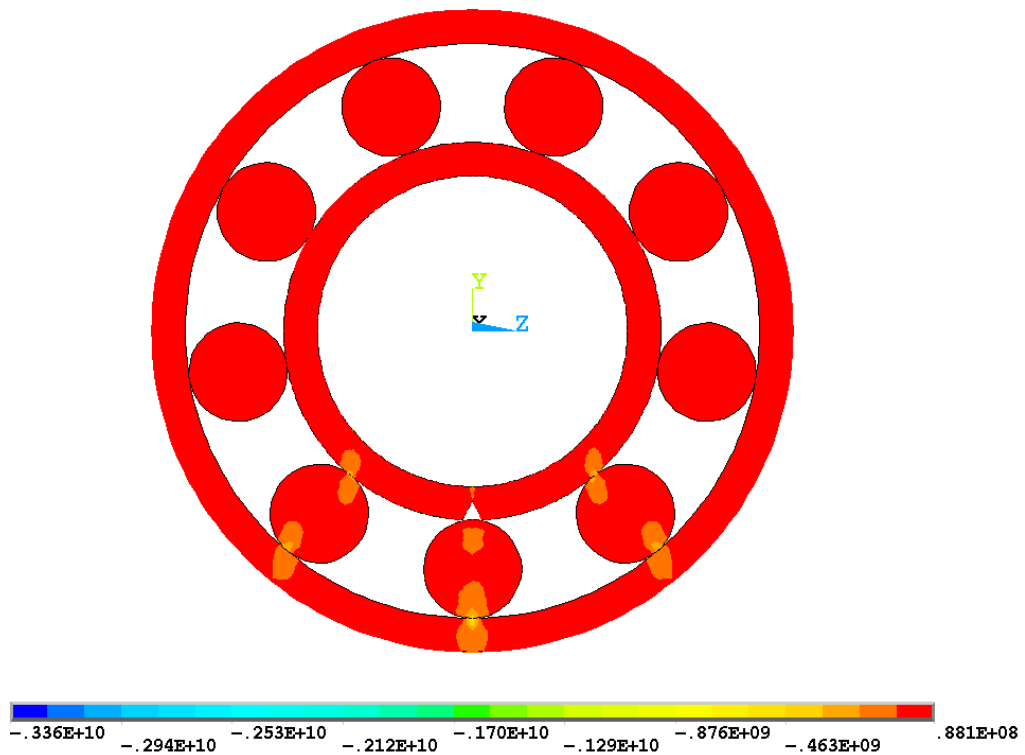
Слика (Прилог) 148 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]-детал



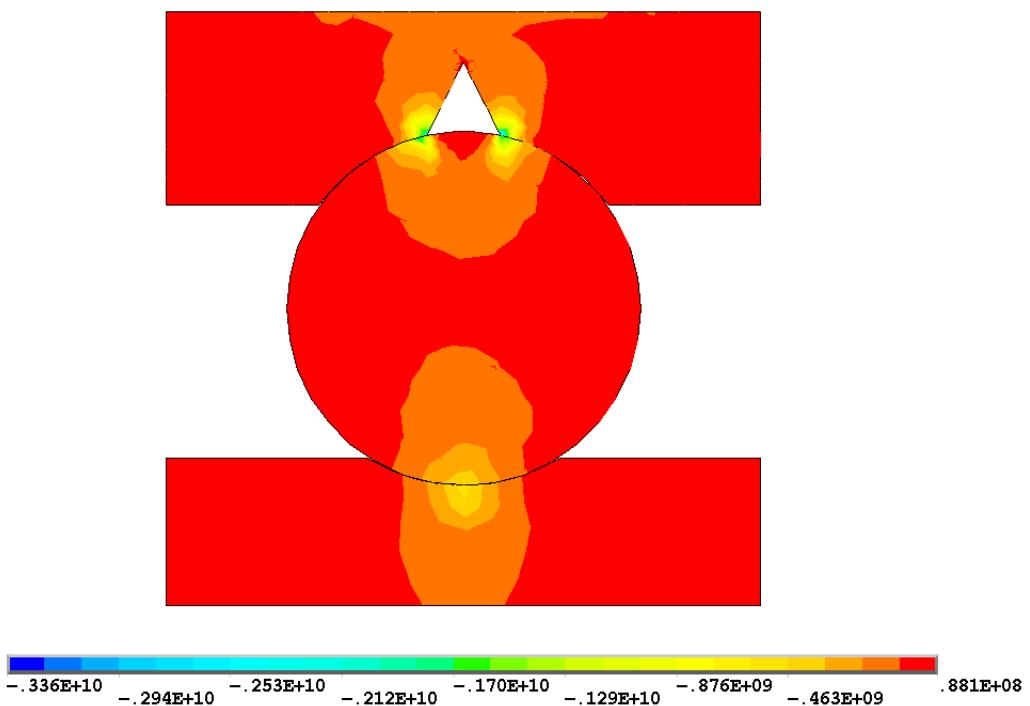
Слика (Прилог) 149 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 $[N]$



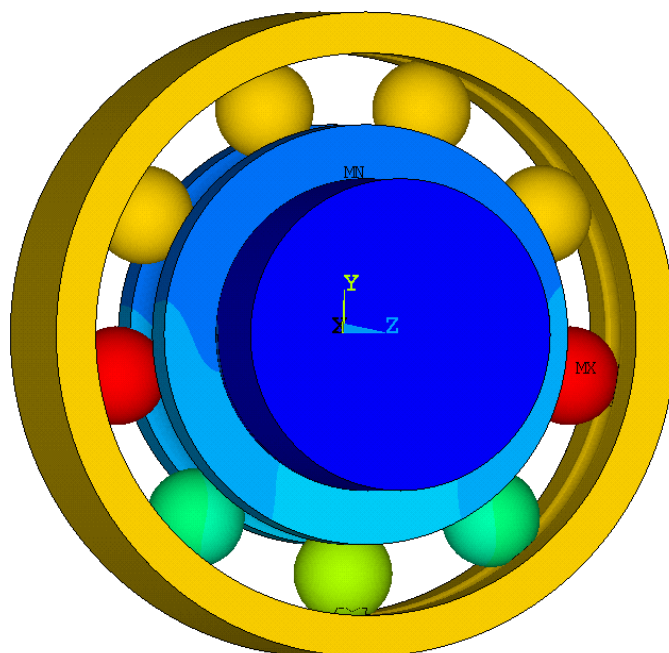
Слика (Прилог) 150 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 $[N]$



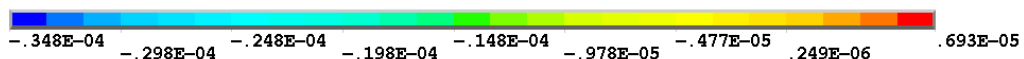
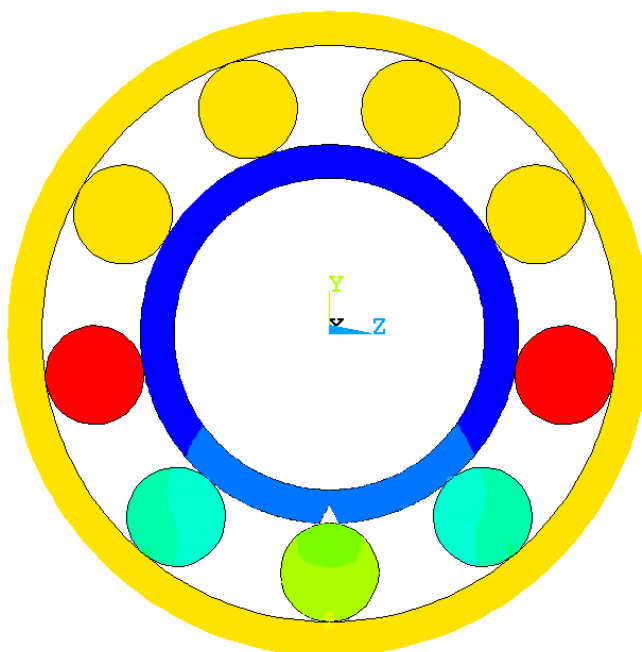
Слика (Прилог) 151 Напон σ_y [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2[mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – попречни пресек



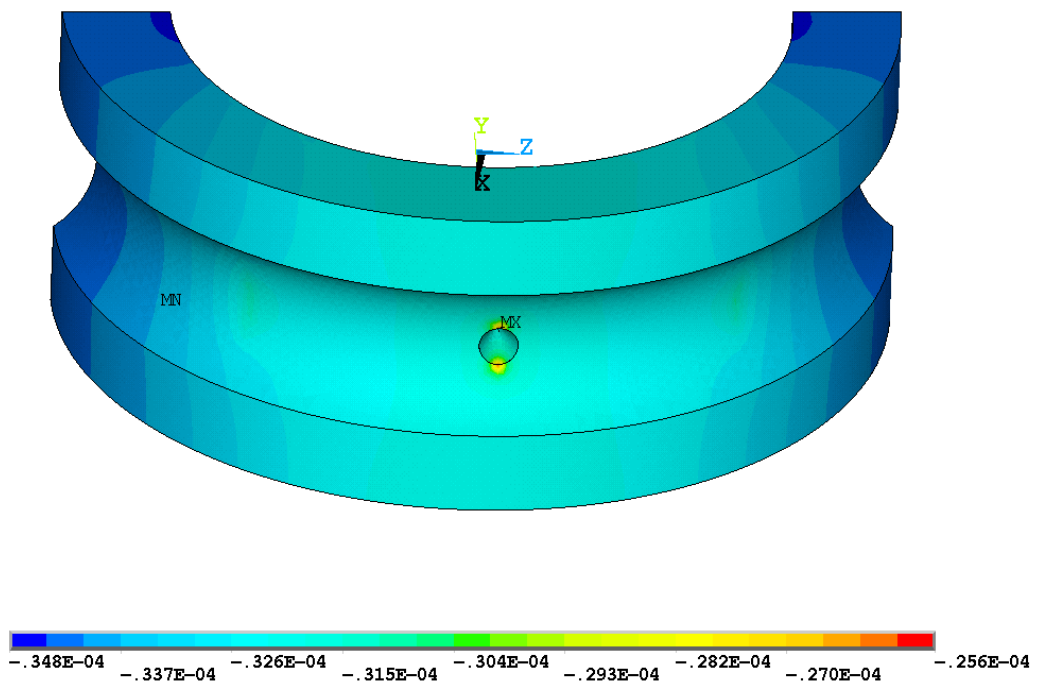
Слика (Прилог) 152 Напон σ_y [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



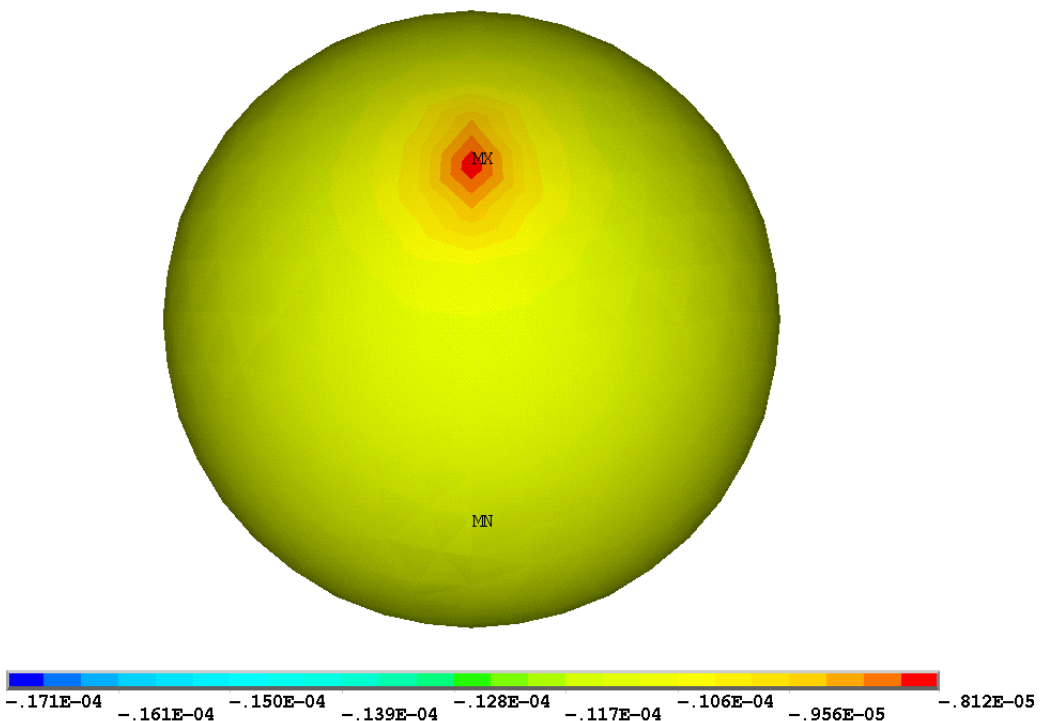
Слика (Прилог) 153 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – просторни приказ



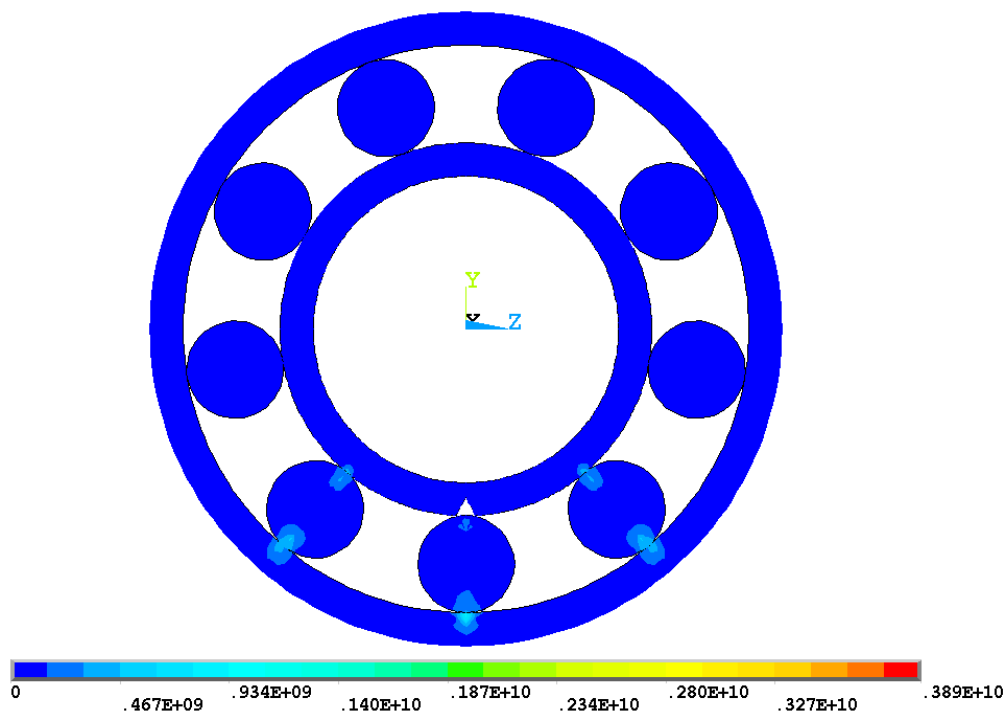
Слика (Прилог) 154 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N] – попречни пресек



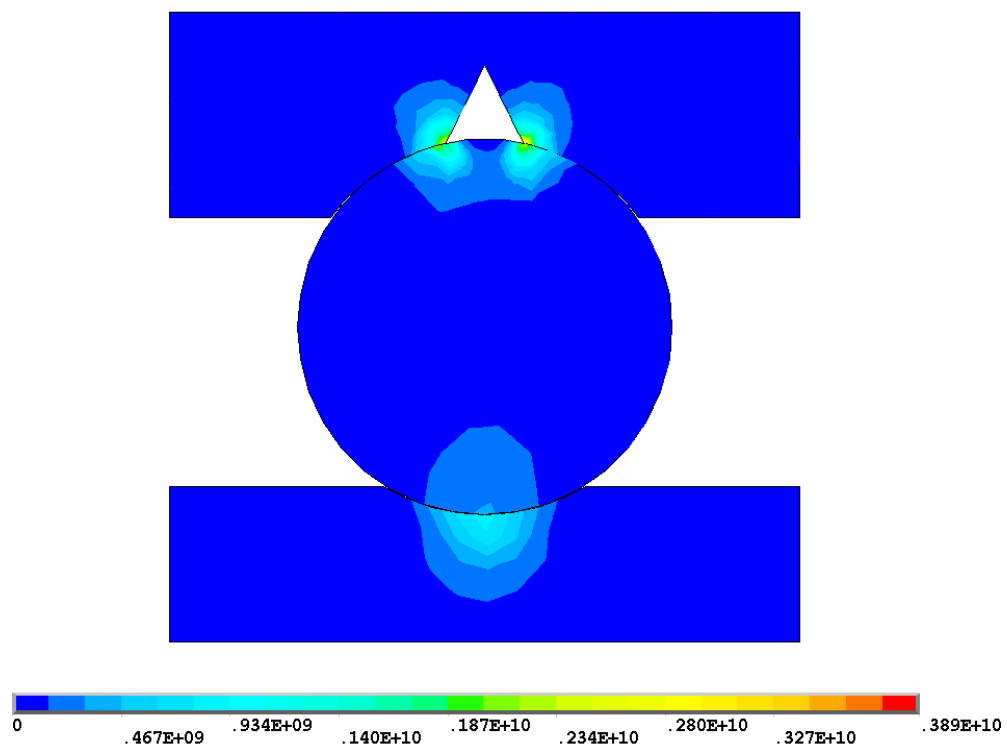
Слика (Прилог) 155 Померање [m] у правцу y -осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



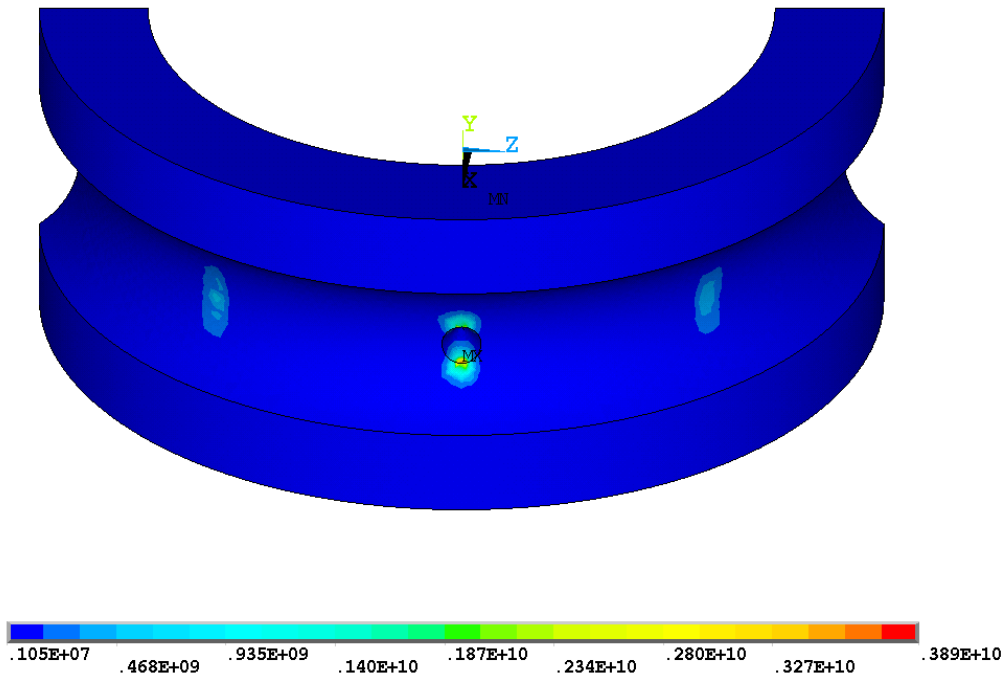
Слика (Прилог) 156 Померање [m] у правцу y -осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



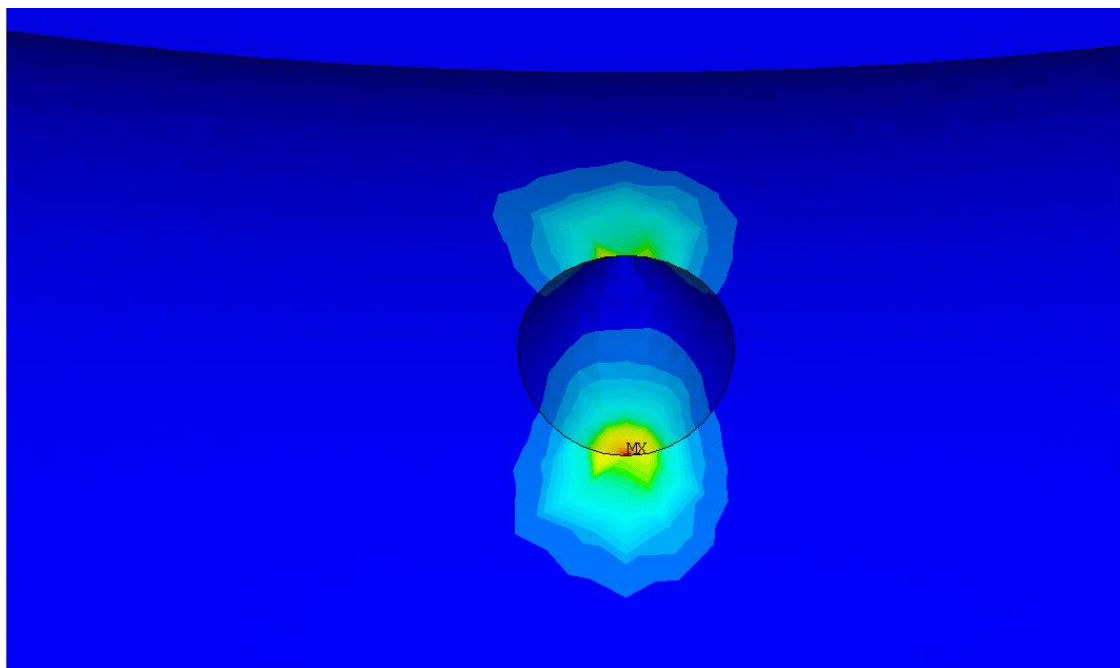
Слика (Прилог) 157 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N] – попречни пресек



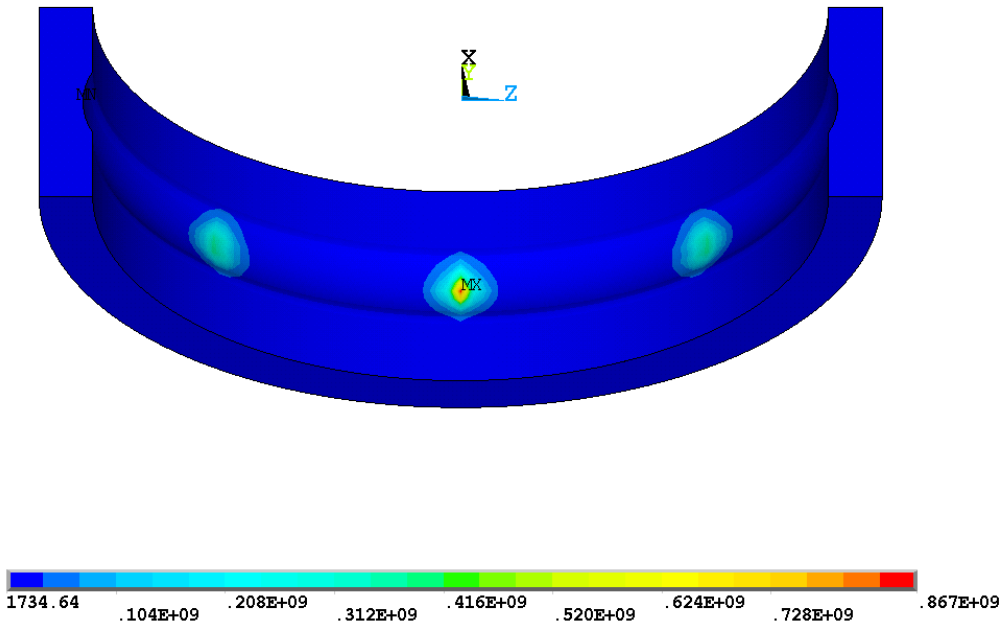
Слика (Прилог) 158 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



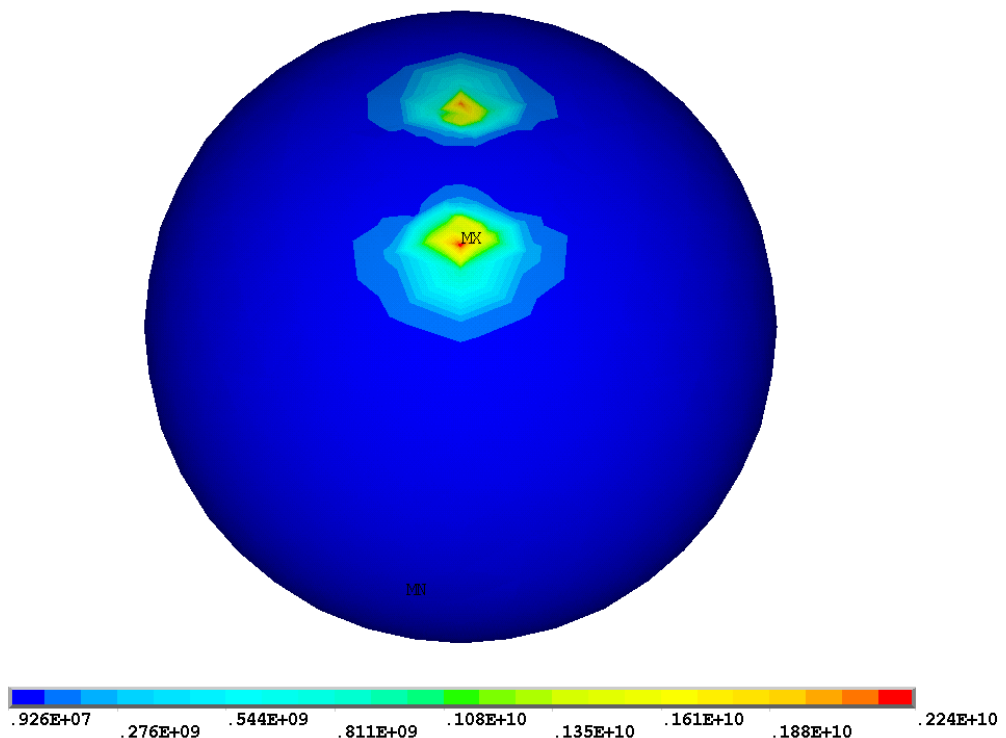
Слика (Прилог) 159 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2[mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



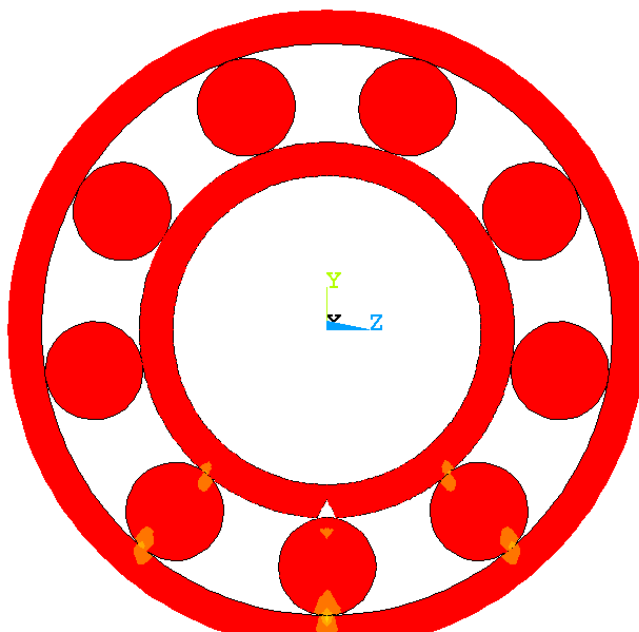
Слика (Прилог) 160 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]-детал



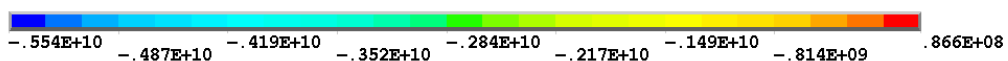
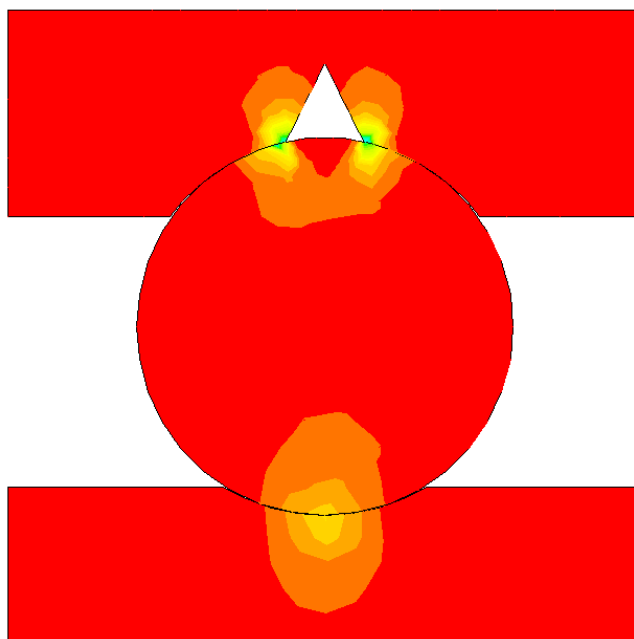
Слика (Прилог) 161 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 $[N]$



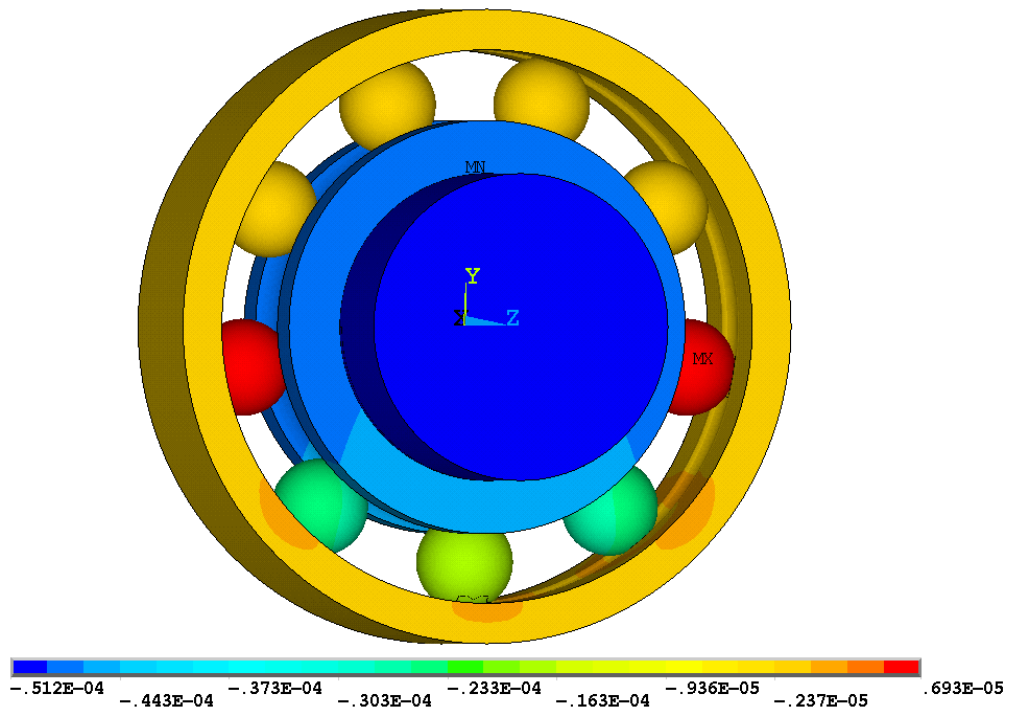
Слика (Прилог) 162 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона $[N/m^2]$ најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 $[mm]$ на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 $[N]$



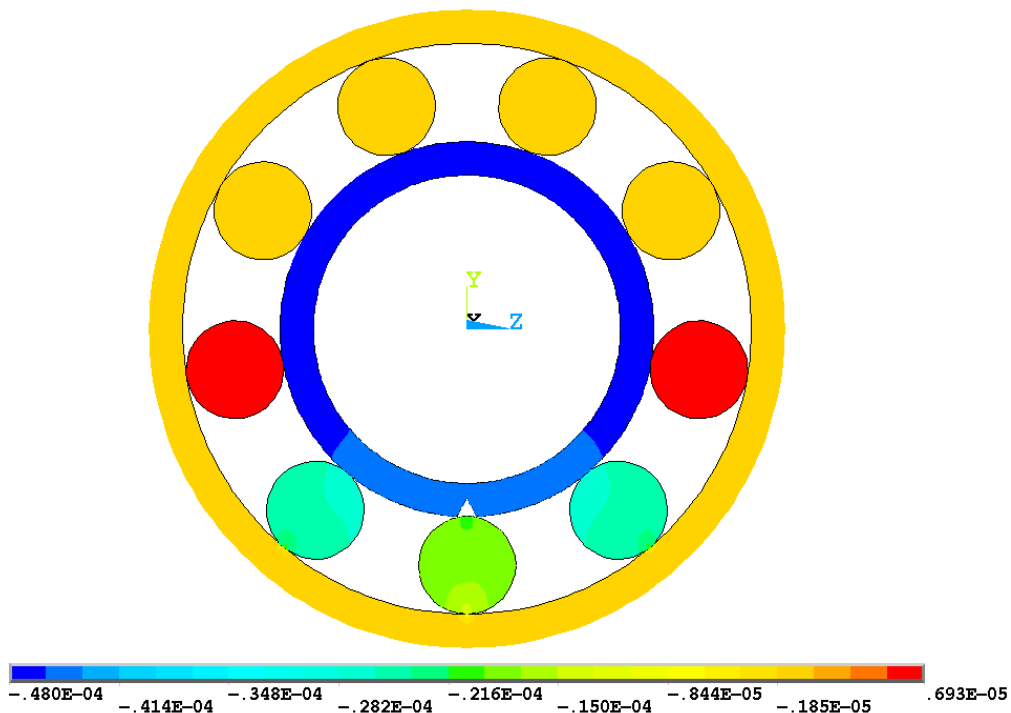
Слика (Прилог) 163 Напон σ_y [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N] – попречни пресек



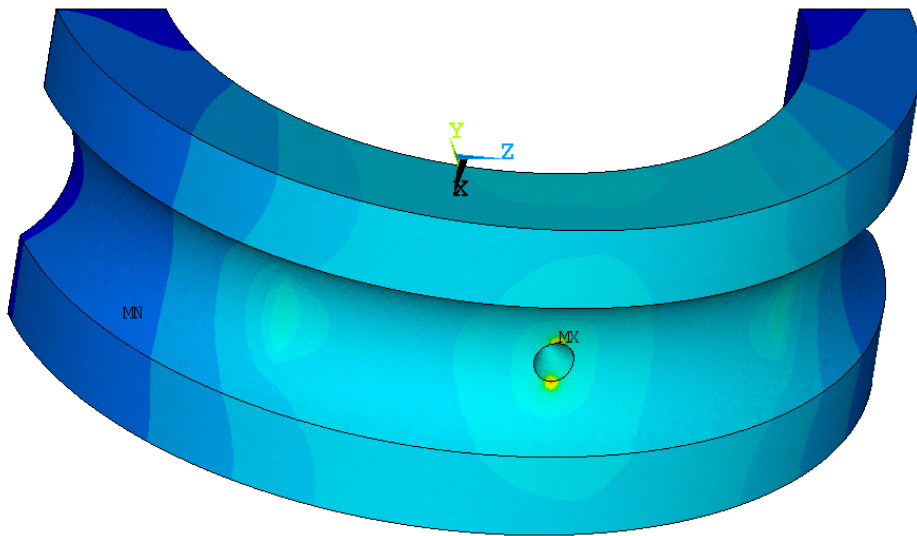
Слика (Прилог) 164 Напон σ_y [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



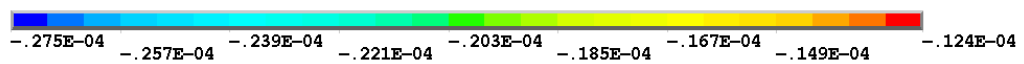
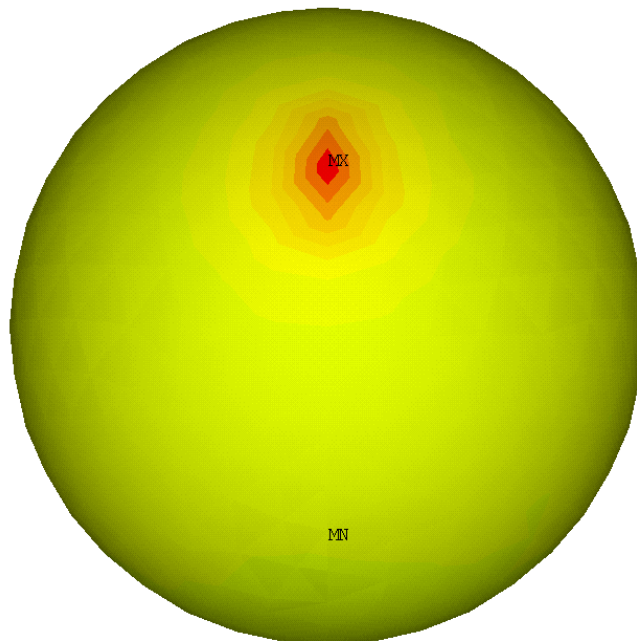
Слика (Прилог) 165 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N] – просторни приказ



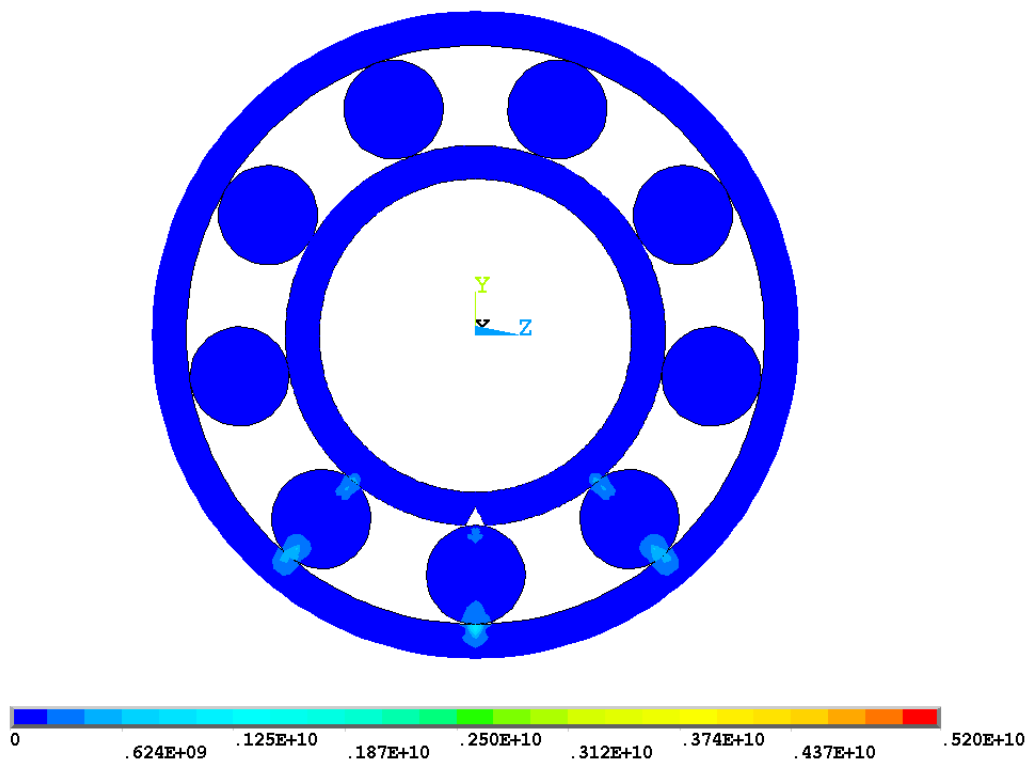
Слика (Прилог) 166 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2[mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N] – попречни пресек



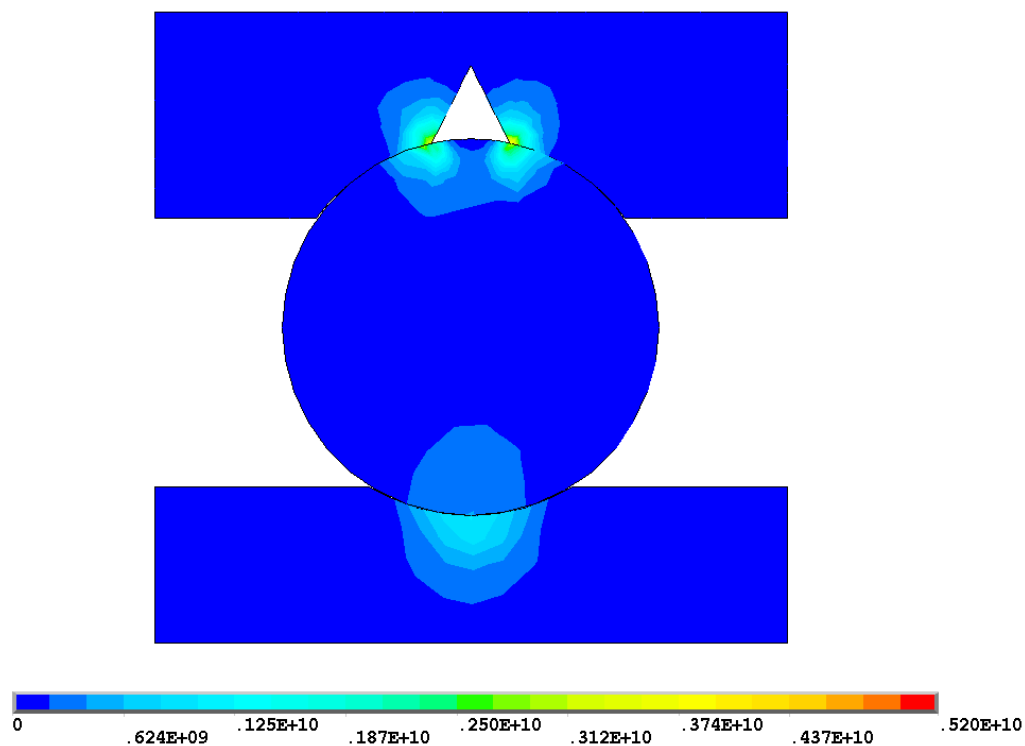
Слика (Прилог) 167 Померање [m] у правцу у–осе стазе котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



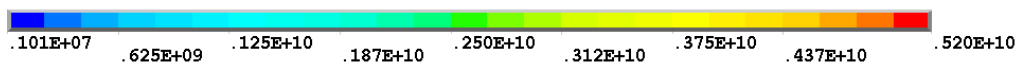
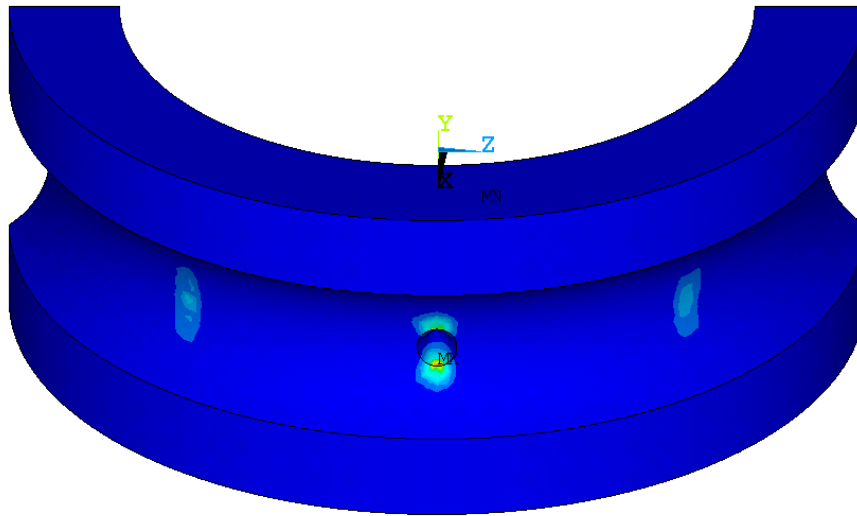
Слика (Прилог) 168 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2[mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



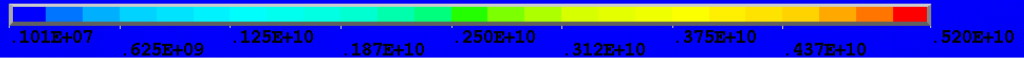
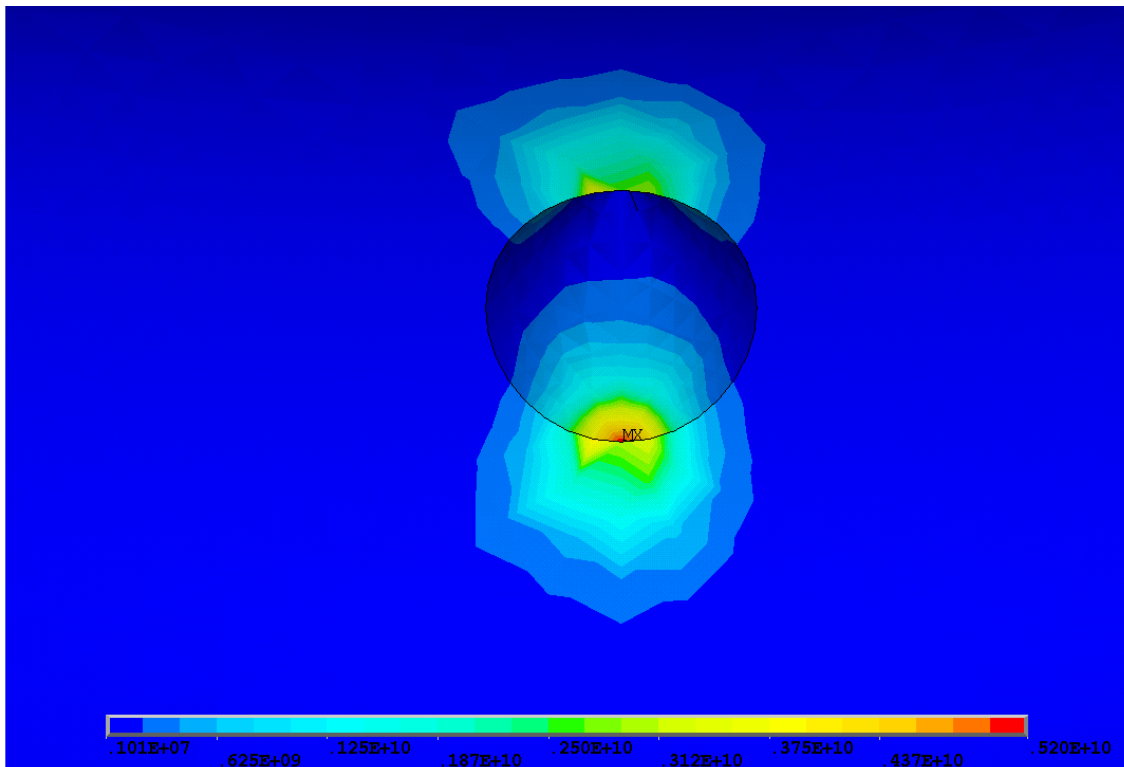
Слика (Прилог) 169 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – попречни пресек



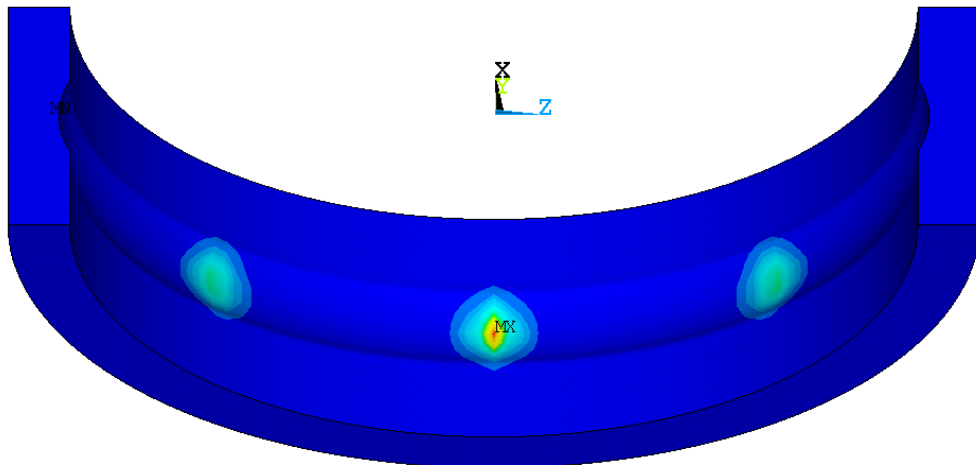
Слика (Прилог) 170 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



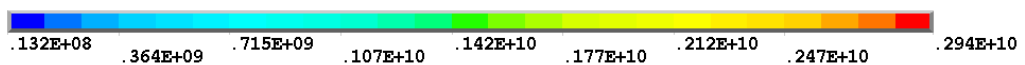
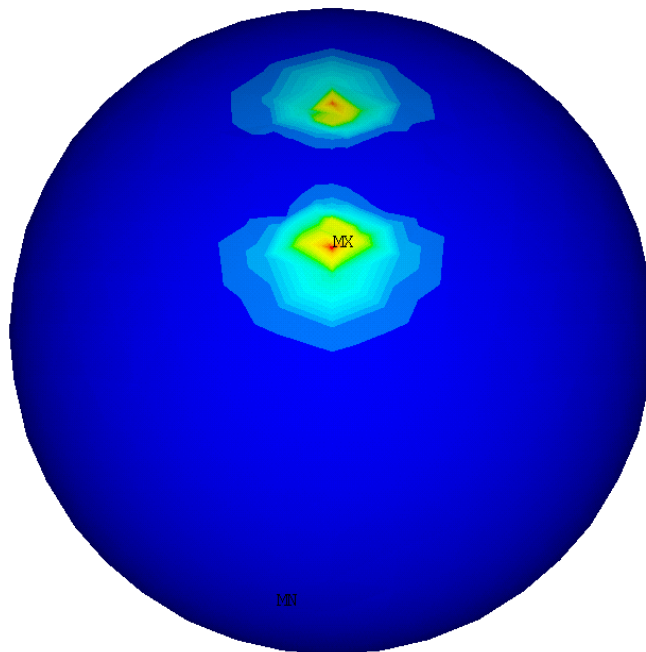
Слика (Прилог) 171 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



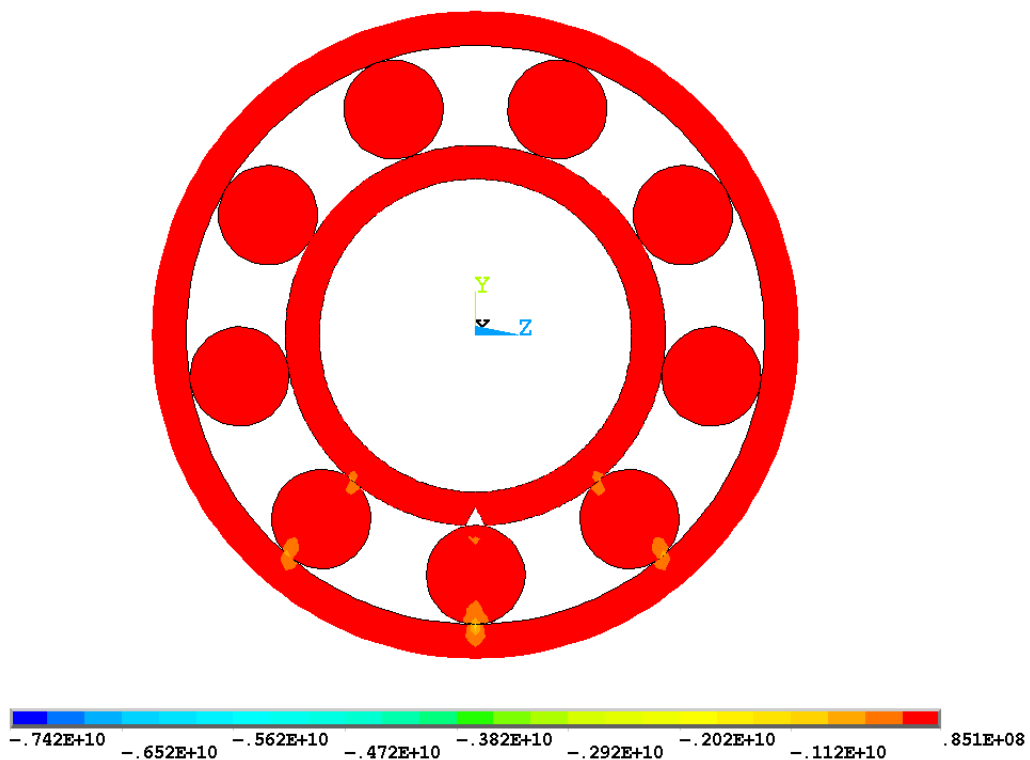
Слика (Прилог) 172 Расподела еквивалентних $\sigma_{vonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]-детал



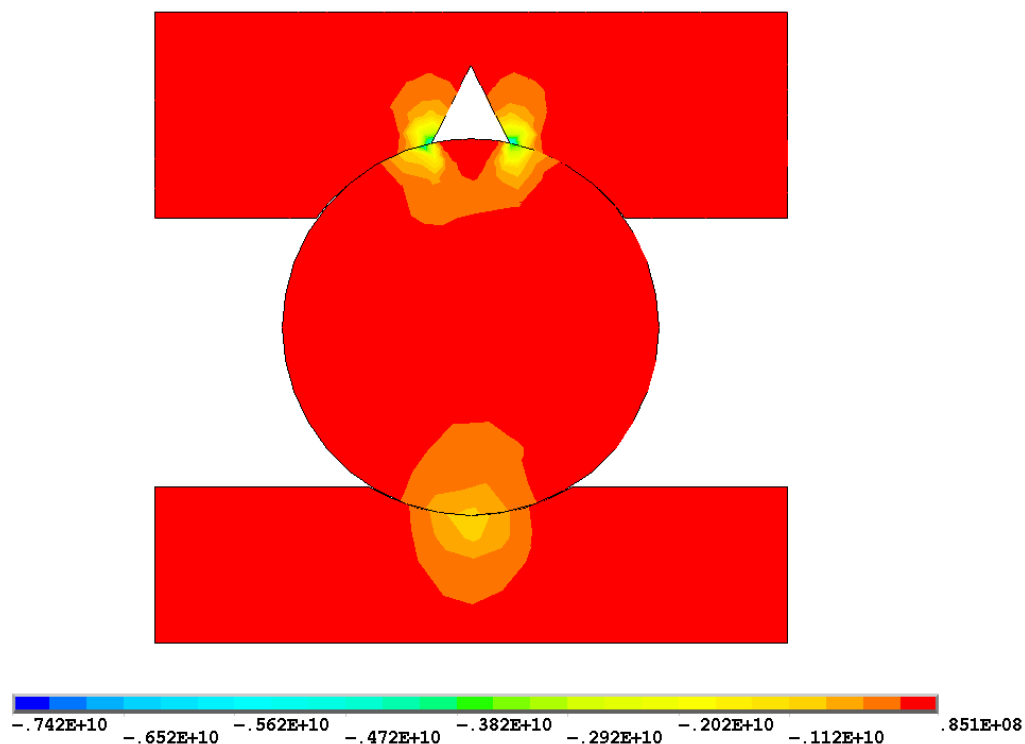
Слика (Прилог) 173 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] на стази котрљања спољашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



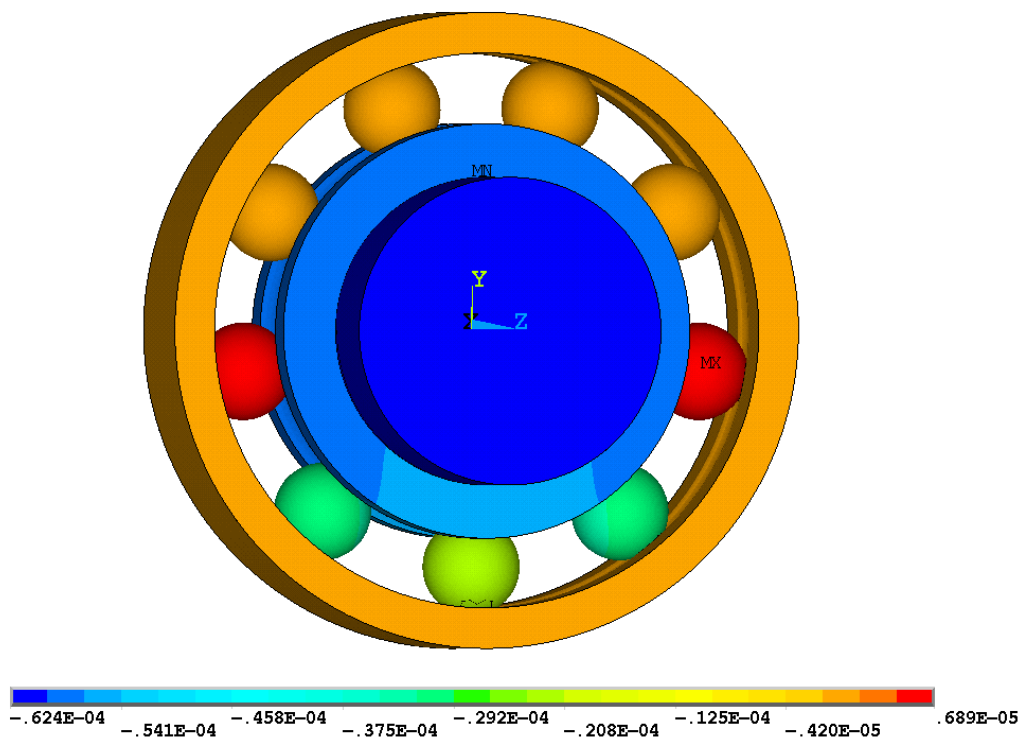
Слика (Прилог) 174 Расподела еквивалентних $\sigma_{VonMises}$ напона [N/m²] најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



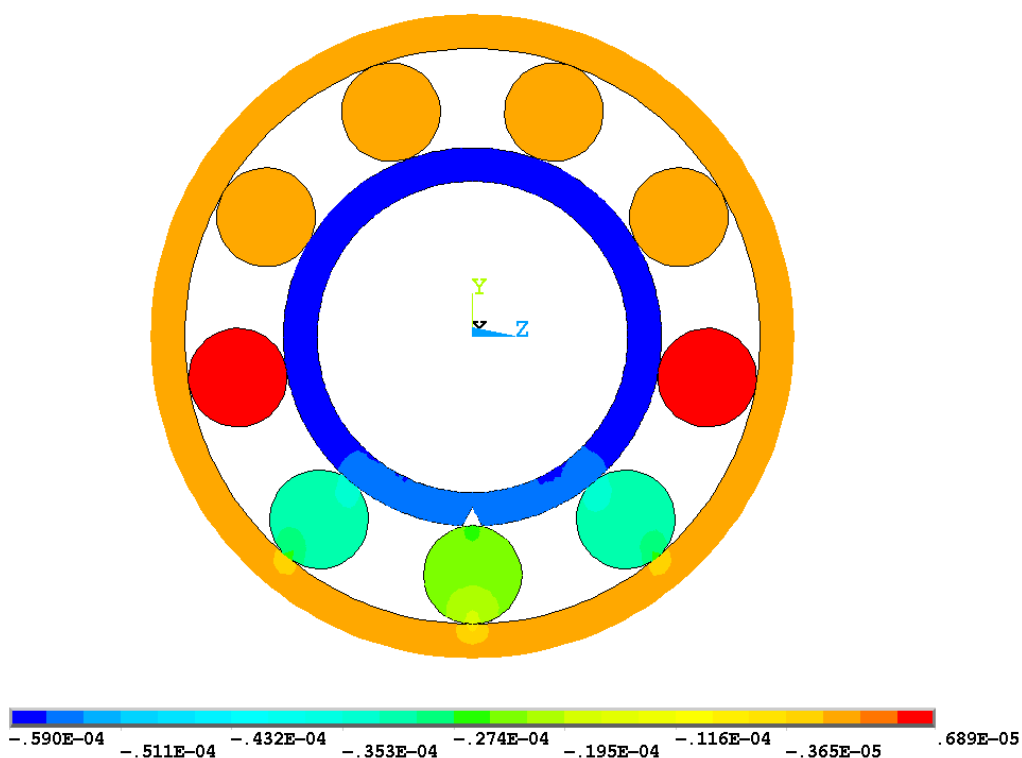
Слика (Прилог) 175 Напон σ_y [N/m^2] посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2[mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – попречни пресек



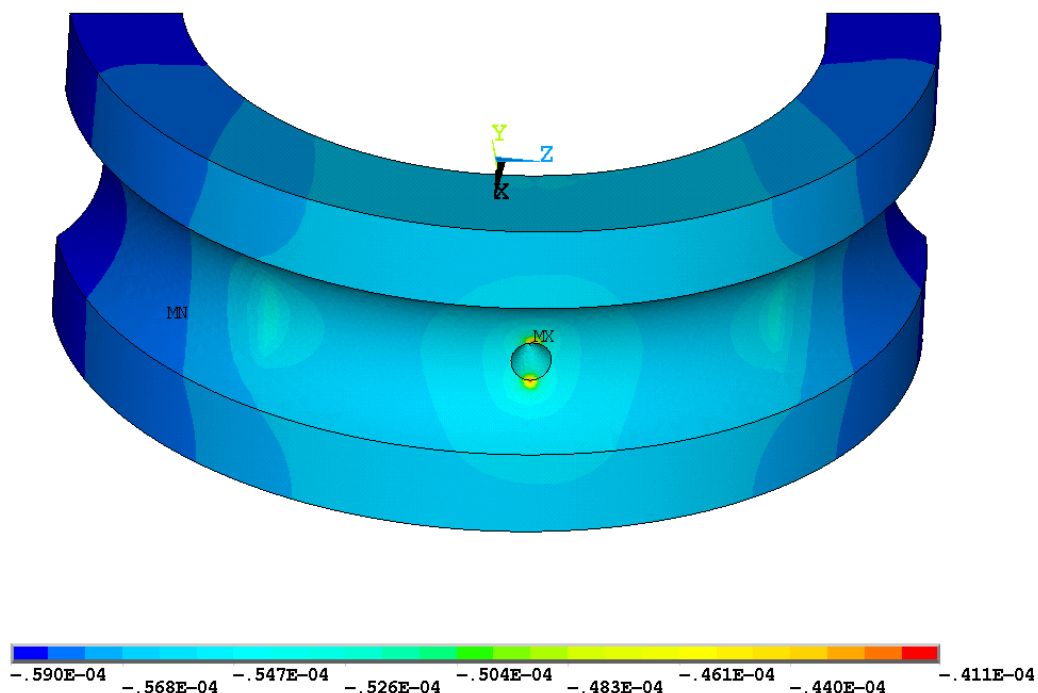
Слика (Прилог) 176 Напон σ_y [N/m^2] у попречном пресеку контакта најоптерећенијег котрљајног тела са стазама котрљања прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]



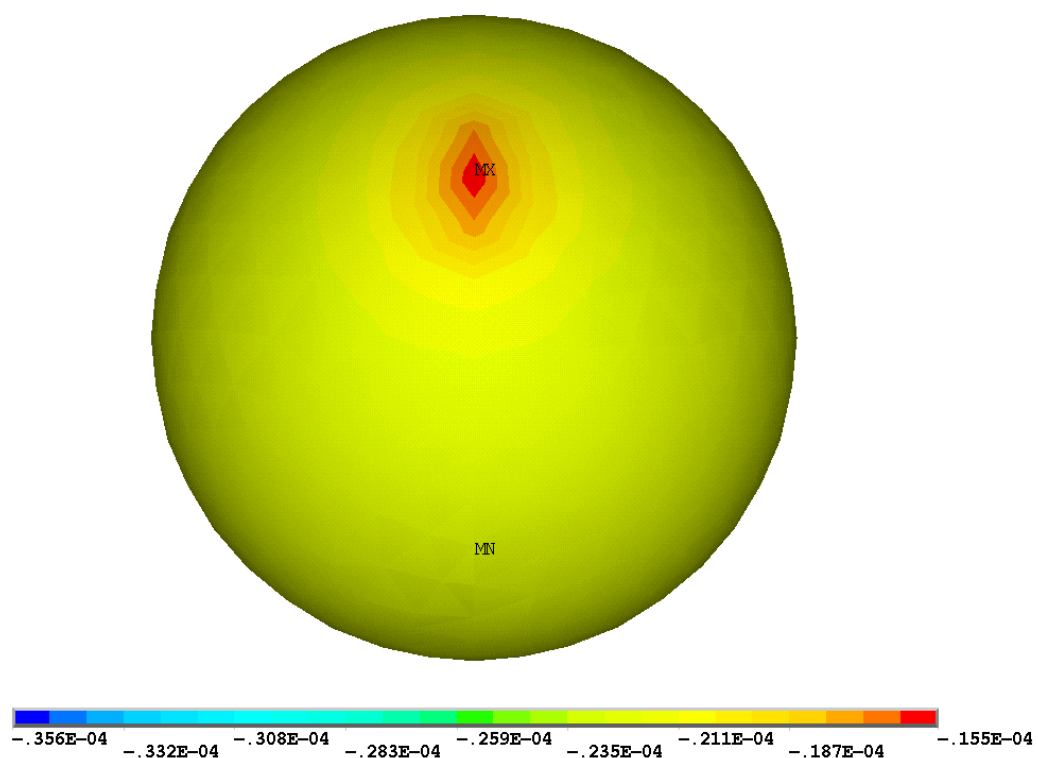
Слика (Прилог) 177 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – просторни приказ



Слика (Прилог) 178 Померање [m] у правцу y -осе посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N] – попречни пресек

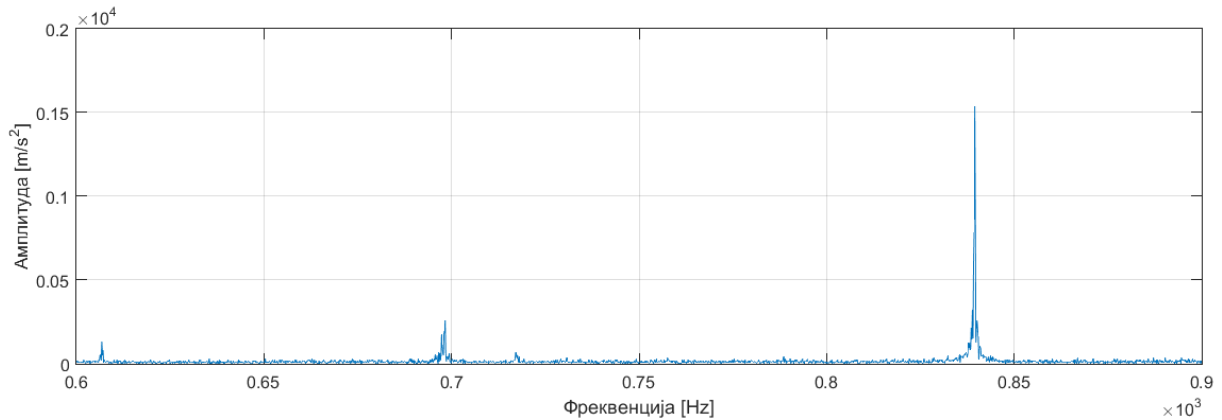


Слика (Прилог) 179 Померање [m] у правцу у–осе стази котрљања унутрашњег прстена посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]

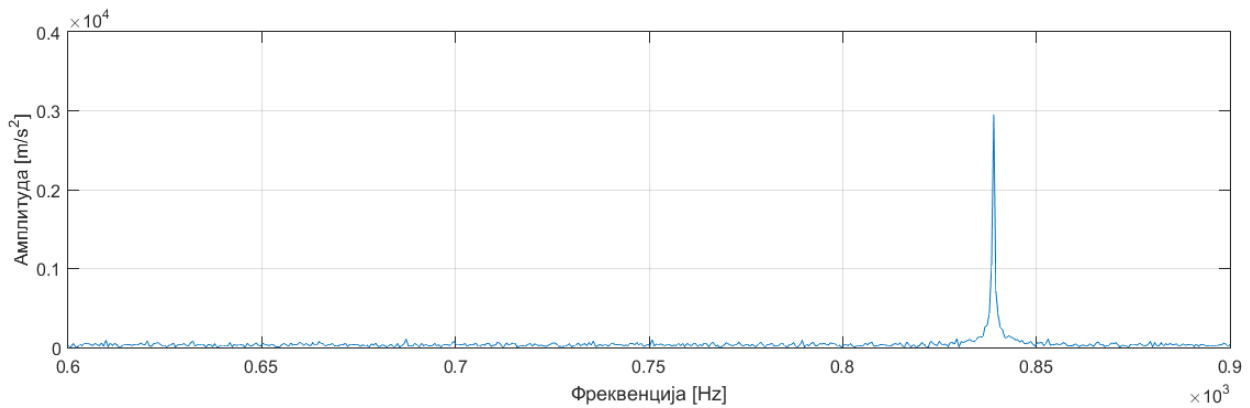


Слика (Прилог) 180 Померање [m] у правцу у–осе најоптерећенијег котрљајног тела посматраног лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 2[mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]

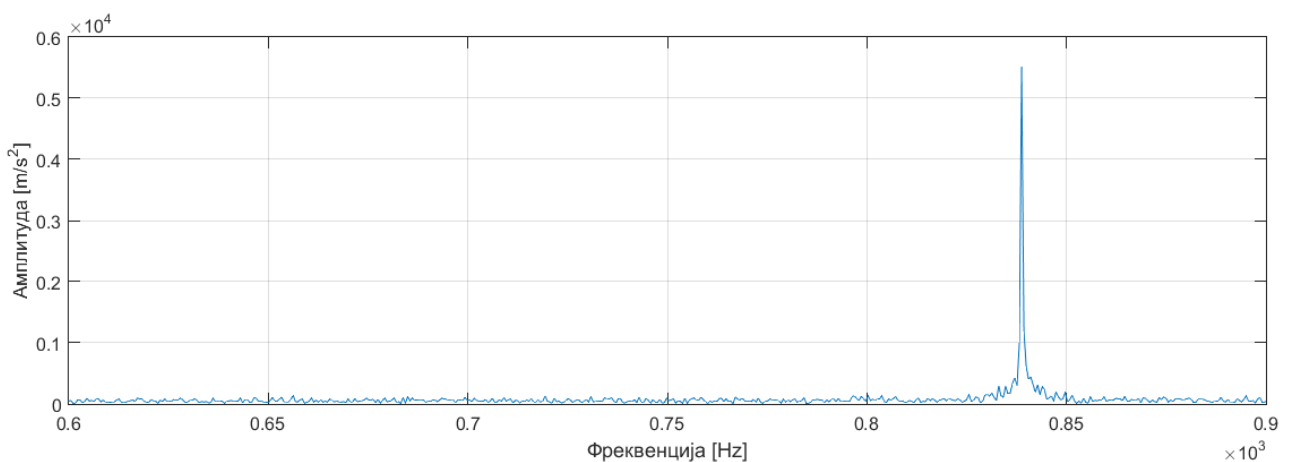
Прилог 4. Експериментални резултати апсолутних вибрација лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за различита спољашња радијална оптерећења



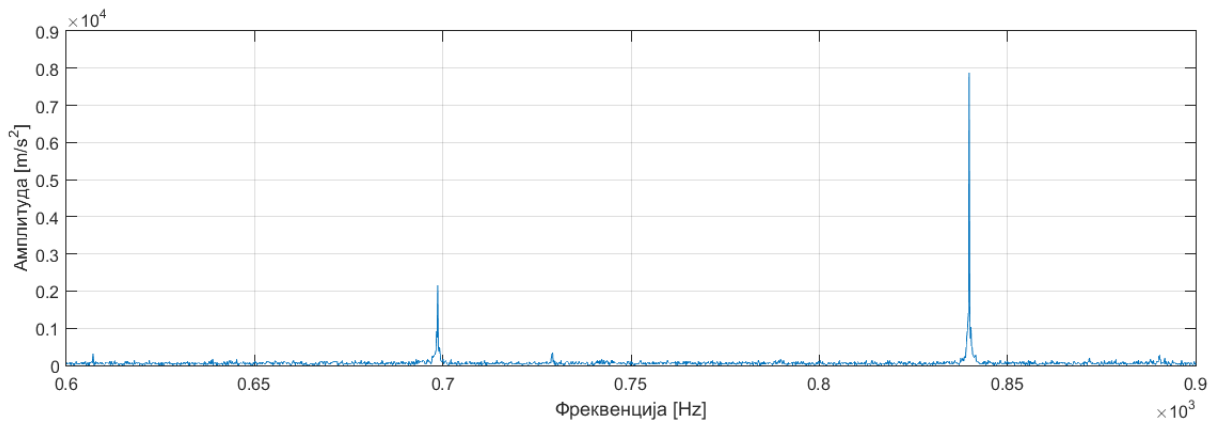
Слика (Прилог) 181 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



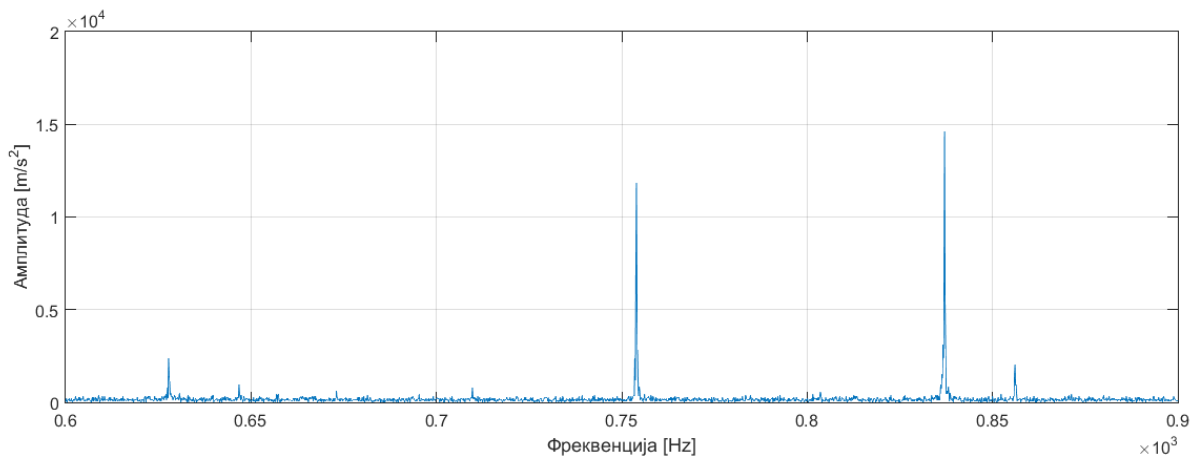
Слика (Прилог) 182 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



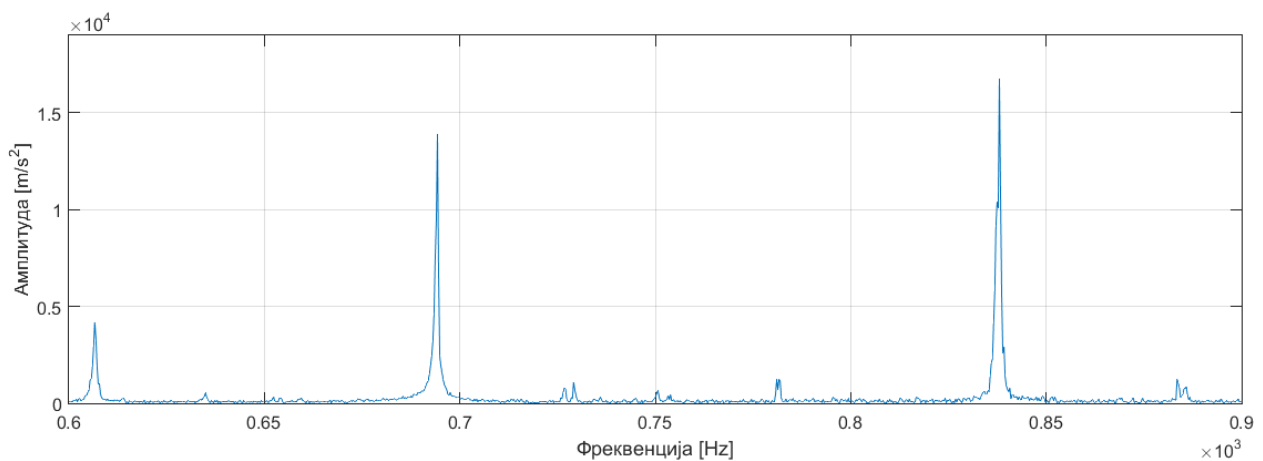
Слика (Прилог) 183 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



Слика (Прилог) 184 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]

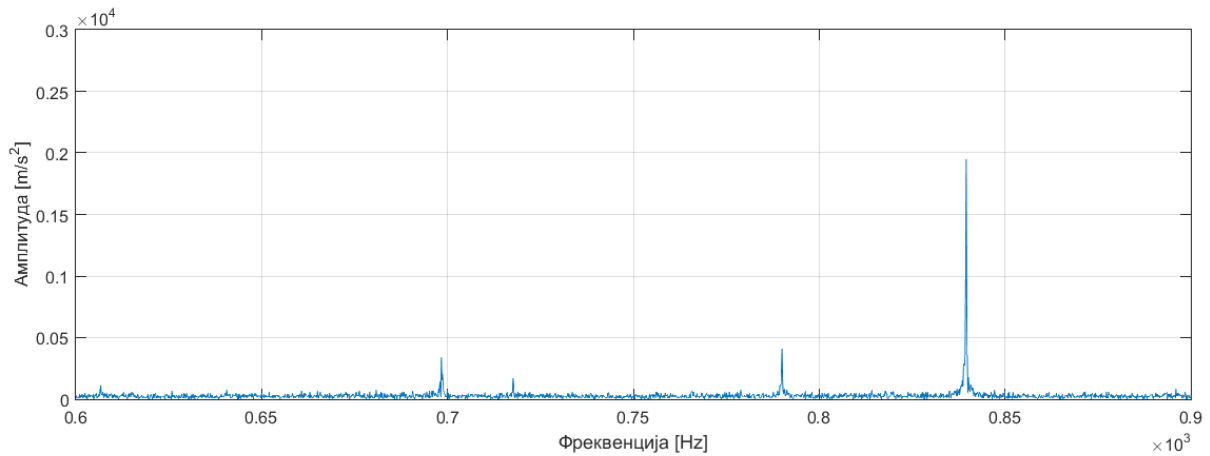


Слика (Прилог) 185 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]

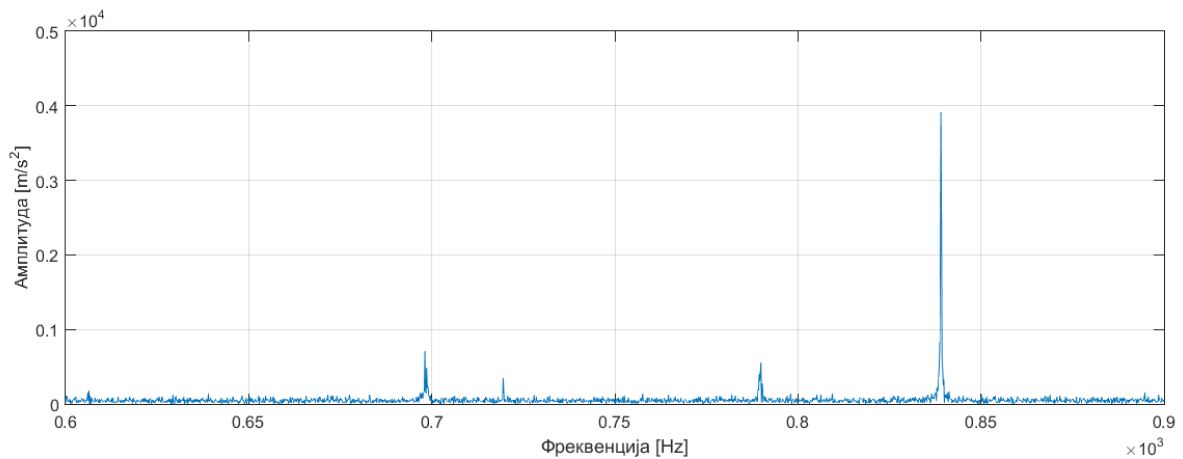


Слика (Прилог) 186 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]

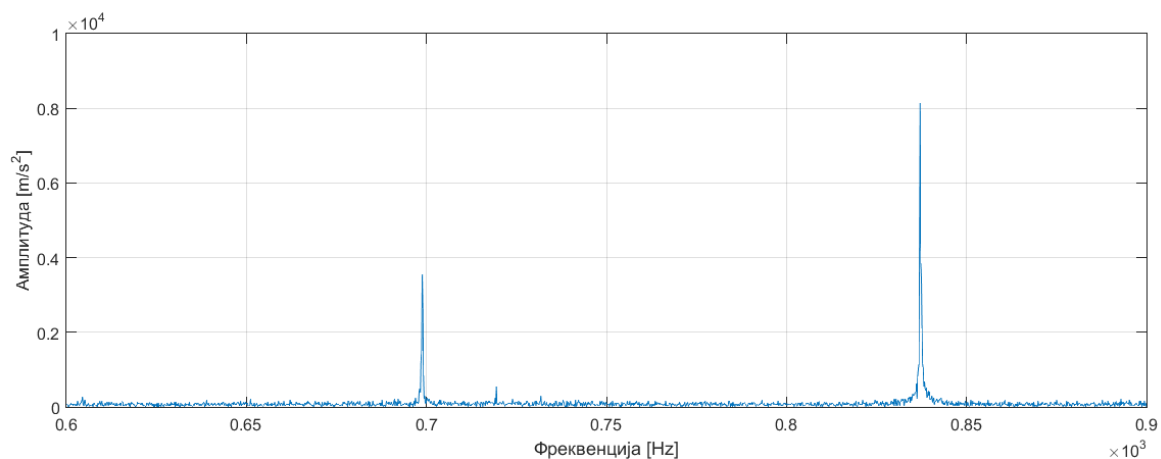
Прилог 5. Експериментални резултати апсолутних вибрација лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 0,65 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за различита спољашња радијална оптерећења



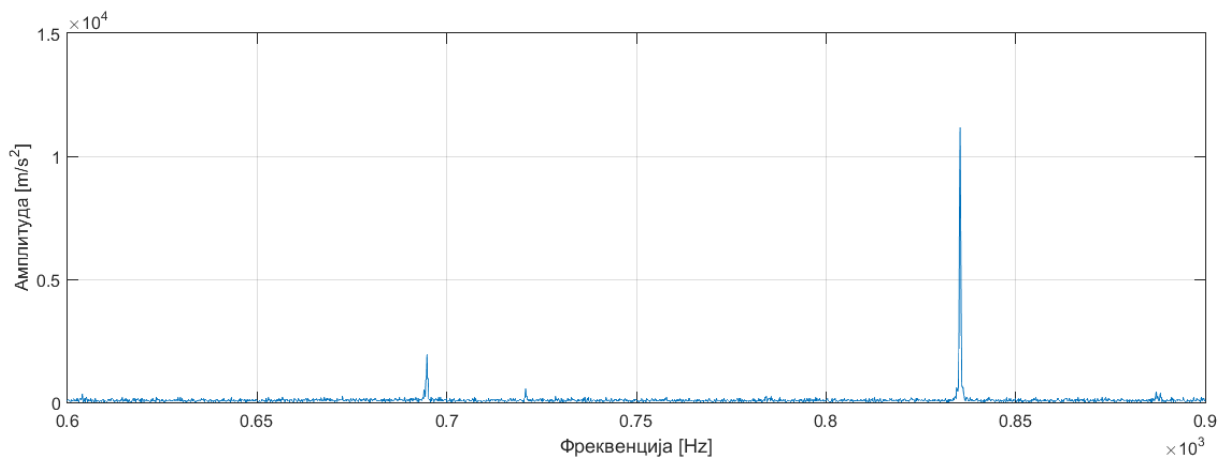
Слика (Прилог) 187 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 500 [N]



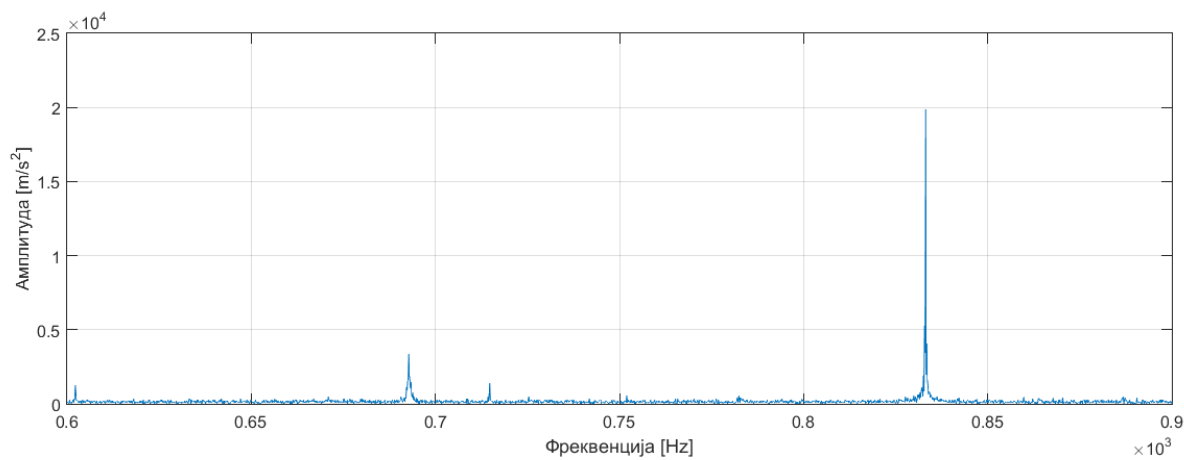
Слика (Прилог) 188 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 1000 [N]



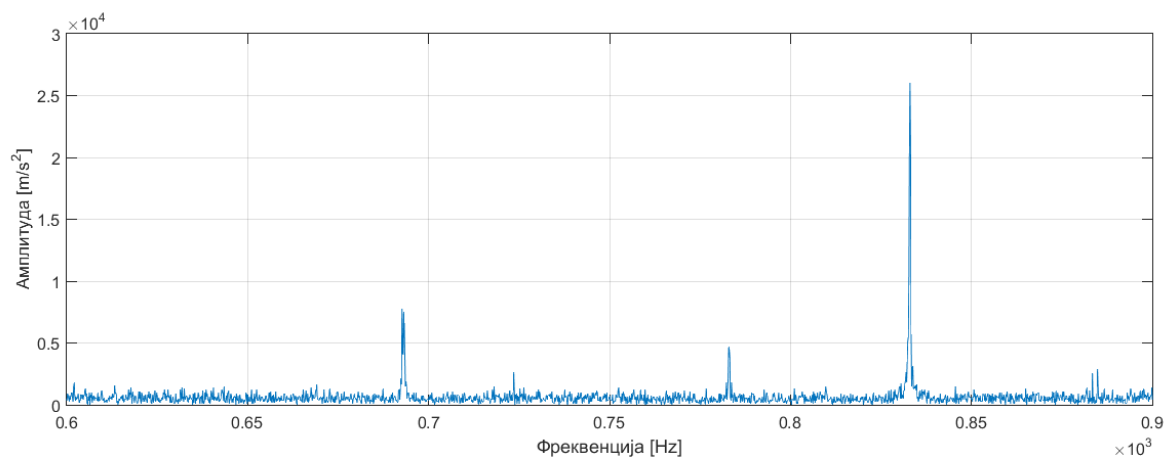
Слика (Прилог) 189 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 2000 [N]



Слика (Прилог) 190 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 3000 [N]



Слика (Прилог) 191 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 5000 [N]



Слика (Прилог) 192 Фреквентни запис апсолутних вибрација лежаја лежаја 6206 са оштећењем у облику конуса пречника 1,3 [mm] на стази котрљања унутрашњег прстена за случај спољашњег радијалног оптерећења 7000 [N]

БИОГРАФИЈА

Наташа Солдат, дипл. инж. машинства, рођена је 13.03.1985. године у Приједору (Босна и Херцеговина). Основну школу и гимназију завршила је у Београду. Машински факултет Универзитета у Београду уписала је 2004. године, а дипломирала 2010. године на Одсеку за термотехнику.

Своје научно и стручно усавршавање наставила је на Машинском факултету у Београду као студент докторских студија на Катедри за Опште машинске конструкције од школске 2010/11. године.

Од фебруара 2011. запослена је као истраживач сарадник на Машинском факултету у Београду на пројекту Министарства просвете, науке и технолошког развоја Републике Србије „Развој методологија за повећање радне способности, поузданости и енергетске ефикасности машинских система у енергетици“ – ТР 35029 под руководством проф. др Радивоја Митровића. Учесник је међународног билатералног пројекта са Црном Гором (2016-2018).

Аутор је и коаутор преко 17 научних и стручних радова, од којих 2 на SCI листи. Учествује у наставном процесу Катедре за Опште машинске конструкције Машинског факултета у Београду на Основним академским студијама на предметима Машински елементи.

У досадашњем раду је успешно овладала специфичним софтверима за 3D моделирање и симулацију Методом коначних елемената (Autodesk Inventor, Ansys), а дужи низ година се користи и стандардним апликацијама из софтверског пакета MS Office (Word, Access, Excel). Поседује знање енглеског језика на напредном конверзацијском нивоу.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора _____ Наташа Д. Солдат _____

Број индекса _____ Д42/10 _____

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

Утицај оштећења стаза котрљања на радне карактеристике
кугличних котрљајних лежаја

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 07.12.2020. године

Наташа Д. Солдат

**Изјава о истоветности штампане и електронске верзије
докторског рада**

Име и презиме аутора Наташа Д. Солдат

Број индекса Д42/10

Студијски програм Докторске академске студије – Машинско инжењерство

Наслов рада Утицај оштећења стаза котрљања на радне карактеристике
кугличних котрљајних лежаја

Ментор Проф. др Радивоје Митровић, Универзитет у Београду, Машински факултет

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду.**

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 07.12.2020. године



Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

**Утицај оштећења стаза котрљања на радне карактеристике
кугличних котрљајних лежаја**

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

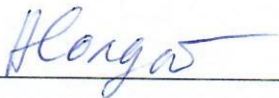
Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 07.12.2020. године



1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.