

UNIVERZITET U BEOGRADU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Vladimir D. Vuković

**EFIKASNI ARQ ALGORITMI
BAZIRANI NA MAJORITYETNOJ LOGICI**

doktorska disertacija

Beograd, 2012

UNIVERSITY OF BELGRADE
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Vladimir D. Vuković

**EFFICIENT ARQ ALGORITHMS
BASED ON MAJORITY LOGIC DECISION**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2012

Informacije o mentoru i članovima komisije

Mentor:

1. dr Aleksandra Smiljanić, vanredni profesor
Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu

Članovi komisije:

2. dr Predrag Ivaniš, docent
Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Beogradu
3. dr Ljiljana Trajković, redovni profesor
School of Engineering Science, Simon Fraser University,
Vancouver, British Columbia, Canada

Datum odbrane: _____

Datum promocije: _____

Zahvalnica

Veliko hvala svima koji su imali razumevanja svih ovih godina.

Veliko hvala mojoj dragoj profesorki Aleksandri Smiljanić.

Veliko hvala mojoj dragoj profesorki Ljiljani Trajković.

Veliko hvala mom dragom profesoru Grozdanu Petroviću.

REZIME

Naslov disertacije: Efikasni ARQ algoritmi bazirani na majoritetnoj logici

Primena diverziteti tehnike i majoritetnog kombinovanja paketa predstavlja jednostavno i atraktivno rešenje za kontrolu grešaka u bežičnim telekomunikacionim sistemima. Ove tehnike su posebno interesantne u paketski orijentisanim mrežama sa višestrukim putanjama i kooperativnim mrežama sa jednom ili više predajnih i prijemnih antena. Tipičan primer su bežične senzorske mreže koje često rade u ekstremno otežanim uslovima prenosa, pri čemu zahtevi za pouzdanim prenosom imaju veći prioritet od zahteva za racionalnim korišćenjem komunikacionih kapaciteta. Teorijski i aproksimativni izrazi za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa u slučaju proizvoljnog broja kanala sa različitim verovatnoćama grešaka predstavljaju ključne parametre za procenu energetske efikasnosti senzorskih čvorova.

Cilj rada: U okviru ove problematike, u tezi su postavljeni sledeći ciljevi: (i) da se dobiju teorijski izrazi za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa u slučaju primene selektivnog i majoritetnog odlučivanja, u uslovima kada su verovatnoće grešaka različite na različitim putanjama i kada je broj mogućih paralelnih putanja proizvoljan; analitički izrazi su veoma bitni prilikom određivanja optimalnog broja putanja u senzorskoj mreži sa ciljem maksimalne uštede potrošnje energije u senzorskim čvorovima, (ii) da se analizira efikasnost hibridne ARQ šeme imajući u vidu različita scenarija pristizanja paketa u odredišni čvor; naime, prisustvo prostornih putanja pri kojima su na pojedinim putanjama uslovi prenosa loši, ne obezbeđuje garantovano prepoznavanje paketa i prenos po svim putanjama, tako da se uslovi za majoritetno odlučivanje mogu obezbediti posle jedne ili više retransmisija; zbog toga, realni scenario je kombinacija prostornog i vremenskog diverzitija u korist jednog ili drugog scenarija, (iii) da se sagleda mogućnost implementacije imajući u vidu korišćenje poznatih standarda i postojećih hardverskih i softverskih rešenja koja se koriste u senzorskim mrežama; posebno težište je bilo dato modifikaciji rešenja neophodnih za implementaciju korekcije grešaka na bazi majoritetnog kombinovanja paketa.

Određivanje izraza za verovatnoću retransmisije predstavlja izazovni problem, posebno složen kada je broj nezavisnih putanja proizvoljan. To je bio osnovni razlog da su gotovo svi autori u objavljenim istraživanjima usvajali nerealnu pretpostavku da su kanalne verovatnoće grešaka (*Bit Error Rate*, BER) po nezavisnim putanjama brojčano jednake. Čak i pri tim uslovima, većina autora se ograničava na razmatranje samo tri putanje. Izuzetak predstavljaju radovi Carsona Lama i koautora u kojima se daju opšta rešenja za proizvoljni broj putanja (kanala). Za razliku od ovog pristupa, postavljen je cilj da se izvede opšta formula kako za proizvoljan broj nezavisnih putanja, tako i za različite vrednosti kanalnih verovatnoća.

Postojanje nezavisnih transmisionih putanja obezbeđuje prijem više kopija istog okvira. U normalnim okolnostima, uprkos postojanju grešaka na pojedinim bitskim pozicijama, pretpostavimo da će prisustvo svih okvira biti ispravno detektovano. U tom slučaju, na prijemnoj strani će postojati potpun komplet okvira, tako da će se, ukoliko je potrebno, primeniti majoritetno kombinovanje. Međutim, takođe je realna mogućnost da se ne prepozna prisustvo prenetog okvira. To će imati za posledicu "deficit" paketa, koji se mora nadoknaditi tokom narednih retransmisija. Mogući su veoma različiti scenariji prikupljanja paketa za majoritetno odlučivanje, od toga da se problem reši posle prve retransmisije, do slučaja kada broj retransmisija mora biti jednak ili veći od broja nezavisnih putanja. Takođe, posle pojedinih retransmisija, može doći do "suficita" paketa koji se mogu koristiti za majoritetno odlučivanje, tako da se u takvim prilikama javlja problem izbora pogodnih "kandidata" za ovo odlučivanje. U svakom slučaju, potreba za retransmisijom utiče na smanjenje efikasnosti primenjene metode, pa je od interesa da se ovaj problem detaljnije ispita. Sa ciljem dobijanja okvirnog uvida u propusnost, odabrana su tri karakteristična scenarija od kojih dva daju granične slučajeve, jedan koji odgovara čisto prostornom diverzitetu, i drugi, koji odgovara čisto vremenskom diverzitetu. Analiza je bila zasnovana na modelovanju procesa retransmisije posredstvom odgovarajućih Markovljevih modela koji su poslužili za određivanje propusnosti na bazi srednje vrednosti trajanja transmisionih ciklusa.

Atraktivnost primene hibridne ARQ tehnike sa majoritetnim kombinovanjem zasniva se na većoj jednostavnosti realizacije u poređenju sa drugim hibridnim metodama. To nikako ne znači da je problem trivijalan ili krajnje jednostavan. Da bi se obezbedila uspešna realizacija, potrebno je sprovesti opsežnu analizu raspoloživih komponenti i modifikaciju dostupnih rešenja koja se koriste u bežičnim senzorskim mrežama. Pri tome, polazni okvir je bio: (i) da se utvrdi pogodna topološka i komunikaciona postavka senzorske mreže; (ii) da se razmotre i predlože izmene i modifikacije funkcija postojećeg protokola koje se odnose na kontrolu grešaka u okviru drugog sloja referentnog modela; (iii) da se sagledaju neophodne modifikacije primopredajnika dostupnih na komercijalnom tržištu; i (iv) da se bliže odrede hardverska i softverska rešenja koja omogućuju implementaciju majoritetnog kombinovanja.

Metode istraživanja: Svakom od navedenih otvorenih pitanja pristupalo se kao zasebnim tematskim celinama, pri čemu su korišćeni posebni prikladni telekomunikacioni modeli i usvajane specifične pretpostavke kako bi se kompletno razmatranje učinilo jasnim i celishodnim. Kombinovane su metode teorijske i simulacione analize. Matematička analiza je vršena na bazi teorijskih modela uzimajući u obzir izvesna ograničenja koja podrazumevaju idealnu sinhronizaciju na nivou bita i okvira, sporopromenljivi kanal u odnosu na dužinu trajanja okvira, poznatu dužinu okvira i dr.. Kao pomoćno sredstvo prilikom računanja opšteg izraza za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa u slučaju diverziteti prenosa sa proizvoljnim brojem putanja, korišćeni su udžbenici iz kombinatorike, i to teorema uključivanja i isključivanja. Teorijski rezultati su verifikovani simulacijom realnih modela na računaru.

Rezultati i zaključci: U tezi su izvršena značajna teorijska i praktična istraživanja koja su rezultirala sledećim doprinosima: (i) izveden je izraz u zatvorenom obliku za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa za tri i pet kanala sa različitim kanalnim verovatnoćama, (ii) izveden je izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa za proizvoljan broj kanala sa različitim kanalnim verovatnoćama; urađen je programski paket koji na bazi opšteg izraza računa verovatnoću pogrešnog prenosa paketa za proizvoljan broj kanala, različite dužine paketa i različite kanalne verovatnoće; uporedna analiza je pokazala da dodatna primena majoritetnog kombinovanja može značajno da smanji verovatnoću pogrešnog prenosa u odnosu na selektivno kombinovanje. (iii) razvijeni su pogodni aproksimativni izrazi koji omogućuju lakše sagledavanje uticaja pojedinih parametara kao što su broj kanala i dužina paketa, na verovatnoću pogrešnog prenosa, (iv) uveden je pojam ekvivalentne kanalne verovatnoće koja se može koristiti kao dobar reprezent kanala sa različitim verovatnoćama grešaka čiji značaj nije samo u pojednostavljenju složenog izraza za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa, već i u jednodimenzionalnoj grafičkoj predstavi funkcije više promenljivih; pokazano je da se verovatnoća pogrešnog prenosa paketa relativno malo menja bez obzira na velike odnose pojedinih kanalnih verovatnoća, (v) razvijeni su modeli tri karakteristična scenarija prenosa paketa od izvornog do odredišnog čvora i izvedeni izrazi za propusnost na bazi retransmisionih ciklusa; analiziran je uticaj ključnih parametara kao što su broj kanala, dužina paketa i normalizovano kružno kašnjenje, (vi) rezultati istraživanja su ilustrovani na primeru jedne hipotetičke senzorske mreže; dat je predlog modifikacije standarda koji reguliše razmenu podataka u bežičnim senzorskim mrežama malog protoka; predloženo je da okvir sadrži dva posebna CRC polja koja nezavisno kontrolišu MAC heder i informacioni sadržaj okvira.

Dalji razvoj: Buduća istraživanja se sagledavaju u dva pravca, teorijski i praktični. Kod teorijskih istraživanja, primenjena metodologija bi mogla da se proširi i na druge "tvrde" postupke kao što su generalizovano kombinovanje paketa i adaptivne varijante kombinovanja različitih postupaka. U praktičnim istraživanjima ima mogućnosti za detaljniju razradu hardverskih i softverskih rešenja u cilju realizacije pojedinih modula i funkcije majoritetnog kombinovanja paketa u okviru odgovarajućih standarda. Na kraju, napomenimo da posebno interesantnu oblast primene predstavljaju ne samo senzorske mreže, već i drugi tipovi mreža i telekomunikacionih sistema.

Ključne reči: automatska retransmisija paketa, bežične senzorske mreže, diverziti, majoritetno kombinovanje, selektivno kombinovanje, propusnost, retransmisioni ciklus, verovatnoća greške po bitu, verovatnoća retransmisije.

Naučna oblast: digitalne telekomunikacije.

Uža naučna oblast: računarske mreže i protokoli.

UDK broj: _____.

SUMMARY

Dissertation title: Efficient ARQ algorithms based on majority logic decision

The application of diversity technique and majority packet combining is a simple and attractive solution for error control in wireless telecommunication systems. These techniques are especially interesting in packet-oriented multipath and cooperative networks with one or more transmitting and receiving antennas. A typical example is wireless sensor network which often operates in extremely harsh conditions, where requirements for reliable packet transmission have a higher priority than requirements for efficient usage of communication capacities. Theoretical and approximate expressions of packet error probabilities in the case of an arbitrary number of channels with distinct channel error probabilities are key parameters for estimation of the energy efficiency of sensor nodes.

Goal of research: As part of this problem, the thesis sets the following objectives: (i) to obtain theoretical expressions for packet error probability in the case of application of selective and majority decision when the number of parallel channels is arbitrary and channel error probabilities are distinct; analytical expressions are very important in determining the optimal number of paths in a sensor network in order to achieve maximum saving of energy in sensor nodes, (ii) to analyze the throughput efficiency of a hybrid ARQ scheme, considering various scenarios of packet receiving in the destination node; namely, the presence of spatial paths, with poor transmission conditions in certain paths, does not provide guaranteed detection and transmission of frame copies via all paths, so that the conditions for majority combining may be provided after one or more retransmissions; therefore, the real scenario is a combination of space and time diversity in favor of one or the other scenario, (iii) to examine the possibility of implementation of majority combining, having in mind the known standards and the usage of existing hardware and software solutions in sensor networks; the particular focus was given to the modification of solutions required for the implementation of error correction, based on majority packet combining.

Determining an expression for the retransmission probability is a challenging problem, especially complex when the number of independent paths is arbitrary. It was the main reason why almost all authors of published research papers adopted an unrealistic assumption that channel error probabilities in independent paths are numerically equal. Even under such conditions, most authors have limited their research to only three paths. The exceptions are papers by Carson Lam and co-authors, in which general solutions for the arbitrary number of paths (channels) are given. In contrast to this approach, our goal was to derive the general expression that takes into account both the arbitrary number of paths and distinct values of channel probabilities.

The existence of independent transmission paths enables the reception of more frame copies. Under normal circumstances, despite the errors in certain bit positions, let us assume that the presence of all frame copies will be properly detected. In that case, a complete set of frame copies will be available at the receiving side, so that, if necessary, majority combining can be applied. However, there is a real possibility that it does not recognize the presence of any transmitted frame copies. This will result in a “deficit” of frame copies, which must be compensated for by subsequent retransmissions. Various scenarios of packet collecting for majority decision are possible, such as the case of solving the problem after the first retransmission, or the case of solving the problem when the number of retransmissions must be equal or greater than the number of independent paths. Furthermore, after certain retransmissions, a “surplus” of frame copies can appear. In such circumstances, the surplus will create the problem of choosing a suitable “candidate” for majority decision-making. In any case, the need for retransmission will reduce the efficiency of the applied method, and it is of interest to investigate this problem further. In order to obtain an insight in the throughput, three typical scenarios are selected. Two of them represent extreme cases: one corresponds to pure space diversity, whereas the other one corresponds to pure time diversity. The analysis was based on the modeling of the retransmission process, by using appropriate Markov models to determine the throughput efficiency based on the mean duration of retransmission cycles.

The attractiveness of applying hybrid ARQ with majority combining scheme lies in higher simplicity of realization in comparison with other hybrid methods. This definitely does not mean that the problem is trivial or extremely simple. To ensure effective implementation, it requires extensive analysis of available components and modification of available solutions used in wireless sensor networks. In addition, the initial framework was: (i) to determine the suitable topological and communication setup of the sensor network; (ii) to consider and propose modifications to the functions of valid protocols related to error control in the second layer of the reference model, (iii) to consider the necessary modifications to transceivers available on the commercial market; and (iv) to specify in detail the hardware and software solutions that enable the implementation of majority combining.

Research methods: Each of these outstanding issues have been approached as a separate topic, using special appropriate telecommunication models and making specific assumptions to ensure the clarity and relevance of the entire consideration. Theoretical and simulation methods have been combined. Mathematical analysis has been performed based on theoretical models, taking into account certain constraints that imply perfect bit and frame synchronization, slowly time-varying channel in relation to frame duration, known frame length, etc. As an aid in derivation of the general expression for packet error probability in the case of diversity transmission with an arbitrary number of paths, the principle of inclusion and exclusion from the combinatorics has been used. Theoretical results have been verified by computer simulation of realistic models.

Results and conclusions: The thesis has included important theoretical and practical research, which resulted in the following contributions: (i) the close-form expression is derived for the packet error probability for three and five channels with distinct channel error probabilities, (ii) an expression is derived for the packet error probability in the case of an arbitrary number of channels with distinct channel error probabilities; a software package based on the general expression has been created to calculate the packet error probability for arbitrary number of paths, various frame lengths and distinct channel error probabilities; the comparative analysis has shown that an additional application of majority combining can significantly reduce the transmission error probability compared to selective combining. (iii) suitable approximate expressions have been developed, allowing for easier understanding of the effect of certain parameters, such as the number of channels and frame length, on the transmission error probability, (iv) the concept of equivalent channel probability has been introduced, which can be used as a good representation of channels with distinct error probabilities, whose importance is not only in the simplification of a complex expression for the packet error probability, but also in the one-dimensional graphics representation of a function of several variables; it has been illustrated that packet error probability changes a little irrespective of the relations between individual channel error probabilities, (v) models of three typical scenarios of packet transmission from a source to a destination node have been developed and expressions for the throughput efficiency based on retransmission cycles have been derived; the effect of key parameters, such as the number of channels, packet length and normalized round trip delay have been analyzed, (vi) research results have been illustrated in a hypothetical sensor network; the proposal for modification of the standard that regulates the exchange of data in low rate wireless sensor networks has been given; it has been proposed that a frame should contain two separate CRC fields which independently control MAC header and data payload fields.

Further development: The future research is envisaged in two directions - theoretical and practical. In theoretical research, the applied methodology could be extended to other “hard” procedures, such as generalized packet combining and the adaptive versions of various combining procedures. In practical research, there are possibilities for more detailed elaboration of hardware and software solutions, with a view to implementing individual modules and functions of majority packet combining under appropriate standards. Finally, it is fair to say that particularly interesting area of application are not only sensor networks, but also other types of networks and telecommunication systems.

Key words: automatic repeat request, wireless sensor networks, diversity, majority packet combining, selective packet combining, throughput, retransmission cycles, bit error probability, retransmission probability.

Scientific area: Digital telecommunications.

Sub-scientific area: Computer networks and protocols.

UDC number: _____.

**UNIVERZITET U BEOGRADU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET**



**EFIKASNI ARQ ALGORITMI
BAZIRANI NA MAJORITETNOJ LOGICI**
– Doktorska disertacija –

Kandidat:
Vladimir Vuković

Mentor:
prof. dr Aleksandra Smiljanić

Beograd, 2012.

SADRŽAJ

SADRŽAJ.....	2
1. UVOD.....	4
1.1. MREŽNO OKRUŽENJE.....	5
1.2. TELEKOMUNIKACIONI MODEL	6
1.3. MOTIV I ORGANIZACIJA TEZE	7
2. VEROVATNOĆA RETRANSMISIJE	10
2.1. TEORIJSKI MODEL SC+MC PROCEDURE	10
2.2. SC+MC PROCEDURA ZA TRI KANALA.....	13
2.2.1. Egzaktni izraz za verovatnoću retransmisije.....	13
2.2.2. Aproksimativni izrazi za verovatnoću retransmisije	16
2.2.3. Uticaj rasejavanja kanalnih verovatnoća	19
2.3. SC+MC PROCEDURA ZA PET KANALA	21
2.3.1. Egzaktni izraz za verovatnoću retransmisije.....	21
2.3.2. Aproksimativni izrazi za verovatnoću retransmisije	24
2.4. SC+MC PROCEDURA ZA OPŠTI BROJ KANALA	26
2.4.1. Metodologija za računanje verovatnoće retransmisije	26
2.4.2. Preliminarne definicije, oznake i pomoćne veličine.....	28
2.4.3. Izraz za verovatnoću retransmisije za opšti broj kanala.....	31
2.5. EFIKASNOST SC+MC PROCEDURE	35
2.5.1. Upporedni pregled SC i SC+MC procedura	36
2.5.2. Analiza doprinosa MC procedure.....	40
2.5.3. Analiza dobitka MC procedure.....	43
3. ANALIZA PROPUSNOSTI.....	45
3.1. KARAKTERISTIČNI SCENARIJI	45
3.2. ANALIZA SCENARIJA B1	48
3.2.1. Opis procedure	48
3.2.2. Matematički model.....	49
3.2.3. Simulacioni model.....	52
3.2.4. Rezultati analize.....	56
3.3. ANALIZA SCENARIJA B2	56
3.3.1. Opis procedure	56
3.3.2. Matematički model.....	58
3.3.3. Simulacioni model.....	61
3.3.4. Rezultati analize.....	63
3.4. ANALIZA SCENARIJA B3	63
3.4.1. Opis procedure	63
3.4.2. Matematički model.....	65
3.4.3. Simulacioni model.....	68
3.4.4. Rezultati analize.....	70
3.5. UPPOREDNA ANALIZA	70
3.5.1. Analiza uticaja broja kanala.....	71
3.5.2. Analiza uticaja dužine okvira.....	72
3.5.3. Analiza uticaja kružnog kašnjenja	73

4.	ELEMENTI IMPLEMENTACIJE	74
4.1.	MODIFIKACIJA IEEE 802.15.4 STANDARDA	74
4.2.	PRIMER HIPOTETIČKE MREŽE.....	77
4.3.	OPIS PROCEDURE.....	78
4.4.	PREDLOG IMPLEMENTACIJE	81
5.	ZAKLJUČAK.....	83
	LITERATURA.....	86
A.	OPIS PROGRAMSKOG PAKETA	89
A.1.	PRIPREMA KODA.....	89
A.2.	LISTINZI PROGRAMA.....	91
B.	RAČUNANJE PRELAZNIH VEROVATNOĆA.....	101
B.1.	PRELIMINARNE DEFINICIJE I OZNAKE.....	101
B.2.	RAČUNANJE PRELAZNIH VEROVATNOĆA	102
C.	SPISAK SKRAĆENICA.....	114
D.	SPISAK SIMBOLA	115
E.	SPISAK SLIKA	116
F.	SPISAK TABELA.....	118

1. UVOD

U savremenim bežičnim telekomunikacionim sistemima se primenjuju tri osnovne tehnike za kontrolu grešaka na liniji: automatska retransmisija paketa (*Automatic Repeat reQuest* – ARQ), korekcija grešaka unapred (*Forward Error Control* – FEC) i diverziti (*Diversity*) [1] – [5].

ARQ tehnike se zasnivaju na ponavljanju prenosa u uslovima postojanja grešaka na liniji. Po prijemu paketa iz mrežnog sloja OSI (*Open Systems Interconnection*) referentnog modela, u sloju veze se formira okvir tako što se paketu pored kontrolnih polja u zaglavlju (*header*), dodaje i CRC (*Cyclic Redundancy Check*) polje za detekciju grešaka na prijemu. Kada okvir stigne u prijemnik, najpre se vrši provera CRC bita, i ako je okvir ispravan, izdvojeni paket se prosleđuje sloju mreže, a predajniku se preko povratnog kanala šalje pozitivna potvrda prijema (*Acknowledgement*, ACK). U suprotnom, ukoliko je prenos pogrešan, prijemnik može, a ne mora, da šalje negativnu potvrdu prijema (NAK) koja inicira retransmisiju okvira. Postupak retransmisije se ponavlja sve dok prijemnik ne primi ispravnu poruku. Postoje tri osnovna tipa ARQ protokola: “stani i čekaj” (*Stop-and-Wait*, SW), “vрати se za N” (*Go-Back-N*, GBN) i “selektivno ponavljanje” (*Selective Repeat*, SR) koji su detaljno opisani u literaturi [1].

FEC tehnike su znatno složenije. Pored informacionih bita, prenosi se i određeni broj redundantnih bita koji služe za korekciju grešaka u prenosu. Paket se isporučuje korisniku bez obzira na uspešnost korekcije greške. Na taj način, FEC tehnike obezbeđuju konstantnu propusnu efikasnost, dok pouzdanost opada sa porastom verovatnoće greške. Treba dodati da ova tehnika ne zahteva pomoćni kanal, tako da je u slučaju jednosmernog kanala, jedino moguće rešenje.

Svaka od prethodno opisanih tehnika ima svoje prednosti i nedostatke. ARQ sistemi su jednostavni za implementaciju i nude veliku efikasnost pri malim verovatnoćama grešaka u kanalu. Međutim, pri velikim verovatnoćama grešaka i pri velikoj dužini paketa, ovi sistemi postaju neefikasni zbog velikog broja retransmisija u prenosu. Za razliku od ARQ sistema, u FEC sistemima nema retransmisija, tako da je efikasnost sistema konstantna i određena kodnim količnikom, bez obzira na uslove prenosa u kanalu. Ovo svakako predstavlja prednost u odnosu na ARQ sisteme, ali je pouzdanost i složena implementacija zaštitnog koda još uvek veliki nedostatak FEC sistema. Pogodnom kombinacijom ARQ i FEC postupaka, dobija se veća efikasnost od ARQ sistema i veća pouzdanost od FEC sistema. Ove tehnike se nazivaju hibridne (*Hybrid Automatic Repeat reQuest*, HARQ) procedure.

Diverziti tehnike se zasnivaju na višestrukom ponavljanju paketa i mekom i tvrdom odlučivanju (*soft* ili *hard decision bit combining*) u zavisnosti od toga da li se obrada signala vrši pre ili posle odlučivača. Meki kombajner se realizuje na fizičkom sloju, neposredno ispred odlučivača i zasniva se na činjenici da je srednja vrednost aditivnog Gausovog šuma jednaka nuli. Za svaki od kanala, na izlazu demodulatora se vrši kvantizacija superponiranog korisnog signala i šuma u ritmu bitske učestanosti. Dobijene vrednosti za iste bitske pozicije se sabiraju kako bi se izvršilo potiskivanje šuma iz korisnog signala. Tvrdi kombajner se realizuje na sloju veze, neposredno iza odlučivača. Osnovna ideja je u višestrukom emitovanju kopija istog okvira i selektivnom ispitivanju ispravnosti svake kopije. Na ovaj jednostavan metod, prirodno se nadovezuje naredni korak, da se primljene kopije iskoriste i za korekciju grešaka primenom vrlo

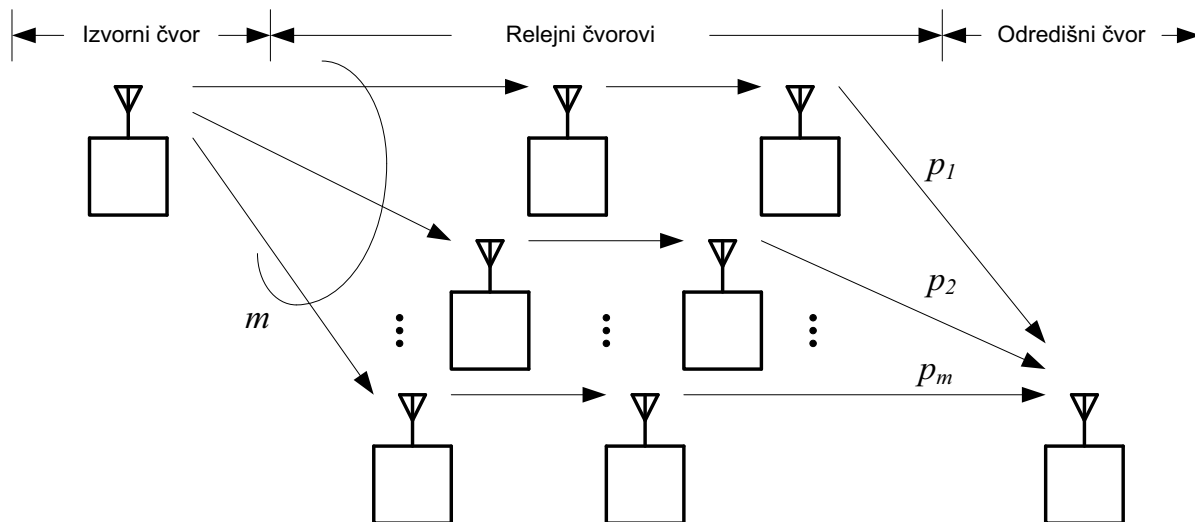
jednostavnih mehanizama baziranih na sabiranju po modulu 2 ili većinskom kriterijumu odlučivanja pre nego što se utvrdi potreba za retransmisijom [6] – [8].

Diverziti tehnika u sprezi sa majoritetnom logikom predstavlja jednostavan, ali ujedno i moćan alat za kontrolu grešaka u bežičnim telekomunikacionim sistemima. Osnovna ideja leži u korišćenju višestrukog prenosa kopija istog okvira i ako je potrebno, eventualnom kombinovanju pogrešnih kopija kako bi se regenerisao ispravan okvir. Ovo rešenje se realizuje kao deo hibridnog ARQ protokola sa ciljem da se poveća pouzdanost prenosa, a sa smanjenjem broja retransmisija, i efikasnost sistema. Dekoder na bazi majoritetnog odlučivanja prvi je uveo Irving S. Reed, davne 1954. godine [9], da bi ga detaljno razradio J. L. Massey, 1963. godine [2]. Široka primena leži u veoma jednostavnoj realizaciji dekodera koja se sastoji od par serijsko-paralelnih šift registara i nekoliko logičkih kola. U literaturi su predložene različite šeme sa tvrdim kombinovanjem paketa: xor kombinovanje (*xor combining*) [10] – [11], majoritetno kombinovanje (*majority combining*) [12] – [13], kao i šeme nastale njihovom modifikacijom koje su označene kao generalizovano [13], agresivno [14], i ponderisano majoritetno kombinovanje [15]. Prvu kombinacionu šemu, označenu kao xor kombinovanje je predložio Sindhu [6]. Radi se o vrlo jednostavnoj tehnici detekcije jednostrukih grešaka baziranoj na sabiranju po modulu 2 sadržaja na istim bitskim pozicijama u dve pogrešne kopije okvira. Ukoliko je broj detektovanih grešaka manji od neke unapred zadate vrednosti koja je određena raspoloživim vremenom obrade, sledi postupak korekcije grešaka. Bira se jedna od mogućih kombinacija grešaka koja se sabira po modulu 2 (inverzija uslovno pogrešnih bita) sa jednom od dve pogrešne kopije okvira. Posle svake inverzije bita vrši se provera ispravnosti novonastalog okvira. Postupak se ponavlja sve dok se ne dobije okvir bez greške ili dok se ne “prođe” kroz sve kombinacije grešaka. Ukoliko je regenerisana kopija ispravna, prenos se proglašava uspešnim. U suprotnom, ukoliko je broj detektovanih grešaka veći od dozvoljene vrednosti, ili ako se na nekoj od bitskih pozicija pojavila dvostruka greška, zahteva se retransmisija okvira. Drugu kombinacionu šemu, označenu kao majoritetno kombinovanje je predložio Wicker [8]. Zasniva se na većinskom kriterijumu odlučivanja na istoj bitskoj poziciji u proizvoljnom broju kopija okvira i proveru ispravnosti tako nastalog okvira. Ukoliko je regenerisana kopija ispravna, prenos se proglašava uspešnim i odgovarajući paket se prosleđuje korisniku. U suprotnom, ukoliko je rezultujuća kopija neispravna, prenos se proglašava neuspešnim i zahteva se retransmisija novog okvira. Za razliku od xor kombinovanja, majoritetno kombinovanje nema ograničenja u pogledu vremena obrade.

1.1. Mrežno okruženje

Diverziti tehnike za kontrolu grešaka su posebno interesantne u mrežama sa višestrukim putanjama i kooperativnim mrežama koje koriste linkove sa jednom ili više predajnih i prijemnih antena. Na slici 1.1 je prikazana topologija jedne tipične mreže sa višestrukim putanjama [16]. Ova mreža se sastoji od velikog broja čvorova koji u komunikacionom smislu mogu biti izvorni (*Source Node*, SN), relejni (*Relay Node*, RN) ili odredišni (*Destination Node*, DN). U cilju obezbeđenja pouzdanog prenosa informacija, do odredišta stižu kopije istog okvira što omogućuje primenu kombinovanih tehnika za detekciju i korekciju grešaka na prvom i drugom sloju referentnog modela. Klasičan pristup podrazumeva primenu mekog kombinovanja koje se realizuje na fizičkom sloju. Postoji više različitih tehnika koje su u literaturi označene kao *Selection Combining*, *Threshold Combining*, *Equal-Gain Combining* i *Maximal-Ratio Combining*, koja je svakako i najpoznatija [17]. Iako daje dobre rezultate, ovakav pristup se ne može uvek primeniti, pogotovo u paketski orijentisanim mrežama koje su realizovane komercijalnim primopredajnicima. Tipičan primer su bežične senzorske mreže koje koriste integrisana ulazno-izlazna kola koja rade u skladu sa IEEE 802.15.4 i ZigBee standardima [18]. Ove mreže su našle primenu u velikom broju industrijskih, naučnih, medicinskih, i drugih aplikacija. Njihova masovna primena je uticala da

konstruktori posebnu pažnju obrate na dimenzije senzorskog čvora, malu potrošnju i nisku cenu proizvodnje, a potreba za visokom pouzdanošću prenosa je uslovila primenu postupaka za detekciju i korekciju grešaka baziranih na tehnikama tvrdog kombinovanja koje se realizuju na sloju veze kao deo hibridnih ARQ šema [19] – [20].



Slika 1.1. Topologija jedne tipične mreže sa višestrukim putanjama.

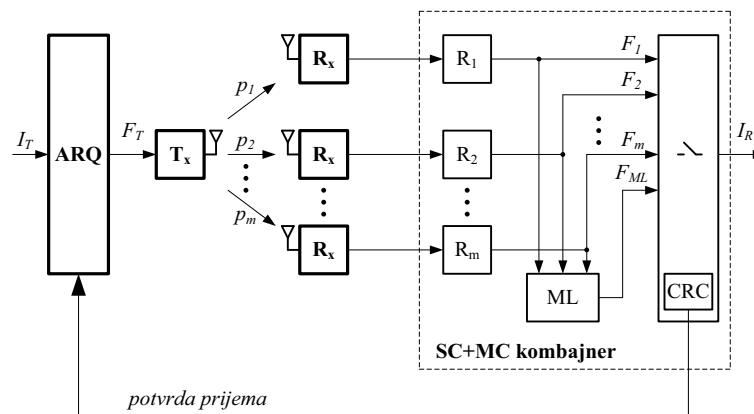
Generalno, sam proces istraživanja je veoma složen i obuhvata čitav niz otvorenih tema posebno onih koje se odnose na realizaciju funkcija prva tri sloja komunikacione arhitekture. Tu se podrazumevaju pitanja vezana za modele propagacije akustičkog ili elektromagnetnog signala, primene pogodnih postupka modulacije i kodovanja, postupaka sinhronizacije na nivou nosioca, bita i okvira, zatim pitanja vezana za adresiranje, rutiranje i realizaciju relejnih funkcija i sl.. Odgovore na ova pitanja možemo sagledati kroz telekomunikacione modele koji se odnose na rešavanje pojedinačnih problema usvajajući idealizovano okruženje.

1.2. Telekomunikacioni model

U tezi je usvojen pojednostavljeni telekomunikacioni model ARQ šeme sa majoritetnim kombinovanjem prikazan na slici 1.2. Predajni i prijemni delovi modela su povezani sa m međusobno nezavisnih kanala sa različitim verovatnoćama grešaka po bitu, $p_k = 1 - q_k$, ($k = 1, 2, \dots, m$). Predajni deo se sastoji od ARQ bloka i predajnika. Zadatak ARQ bloka je da obezbedi formiranje okvira $F_T(H_T, I_T)$ i sve funkcije neohodne za njegovu retransmisiju. Svaki od m kanala se koristi za prenos identične kopije okvira koja se na predajnoj strani sastoji od korisničkog paketa (I_T) i zaglavlja (H_T) sa CRC bitima za detektovanje grešaka pri prenosu paketa. Zaglavlje H_T sadrži podatke koji nose informaciju o početku, dužini i rednom broju okvira, kao i sopstvene kontrolne i zaštitne bite potrebne za korekciju grešaka. Svi ovi podaci su neophodni za pouzdano prepoznavanje i identifikaciju kopije okvira na prijemnoj strani.

Prijemni deo se sastoji od m prijemnika i bafera sa registrima $R_1, R_2, \dots, R_m$ u koje se privremeno smešta najviše m uzastopnih kopija istog okvira. Prijem okvira se odvija u dve faze. U prvoj fazi se vrši detekcija, identifikacija i memorisanje okvira. Sa ciljem da se korisniku na prijemnoj strani prosledi verna replika I_R paketa I_T , u drugoj fazi prijema se vrši detekcija i korekcija postojećih grešaka primenom metode kombinovanog odlučivanja. Ovo kombinovano

odlučivanje se sastoji od dva koraka. U prvom koraku, nazvanom selektivno kombinovanje (ili kratko SC), primenom CRC procedure se vrši pojedinačno ispitivanje prenetih kopija $F_1, F_2, \dots, F_m$ onim redosledom kako pristižu. Ukoliko se u nekom od kanala detektuje okvir bez greške, ukupni prenos se proglašava uspešnim, predajnoj stanici se šalje ACK, a odgovarajući paket se prosleđuje korisniku. Drugi korak, nazvan majoritetno kombinovanje (ili kratko MC), se primenjuje ukoliko otkáže SC. U tom slučaju, prvo se primenom majoritetnog odlučivanja na nivou bita (ML) regeneriše kopija okvira F_{ML} koja se zatim proverava na bazi regenerisane CRC sekvence. Ukoliko nema detektovanih grešaka, prenos se proglašava uspešnim, predajnoj stanici se šalje ACK, a regenerisani paket se prosleđuje korisniku. U suprotnom, okvir se odbacuje, prenos se proglašava neuspešnim, predajniku se šalje NAK čime se aktivira zahtev za retransmisijom. Procedura se dalje nastavlja prijemom nove generacije okvira, sledeći opisane korake.



Sl. 1.2. Pojednostavljeni model ARQ šeme sa majoritetnim kombinovanjem paketa.

U našem modelu pretpostavljamo da se kanali mogu modelovati kao kvazistacionarni, međusobno nezavisni, binarni simetrični kanali. Pojam kvazistacionarnosti podrazumeva da se verovatnoća greške pri prenosu bita ne menja tokom prenosa okvira, a pojam nezavisnosti podrazumeva da su greške u različitim kanalima u opštem slučaju međusobno različite. Na osnovu definicije binarnog simetričnog kanala sledi da su greške pri prenosu bita u posmatranom kanalu međusobno nezavisne slučajne veličine. Krajnji rezultat napred iznetih pretpostavki je da na izlazima kanala postoje sekvence bita koje sadrže okvire sa slučajno raspoređenim greškama na pojedinim pozicijama. Teorijski, broj grešaka po okviru se kreće u opsegu od nula do iznosa koji je brojčano jednak polovini dužine okvira što je ekvivalentno promeni verovatnoće greške po bitu u granicama od 0 do 0.5.

1.3. Motiv i organizacija teze

Primena tehnika za korekciju grešaka na bazi hibridne ARQ procedure sa majoritetnim kombinovanjem paketa predstavlja jednostavno, ekonomično i atraktivno rešenje. Ove tehnike su posebno interesantne u senzorskim mrežama u kojima se zahteva mala potrošnja. Težište istraživanja u ovoj tezi ima za cilj dobijanje odgovora na sledeća pitanja:

- Kako različite verovatnoće grešaka u pojedinim kanalima utiču na verovatnoću pogrešnog prenosa u slučaju primene diverzitetne tehnike sa majoritetnim kombinovanjem paketa?

- Kako mogući scenariji odvijanja toka retransmisije u okviru primenjene hibridne ARQ procedure utiču na propusnost?
- Šta je bitno sa stanovišta realizacije imajući u vidu raspoložive komponente i dostupna hardverska i softverska rešenja koja se primenjuju u savremenim senzorskim mrežama?

Određivanje izraza za verovatnoću retransmisije u okviru prvog postavljenog pitanja predstavlja izazovni problem, posebno složen kada je broj nezavisnih putanja proizvoljan. To je bio osnovni razlog da su gotovo svi autori u objavljenim istraživanjima usvajali nerealnu pretpostavku da su kanalne verovatnoće grešaka (*bit error rate*, BER) po nezavisnim putanjama brojčano jednake. Čak i pri tim uslovima, većina autora se ograničava na razmatranje samo tri putanje. Izuzetak predstavljaju radovi Lam-a i koautora [21] – [23] u kojima se daju opšta rešenja za proizvoljni broj kanala. Za razliku od ovog pristupa, u drugom poglavlju teze, postavljen je cilj da se izvede opšta formula kako za proizvoljan broj nezavisnih putanja (kanala), tako i za proizvoljne vrednosti verovatnoća.

Postojanje nezavisnih transmisionih putanja obezbeđuje prijem više kopija istog okvira. U normalnim okolnostima, uprkos postojanju grešaka na pojedinim bitskim pozicijama, pretpostavimo da će prisustvo svih okvira biti ispravno detektovano. U tom slučaju, u prijemnom čvoru će postojati potpun komplet okvira, tako da će se, ukoliko je potrebno, primeniti majoritetno kombinovanje. Međutim, takođe je realna mogućnost da se ne prepozna prisustvo prenetog okvira. To će imati za posledicu “deficit” paketa, koji se mora nadoknaditi tokom narednih retransmisija. Mogući su veoma različiti scenariji prikupljanja paketa za majoritetno odlučivanje, od toga da se problem reši posle prve retransmisije, do slučaja kada broj retransmisija mora biti jednak ili veći od broja nezavisnih putanja. Takođe, posle pojedinih retransmisija, može doći do “suficita” paketa koji se mogu koristiti za majoritetno odlučivanje, tako da se u takvim prilikama javlja problem izbora pogodnih “kandidata” za ovo odlučivanje. U svakom slučaju, potreba za retransmisijom utiče na smanjenje efikasnosti primenjene metode, pa je od interesa da se ovaj problem detaljnije ispita. Ova problematika se razmatra u trećem poglavlju teze tako što se analizira propusnost za tri karakteristična scenarija. Analiza se zasniva na modelovanju procesa retransmisije posredstvom odgovarajućih Markovljevih modela, koji dalje služe za određivanje propusnosti na bazi srednje vrednosti trajanja retransmisionih ciklusa.

Atraktivnost primene hibridne ARQ tehnike sa majoritetnim kombinovanjem zasniva se na većoj jednostavnosti realizacije u poređenju sa alternativnim metodama. To nikako ne znači da je problem trivijalan ili krajnje jednostavan. Da bi se obezbedila uspešna realizacija, potrebna je opsežna analiza koja uključuje traženje odgovora na naše treće pitanje koje se razmatra u četvrtom poglavlju teze, a odnosi se na raspoložive komponente i modifikaciju dostupnih rešenja koja se koriste u bežičnim senzorskim mrežama. Pri tome, polazni okvir je bio: (i) da se utvrdi pogodna topološka i komunikaciona postavka senzorske mreže; (ii) da se razmotre i predlože izmene i modifikacije funkcija postojećeg protokola koje se odnose na korekciju grešaka u okviru drugog sloja referentnog modela; (iii) da se sagledaju neophodne modifikacije primopredajnika dostupnih na komercijalnom tržištu; i (iv) da se bliže odrede hardverska i softverska rešenja koja omogućuju implementaciju majoritetnog kombinovanja.

Svakom od navedenih otvorenih pitanja pristupalo se kao zasebnim tematskim celinama, pri čemu su korišćeni posebni prikladni telekomunikacioni modeli i usvajane specifične pretpostavke kako bi se kompletno razmatranje učinilo jasnim i celishodnim. Objedinjavanje celokupne problematike u svrsishodnu celinu dato je u zaključnom petom poglavlju u kome je ujedno ukazano i na moguće pravce daljeg istraživanja.

U organizacionom smislu, disertacija pored naslovne strane i sadržaja, obuhvata pet poglavlja, pregled referentne literature i šest priloga. U uvodnom delu su identifikovane tri osnovne tehnike za kontrolu grešaka na liniji: automatska retransmisija paketa (ARQ), korekcija grešaka unapred (FEC) i diverziteti (*Diversity*). Imajući u vidu dobro poznate prednosti i nedostatke ARQ i FEC postupaka u pogledu jednostavnosti realizacije, efikasnosti i pouzdanosti, u tezi se predlaže i analizira kombinacija diverziteti tehnike i majoritetnog kombinovanja koja predstavlja jednostavan, ali ujedno i moćan alat za kontrolu grešaka. Osnovna ideja se zasniva na korišćenju višestrukog prenosa istog okvira i eventualnom kombinovanju pogrešnih kopija kako bi se na prijemu regenerisao ispravan okvir. Ovo rešenje se realizuje na drugom sloju referentnog modela kao deo hibridnog postupka (HARQ).

Drugo poglavlje teze se bavi izvođenjem izraza za verovatnoću retransmisije ili verovatnoću pogrešnog prenosa paketa kao jednog od ključnih parametara za analizu propusnosti predloženih hibridnih šema. Određivanje ovog izraza postaje prilično složeno u slučaju proizvoljnog broja kanala sa različitim verovatnoćama grešaka. To je bio osnovni razlog da su gotovo svi autori usvajali nerealnu pretpostavku, da se prenos vrši preko tri nezavisne putanje i da su kanalne verovatnoće međusobno jednake. Za razliku od ovakvog pristupa, u tezi će biti izvedeni egzaktni i aproksimativni izrazi za verovatnoću retransmisije za različite kanalske verovatnoće, najpre za tri putanje, pa za pet putanja, i na kraju, za proizvoljan neparan broj putanja. Koristeći dobijene izraze, biće analiziran uticaj različitih klasa rasejavanja kanalskih verovatnoća, broja kanala i dužine okvira.

U trećem poglavlju se vrši analiza propusnosti tri moguća scenarija multikopijskog prenosa na bazi srednjeg vremena trajanja retransmisionih ciklusa koji su modelovani pomoću Markovljevih lanaca. Identifikovana su dva granična slučaja, jedan, koji se zasniva na “prostornom” diverzitetu i jednovremenom prijemu kopija istog okvira, i drugi, koji se zasniva na “vremenskom” diverzitetu, sa sekvencijalnim prijemom kopija. Za razliku od prva dva scenarija gde se majoritetno odlučivanje vrši nad nezavisnim setom pogrešno primljenih kopija istog okvira, majoritetno odlučivanje kod trećeg scenarija se odvija nad tekućom kopijom i kopijama iz prethodnog seta. Za svaki od predloženih scenarija su izvedeni egzaktni teorijski izrazi za propusnost. Pored teorijske analize, vršeni su i simulacioni eksperimenti kako bi se potvrdila ispravnost dobijenih teorijskih rezultata. Na kraju je data komparativna analiza predloženih scenarija u zavisnosti od ključnih parametara kao što su broj kanala, dužina okvira i kružno kašnjenje.

U četvrtom poglavlju se analizirana mogućnost primene predloženog hibridnog rešenja u jednoj hipotetičkoj senzorskoj mreži. Obzirom da se rešenja sa majoritetnim kombinovanjem paketa ne mogu direktno primeniti prema postojećim standardima, dat je predlog modifikacije standarda koji reguliše razmenu podataka u bežičnim senzorskim mrežama i komercijalnih primopredajnika koji se koriste u odredišnom čvoru. Na kraju, je razmotren predlog hardverske i softverske realizacije primopredajnika i procesorskog bloka u odredišnom čvoru.

U petom poglavlju je dat zaključak sa kratkim osvrtom na ono šta je urađeno u tezi, koji su doprinosi i pravci daljeg razvoja.

Na kraju teze, je navedena literatura i prilozi sa listinzima programa za računanje izraza za verovatnoću retransmisije u slučaju proizvoljnog broja kanala sa različitim kanalskim verovatnoćama, izvođenje izraza za prelazne verovatnoće, kao i spisak skraćenica, simbola, slika i tabela koje se pominju u tezi.

2. VEROVATNOĆA RETRANSMISIJE

Jedan od ključnih parametara za analizu performansi ARQ algoritama je verovatnoća retransmisije. U našem slučaju, to je verovatnoća pogrešnog multikopijskog prenosa paketa posle primene selektivnog i majoritetnog kombinovanja (odlučivanja).

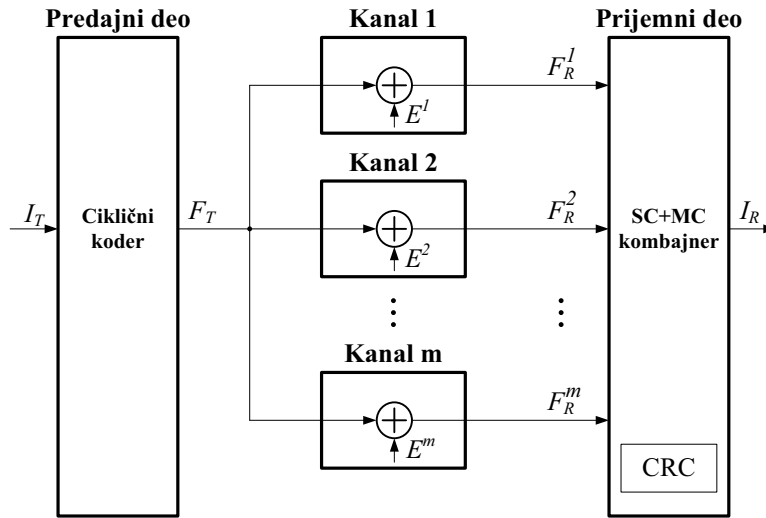
Problem određivanja verovatnoće retransmisije nije nov i poslednjih dvadeset godina je razmatran od strane više autora, u različitim postavkama diverziti i ARQ modela prenosa [6] – [26]. Tako su, Liang and Chakraborty razmatrali diverziti sistem sa dve grane i xor kombinovanjem paketa [11]. Evaluaciju izraza su vršili pod pretpostavkom da su svi kanali identični. Sličan rad istih autora, samo za tri identična kanala i majoritetno kombinovanje je prezentovan u [12]. U ovom radu je dat izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa u otvorenom obliku, u vidu trostruke sume. Za razliku od prethodnih autora, Z. Zhou, Z. Peng i J. –H. Cui računajući energetska efikasnost jedne podvodne senzorske mreže sa višestrukim putanjama, daju analitički izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa uzimajući u obzir proizvoljan broj putanja i različite verovatnoće grešaka u kanalu [26]. Mehanizam za korekciju grešaka je zasnovan na majoritetnom kombinovanju paketa. Sam izraz je više empirijski. Vredan rezultat u pogledu računanja verovatnoće pogrešnog prenosa paketa u slučaju diverziti prenosa sa proizvoljnim brojem kanala je dao Carson Lam [21] – [23]. Lam razmatra ukupno šest tipičnih šema koje se koriste kao deo ARQ protokola i za svaku šemu računa verovatnoću pogrešnog prenosa i propusnost pod pretpostavkom da su svi kanali identični.

Za razliku od pristupa poznatih iz dostupne literature, primarni zadatak u ovom poglavlju je izvođenje egzaktnih i aproksimativnih analitičkih izraza za verovatnoću retransmisije u slučaju proizvoljnog broja kanala sa različitim verovatnoćama grešaka. Izložena materija je podeljena u pet potpoglavlja. U prvom je opisan teorijski model razmatranog sistema i ukazano je na bitne pretpostavke. U sledeća dva potpoglavlja se analiziraju pojedinačni slučajevi sa tri i pet kanala, pri čemu se detaljno analizira slučaj sa tri kanala. U četvrtom potpoglavlju se izlaže izvođenje izraza za proizvoljan broj kanala. U petom potpoglavlju se diskutuju teorijski aspekti doprinosa SC+MC procedure u odnosu na SC proceduru. Na kraju, u prilogu A se daju listinzi programa za računanje verovatnoće retransmisije.

2.1. Teorijski model SC+MC procedure

Analiza će biti zasnovana na teorijskom modelu prikazanom na slici 2.1. U ovom modelu istaknute su funkcije polaznog modela opisanog u prvom poglavlju (videti sliku 1.2) koje se odnose na postupke: (i) kodovanja, (ii) prenosa i (iii) dekodovanja, zasnovanog na sukcesivnoj primeni selektivnog i majoritetnog odlučivanja (SC+MC). Predajni deo prikazanog modela je predstavljen kao koder sistematskog cikličnog koda [5] koji informacionu reč (paket I_T) transformiše u kodnu reč (okvir F_T). Ovaj okvir se zatim prenosi posredstvom m paralelnih kanala, tako da do prijemnog dela stiže m njegovih kopija F_R^i ($i = 1, \dots, m$). Budući da kanali ne obezbeđuju idealni prenos, ove kopije se mogu razlikovati od “originala” F_T . Prema tome, osnovni zadatak prijemnog dela je da izvrši

korekciju nastalih grešaka ili da aktivira mehanizam retransmisije okvira ukoliko je korekcija grešaka bila neuspešna. Kao što je ranije spomenuto, korekcija pogrešnog prenosa okvira F_T se odvija posredstvom sukcesivnog delovanja dve procedure, SC i MC. Procedura SC se zasniva na pojedinačnoj proveru ciklične redudanse (CRC) sa ciljem detektovanja kopije koja ne sadrži greške. Ako sve prenete kopije sadrže detektovane greške, sledi aktiviranje MC procedure. U ovoj proceduri se primenom majoritetnog odlučivanja formira “pomoćna” kopija nad kojom se takođe vrši provera ciklične redudanse. Ako i ova kopija sadrži detektovane greške, aktivira se mehanizam retransmisije. Ukoliko se kod prenetih kopija ili kod pomoćne kopije okvira ne pronade greška, postupak korekcije grešaka se smatra uspešnim, izdvaja se informaciona reč (tj. paket I_R) i prosleđuje korisniku.



Slika 2.1. Teorijski model za detekciju i korekciju grešaka posredstvom SC+MC procedure

Postupak određivanja verovatnoće retransmisije zasnivaćemo na sledećim formalnim postavkama. Smatraćemo da je okvir na izlazu predajnika predstavljen kodnim vektorom dužine L bita:

$$\mathbf{F}_T = [a_1, a_2, \dots, a_l, \dots, a_L], \quad (2.1.1)$$

a da su greške nastale u i -tom kanalu predstavljene pomoću vektora greške:

$$\mathbf{E}^i = [e_1^i, e_2^i, \dots, e_l^i, \dots, e_L^i]. \quad (2.1.2)$$

Binarni element e_l^i ($l=1, \dots, L$) označava prisustvo greške ukoliko ima vrednost 1, a odsustvo greške, ukoliko je njegova vrednost 0. Saglasno tome, okvir na izlazu i -tog kanala se može predstaviti kao kodni vektor:

$$\mathbf{F}_R^i = \mathbf{F}_T \oplus \mathbf{E}^i = [b_1^i, b_2^i, \dots, b_l^i, \dots, b_L^i]. \quad (2.1.3)$$

Binarni operator $\oplus$ označava sabiranje po modulu 2. Imajući u vidu da elementi kodnog vektora $\mathbf{F}_T$ dobijaju vrednosti iz skupa $\{0, 1\}$, vredi:

$$b_l^i = a_l \oplus e_l^i = a_l + (1 - 2 \cdot a_l) \cdot e_l^i, \quad i = 1, \dots, m; \quad l = 1, \dots, L \quad (2.1.4)$$

Saglasno izloženom, rad SC+MC kombajnera se zasniva na proveru ciklične redudanse redova kodne matrice:

$$\mathbf{M}_R = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_R^1 \\ \mathbf{F}_R^2 \\ \vdots \\ \mathbf{F}_R^m \\ \text{---} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1^1, b_2^1, \dots, b_l^1, \dots, b_L^1 \\ b_1^2, b_2^2, \dots, b_l^2, \dots, b_L^2 \\ \vdots \\ b_1^m, b_2^m, \dots, b_l^m, \dots, b_L^m \\ \text{---} \\ c_1, c_2, \dots, c_l, \dots, c_L \end{bmatrix}, \quad (2.1.5)$$

pri čemu provera prvih m redova pripada SC proceduri, a provera $m+1$ -vog reda, MC proceduri. Sa $\mathbf{C}$ je označen kodni vektor koji predstavlja “pomoćnu” kopiju okvira dobijenu majoritetnim odlučivanjem. U skladu sa tim, elementi kodnog vektora $\mathbf{C}$ se mogu predstaviti na sledeći način:

$$c_l = \begin{cases} 0, & \text{ako je } \sum_{i=1}^m b_l^i < \lfloor m/2 \rfloor \\ 1, & \text{ako je } \sum_{i=1}^m b_l^i > \lfloor m/2 \rfloor \end{cases}. \quad (2.1.6)$$

Polazeći od jednačina (2.1.4) i (2.1.6), vredi:

$$c_l = \begin{cases} a_l, & \text{ako je } \sum_{i=1}^m e_l^i < \lfloor m/2 \rfloor \\ 1 - a_l, & \text{ako je } \sum_{i=1}^m e_l^i > \lfloor m/2 \rfloor \end{cases}. \quad (2.1.7)$$

Imajući u vidu prethodne izraze, zaključujemo da se funkcionisanje SC+MC kombajnera može formalno pratiti posredstvom matrice:

$$\mathbf{M}_E = \begin{bmatrix} e_1^1, e_2^1, \dots, e_l^1, \dots, e_L^1 \\ e_1^2, e_2^2, \dots, e_l^2, \dots, e_L^2 \\ \vdots \\ e_1^m, e_2^m, \dots, e_l^m, \dots, e_L^m \\ \text{---} \\ d_1, d_2, \dots, d_l, \dots, d_L \end{bmatrix}, \quad (2.1.8)$$

pri čemu su elememti d_l određeni izrazom:

$$d_l = \begin{cases} 0, & \text{ako je } \sum_{i=1}^m e_l^i < \lfloor m/2 \rfloor \\ 1, & \text{ako je } \sum_{i=1}^m e_l^i > \lfloor m/2 \rfloor \end{cases}. \quad (2.1.9)$$

Do istog zaključka može se doći i bez izvođenja, kada se ima u vidu da funkcionisanje SC+MC kombajnera ne zavisi od sadržaja kodnog vektora $\mathbf{F}_T$, već isključivo od sadržaja međusobnog rasporeda elemenata pojedinačnih vektora kanalnih grešaka. Primera radi, naglasimo da se matrica $\mathbf{M}_E$ dobija direktno iz matrice $\mathbf{M}_R$ stavljajući da su svi elementi kodnog vektora $\mathbf{F}_T$ jednaki nuli. Naravno, budući da kanalne greške na mestu prijema nisu poznate, matrica $\mathbf{M}_E$ nema praktični značaj. Međutim, kada je u pitanju određivanje verovatnoće retransmisije, matrica $\mathbf{M}_E$ omogućuje jasno povezivanje ove veličine i verovatnoća pojavljivanja kanalnih grešaka.

U daljem razmatranju, matrica $\mathbf{M}_E$ poslužiće za jednostavno, ali aproksimativno, utvrđivanje rezultata CRC provere. Naime smatraćemo da ova provera nije ispunjena ako najmanje jedan element vektora greške ima vrednost 1. Očigledno, ovakva odluka biće pogrešna u slučaju kada vektor greške pripada skupu kodnih vektora. Međutim, kada su Hemingove distance između kodnih vektora dovoljno velike, što je uslov dobrog izbora generišućeg polinoma [1], uticaj ove greške na dobijeni rezultat se može smatrati zanemarljivim.

Druga bitna pretpostavka odnosi se na definisanje kanala. Naime, pretpostavićemo da se kanali mogu modelovati kao kvazistacionarni, međusobno nezavisni, binarni simetrični kanali. Pojam kvazistacionarnosti podrazumeva da se verovatnoća greške po bitu ne menja tokom prenosa okvira, a pojam međusobne nezavisnosti podrazumeva da ove verovatnoće u različitim kanalima u opštem slučaju imaju različite vrednosti. Na osnovu definicije binarnog simetričnog kanala sledi da su greške pri prenosu bita u posmatranom kanalu međusobno nezavisne slučajne veličine.

Na kraju navedimo bitnu pretpostavku usvojenu pri definisanju modela na slici 2.1. To je pretpostavka da kanalne greške ne utiču na funkciju prepoznavanja početka i trajanja okvira, kao i elementa koji ga identifikuju (tip okvira, sekvencijalni broj, adresa izvora, adresa odredišta).

2.2. SC+MC procedura za tri kanala

U ovom potpoglavlju razmatramo šemu u kojoj se korekcija greške ostvaruje posredstvom tri-kopijske SC+MC procedure. Naš osnovni cilj je da odredimo egzaktni izraz za verovatnoću retransmisije, pogodne aproksimativne analitičke izraze, kao i uticaj rasejavanja kanalnih verovatnoća.

2.2.1. Egzaktni izraz za verovatnoću retransmisije

Imajući u vidu pretpostavku da je uprkos postojanju grešaka pri prenosu kopija, na prijemnoj strani obezbeđeno njihovo idealno prepoznavanje i memorisanje, naš prvi zaključak je da se obe procedure (i SC i MC) mogu primeniti nezavisno jedna od druge. Kao što je već naglašeno, u predloženoj šemi, prvo se primenjuje SC procedura, pa ukoliko ona ne obezbedi uspešan rezultat, aktivira se MC procedura. Budući da se u pogledu korekcije grešaka, ove procedure međusobno i preklapaju i dopunjuju, suština problema izvođenja izraza za verovatnoću retransmisije je određivanje “doprinosu” MC procedure posle neuspešne primene SC procedure. U našim naporima da taj doprinos jasno i jednostavno formulišemo nismo imali uspeha. Sa druge strane, intuitivno je jasno da se krajnji ishod u pogledu korekcije grešaka ne menja ukoliko bi se izmenio redosled aktiviranja procedura, tj. ukoliko bi se prvo primenila MC procedura, pa zatim, ako izostane uspešna korekcija, SC procedura. Imajući u vidu naš cilj, suština problema se sada svodi na određivanje doprinosa SC procedure posle neuspešne primene MC procedure. Pokazalo se da je u ovom slučaju moguće dobiti relativno jednostavne izraze za određivanje traženog doprinosa. Polazeći od prethodne ključne konstatacije, u nastavku je izložen postupak izvođenja egzaktnog izraza za verovatnoću retransmisije kod tri-kopijske SC+MC procedure [27] – [29].

Opšti izraz za P_{SC+MC} : Na osnovu obrazloženja u uvodnom delu, izraz za verovatnoću retransmisije, P_{SC+MC} , se može predstaviti u sledećem opštem obliku:

$$P_{SC+MC} = 1 - (Q_{MC} + Q_{SC/MC}), \quad (2.2.1)$$

pri čemu je Q_{MC} verovatnoća uspeha u slučaju da je prvo aktivirana MC procedura, a $Q_{SC/MC}$, pridružena verovatnoća uspeha pošto je SC aktivirana posle neuspeha MC.

Verovatnoća Q_{MC} : Uslov da MC procedura bude uspešna jeste da se po prijemu tri kopije istog okvira dobije matrica $\mathbf{M}_E$ u kojoj ni u jednoj koloni (tj. bitskoj poziciji) ne postoji dvostruka ili trostruka greška. Kako su verovatnoće grešaka u pojedinim kanalima međusobno nezavisne, to je verovatnoća trostruke greške na istoj bitskoj poziciji jednaka $p_1 p_2 p_3$. Verovatnoća ispravnog prenosa bita u k -tom kanalu ($k=1, 2, 3$) uz istovremeni pogrešan prenos u preostala dva kanala, jednaka je $q_k \cdot p_1 p_2 p_3 / p_k$. Prema tome, odgovarajuća verovatnoća Q_{MC} se može izraziti kao:

$$Q_{MC} = \left[1 - p_1 p_2 p_3 - \sum_{k=1}^3 q_k \cdot \frac{p_1 p_2 p_3}{p_k} \right]^L. \quad (2.2.2)$$

Verovatnoća $Q_{SC/MC}$: Sada ćemo razmotriti matrice u kojima se aktiviranjem SC procedure koriguju pogrešno preneti biti, uprkos činjenici da prethodna primena MC procedure nije bila uspešna. Uslovi da se takvi događaji dese su: (i) da prenos kopije u k -tom kanalu ($k=1, 2, 3$) bude ispravan, i (ii) da u preostale dve kopije postoje dve greške na najmanje jednoj od L bitskih pozicija. Verovatnoća da bude ispunjen uslov (i) iznosi q_k^L , a verovatnoća ispunjenja uslova (ii) je $1 - (1 - p_1 p_2 p_3 / p_k)^L$. Uzimajući u obzir sva tri kanala, verovatnoću $Q_{SC/MC}$ možemo predstaviti izrazom:

$$Q_{SC/MC} = \sum_{k=1}^3 q_k^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{p_1 p_2 p_3}{p_k} \right)^L \right]. \quad (2.2.3)$$

Verovatnoća P_{SC+MC} : Direktnom smenom (2.2.2) i (2.2.3) u (2.2.1) dobijamo traženi izraz za verovatnoću retransmisije P_{SC+MC} :

$$P_{SC+MC} = 1 - \left[1 - p_1 p_2 p_3 - \sum_{k=1}^3 q_k \cdot \frac{p_1 p_2 p_3}{p_k} \right]^L - \sum_{k=1}^3 q_k^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{p_1 p_2 p_3}{p_k} \right)^L \right]. \quad (2.2.4)$$

Ukoliko izvršimo smenu $q_k = 1 - p_k$ ($k=1, 2, 3$), dobijamo sledeću alternativnu formulu:

$$P_{SC+MC} = 1 - (1 - p_1 p_2 - p_2 p_3 - p_3 p_1 + 2 \cdot p_1 p_2 p_3)^L - (1 - p_1)^L \cdot \left[1 - (1 - p_2 p_3)^L \right] - (1 - p_2)^L \cdot \left[1 - (1 - p_3 p_1)^L \right] - (1 - p_3)^L \cdot \left[1 - (1 - p_1 p_2)^L \right]. \quad (2.2.4a)$$

Kao što smo i očekivali, verovatnoća retransmisije P_{SC+MC} ne zavisi od redosleda označavanja kanala. Naime, zamenom indeksa koji označava redni broj kanala, čitav izraz se neće promeniti.

Specijalni slučaj: U slučaju kada je ispunjen uslov $p_1 = p_2 = p_3 = p$, formula (2.2.4) dobija oblik:

$$P_{SC+MC}^S = 1 - (1 - p^3 - 3 \cdot p^2 q)^L - 3 \cdot q^L \cdot [1 - (1 - p^2)^L], \quad (2.2.5)$$

Imajući u vidu poznate jednakosti: $1 = (p + q)^3 = q^3 + 3 \cdot p^1 q^2 + 3 \cdot p^2 q^1 + p^3$ i $1 = (p + q)^2 = q^2 + 2 \cdot p^1 q^1 + p^2$, izraz (2.2.5) postaje:

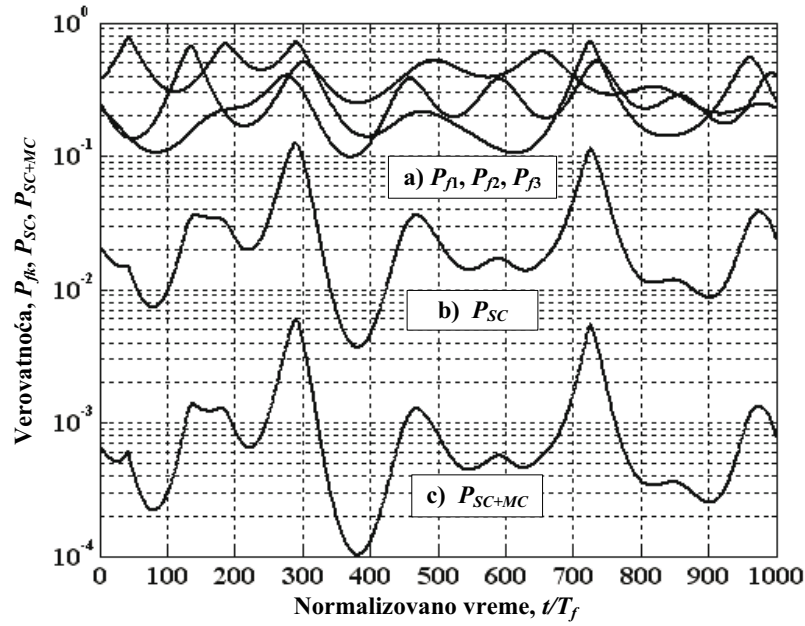
$$P_{SC+MC}^S = \frac{[1 - (q^3 + 3pq^2)^L] - 3 \cdot q^L \cdot [1 - (q^2 + 2pq)^L]}{1} \quad (2.2.5a)$$

Prethodni izraz takođe možemo napisati u obliku:

$$P_{SC+MC}^S = \sum_{i=0}^{m^*} (-1)^i \cdot \binom{m}{i} q^{L \cdot i} \cdot \left\{ 1 - \left[\sum_{j=0}^{m^*} \binom{m-i}{j} p^j \cdot q^{m-i-j} \right]^L \right\}, \quad (2.2.5b)$$

pri čemu je $m = 3$ i $m^* = \lfloor m/2 \rfloor = 1$.

Ilustrativni primer: Koristeći izraz (2.2.4), na konkretnom primeru možemo ilustrovati doprinos SC+MC procedure u odnosu na SC proceduru. Kao prvo, pretpostavljajući da posmatramo prenos binarno fazno modulisanog signala (BPSK) po međusobno nezavisnim kanalima sa *Rayleigh*-ovim fadingom, simuliraćemo mogući vremenski tok promene verovatnoća grešaka po bitu, p_k ($k = 1, 2, 3$) u kanalima. Usvajajući da se ove verovatnoće praktično ne menjaju za vreme prenosa jednog okvira, možemo dalje da izračunamo verovatnoće grešaka po okviru P_{f1} , P_{f2} i P_{f3} u pojedinim diverziti granama koristeći formulu $P_{fk} = [1 - (1 - p_k)^L]$, ($k = 1, 2, 3$). Jedan mogući primer za slučaj dužine okvira $L = 128$ predstavljaju tri međusobno isprepletena grafika na gornjem delu slike 2.2. Preostala dva grafika na ovoj slici predstavljaju verovatnoću retransmisije za slučaj da je primenjena samo SC procedura (grafik u sredini) i za slučaj SC+MC procedure (grafik u donjem delu slike). Prvi od prethodna dva grafika određen je posredstvom formule $P_{SC} = P_{f1} \cdot P_{f2} \cdot P_{f3}$, a drugi, za P_{SC+MC} , na osnovu izraza (2.2.4). Normalizacija vremena je izvršena u odnosu na dužinu trajanja okvira, T_f .



Slika 2.2. Ilustrativni primer: (a) verovatnoće pogrešnog prenosa okvira u tri individualna kanala; (b) verovatnoća retransmisije posle SC procedure, i (c) verovatnoća retransmisije posle SC+MC procedure.

Kao što se sa slike 2.2 vidi, vremenske sekvence za SC i SC+MC procedure imaju približno iste oblike, pri čemu je verovatnoća P_{SC+MC} u proseku 40 puta manja od verovatnoće retransmisije P_{SC} . Kako se sličnost talasnih oblika i njihov odnos ne može jednostavno naslutiti iz izraza za verovatnoće retransmisija, u narednom odeljku ćemo pokušati da odredimo njihove aproksimativne izraze tako da odnosi između ovih verovatnoća budu očigledni.

2.2.2. Aproksimativni izrazi za verovatnoću retransmisije

Mada je formula (2.2.4) relativno jednostavna za numeričko izračunavanje, ona ne pruža jasan uvid u doprinos ključnih parametara kao što su dužina okvira L i verovatnoće grešaka u pojedinim kanalima p_k ($k=1, 2, 3$). Iz tog razloga ćemo razmotriti pogodne aproksimativne izraze za verovatnoću retransmisije. Pri tome, vodiće se računa o sledećim kriterijumima kao što su: domen primene, jednostavnost i preglednost dobijene aproksimacije i realna ograničenja.

Kriterijum malog prosečnog broja grešaka po paketu: Polazni argumenti za dobijanje aproksimativnih izraza su sledeći. Prvo, da bi se obezbedio visok stepen iskorišćenosti kanala, dužina informacionog dela okvira L treba da bude znatno veća od dužine zaglavlja (u praksi je to $L \geq 30$). Drugo, da bi se osigurala pouzdana CRC detekcija grešaka, opravdano je da se uvede ograničenje da prosečan broj grešaka po paketu $L \cdot p_k$ ($k=1, 2, 3$) ne bude veći od jedan. Naime, tada možemo da pišemo:

$$\begin{aligned} (1 - p_1 p_2 - p_2 p_3 - p_3 p_1 + 2 \cdot p_1 p_2 p_3)^L &\approx 1 - L \cdot (p_1 p_2 + p_2 p_3 + p_3 p_1) \\ (1 - p_k)^L &\approx 1 - L \cdot p_k + \frac{(L \cdot p_k)^2}{2}, \quad (k=1, 2, 3). \\ (1 - p_k p_j)^L &\approx 1 - L \cdot p_k p_j, \quad (k, j=1, 2, 3) \end{aligned} \tag{2.2.6}$$

Posle zamene u (2.2.4), nalazimo:

$$P_{SC+MC}^A \approx \frac{3}{L} \cdot Lp_1 \cdot Lp_2 \cdot Lp_3 \cdot \left[1 - \frac{1}{6}(Lp_1 + Lp_2 + Lp_3)\right]. \quad (2.2.7)$$

Na osnovu ovog rezultata zaključujemo, da je u slučaju dugačkih paketa ($L \gg 1$) i malog prosečnog broja grešaka po paketu ($L \cdot p_k < 1$), verovatnoća retransmisije P_{SC+MC} :

- inverzno proporcionalna dužini paketa L , ukoliko je prosečan broj grešaka po paketu fiksiran;
- direktno proporcionalna proizvodu prosečnog broja grešaka u sve tri kopije prenetog okvira.

Na osnovu izraza (2.2.7), takođe možemo da zaključimo da P_{SC+MC} dostiže maksimalnu vrednost kada je $p_1 = p_2 = p_3$, a pod uslovom da se proizvod $p_1 p_2 p_3$ održava konstantnim (pravilo kvadra minimalnog obima pri datoj zapremini).

Pod istim uslovima, u slučaju SC procedure, verovatnoća retransmisije se može predstaviti sledećim aproksimativnim izrazom:

$$P_{SC}^A \approx Lp_1 \cdot Lp_2 \cdot Lp_3 \cdot \left[1 - \frac{1}{2}(Lp_1 + Lp_2 + Lp_3)\right]. \quad (2.2.8)$$

Oдавde vidimo da je u slučaju dugačkih paketa i pri malom prosečnom broju grešaka po paketu, verovatnoća P_{SC} direktno proporcionalna prosečnom broju grešaka po paketu $L \cdot p_k$. Izrazi (2.2.7) i (2.2.8) potvrđuju da vremenski tokovi verovatnoća P_{SC} i P_{SC+MC} imaju približno isti oblik, kao što je to naznačeno na slici 2.2. Budući da vredi $P_{SC} / P_{SC+MC} \approx L/3$, takođe potvrđujemo da pri $L=128$, odnos verovatnoća retransmisije za SC i SC+MC iznosi približno 40.

Gornja granica: Neposredno iz postavke SC procedure, a time ujedno i iz postavke SC+MC procedure, sledi da će verovatnoća retransmisije biti jednaka nuli ukoliko je prenos u bilo kom od tri kanala idealan, tj. bez pogrešno prenetih bita. Potvrda ovog zaključka takođe sledi iz aproksimativne formule (2.2.7). Naime, ukoliko je bar jedna kanalna verovatnoća p_k jednaka nuli, direktno sledi $P_{SC+MC} = 0$. Na osnovu predhodnog, zaključujemo da se izraz za P_{SC+MC} takođe može napisati u opštem obliku:

$$P_{SC+MC} = K \cdot p_1 p_2 p_3 \cdot [1 - F(p_1, p_2, p_3)]. \quad (2.2.9)$$

Ovde je K konstanta, a $F(p_1, p_2, p_3)$ predstavlja polinom stepena $L-1$ po promenljivoj p_k ($k=1, 2, 3$). Imajući u vidu aproksimaciju (2.2.7), neposredno sledi da je $K = 3 \cdot L^2$, a da polinom $F(p_1, p_2, p_3)$ ima pozitivnu vrednost koja teži nuli kada bar jedna kanalna verovatnoća teži nuli. Pod tim uslovima verovatnoću

$$P_{SC+MC}^U = 3 \cdot L^2 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot p_3, \quad (2.2.10)$$

možemo smatrati “gornjom granicom” verovatnoće retransmisije. Ovakva kvalifikacija je potvrđena velikim brojem numeričkih provera u kompletnom opsegu dozvoljenih vrednosti kanalnih verovatnoća, tj. za sve vrednosti za koje je $p_k < 0.5$.

Ekvivalentna kanalna verovatnoća: Prethodni rezultati, posebno činjenica da verovatnoća P_{SC+MC}^U predstavlja “tesnu” gornju granicu pri malim vrednostima kanalnih verovatnoća, ukazuju na hipotezu da se dobra aproksimacija može očekivati ako se u izrazu (2.2.5), kanalne verovatnoće p_k ($k = 1, 2, 3$) zamene njihovom geometrijskom srednjom vrednošću:

$$p_E = \sqrt[3]{p_1 p_2 p_3} . \quad (2.2.11)$$

U daljem izlaganju, ovu verovatnoću ćemo nazivati ekvivalentnom kanalnom verovatnoćom. Za ovako definisanu aproksimaciju koristićemo oznaku P_{SC+MC}^E . Saglasno izrazu (2.2.5b), sledi:

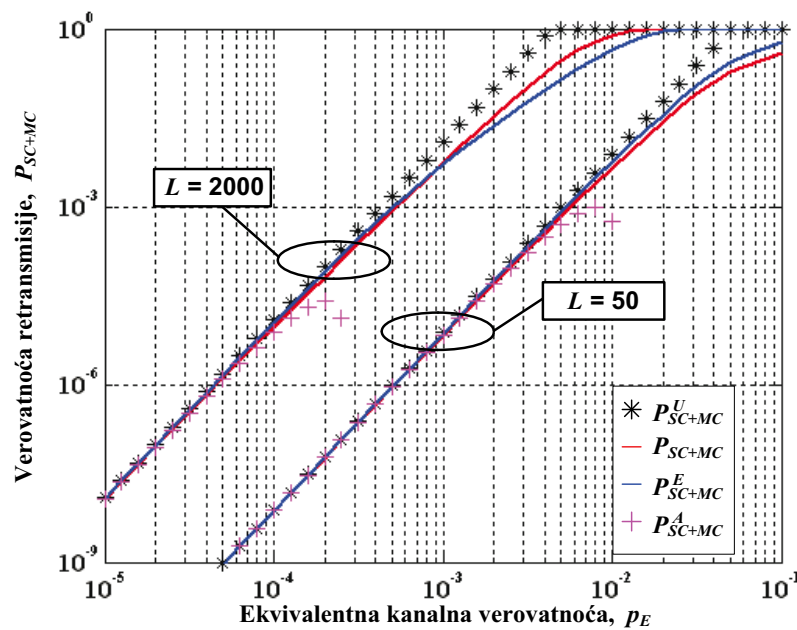
$$P_{SC+MC}^E = \sum_{i=0}^{m^*} (-1)^i \cdot \binom{m}{i} (1-p_E)^{L \cdot i} \cdot \left\{ 1 - \left[\sum_{j=0}^{m^*} \binom{m-i}{j} p_E^j \cdot (1-p_E)^{m-i-j} \right]^L \right\}, \quad (2.2.12)$$

pri čemu je u konkretnom slučaju $m=3$ i $m^*=1$. U narednim odeljcima pokazaćemo da formula (2.2.5b) vredi za proizvoljnu, neparnu vrednost m , a saglasno tome razmatraće se i generalizacija aproksimacije (2.2.12).

Uporedna analiza predloženih aproksimacija: Sa ciljem jasnijeg sagledavanja “dometa” uvedenih aproksimacija na slici 2.3 su prikazani grafici tačnog P_{SC+MC} (2.2.4) i aproksimativnih izraza P_{SC+MC}^A (2.2.7), P_{SC+MC}^U (2.2.10) i P_{SC+MC}^E (2.2.12) za verovatnoću retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće p_E . Pretpostavljeno je da su pojedinačne kanalne verovatnoće određene jednačinama:

$$p_1 = x_1 \cdot p_E, \quad p_2 = x_2 \cdot p_E, \quad p_3 = x_3 \cdot p_E, \quad (2.2.13)$$

pri čemu x_1 , x_2 i x_3 predstavljaju koeficijente “rasejavanja”. To su pozitivni racionalni brojevi koji ujedno ispunjavaju uslov $x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 1$. U prikazanom primeru usvojeno je $x_1 = 1/10$, $x_2 = 1$ i $x_3 = 10$.



Slika 2.3. Komparacija tačne i aproksimativnih formula za verovatnoću retransmisije ($L = 50$ i $L = 2000$, $m = 3$; $x_1 = 1/10$, $x_2 = 1$ i $x_3 = 10$).

Na osnovu prikazanih grafika zaključujemo da sve razmatrane aproksimacije daju veoma dobre rezultate pri uslovu $L \cdot p_E < 0.1$, i to nezavisno od dužine paketa L koja se menja u granicama od nekoliko desetina bita do nekoliko hiljada bita. Potvrđuje se da P_{SC+MC}^U predstavlja solidnu gornju granicu verovatnoće retransmisije, a P_{SC+MC}^E odličnu aproksimaciju pri uslovu $L \cdot p_E < 10$, gde je L dužina paketa, a p_E ekvivalentna kanalna verovatnoća.

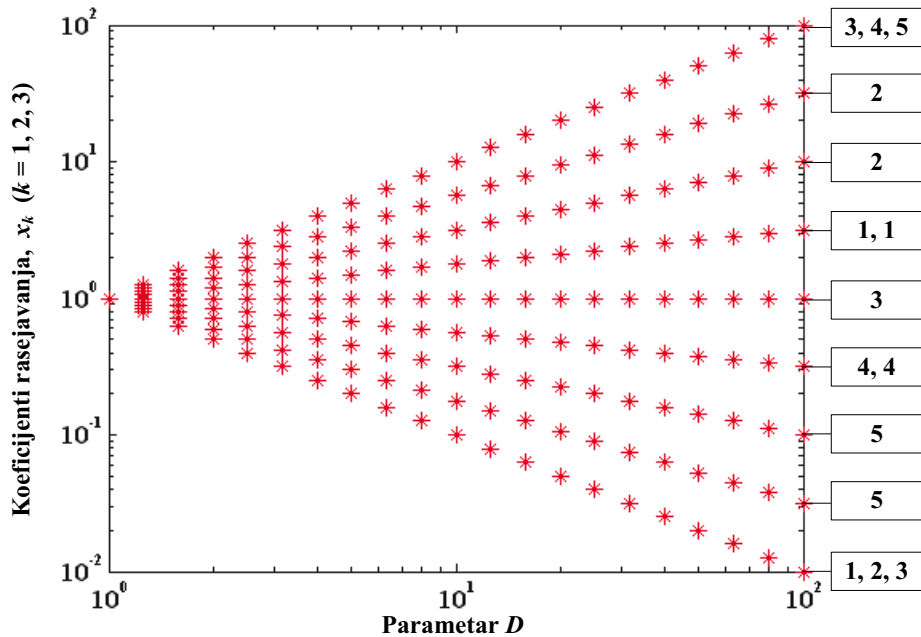
2.2.3. Uticaj rasejavanja kanalnih verovatnoća

Prethodno razmatranje upućuje na sledeće pitanje: u kojoj meri “rasejavanje” kanalnih verovatnoća utiče na verovatnoću retransmisije, ukoliko se pretpostavi fiksna vrednost ekvivalentne kanalne verovatnoće.

Budući da postoji neograničeni broj različitih raspodela koeficijenata rasejavanja, moguće je dati samo okvirni odgovor na ovo pitanje. Do tog odgovora se može doći numeričkim putem tako što će se pretpostaviti karakteristične klase raspodela. Primera radi, na slici 2.4 prikazano je sledećih pet klasa za slučaj kada se vrednost parametra D menja u granicama od 1 do 100:

- **SC1:** $x_1 = D^{-1}$, $x_2 = D^{1/2}$, $x_3 = D^{1/2}$;
- **SC2:** $x_1 = D^{-1}$, $x_2 = D^{1/4}$, $x_3 = D^{3/4}$;
- **SC3:** $x_1 = D^{-1}$, $x_2 = 1$, $x_3 = D$;
- **SC4:** $x_1 = D^{-3/4}$, $x_2 = D^{-1/4}$, $x_3 = D$;
- **SC5:** $x_1 = D^{-1/2}$, $x_2 = D^{-1/2}$, $x_3 = D$;

Konkretno vrednosti koeficijenata rasejavanja pripadaju zrakastom snopu linija prikazanim i označenim na desnoj ivici okvira slike. Klase rasejavanja birane su tako da u prva tri slučaja, jedan kanal ima D puta manju vrednost, a u poslednja tri, D puta veću vrednost kanalne verovatnoće u odnosu na ekvivalentnu verovatnoću.

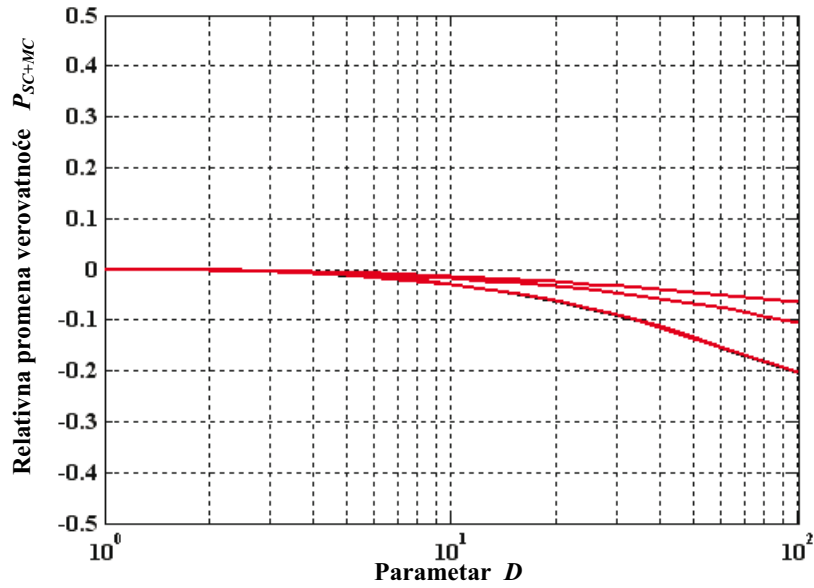


Slika 2.4. Klase raspodela koeficijenata rasejavanja
(Brojevi uz desnu stranu okvira ukazuju na skup zrakastih linija
čije tačke pripadaju odgovarajućoj klasi).

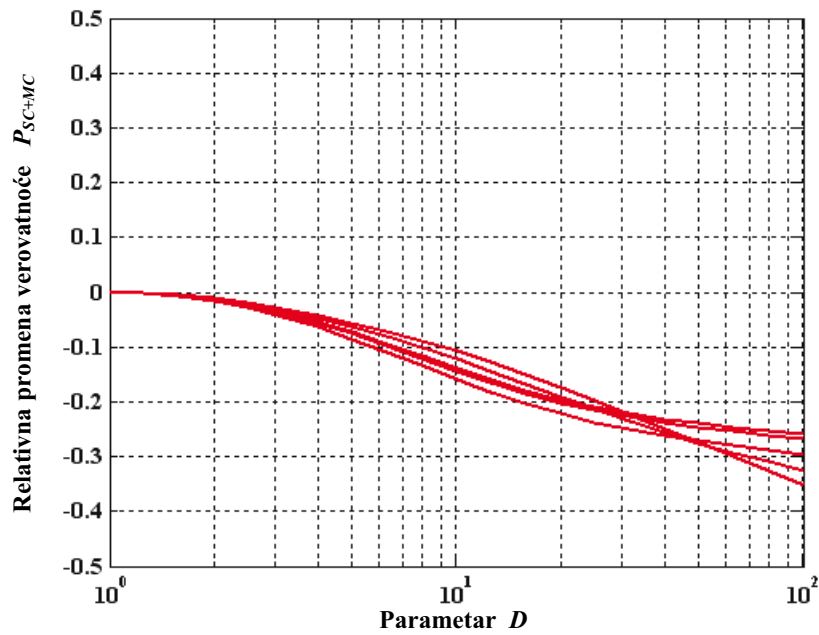
Za svaku datu vrednost parametra D i za svaku posmatranu klasu rasejavanja analizirano je relativno odstupanje definisano izrazom:

$$\Delta P_{SC+MC}(D) = \frac{P_{SC+MC}|_{1 \leq D \leq 100} - P_{SC+MC}|_{D=1}}{P_{SC+MC}|_{D=1}}. \quad (2.2.13)$$

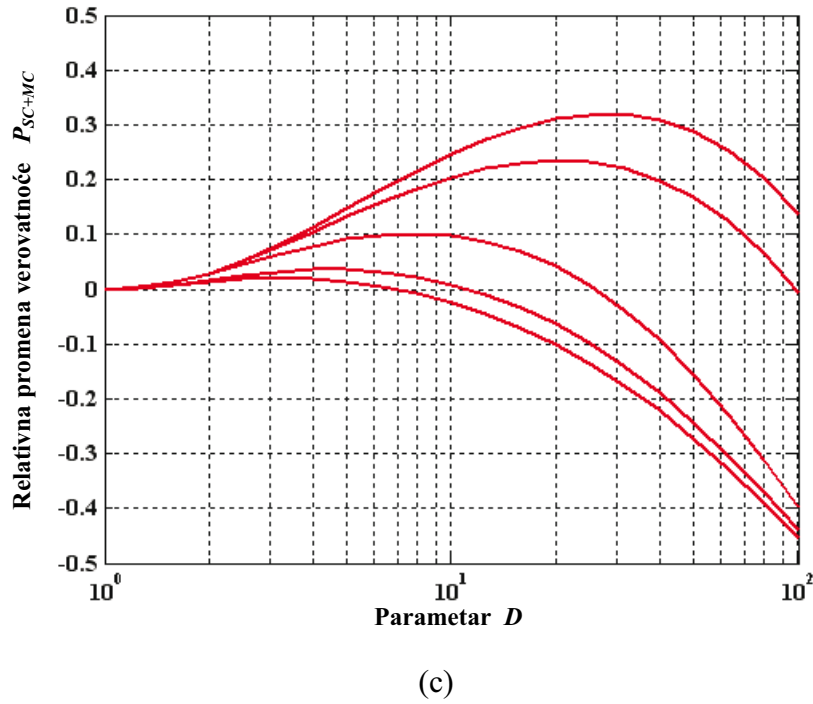
Rezultati su prikazani na slici 2.5 i odnose se na sledeće fiksne vrednosti ekvivalentnih kanalnih verovatnoća: 5×10^{-5} , 5×10^{-4} i 5×10^{-3} .



(a)



(b)



Slika 2.5. Relativna promena verovatnoće retransmisije P_{SC+MC} u slučaju odabranih klasa koeficijenata rasejavanja (a) $p_E = 5 \times 10^{-5}$, (b) $p_E = 5 \times 10^{-4}$ i (c) $p_E = 5 \times 10^{-3}$ ($m = 3$, $L = 500$)

Prikazani rezultati pokazuju da se u opštem slučaju relativno odstupanje na kompleksan način menja sa povećanjem parametra D . Pri tome, sa smanjivanjem referentnih vrednosti kanalne verovatnoće, maksimalni iznos odstupanja opada, a samo odstupanje postaje negativno. Ovo je u skladu sa pravilom kvadra koji je spomenut kada je komentarisano aproksimativni izraz (2.2.7). Na osnovu prikazanih rezultata, kao i na osnovu šire sprovedene analize, pokazuje se da se verovatnoća retransmisije, P_{SC+MC} , relativno malo menja (manje od 100%) čak i u slučajevima kada odnos vrednosti pojedinih kanalnih verovatnoća premašuje iznos 1:1000. Pri tome, promene su utoliko manje ukoliko je ekvivalentna kanalna verovatnoća manja. Iz ovoga sledi bitan zaključak, da ekvivalentnu kanalnu verovatnoću možemo koristiti kao pogodnu veličinu pri analizi SC+MC procedure.

2.3. SC+MC procedura za pet kanala

Metodologiju iz prethodnog potpoglavlja proširićemo na slučaj SC+MC procedure za $m = 5$ kopija.

2.3.1. Egzaktni izraz za verovatnoću retransmisije

Opšti izraz za P_{SC+MC} : Budući da se vrednost verovatnoće pogrešnog prenosa neće promeniti ukoliko SC i MC procedure zamene redosled aktiviranja, polazni izraz za verovatnoću retransmisije možemo napisati u sledećem obliku:

$$P_{SC+MC} = 1 - (Q_{MC} + Q_{SC/MC}). \quad (2.3.1)$$

Ovde Q_{MC} označava verovatnoću uspeha MC procedure, a $Q_{SC/MC}$ je doprinos uspešne korekcije greške kao posledica aktiviranja SC procedure posle otkaza MC procedure. U slučaju pet-kopijskog prenosa, verovatnoća $Q_{SC/MC}$ se može predstaviti kao zbir dva sabirka:

$$Q_{SC/MC} = Q_{1/MC} + Q_{2/MC}. \quad (2.3.2)$$

Prvi član, $Q_{1/MC}$, označava doprinos SC procedure u uslovima uspešnog prenosa samo jedne kopije, dok je drugi član, $Q_{2/MC}$, posledica uspešnog prenosa dve kopije, posle otkaza MC procedure.

Verovatnoća Q_{MC} : Da bi procedura MC bila uspešna, potrebno je da se po prijemu kopija dobije matrica $\mathbf{M}_E$ u kojoj na svakoj od L kolona (tj. bitskih pozicija) ima najmanje tri ispravno preneti bita. Verovatnoća ovog kompleksnog događaja se može napisati kao:

$$Q_{MC} = \left(q_1 q_2 q_3 q_4 q_5 + \sum_{i=1}^5 p_i \frac{q_1 q_2 q_3 q_4 q_5}{q_i} + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i+1}^5 p_i p_j \frac{q_1 q_2 q_3 q_4 q_5}{q_i q_j} \right)^L, \quad (2.3.3)$$

ili,

$$Q_{MC} = \left[Q \cdot \left(1 + \sum_{i=1}^5 \frac{p_i}{q_i} + \sum_{i=1}^4 \sum_{j=i+1}^5 \frac{p_i p_j}{q_i q_j} \right) \right]^L, \quad (2.3.3a)$$

pri čemu je uvedena smena $Q = q_1 q_2 q_3 q_4 q_5$.

Drugim rečima, MC procedura će uspešno korigovati greške nastale u prenosu, ukoliko ni na jednoj od L kolona nema više od dva pogrešno preneti bita. Saglasno tome možemo da pišemo:

$$Q_{MC} = \left(1 - p_1 p_2 p_3 p_4 p_5 - \sum_i q_i \frac{p_1 p_2 p_3 p_4 p_5}{p_i} - \sum_i \sum_{j>i} q_i q_j \frac{p_1 p_2 p_3 p_4 p_5}{p_i p_j} \right)^L. \quad (2.3.4)$$

Očigledno, drugi, treći i četvrti član u zagradi predstavljaju verovatnoće da u istoj koloni bude redom pet, četiri ili tri greške. Formula (2.3.4) može se napisati i u sledećem ekvivalentnom obliku:

$$Q_{MC} = \left[1 - P \cdot \left(1 + \sum_i \frac{q_i}{p_i} + \sum_i \sum_{j>i} \frac{q_i q_j}{p_i p_j} \right) \right]^L. \quad (2.3.4a)$$

pri čemu je uvedena smena $P = p_1 p_2 p_3 p_4 p_5$.

Napomenimo da su u prethodna dva izraza demonstrirana dva ekvivalentna načina predstavljanja istih domena sumiranja. U nastavku izlaganja korišćićemo način koji je prezentovan u formuli (2.3.4a).

Verovatnoća $Q_{1/MC}$: U ovom slučaju reč je o događaju koji se odnosi na uspešan prenos samo jedne kopije posle otkaza MC procedure. Po prijemu kopija dobija se matrica $\mathbf{M}_E$ koju karakteriše sledeće: (i) jedna kopija je bez grešaka, a (ii) ostale kopije sadrže greške, pri čemu bar na jednoj od L kolona postoje najmanje tri ili najviše četiri greške koje obezbeđuju neuspeh MC procedure. Saglasno tome, verovatnoća ovog kompleksnog događaja se može predstaviti izrazom:

$$Q_{1/MC} = \sum_i q_i^L \cdot \left\{ \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i} - \sum_{j \neq i} q_j \cdot \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right] - \sum_{j \neq i} q_j^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right] \right\}. \quad (2.3.5)$$

Prvi činilac u sumi, q_i^L , predstavlja verovatnoću događaja pod (i), a činilac u vitičastoj zagradi verovatnoću događaja pod (ii). Kao što vidimo, drugi činilac se sastoji od dva sabirka. Prvi sabirak označava verovatnoću događaja kod koga se ne isključuje pojavljivanje još jedne (dodatne) kopije bez grešaka, pa je bilo neophodno da se to kompezuje drugim sabirkom. Izraz (2.3.5) može da se napiše i u obliku:

$$Q_{1/MC} = \sum_i q_i^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i} - \sum_{j \neq i} q_j \cdot \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right] - \sum_i \sum_{j \neq i} q_i^L q_j^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right], \quad (2.3.5a)$$

iz koga se jasnije vidi isključivanje događaja sa dve ispravne kopije.

Verovatnoća $Q_{2/MC}$: U ovom slučaju reč je o događaju koji se odnosi na uspešan prenos dve kopije posle otkaza MC procedure. Po prijemu kopija dobija se matrica $\mathbf{M}_E$ koju karakteriše sledeće: (iii) dve kopije su primljene bez grešaka, a (iv) ostale kopije sadrže greške, pri čemu bar na jednoj od L kolona postoje tri greške koje obezbeđuju neuspeh MC procedure. Verovatnoća ovog kompleksnog događaja može se predstaviti izrazom:

$$Q_{2/MC} = \sum_i \sum_{j > i} q_i^L q_j^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right]. \quad (2.3.6)$$

Prvi činilac u dvostrukoj sumi, $q_i^L q_j^L$ odgovara događaju pod (iii), a činilac u uglastoj zagradi, događaju pod (iv).

Verovatnoća $Q_{SC/MC}$: $Q_{SC/MC}$ predstavlja verovatnoću uspeha SC procedure pod uslovom da je MC procedura bila neuspešna. Saglasno izrazu (2.3.2), ova verovatnoća je jednaka zbiru verovatnoća $Q_{1/MC}$ i $Q_{2/MC}$. Budući da vredi:

$$\sum_i \sum_{j \neq i} q_i^L q_j^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right] = 2 \cdot \sum_i \sum_{j > i} q_i^L q_j^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right], \quad (2.3.7)$$

dobijamo,

$$Q_{SC/MC} = \sum_i q_i^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i} - \sum_{j \neq i} q_j \cdot \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right] - \sum_i \sum_{j > i} q_i^L q_j^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right]. \quad (2.3.8)$$

Verovatnoća P_{SC+MC} : Zamenujući (2.3.4a) i (2.3.8) u (2.3.1), nalazimo:

$$P_{SC+MC} = \left[1 - \left(1 - P - \sum_i q_i \cdot \frac{P}{p_i} - \sum_i \sum_{j>i} q_i q_j \cdot \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right] - \sum_i q_i^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i} - \sum_{j \neq i} q_j \cdot \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right] + \sum_i \sum_{j>i} q_i^L q_j^L \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_i p_j} \right)^L \right] \quad (2.3.9)$$

što predstavlja konačni rezultat.

Specijalni slučaj: U posebnom slučaju, kada su kanalne verovatnoće međusobno jednake, tj. kada je $p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = p_5 = p$ (i konsekvntno $q_1 = q_2 = q_3 = q_4 = q_5 = q = 1 - p$), izraz (2.3.9) postaje:

$$P_{SC+MC}^S = \left[1 - (1 - p^5 - 5 \cdot p^4 q - 10 \cdot p^3 q^2)^L \right] - 5q^L \cdot \left[1 - (1 - p^4 - 4 \cdot p^3 q)^L \right] + 10q^{2L} \cdot \left[1 - (1 - p^3)^L \right] \quad (2.3.10)$$

Imajući u vidu poznate jednakosti: $1 = (p + q)^5 = q^5 + 5 \cdot p^1 q^4 + 10 \cdot p^2 q^3 + 10 \cdot p^3 q^2 + 5 \cdot p^4 q^1 + p^5$, $1 = (p + q)^4 = q^4 + 4 \cdot p^1 q^3 + 6 \cdot p^2 q^2 + 4 \cdot p^3 q^1 + p^4$ i $1 = (p + q)^3 = q^3 + 3 \cdot p^1 q^2 + 3 \cdot p^2 q^1 + p^3$, izraz (2.3.10) postaje:

$$P_{SC+MC}^S = \left[1 - (q^5 + 5pq^4 + 10p^2q^3)^L \right] - 5q^L \cdot \left[1 - (q^4 + 4pq^3 + 6p^2q^2)^L \right] + 10q^{2L} \cdot \left[1 - (q^3 + 3pq^2 + 3p^2q^1)^L \right] \quad (2.3.11a)$$

Prethodni izraz, kao i u slučaju $m = 3$ možemo napisati u obliku:

$$P_{SC+MC}^S = \sum_{i=0}^{m^*} (-1)^i \cdot \binom{m}{i} q^{L \cdot i} \cdot \left\{ 1 - \left[\sum_{j=0}^{m^*} \binom{m-i}{j} p^j \cdot q^{m-i-j} \right]^L \right\}, \quad (2.3.11b)$$

gde je $m = 5$ i $m^* = \lfloor m/2 \rfloor = 2$.

2.3.2. Aproksimativni izrazi za verovatnoću retransmisije

Kao i u slučaju šeme sa tri nezavisna kanala i ovde je verovatnoća retransmisije jednaka nuli ako je bilo koja od kanalnih verovatnoća jednaka nuli. Saglasno tome, u uslovima kada kanalne verovatnoće dobijaju veoma male vrednosti, verovatnoću retransmisije možemo da predstavimo u obliku:

$$P_{SC+MC} = K \cdot p_E^5 \cdot [1 - F(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)], \quad (2.3.12)$$

pri čemu je K konstanta, $F(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)$ polinom stepena $L-1$ po promenljivoj p_k ($k=1,2,\dots,5$), a verovatnoća

$$p_E = (p_1 p_2 p_3 p_4 p_5)^{\frac{1}{5}}, \quad (2.3.13)$$

ekvivalentna kanalna verovatnoća. Razvijanjem izraza (2.3.11) nalazimo da vredi:

$$K = 10 \cdot L^3 - 15 \cdot L^2 + 6 \cdot L. \quad (2.3.14)$$

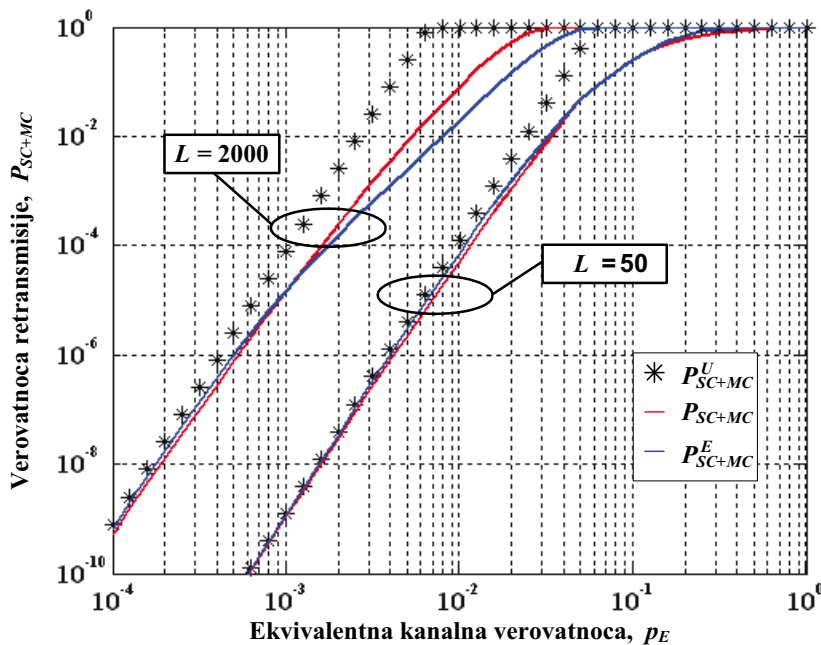
Numeričke provere pokazuju da je vrednost polinoma $F(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)$ nenegativna i da teži nuli kada kanalne verovatnoće teže nuli. Na osnovu ovog moguće su dve hipoteze:

- u uslovima kada je za svako k ($k=1,2,\dots,5$) proizvod $L \cdot p_k$ manji od 1, izraz (2.3.11), pri uslovu $p = p_E$, predstavlja pogodnu aproksimativnu formulu za procenu kanalne verovatnoće. Kao i u slučaju $m=3$, ovaj aproksimativni izraz ćemo označiti sa P_{SC+MC}^E ;
- u uslovima kada je L veće od 20, (a u praksi je $L > 40$), izraz

$$P_{SC+MC}^U = 10 \cdot L^3 \cdot p_1 p_2 p_3 p_4 p_5, \quad (2.3.15)$$

predstavlja gornju granicu verovatnoće retransmisije P_{SC+MC} .

Na slici 2.6 predstavljena je provera prethodne dve hipoteze za slučaj kada koeficijenti rasejavanja imaju sledeće vrednosti: $x_k \in \{1/10, 1/3, 1, 3, 10\}$. Vidimo da veće odstupanje između tri grafika postoji tek kada proizvod dužine okvira i ekvivalentne kanalne verovatnoće, $L \cdot p_E$, premašuje vrednost 0.5.



Slika 2.6. Prikaz gornje granice, aproksimativne i egzaktno vrednosti verovatnoće retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće, ($L=50$ i $L=2000$, $m=5$; $x_1=1/10$, $x_2=1/3$; $x_3=1$; $x_4=3$ i $x_5=10$).

2.4. SC+MC procedura za opšti broj kanala

Određivanje verovatnoće retransmisije u prethodna dva slučaja imalo je za cilj nalaženje pojedinačnih rešenja za $m=3$ i $m=5$ kanala. Primenjena metodologija ukazala je na znatno povećanje kompleksnosti izvođenja u slučaju $m=5$ u odnosu na slučaj $m=3$ bez jasnog sagledavanja kako da se problem reši kada je m veće od 5. Iz tog razloga odustalo se od partikularnog pristupa i tražena je nova metodologija. Rešenje je nađeno u modifikaciji i proširenju metode koju su primenili R. Cam, C Leung i C. Lam [21] – [23] razmatrajući slučaj kombinovane SC i MC procedure sa proizvoljnim brojem kanala. Međutim, njihovo rešenje je primenljivo samo kada su kanalne verovatnoće međusobno jednake, dok je suštinski zahtev u ovoj tezi da ove verovatnoće budu različite.

Izlaganje u ovom potpoglavlju je podeljeno na tri odeljaka. U prvom odeljku izložene su osnovne postavke predložene metodologije za računanje verovatnoće retransmisije u slučaju proizvoljnog broja kanala. Drugi odeljak sadrži objašnjenje pojmova i veličina potrebnih za izvođenje opšteg izraza. Sam postupak izvođenja je dat u trećem odeljku.

2.4.1. Metodologija za računanje verovatnoće retransmisije

Kao prvo, označimo sa A i B događaje koji redom predstavljaju uspehe SC i MC procedura. Tada uspeh kombinovane procedure matematički možemo predstaviti kao događaj “ A ili B ”, što ćemo označiti sa $A \cup B$. Verovatnoća retransmisije je jednaka verovatnoći suprotnog događaja događaju $A \cup B$, što se može napisati posredstvom izraza:

$$P_{SC+MC} = \Pr\{(A \cup B)^C\} = 1 - \Pr\{A \cup B\}, \quad (2.4.1)$$

pri čemu smo sa $\Pr\{X\}$ označili verovatnoću događaja X , a sa X^C , događaj suprotan (komplementaran) događaju X . Koristeći poznate jednakosti $A \cup B = (A \cap B^C) \cup B = (B \cap A^C) \cup A$ i imajući u vidu da su događaji $(X \cap Y^C)$ i Y međusobno isključivi, izraz (2.4.1) možemo prepisati u obliku:

$$P_{SC+MC} = 1 - \Pr\{B\} - \Pr\{A \cap B^C\} = \Pr\{B^C\} - \Pr\{A \cap B^C\}, \quad (2.4.2)$$

odnosno u obliku:

$$P_{SC+MC} = 1 - \Pr\{A\} - \Pr\{B \cap A^C\} = \Pr\{A^C\} - \Pr\{B \cap A^C\}. \quad (2.4.3)$$

U izrazu (2.4.2), $\Pr\{B^C\}$ označava verovatnoću retransmisije u slučaju u kome bi bila primenjena samo MC procedura, a $\Pr\{A \cap B^C\}$ “doprinos” usled dodatne primene SC procedure. Obrnuto, u jednačini (2.4.3), $\Pr\{A^C\}$ označava verovatnoću retransmisije u slučaju kada bi bila primenjena samo SC procedura, a $\Pr\{B \cap A^C\}$ “doprinos” usled dodatne primene MC procedure.

Budući da događaj A predstavlja uniju m međusobno nezavisnih događaja A_i ($i = 1, \dots, m$), tj.

$$A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m, \quad (2.4.4)$$

pri čemu je sa A_i označen događaj uspešnog prenosa okvira u i -tom kanalu, procenjujemo da je jednostavnije da dalje razmatranje zasnivamo na izrazu (2.4.2). Saglasno tome, u nastavku izlaganja prvo ćemo pažnju posvetiti razvijanju izraza za verovatnoću $\Pr\{A \cap B^C\}$.

Imajući u vidu jednakost $(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_m) \cap B^C = (A_1 \cap B^C) \cup (A_2 \cap B^C) \cup \dots \cup (A_m \cap B^C)$ i uvodeći smenu $A_i \cap B^C = Z_i$, možemo pisati:

$$\Pr\{A \cap B^C\} = \Pr\{Z_1 \cup Z_2 \cup \dots \cup Z_m\}. \quad (2.4.5)$$

Na osnovu “generalizovanog pravila uključivanja i isključivanja” [31] – [33], sledi:

$$\begin{aligned} \Pr\{A \cap B^C\} = & \sum_{i_1=1}^m \Pr\{Z_{i_1}\} - \sum_{1 \leq i_1 < i_2 \leq m} \Pr\{Z_{i_1} \cap Z_{i_2}\} + \dots \\ & + (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq m} \Pr\{Z_{i_1} \cap Z_{i_2} \cap \dots \cap Z_{i_k}\} + \dots +, \\ & + (-1)^{m+1} \Pr\{Z_1 \cap Z_2 \cap \dots \cap Z_m\} \end{aligned} \quad (2.4.6)$$

odnosno, u ekvivalentnom obliku:

$$\Pr\{A \cap B^C\} = \sum_{k=1}^m (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq m} \Pr\{Z_{i_1} \cap Z_{i_2} \cap \dots \cap Z_{i_k}\}. \quad (2.4.7)$$

Budući da vredi jednakost $(A_1 \cap B^C) \cap (A_2 \cap B^C) \cap \dots \cap (A_k \cap B^C) = (A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k) \cap B^C$ možemo da pišemo:

$$\Pr\{Z_1 \cap Z_2 \cap \dots \cap Z_k\} = \Pr\{(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k) \cap B^C\}. \quad (2.4.8)$$

Odavde sledi:

$$\Pr\{Z_1 \cap Z_2 \cap \dots \cap Z_k\} = \Pr\{(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k)\} \cdot \Pr\{B^C / (A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_k)\}. \quad (2.4.9)$$

Budući da su događji A_i međusobno nezavisni, vredi:

$$\Pr\{Z_1 \cap Z_2 \cap \dots \cap Z_k\} = \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq m} \prod_{j=1}^k \Pr\{A_{i_j}\} \cdot \Pr\{B^C / (A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k})\}, \quad (2.4.10)$$

tako da izraz (2.4.7) postaje:

$$\Pr\{A \cap B^C\} = \sum_{k=1}^m (-1)^{k+1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq m} \prod_{j=1}^k \Pr\{A_{i_j}\} \cdot \Pr\{B^C / (A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k})\} \quad (2.4.11)$$

Ako sa A_0 označimo događaj “ni jedna kopija nije prenet bez grešaka”, možemo formalno da uvedemo sledeću definiciju:

$$\sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq m} \prod_{j=1}^k \Pr\{A_{i_j}\} \cdot \Pr\{B^C / (A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k})\} \Big|_{k=0} = \Pr\{B^C\}. \quad (2.4.12)$$

Obzirom da vredi $\Pr\{B^C\} = 1 - \Pr\{B\}$, izraz (2.4.2) dobija opšti oblik:

$$P_{SC+MC} = \sum_{k=0}^m (-1)^k \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq m} \prod_{j=1}^k \Pr\{A_{i_j}\} \cdot \Pr\{B^C / (A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k})\}. \quad (2.4.13)$$

Na ovom mestu treba istaći da $\Pr\{B^C / (A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k})\}$ označava verovatnoću događaja “*neuspeh MC procedure posle prijema k ispravnih kopija sa rednim brojevima $i_1, i_2, \dots, i_k$* ”. Potpuno je jasno da je verovatnoća ovog događaja jednaka nuli ukoliko je broj ispravno primljenih kopija veći od m^* . Stoga sledi:

$$P_{SC+MC} = \sum_{k=0}^{m^*} (-1)^k \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq m} \prod_{j=1}^k \Pr\{A_{i_j}\} \cdot \Pr\{B^C / (A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k})\}. \quad (2.4.14)$$

U našem daljem razmatranju smatraćemo da ovaj izraz predstavlja opštu polaznu formulu za izračunavanje verovatnoće retransmisije za proizvoljnu neparnu vrednost broja kanala m pri čemu je $m^* = \lfloor m/2 \rfloor$.

Napomenimo da se izraz (2.4.13) može iskoristiti za određivanje verovatnoće retransmisije u slučaju kada se primenjuje isključivo procedura SC. Naime, posledica činjenice da procedura MC nije aktivna, ekvivalentna je neuspehu ove procedure nezavisno od broja ispravno primljenih kopija. Saglasno tome, u ovom slučaju, verovatnoća $\Pr\{B^C / (A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k})\}$ je jednaka 1 za sve vrednosti indeksa k i sve kombinacije ispravno primljenih kopija. Izraz (2.4.13) tada postaje:

$$P_{SC} = \sum_{k=0}^m (-1)^k \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq m} \prod_{j=1}^k \Pr\{A_{i_j}\}, \quad (2.4.15)$$

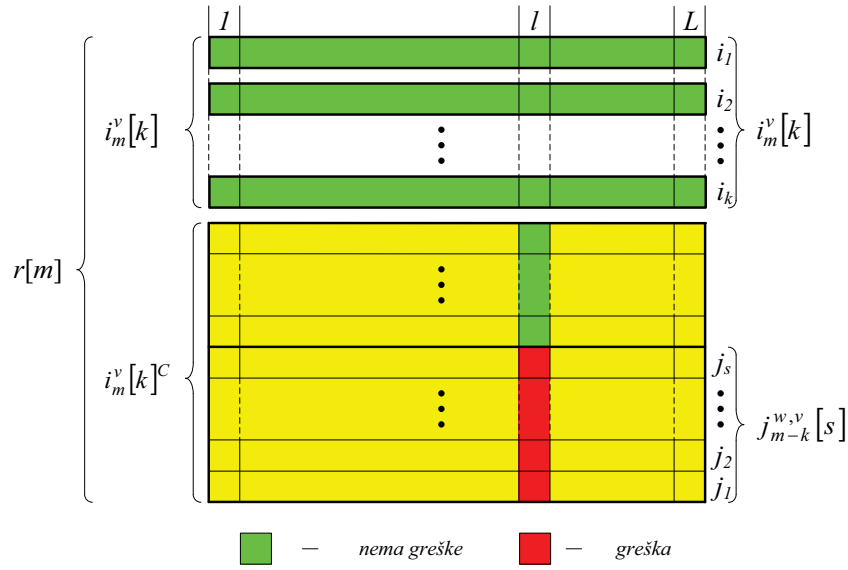
što je u stvari razvijena forma izraza:

$$P_{SC} = \prod_{j=1}^m (1 - \Pr\{A_j\}). \quad (2.4.15a)$$

koji predstavlja verovatnoću retransmisije u slučaju SC procedure.

2.4.2. Preliminarne definicije, oznake i pomoćne veličine

Sada ćemo definisati niz pomoćnih veličina i uvešćemo posebne oznake sa ciljem da omogućimo relativno jednostavno dalje razvijanje opštih matematičkih izraza za verovatnoću retransmisije za SC+MC proceduru. U tu svrhu na slici 2.7 šematski je prikazan niz od m registara u kojima su smeštene kopije istog okvira. Sa ciljem da se predstavi jedna karakteristična “konfiguracija”, registri su poređani jedan ispod drugog i podeljeni u dve podgrupe. Prvu podgrupu čini niz od k međusobno razdvojenih registara. Čelije ovih registara su osenčene zelenom bojom ukazujući time na činjenicu da one sadrže ispravno prenete bite. Druga podgrupa se sastoji od $m-k$ registara koji sadrže pogrešno prenete kopije. Budući da se kod ove grupe okvira postojeće greške mogu korigovati samo posredstvom MC procedure primenjene nad bitima koji se nalaze na istim pozicijama u različitim kopijama, registri su u ovom slučaju predstavljeni u okviru matrične šeme (sa $m-k$ redova i L kolona), a kao karakteristična, istaknuta je l -ta “pozicija” (kolona). Pretpostavljeno je da prvih $m-k-s$ registara na ovoj poziciji sadrže ispravno prenete bite, a da su biti u poslednjih s registara neispravni (što je označeno crvenom bojom). Ostale ćelije na slici su osenčene žutom bojom, što znači da je neizvesno da li te ćelije sadrže ispravno ili neispravno prenete bite. Za potrebe naše analize nije bitno samo da se utvrdi karakteristična “konfiguracija”, već takođe i broj slučajeva u kojima se pojavljuje posmatrana karakteristična konfiguracija. Imajući to u vidu, a referišući se na sliku 2.7, definisaćemo niz kolekcija događaja i odredićemo verovatnoće njihovog “pojavljivanja”.



Slika 2.7. Prikaz memorisanih kopija i ilustracija podskupova $i_m^v[k]$ i $j_{m-k}^{w,v}[s]$.

Definicija 2.4.1. Pod skupom prenetih kopija podrazumevaćemo sadržaj registra prikazanog na slici 2.7, posle prijema i memorisanja svih m kopija emitovanog okvira, nezavisno od broja grešaka u informacionom i CRC delu. Ovaj skup ćemo matematički označiti sa $r[m] = \{1, 2, \dots, m\}$, pri čemu smo umesto oznake F_i za prenetu kopiju u i -tom kanalu, koristili oznaku i .

Budući da je pretpostavljena pouzdana identifikacija okvira na prijemu, memorisanje skupa $r[m]$ smatraćemo sigurnim događajem. Ta pretpostavka će matematički biti iskazana izrazom $\Pr\{r[m]\} = 1$.

Definicija 2.4.2. Pod kombinacijom klase k podrazumevaćemo kolekciju $i_m^v[k] = \{i_1^v, i_2^v, \dots, i_k^v\}$ skupa $r[m]$, pri čemu i_u^v ($1 \leq u \leq k$) predstavlja kopiju prenetog okvira, a v , $1 \leq v \leq \binom{m}{k}$, redni broj kolekcije.

U specijalnom slučaju, kada je $k = 0$, podskup $i_m^v[k]$ je prazan, a u slučaju $k = m$, kolekcija $i_m^v[k]$ ima samo jedan član koji je ujedno jednak kompletnom skupu prenetih kopija, tj. $v = 1$ i $i_m^1[k] = r[m]$. Generalno, podrazumevamo da su elementi kolekcije $i_m^1[k]$ uređeni po veličini rednog broja kanala, tj. $i_1 < i_2 < \dots < i_k$.

Definicija 2.4.3. Pod komplementarnim podskupom podrazumevaćemo podskup $i_m^v[k]^C = r[m] \setminus i_m^v[k]$. Njegove elemente čini $m-k$ kopija koje istovremeno pripadaju skupu $r[m]$ i ne pripadaju kolekciji $i_m^v[k]$.

Definicija 2.4.4. Pod kombinacijom klase s nad komplementarnim podskupom podrazumevaćemo kolekciju kopija $j_{m-k}^{w,v}[s] = \{j_1^{w,v}, j_2^{w,v}, \dots, j_s^{w,v}\}$ koje pripadaju podskupu $i_m^v[k]^C$. Indeks s ispunjava uslov $0 \leq s \leq m-k$, a indeks w , $1 \leq w \leq \binom{m-k}{s}$ označava redni broj kolekcije. I u slučaju ovog podskupa podrazumevamo uređenost elemenata, tj. $j_1^{w,v} < j_2^{w,v} < \dots < j_s^{w,v}$.

Definicija 2.4.5. Pod skupom “pomoćnih” verovatnoća podrazumevaćemo kolekciju verovatnoća bez obaveznog konkretnog “fizičkog” značenja, koje ne moraju biti neposredno u skladu sa postavkama na slici 2.7. To su:

- $P = \prod_{i=1}^m p_i$, (2.4.16a)

- $Q = \prod_{i=1}^m q_i$, $q_i = 1 - p_i$, (2.4.16b)

- $P_i(k, v)$ – verovatnoća da na poziciji l ($1 \leq l \leq L$) sve kopije iz klase $i_m^v[k]$ sadrže pogrešno preneti bit.

$$P_i(k, v) = \begin{cases} 1 & , za \quad k = 0 \\ \prod_{u \in i_m^v[k]} p_u & , za \quad k > 0 \end{cases} \quad (2.4.17)$$

- $Q_i(k, v)$ – verovatnoća da na poziciji l ($1 \leq l \leq L$) sve kopije iz klase $i_m^v[k]$ sadrže ispravno preneti bit.

$$Q_i(k, v) = \begin{cases} 1 & , za \quad k = 0 \\ \prod_{u \in i_m^v[k]} q_u & , za \quad k > 0 \end{cases} \quad (2.4.18)$$

- $P_j(k, w, v, s)$ – verovatnoća da na poziciji l ($1 \leq l \leq L$) sve kopije iz klase $j_{m-k}^{w,v}[s]$ sadrže pogrešno preneti bit.

$$P_j(k, v, s, w) = \begin{cases} 1 & , za \quad s = 0 \\ \prod_{u \in j_{m-k}^{w,v}[s]} p_u & , za \quad s > 0 \end{cases} \quad (2.4.19)$$

- $Q_j(k, w, v, s)$ – verovatnoća da na poziciji l ($1 \leq l \leq L$) sve kopije iz klase $j_{m-k}^{w,v}[s]$ sadrže ispravno preneti bit.

$$Q_j(k, v, s, w) = \begin{cases} 1 & , za \quad s = 0 \\ \prod_{u \in j_{m-k}^{w,v}[s]} q_u & , za \quad s > 0 \end{cases} \quad (2.4.20)$$

Verovatnoća događaja sa najviše h grešaka: Posmatrajmo komplementarni podskup sa ciljem da odredimo verovatnoću događaja da na bilo kojoj poziciji ima najviše h grešaka. Tu verovatnoću označićemo sa $P_{[1:L]}(\leq h / i_m^v[k]^C)$.

Rešavajući postavljeni zadatak, prvo ćemo definisati verovatnoću da na poziciji l ($1 \leq l \leq L$) kopije iz klase $j_{m-k}^{w,v}[s]$ sadrže pogrešno preneti bit, a preostale kopije iz skupa $i_m^v[k]^C$, ispravno preneti bit. Koristeći definicije (2.4.16b), (2.4.18), (2.4.19) i (2.4.20), ovu verovatnoću možemo da izrazimo preko formule:

$$P_l(j_{m-k}^{w,v}[s]) = \frac{Q}{Q_i(k, v)} \cdot \frac{P_j(k, v, s, w)}{Q_j(k, v, s, w)}. \quad (2.4.21)$$

U narednom koraku odredićemo verovatnoću da kopije iz skupa $i_m^v[k]^C$ imaju na poziciji l najviše h grešaka. Ta verovatnoća glasi:

$$P_l(\leq h / i_m^v[k]^C) = \frac{Q}{Q_i(k, v)} \cdot \sum_{s=0}^h \sum_{w=1}^{\binom{m-k}{s}} \frac{P_j(k, v, s, w)}{Q_j(k, v, s, w)}. \quad (2.4.22a)$$

Može se pokazati da za sve vrednosti $0 \leq h < m-k$ vredi:

$$\frac{Q}{Q_i(k, v)} \cdot \sum_{s=0}^h \sum_{w=1}^{\binom{m-k}{s}} \frac{P_j(k, v, s, w)}{Q_j(k, v, s, w)} + \frac{P}{P_i(k, v)} \cdot \sum_{s=0}^{m-k-h-1} \sum_{w=1}^{\binom{m-k}{s}} \frac{Q_j(k, v, s, w)}{P_j(k, v, s, w)} = 1, \quad (2.4.23)$$

tako da se za verovatnoću $P_l(\leq h / i_m^v[k]^C)$ dobija alternativna formula:

$$P_l(\leq h / i_m^v[k]^C) = 1 - \frac{P}{P_i(k, v)} \cdot \sum_{s=0}^{m-k-h-1} \sum_{w=1}^{\binom{m-k}{s}} \frac{Q_j(k, v, s, w)}{P_j(k, v, s, w)}. \quad (2.4.22b)$$

Specijalno, u slučaju kada je $h = m-k$, imamo:

$$P_l(\leq h / i_m^v[k]^C) \Big|_{h=m-k} = P_l(\leq (m-k) / i_m^v[k]^C) = 1. \quad (2.4.22c)$$

Budući da su greške na različitim pozicijama međusobno nezavisne, verovatnoća da kopije iz podskupa $i_m^v[k]^C$ na bilo kojoj poziciji imaju najviše h grešaka, iznosi

$$P_{[1:L]}(\leq h / i_m^v[k]^C) = [P_l(\leq h / i_m^v[k]^C)]^L. \quad (2.4.24)$$

Saglasno (2.4.22c), ako je $h = m-k$, ova verovatnoća postaje jednaka 1.

2.4.3. Izraz za verovatnoću retransmisije za opšti broj kanala

Koristeći pojmove i oznake uvedene u prethodnom odeljku, u ovom odeljku biće izvedena formula za verovatnoću retransmisije. U postupku koji sledi počinjemo od višestruke sume u izrazu (2.4.14). Izdvajajući proizvoljnu kombinaciju ispravno prenetih kopija $i_m^v[k] = \{i_1^v, i_2^v, \dots, i_k^v\}$, ovu višestruku sumu možemo predstaviti u ekvivalentnom obliku:

$$\begin{aligned} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq m} \prod_{j=1}^k \Pr\{A_{i_j}\} \cdot \Pr\{B^C / (A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k})\} = \\ = \sum_{v=1}^{\binom{m}{k}} \prod_{u \in i_m^v[k]} \Pr\{A_u\} \Pr\{B^C / \bigcap_{u \in i_m^v[k]} A_u\} \end{aligned} \quad (2.4.25)$$

Imajući u vidu definiciju (2.4.18) uveravamo se da vredi:

$$\prod_{u \in i_m^v[k]} \Pr\{A_u\} = [Q_i(k, v)]^L. \quad (2.4.26)$$

Pored toga, imajući u vidu rezultat (2.4.24), možemo da pišemo:

$$\Pr\{B^C / \bigcap_{u \in i_m^v[k]} A_u\} = 1 - P_{[1:L]}(\leq m^* / i_m^v[k]^C). \quad (2.4.27)$$

Naime, da bi MC procedura bila neuspešna, neophodno je da bar na jednoj bitskoj poziciji bude više od m^* grešaka, što je eksplicitno iskazano desnom stranom izraza (2.4.27). Nizom uzastopnih smena, prvo (2.4.27) i (2.4.26) u (2.4.25), a zatim (2.4.25) u (2.4.14), dobijamo:

$$P_{SC+MC} = \sum_{k=0}^{m^*} (-1)^k \sum_{v=1}^{\binom{m}{k}} [Q_i(k, v)]^L \cdot [1 - P_{[1:L]}(\leq m^* / i_m^v[k]^C)]. \quad (2.4.28)$$

Oblik tražene formule za izračunavanje verovatnoće retransmisije zavisi sada od izraza kojim će biti predstavljena verovatnoća $P_{[1:L]}(\leq m^* / i_m^v[k]^C)$. Ukoliko se koristi izraz (2.4.22a) dobijamo:

$$P_{SC+MC} = \sum_{k=0}^{m^*} (-1)^k \sum_{v=1}^{\binom{m}{k}} [Q_i(k, v)]^L \cdot \left[1 - \left[\frac{Q}{Q_i(k, v)} \cdot \sum_{s=0}^{m^*} \sum_{w=1}^{\binom{m-k}{s}} \frac{P_j(k, v, s, w)}{Q_j(k, v, s, w)} \right]^L \right], \quad (2.4.29a)$$

a ukoliko se koristi izraz (2.4.22b) sledi:

$$P_{SC+MC} = \sum_{k=0}^{m^*} (-1)^k \sum_{v=1}^{\binom{m}{k}} [Q_i(k, v)]^L \cdot \left[1 - \left[1 - \frac{P}{P_i(k, v)} \cdot \sum_{s=0}^{m^*-k} \sum_{w=1}^{\binom{s}{m-k}} \frac{Q_j(k, v, s, w)}{P_j(k, v, s, w)} \right]^L \right]. \quad (2.4.29b)$$

Imajući u vidu definicije (2.4.17) – (2.4.20) prethodna dva izraza za verovatnoću retransmisije možemo redom predstaviti na sledeći način:

$$P_{SC+MC} = \sum_{k=0}^{m^*} (-1)^k \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq m} (q_{i_1} \dots q_{i_k})^L \left[1 - \left(\frac{Q}{q_{i_1} \dots q_{i_k}} \cdot \sum_{s=0}^{m^*} \sum_{\substack{1 \leq j_1 < \dots < j_s \leq m \\ j_1, \dots, j_s \neq i_1, \dots, i_k}} \frac{p_{j_1} \dots p_{j_s}}{q_{j_1} \dots q_{j_s}} \right)^L \right], \quad (2.4.30a)$$

odnosno, u drugom obliku,

$$P_{SC+MC} = \sum_{k=0}^{m^*} (-1)^k \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq m} (q_{i_1} \dots q_{i_k})^L \left[1 - \left(1 - \frac{P}{p_{i_1} \dots p_{i_k}} \cdot \sum_{s=0}^{m^*-k} \sum_{\substack{1 \leq j_1 < \dots < j_s \leq m \\ j_1, \dots, j_s \neq i_1, \dots, i_k}} \frac{q_{j_1} \dots q_{j_s}}{p_{j_1} \dots p_{j_s}} \right)^L \right], \quad (2.4.30b)$$

uz napomenu da kod višedimenzionalnih suma proizvod verovatnoća $q_{i_1} q_{i_2} \dots q_{i_u}$ dobija vrednost 1 ukoliko je indeks u jednak nuli.

Izrazi (2.4.30a) i (2.4.30b) predstavljaju jednu od mogućih traženih formula za izračunavanje verovatnoće retransmisije. One vrede za proizvoljne vrednosti kanalnih verovatnoća, proizvoljnu dužinu paketa i proizvoljni neparan broj kanala (diverziti grana) koji je veći od 1.

Specijalni slučaj: U posebnom slučaju, kada su kanalne verovatnoće međusobno jednake, tj. kada je $p_k = p$ i $q_k = q = 1 - p$ za sve vrednosti indeksa k , izraz (2.4.30a) postaje:

$$P_{SC+MC}^S = \sum_{k=0}^{m^*} (-1)^k \cdot \binom{m}{k} q^{L \cdot k} \cdot \left\{ 1 - \left[\sum_{s=0}^{m^*} \binom{m-k}{s} p^s \cdot q^{m-k-s} \right]^L \right\}, \quad (2.4.31)$$

uz uslov $m^* = \lfloor m/2 \rfloor$. Napomenimo da smo isti izraz dobili u dva navrata ranije, kada smo razmatrali slučajeve $m = 3$ i $m = 5$, (videti (2.2.5b) i (2.3.11b)).

Ilustrativni primer: Kao i u slučaju egzaktnih izraza za tri i pet ponavljanja kopija, vidimo da su izrazi (2.4.30a) i (2.4.30b) za verovatnoću retransmisije kompleksni i kao takvi ne mogu poslužiti za brzo sagledavanje uticaja pojedinih parametara kao što su broj kanala m , verovatnoće u pojedinim kanalima p_k ($k = 1, \dots, m$) i dužina okvira L . Iz tog razloga ćemo razmotriti pogodne aproksimativne izraze za verovatnoću retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće.

Na slici 2.8 dat je skup grafika koji prikazuju zavisnost verovatnoće retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće za slučajeve: (i) broj kanala, $m = 7$ (slika pod a), $m = 9$ (slika pod b) i $m = 11$ (slika pod c); (ii) dužina okvira, $L = 72$ i $L = 1024$, i (iii) koeficijenti rasejavanja, $x_1 = 0.1$ i $x_k = 10^{1/(m-1)}$, ($k = 2, \dots, m$). Pored korišćenja egzaktnih formule (2.4.30a), prikazani su i rezultati dobijeni posredstvom aproksimativne formule:

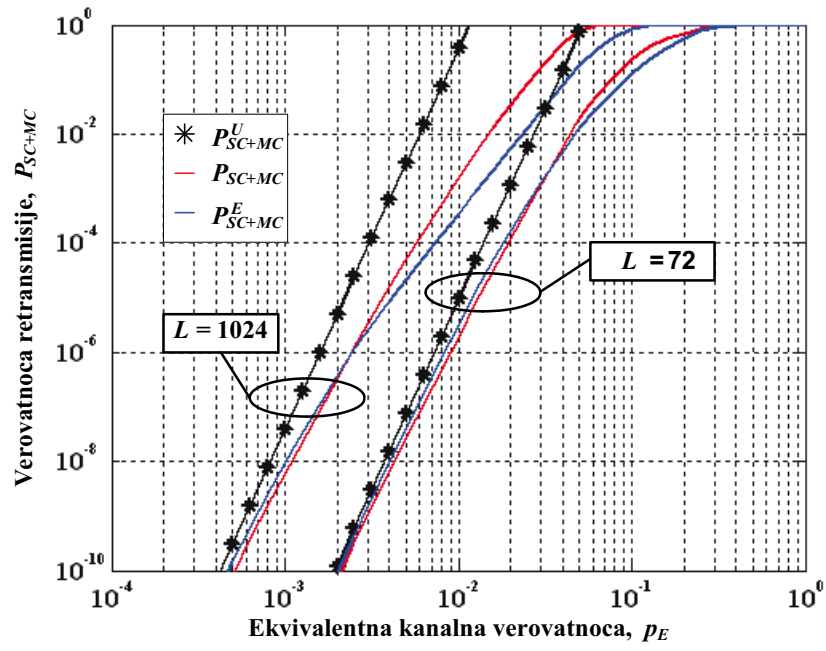
$$P_{SC+MC}^E = \sum_{k=0}^{m^*} (-1)^k \cdot \binom{m}{k} (1 - p_E)^{L \cdot k} \cdot \left\{ 1 - \left[\sum_{s=0}^{m^*} \binom{m-k}{s} p_E^s \cdot (1 - p_E)^{m-k-s} \right]^L \right\}, \quad (2.4.32)$$

kao i rezultati dobijeni posredstvom formule:

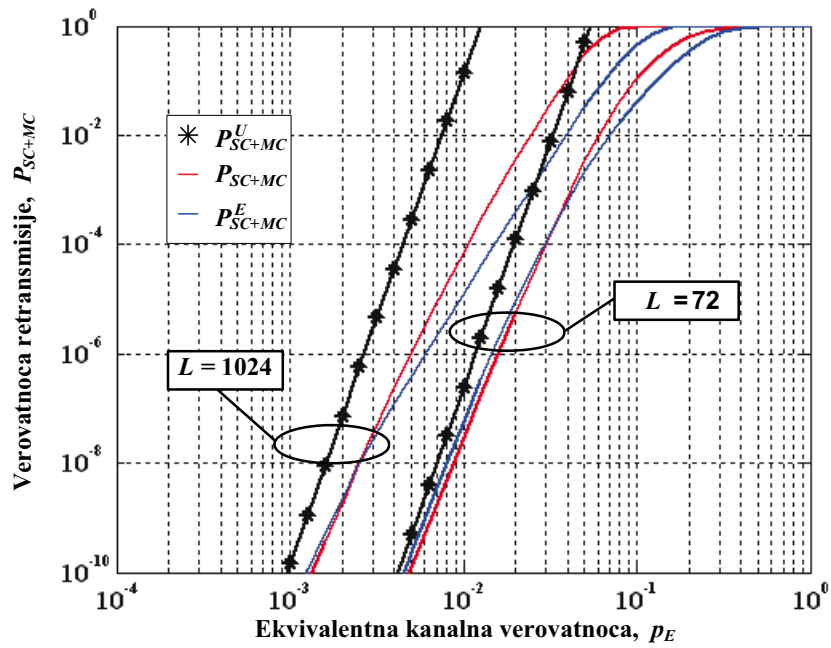
$$P_{SC+MC}^U = \binom{m}{m^*} \cdot L^{m-m^*} \cdot p_E^m. \quad (2.4.33)$$

Prethodne dve formule dobijene su sa istim obrazloženjem kao u prvom odeljku potpoglavlja 2.3. To znači da je prva od njih izvedena iz izraza (2.4.31) tako što je promenljiva p zamenjena sa p_E . Druga je dobijena prostom generalizacijom za $m = 3$ i $m = 5$ kanala. U oba slučaja ekvivalentna kanalna verovatnoća definisana je kao geometrijska srednja vrednost pojedinačnih kanalnih verovatnoća, tj. kao:

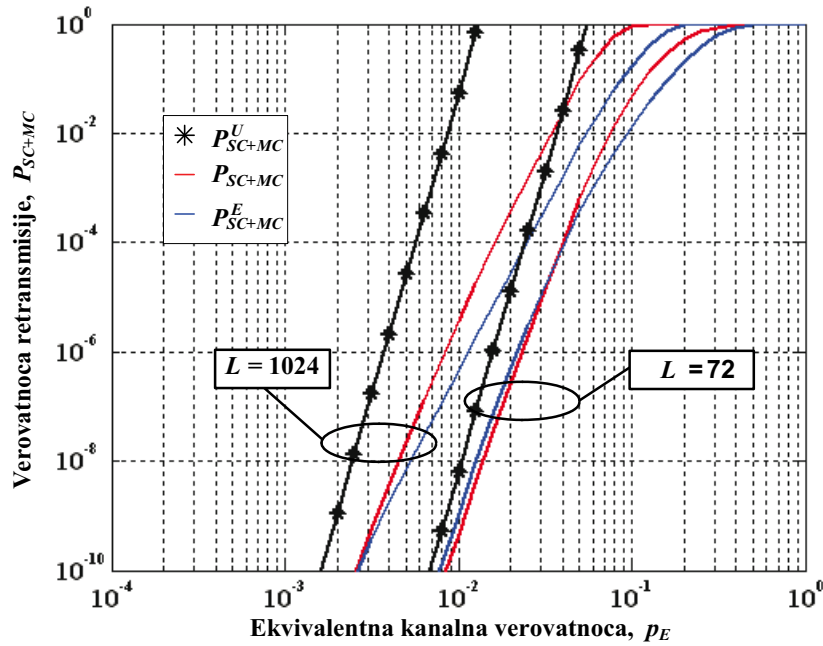
$$p_E = \left(\prod_{k=1}^m p_k \right)^{\frac{1}{m}}. \quad (2.4.34)$$



(a)



(b)



(c)

Slika 2.8. Prikaz gornje granice, egzaktne i aproksimativne vrednosti verovatnoće retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće za: (a) $m = 7$, (b) $m = 9$, i (c) $m = 11$ (SC1, $L = 72$ i $L = 1024$).

Na osnovu prikazanih grafika zaključujemo da sa povećanjem dužine okvira L , broja paralelnih kanala m i ekvivalentne kanalne verovatnoće p_E , opada “kvalitet” uvedenih aproksimativnih izraza. Međutim, kako se ovim aproksimacijama ne menja oblik, priroda i međusobni odnos grafika za različite vrednosti parametra m , ove aproksimacije se mogu koristiti u preliminarnim analizama u kojima je cilj da se dobije gruba, ali pregledna ocena razmatranih modela.

2.5. Efikasnost SC+MC procedure

U ovom potpoglavlju razmotrićemo efikasnost SC+MC procedure sa stanovišta procene u kojoj meri MC procedura doprinosi smanjenju verovatnoće retransmisije u odnosu na SC proceduru. Pri tome, imaćemo u vidu slučaj bežičnih senzorskih mreža u kojima se dužina okvira kreće u granicama od nekoliko desetina bita do nekoliko hiljada bita, a iznos kanalnih verovatnoća može biti veoma različit, od relativno malih vrednosti reda 10^{-5} pa do maksimalne moguće vrednosti 0.5. U prvom koraku, razmatranje efikasnosti SC+MC procedure ima za cilj uporedni pregled grafičkog prikaza familija verovatnoća retransmisije za SC i SC+MC procedure. U drugom koraku korišće se kvantitativni pokazatelji kao što su doprinos i dobitak. U oba slučaja, ocena efikasnosti će se vršiti u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće pri čemu se koeficijenti rasejavanja kreću u granicama 0.1 – 10.

2.5.1. Uporedni pregled SC i SC+MC procedura

U ovom odeljku će biti razmotreni uticaji: (i) rasejavanja kanalnih verovatnoća, (ii) broja kanala i (iii) dužine okvira, na verovatnoću retransmisije za SC i SC+MC procedure.

Efekat rasejavanja: U pregledu koji sledi odabrano je pet klasa rasejavanja kanalnih verovatnoća, označenih sa SC1 – SC5, za koje smatramo da predstavljaju dobre reprezentе za realnu procenu kompletnog uticaja na verovatnoću retransmisije. Konkretno, klase su definisane na sledeći način:

- koeficijenti rasejavanja $x(i)$ klase SC1 odabrani su saglasno izrazu (2.5.1a) i na logaritamskoj skali su ravnomerno raspoređeni u opsegu $1/D - D$.

$$\text{SC1:} \quad x_i = \frac{1}{D} \cdot \left(D^{\frac{2}{m-1}} \right)^{i-1}, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2.5.1a)$$

- u slučaju klase SC2, jedna kanalna verovatnoća je jednaka ekvivalentnoj, a ostale su podeljene u dve jednako brojne grupe, pri čemu su u jednoj grupi kanalne verovatnoće D puta veće, a u drugoj D puta manje od ekvivalentne kanalne verovatnoće. Prema tome, vredi:

$$\text{SC2:} \quad x_i = \begin{cases} D, & i = \lfloor m/2 \rfloor + 2, \dots, m \\ 1, & i = \lfloor m/2 \rfloor + 1 \\ \frac{1}{D}, & i = 1, 2, \dots, \lfloor m/2 \rfloor \end{cases}, \quad (2.5.1b)$$

- klasa SC3 je izabrana tako da jedan kanal ima D puta manju, a jedan D puta veću vrednost, a svi ostali, jednaku vrednost ekvivalentnoj kanalnoj verovatnoći. Saglasno tome, vredi:

$$\text{SC3:} \quad x_i = \begin{cases} D, & i = m \\ 1, & 1 < i < m \\ \frac{1}{D}, & i = 1 \end{cases}, \quad (2.5.1c)$$

- u slučaju klase SC4, jedan kanal je dobar i ima D puta manju kanalnu verovatnoću od ekvivalentne, a svi ostali kanali su loši i sa jednakim kanalnim verovatnoćama. Koeficijenti rasejavanja su dati izrazom:

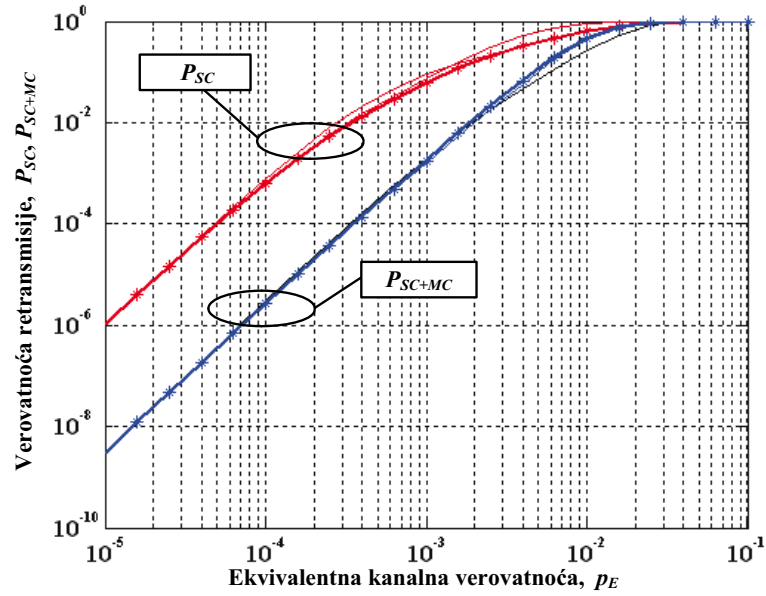
$$\text{SC4:} \quad x_i = \begin{cases} \frac{1}{D}, & i = 1 \\ \frac{1}{D^{\frac{1}{m-1}}}, & i = 2, 3, \dots, m \end{cases}, \quad (2.5.1d)$$

- konačno, klasa SC5 je “recipročna” klasi SC4, pri čemu je jedan kanal loš, a svi ostali su podjednako dobri. Prema tome, vredi:

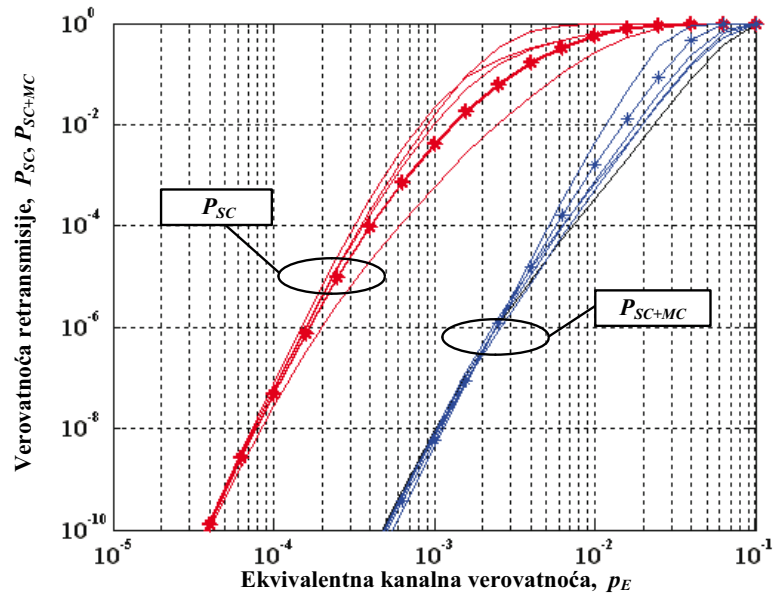
$$\text{SC5:} \quad x_i = \begin{cases} D, & i = 1 \\ \frac{1}{D^{\frac{1}{m-1}}}, & i = 2, 3, \dots, m \end{cases}. \quad (2.5.1e)$$

Napomenimo da koeficijenti rasejavanja ispunjavaju uslov $x_1 \cdot x_2 \cdots x_m = 1$.

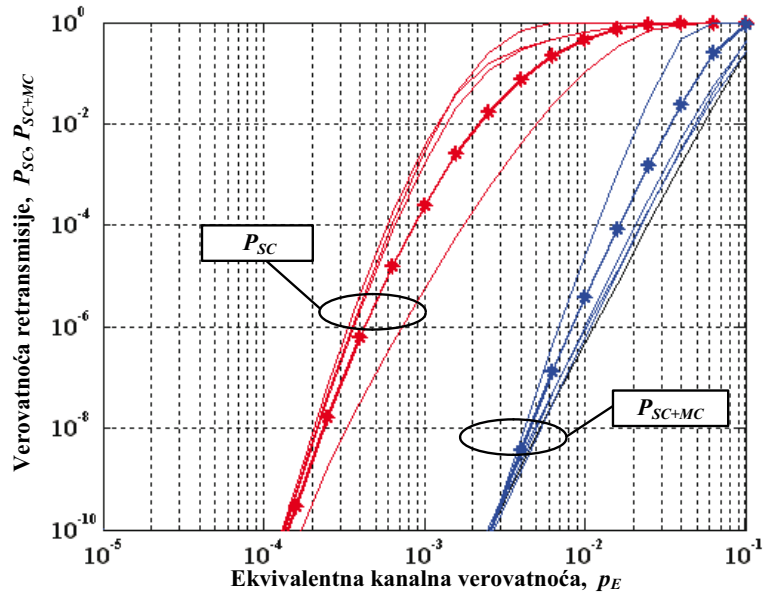
Na slici 2.9 je ilustriran efekat rasejavanja na verovatnoću retransmisije u slučajevima kada broj kanala iznosi $m = 3$ (slika pod a), $m = 7$ (slika pod b) i $m = 11$ (slika pod c). Ostali parametri su $L = 1024$ i $D = 10$.



(a)



(b)

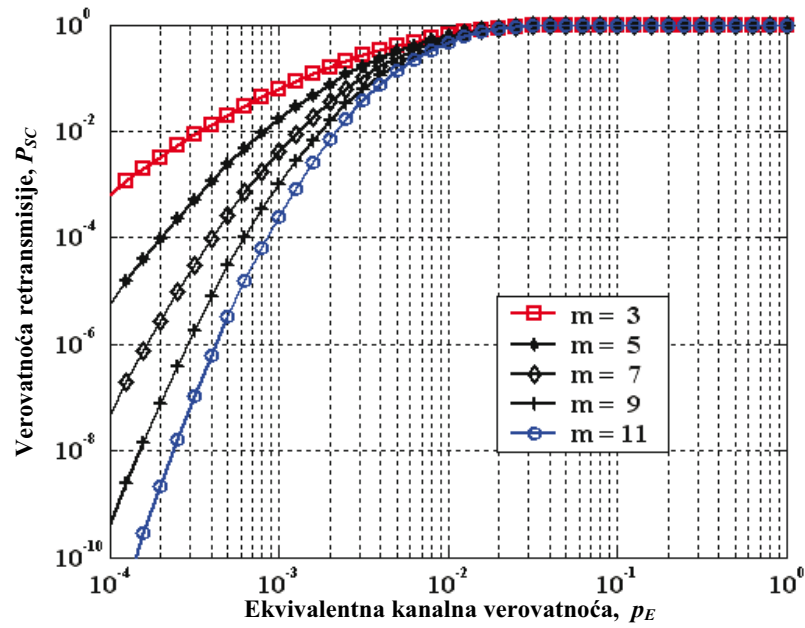


(c)

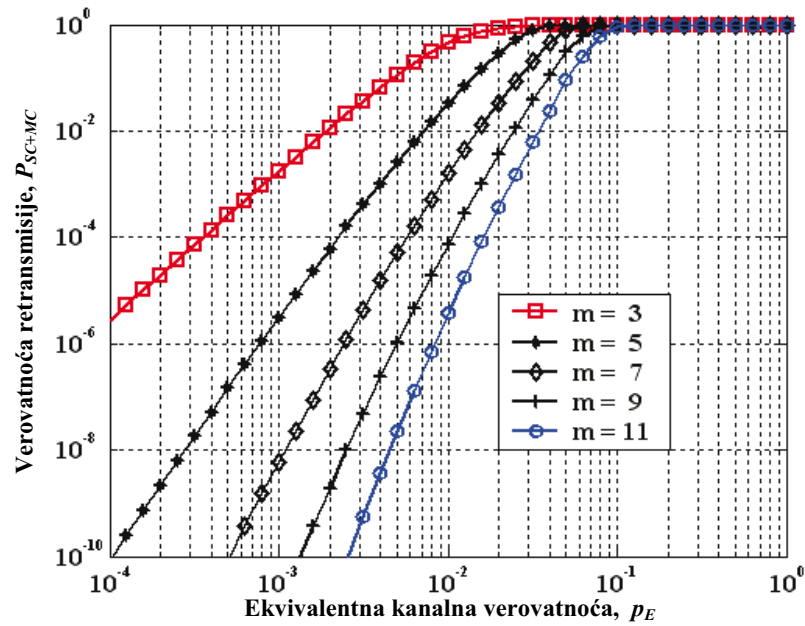
Slika 2.9. Efekat rasejavanja na verovatnoće retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće, (a) $m = 3$, (b) $m = 7$, i $m = 11$, ($L = 1024$, $D = 10$, SC1 klasa je označena zvezdicom)

Opšti zaključak, koji se može izvesti je da je efekat rasejavanja veći kod SC procedure nego kod SC+MC procedure pri istim uslovima, da raste sa porastom ekvivalentne kanalne verovatnoće, i da je utoliko veći ukoliko je broj kanala veći. U slučajevima kada je ekvivalentna kanalna verovatnoća mala, pri malom broju kanala i maloj vrednosti parametra D , efekat rasejavanja je mali tako da se umesto različitih kanalnih verovatnoća, verovatnoća retransmisije može analizirati preko ekvivalentne kanalne verovatnoće. To posebno važi za SC+MC proceduru kada je $m = 3$ ili 5, D manje od 10, a p_E manje od 10^{-2} i L manje od 1024.

Efekat broja kanala: Na slici 2.10 su prikazane verovatnoće retransmisije SC (slika pod a) i SC+MC (slika pod b) procedura u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće p_E za $L = 1024$ bita, gde je parametar broj kanala. Pretpostavljeno je da je funkcija rasejavanja definisana prema Klasi 1, pri čemu je vrednost parametra D jednaka 10.



(a)

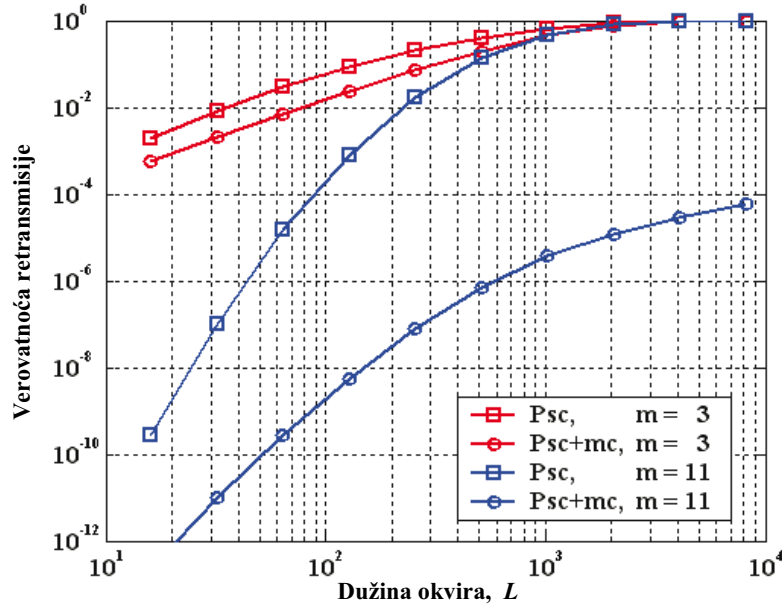


(b)

Slika 2.10. Verovatnoća retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće, (a) SC procedura, (b) SC+MC procedura, ($L = 1024$ i $m = 3, 5, 7, 9$ i 11).

Kao što se i očekivalo, verovatnoća retransmisije u obe procedure, SC i SC+MC, raste sa porastom kanalne verovatnoće p_E i smanjuje se sa povećanjem broja kanala m . U graničnim slučajevima, nezavisno od broja kanala, verovatnoće retransmisije imaju istu vrednost, nula, kada je $p_E = 0$ i približno jedan, kada je $p_E = 0.5$. Pri tome, konveksnost grafika je izraženija kod SC procedure što ima za posledicu očekivani rezultat da je između graničnih slučajeva P_{SC} veće od P_{SC+MC} .

Efekat dužine okvira: Generalno, sa povećanjem dužine okvira raste verovatnoća retransmisije. Priroda povećanja je ilustrovana na slici 2.11 na kojoj su zbog preglednosti prikazani grafici za $m = 3$ i $m = 11$ kanala. Sa slike možemo da zaključimo da se razlika između verovatnoća retransmisije povećava sa povećanjem broja kanala.



Slika 2.11. Verovatnoća retransmisije u funkciji dužine okvira, ($p_E = 10^{-2}$ i $m = 3$ i 11).

Na osnovu prethodnih slika zaključujemo da je izborom parametara m i L moguće kontrolisati vrednosti verovatnoća retransmisije u širokim granicama. Očekuje se da u praktičnim realizacijama m neće imati veću vrednost od 5, a sve preko toga ima akademski značaj.

2.5.2. Analiza doprinosa MC procedure

Pod doprinosom MC procedure u ovoj tezi podrazumevamo kvantitativnu ocenu koja pokazuje u kojoj meri je primenom SC+MC procedure smanjena verovatnoća retransmisije u odnosu na SC proceduru. U tom smislu korist ćemo dve definicije:

- doprinos u apsolutnom smislu,

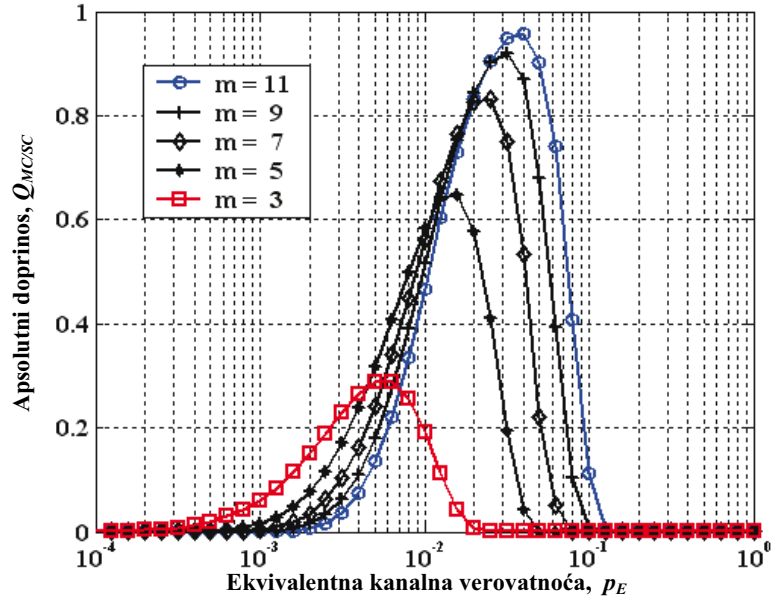
$$Q_{MC/SC} = (P_{SC} - P_{SC+MC})|_{p_E=const}, \quad (2.5.2)$$

- doprinos u relativnom smislu,

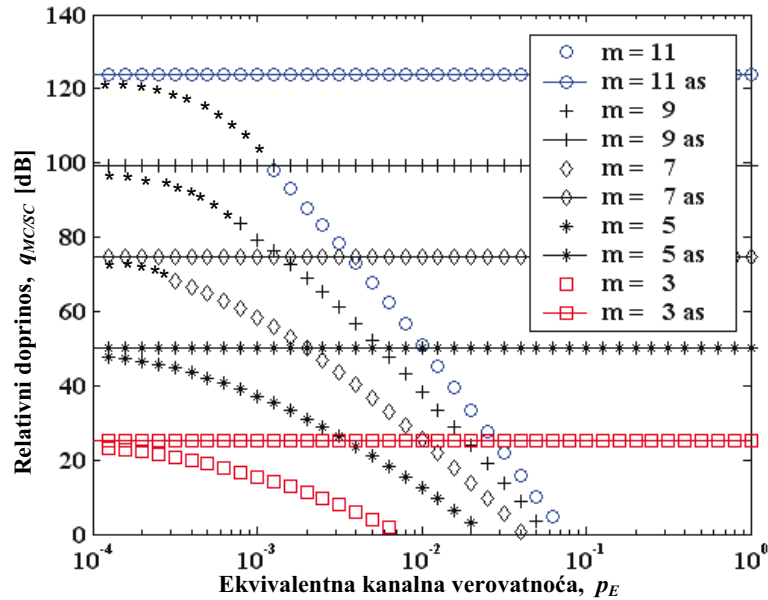
$$q_{MC/SC} = 10 \cdot \log(Q_{MC/SC} / P_{SC+MC})|_{p_E=const} [\text{dB}]. \quad (2.5.3)$$

Iz ovih definicija se vidi da apsolutni doprinos $Q_{MC/SC}$ predstavlja meru “za koliko” se smanjuje verovatnoća retransmisije kada se SC procedura “dopuni” MC procedurom. Za one vrednosti kanalnih verovatnoća za koje je P_{SC} dosta veće od P_{SC+MC} , relativni doprinos $q_{MC/SC}$ se može tumačiti kao mera (izražena u dB) koja pokazuje “koliko puta” je verovatnoća retransmisije manja kod SC+MC nego kod SC procedure.

Na slici 2.12 prikazana je zavisnost apsolutnog (slika pod a) i relativnog (slika pod b) doprinosa u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće p_E . Korišćeni su isti parametri kao na slici 2.10. Vidimo da grafici koji predstavljaju „apsolutni“ doprinos imaju „zvonasti“ oblik, pri čemu se sa povećanjem m , položaji maksimuma pomeraju ka većim vrednostima verovatnoće p_E i njihova vrednost raste sa porastom m . Dopunskom analizom, pokazuje se da se sa povećanjem L , položaji maksimuma pomeraju ka manjim vrednostima verovatnoće p_E .



(a)



(b)

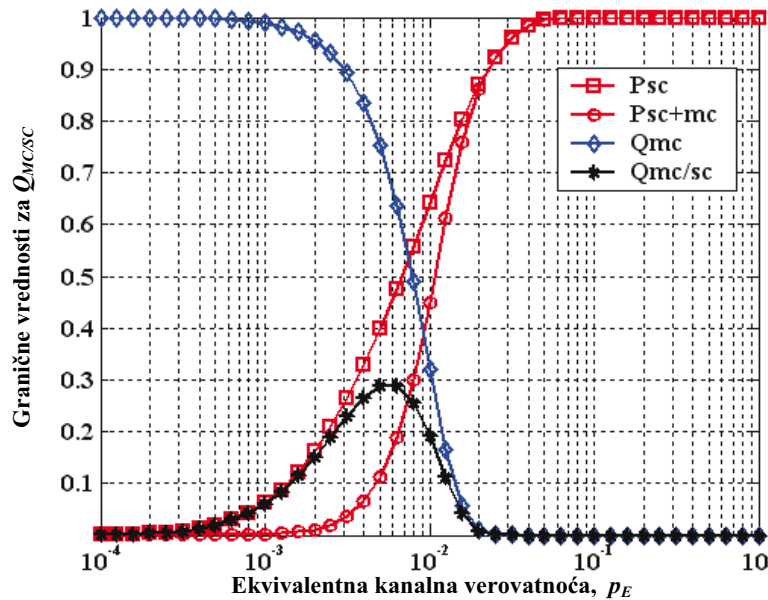
Slika 2.12. Iznos (a) „apsolutnog” i (b) „relativnog” doprinosa u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće ($L = 1024$ i $m = 3, 5, 7, 9$ i 11). Horizontalne linije predstavljaju granične vrednosti (asimptote) za uslov kada p_E teži nuli.

Zvonasti oblik grafika „apsolutnog“ doprinosa je posledica ograničenja:

$$Q_{MC/SC} = P_{SC} - P_{SC+MC} < P_{SC}, \quad (2.5.4)$$

$$Q_{MC/SC} < Q_{MC} = 1 - P_{MC}, \quad (2.5.5)$$

što je ilustrativno prikazano na slici 2.13. Ilustracija se odnosi na šemu sa tri kanala, pri čemu dužina okvira iznosi $L = 1024$. Slični oblici (sa različitim konkretnim vrednostima) dobijeni su i u ostalim analiziranim slučajevima. Ograničenje zvonaste krive $Q_{MC/SC}$ sa leve strane je posledica (2.5.4). Naime, budući da su sve tri veličine pozitivne, u uslovima kada je verovatnoća P_{SC+MC} veoma mala, Q_{MC} je neznatno manje od P_{SC} . Granica sa desne strane je posledica (2.5.5) koja se zasniva na činjenici da doprinos majoritetne logike posle neuspešne SC procedure ne može biti veći od doprinosa kada se primenjuje samo MC procedura. Drugim rečima, pri malim vrednostima kanalnih verovatnoća, MC procedura praktično uspeva da koriguje sve zaostale greške SC procedure, tako da $Q_{MC/SC}$ “prati” krivu P_{SC} . Sa daljim povećanjem p_E , slabi sposobnost majoritetne logike da koriguje greške i $Q_{MC/SC}$ ne može više da prati krivu P_{SC} , i počinje da pada zajedno sa Q_{MC} .



Slika 2.13. Dijagrami koji ilustruju ograničenja za $Q_{MC/SC}$.

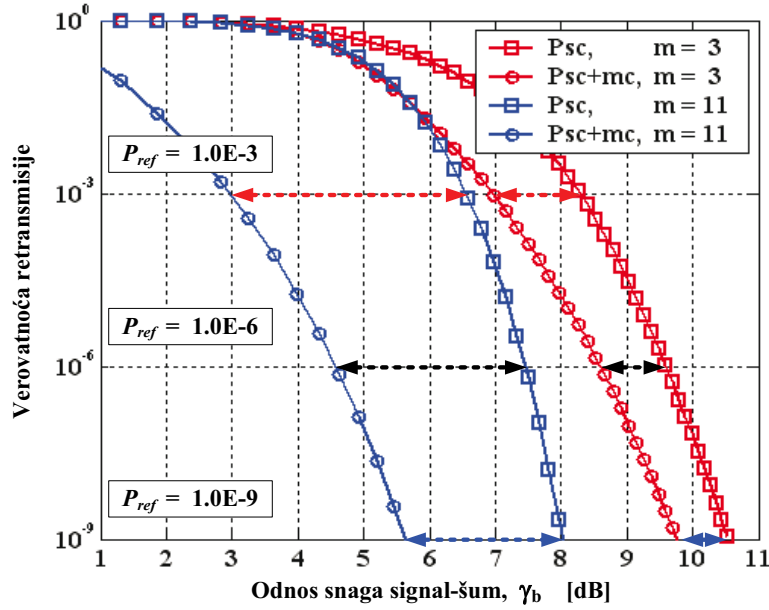
Grafici “relativnog” doprinosa ukazuju na interesantnu činjenicu da relativni doprinos raste sa opadanjem ekvivalentne kanalne verovatnoće i u graničnim slučajima dostiže asimptotske vrednosti:

$$q_{MC/SC}^{\max} = \lim_{p_E \rightarrow 0} \left[10 \cdot \log \left(\frac{P_{SC} - P_{SC+MC}}{P_{SC+MC}} \right) \right] = 10 \cdot \log \left(\frac{L^{m-m^*}}{\binom{m}{m-m^*}} - 1 \right) \text{ [dB]}. \quad (2.5.6)$$

Istaknimo još jednom da je u opsegu “od posebnog interesa” (tj. gde je $p_E < 7 \cdot 10^{-3}$) verovatnoća retransmisije P_{SC+MC} znatno manja od verovatnoće P_{SC} , tako da „relativni“ doprinos praktično predstavlja faktor smanjenja verovatnoće retransmisije (iskazan u dB) usled primene dopunske MC procedure. Taj faktor opada sa porastom verovatnoće p_E i utoliko je veći ukoliko je broj kanala veći.

2.5.3. Analiza dobitka MC procedure

Alternativna karakteristika koja se često koristi pri određivanju performansi postupaka korekcije grešaka pri prenosu informacija je dobitak. U standardnom obliku, ova veličina predstavlja iznos promene (smanjenja) odnosa signal-šum (iskazan u dB) koji obezbeđuje da se postupkom korekcije održi zadata referentna vrednost verovatnoće greške [5]. Kao referenca se koristi odgovarajući postupak bez primene korekcije grešaka. Na slici 2.14 dat je ilustrativni primer verovatnoće retransmisije za SC i SC+MC proceduru u funkciji odnosa snaga signal-šum, za dužinu okvira $L = 1024$ i $m = 3$ i 11 kanala.



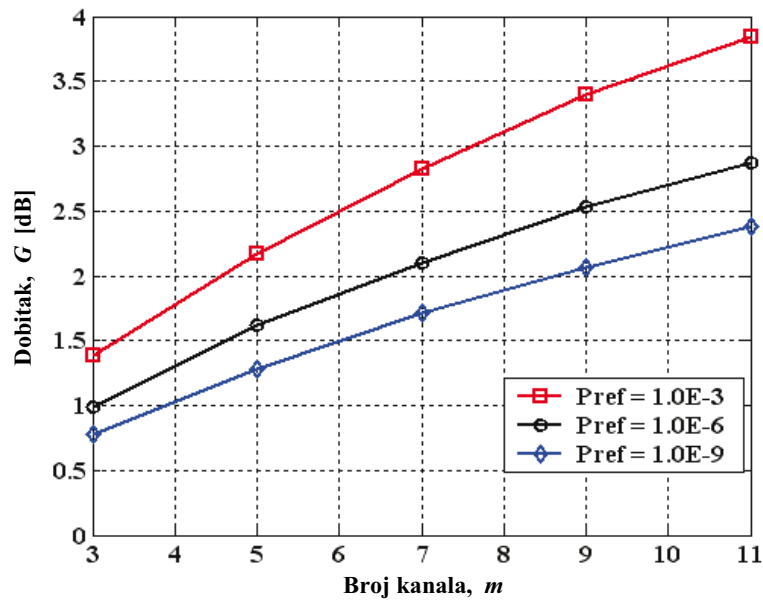
Slika 2.14. Verovatnoća retransmisije u funkciji odnosa snaga signal-šum, (parametri: $L = 1024$ i $m = 3$ i 11).

U našem slučaju koristićemo standardnu definiciju dobitka, s tim što ćemo za referencu koristiti krive dobijene za SC proceduru pod istim uslovima (broj kanala i dužina okvira). Smatraćemo da vredi sledeća relacija između odnosa snaga signal-šum po bitu, γ_b i ekvivalentne kanalne verovatnoće p_E :

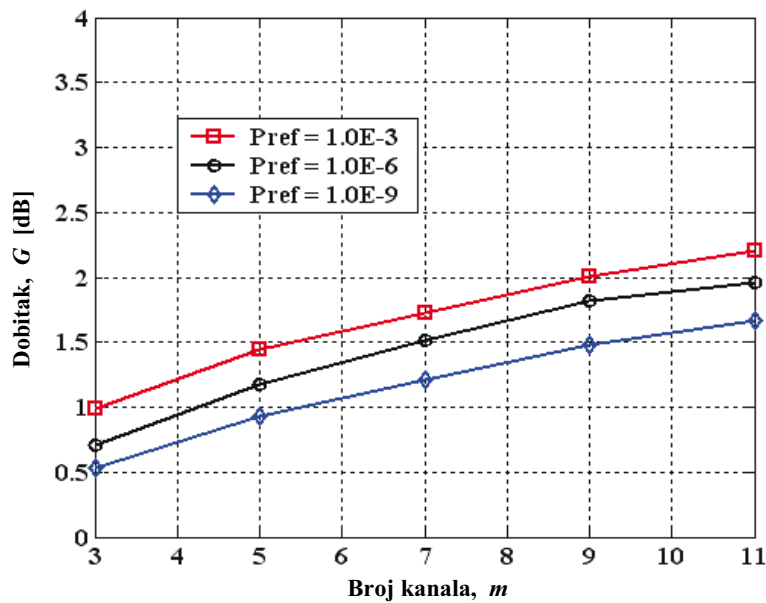
$$p_E = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{\gamma_b}{2}} \right). \quad (2.5.7)$$

Ovo je poznata formula za verovatnoću greške po bitu pri koherentnoj demodulaciji QAM signala u prisustvu aditivnog Gausovog šuma [5]. Napomenimo da (2.5.7) treba prihvatiti uslovno, budući da p_E predstavlja prosečnu vrednost koja je definisana kao geometrijska srednja vrednost kanalnih verovatnoća. To otežava da se na jednostavan način u razmatranje uvede kao parametar odnos snaga signal-šum. Sa druge strane, veza između verovatnoće greške po bitu i odnosa snaga signal-šum je monotona funkcija, pa stoga ne očekujemo da će doći do suštinskog “promasaja” u oceni dobitka.

Na slici 2.15 prikazan je dobitak u funkciji broja paralelnih kanala. Primer je dat za dve dužine okvira, $L = 1024$ i $L = 72$, i tri referentne verovatnoće retransmisije naznačene na slici 2.14.



(a)



(b)

Slika 2.15. Dobitak u zavisnosti od broja kanala;
(Parametri: dužina okvira (a) $L = 1024$ i (b) $L = 72$;
referentna vrednost verovatnoće retransmisije $P_{ref} = 10^{-3}$, 10^{-6} i 10^{-9}).

Sa slike vidimo da je dobitak srazmeran broju paralelnih kanala i dužini okvira. Na primer, u slučaju $L = 1024$ i $m = 9$ dobitak se kreće u granicama od 2.1 dB (kada je $P_{ref} = 10^{-9}$) do 3.4 dB (kada je $P_{ref} = 10^{-3}$). Ako broj paralelnih kanala iznosi $m = 3$, pri istim uslovima, vrednosti dobitka su 0.7 – 1.4 dB. Sa druge strane, kada dužina okvira iznosi $L = 72$, dobitak je manji i znatno sporije raste sa porastom broja kanala.

3. ANALIZA PROPUSNOSTI

Izvođenje izraza za verovatnoću retransmisije u prethodnom poglavlju zasnivalo se na pretpostavci da se postupci detekcije i identifikacije prenetih kopija odvijaju bez grešaka. Međutim, u realnim uslovima, uvek je moguće da u jednom ili u više kanala ovi postupci otkazu, što ima za posledicu da se potreban broj kopija za aktiviranje MC procedure obezbeđuje posle jedne ili više dodatnih retransmisija iste kopije okvira. Teorijski, moguć je veliki broj različitih scenarija “prikupljanja” potrebnog broja kopija, što detaljnu analizu čini složenom. Sa ciljem dobijanja okvirnog uvida, odabrana su tri karakteristična scenarija, a ukupni efekat utvrđen je na bazi analize propusnosti.

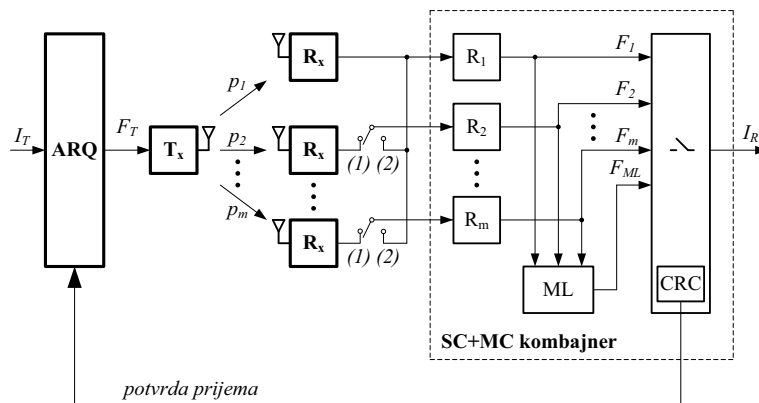
U literaturi postoji više definicija propusnosti [34] – [37]. Prema [37], propusnost linije za zadati ARQ mehanizam se definiše kao količnik vremena potrebnog za emitovanje okvira i prosečne vrednosti trajanja retransmisionih ciklusa potrebnih za njegov uspešan prenos. U suštini, prenos okvira se sastoji od sekvence retransmisionih ciklusa, pri čemu retransmisioni ciklus predstavlja niz događaja koji vode od početnog inicijalnog stanja, preko tranzijentnih stanja koja nastaju usled uticaja grešaka u kanalu, do završnog inicijalnog stanja koje rezultuje uspešnim prenosom okvira. Imajući u vidu činjenicu da se prelazi između stanja ne odvijaju u jednakim vremenskim intervalima, nameće se potreba za uvođenjem parametra koji opisuje vremensku dimenziju prelaza. To znači da je svaki prelaz između dva stanja opisan verovatnoćom prelaza i trajanjem prelaza.

Izlaganje je podeljeno na pet potpoglavlja. U prvom potpoglavlju, imajući u vidu prošireni ekvivalentni model kompletnog ARQ mehanizma, predstavljena su tri karakteristična scenarija od kojih dva odgovaraju ekstremnim situacijama, dok je izbor trećeg imao za cilj da se ukaže na kompleksnost analize propusnosti, čak i u uslovima kada broj kanala iznosi tri, a kanalne verovatnoće imaju istu vrednost. U narednim potpoglavljima, za svaki od predloženih scenarija, izvedeni su egzaktni teorijski izrazi za propusnost. Izrazi su poslužili za grafičko predstavljanje propusnosti u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće. Takođe, u ovim potpoglavljima su detaljno opisani simulacioni eksperimenti koji su potvrdili dobijene teorijske rezultate. U petom potpoglavlju izvršena je komparativna analiza odabranih scenarija i ukazano je na realne domete SC+MC procedure. Izvođenje izraza za prelazne verovatnoće u dijagramima stanja koji opisuju retransmisione mehanizme pojedinih scenarija je dato u prilogu B.

3.1. Karakteristični scenariji

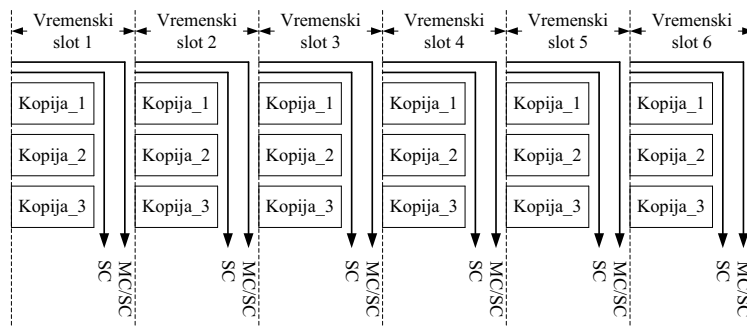
U cilju jasnog definisanja pojedinih scenarija, na slici 3.1 je predstavljen ekvivalentni model za računanje propusnosti ARQ šeme sa SC+MC procedurom. Predajna i prijemna strana su povezane sa m međusobno nezavisnih kanala sa različitim kanalnim verovatnoćama $p_1, p_2, \dots, p_m$. Svaki od m kanala se koristi za prenos identične kopije okvira koja se na predajnoj strani sastoji od korisničkog paketa (I_T) i zaglavlja (H_T) sa CRC bitima za detekciju grešaka pri prenosu. Predajni deo čine ARQ blok i predajnik. Zadatak ARQ bloka je da obezbedi formiranje okvira F_T i sve

funkcije neohodne za njegovu retransmisiju. Prijemni deo se sastoji od m prijemnika i bafera sa registrima $R_1, R_2, \dots, R_m$ u koje se privremeno smešta najviše m kopija istog okvira. Zadatak prekidača je da na istoj slici omogući predstavljanje tri karakteristična scenarija. Prvi scenario (B1) je karakterističan za “prostorni” diverziteti (prekidač je u položaju 1), a drugi (B2) i treći scenario (B3) za “vremenski” diverziteti (prekidač je u položaju 2). Koristeći rezultate iz prethodnog poglavlja, umesto pojedinačnih kanalnih verovatnoća $p_1, p_2, \dots, p_m$, analizu propusnosti ćemo vršiti svođenjem ovih verovatnoća na jednu vrednost p , koja je jednaka ekvivalentnoj kanalnoj verovatnoći p_E .



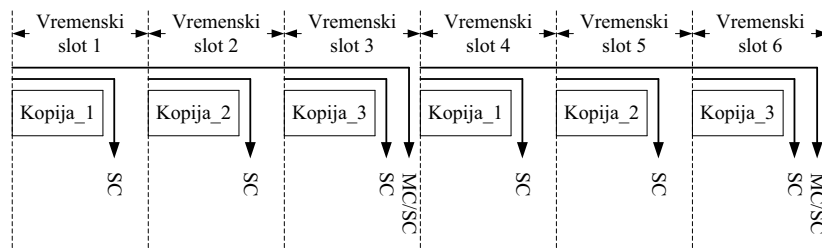
Sl. 3.1. Ekvivalentni model za računanje propusnosti ARQ šeme sa SC+MC procedurom

Scenario B1: Ovaj scenario se odvija na sledeći način, u prijemnik istovremeno stiže m kopija istog okvira $F_1, F_2, \dots, F_m$ koje se smeštaju u registre $R_1, R_2, \dots, R_m$. Ukoliko je kopija F_1 primljena bez detektovane greške, prenos se proglašava uspešnim i predajniku se šalje pozitivna potvrda prijema (ACK), a odgovarajući paket I_R se isporučuje korisniku. U suprotnom, ukoliko je okvir pogrešan, ispituje se ispravnost kopije F_2 . Ukoliko je kopija ispravna, prenos se proglašava uspešnim, šalje se pozitivna potvrda prijema i odgovarajući paket se prosleđuje korisniku. U suprotnom, ukoliko je i ova kopija pogrešna, isti postupak se ponavlja i za naredne kopije. Ako je i poslednja, m -ta kopija neispravna, aktivira se korekcionni mehanizam baziran na kombinovanju okvira i majoritetnom odlučivanju. Ukoliko je korekcija grešaka uspešna, predajniku se šalje pozitivna potvrda prijema. Međutim, ukoliko se bar na jednoj bitskoj poziciji pojavilo više od $\lfloor m/2 \rfloor$ grešaka, korekcionni mehanizam postaje neefikasan, prenos se proglašava neuspešnim i predajniku se šalje negativna potvrda prijema (NAK). Procedura se dalje nastavlja odbacivanjem prethodnih m kopija okvira i prijemom novih, sledeći opisane korake. Ovaj scenario je označen sa B1 i njegov vremenski dijagram za $m = 3$ kopije je prikazan na slici 3.2.



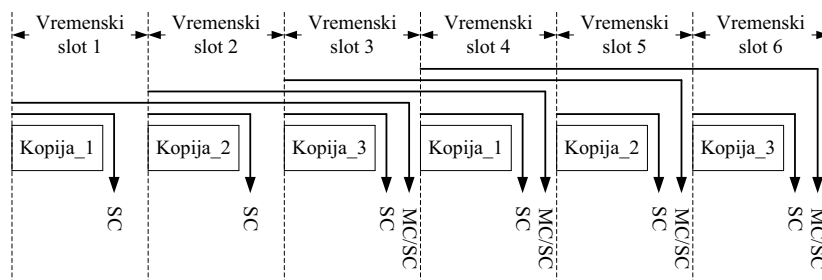
Slika 3.2. Vremenski dijagram za scenario B1 ($m = 3$)

Scenario B2: Ovaj scenario se odvija na sledeći način, najpre se emituje prva kopija okvira, F_1 koja se smešta u registar R_1 . Ukoliko je primljena bez detektovane greške, prenos se proglašava uspešnim i predajniku se šalje pozitivna potvrda prijema (ACK), a odgovarajući paket I_R se isporučuje korisniku. U suprotnom, ukoliko je okvir pogrešan, predajniku se šalje negativna potvrda prijema (NAK) i predajnik šalje novu kopiju okvira F_2 koja se smešta u registar R_2 . Ukoliko je ova kopija ispravna, prenos se proglašava uspešnim, predajniku se šalje pozitivna potvrda prijema i odgovarajući paket se prosleđuje korisniku. Postupak je potpuno isti i u slučaju narednih kopija. Ako je i poslednja, m -ta kopija pogrešna, aktivira se korekcionni mehanizam baziran na kombinovanju paketa i majoritetnom odlučivanju. Ukoliko je korekcija grešaka uspešna, predajniku se šalje pozitivna potvrda prijema. Međutim, ukoliko se bar na jednoj bitskoj poziciji pojavilo više od $\lfloor m/2 \rfloor$ grešaka, korekcionni mehanizam postaje neefikasan, prenos se proglašava neuspešnim i predajniku se šalje negativna potvrda prijema. Procedura se dalje nastavlja odbacivanjem prethodnih m kopija okvira i prijemom novih, sledeći opisane korake. Ovaj scenario je označen sa B2 i njegov vremenski vremenski dijagram za $m = 3$ kopije je prikazan na slici 3.3.



Slika 3.3. Vremenski dijagram za scenario B2 ($m = 3$)

Scenario B3: Treći scenario je gotovo identičan prethodnom. Jedina razlika je u tome što se nakon m pogrešnih kopija okvira i neuspešne primene korekcionog mehanizma, ciklično odbacuje po jedna kopija, a preostalih $m-1$ -na kopija se kombinuju sa novom, ukoliko je i ona pogrešna. Drugim rečima, korekcionni mehanizam baziran na kombinovanju paketa i majoritetnom odlučivanju se primenjuje nakon svake pogrešne emisije, odnosno prijema pogrešne kopije okvira. Ovaj scenario je označen sa B3 i njegov vremenski dijagram za $m = 3$ kopije je prikazan na slici 3.4.



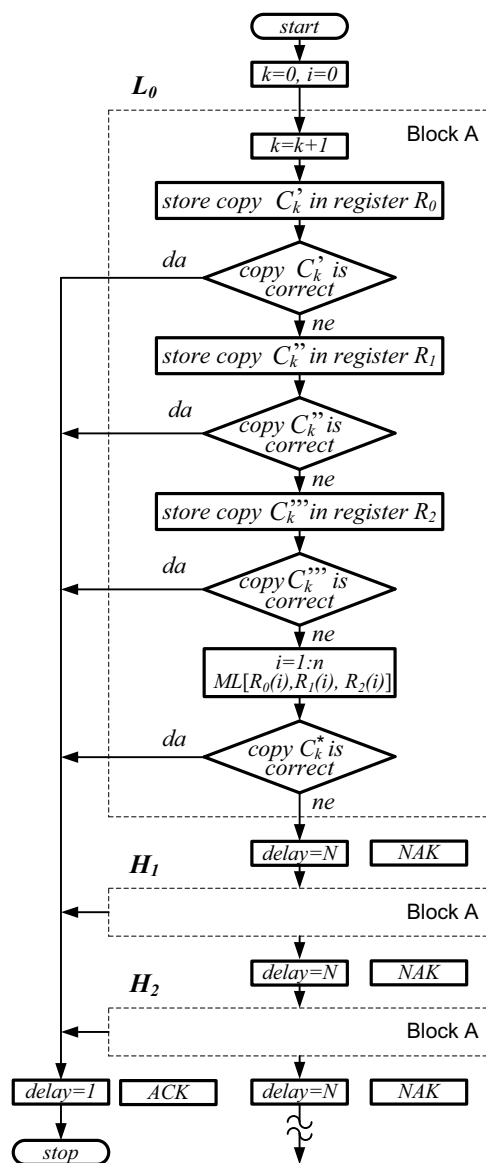
Slika 3.4. Vremenski dijagram za B3 scenario ($m = 3$)

3.2. Analiza scenarija B1

U ovom potpoglavlju će biti dat opis procedure, matematički model, simulacioni model i rezultati analize scenarija B1 za tri kopije okvira. Pored toga, biće izveden i izraz za propusnost u slučaju proizvoljnog broja kopija.

3.2.1. Opis procedure

Dijagram toka aktivnosti scenarija B1 za tri kopije okvira je prikazan na slici 3.5. Sa i je označena pozicija bita u okviru, a sa k , redni broj kopije. Sa N je označeno normalizovano kružno kašnjenje. Normalizacija je izvršena u odnosu na dužinu trajanja okvira T_f . Blokovi koji se ponavljaju su obeleženi slovom A. U svakom bloku se istovremeno vrši prijem i memorisanje tri kopije okvira, proveru njihove ispravnosti i korekcija grešaka bazirana na majoritetnom odlučivanju. Najpre se ispituje prva kopija. Ukoliko je ispravna, predajniku se šalje pozitivna potvrda prijema (ACK) i sa normalizovanim kašnjenjem $delay = 1$ prelazi na obradu sledećeg okvira. U suprotnom, ukoliko je prva kopija pogrešna, bez slanja negativne potvrde prijema, sa kašnjenjem $delay = 0$ se ispituje druga kopija. Ukoliko je ispravna, predajniku se šalje pozitivna potvrda prijema i sa normalizovanim kašnjenjem $delay = 1$ prelazi na obradu sledećeg okvira. U suprotnom, ukoliko je druga kopija pogrešna, takođe bez slanja negativne potvrde prijema, sa kašnjenjem $delay = 0$ ispituje se treća kopija. Ukoliko je ispravna, predajniku se šalje pozitivna potvrda prijema i sa normalizovanim kašnjenjem $delay = 1$ prelazi na obradu sledećeg okvira. U suprotnom, ukoliko je i treća kopija pogrešna, takođe bez slanja negativne potvrde prijema, sa kašnjenjem $delay = 0$ vrši se korekcija grešaka bazirana na majoritetnom odlučivanju. Ukoliko na svakoj bitskoj poziciji postoji najviše jedna greška, prenos se proglašava ispravnim, predajniku se šalje pozitivna potvrda prijema i sa normalizovanim kašnjenjem $delay = 1$ prelazi na obradu sledećeg okvira. U suprotnom, ukoliko se na bar jednoj bitskoj poziciji nalazi dvostruka ili trostruka greška, prenos se proglašava neuspešnim, predajniku se šalje negativna potvrda prijema (NAK) i sa kašnjenjem $delay = N$ prima novi blok od tri kopije okvira. Procedura se dalje nastavlja sve dok se ne primi ispravna kopija okvira.

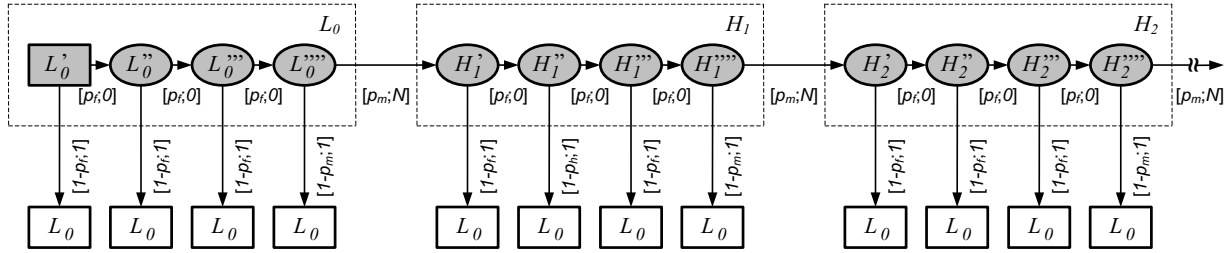


Slika 3.5. Dijagram toka aktivnosti scenarija B1 ($m = 3$)

3.2.2. Matematički model

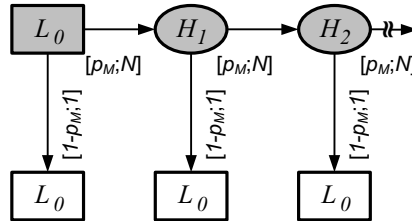
Na slici 3.6. je prikazan dijagram stanja scenarija B1 koji odgovara radu prijemnika sa majoritetnim kombinovanjem paketa prikazanog na slici 3.5. Dijagram se sastoji od dve grupe stanja označenih sa L i H . Retransmisioni ciklus započinje iz inicijalnog stanja L_0 emitovanjem prve kopije okvira, a završava se posle uspešnog prenosa u krajnjem inicijalnom stanju, koje predstavlja početno inicijalno stanje za sledeći retransmisioni ciklus [38] – [40]. Drugu grupu čine tranzijentna stanja u koja sistem dolazi nakon neuspelog prenosa i ova stanja su označena sa H_1 , H_2 , itd..

Prelazima između stanja dodeljena su dva parametra, prvi koji označava verovatnoću prelaza, i drugi, normalizovano trajanje prelaza. Normalizacija je izvršena u odnosu na trajanje okvira T_f . Prelazi koji završavaju u inicijalnom stanju L_0 , opisani su parovima $[1-p_f; 1]$, ili $[1-p_m; 1]$, itd, a prelazi koji vode u tranzijentna stanja, sa $[p_f; 0]$ ili $[p_m; N]$, uz pretpostavku da je vreme obrade zanemarljivo u odnosu na dužinu trajanja okvira. Sa p_f je označena verovatnoća pogrešnog prenosa jedne kopije okvira, a sa p_m verovatnoća pogrešnog prenosa tri kopije okvira umanjena za vrednost korekcionog faktora.



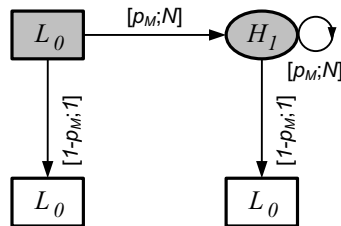
Sl. 3.6. Dijagram stanja scenarija B1

Na istoj slici su isprekidanom linijom obeležena stanja koja se mogu zameniti samo jednim stanjem, vodeći računa da vreme prelaza bude jednako. Tako su stanja L_0' , L_0'' , L_0''' i L_0'''' zamenjena stanjem L_0 , stanja H_1' , H_1'' , H_1''' i H_1'''' zamenjena stanjem H_1 , a stanja H_2' , H_2'' , H_2''' i H_2'''' , stanjem H_2 , i tako redom. Komprimovani dijagram stanja je prikazan na slici 3.7., pri čemu je $p_M = p_f^3 \cdot p_m$.



Sl. 3.7. Komprimovani dijagram stanja scenarija B1

Analitički izraz za propusnost: Na slici 3.7. se uočavaju retransmisionne putanje $L_0 \rightarrow L_0$ i $L_0 \rightarrow H_1 \rightarrow \dots \rightarrow H_1 \rightarrow L_0$ koje su date na slici 3.8:



Sl. 3.8. Retransmisioni ciklusi scenarija B1

Izraz za srednje vreme trajanja retransmisionih ciklusa glasi:

$$\begin{aligned}\bar{T} &= \left[\sum_{k=0}^{+\infty} (k \cdot N + 1) \cdot p_M^k \cdot (1 - p_M) \right] \cdot T_f, \\ &= [S_1 + N \cdot S_2] \cdot T_f\end{aligned}\quad (3.2.1)$$

pri čemu su sa S_1 i S_2 označene sume:

$$(i) \quad S_1 = (1 - p_M) \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} p_M^k = 1, \quad (3.2.2)$$

$$(ii) \quad S_2 = (1 - p_M) \cdot \sum_{k=0}^{+\infty} k \cdot p_M^k = \frac{p_M}{1 - p_M}. \quad (3.2.3)$$

Sumiranjem izraza (3.2.1) i smenom $p_M = p_f^3 \cdot p_m$, izraz za srednje vreme trajanja svih retransmisionih ciklusa postaje:

$$\bar{T} = \left[1 + N \cdot \frac{p_f^3 \cdot p_m}{1 - p_f^3 \cdot p_m} \right] \cdot T_f. \quad (3.2.4)$$

Izraz za propusnost scenarija B1 sada glasi:

$$S_{B1} = \frac{T_f}{\bar{T}} = \left(1 + N \cdot \frac{p_f^3 \cdot p_m}{1 - p_f^3 \cdot p_m} \right)^{-1}. \quad (3.2.5)$$

Na bazi prethodne analize, moguće je odrediti i propusnost scenarija B1 za proizvoljan broj kopija m . U tom slučaju, izraz za srednje vreme trajanja retransmisionih ciklusa glasi:

$$S_{B1} = \frac{T_f}{\bar{T}} = \left(1 + N \cdot \frac{p_f^m \cdot p_m}{1 - p_f^m \cdot p_m} \right)^{-1}. \quad (3.2.6)$$

Računanje prelaznih verovatnoća: Pri definisanju dijagrama stanja koji je dat na slici 3.6, pretpostavljeno je da se prenos okvira ostvaruje preko tri kanala i da se kanalne verovatnoće ne menjaju za vreme trajanja retransmisionog ciklusa. Uvažavajući ove pretpostavke, sada ćemo odrediti verovatnoće p_f i p_m koje su neophodne za računanje propusnosti.

a) *Verovatnoća p_f .* Ako sa p označimo kanalnu verovatnoću (verovatnoću greške po bitu), a sa n broj bita u okviru, verovatnoća pogrešnog prenosa okvira je data izrazom:

$$p_f = 1 - q^n, \quad (3.2.7)$$

gde $q = 1 - p$ predstavlja verovatnoću ispravnog prenosa bita.

b) *Verovatnoća p_m* : Verovatnoću p_m možemo predstaviti kao količnik

$$p_m = \frac{P(H_1')}{P(L_0''')} \cdot \quad (3.2.8)$$

pri čemu $P(H_1')$ i $P(L_0''')$ označavaju verovatnoće stanja H_1' i L_0''' (vidi sliku 3.6).

Verovatnoća $P(L_0''')$ predstavlja verovatnoću događaja da prva, druga i treća kopija budu pogrešne, tako da je:

$$P(L_0''') = P_{SC} \cdot P(L_0), \quad (3.2.9)$$

gde je $P_{SC} = p_f^3$, verovatnoća neuspeha SC procedure, a $P(L_0) = 1$, verovatnoća inicijalnog stanja.

Stanje H_1' je posledica neuspešne korekcije greške bazirane na primeni SC+MC procedure. Saglasno tome vredi

$$P(H_1') = P_{SC+MC} \cdot P(L_0). \quad (3.2.10)$$

Imajući u vidu izraz (2.2.5a) za P_{SC+MC} u slučaju tri kopijskog prenosa ($m = 3$), kombinovanjem izraza (3.2.7) – (3.2.10), izraz za p_m postaje:

$$p_m = \frac{P_{SC+MC}}{P_{SC}} = \frac{1 - q^{2^n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n - 3 \cdot q^n \cdot [1 - q^n \cdot (1 + p)^n]}{(1 - q^n)^3}, \quad (3.2.11)$$

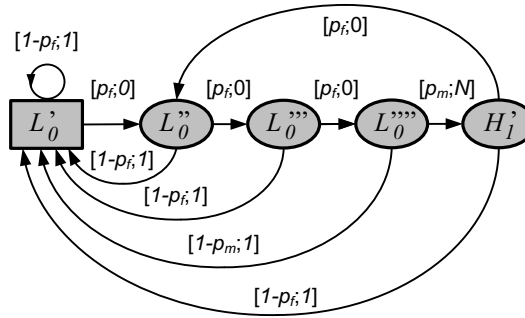
U opštem slučaju za proizvoljan broj kopija m (videti izraz (2.2.5b)), gde je m neparan broj, izraz za verovatnoću retransmisije p_m glasi:

$$p_m = \frac{P_{SC+MC}}{P_{SC}} = \frac{\sum_{i=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} (-1)^i \cdot \binom{m}{i} \cdot q^{n \cdot i} \cdot \left[1 - \left(\sum_{j=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} \binom{m-i}{j} \cdot p^j \cdot q^{m-i-j} \right)^n \right]}{(1 - q^n)^m}. \quad (3.2.12)$$

3.2.3. *Simulacioni model*

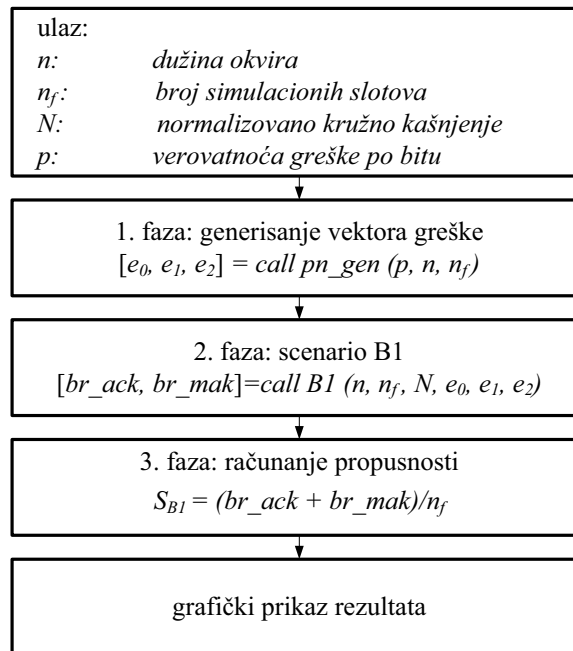
Procena propusnosti se može izvršiti simulacijom modela prikazanog na slici 3.9 uz pomoć računara. Za potrebe simulacione analize, formiran je programski paket za koji su karakteristični sledeći koraci:

- učitavanje ulaznih parametara: p , n , n_f ; N ;
- generisanje sekvenci sa greškama $[e_0]$, $[e_1]$ i $[e_2]$;
- simulacija rada prijemnika;
- procena propusnosti.



Sl. 3.9. Model za procenu propusnosti scenarija B1

Pri analizi propusnosti predloženog modela, usvajaju se uobičajena pojednostavljenja. Smatra se da predajnik emituje “prazne” okvire (sve nule), da prijemnik detektuje sve emitovane okvire, da su svi zaštitni biti preneti ispravno, da su svi okviri iste dužine, da su greške u kanalu nezavisne i uniformno raspodeljene, da dodatna logika u prijemniku može da koriguje sve jednostruke greške, da je zanemarljivo vreme obrade grešaka u prijemnoj stanici u odnosu na trajanje okvira i da je prenos potvrde o uspešnoj ili neuspešnoj potvrdi prijema okvira idealan. Tok simulacije je prikazan na slici 3.10 i sastoji se iz tri faze:



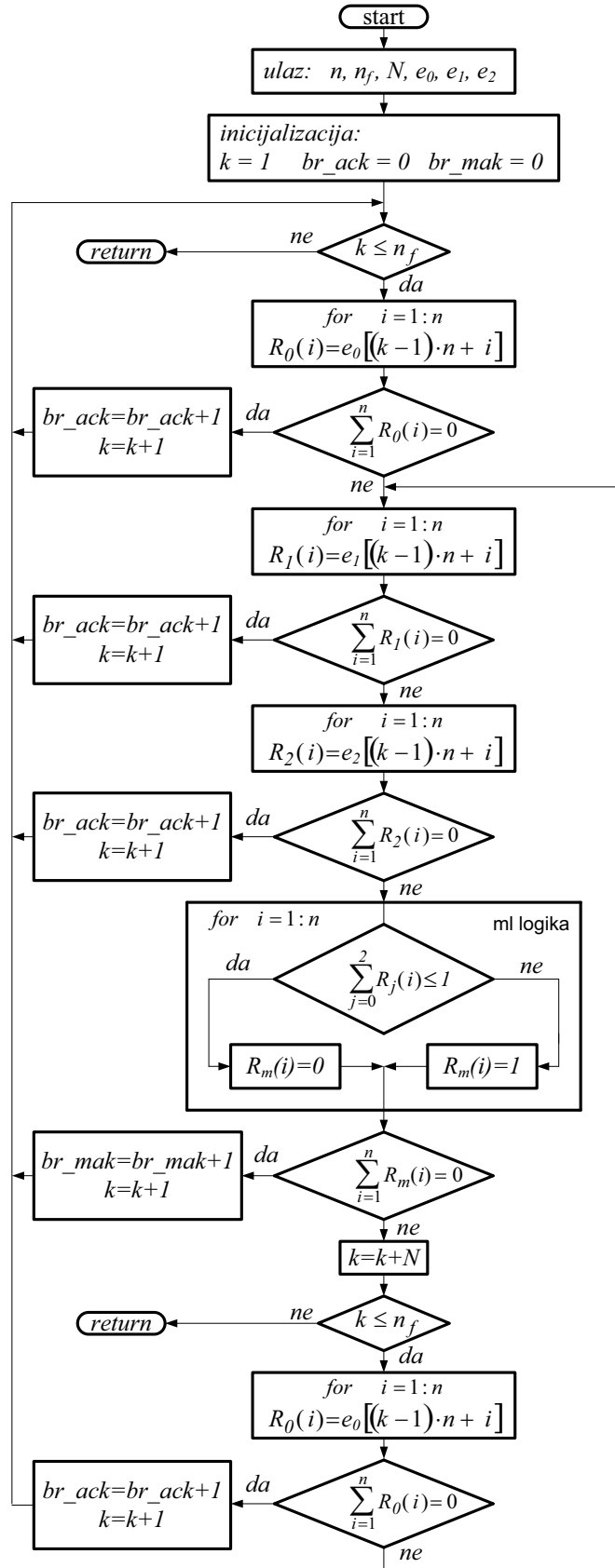
Slika 3.10. Dijagram toka simulacionog postupka za scenario B1

U prvoj fazi simulacionog postupka se pozivom funkcijskog potprograma *pn_gen* iz *MATLAB* biblioteke generišu tri nezavisne sekvence grešaka $[e_0]$, $[e_1]$ i $[e_2]$ verovatnoće p i dužine $n_f \times n$ bita, gde n_f označava ukupan broj simulacionih slotova, a n dužinu okvira u bitima.

U drugoj fazi se vrši simulacija rada prijemnika [41]. Dijagram toka ove faze je prikazan na slici 3.11. Algoritam se sastoji u prebrojavanju grešaka (“jedinica”) unutar jedne kopije okvira. Ukoliko je broj grešaka jednak nuli, smatra se da je prenos uspešan. Sadržaj brojača pozitivnih potvrda br_ack se uvećava za jedan i prelazi se na prvu kopiju narednog okvira. Ako su sve tri uzastopne kopije istog okvira pogrešne, pristupa se proceduri detekcije i korekcije greške. Ova procedura se sastoji u “sabiranju” binarnih elemenata koji se nalaze na istim bitskim pozicijama u kopijama okvira. Prenos se smatra uspešnim ukoliko je vrednost svakog “zbirnog” elementa manja ili jednaka jedan. Ukoliko zbirni okvir zadovoljava prethodni uslov, sadržaj brojača pozitivnih potvrda prijema br_mak koji su posledica delovanja majoritetne logike za korekciju greške se uvećava za jedan i prelazi se na obradu narednog okvira. U suprotnom, ukoliko je korigovani okvir neispravan, ignoriše se N narednih kopija, gde je sa N označeno normalizovano kružno kašnjenje od predajne do prijemne stanice i nazad (*round trip delay*). Procedura se dalje nastavlja sve dok redni broj kopije ne pređe zadati broj simulacionih slotova n_f .

U trećoj fazi se računa propusnost. Propusnost $\hat{S}_{BI}$ se procenjuje kao količnik ukupnog broja pozitivnih potvrda ($br_ack + br_mak$) i ukupnog broja simulacionih slotova n_f . Saglasno tome, izraz za propusnost glasi:

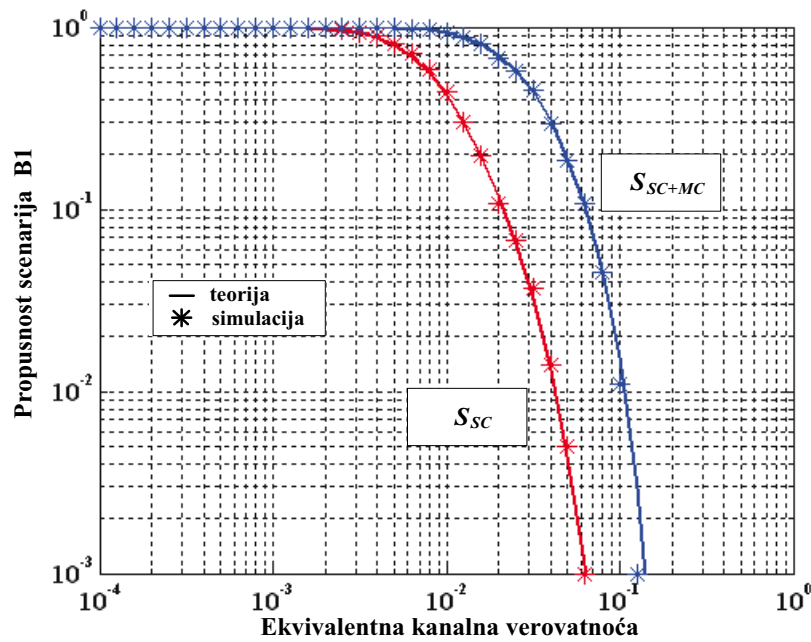
$$\hat{S}_{BI} = \frac{br_ack}{n_f} + \frac{br_mak}{n_f}. \quad (3.2.13)$$



Slika 3.11. Dijagram toka za drugu fazu simulacionog postupka scenarija B1

3.2.4. Rezultati analize

Na na slici 3.12 je prikazana propusnost scenarija B1 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće dobijena na osnovu izraza (3.2.5). Razmatran je slučaj u kome je dužina okvira iznosila $n = 100$ bita i normalizovano kašnjenje $N = 4$. Na istoj slici su prikazani i simulacioni rezultati za propusnost (markirani zvezdicom). Za verovatnoću greške po bitu između 10^{-4} i 5×10^{-1} , generisana je sekvenca greške dužine $n_f \times n$ bita ($n_f = 3.000$ simulacionih slotova, $n = 100$ bita). Slaganje analitičkih i simulacionih rezultata je očigledno. Upoređenja radi, na slici je prikazana i propusnost SC procedure koja je dobijena kada se u izraz (3.2.5) stavi $p_m = 1$. Za dati primer, sa slike se vidi značajno povećanje propusnosti pri vrednostima $p > 5 \times 10^{-3}$.



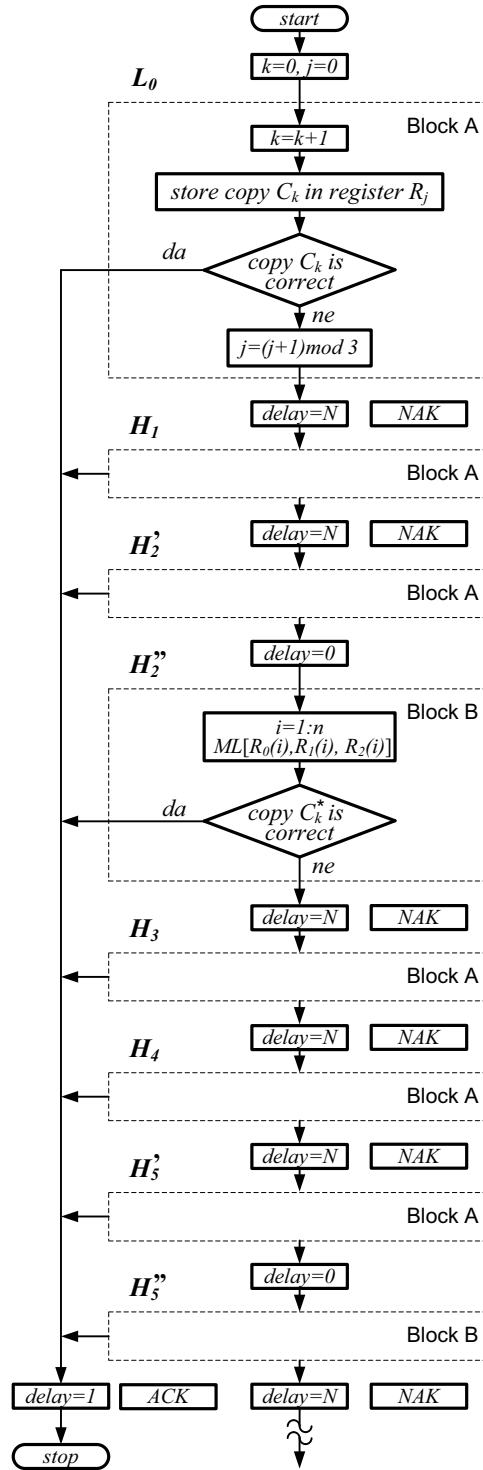
Slika 3.12. Propusnost scenarija B1 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće ($m = 3$, $n = 100$ i $N = 4$).

3.3. Analiza scenarija B2

Analizu scenarija B2 vršićemo po istoj metodologiji kao i u slučaju scenarija B1. Na bazi analize za tri kopije, dat je izraz za propusnost u slučaju proizvoljnog broja kopija.

3.3.1. Opis procedure

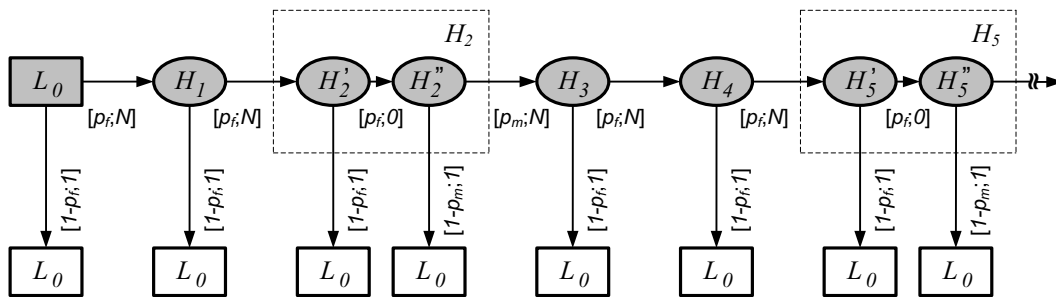
Dijagram toka aktivnosti scenarija B2 za tri kopije okvira je prikazan na slici 3.13. Oznake su iste kao kod scenarija B1. Jedina razlika je u redosledu aktiviranja pojedinih blokova. U bloku *A* se vrši prijem, memorisanje i provera ispravnosti pojedinačnih kopija okvira, a u bloku *B* je implementiran korekcionni algoritam baziran na majoritetnom odlučivanju.



Slika 3.13. Dijagram toka scenarija B2 ($m = 3$)

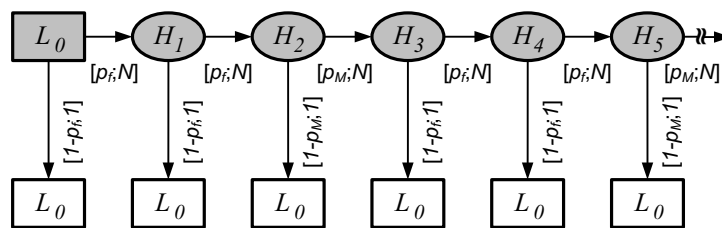
3.3.2. Matematički model

Na slici 3.14 je prikazan dijagram stanja scenarija B2 za tri kopije okvira. Saglasno oznakama na slici 3.13, retransmisioni ciklus započinje iz početnog inicijalnog stanja L_0 emitovanjem prve kopije okvira, a završava se posle uspešnog prenosa u krajnjem inicijalnom stanju. Kroz tranzijentna stanja, sistem prolazi nakon neuspelog prenosa okvira. U zavisnosti od broja retransmisija, ova stanja su označena sa H_1, H_2, H_3 , itd.. Prelazi koji završavaju u inicijalnom stanju L_0 , opisani su parovima $[1-p_f; 1]$, odnosno $[1-p_m; 1]$, a prelazi koji vode u tranzijentna stanja, sa $[p_f; N]$ ili $[p_f; 0]$, odnosno $[p_m; N]$. Sa p_f je označena retransmisiona verovatnoća pogrešnog prenosa jedne kopije okvira, a sa p_m , retransmisiona verovatnoća pogrešnog prenosa tri kopije okvira umanjena za vrednost korekcionog faktora. Vrednosti normalizovanog trajanja prelaza su jednake odgovarajućim vrednostima kašnjenja na slici 3.13.



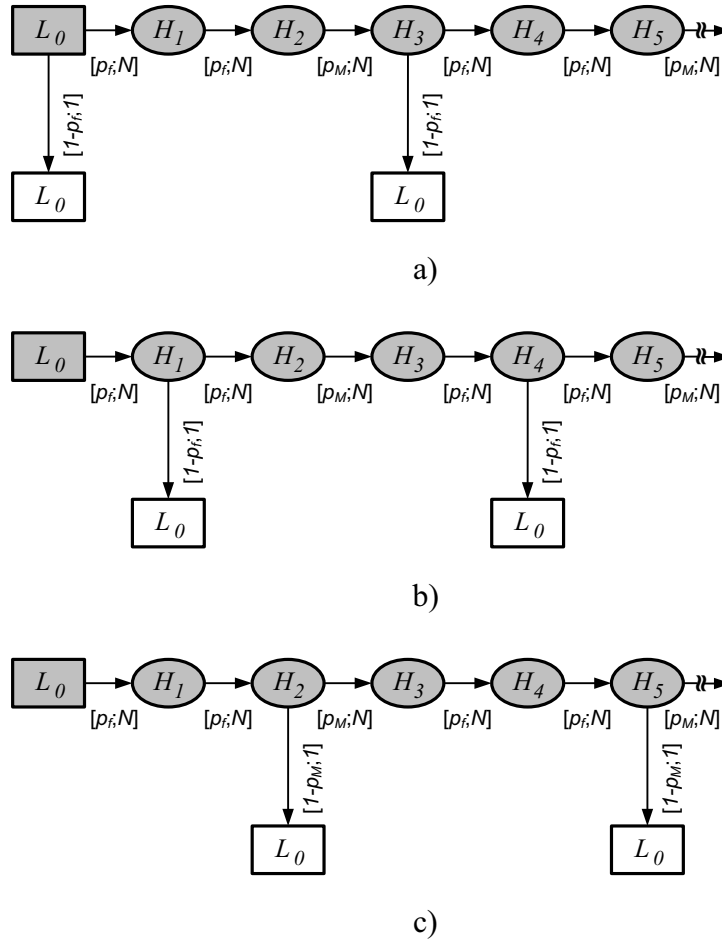
Slika 3.14. Dijagram stanja scenarija B2 ($m = 3$)

Na istoj slici su isprekidanom linijom obeležena stanja koja se mogu zameniti samo jednim stanjem, vodeći računa da trajanje prelaza bude jednako. Tako su stanja H_2' i H_2'' zamenjena stanjem H_2 , a stanja H_5' i H_5'' , stanjem H_5 , i tako redom. Komprimovani dijagram stanja je prikazan na slici 3.15, pri čemu je $p_M = p_f \cdot p_m$.



Slika. 3.15. Komprimovani dijagram stanja scenarija B2 ($m = 3$)

Analitički izraz za propusnost: U postupku određivanja vrednosti trajanja retransmisionih ciklusa, pogodno je da dijagram stanja prikazan na slici 3.15 dekomponujemo u tri celine prikazane na slici 3.16. Svaku od ovih celina karakterišu specifične retransmisione putanje.



Sl. 3.16. Retransmisioni ciklusi scenarija B2

U nastavku, za svaku od retransmisionih putanja biće određeno srednje vreme trajanja odgovarajućih retransmisionih ciklusa $\bar{T}_j$ ($j = 1, 2, 3$).

a) retransmisione putanje: $L_0 \rightarrow L_0, L_0 \rightarrow H_1 \rightarrow H_2 \rightarrow H_3 \rightarrow L_0, \dots$

$$\bar{T}_1 = \left[\sum_{k=0}^{+\infty} (k \cdot 3N + 1) \cdot (p_f \cdot p_f \cdot p_M)^k \cdot (1 - p_f) \right] \cdot T_f, \quad (3.3.1)$$

$$= \left[(1 - p_f) \cdot S_1 + 3N \cdot (1 - p_f) \cdot S_2 \right] \cdot T_f$$

b) retransmisione putanje: $L_0 \rightarrow H_1 \rightarrow L_0, L_0 \rightarrow H_1 \rightarrow H_2 \rightarrow H_3 \rightarrow H_4 \rightarrow L_0, \dots$

$$\bar{T}_2 = \left[\sum_{k=0}^{+\infty} (N + k \cdot 3N + 1) \cdot p_f \cdot (p_f \cdot p_M \cdot p_f)^k \cdot (1 - p_f) \right] \cdot T_f, \quad (3.3.2)$$

$$= \left[(N + 1) \cdot p_f \cdot (1 - p_f) \cdot S_1 + 3N \cdot p_f \cdot (1 - p_f) \cdot S_2 \right] \cdot T_f$$

c) retransmisione putanje: $L_0 \rightarrow H_1 \rightarrow H_2 \rightarrow L_0, L_0 \rightarrow H_1 \rightarrow H_2 \rightarrow H_3 \rightarrow H_4 \rightarrow H_5 \rightarrow L_0, \dots$

$$\begin{aligned}\bar{T}_3 &= \left[\sum_{k=0}^{+\infty} (2N + k \cdot 3N + 1) \cdot p_f \cdot p_f \cdot (p_M \cdot p_f \cdot p_f)^k \cdot (1 - p_M) \right] \cdot T_f, \\ &= \left[(2N + 1) \cdot p_f^2 \cdot (1 - p_M) \cdot S_1 + 3N \cdot p_f^2 \cdot (1 - p_M) \cdot S_2 \right] \cdot T_f\end{aligned}\quad (3.2.3)$$

pri čemu su sa S_1 i S_2 označene sume:

$$(i) \quad S_1 = \sum_{k=0}^{+\infty} (p_f^2 \cdot p_M)^k = \frac{1}{1 - p_f^2 \cdot p_M}; \quad (3.3.4)$$

$$(ii) \quad S_2 = \sum_{k=0}^{+\infty} k \cdot (p_f^2 \cdot p_M)^k = \frac{p_f^2 \cdot p_M}{(1 - p_f^2 \cdot p_M)^2} \quad (3.3.5)$$

Sumiranjem izraza (3.3.1), (3.3.2) i (3.3.3), i smenom $p_M = p_f \cdot p_m$, izraz za ukupno srednje vreme trajanja svih retransmisionih ciklusa postaje:

$$\bar{T} = \bar{T}_1 + \bar{T}_2 + \bar{T}_3 = \frac{1}{1 - p_f^3 \cdot p_m} \cdot \left[\frac{1 - p_f^2}{S_{ll}} + \frac{p_f^2 - p_f^3 \cdot p_m}{S_{mm}} \right] \cdot T_f, \quad (3.3.6)$$

$$\text{gde su } S_{ll} = \left(1 + N \cdot \frac{p_f}{1 - p_f} \right)^{-1} \quad \text{i} \quad S_{mm} = \left(1 + N \cdot \frac{p_f \cdot p_m}{1 - p_f \cdot p_m} \right)^{-1}.$$

Izraz za propusnost scenarija B2 sada glasi:

$$S_{B2} = \frac{T_f}{\bar{T}} = \left\{ \frac{1}{1 - p_f^3 \cdot p_m} \cdot \left[\frac{1 - p_f^2}{S_{ll}} + \frac{p_f^2 - p_f^3 \cdot p_m}{S_{mm}} \right] \right\}^{-1}. \quad (3.3.7)$$

Na bazi prethodne analize, moguće je odrediti i propusnost scenarija B2 za proizvoljan broj kopija m . Izraz za srednje vreme trajanja pojedinih retransmisionih ciklusa se može napisati kao:

$$\bar{T}_j = \begin{cases} \sum_{k=0}^{+\infty} [(j-1) \cdot N + k \cdot m \cdot N + 1] \cdot p_f^{j-1} \cdot (p_f^m \cdot p_m)^k \cdot (1 - p_f) \cdot T_f; & j = 1, 2, \dots, m-1 \\ \sum_{k=0}^{+\infty} [(m-1) \cdot N + k \cdot m \cdot N + 1] \cdot p_f^{m-1} \cdot (p_f^m \cdot p_m)^k \cdot (1 - p_f \cdot p_m) \cdot T_f; & j = m \end{cases}, \quad (3.3.8)$$

odnosno,

$$\bar{T}_j = \begin{cases} [(j-1) \cdot N + 1] \cdot p_f^{j-1} \cdot (1 - p_f) \cdot S_3 \cdot T_f + m \cdot N \cdot p_f^{j-1} \cdot (1 - p_f) \cdot S_4 \cdot T_f; & j = 1, 2, \dots, m-1 \\ [(m-1) \cdot N + 1] \cdot p_f^{m-1} \cdot (1 - p_f \cdot p_m) \cdot S_3 \cdot T_f + m \cdot N \cdot p_f^{m-1} \cdot (1 - p_f \cdot p_m) \cdot S_4 \cdot T_f; & j = m \end{cases}, \quad (3.3.9)$$

pri čemu su sa S_3 i S_4 označene sume:

$$(i) \quad S_3 = \sum_{k=0}^{+\infty} (p_f^m \cdot p_m)^k = \frac{1}{1 - p_f^m \cdot p_m}; \quad (3.3.10)$$

$$(ii) \quad S_4 = \sum_{k=0}^{+\infty} k \cdot (p_f^m \cdot p_m)^k = \frac{p_f^m \cdot p_m}{(1 - p_f^m \cdot p_m)^2} \quad (3.3.11)$$

Ukupno srednje vreme se dobija sumiranjem srednjih vremena trajanja pojedinih retransmisionih ciklusa $\bar{T}_j$ ($j = 1:m$). Prema tome, izraz za propusnost scenarija B2 sada glasi:

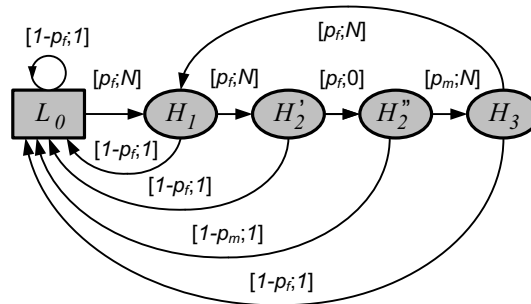
$$S_{B2} = \frac{T_f}{\bar{T}} = \frac{T_f}{\sum_{j=1}^m \bar{T}_j}. \quad (3.3.12)$$

Računanje prelaznih verovatnoća: U slučaju scenarija B2, prelazne verovatnoće p_f i p_m su identične odgovarajućim verovatnoćama koje su dobijene prilikom razmatranja scenarija B1, tako da se p_f računa prema izrazu (3.2.7), a p_m , prema izrazu (3.2.12).

3.3.3. Simulacioni model

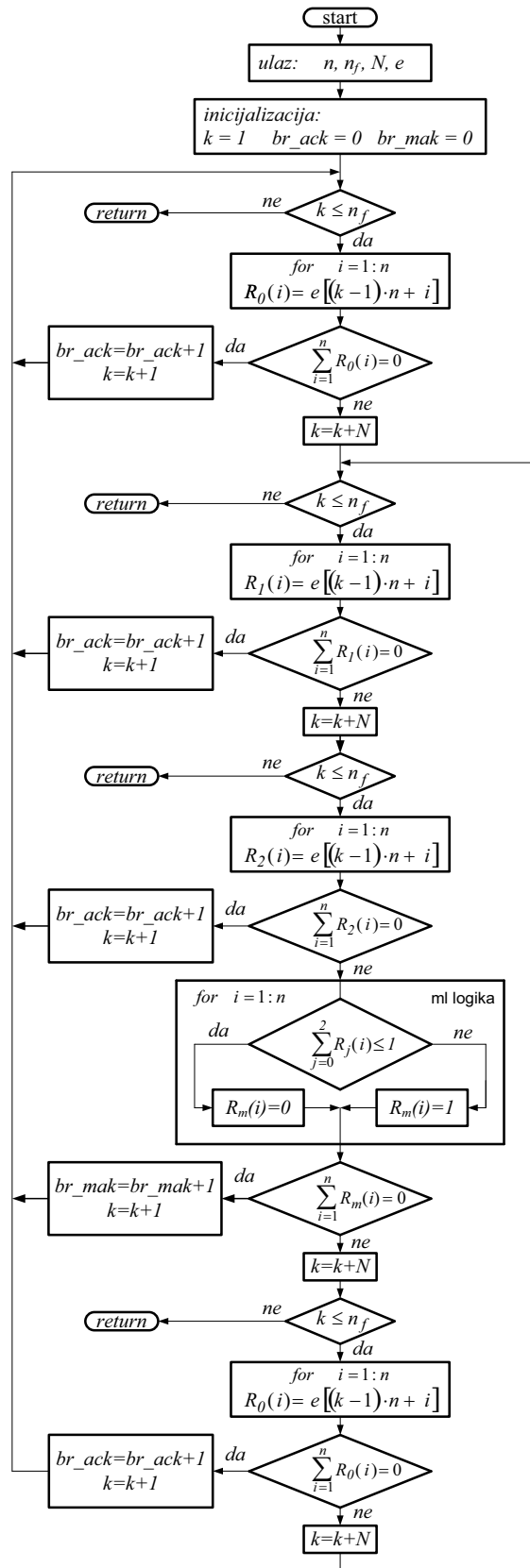
Procena propusnosti se može izvršiti simulacijom modela prikazanog na slici 3.17. Za potrebe simulacione analize, formiran je programski paket za koji su karakteristični sledeći koraci:

- učitavanje ulaznih parametara: p , n , n_f , N ;
- generisanje sekvence sa greškama $[e]$;
- simulacija rada prijemnika;
- procena propusnosti.



Sl. 3.17. Model za procenu propusnosti scenarija B2

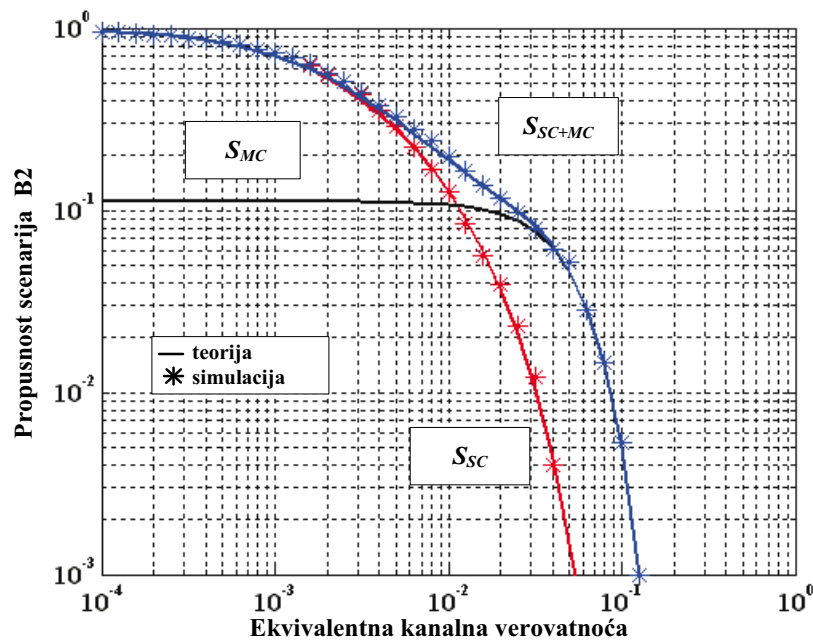
Tok simulacionog postupka je identičan toku prikazanom na slici 3.10 sa razlikom što je u drugoj fazi aktivirana procedura prikazana na slici 3.18.



Slika 3.18. Dijagram toka za drugu fazu simulacionog postupka scenarija B2

3.3.4. Rezultati analize

Na slici 3.19 je prikazana propusnost scenarija B2 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće dobijena na osnovu izraza (3.3.7). Razmatran je slučaj u kome je dužina okvira iznosila $n = 100$ bita, a normalizovano kružno kašnjenje $N = 4$. Na istoj slici su prikazani i simulacioni rezultati za propusnost (markirani zvezdicom). Za verovatnoću greške po bitu između 10^{-4} i 5×10^{-1} , generisana je sekvenca greške dužine $n_f \times n$ bita ($n_f = 3.000$ simulacionih slotova, $n = 100$ bita). Slaganje analitičkih i simulacionih rezultata je očigledno. Upoređenja radi, na slici su prikazane propusnosti u slučaju kada je pri istim uslovima primenjena samo SC ili samo MC procedura. Rezultati su dobijeni tako što su u izrazu (3.3.7) zamenjeni $p_m = 1$ za SC proceduru, odnosno $p_f = 1$ i $p_m = 1 - (q^3 + 3 \cdot pq^2)^n$ za MC proceduru. Vidi se da je pri malim kanalnim verovatnoćama SC+MC procedura bliska SC proceduri, a pri velikim verovatnoćama, MC proceduri. Kao što smo i očekivali, ukupni rezultat je bolji od rezultata pojedinačnih procedura.



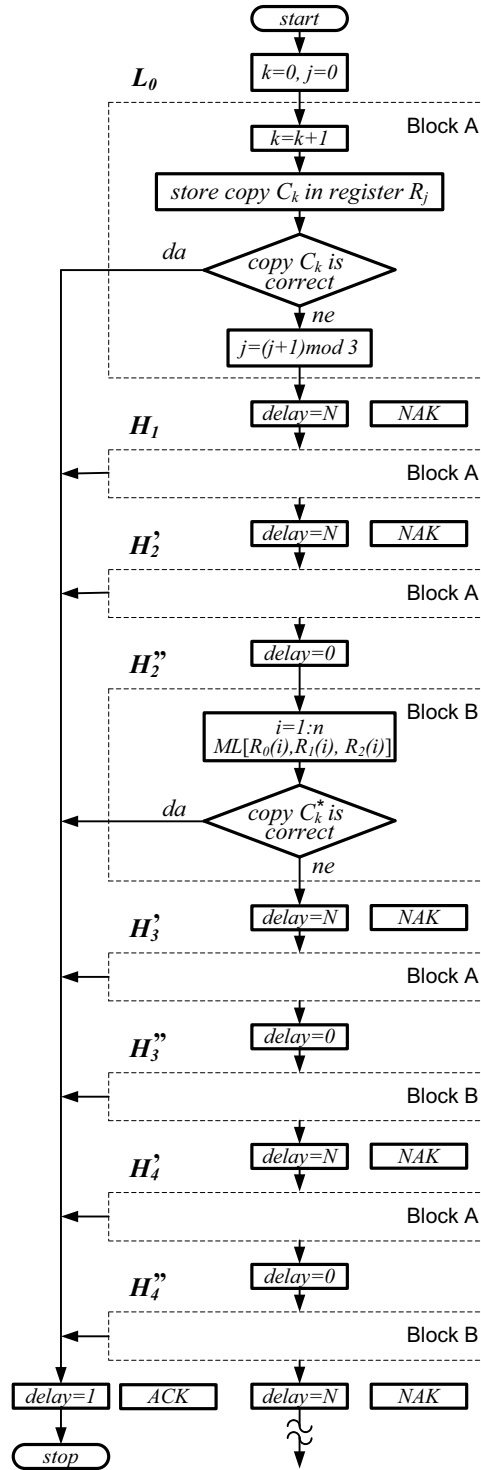
Slika 3.19. Propusnost scenarija B2 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće ($m = 3$, $n = 100$ i $N = 4$).

3.4. Analiza scenarija B3

Za razliku od scenarija B1 i B2 u kojima se majoritetno odlučivanje vrši nad zasebnim grupama pogrešno prenetih okvira, kod scenarija B3, majoritetno odlučivanje se odvija nad tekućom kopijom i $(m-1)$ -nom kopijom iz prethodne generacije (seta). Iz tog razloga, postoji međuzavisnost između generacija kada je u pitanju primena majoritetnog odlučivanja što se posebno manifestuje na složenost određivanja retransmisionih verovatnoća. Saglasno tome, ovom problemu će biti posvećena posebna pažnja.

3.4.1. Opis procedure

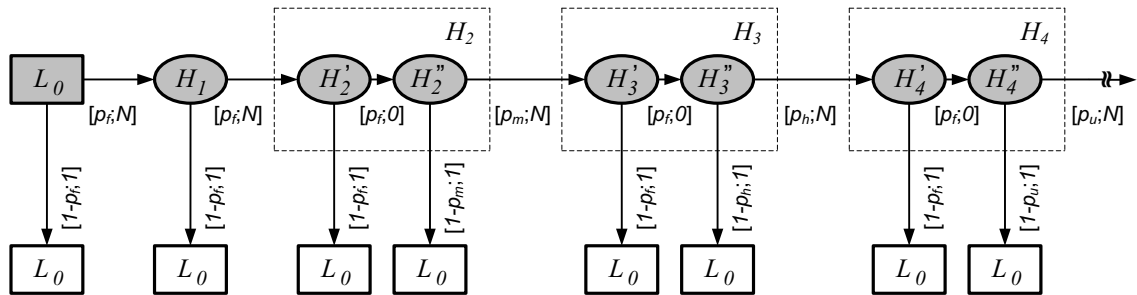
Dijagram toka aktivnosti scenarija B3 za tri kopije okvira je prikazan na slici 3.20. Kao i u slučaju scenarija B2, postoje dva tipa blokova koji se aktiviraju u izmenjenom redosledu u odnosu na scenario B2, kao i razlike u kašnjenjima prilikom aktiviranja pojedinih blokova tipa A.



Sl. 3.20. Dijagram toka scenarija B3

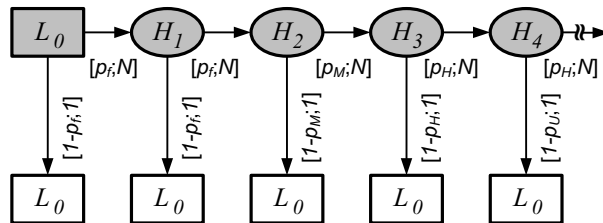
3.4.2. Matematički model

Na slici 3.21 je prikazan dijagram stanja scenarija B3 koji odgovara radu prijemnika sa majoritetnim kombinovanjem paketa prikazanog na slici 3.20. Dijagram se sastoji od dve grupe stanja označenih sa L i H . U inicijalno stanje L_0 sistem dolazi posle uspešnog prenosa, odnosno prijema pozitivne potvrde. Drugu grupu čine tranzijentna stanja u koja sistem dolazi nakon neuspelog prenosa i ova stanja su označena sa H_1, H_2, H_3, H_4 , itd.. Prelazi koji završavaju u inicijalnom stanju L_0 , opisani su parovima $[1-p_f; 1]$, ili $[1-p_m; 1]$, $[1-p_h; 1]$, $[1-p_u; 1]$, itd, a prelazi koji vode u tranzijentna stanja, sa $[p_f; N]$ ili $[p_f; 0]$, $[p_m; N]$, $[p_h; N]$, $[p_u; N]$, itd., uz pretpostavku da je vreme obrade zanemarljivo u odnosu na dužinu trajanja okvira. Sa p_f je označena verovatnoća pogrešnog prenosa jedne kopije okvira, a sa $p_m, p_h, p_u, \dots$, verovatnoće pogrešnog prenosa tri kopije okvira umanjene za vrednost korekcionog faktora.



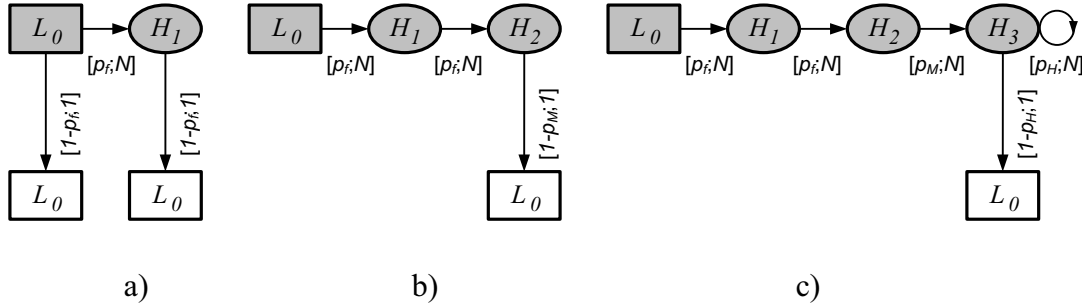
Sl. 3.21. Dijagram stanja scenarija B3

Na istoj slici su isprekidanom linijom obeležena stanja koja se mogu zameniti samo jednim stanjem, vodeći računa da trajanje prelaza bude jednako. Tako su stanja H_2' i H_2'' , zamenjena stanjem H_2 , a stanja H_3' i H_3'' , stanjem H_3 , i tako redom. Komprimovani dijagram stanja je prikazan na slici 3.22, pri čemu su sa $p_M = p_f \cdot p_m$, $p_H = p_f \cdot p_h, \dots$, prikazane ekvivalentne verovatnoće pogrešnog prenosa nastale spajanjem pomenutih stanja. U analizi koja sledi, zbog sličnosti scenarija, pretpostavićemo da je verovatnoća p_u , i sve naredne koje su posledica ponavljanja događaja, jednake verovatnoći p_h .



Sl. 3.22. Komprimovani dijagram stanja scenarija B3

Analitički izraz za propusnost: U postupku određivanja vrednosti trajanja retransmisionih ciklusa pogodno je da dijagram stanja prikazan na slici 3.22 dekomponujemo u tri celine prikazane na slici 3.23. Svaka od ovih celina karakteriše specifične retransmisione putanje.



Sl. 3.23. Retransmisioni ciklusi scenarija B3

U nastavku, za svaku od retransmisionih putanja biće određeno srednje vreme trajanja odgovarajućih retransmisionih ciklusa $\bar{T}_j$ ($j = 1, 2, 3$).

a) retransmisione putanje: $L_0 \rightarrow L_0$ i $L_0 \rightarrow H_1 \rightarrow L_0$

$$\bar{T}_1 = \left[\sum_{i=0}^1 (i \cdot N + 1) \cdot p_f^i \cdot (1 - p_f) \right] \cdot T_f \quad (3.4.1)$$

$$= 1 - p_f + (N + 1) \cdot p_f \cdot (1 - p_f)$$

b) retransmisione putanje: $L_0 \rightarrow H_1 \rightarrow H_2 \rightarrow L_0$

$$\bar{T}_2 = [(2N + 1) \cdot p_f^2 \cdot (1 - p_M)] \cdot T_f \quad (3.4.2)$$

c) retransmisione putanje: $L_0 \rightarrow H_1 \rightarrow H_2 \rightarrow H_3 \rightarrow \dots \rightarrow H_3 \rightarrow L_0$

$$\bar{T}_3 = \left[\sum_{k=0}^{+\infty} (3N + k \cdot N + 1) \cdot p_f \cdot p_f \cdot p_M \cdot p_H^k \cdot (1 - p_H) \right] \cdot T_f$$

$$= \left[(3N + 1) \cdot p_f^2 \cdot p_M \cdot (1 - p_H) \sum_{k=0}^{+\infty} p_H^k + N \cdot p_f^2 \cdot p_M \cdot (1 - p_H) \sum_{k=0}^{+\infty} k \cdot p_H^k \right] \cdot T_f \quad (3.4.3)$$

$$= \left[(3N + 1) \cdot p_f^2 \cdot p_M + N \cdot p_f^2 \cdot p_M \frac{p_H}{1 - p_H} \right] \cdot T_f$$

Sumiranjem izraza (3.4.1), (3.4.2) i (3.4.3), i smenom $p_M = p_f \cdot p_m$ i $p_H = p_f \cdot p_h$, izraz za ukupno srednje vreme trajanja svih retransmisionih ciklusa postaje:

$$\bar{T} = \bar{T}_1 + \bar{T}_2 + \bar{T}_3 = \left[\frac{1 - p_f^2}{S_{ll}} + \frac{p_f^2 - p_f^3 \cdot p_m}{S_{mm}} + \frac{p_f^3 \cdot p_m}{S_{hh}} \right] \cdot T_f \quad (3.4.4)$$

gde su $S_{ll} = \left(1 + N \cdot \frac{p_f}{1 - p_f}\right)^{-1}$, $S_{mm} = \left(1 + N \cdot \frac{p_f \cdot p_m}{1 - p_f \cdot p_m}\right)^{-1}$ i $S_{hh} = \left(1 + N \cdot \frac{p_f \cdot p_h}{1 - p_f \cdot p_h}\right)^{-1}$.

Izraz za propusnost scenarija B3 sada glasi:

$$S_{B3} = \frac{T_f}{\bar{T}} = \left[\frac{1 - p_f^2}{S_{ll}} + \frac{p_f^2 - p_f^3 \cdot p_m}{S_{mm}} + \frac{p_f^3 \cdot p_m}{S_{hh}} \right]^{-1}. \quad (3.4.5)$$

Računanje prelaznih verovatnoća: Pri definisanju dijagrama stanja koji je dat na slici 3.22, pretpostavljeno je da se prenos okvira vrši preko jednog kanala i da se kanalne verovatnoće ne menjaju za vreme trajanja retransmisionog ciklusa. Prema tome, verovatnoće p_f i p_m su iste kao kod scenarija B1, (videti sekciju 3.2.2) i iznose:

$$p_f = 1 - q^n, \quad (3.4.6)$$

i

$$p_m = \frac{P_{SC+MC}}{P_{SC}} = \frac{\sum_{i=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} (-1)^i \cdot \binom{m}{i} \cdot q^{n-i} \cdot \left[1 - \left(\sum_{j=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} \binom{m-i}{j} \cdot p_f^j \cdot q^{m-i-j} \right)^n \right]}{(1 - q^n)^m}. \quad (3.4.7)$$

Kao što smo rekli na početku sekcije, posebna pažnja biće posvećena računanju verovatnoće p_h . Imajući u vidu dijagram na slici 3.23, verovatnoća p_h predstavlja količnik verovatnoća stanja H_4' i H_3'' , tj.:

$$p_h = \frac{P(H_4')}{P(H_3'')}. \quad (3.4.8)$$

Sa $P(H_3'')$ je označena verovatnoća događaja da prva, druga, treća i četvrta kopija okvira budu pogrešne i da na prve tri kopije postoji bar jedna bitska pozicija sa dvostrukom ili trostrukom greškom. Ova verovatnoća se može napisati u obliku proizvoda:

$$P(H_3'') = p_f \cdot P(H_3'). \quad (3.4.9)$$

Kako je $P(H_3') = P_{SC+MC} \cdot P(L_0)$, gde je $P(L_0) = 1$ verovatnoća inicijalnog stanja, u slučaju $m = 3$ (videti (2.2.5), izraz za $P(H_3')$ postaje:

$$P(H_3'') = (1 - q^n) \cdot \{1 - q^{2 \cdot n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n - 3 \cdot q^n \cdot [1 - q^n \cdot (1 + p)^n]\}. \quad (3.4.10)$$

Verovatnoća $P(H_4')$ je posledica neuspešne korekcije greške bazirane na majoritetnom kombinovanju prve tri, odnosno druge tri kopije okvira. Drugim rečima, prenos je pogrešan, ako su sve kopije pogrešne, i ako na prvoj, drugoj i trećoj kopiji, i na drugoj, trećoj i četvrtoj kopiji okvira, istovremeno postoji bar po jedna bitska pozicija sa dvostrukom ili trostrukom greškom.

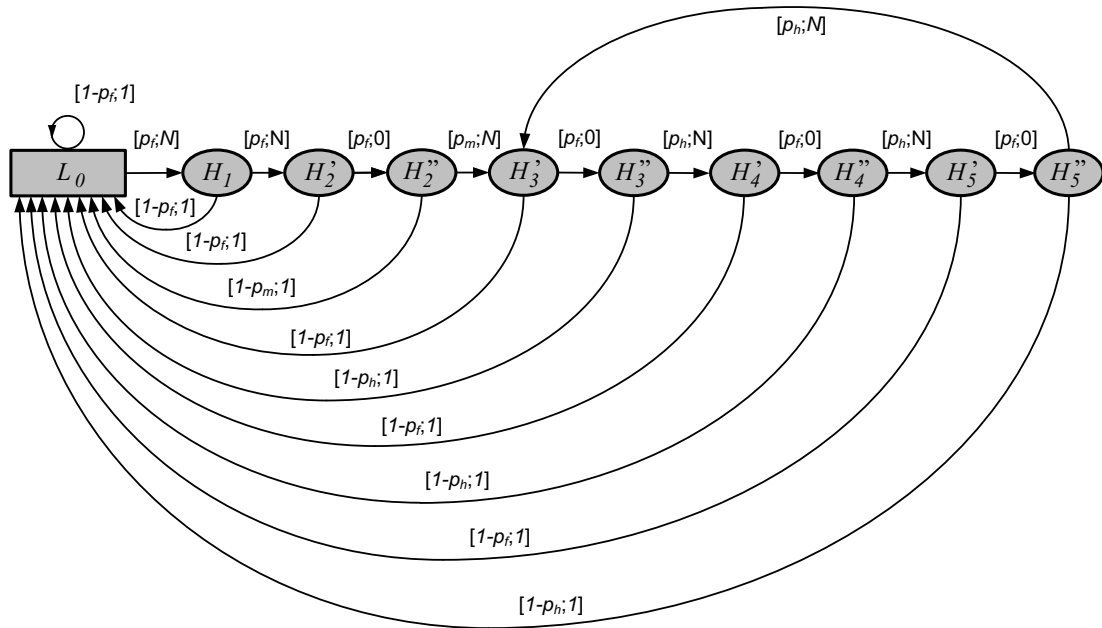
Određivanje verovatnoće $P(H'_4)$ je složeno. Zbog preglednosti, izvođenje izraza je dato u prilogu B, na kraju teze. Imajući u vidu izraze za $P(H'_4)$ i $P(H''_3)$, izraz za verovatnoću p_h postaje:

$$p_h = \frac{1 - 4 \cdot q^n + q^{2n} [1 - 2 \cdot (1 + 2 \cdot p)^n + (1 + 2 \cdot pq)^n + 6 \cdot (1 + p)^n - 2 \cdot (1 + pq)^n] - q^{3n} \cdot (1 + p)^n}{(1 - q^n) \cdot \{1 - q^{2n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n - 3 \cdot q^n \cdot [1 - q^n \cdot (1 + p)^n]\}}. \quad (3.4.11)$$

3.4.3. Simulacioni model

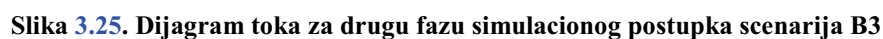
Procena propusnosti se može izvršiti simulacijom modela prikazanog na slici 3.24 uz pomoć računara. Za potrebe simulacione analize, formiran je programski paket za koji su karakteristični sledeći koraci:

- učitavanje ulaznih parametara: p, n, n_f, N ;
- generisanje sekvence sa greškama $[e]$;
- simulacija rada prijemnika;
- procena propusnosti.



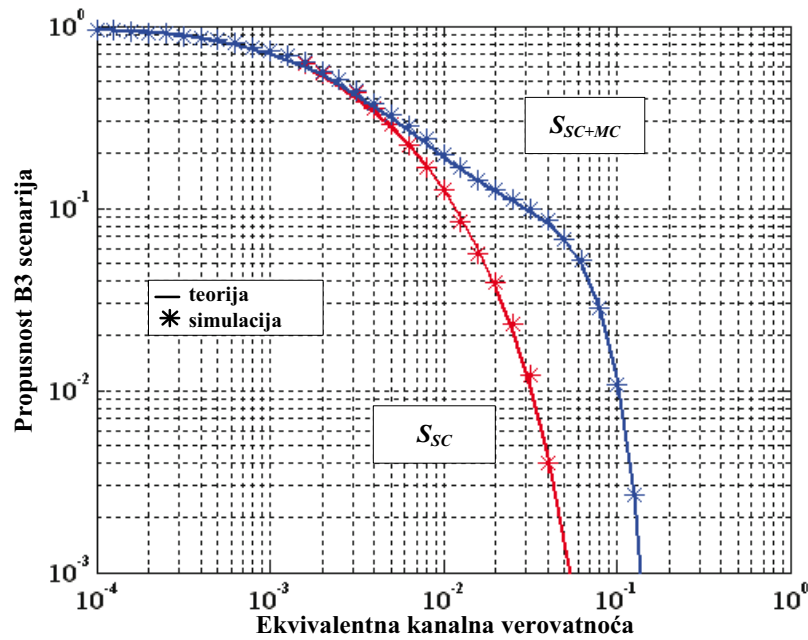
Sl. 3.24. Model za procenu propusnosti scenarija B3

Simulacija se vrši prema dijagramu na slici 3.10 pri čemu je faza 2 detaljno prikazana na slici 3.25.



3.4.4. Rezultati analize

Na slici 3.26 je prikazana propusnost scenarija B3 koja je dobijena na osnovu izraza (3.4.5), u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće. Razmatran je slučaj u kome je dužina okvira iznosila $n = 100$ bita, a normalizovano kružno kašnjenje $N = 4$. Na istoj slici su prikazani i simulacioni rezultati za propusnost (markirani zvezdicom). Za verovatnoću greške po bitu između 10^{-4} i 5×10^{-1} , generisana je sekvenca greške dužine $n_f \times n$ bita ($n_f = 3.000$ simulacionih slotova, $n = 100$ bita). Slaganje analitičkih i simulacionih rezultata je očigledno.

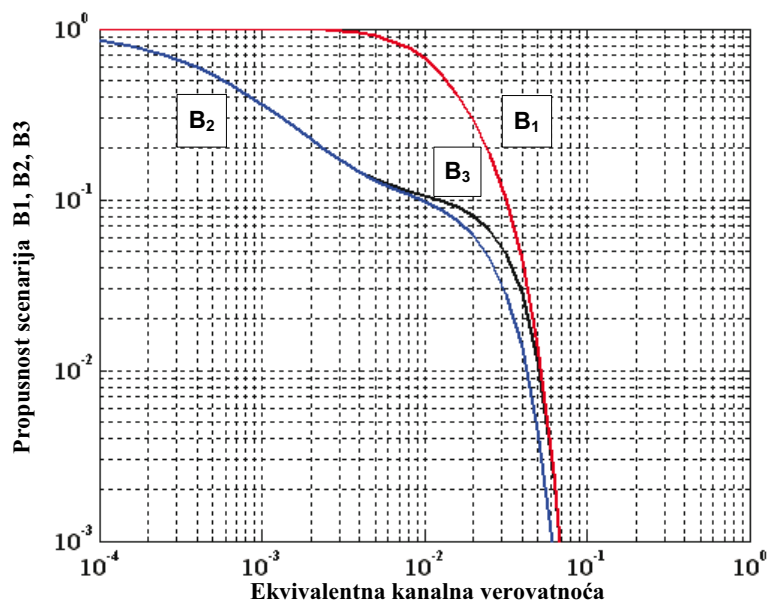


Sl. 3.26. Propusnost scenarija B3 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće ($m = 3$, $n = 100$ i $N = 4$).

3.5. Uporedna analiza

U ovom potpoglavlju je data uporedna analiza scenarija B1, B2 i B3 i uticaj broja kanala, dužine okvira i kružnog kašnjenja na propusnost. Scenario B1 se odnosio na “prostorni” diverziti, pri čemu u prijemnik istovremeno pristiže set od m kopija istog okvira, a scenario B2, na “vremenski” diverziti, sa sekvencijalnim prijemom kopija. U oba slučaja, ukoliko su sve kopije pogrešne, aktivira se mehanizam za korekciju grešaka baziran na majoritetnoj logici. Ukoliko je i rezultujući okvir pogrešan, prenos se proglašava neuspešnim i predajniku se šalje negativna potvrda prijema. Scenario B3 se takođe odnosio na “vremenski” diverziti, sa sekvencijalnim prijemom kopija. Za razliku od scenarija B1 i B2 u kojima se majoritetno odlučivanje vrši nad nezavisnim setom od m pogrešno primljenih kopija istog okvira, kod scenarija B3, majoritetno odlučivanje se odvija nad tekućom kopijom i $(m-1)$ -nom kopijom iz prethodnog seta.

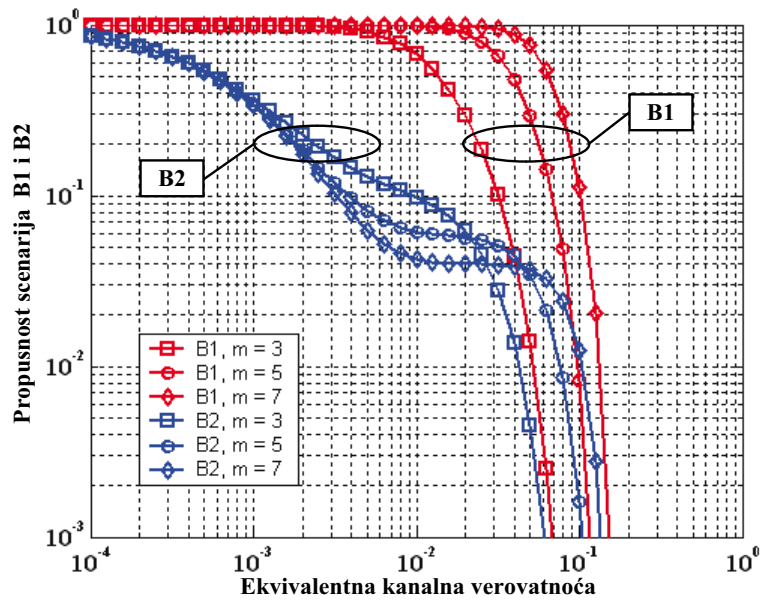
Na slici 3.27 je prikazana propusnost scenarija B1, B2 i B3 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće. Kao što se očekivalo, najbolji rezultati se dobijaju za scenario B1, a najmanja propusnost se ostvaruje kod scenarija B2. Takođe je potvrđeno da scenario B3 daje rezultate koji su između rezultata za scenarija B1 i B2. Isto se očekuje i od drugih scenarija koji nisu razmatrani. Prema tome, scenariji B1 i B2 daju granične vrednosti za propusnost, tako da ćemo u daljoj analizi razmatrati samo ove granične slučajeve.



Slika 3.27. Propusnost scenarija B1, B2 i B3 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće ($m = 3$, $n = 400$, $N = 4$)

3.5.1. Analiza uticaja broja kanala

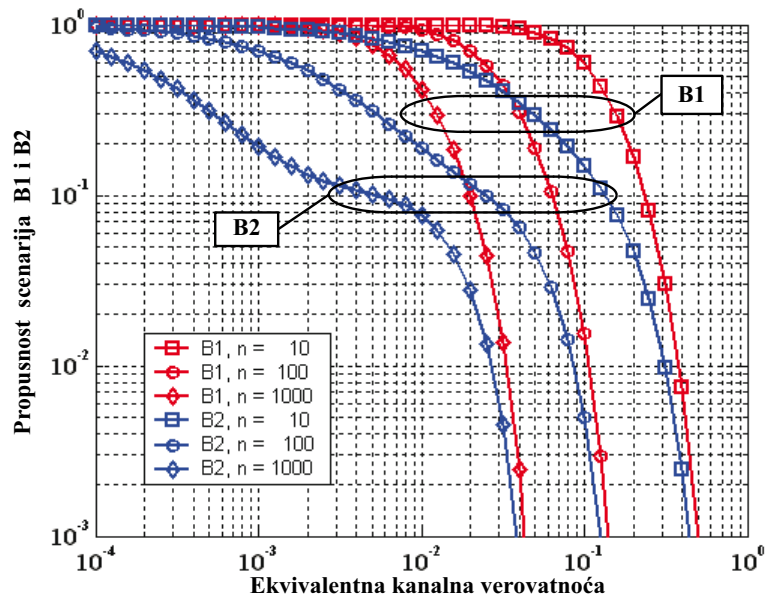
Na slici 3.28 ilustrovan je uticaj broja kopija na propusnost ARQ šeme u slučaju scenarija B1 i B2. Kod scenarija B1, propusnost raste sa brojem kanala. U slučaju scenarija B2, sa povećanjem broja kanala, pri manjim kanalnim verovatnoćama propusnost opada, a pri većim verovatnoćama raste. Ovo je posledica činjenice da pri malim kanalnim verovatnoćama dominira SC procedura, a pri većim, MC procedura koja je utoliko efikasnija ukoliko je broj kanala veći. Prema tome, gabaritna zona u kojoj se može očekivati realna vrednost propusnosti je šira kada je broj kanala veći.



Slika 3.28. Propusnost scenarija B1 i B2 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće pri različitom broju kopija ($n = 400$, $N = 4$, $m = 3, 5$ i 7)

3.5.2. Analiza uticaja dužine okvira

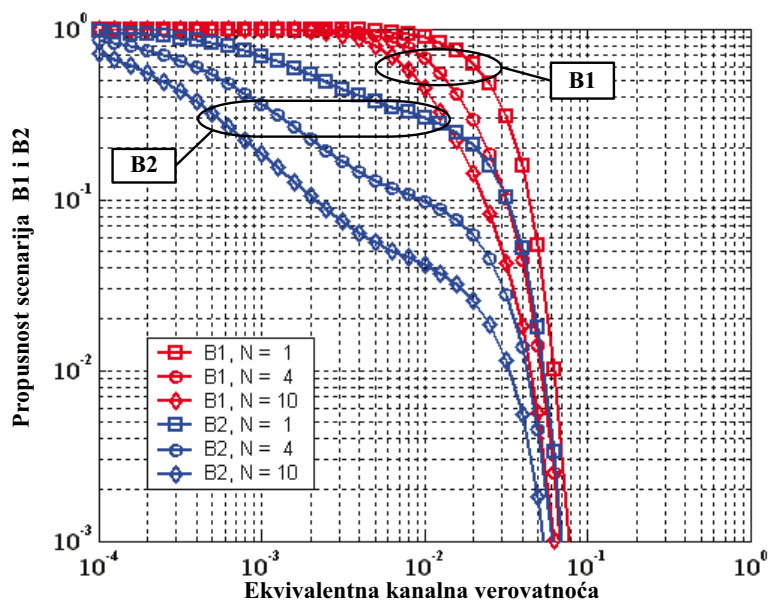
Na slici 3.29 ilustrovan je uticaj dužine okvira na propusnost ARQ šeme u slučaju scenarija B1 i B2. Kod oba scenarija, propusnost opada sa porastom dužine okvira. Ovaj rezultat se može tumačiti činjenicom da sa porastom dužine okvira pri istoj verovatnoći greške raste prosečan broj grešaka po okviru, pa samim tim se smanjuje mogućnost korekcije grešaka. Sa povećanjem dužine okvira dolazi do pomeranja gabaritnih zona tako da je realno očekivati da će se sa kraćim okvirima postići veća propusnost.



Slika 3.29. Propusnost scenarija B1 i B2 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće pri različitim dužinama okvira ($m = 3$, $N = 4$, $n = 10, 100$ i 1000)

3.5.3. Analiza uticaja kružnog kašnjenja

Na slici 3.30 ilustrovan je uticaj normalizovanog kružnog kašnjenja na propusnost ARQ šeme u slučaju scenarija B1 i B2. Dobijeni rezultati su očekivani s obzirom da sa porastom kružnog kašnjenja propusnost opada. Interesantno je da je opadanje znatno izraženije kod scenarija B2 nego kod scenarija B1. Uticaj kružnog kašnjenja na scenario B2 se akumulira pošto prati svaku pojedinačnu kopiju i povećava ukupno vreme retransmisije do trenutka delovanja MC procedure.



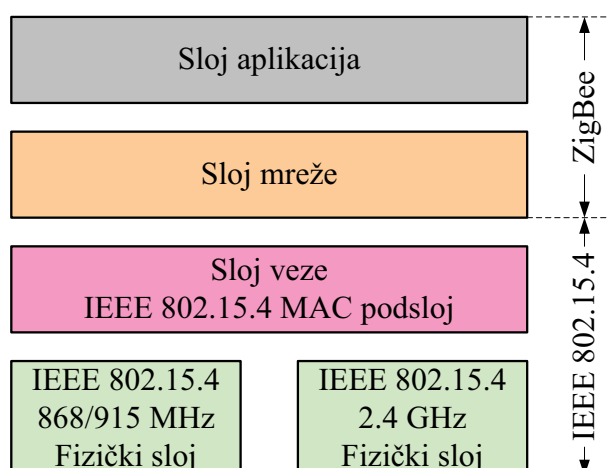
Slika 3.30. Propusnost scenarija B1 i B2 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće pri različitim vrednostima kružnog kašnjenja ($m = 3$, $n = 400$, $N = 1, 4$ i 10)

4. ELEMENTI IMPLEMENTACIJE

U ovom poglavlju će biti dat predlog konkretne realizacije jedne senzorske mreže sa implementacijom majoritetnog kombinovanja u odredišnom čvoru. Rešenja sa majoritetnim logikom se ne mogu direktno primeniti u praksi jer zahtevaju izvesne modifikacije kako u samom standardu IEEE 802.15.4 koji reguliše razmenu podataka u bežičnim senzorskim mrežama, tako i na radio primopredajnicima koji se trenutno koriste. Primopredajnik treba da ima mogućnost da ne odbacuje pogrešne kopije okvira, već da ih zajedno sa sadržajem CRC polja prosleđuje procesoru, što je bitan preduslov za primenu majoritetnog kombinovanja paketa [48] – [50].

4.1. Modifikacija IEEE 802.15.4 standarda

Razmena podataka u bežičnim senzorskim mrežama malog protoka (*Low Rate Wireless Personal Area Network*, LR-WPAN) je definisana standardom IEEE 802.15.4 [42]. Prva verzija standarda je završena u oktobru 2003., a revizija, krajem 2006. godine. Standard definiše karakteristike fizičkog sloja (*Physical Layer*, PHY) i podsloja za kontrolu pristupa medijumu (*Medium Access Control*, MAC) u sloju veze (*Data Link Layer*) referentnog modela, uvažavajući zahteve tržišta u pogledu niske cene, male potrošnje i visoke pouzdanosti prenosa. Sa druge strane, u decembru 2004. godine, ZigBee asocijacija, sastavljena od osam vodećih proizvođača logičkih kola, predložila je nadgradnju postojećeg IEEE 802.15.4 standarda zaključno sa aplikacionim slojem referentnog modela [43], koji je prikazan na slici 4.1. Referentni model se sastoji od fizičkog sloja, sloja veze, sloja mreže i sloja aplikacija.



Slika 4.1. Referentni IEEE 802.15.4/ZigBee model za bežične senzorske mreže

Fizički sloj je odgovoran za prenos podataka preko fizičkog medijuma. U ovom sloju se izvršavaju sledeće aktivnosti [42]:

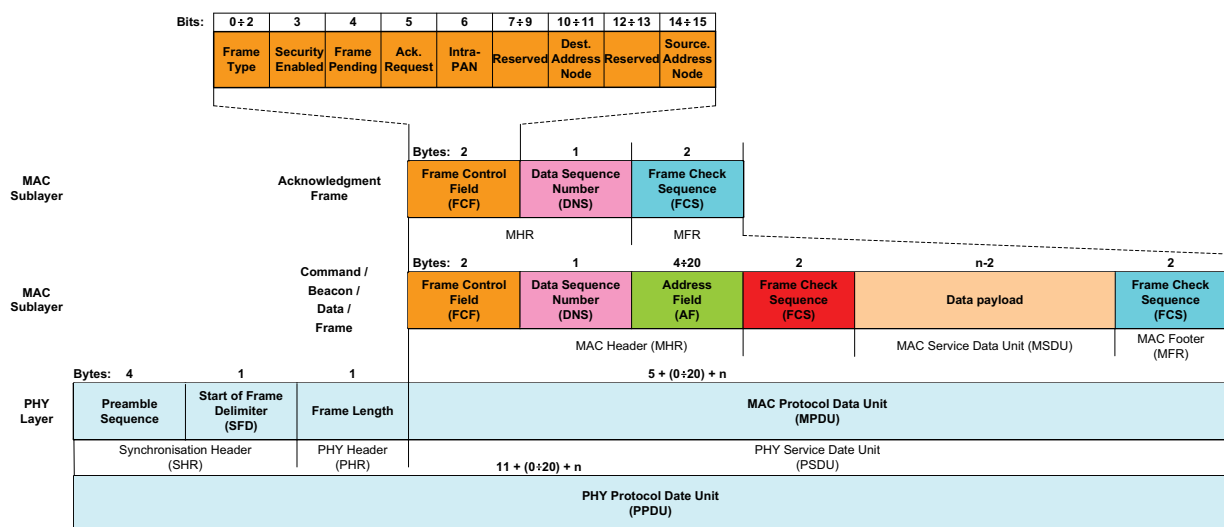
- aktivacija i deaktivacija radio primopredajnika,
- detekcija energije u kanalu (*Energy Detection*, ED),
- merenje kvaliteta veze (*Link Quality Indication*, LQI),
- procena zauzetosti kanala (*Clear Channel Assessment*, CCA) bazirana na CSMA-CA mehanizmu,
- izbor frekvencijskog kanala (868–868.6 MHz, 902–928 MHz, 2400–2483.5 MHz),
- izbor modulacionog postupka (BPSK, OQPSK),
- predaja i prijem podataka.

Sloj veze je odgovoran za formiranje okvira fizičko adresiranje, upravljanje protokom, kontrolu grešaka u prenosu i kontrolu pristupa medijumu. Mrežni sloj je generalno zadužen za usmeravanje paketa, a aplikacioni sloj vodi računa o pružanju usluga.

Standard IEEE 802.15.4 definiše četiri vrste okvira čija je struktura prikazana na slici 4.2:

- *beacon frame*, koji se koristi za komunikaciju između koordinatora u mreži,
- *data frame*, za prenos informacionog sadržaja,
- *acknowledgement frame*, za potvrdu uspešnog prijema okvira, i
- *MAC command frame*, za upravljanje i kontrolu na MAC podsloju.

U predajnom smeru, nakon prijema paketa iz sloja mreže, na MAC podsloju veze se formira okvir (MAC Protocol Data Unit – MPDU) tako što se ispred i iza MAC Service Data Unit–a (MSDU) dodaju dva polja, MAC Header (MHR) i MAC Footer (MFR). MHR se sastoji od kontrolnog polja (*Frame Control Field*, FCF), rednog broja okvira (*Data Sequence Number*, DSN) i adresnog polja sa izvornom i odredišnom adresom (*Address Field*). MFR sadrži kontrolnu sekvencu (*Frame Check Sequence*, FCS) koja predstavlja ostatak deljenja generišućim CRC polinomom nad MPDU poljem. MPDU polje se prosleđuje fizičkom sloju kao PHY Data Frame Payload, odnosno PSDU. Ovo polje, zajedno sa *Synchronization Header*–om (SHR) i PHY Header–om, formira PHY Data Packet, ili PPDU. *Synchronization Header* (SHR) se sastoji od preambule (*Preamble Sequence*, PS) koja omogućuje bitsku sinhronizaciju na prijemu i delimitera (*Start of Frame Delimiter*, SFD) koji označava početak okvira. U okviru PHY hedera se nalazi *Frame Length* polje koje označava dužinu okvira. U gornjem delu slike je data struktura kontrolnog polja dužine dva okteta, prva tri bita se odnose na tip okvira (*Acknowledgment*, *Data*, *MAC Command* ili *Beacon*). Peti bit se odnosi na *Acknowledgment Request*. Ukoliko je ovaj bit setovan na “jedan”, predajnik očekuje povratnu informaciju u vidu pozitivne potvrde prijema. Ova informacija se prosleđuje preko *Acknowledgment* okvira koji sadrži isti sekvencijalni broj kao i primljeni *Data* ili *MAC Command* okvir. U suprotnom, ukoliko je *Acknowledgment Request* bit setovan na “nulu”, prijemnik ne šalje potvrdu prijema bez obzira da li je okvir ispravan ili pogrešan.



Slika 4.2. Struktura okvira u IEEE 802.15.4 standardu.

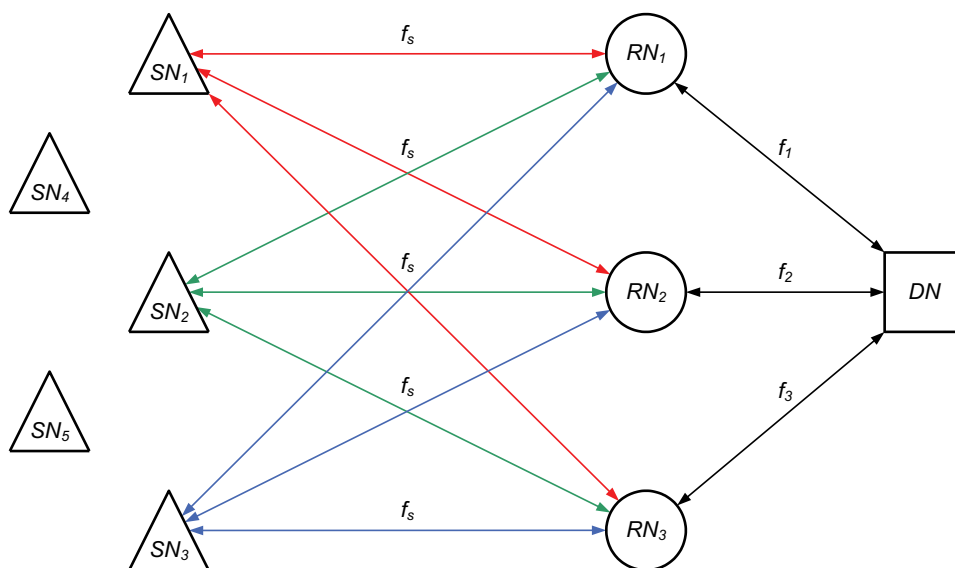
Na početku ovog poglavlja smo rekli smo da je memorisanje pogrešnih kopija jednog istog okvira bitan preduslov za korišćenje majoritetnog kombinovanja. U odredišnom čvoru se mogu naći ne samo kopije različitih okvira koji potiču iz istog izvora, već i kopije koje potiču iz različitih izvora. Prema tome, za selekciju pogrešnih kopija nije dovoljan samo redni broj kopije, već i identifikacija izvornog čvora. To podrazumeva da u odredišnom čvoru treba obezbediti pouzdan prijem sekvencijalnog broja i adrese, odnosno MAC hедера, bez obzira na ispravnost MSDU polja. Trenutno, standard je takav da na osnovu CRC sekvence koja pokriva MAC heder i MSDU polje, proverava da li je kompletan okvir ispravan ili nije, ne vodeći računa gde se dogodila greška. To znači da IEEE 802.15.4 standard nije direktno primenljiv za majoritetno kombinovanje paketa i da je potrebno izvršiti određene modifikacije koje povlače izmene i na radio primopredajnicima koji se koriste u senzorskim mrežama. U literaturi postoji više predloga za izmenu standarda [48] – [50]. Jedan od njih [49], koji su predložili A. Willig i E. Uhlemann, se odnosi na uvođenje dodatnog CRC polja koje kontroliše ispravnost MAC hедера, pri čemu se zadržava CRC polje u MAC futeru koje kontroliše kompletan okvir, uz ograničenje, da primopredajnik ne odbacuje pogrešne okvire. To znači da primopredajnik najpre ispituje ceo okvir (MPDU), pa kad ustanovi da je okvir pogrešan, ispituje MAC heder da bi se eventualno primenilo majoritetno kombinovanje ukoliko je MAC heder korektan. Ovakav predlog traži neznatne izmene u standardu, pa i u samoj realizaciji primopredajnika, pri čemu dodatno CRC polje MAC hедера može da se realizuje čisto softverski u procesoru, zajedno sa MAC hederom.

Naš predlog je sličan, ali je sa stanovišta eksploatacije znatno efikasniji jer u startu ne troši procesorsko vreme za ispitivanje kompletnog okvira, već samo jednog njegovog dela, zaglavlja. Na bazi toga se donosi odluka da li će obrada biti prekinuta ili će se nastaviti sa daljim ispitivanjem, MAC futera. Kao i Willig, i mi predlažemo uvođenje dodatnog CRC polja koje kontroliše MAC heder i koje se nalazi neposredno iza MAC hедера. Takođe, zadržavamo i CRC polje koje se nalazi u MAC futeru, neposredno iza MSDU polja. Osnovna razlika je da ovaj heder ne kontroliše kompletan okvir, već samo MSDU polje. Prilikom prijema okvira, najpre se proverava MAC heder, ukoliko je pogrešan, zaustavlja se dalje procesiranje i okvir se odbacuje ne čekajući proveru CRC polja u MAC futeru. Međutim, ukoliko je MAC heder ispravan, sledi provera adrese i

sekvencijalnog broja. Ako je adresa pogrešna, ili ako postoji greška u redosledu pristizanja okvira, prekida se dalja obrada okvira i okvir se odbacuje. U suprotnom, ukoliko postoji uparenost na nivou adrese i sekvencijalnog broja, vrši se provera MSDU polja. Ukoliko je MSDU polje ispravno, prenos okvira se proglašava ispravnim. Međutim, ako je MSDU polje pogođeno greškom, okvir se smešta u memorijski bafer procesora zajedno sa pogrešnim kopijama istog okvira, vodeći računa o sekvencijalnom broju i adresi. Majoritetno kombinovanje se sprovodi nad kopijama sa istim sekvencijalnim brojem i adresom, ali samo nad MSDU poljem i CRC poljem u MAC futeru. Na istoj slici je dat predlog nove strukture okvira sa FCS poljem MAC hедера (crveno polje) prema IEEE 802.15.4 standardu.

4.2. Primer hipotetičke mreže

Na slici 4.3 je prikazana topologija jedne bežične senzorske mreže koja se sastoji od senzorskih čvorova SN , relejnih stanica RN , i odredišta DN . U osnovi svakog senzorskog čvora je neki davač koji prikuplja informacije iz okruženja, analogno-digitalni konvertor, primopredajnik i procesor sa memorijom u kome je realizovana samo SC procedura. Svi senzorski čvorovi rade na istoj predajnoj i prijemnoj učestanosti f_s . Zbog male izlazne snage, koja je posledica ograničene potrošnje, u blizini senzorskih čvorova se nalaze relejne stanice. Njihov zadatak je da prihvate signal učestanosti f_s koji dolazi od senzora i da ga konvertuju na učestanost f_i kako bi se obezbedilo više spojnih puteva između senzorskog čvora i odredišta. Isto tako, relejne stanice treba da izvrše i konverziju signala u suprotnom smeru, od odredišta prema senzoru, sa učestanosti f_i na učestanost f_s . U tom slučaju podatke će primati i deo senzorskih čvorova za koje okviri nisu namenjeni. Međutim, ovi okviri će biti odbačeni zbog neadekvatne adrese.



Slika 4.3. Primer jedne hipotetičke senzorske mreže

Odredišni čvor, DN se sastoji od m ($m = 3$) primopredajnika i procesora sa memorijom u kome je realizovana SC+MC procedura. Svaki od primopredajnika radi na istoj predajnoj i prijemnoj učestanosti f_i ($i = 1, 2$ i 3). Obrade signala u prijemnicima se mogu posmatrati kao m nezavisnih procesa koji se odvijaju istovremeno ili sa nekim vremenskim kašnjenjem u zavisnosti od propagacije na pojedinim trasama. Takođe, mogući su i prekidi u prenosu signala, ili situacije u kojima prijemnik ne detektuje početak okvira usled grešaka u prenosu.

Komunikacija između čvorova se zasniva na IEEE 802.15.4 standardu sa modifikacijama koje se odnose na ubacivanje posebnih CRC polja koja kontrolišu MAC heder i MSDU. Vodeći računa o energetske ograničenosti senzorskog čvora, usvojeno je da senzor ne generiše pozitivnu potvrdu prijema (ACK okvir), odnosno da se prenos poruka od odredišta prema senzorskom čvoru vrši bez ARQ procedure. Ovakav pristup ima opravdanja jer se ACK okvir prosleđuje znatno većom snagom preko odgovarajuće relejne stanice, tako da se očekuje da senzorski čvorovi ispravno primaju ovaj okvir. Naravno, okvir je minimalne dužine (5 okteta), čime se obezbeđuje pouzdani prenos i pri verovatnoćama grešaka u kanalu reda 10^{-2} . U nekim sistemima za detekciju pozitivne potvrde je dovoljno da prijemnik senzorskog čvora detektuje snagu prijemnog signala koja potiče od emisije ACK okvira.

S obzirom da se majoritetno kombinovanje implementira samo u odredišnom čvoru, u narednom potpoglavlju će biti dat opis kompletne SC+MC procedure odredišnog čvora uzimajući u obzir predloge za izmenu IEEE 802.15.4 standarda.

4.3. Opis procedure

Na slici 4.4. je dat dijagram toka SC+MC procedure implementirane u odredišnom čvoru. Dijagram obuhvata četiri stanja: *IDLE*, *TRANSMIT* (Tx), *RECEIVE* (Rx) i *TRANSMIT_ACK* (Tx_ACK). Posle inicijalizacije koja podrazumeva uključivanje internog regulatora napona, procesor preko I/O porta generiše reset signal RES koji postavlja kompletnu logiku primopredajnika u početno stanje. Uključivanjem lokalnog oscilatora, primopredajnik prelazi u IDLE mod.

Pretpostavimo da odredišni čvor treba da pošalje podatke određenom senzorskom čvoru. Odredišni čvor iz IDLE moda prelazi u Tx mod. Na MAC podsloju se izvršavaju sledeće aktivnosti:

- generiše se MAC heder koji obuhvata kontrolno polje, sekvencijalni broj i adresu odredišnog i izvornog čvora;
- za MAC heder se izračunava CRC sekvenca;
- učitava se MAC *data payload* iz višeg sloja;
- za MAC *data payload* se izračunava CRC sekvenca;
- vrši se određivanje dužine okvira;
- okvir se prenosi u TxFIFO bafer samo jednog od primopredajnika;
- zauzimanje kanala se vrši na osnovu CSMA-CA algoritma [42];
- ukoliko je kanal slobodan, najpre se šalje preambula, a zatim, delimiter,
- iza delimitera sledi slanje okvira maksimalne dužine 128 okteta;
- posle završenog slanja okvira, predajnik prelazi u IDLE mod.

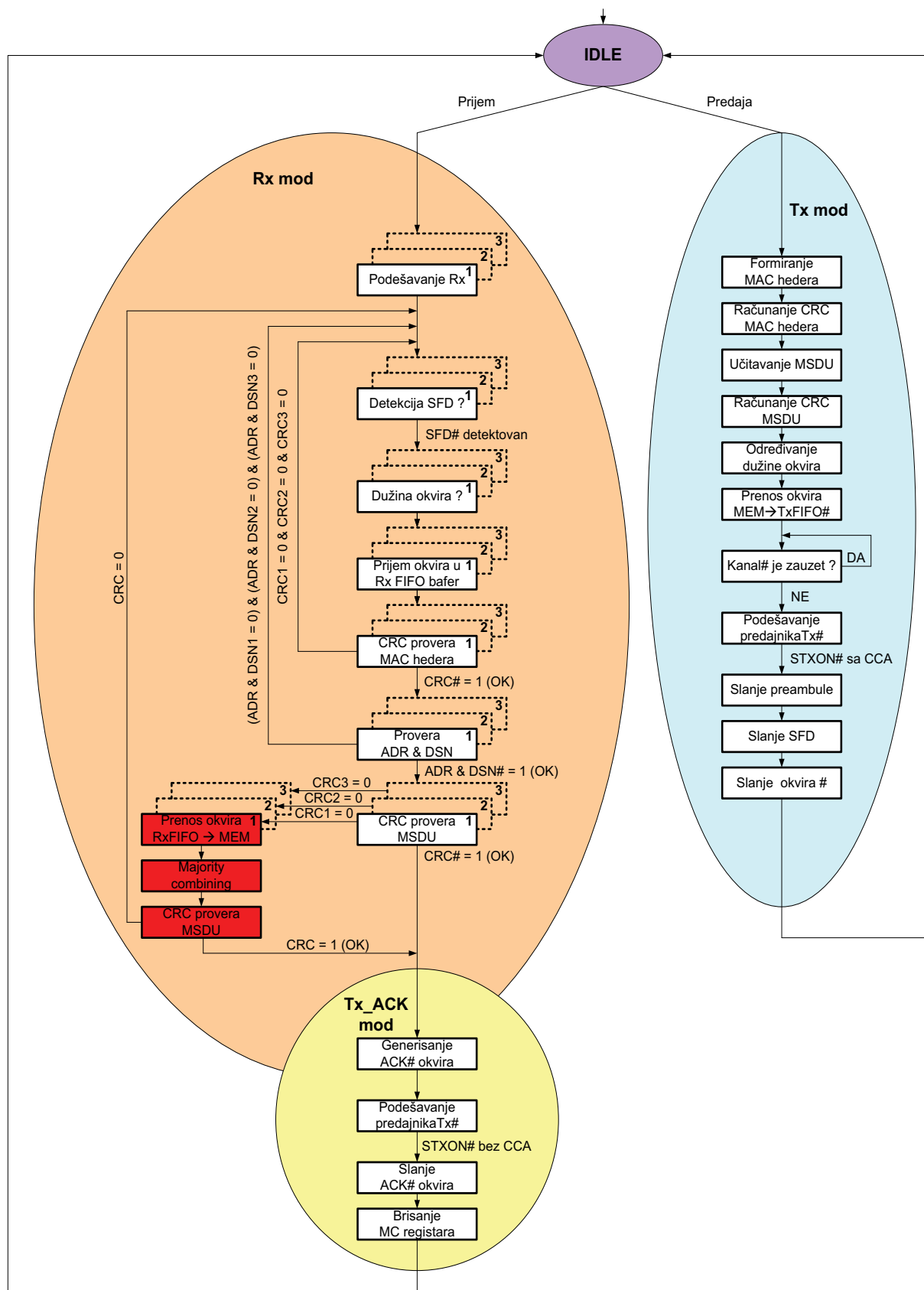
Sada pretpostavimo da odredišni čvor treba da primi podatke od senzorskog čvora. Odredišni čvor iz IDLE moda prelazi u Rx mod. U prijemnicima se izvršavaju sledeće aktivnosti:

- dolazni signal se najpre demoduliše, a zatim vodi u ekstraktor takta i odlučivač,
- nakon detekcije početka okvira, podaci se smeštaju u prijemni RxFIFO bafer, vodeći računa o dužini okvira. Procesoru se signalizira da je primljen novi okvir i procesor preko SPI (*Serial Peripheral Interface*) interfejsa inicijalizuje redom, po redosledu pristizanja okvira, svaki od prijemnika i prihvata podatke iz bafera.

- na MAC podsloju se najpre proverava ispravnost MAC hедера koji se odnosi na kontrolno polje, sekvencijalni broj i adresu. Ukoliko su svi MAC hederi neispravni, kopije se odbacuju, a primopredajnici prelaze u stanje ponovnog prijema nove generacije okvira.
- u suprotnom, ukoliko je bar jedan MAC heder ispravan, proverava se njegova adresa i sekvencijalni broj. Ako adresa nije sa adresne liste, ili ako postoji greška u redosledu pristizanja okvira, prekida se dalja obrada i okvir se odbacuje. Ukoliko postoji uparenost na nivou adrese i sekvencijalnog broja, vrši se provera MAC payload polja. Ukoliko je i drugi deo okvira ispravan, paket se isporučuje korisniku, a procesor generiše pozitivnu potvrdu prijema u vidu ACK okvira koji sadrži isti sekvencijalni broj kao i primljeni okvir.

Treba naglasiti da se pozitivna potvrda prijema šalje po istom kanalu po kome je i primljen ispravan okvir, posle vremena t_{ACK} . ACK okvir se prosleđuje preko odgovarajuće relejne stanice znatno većom snagom, tako da se očekuje da senzorski čvorovi ispravno primaju ovaj okvir. Posle predaje paketa korisniku, brišu se sadržaji odgovarajućih registara MC procedure.

Ukoliko sve kopije sa istom adresom i sekvencijalnim brojem imaju pogrešna MAC payload polja, kopije se ne odbacuju, već se smeštaju u registre MC procedure. Kada se u memoriji nađu tri kopije okvira sa istom adresom i sekvencijalnim brojem, pristupa se proceduri majoritetnog kombinovanja koja obuhvata samo MAC payload i njegovo CRC polje. Ukoliko je broj kopija istog okvira manji od tri, čeka se sledeća generacija kopija sve dok se u memoriji ne nađu tri kopije okvira. Ako je rezultujući okvir ispravan, paket se isporučuje korisniku, a procesor generiše pozitivnu potvrdu prijema u vidu ACK okvira koji sadrži isti sekvencijalni broj kao i dolazni okvir koji se šalje po kanalu po kojem je primljena poslednja kopija okvira. Ukoliko je rezultujući okvir pogrešan, primopredajna stanica prelazi u režim prijema. Ako i sledeća generacija kopija sa istom adresom i sekvencijalnim brojem sadrži pogrešna MAC payload polja, u memoriju se upisuju nove kopije i to na pozicije najstarijih kopija iz prethodne generacije.



Slika 4.4. Dijagram toka SC+MC procedure u odredišnom čvoru

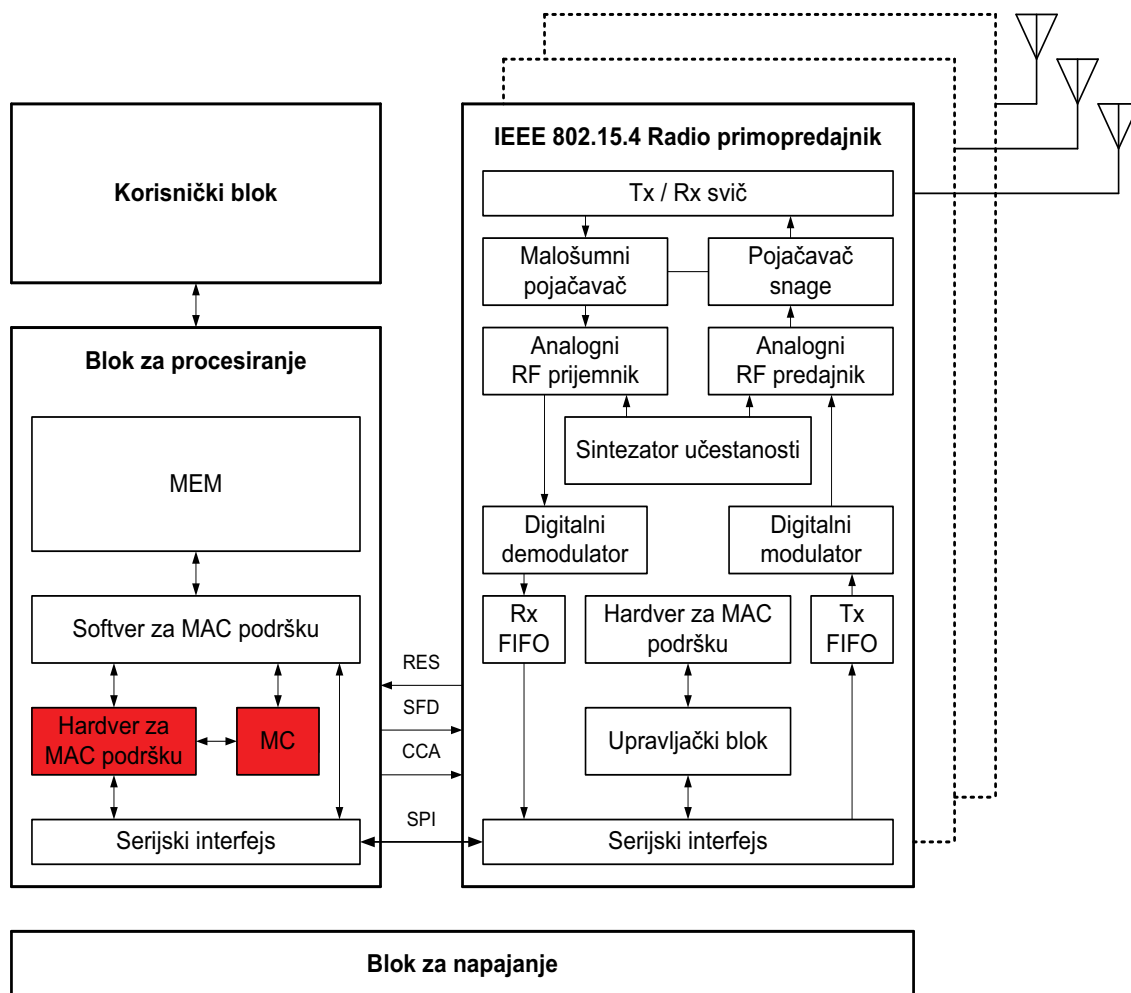
4.4. Predlog implementacije

Funkcionalna šema odredišnog čvora je prikazana na slici 4.5. Sastoji se od šest osnovnih modula: tri identična radio primopredajnika, procesorskog bloka, napajanja i korisničkog bloka koji obuhvata aplikacione i korisničke servise.

Osnovni podsklopovi radio primopredajnika su antenska skretnica, sklopovi prijemnog lanca, sklopovi predajnog lanca, sintezator učestanosti i upravljački blok. Prijemni lanac čine malošumni pojačavač, analogni RF prijemnik, digitalni demodulator sa ekstraktorom takta i odlučivačem i prijemnim Rx FIFO baferom. Predajni lanac čine predajni Tx FIFO bafer, digitalni modulator, analogni RF predajnik i pojačavač snage. FIFO baferi su kapaciteta 128 okteta. Saglasno standardu IEEE 802.15.4, modulacija može biti BPSK ili OQPSK. Sintezator u predajnom smeru obezbeđuje generisanje nosioca, a u prijemnom smeru, pored generisanja nosioca, i fazno usaglašavanje sa dolaznim signalom. Svaki od tri primopredajnika radi na zadatoj učestanosti f_i koja se definiše pri postavljanju sistema ili specijalnim upravljačkim procedurama za koje je odgovoran sloj aplikacija. MAC funkcije su realizovane i hardverski i softverski, mada granica između hardvera i softvera može fleksibilno da se pomera. Primera radi, hardverski je moguće vršiti detekciju početka okvira i CRC proveru u prijemnom smeru i generisanje početka okvira i CRC sekvence u predajnom smeru. U tom slučaju, softverski, u prijemnom smeru treba realizovati sledeće funkcije: detekciju dužine okvira, detekciju sadržaja kontrolnog polja, detekciju sekvencijalnog broja i detekciju sadržaja adresnog polja, kao i utvrđivanje njihove validnosti. U predajnom smeru treba generisati dužinu okvira i MAC heder. U upravljačkom bloku se generišu sve komandne funkcije neophodne za rad svih sklopova u primopredajniku, kao što su uključivanje i isključivanje predajnika i prijemnika, uključivanje i isključivanje oscilatora, itd. Komunikacija između primopredajnika i procesora se vrši preko serijskog interfejsa SPI i statusnih signala [44] – [47].

Procesorski blok se realizuje standardnim procesorom sa internom memorijom dovoljnog kapaciteta da prihvati kopije okvira i izvrši funkciju majoritetnog kombinovanja (MC). Prema svakom primopredajniku treba obezbediti mogućnost selekcije i prihvatanje statusnih signala. Bitno je da procesor može da obavi funkciju generisanja i provere FCS polja bilo na hardverskom ili softverskom nivou. Takođe, procesor treba da obezbedi komunikaciju sa krajnjim korisnikom bilo da on predstavlja izvor ili odredište.

Funkcije preostalih blokova su jednostavne i i neće biti razmatrane.



Slika 4.5. Funkcionalna šema odredišnog čvora

5. ZAKLJUČAK

U tezi je izvršena analiza hibridne ARQ šeme zasnovane na selektivnom i majoritetnom kombinovanju paketa. Poslednjih godina, ova problematika je posebno interesantna za senzorske mreže. U takvim mrežama, ukoliko se pouzdan prenos informacija ostvaruje primenom diverzitetne tehnike, metode kombinovanja na bazi majoritetnog odlučivanja se pokazuju kao efikasno rešenje.

U okviru ove problematike, u tezi su postavljeni sledeći ciljevi:

- da se dobiju teorijski izrazi za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa u slučaju primene selektivnog i majoritetnog odlučivanja, u uslovima kada su verovatnoće grešaka različite na različitim putanjama i kada je broj mogućih paralelnih putanja proizvoljan. Analitički izrazi su veoma bitni prilikom određivanja optimalnog broja putanja u senzorskoj mreži sa ciljem maksimalne uštede potrošnje energije u senzorskim čvorovima.
- da se analizira efikasnost hibridne ARQ šeme imajući u vidu različita scenarija pristizanja paketa u određeni čvor. Naime, prisustvo prostornih putanja pri kojima su na pojedinim putanjama uslovi prenosa loši, ne obezbeđuje garantovano prepoznavanje paketa i prenos po svim putanjama tako da se uslovi za majoritetno odlučivanje mogu obezbediti posle jedne ili više retransmisija. Zbog toga, realni scenario je kombinacija prostornog i vremenskog diverziteta u korist jednog ili drugog scenarija.
- da se sagleda mogućnost implementacije imajući u vidu korišćenje poznatih standarda i postojećih hardverskih rešenja koja se koriste u senzorskim mrežama. Posebno težište je bilo dato modifikaciji rešenja neophodnih za implementaciju korekcije grešaka na bazi majoritetnog kombinovanja paketa.

Izvođenje teorijskih izraza za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa je obrađeno u drugom poglavlju. Najpre je definisan pojednostavljeni teorijski model i navedene su osnovne postavke na kojima se zasnivala analiza. Zatim su zasebno razmatrani slučajevi sistema sa tri i pet kanala (kopija). Kanali su modelovani kao kvazistacionarni, međusobno nezavisni binarni simetrični kanali sa različitim verovatnoćama grešaka. U izvođenju se krenulo od opravdane pretpostavke da se ukupni efekat pouzdanog prenosa ne menja ako se zameni redosled postupaka za korekciju grešaka, tako što će se prvo primeniti majoritetno, a zatim selektivno kombinovanje paketa. Zahvaljujući tome, izvedeni su izrazi u konačnom obliku. Proširujući metodologiju primenjenu za tri i pet kopija, i usvajajući Lam-ov pristup, izveden je opšti izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa u slučaju proizvoljnog broja kanala sa različitim verovatnoćama grešaka. Uvodeći pojam ekvivalentne kanalne verovatnoće, izvedena su dva aproksimativna izraza od kojih jedan predstavlja pojednostavljenu opštu formulu sa jednakim verovatnoćama, a drugi tesnu gornju granicu. Dobijeni izrazi su korišćeni za ilustraciju više karakterističnih slučajeva kao i za analizu efikasnosti sa stanovišta doprinosa majoritetnog kombinovanja u odnosu na selektivno kombinovanje paketa. U

prilogu je dat listing programa koji omogućava numeričko određivanje verovatnoće pogrešnog prenosa paketa u slučaju kada je broj kanala manji ili jednak 11.

Analiza propusnosti pri različitim scenarijima je razmatrana u trećem poglavlju. Prvo su predstavljena tri karakteristična scenarija, od kojih dva daju granične slučajeve, jedan koji odgovara čistom prostornom, i drugi, koji odgovara čisto vremenskom diverzitetu. Za sva tri scenarija razvijeni su teorijski modeli koji omogućavaju računanje propusnosti na bazi retransmisionih ciklusa. Na osnovu ovih modela kao i na osnovu rezultata za verovatnoće pogrešnog prenosa paketa dobijenih u drugom poglavlju teze, izvedeni su zatim analitički izrazi za propusnost. Pored teorijskih modela, dati su i simulacioni modeli sa detaljnim dijagramima toka za sprovođenje simulacionih eksperimenata. Za svaki od scenarija, simulacioni rezultati su dali dobro poklapanje sa odgovarajućim teorijskim rezultatima. Na osnovu izvedenih izraza za propusnost, izvršena je komparativna analiza u kojoj je ispitivan uticaj ključnih parametara kao što su: broj kopija, dužina okvira i kružno kašnjenje. Problem različitih kanálnih grešaka, prevaziđen je tako što je analiza propusnosti vršena u funkciji ekvivalentne kanálne verovatnoće. Rezultati su pokazali da primena majoritetnog kombinovanja omogućava efikasan prenos pri čemu stepen efikasnosti u najvećoj meri zavisi od broja raspoloživih putanja i dominirajuće vrste diverziteta (prostorni ili vremenski). Generalno, kada dominira prostorni diverzitet, bolje rezultate daje veći broj putanja, međutim kada je u pitanju vremenski diverzitet, veći broj kanala (vremenskih slotova) ne garantuje veću propusnost.

Osnovni elementi implementacije majoritetnog kombinovanja paketa u sklopu bežičnih senzorskih mreža posebne konfiguracije zasnovanih na primeni IEEE 802.15.4 standarda, su razmatrani u četvrtom poglavlju. Specifičnost predložene mreže je korišćenje jednostavnih senzorskih čvorova sa malom potrošnjom. Nasuprot senzorskim čvorovima, u relejnim i odredišnim čvorovima nema ograničenja u pogledu potrošnje što omogućuje da se paketi emituju većom snagom kao i da se implementiraju dopunski mehanizmi bazirani na majoritetnoj logici koji povećavaju pouzdanost prenosa, a samim tim smanjujući broj retransmisija, povećavaju energetske efikasnost senzorskih čvorova. Posebna pažnja je posvećena detekciji i identifikaciji okvira sa ciljem da se obezbedi dominantnost prostornog diverziteta. Zbog toga je predložena dopunska zaštita hedera okvira uvođenjem zaštitnih bita ne samo za detekciju, već i za korekciju grešaka. Pri tome, ovi zaštitni biti nisu sastavni deo mehanizama baziranih na CRC proveru kompletnog okvira. Drugim rečima, okvir sadrži dva CRC polja, jedno polje koje kontroliše sadržaj hedera, i drugo, koje kontroliše informacioni deo okvira. Majoritetno kombinovanje se primenjuje samo nad informacionim delom uključujući njemu pridruženo CRC polje. Takođe je predložena procedura koja se primenjuje u različitim scenarijima prijema okvira. Konačno, dat je i predlog softverske i hardverske realizacije primopredajnika i procesorskog modula u odredišnom čvoru. Teorijski rezultati dobijeni u drugom i trećem poglavlju omogućuju procenu efikasnosti predložene implementacije posebno vodeći računa o realnim uslovima koje karakterišu različite verovatnoće grešaka duž različitih putanja.

Sumirajući prethodni pregled razmatranih problema ukazujemo na sledeće ključne doprinose teze:

- izveden je izraz u zatvorenom obliku za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa za tri kanala sa različitim verovatnoćama grešaka; ovaj rezultat je objavljen u referenci [29];
- izveden je izraz u zatvorenom obliku za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa za pet kanala sa različitim verovatnoćama grešaka;
- izveden je izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa paketa za proizvoljan broj kanala sa različitim verovatnoćama grešaka;

- izvršena je komparativna analiza kojom je pokazano da dodatna primena majoritetnog kombinovanja paketa može značajno da smanji verovatnoću pogrešnog prenosa paketa u odnosu na selektivno kombinovanje; izbor broja kanala pruža veliku fleksibilnost rešavanja problema pouzdanog prenosa;
- razvijeni su pogodni aproksimativni izrazi koji omogućuju pregledniju i jednostavniju optimizaciju izbora putanja koje dovode do ekonomične potrošnje u senzorskim mrežama;
- pokazano je da se ekvivalentna kanalna verovatnoća može koristiti kao dobar jedinstveni reprezent kanala sa različitim verovatnoćama grešaka;
- razvijeni su modeli karakterističnih scenarija prenosa paketa imajući u vidu problem njihovog prepoznavanja;
- izvedeni su izrazi za propusnost koristeći metodu retransmisionih ciklusa [38];
- na osnovu izvedenih izraza, izvršena je komparativna analiza uticaja ključnih parametara, kao što su broj kanala, dužina okvira i kružno kašnjenje, na propusnost;
- predložena je detekcija i korekcija grešaka zaglavlja paketa u cilju njegovog prepoznavanja i identifikacije u prijemniku,
- predloženi su bitni elementi manipulacije paketima kako bi se obezbedila funkcija majoritetnog kombinovanja u odredišnom čvoru;
- predložene su modifikacije hardverskih i softverskih rešenja primopredajnika i procesorskog modula u odredišnom čvoru koje obezbeđuje implementaciju majoritetnog kombinovanja paketa.

Buduća istraživanja se sagledavaju u dva pravca, teorijski i praktični. Kod teorijskih istraživanja, primenjena metodologija bi mogla da se proširi i na druge “hard” postupke kao što su generalizovano kombinovanje paketa i adaptivne varijante kombinovanja različitih postupaka. U praktičnim istraživanjima ima mogućnosti za detaljniju razradu hardverskih i softverskih rešenja u cilju realizacije pojedinih modula i funkcije majoritetnog kombinovanja paketa u okviru odgovarajućih standarda. Na kraju, napomenimo da posebno interesantnu oblast primene predstavljaju ne samo senzorske mreže, već i drugi tipovi mreža i telekomunikacionih sistema. Pre svega se misli na mreže u kojima su ekstremno otežani uslovi prenosa, kao što je slučaj kod kosmičkih i podvodnih istraživanja, pri čemu zahtevi za pouzdanim prenosom imaju veći prioritet nad zahtevima za racionalnim korišćenjem komunikacionih kapaciteta.

LITERATURA

- [1] A. S. Tanenbaum, *Computer Networks*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1982.
- [2] J. L. Massey, *Threshold Decoding*, Cambridge, MA: M.I.T. Press, 1963.
- [3] M. Schwarz, *Telecommunication Networks: Protocols, Modeling and Analysis*, Addison-Wesley Publishing Company, 1987.
- [4] N. Benvenuto and G. Cherubini, *Algorithms for Communications Systems and their Applications*, London, John Wiley & Sons, March 2003.
- [5] D. Drajić i P. Ivaniš, *Uvod u teoriju informacija i kodovanje*, Akademska misao, Beograd, 2009.
- [6] P. S. Sindhu, "Retransmission error control with memory," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-25, no. 5, pp. 473–479, May 1977.
- [7] S. Lin, D. J. Costello, and M. J. Miller, "Automatic repeat request error-control schemes," *IEEE Communications Magazine*, vol. 22, pp. 5-17, December 1984.
- [8] S. B. Wicker, "Adaptive rate error control through the use of diversity combining and majority-logic decoding in a hybrid-ARQ protocol," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 39, no. 3, pp. 380–385, March 1991.
- [9] I. S. Reed, "A class of multiple-error-correcting codes and the decoding scheme," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol. IT-4, pp. 38-49, 1954.
- [10] S. S. Chakraborty, E. Yli-Juuti, and M. Liinajarja, "An ARQ scheme with packet combining," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 2, no. 7, pp. 200–202, July 1998.
- [11] S. S. Chakraborty, M. Liinajarja, and K. Ruttik, "Diversity and packet combining in Rayleigh fading channels," *IEE Proc. Commun.*, vol. 152, no. 3, pp. 353–356, June 2005.
- [12] Y. Liang and S. S. Chakraborty, "ARQ and packet combining with post-reception selection," in *Proc. IEEE VTC 2004-Fall*, Los Angeles, CA, USA, Sept. 2004, vol. 3, pp. 1835–1857.
- [13] E. Masala, A. Servetti, and J. C. de Martin, "Standard compatible error correction for multimedia transmissions over 802.11 WLAN," in *Proc. IEEE, ICME 2005*, Amsterdam, The Netherlands, July 2005, pp. 880–883.
- [14] Y. -W Leung, "Aggressive packet combining for error control in wireless networks," *IEICE Trans. Commun.*, vol. E83-B, no. 2, Feb. 2000.
- [15] K. Ishioka, H. Takanashi, and T. Tanaka, "Improved throughput characteristics by ARQ with weighted majority decision," in *Forth IEEE Int. Conf. on Universal Personal Communications Record*, Tokyo, Japan, Nov. 1995, pp. 467–471.
- [16] H. Okada, N. Koie, N. Nakagawa, T. Yamazato, and M. Katayama, "A study on error correcting and diversity combiner scheme on multiple routes in wireless multi-hop networks," in *Wireless Communication Systems, 2004*, 1st International Symposium on, Sept. 2004., pp. 183–187.

- [17] S. Valentin, D. H. Woldegebreal, T. Volkhausen, and H. Karl, "Combining for cooperative WLANs – A reality check based on prototype measurements," in *Communications Workshops 2009. ICC Workshops 2009. IEEE International Conference on*, Dresden, June 2009., pp. 1–5.
- [18] D. O'Rourke, "Practical packet combining for use with cooperative and non-cooperative ARQ schemes in wireless sensor networks," Ph. D. thesis, School of Electrical Engineering, Faculty of Engineering and Design, Dublin City University, Sep. 2009.
- [19] E. Uhlemann and A. Willig, "Joint design of relay and packet combining schemes for wireless industrial networks", in *Proc. IEEE Vehicular Technology Conference (VTC), Spring 08*, Marina Bay, Singapore, May 2008.
- [20] E. Uhlemann and A. Willig, "Hard decision packet combining methods for industrial wireless relay networks," in *Proc. Second International Conference on Communications and Electronics (HUT-ICCE 2008)*, HoiAn, Vietnam, June 2008.
- [21] R. Cam, C. Leung, and C. Lam, "Performance analysis of some hard-decision combining schemes", *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 42, No 9, September 1994, pp. 2650–2653.
- [22] C. Y. H. Lam, *Multiple copy combining schemes for the additive white Gaussian noise channel*, University of British Columbia, July 1992.
- [23] R. Cam, C. Leung, and C. Lam, "A performance comparison of some combining schemes for finite-buffer ARQ systems in a Rayleigh-fading channel," *ICWC '92*, pp. 88–92.
- [24] E. J. Weldon, "An improved selective-repeat ARQ strategy," *IEEE Transactions on Communications*, Vol.30, No 3, March 1982. pp. 480-486.
- [25] C. -X. Wang, M. Pätzold, and D. Yuan, "Accurate and efficient simulation of multiple uncorrelated Rayleigh fading waveforms," *IEEE Trans. Wireless Commun.*, vol. 6, no. 3, Mar. 2007.
- [26] Z. Zhou, Z. Peng, J.-H. Cui, and Z. Shi, "Efficient multipath communication for time-critical applications in underwater acoustic sensor networks," *IEEE/ACM Trans. Netw.*, vol. 19, no. 1, pp. 28–41, Feb. 2011.
- [27] V. Vuković, G. Petrović, and Lj. Trajković, "Verovatnoća pogrešnog prenosa kod tri-kopijskog modela sa majoritetnom logikom," XIII Telekomunikacioni forum *TELFOR 2005*, Beograd, Sava Centar, 22. – 24.11.2005. godine.
- [28] V. Vuković, G. Petrović, and Lj. Trajković, "Packet error probability in three-copy transmission scheme with majority combining," in *Proc. ETRAN 2009*, Vrnjačka Banja, Serbia, June 2009.
- [29] V. Vuković, G. Petrović, and Lj. Trajković, "Packet error probability in a three-branch diversity system with majority combining," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 15, no. 1, pp. 7–9, January 2011.
- [30] V. Vuković, "An analysis of five-copy transmission with majority combining," XV Telecommunication forum *TELFOR 2007*, Beograd, Sava Centar, 20. – 22.11.2007. godine.
- [31] J. E. Freund, *Mathematical Statistics*, Prentice Hall, 1999.
- [32] J. A. Anderson, *Discrete Mathematics with Combinatorics*, Pearson Education, Inc., 2004.
- [33] D. Stevanović, M. Ćirić, S. Simić, V. Baltić, *Diskretna matematika: osnove kombinatorike i teorija grafova*, Društvo matematičara Srbije, 2008., [Online] http://alas.matf.bg.ac.rs/~mi10103/predavanja/_ds2/DiscreteMath.pdf
- [34] Y. -D. Yao, "An effective Go-Back-N ARQ scheme for variable-error-rate channels," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, pp.20-23, No.1, January 1995.

- [35] H. Minn, M. Zeng, and V. K. Bhargava, "On ARQ scheme with adaptive error control," *IEEE Trans. Veh. Technol.*, vol. 50, no. 6, pp.1426-1436, November 2001.
- [36] R. Vojinović and Z. Petrović, "A novel three-state ARQ scheme for variable error-rate channels," *AEUE – International Journal of Electronics and Communications*, vol. 56, no. 6, pp 389–395, 2002.
- [37] R.Vojinović, G. Petrović, Z. Petrović: "The analysis of the adaptive three-mode ARQ GBN scheme using retransmission cycles mechanism", *AEUE – International Journal of Electronics and Communications*, vol. 60, no. 2, pp. 190–198, 2006.
- [38] V. Vuković, R. Vojinović, Z. Petrović i G. Petrović, "Analiza propusnosti generalizovanog GBN ARQ modela pomoću retransmission ciklusa", *XLIX Konferencija ETRAN-a*, vol. 2, pp. 140 – 143, Budva, 5. – 10. juna 2008. godine.
- [39] V. Vuković, R. Vojinović i G. Petrović, "Propusnost adaptivne dvomodne GBN ARQ šeme sa majoritetnom logikom," *LII Konferencija ETRAN-a*, Palić, 8. – 12. juna 2008. godine.
- [40] V. Vuković and R. Vojinović, "On throughput analysis of an adaptive error – control scheme in satellite networks, " *Microwave Review*, ISSN 14505835, vol. 14, no. 2, pp. 8–11, December 2008.
- [41] V. Vuković, G. Petrović, and Lj. Trajković, "Simulacija multikopijske go-back-N ARQ procedure sa majoritetnom logikom," *INFOTEH-JAHORINA*, vol. 4, ref. B-II-6, pp.113–116, Mar. 2005.
- [42] LAN/MAN Standards Committee of the IEEE Computer Society, *IEEE Standard for Information technology – Telecommunications and information exchange between systems – Local and metropolitan area networks – Specific requirements – Part 15.4: Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for Low Rate Wireless Personal Area Networks (LR-WPANs)*, Sept. 2006, revision of 2006., [Online] <http://standards.ieee.org/about/get/802/802.15.html>
- [43] ZigBee Standards Organization, *ZigBee Specification*, Dec. 2006., [Online] http://www.medialab.ch/labor/cc2430/Z-Stack/054024r01ZB_AFG-ZigBee-Specification-2006-Download.pdf
- [44] Chipcon, *CC2420 2.4 GHz IEEE 802.15.4 / ZigBee-ready RF Transceiver*, Chipcon Products from Texas Instruments, 2004., [Online] <http://focus.ti.com/lit/ds/symlink/cc2420.pdf>
- [45] Microchip, *MRF24J40, Data Sheet, IEEE 802.15.4™ 2.4 GHz RF Transceiver*, Microchip Technology Inc. 2008., [Online] <http://ww1.microchip.com/downloads/en/DeviceDoc/DS-39776b.pdf>
- [46] Atmel, *AT86RF231 – Low Power 2.4 GHz Transceiver for ZigBee/IEEE 802.15.4/6LoWPAN ISM Applications*, [Online] http://www.atmel.com/dyn/resources/prod_documents/doc8111.pdf
- [47] Intersil, *SPI Protocol and Bus Configuration of Multiple DCPs*, Application note AN1340.0, August 20, [Online] <http://www.intersil.com/data/an/an1340.pdf>
- [48] Willig, K. Matheus, and A. Wolisz, "Wireless technology in industrial networks," in *Proceedings of the IEEE*, vol. 93, no. 6, pp. 1130–1151, 2005.
- [49] Willig and E. Uhlemann, "PRIOREL-COMB: A protocol framework supporting relaying and packet combining for wireless industrial networking," in *Proc. 7th IEEE International Workshop on Factory Communication Systems (WFCS)*, Dresden, Germany, May 2008.
- [50] Willig, "Memory-efficient segment-based packet-combining schemes in face of deadlines," *IEEE Trans. Industrial Informatics*, vol. 5, no. 3, pp. 338–350, Aug. 2009.

A. OPIS PROGRAMSKOG PAKETA

Programski paket za računanje verovatnoće retransmisije u slučaju SC i SC+MC procedura je urađen u *MATLAB* alatu.

A.1. Priprema koda

Formiranje programa za računanje verovatnoće retransmisije se zasniva na izrazu (2.4.30a)

$$P_{SC+MC} = \sum_{k=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} (-1)^k \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq m} (q_{i_1} \dots q_{i_k})^L \cdot \left[1 - \left(\frac{Q}{q_{i_1} \dots q_{i_k}} \cdot \sum_{s=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} \sum_{\substack{1 \leq j_1 < \dots < j_s \leq m \\ j_1, \dots, j_s \neq i_1, \dots, i_k}} \frac{p_{j_1} \dots p_{j_s}}{q_{j_1} \dots q_{j_s}} \right)^L \right], \quad (\text{A.1.1})$$

koji se može predstaviti u sledećem obliku:

$$P_{SC+MC} = \sum_{k=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} (-1)^k \left[\sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq m} (q_{i_1} \dots q_{i_k})^L - \sum_{1 \leq i_1 < \dots < i_k \leq m} \left(Q \cdot \sum_{s=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} \sum_{\substack{1 \leq j_1 < \dots < j_s \leq m \\ j_1, \dots, j_s \neq i_1, \dots, i_k}} \frac{p_{j_1} \dots p_{j_s}}{q_{j_1} \dots q_{j_s}} \right)^L \right]. \quad (\text{A.1.2})$$

Inverzijom redosleda sabiranja, prethodni izraz postaje:

$$P_{SC+MC} = \sum_{k=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} (-1)^k \left[\sum_{1 \leq i_k < \dots < i_1 \leq m} (q_{i_k} \dots q_{i_1})^L - \sum_{1 \leq i_k < \dots < i_1 \leq m} \left(Q \cdot \sum_{s=0}^{\lfloor m/2 \rfloor} \sum_{\substack{1 \leq j_s < \dots < j_1 \leq m \\ j_1, \dots, j_s \neq i_1, \dots, i_k}} \frac{p_{j_s} \dots p_{j_1}}{q_{j_s} \dots q_{j_1}} \right)^L \right], \quad (\text{A.1.3})$$

odnosno, napisan u razvijenom obliku:

$$\begin{aligned}
P_{SC+MC} = & (-1)^0 \cdot [1 - (Q \cdot H_{suma}^0)^L] \\
& + (-1)^1 \cdot \left[\sum_{\substack{i_1=i_2+1 \\ i_2=0}}^m q_{i_1}^L - \sum_{\substack{i_1=i_2+1 \\ i_2=0}}^m (Q \cdot H_{suma}^1)^L \right] \\
& + (-1)^2 \cdot \left[\sum_{\substack{i_2=i_3+1 \\ i_3=0}}^{m-1} q_{i_2}^L \sum_{\substack{i_1=i_2+1 \\ i_3=0}}^m q_{i_1}^L - \sum_{\substack{i_2=i_3+1 \\ i_3=0}}^{m-1} \sum_{i_1=i_2+1}^m (Q \cdot H_{suma}^2)^L \right] \\
& \vdots \\
& + (-1)^k \cdot \left[\sum_{\substack{i_k=i_{k+1}+1 \\ i_{k+1}=0}}^{m-k+1} q_{i_k}^L \cdots \sum_{\substack{i_2=i_3+1 \\ i_3=0}}^{m-1} q_{i_2}^L \sum_{\substack{i_1=i_2+1 \\ i_3=0}}^m q_{i_1}^L - \sum_{\substack{i_k=i_{k+1}+1 \\ i_{k+1}=0}}^{m-k+1} \cdots \sum_{i_2=i_3+1}^{m-1} \sum_{i_1=i_2+1}^m (Q \cdot H_{suma}^k)^L \right] \\
& \vdots \\
& + (-1)^{\lfloor m/2 \rfloor} \cdot \left[\sum_{\substack{i_{\lfloor m/2 \rfloor}=i_{\lfloor m/2 \rfloor+1}+1 \\ i_{\lfloor m/2 \rfloor+1}=0}}^{m-\lfloor m/2 \rfloor+1} q_{i_{\lfloor m/2 \rfloor}}^L \cdots \sum_{\substack{i_2=i_3+1 \\ i_3=0}}^{m-1} q_{i_2}^L \sum_{\substack{i_1=i_2+1 \\ i_3=0}}^m q_{i_1}^L - \sum_{\substack{i_{\lfloor m/2 \rfloor}=i_{\lfloor m/2 \rfloor+1}+1 \\ i_{\lfloor m/2 \rfloor+1}=0}}^{m-\lfloor m/2 \rfloor+1} \cdots \sum_{i_2=i_3+1}^{m-1} \sum_{i_1=i_2+1}^m (Q \cdot H_{suma}^{\lfloor m/2 \rfloor})^L \right], \quad (A.1.4)
\end{aligned}$$

gde je $Q = \prod_{i=1}^m q_i$.

Sa H_{suma}^k ($k = 0, \dots, \lfloor m/2 \rfloor$) je označena suma:

$$\begin{aligned}
H_{suma}^k = & 1 + \sum_{\substack{j_1=j_2+1 \\ j_2=0}}^m a_{j_1} \frac{p_{j_1}}{q_{j_1}} + \sum_{\substack{j_2=j_3+1 \\ j_3=0}}^{m-1} a_{j_2} \frac{p_{j_2}}{q_{j_2}} \sum_{j_1=j_2+1}^m a_{j_1} \frac{p_{j_1}}{q_{j_1}} + \cdots + \sum_{\substack{j_s=j_{s+1}+1 \\ j_{s+1}=0}}^{m-s+1} a_{j_s} \frac{p_{j_s}}{q_{j_s}} \cdots \sum_{j_2=j_3+1}^{m-1} a_{j_2} \frac{p_{j_2}}{q_{j_2}} \sum_{j_1=j_2+1}^m a_{j_1} \frac{p_{j_1}}{q_{j_1}} + \\
& + \cdots + \sum_{\substack{j_{\lfloor m/2 \rfloor}=j_{\lfloor m/2 \rfloor+1}+1 \\ j_{\lfloor m/2 \rfloor+1}=0}}^{m-\lfloor m/2 \rfloor+1} a_{j_{\lfloor m/2 \rfloor}} \frac{p_{j_{\lfloor m/2 \rfloor}}}{q_{j_{\lfloor m/2 \rfloor}}} \cdots \sum_{j_2=j_3+1}^{m-1} a_{j_2} \frac{p_{j_2}}{q_{j_2}} \sum_{j_1=j_2+1}^m a_{j_1} \frac{p_{j_1}}{q_{j_1}}
\end{aligned} \quad (A.1.5)$$

gde su koeficijenti a_{j_s} , ($s = 1, \dots, \lfloor m/2 \rfloor$) jednaki:

$$a_{j_s} = 1, \quad , \text{ za } k = 0 \quad (A.1.6)$$

odnosno:

$$a_{j_s} = \begin{cases} 0, & j_s = i_1, i_2, \dots, i_k \\ 1, & j_s \neq i_1, i_2, \dots, i_k \end{cases}, \text{ za } k = 1, \dots, \lfloor m/2 \rfloor \quad (A.1.7)$$

A.2. Listinzi programa

Programski paket za računanje verovatnoće retransmisije SC i SC+MC procedure se sastoji iz glavnog programa i pet potprograma. U glavnom programu **M_m_copy.m** se najpre definišu koeficijenti rasejavanja prema SC1 scenariju i kanalne verovatnoće, a zatim se računaju verovatnoće retransmisije pozivom dva potprograma, **F_m_copy.m** i **F_formula.m**. Potprogram **F_m_copy.m** računa verovatnoću retransmisije na bazi izraza (A.1.4). Prvi član u k -tom redu se računa pomoću potprograma **F_suma_RP.m**, a drugi član, koristeći potprogram **F_suma_RS.m**. Izraz (A.1.5) se računa sumiranjem parcijalnih suma koje se dobijaju pozivom potprograma **F_suma_H.m**. Svi potprogrami za računanje suma su rešeni iterativnim postupkom. U potprogramu **F_formula.m** se vrši provera rezultata na bazi izraza (2.4.31) za slučaj jednakih kanalnih verovatnoća.

Program M_m_copy.m

```
% Program M_m_copy
% racuna verovatnoce retransmisije SC i SC+MC procedure u slucaju
% proizvoljnog broja kanala u funkciji verovatnoce greske po bitu
%-----
% ulaz:
% m ..... broj kanala
% n ..... duzina okvira
% p ..... verovatnoca greske po bitu
%-----
% izlaz:
% Psc ..... verovatnoca retransmisije u slucaju SC procedure
% Psc+mc ..... verovatnoca retransmisije u slucaju SC+MC procedure
% Ph ..... verovatnoca retransmisije u slucaju SC+MC procedure
%          sa jednakim kanalnim verovatnocama
%-----
%
% clear all;
%
% m=input('Broj kanala          m = ');
% n=input('Duzina okvira u bitima    n = ');
%
% format long e
%
% definisanje koeficijenata rasejavanja SC1
% C=10;
% for ij=1:m
%     x(ij)=1/C*(C^(2/(m-1)))^(ij-1);
% end
%
% pmin=1.0e-6;          % pocetna verovatnoca greske po bitu
% pmax=1.0e-0;          % krajnja verovatnoca greske po bitu
%
% dp=10^(1/10);          % prirastaj verovatnoce greske po bitu
```

```

p=pmin/dp;
%
for j=1:61
    p=p*dp;          % verovatnoca greske po bitu
    y(j)=p;
    q=1-p;           % verovatnoca ispravnog prenosa bita
    pf=1-(1-p)^n;
%
%   odredjivanje kanalnih verovatnoca
for ij=1:m
%       x(ij)=1;
    pp(ij)=min(x(ij)*p,0.5); % kanalne verovatnoce
end
%
[Psc,Psc_mc]=F_m_copy(m,n,pp);
Psc_m(j)=Psc;      % Psc za razlicite kanalne verovatnoce    / - crna /
Psc_mc_m(j)=Psc_mc; % Psc+mc za razlicite kanalne verovatnoce / -o crvena /
Psc_mc;
%
[Ph]=F_formula(m,n,p); % Psc+mc za iste kanalne verovatnoce    / * plava /
Ph_m(j)=Ph;
Ph;
%
end
%
% crtanje grafika
figure;
loglog(y,Psc_m,'-k',y,Psc_mc_m,'-or',y,Ph_m,'*b');
axis([pmin pmax 1.0e-10 1]);
grid on;
xlabel('Bit error probability');
ylabel('Transmission error probability');

```

Potprogram F_m_copy.m

```
% Potprogram F_m_copy
% racuna verovatnocu retransmisije SC i SC+MC procedure u slucaju
% razlicitih kanalnih verovatnoca u funkciji verovatnoce greske po bitu
%-----
% ulaz:
% m ..... broj kanala
% n ..... duzina okvira izrazena u bitima
% pp ..... vektor sa kanalnim verovatnocama
%-----
% pomocne velicine:
% i ..... vektor i [i1,i2,i3,...,i ceo deo od m/2]
% j ..... vektor j [j1,j2,j3,...,j ceo deo od m/2]
%-----
% izlaz:
% Psc ..... verovatnoca retransmisije u slucaju SC procedure
% Psc+mc .... verovatnoca retransmisije u slucaju SC+MC procedure
%-----
%
function [Psc,Psc_mc]=F_m_copy(m,n,pp);
%
% verovatnoca ispravnog prenosa bita u pojedinim kanalima
for ij=1:m
    qq(ij)=1-pp(ij);
end
%
% proizvod kanalnih verovatnoca ispravnog prenosa bita
Q=1;
for ij=1:m
    Q=Q*qq(ij);
end
%
% racunanje verovatnoce retransmisije u slucaju SC procedure
Psc=1;
for ij=1:m
    Psc=Psc*(1-qq(ij)^n);
end
%
% inicijalizacija pomocnih vektora
%
for ij=1:fix(m/2)
    i(ij)=0;
    S(ij)=0;
    RP(ij)=0;
    RS(ij)=0;
end
%
```

```

%
%
% racunanje verovatnoce retransmisije u slucaju SC+MC procedure

% NULTI RED (kv=0)
% racunanje horizontalnih suma kh=1:ceo deo od m/2
for kh=1:fix(m/2)
    j(kh+1)=0;
    [S]=F_suma_H(i,j,kh,m,pp,S);
    SS(kh)=S(kh);
end
% zbir horizontalnih suma
Hsuma=1+sum(SS);
%
RR0=1-(Q*Hsuma)^n;
%
% racunanje vertikalnih suma kv=1:ceo deo od m/2
kh=0;
for kv=1:fix(m/2)
    i(kv+1)=0;
    [RP]=F_suma_RP(i,kv,m,n,pp,RP);
    [RS]=F_suma_RS(i,j,kv,kh,m,n,pp,RS);
%
    R(kv)=RP(kv)-RS(kv);
%
    RR(kv)=(-1)^kv*R(kv);
end
%
% zbir vertikalnih suma
Psc_mc=RR0+sum(RR);
%
return

```

Potprogram F_suma_H.m

```
% Potprogram F_suma_H
% racuna k-tu poedinacnu horizontalnu sumu
%-----
% ulaz:
% i ..... vektor i [i1,i2,i3,...,i ceo deo od m/2]
% j ..... vektor j [j1,j2,j3,...,j ceo deo od m/2]
% k ..... red sume
% m ..... broj kanala
% n ..... duzina okvira izrazena u bitima
% pp .... vektor sa kanalnim verovatnocama
% S ..... vrednost (k-1)-ve poedinacne sume
%-----
% izlaz:
% S ..... vrednost k-te poedinacne sume
%-----
%
function [S]=F_suma_H(i,j,k,m,pp,S);
%
S(k)=0;
jmin=j(k+1)+1;
jmax=m-k+1;
for jj=jmin:jmax
    j(k)=jj;
    qq(jj)=1-pp(jj);
    pq(jj)=pp(jj)/qq(jj);
%
    a(jj)=1;
    for ii=1:fix(m/2)
        if jj==i(ii)
            a(jj)=0;
        end
    end
end
%
kk=k-1;
if kk==0
    S(k)=S(k)+a(jj)*pq(jj);
else
    [S]=F_suma_H(i,j,kk,m,pp,S);
    S(k)=S(k)+a(jj)*pq(jj)*S(kk);
end
end
%
return
```

Potprogram F_suma_RP.m

```
% Potprogram F_suma_RP
% racuna prvi clan u kv redu
%-----
% ulaz:
% i ..... vektor i
% kv ..... pozicija reda
% m ..... broj kanala
% n ..... duzina okvira izrazena u bitima
% pp ..... vektor sa kanalnim verovatnocama
%-----
% izlaz:
% RP ..... vrednost prvog clana u kv redu
%-----
%
function [RP]=F_suma_RP(i,kv,m,n,pp,RP);
%
RP(kv)=0;
imin=i(kv+1)+1;
imax=m-kv+1;
for ii=imin:imax
    i(kv)=ii;
    qq(ii)=1-pp(ii);
%
    kkv=kv-1;
    if kkv==0;
        RP(kv)=RP(kv)+qq(ii)^n;
    else
        [RP]=F_suma_RP(i,kkv,m,n,pp,RP);
        RP(kv)=RP(kv)+qq(ii)^n*RP(kkv);
    end
end
%
return
```

Potprogram F_SUMA_RS.m

```
% Potprogram F_SUMA_RS
% racuna drugi clan u kv redu
%-----
% ulaz:
% i ..... vektor i
% j ..... vektor j
% kv ..... pozicija reda
% kh ..... red pojedinačne horizontalne sume
% m ..... broj kanala
% n ..... dužina okvira izražena u bitima
% pp ..... vektor sa kanalnim verovatnoćama
%-----
% izlaz:
% RS ..... vrednost drugog člana u kv redu
%-----
%
function [RS]=F_suma_RS(i,j,kv,kh,m,n,pp,RS);
%
% verovatnoća ispravnog prenosa bita u pojedinim kanalima
for ij=1:m
    qq(ij)=1-pp(ij);
end
%
% proizvod verovatnoća ispravnog prenosa bita
Q=1;
for ij=1:m
    Q=Q*qq(ij);
end
%
RS(kv)=0;
imin=i(kv+1)+1;
imax=m-kv+1;
for ii=imin:imax
    i(kv)=ii;
    qq(ii)=1-pp(ii);
%
    kkv=kv-1;
    if kkv==0;
%        racunanje horizontalnih suma
        for ij=1:fix(m/2)
            S(ij)=0;
        end
        for kh=1:fix(m/2)
            j(kh+1)=0;
            [S]=F_suma_H(i,j,kh,m,pp,S);
            SH(kh)=S(kh);
```

```

        end
    %
    %      zbir horizontalnih suma

    Hsuma=1+sum(SH);
    %
    RS(kv)=RS(kv)+(Q*Hsuma)^n;
    %
    else
        [RS]=F_suma_RS(i,j,kkv,kh,m,n,pp,RS);
        RS(kv)=RS(kv)+RS(kkv);
    end
end
%
return

```

Potprogram F_formula.m

```
% Potprogram F_formula
% racuna verovatnocu retransmisije SC+MC procedure u slucaju
% jednakih kanalnih verovatnoca u funkciji verovatnoce greske po bitu
%-----
% ulaz:
% m ..... broj kanala
% n ..... duzina okvira izrazena u bitima
% p ..... verovatnoca greske po bitu
%-----
% izlaz:
% Ph ..... verovatnoca retransmisije
%-----
%
function [Ph]=F_formula(m,n,p)
%
q=1-p;          % verovatnoca ispravnog prenosa bita
%
suma1=0;
for i=0:fix(m/2)
%   racunanje m nad i
    m1=m;
    if i==0
        m1_nad_i=1;
    else
        m1_nad_i=1;
        for k=1:i
            m1_nad_i=m1_nad_i*(m1-i+k)/k;
        end
    end
end
%
suma2=0;
for j=0:fix(m/2)
%   racunanje m-i nad j
    m2=m-i;
    if j==0
        m2_nad_j=1;
    else
        m2_nad_j=1;
        for k=1:j
            m2_nad_j=m2_nad_j*(m2-j+k)/k;
        end
    end
    suma2=suma2+m2_nad_j*p^j*q^(m-i-j);
end
suma1=suma1+(-1)^i*m1_nad_i*q^(n*i)*(1-suma2^n);
end
```

```
%  
    Ph=suma1;  
%  
    return
```

B. RAČUNANJE PRELAZNIH VEROVATNOĆA

U ovom prilogu je dato izvođenje izraza za prelazne verovatnoće za slučaj scenarija B3 sa $m = 3$ kanala. Izvođenje je vršeno pod pretpostavkom da su sve tri kanalne verovatnoće međusobno jednake [27] – [28].

B.1. Preliminarne definicije i oznake

Posmatrajmo m prenetih kopija istog okvira koje su poređane jedna ispod druge. Označimo sa $E(i, j)$ indikator greške na proizvoljnoj bitskoj poziciji koji ima vrednost 1, ako je bit pogrešan, ili 0, ako je bit ispravan. Pri tome, indeks j označava redni broj kopije, a indeks i , redni broj elementarnog događaja. Pod elementarnim događajem S_i podrazumevamo jednu od mogućih kombinacija grešaka koje se mogu pojaviti na istoj bitskoj poziciji u prenetim kopijama okvira.

Ako sa p označimo verovatnoću greške po bitu, verovatnoća pojavljivanja elementarnog događaja S_i je data izrazom:

$$s_i = \prod_{j=1}^m p^{E(i,j)} \cdot (1-p)^{1-E(i,j)}, \quad (i = 0 : M, \quad M = 2^m - 1). \quad (\text{B.1.1})$$

Svaki prenos od m kopija jednog okvira može se posmatrati kao složeni događaj $\{k_0, k_1, \dots, k_i, \dots, k_M\}$ u kome se elementarni događaji S_i ponavljaju k_i puta. Podrazumeva se da je ispunjen uslov $k_0 + k_1 + \dots + k_M = n$. Verovatnoća ovog složenog događaja je data izrazom:

$$C(k_0, k_1, \dots, k_M) = s_0^{k_0} \cdot s_1^{k_1} \cdot \dots \cdot s_M^{k_M}, \quad (\text{B.1.2})$$

a verovatnoća unije ovih složenih događaja ima polinomijalnu raspodelu i može se napisati u sledećem obliku:

$$G(k_0, k_1, \dots, k_M) = \frac{n!}{k_0! \cdot k_1! \cdot \dots \cdot k_M!} s_0^{k_0} \cdot s_1^{k_1} \cdot \dots \cdot s_M^{k_M}. \quad (\text{B.1.3})$$

Sumiranjem izraza (B.1.3) po svim mogućim vrednostima k_i , dobija se:

$$\sum_{k_0} \dots \sum_{k_M} \frac{n!}{k_0! \cdot k_1! \cdot \dots \cdot k_M!} s_0^{k_0} \cdot s_1^{k_1} \cdot \dots \cdot s_M^{k_M} = (s_0 + s_1 + \dots + s_M)^n = 1. \quad (\text{B.1.4})$$

B.2. Računanje prelaznih verovatnoća

U ovom odeljku biće određeni izrazi za verovatnoće p_f , p_m i p_h .

Verovatnoća p_f : Ako sa p označimo verovatnoću greške po bitu, a sa n broj bita u okviru, verovatnoća pogrešnog prenosa okvira je data izrazom:

$$p_f = 1 - q^n, \quad (\text{B.1.5})$$

gde je $q = 1 - p$ verovatnoća ispravnog prenosa bita.

Verovatnoća p_m : Verovatnoća p_m predstavlja količnik verovatnoća $P(H_3')$ i $P(H_2'')$ koje odgovaraju stanjima H_3' i H_2'' (vidi sliku 3.23).

$$p_m = \frac{P(H_3')}{P(H_2'')}. \quad (\text{B.1.6})$$

Verovatnoća $P(H_2'')$ predstavlja verovatnoću događaja da prva, druga i treća kopija budu pogrešne, tako da je:

$$P(H_2'') = p_f^3. \quad (\text{B.1.7})$$

Zamenom (B.1.5) u (B.1.7), prethodni izraz postaje:

$$P(H_2'') = (1 - q^n)^3. \quad (\text{B.1.8})$$

Događaj H_3' je posledica neuspešne korekcije greške bazirane na majoritetnom kombinovanju tri uzastopne kopije okvira. Prenos je pogrešan ukoliko su sve tri kopije pogrešne i ukoliko postoji bar jedna bitska pozicija sa dvostrukom ili trostrukom greškom.

U tabeli B.1 su dati elementarni događaji S_i ($i=0:7$) koji predstavljaju jednu od mogućih kombinacija grešaka koje se mogu pojaviti na istoj bitskoj poziciji u prve tri kopije okvira. Ovi događaji se mogu specificirati pomoću indikatora greške $E(i, j)$ ($j=1:3$).

Tabela B.1. Specifikacija elementarnih događaja S_i ($i = 0:7$)

Događaj S_i	Indikator greške			Σ_{123} grešaka
	$E(i,1)$	$E(i,2)$	$E(i,3)$	
0	0	0	0	0
1	1	0	0	1
2	0	1	0	1
3	1	1	0	2
4	0	0	1	1
5	1	0	1	2
6	0	1	1	2
7	1	1	1	3

*0 i 1 označavaju redom pogrešan i ispravan prenos bita.

Pod pretpostavkom da indikator greške $E(i, j)$ ima vrednost 1, ako je bit pogrešan, ili 0, ako je bit ispravan, verovatnoća s_i ($i=0:7$) elementarnog događaja S_i je data izrazom:

$$s_i = \prod_{j=1}^3 p^{E(i,j)} \cdot (1-p)^{1-E(i,j)}. \quad (\text{B.1.9})$$

U cilju dalje analize, uvedimo sledeće oznake:

$$(i) \quad G(k_i \geq 0) \equiv G(k_i), \quad G(k_i = 0) \equiv G(k_i^0), \quad G(k_i > 0) \equiv G(k_i^+); \quad (\text{B.1.10})$$

$$(ii) \quad G(k_i) = G(k_i^0) + G(k_i^+); \quad (\text{B.1.11})$$

gde k_i ($i = 0:7$) predstavlja broj pojavljivanja elementarnog događaja S_i .

Nađimo sada analitički izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa $P(H_3')$. Polazeći od pretpostavke da vrednost izraza za verovatnoću pogrešnog prenosa ostaje nepromenjena ako zamenimo redosled koraka u izvršavanju procedure, možemo pisati:

$$P(H_3') = 1 - (Q_{MC} + Q_{SC/MC}), \quad (\text{B.1.12})$$

gde Q_{MC} predstavlja verovatnoću uspešnog prenosa ukoliko se MC izvršava u prvom koraku, a $Q_{SC/MC}$, verovatnoću uspešnog prenosa kada se SC aktivira posle neuspešne MC procedure.

Verovatnoća Q_{MC} : Pod pretpostavkom da se u prijemniku izvršava samo MC procedura, prenos će biti uspešan ukoliko na bilo kojoj bitskoj poziciji ima najviše jedna greška. Saglasno tabeli 3.1, izraz za verovatnoću Q_{MC} se može napisati:

$$Q_{MC} = G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6^0, k_7^0) = (s_0 + s_1 + s_2 + s_4)^n. \quad (\text{B.1.13})$$

Verovatnoća $Q_{SC/MC}$: Nađimo sada verovatnoću ispravnog prenosa pod uslovom da je MC procedura bila neuspešna. Ovo je ekvivalentno slučaju da je jedna kopija okvira ispravna, a da se u preostala dve pojavila bar jedna bitska pozicija sa dvostrukom greškom. Izraz za verovatnoću $Q_{SC/MC}$ se može napisati u obliku sume:

$$Q_{SC/MC} = R_1 + R_2 + R_3, \quad (\text{B.1.14})$$

gde su R_1 , R_2 i R_3 parcijalne verovatnoće ispravnog prenosa prve, druge i treće kopije okvira, pod uslovom da preostale dve kopije imaju bar po jednu bitsku poziciju sa dvostrukom greškom.

Saglasno tabeli 3.1, izrazi za parcijalne verovatnoće ispravnog prenosa su redom:

$$R_1 = G(k_0, k_1^0, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6^+, k_7^0), \quad (\text{B.1.15})$$

$$R_2 = G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4, k_5^+, k_6^0, k_7^0), \quad (\text{B.1.16})$$

$$R_3 = G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^0, k_5^0, k_6^0, k_7^0). \quad (\text{B.1.17})$$

S obzirom da važi:

$$(i) \quad G(k_i^+) = G(k_i) - G(k_i^0), \quad (\text{B.1.18})$$

zamenom (B.1.15) – (B.1.17) u (B.1.14), izraz za verovatnoću $Q_{SC/MC}$ postaje:

$$\begin{aligned} Q_{SC/MC} = & G(k_0, k_1^0, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6, k_7^0) - G(k_0, k_1^0, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6^0, k_7^0) \\ & + G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4, k_5, k_6^0, k_7^0) - G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6^0, k_7^0) , \\ & + G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4^0, k_5^0, k_6^0, k_7^0) - G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4^0, k_5^0, k_6^0, k_7^0) \end{aligned} \quad (B.1.19)$$

odnosno:

$$\begin{aligned} Q_{SC/MC} = & (s_0 + s_2 + s_4 + s_6)^n - (s_0 + s_2 + s_4)^n \\ & + (s_0 + s_1 + s_4 + s_5)^n - (s_0 + s_1 + s_4)^n . \\ & + (s_0 + s_1 + s_2 + s_3)^n - (s_0 + s_1 + s_2)^n \end{aligned} \quad (B.1.20)$$

Uzimajući u obzir (B.1.9) i zamenom (B.1.13) i (B.1.20) u (B.1.12), izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa $P(H_3')$ postaje:

$$\begin{aligned} P(H_3') = & 1 - (q^3 + 3 \cdot pq^2)^n \\ & - 3 \cdot q^n \cdot [1 - (q^2 + 2 \cdot pq)^n] , \end{aligned} \quad (B.1.21)$$

odnosno,

$$P(H_3') = 1 - q^{2n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n - 3 \cdot q^n \cdot [1 - q^n \cdot (1 + p)^n] \quad (B.1.22)$$

Najzad, zamenom izraza (B.1.8) i (B.1.22) u (B.1.6), verovatnoća pogrešnog prenosa p_m se može napisati kao:

$$p_m = \frac{1 - q^{2n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n - 3 \cdot q^n \cdot [1 - q^n \cdot (1 + p)^n]}{(1 - q^n)^3} . \quad (B.1.23)$$

Verovatnoća p_h : Verovatnoća p_h predstavlja količnik verovatnoća $P(H_4')$ i $P(H_3'')$ koje odgovaraju stanjima H_4' i H_3'' (vidi sliku 3.23).

$$p_h = \frac{P(H_4')}{P(H_3'')} . \quad (B.1.24)$$

Verovatnoća $P(H_3'')$ predstavlja verovatnoću događaja da prva, druga, treća i četvrta kopija okvira budu pogrešne i da na prve tri kopije postoji bar jedna bitska pozicija sa dvostrukom ili trostrukom greškom. Ova verovatnoća se može napisati u obliku proizvoda:

$$P(H_3'') = p_f \cdot P(H_3') . \quad (B.1.25)$$

Zamenom izraza (B.1.5) i (B.1.22) u (B.1.25), izraz za $P(H_3'')$ postaje:

$$P(H_3'') = (1 - q^n) \cdot \{1 - q^{2n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n - 3 \cdot q^n \cdot [1 - q^n \cdot (1 + p)^n]\} . \quad (B.1.26)$$

Verovatnoća $P(H_4')$ je posledica neuspešne korekcije greške bazirane na majoritetnom kombinovanju prve tri, odnosno druge tri kopije okvira. Drugim rečima, prenos je pogrešan, ako su sve kopije pogrešne, i ako na prvoj, drugoj i trećoj kopiji, i na drugoj, trećoj i četvrtoj kopiji okvira, istovremeno postoji bar po jedna bitska pozicija sa dvostrukom ili trostrukom greškom. Verovatnoća $P(H_4')$ se može predstaviti na sledeći način:

$$P(H_4') = P(H_3'') - Q(H_4'), \quad (\text{B.1.27})$$

gde je $Q(H_4')$ verovatnoća uspešnog prenosa druge tri kopije okvira. U datim uslovima, prenos druge tri kopije okvira je uspešan ako na ovim kopijama nema bitske pozicije sa dvostrukom ili trostrukom greškom.

Da bismo odredili verovatnoću $Q(H_4')$, neophodno je odrediti kako pojedine kombinacije grešaka doprinose verovatnoći pogrešnog prenosa $P(H_3'')$.

U tabeli B.2 su dati elementarni događaji S_i ($i=0:15$) koji predstavljaju jednu od mogućih kombinacija grešaka koje se mogu pojaviti na istoj bitskoj poziciji u prve tri i druge tri kopije okvira. Ovi događaji se mogu specificirati pomoću indikatora greške $E(i, j)$ ($j=1:4$).

Tabela B.2. Specifikacija elementarnih događaja S_i ($i = 0:15$)

Događaj S_i	Σ_{123} grešaka	Indikator greške				Σ_{234} grešaka
		$E(i,1)$	$E(i,2)$	$E(i,3)$	$E(i,4)$	
0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	0
2	1	0	1	0	0	1
3	2	1	1	0	0	1
4	1	0	0	1	0	1
5	2	1	0	1	0	1
6	2	0	1	1	0	2
7	3	1	1	1	0	2
8	0	0	0	0	1	1
9	1	1	0	0	1	1
10	1	0	1	0	1	2
11	2	1	1	0	1	2
12	1	0	0	1	1	2
13	2	1	0	1	1	2
14	2	0	1	1	1	3
15	3	1	1	1	1	3

*0 i 1 označavaju redom pogrešan i ispravan prenos bita.

Pod pretpostavkom da indikator greške $E(i, j)$ ima vrednost 1, ako je bit pogrešan, ili 0, ako je bit ispravan, verovatnoća s_i ($i=0:15$) elementarnog događaja S_i je data izrazom:

$$s_i = \prod_{j=1}^4 p^{E(i,j)} \cdot (1-p)^{1-E(i,j)}. \quad (\text{B.1.28})$$

U cilju dalje analize, uvedimo sledeće oznake:

$$(i) \quad G(k_i \geq 0) \equiv G(k_i), \quad G(k_i = 0) \equiv G(k_i^0), \quad G(k_i > 0) \equiv G(k_i^+); \quad (\text{B.1.29})$$

$$(ii) \quad G(k_i) = G(k_i^0) + G(k_i^+); \quad (\text{B.1.30})$$

gde k_i ($i = 0:15$) predstavlja broj pojavljivanja elementarnog događaja S_i .

Polazeći od pretpostavke da vrednost izraza za verovatnoću pogrešnog prenosa ostaje nepromenjena ako zamenimo redosled u izvršavanju SC i MC procedura, izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa $P(H_3'')$ se može napisati kao:

$$P(H_3'') = 1 - (Q_{MC} + Q_{SC/MC}), \quad (\text{B.1.31})$$

gde Q_{MC} predstavlja verovatnoću uspešnog prenosa ukoliko se MC izvršava u prvom koraku, a $Q_{SC/MC}$, verovatnoću uspešnog prenosa kada se SC aktivira posle neuspešne MC procedure.

Verovatnoća Q_{MC} : Pod pretpostavkom da se u prijemu izvršava samo MC procedura, prenos će biti uspešan ukoliko na bilo kojoj bitskoj poziciji u prve tri kopije ima najviše jedna greška. Saglasno tabeli B.2, izraz za verovatnoću Q_{MC} se može napisati:

$$\begin{aligned} Q_{MC} &= G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6^0, k_7^0, k_8, k_9, k_{10}, k_{11}^0, k_{12}, k_{13}^0, k_{14}^0, k_{15}^0) \\ &= (s_0 + s_1 + s_2 + s_4 + s_8 + s_9 + s_{10} + s_{12})^n \end{aligned} \quad (\text{B.1.32})$$

Verovatnoća $Q_{SC/MC}$: Nađimo sada verovatnoću uspešnog prenosa pod uslovom da je MC procedura bila neuspešna. Prenos je uspešan ukoliko je bar jedna od četiri kopije ispravna i ako na prve tri kopije postoji bar jedna bitska pozicija sa dvostrukom ili trostrukom greškom. To znači da postoje dve grupe događaja koje ispunjavaju dati uslov u zavisnosti od toga da li je ispravna samo jedna kopija ili postoje dve ispravne kopije. Saglasno tome, izraz za verovatnoću $Q_{SC/MC}$ se može napisati u obliku sume:

$$Q_{SC/MC} = Q_A + Q_B, \quad (\text{B.1.33})$$

gde Q_A i Q_B označavaju verovatnoće dva međusobno isključiva događaja koji odgovaraju gore pomenutim slučajevima pri kojima je prenos okvira uspešan.

Verovatnoća Q_A predstavlja verovatnoću događaja koji obuhvataju slučajeve ispravnog prenosa samo jedne kopije okvira, sa dvostrukom ili trostrukom greškom na prve tri kopije okvira. U zavisnosti od toga koja je kopija ispravna, razlikujemo četiri parcijalne verovatnoće uspešnog prenosa označene sa R_1 , R_2 , R_3 i R_4 .

Nađimo sada izraz za verovatnoću uspešnog prenosa prve kopije okvira R_1 . Prenos je uspešan ako postoji takva kombinacija elementarnih događaja S_i ($i = 0:15$) koja obezbeđuje bar jednu dvostruku grešku na istoj bitskoj poziciji u drugoj i trećoj kopiji i bar jednu grešku na bilo kojoj poziciji u četvrtoj kopiji.

U cilju dalje analize, uvedimo sledeće oznake:

$$G(k_0, k_1^0, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6, k_7^0, k_8, k_9^0, k_{10}, k_{11}^0, k_{12}, k_{13}^0, k_{14}, k_{15}^0) \equiv G(k_0, k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}), \quad (\text{B.1.34})$$

$$G(k_0, k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^+) = V_{14}, \quad (\text{B.1.35})$$

$$G(k_0, k_2, k_4, k_6^+, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^0) = V_6 + G(k_0, k_2, k_4, k_6^+, k_8^0, k_{10}^0, k_{12}^0, k_{14}^0), \quad (\text{B.1.36})$$

gde V_{14} i V_6 predstavljaju parcijalne verovatnoće uspešnog prenosa prve kopije okvira. Verovatnoća $G(k_0, k_2, k_4, k_6^+, k_8^0, k_{10}^0, k_{12}^0, k_{14}^0)$ predstavlja verovatnoću uspešnog prenosa i prve i četvrte kopije okvira, sa bar jednom bitskom pozicijom sa dvostrukom greškom na drugoj i trećoj kopiji, što se može smatrati “neuspehom” imajući u vidu da se tražila samo verovatnoća uspešnog prenosa prve kopije.

Polazeći od izraza $G(k_0, k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14})$, možemo pisati:

$$\begin{aligned} G(k_0, k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}) &= G(k_0, k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^0) + G(k_0, k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^+) \\ &= A_1 + V_{14} \end{aligned} \quad (\text{B.1.37})$$

S obzirom da drugi sabirak V_{14} ispunjava kriterijum da prva kopija bude pogrešna, da postoji bar jedna dvostruka greška na drugoj i trećoj kopiji i da četvrta kopija bude pogrešna, nastavimo sa daljim rastavljanjem prvog sabirka:

$$\begin{aligned} A_1 &= G(k_0, k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^0) = G(k_0, k_2, k_4, k_6^0, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^0) + G(k_0, k_2, k_4, k_6^+, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^0) \\ &= G(k_0, k_2, k_4, k_6^0, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^0) + A_2 \end{aligned} \quad (\text{B.1.38})$$

Saglasno (B.1.30), drugi sabirak u izrazu (B.1.38) se može dalje rastaviti:

$$A_2 = G(k_0, k_2, k_4, k_6^+, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^0) = V_6 + G(k_0, k_2, k_4, k_6^+, k_8^0, k_{10}^0, k_{12}^0, k_{14}^0). \quad (\text{B.1.39})$$

Prema tome, imajući u vidu (B.1.37) – (B.1.39), verovatnoća uspešnog prenosa prve kopije okvira je jednaka sumi parcijalnih verovatnoća uspešnog prenosa, V_{14} i V_6 :

$$\begin{aligned} R_1 &= V_{14} + V_6 \\ &= G(k_0, k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}) \\ &\quad - G(k_0, k_2, k_4, k_6^+, k_8^0, k_{10}^0, k_{12}^0, k_{14}^0) \\ &\quad - G(k_0, k_2, k_4, k_6^0, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^0) \end{aligned} \quad (\text{B.1.40})$$

S obzirom da važi:

$$(i) \quad G(k_i^+) = G(k_i) - G(k_i^0), \quad (\text{B.1.41})$$

izraz (B.1.40) se može napisati kao:

$$\begin{aligned} R_1 &= V_{14} + V_6 \\ &= G(k_0, k_2, k_4, k_6, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}) \\ &\quad - G(k_0, k_2, k_4, k_6^0, k_8^0, k_{10}^0, k_{12}^0, k_{14}^0) + G(k_0, k_2, k_4, k_6^0, k_8^0, k_{10}^0, k_{12}^0, k_{14}^0) \\ &\quad - G(k_0, k_2, k_4, k_6^0, k_8, k_{10}, k_{12}, k_{14}^0) \end{aligned} \quad (\text{B.1.42})$$

Na sličan način dolazimo do izraza za verovatnoće uspešnog prenosa druge, treće i četvrte kopije:

$$\begin{aligned}
 R_2 &= V_{13} + V_5 \\
 &= G(k_0, k_1, k_4, k_5, k_8, k_9, k_{12}, k_{13}) \\
 &\quad - G(k_0, k_1, k_4, k_5, k_8^0, k_9^0, k_{12}^0, k_{13}^0) + G(k_0, k_1, k_4, k_5^0, k_8^0, k_9^0, k_{12}^0, k_{13}^0), \\
 &\quad - G(k_0, k_1, k_4, k_5^0, k_8, k_9, k_{12}, k_{13}^0)
 \end{aligned} \tag{B.1.43}$$

$$\begin{aligned}
 R_3 &= V_{11} + V_3 \\
 &= G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_8, k_9, k_{10}, k_{11}) \\
 &\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_8^0, k_9^0, k_{10}^0, k_{11}^0) + G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_6^0, k_8^0, k_9^0, k_{10}^0, k_{11}^0), \\
 &\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_8, k_9, k_{10}, k_{11}^0)
 \end{aligned} \tag{B.1.44}$$

$$\begin{aligned}
 R_4 &= V_7 + V_6 + V_5 + V_3 \\
 &= G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6, k_7) \\
 &\quad - G(k_0, k_1^0, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6, k_7^0) + G(k_0, k_1^0, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6^0, k_7^0) \\
 &\quad - G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4, k_5, k_6^0, k_7^0) + G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6^0, k_7^0) \\
 &\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4^0, k_5^0, k_6^0, k_7^0) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4^0, k_5^0, k_6^0, k_7^0) \\
 &\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_6^0, k_7^0)
 \end{aligned} \tag{B.1.45}$$

Imajući u vidu (B.1.28), izrazi (B.1.42) – (B.1.45) postaju:

$$\begin{aligned}
 R_1 &= (s_0 + s_2 + s_4 + s_6 + s_8 + s_{10} + s_{12} + s_{14})^n - \\
 &\quad - (s_0 + s_2 + s_4 + s_6)^n + (s_0 + s_2 + s_4)^n - \\
 &\quad - (s_0 + s_2 + s_4 + s_8 + s_{10} + s_{12})^n
 \end{aligned} \tag{B.1.46}$$

$$\begin{aligned}
 R_2 &= (s_0 + s_1 + s_4 + s_5 + s_8 + s_9 + s_{12} + s_{13})^n - \\
 &\quad - (s_0 + s_1 + s_4 + s_5)^n + (s_0 + s_1 + s_4)^n - \\
 &\quad - (s_0 + s_1 + s_4 + s_8 + s_9 + s_{12})^n
 \end{aligned} \tag{B.1.47}$$

$$\begin{aligned}
 R_3 &= (s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_8 + s_9 + s_{10} + s_{11})^n - \\
 &\quad - (s_0 + s_1 + s_2 + s_3)^n + (s_0 + s_1 + s_2)^n - \\
 &\quad - (s_0 + s_1 + s_2 + s_8 + s_9 + s_{10})^n
 \end{aligned} \tag{B.1.48}$$

$$\begin{aligned}
 R_4 &= (s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 + s_7)^n - \\
 &\quad - (s_0 + s_2 + s_4 + s_6)^n + (s_0 + s_2 + s_4)^n - \\
 &\quad - (s_0 + s_1 + s_4 + s_5)^n + (s_0 + s_1 + s_4)^n - \\
 &\quad - (s_0 + s_1 + s_2 + s_3)^n + (s_0 + s_1 + s_2)^n - \\
 &\quad - (s_0 + s_1 + s_2 + s_4)^n
 \end{aligned} \tag{B.1.49}$$

Verovatnoća Q_B predstavlja verovatnoću događaja koji obuhvataju slučajeve ispravnog prenosa dve kopije okvira, sa dvostrukom greškom na prve tri kopije okvira. To znači da je četvrta kopija uvek ispravna. U zavisnosti od toga koja je kopija ispravna, razlikujemo tri parcijalne verovatnoće uspešnog prenosa označene sa R_{14} , R_{24} i R_{34} koje su date redom:

$$\begin{aligned} R_{14} &= G(k_0, k_2, k_4, k_6^+) \\ &= G(k_0, k_2, k_4, k_6) - G(k_0, k_2, k_4, 0) \end{aligned} \quad (\text{B.1.50})$$

$$\begin{aligned} R_{24} &= G(k_0, k_1, k_4, k_5^+) \\ &= G(k_0, k_1, k_4, k_5) - G(k_0, k_1, k_4, 0) \end{aligned} \quad (\text{B.1.51})$$

$$\begin{aligned} R_{34} &= G(k_0, k_1, k_2, k_3^+) \\ &= G(k_0, k_1, k_2, k_3) - G(k_0, k_1, k_2, 0) \end{aligned} \quad (\text{B.1.52})$$

Imajući u vidu (B.1.28), izrazi (B.1.50) – (B.1.52) postaju:

$$R_{14} = (s_0 + s_2 + s_4 + s_6)^n - (s_0 + s_2 + s_4)^n, \quad (\text{B.1.53})$$

$$R_{24} = (s_0 + s_1 + s_4 + s_5)^n - (s_0 + s_1 + s_4)^n, \quad (\text{B.1.54})$$

$$R_{34} = (s_0 + s_1 + s_2 + s_3)^n - (s_0 + s_1 + s_2)^n. \quad (\text{B.1.51})$$

Prema tome, sumiranjem parcijalnih verovatnoća uspešnog prenosa (B.1.46) – (B.1.49) i (B.1.53) – (B.1.55), izraz za verovatnoću uspešnog prenosa posle neuspešne MC procedure, $Q_{SC/MC}$ postaje:

$$\begin{aligned} Q_{SC/MC} &= (s_0 + s_2 + s_4 + s_6 + s_8 + s_{10} + s_{12} + s_{14})^n \\ &\quad + (s_0 + s_1 + s_4 + s_5 + s_8 + s_9 + s_{12} + s_{13})^n \\ &\quad + (s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_8 + s_9 + s_{10} + s_{11})^n \\ &\quad - (s_0 + s_2 + s_4 + s_6)^n + (s_0 + s_2 + s_4)^n \\ &\quad - (s_0 + s_1 + s_4 + s_5)^n + (s_0 + s_1 + s_4)^n \\ &\quad - (s_0 + s_1 + s_2 + s_3)^n + (s_0 + s_1 + s_2)^n \\ &\quad - (s_0 + s_2 + s_4 + s_8 + s_{10} + s_{12})^n \\ &\quad - (s_0 + s_1 + s_4 + s_8 + s_9 + s_{12})^n \\ &\quad - (s_0 + s_1 + s_2 + s_8 + s_9 + s_{10})^n \\ &\quad + (s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 + s_7)^n \\ &\quad - (s_0 + s_1 + s_2 + s_4)^n \end{aligned} \quad (\text{B.1.56})$$

Zamenom (B.1.32) i (B.1.56) u (B.1.31), izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa $P(H_3'')$ glasi:

$$\begin{aligned}
P(H_3'') = & 1 - (s_0 + s_1 + s_2 + s_4 + s_8 + s_9 + s_{10} + s_{12})^n \\
& - (s_0 + s_2 + s_4 + s_6 + s_8 + s_{10} + s_{12} + s_{14})^n \\
& - (s_0 + s_1 + s_4 + s_5 + s_8 + s_9 + s_{12} + s_{13})^n \\
& - (s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_8 + s_9 + s_{10} + s_{11})^n \\
& + (s_0 + s_2 + s_4 + s_6)^n - (s_0 + s_2 + s_4)^n \\
& + (s_0 + s_1 + s_4 + s_5)^n - (s_0 + s_1 + s_4)^n \\
& + (s_0 + s_1 + s_2 + s_3)^n - (s_0 + s_1 + s_2)^n \\
& + (s_0 + s_2 + s_4 + s_8 + s_{10} + s_{12})^n \\
& + (s_0 + s_1 + s_4 + s_8 + s_9 + s_{12})^n \\
& + (s_0 + s_1 + s_2 + s_8 + s_9 + s_{10})^n \\
& - (s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 + s_7)^n \\
& + (s_0 + s_1 + s_2 + s_4)^n .
\end{aligned} \tag{B.1.57}$$

Uzimajući u obzir (B.1.28), izraz za verovatnoću pogrešnog prenosa $P(H_3'')$ postaje:

$$\begin{aligned}
P(H_3'') = & 1 - (q^4 + 4 \cdot pq^3 + 3 \cdot p^2q^2)^n - 3 \cdot q^n \cdot [1 - (q^3 + 3 \cdot pq^2 + 2 \cdot p^2q)^n] \\
& - q^n \cdot [1 - (q^3 + 3 \cdot pq^2)^n] + 3 \cdot q^{2n} \cdot [1 - (q^2 + 2 \cdot pq)^n] ,
\end{aligned} \tag{B.1.58}$$

odnosno,

$$\begin{aligned}
P(H_3'') = & 1 - q^{2n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n - 3 \cdot q^n \cdot [1 - q^n \cdot (1 + p)^n] \\
& - q^n \cdot [1 - q^{2n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n] + 3 \cdot q^{2n} \cdot [1 - q^n \cdot (1 + p)^n] .
\end{aligned} \tag{B.1.59}$$

Nije teško pokazati da su vrednosti izraza (B.1.26) i (B.1.59) jednake, što potvrđuje činjenicu da je postupak za nalaženje analitičkog izraza za verovatnoću $P(H_3'')$ korektan.

Odredimo sada verovatnoću uspešnog prenosa druge tri kopije okvira $Q(H_4')$. Prenos je uspešan ukoliko nema dvostrukih i trostrukih grešaka na bilo kojoj bitskoj poziciji. Saglasno tome, možemo pisati $k_6 = k_7 = k_{10} = k_{11} = k_{12} = k_{13} = k_{14} = k_{15} = 0$.

Ako dati uslov primenimo u izrazu (B.1.57) vodeći računa da prvi član u izrazu više nije jednak $(s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 + s_7 + s_8 + s_9 + s_{10} + s_{11} + s_{12} + s_{13} + s_{14} + s_{15})^n = 1$, već $(s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_8 + s_9)^n$, izraz za verovatnoću uspešnog prenosa druge tri kopije okvira postaje:

$$\begin{aligned}
Q(H_4') &= (s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_8 + s_9)^n \\
&\quad - (s_0 + s_1 + s_2 + s_4 + s_8 + s_9)^n - (s_0 + s_1 + s_4 + s_5 + s_8 + s_9)^n \\
&\quad - (s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_8 + s_9)^n - (s_0 + s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5)^n, \\
&\quad + (s_0 + s_1 + s_2 + s_8 + s_9)^n + (s_0 + s_1 + s_4 + s_8 + s_9)^n \\
&\quad + (s_0 + s_1 + s_4 + s_5)^n + (s_0 + s_1 + s_2 + s_3)^n + (s_0 + s_1 + s_2 + s_4)^n \\
&\quad - (s_0 + s_1 + s_4)^n - (s_0 + s_1 + s_2)^n
\end{aligned} \tag{B.1.60}$$

odnosno imajući u vidu (B.1.28), možemo pisati:

$$\begin{aligned}
Q(H_4') &= q^{2 \cdot n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n \\
&\quad - q^{2 \cdot n} \cdot (1 + 2 \cdot pq)^n - 3 \cdot q^{2 \cdot n} \cdot (1 + p)^n \\
&\quad + 2 \cdot q^{2 \cdot n} \cdot [1 - q^n \cdot (1 + p)^n] + 2 \cdot q^{2 \cdot n} \cdot (1 + pq)^n + q^{3 \cdot n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n
\end{aligned} \tag{B.1.61}$$

Zamenom (B.1.59) i (B.1.61) u (B.1.27), a zatim (B.1.59) i (B.1.27) u (B.1.24), dolazimo do konačnog izraza za verovatnoću pogrešnog prelaza p_h .

$$p_h = \frac{1 - 4 \cdot q^n + q^{2 \cdot n} [1 - 2 \cdot (1 + 2 \cdot p)^n + (1 + 2 \cdot pq)^n + 6 \cdot (1 + p)^n - 2 \cdot (1 + pq)^n] - q^{3 \cdot n} \cdot (1 + p)^n}{(1 - q^n) \cdot \{1 - q^{2 \cdot n} \cdot (1 + 2 \cdot p)^n - 3 \cdot q^n \cdot [1 - q^n \cdot (1 + p)^n]\}} \tag{B.1.62}$$

Treba napomenuti da postoji i drugi način za računanje izraza za verovatnoću uspešnog prenosa druge tri kopije okvira $Q(H_4')$ pod uslovom da su sve četiri kopije pogrešne i da na prvoj i drugoj i/ili prvoj i trećoj kopiji postoji bar jedna bitska pozicija sa dvostrukom greškom. Prenos druge tri kopije okvira je uspešan ako na ovim kopijama nema bitske pozicije sa dvostrukom ili trostrukom greškom. Saglasno tome, možemo pisati $k_6 = k_7 = k_{10} = k_{11} = k_{12} = k_{13} = k_{14} = k_{15} = 0$.

U cilju dalje analize, uvedimo sledeću oznaku:

$$G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6^0, k_7^0, k_8, k_9, k_{10}^0, k_{11}^0, k_{12}^0, k_{13}^0, k_{14}^0, k_{15}^0) \equiv G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_8, k_9), \tag{B.1.63}$$

Nađimo sada analitički izraz za verovatnoću uspešnog prenosa druge tri kopije okvira $Q(H_4')$ Polazeći od verovatnoće $G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_8, k_9)$, možemo pisati redom:

$$\begin{aligned}
G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_8, k_9) &= G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5^0, k_8, k_9) + G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5^+, k_8, k_9), \\
&= A_1 + A_2
\end{aligned} \tag{B.1.64}$$

$$\begin{aligned}
A_1 &= G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5^0, k_8, k_9) = G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_8, k_9) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4, k_5^0, k_8, k_9), \\
&= U_1 + A_3
\end{aligned} \tag{B.1.65}$$

$$\begin{aligned}
A_2 &= G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5^+, k_8, k_9) = G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8, k_9) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4, k_5^+, k_8, k_9), \\
&= A_4 + A_5
\end{aligned} \tag{B.1.66}$$

$$\begin{aligned}
A_3 &= G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4, k_5^0, k_8, k_9) = G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^0, k_5^0, k_8, k_9) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^+, k_5^0, k_8, k_9), \\
&= U_2 + A_6
\end{aligned} \tag{B.1.67}$$

$$A_4 = G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8, k_9) = G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8, k_9) + G(k_0, k_1, k_2^+, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8, k_9), \quad (\text{B.1.68})$$

$$= U_3 + A_7$$

$$A_5 = G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4, k_5^+, k_8, k_9) = G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4, k_5^+, k_8, k_9^0) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4, k_5^+, k_8, k_9^+), \quad (\text{B.1.69})$$

$$= A_8 + V_1$$

$$A_6 = G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^+, k_5^0, k_8, k_9) = G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^+, k_5^0, k_8, k_9^0) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^+, k_5^0, k_8, k_9^+), \quad (\text{B.1.70})$$

$$= A_9 + V_2$$

$$A_7 = G(k_0, k_1, k_2^+, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8, k_9) = G(k_0, k_1, k_2^+, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8, k_9^0) + G(k_0, k_1, k_2^+, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8, k_9^+), \quad (\text{B.1.71})$$

$$= A_{10} + V_3$$

$$A_8 = G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4, k_5^+, k_8, k_9^0) = G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4, k_5^+, k_8^0, k_9^0) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4, k_5^+, k_8^+, k_9^0), \quad (\text{B.1.72})$$

$$= U_4 + V_4$$

$$A_9 = G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^+, k_5^0, k_8, k_9^0) = G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^+, k_5^0, k_8^0, k_9^0) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^+, k_5^0, k_8^+, k_9^0), \quad (\text{B.1.73})$$

$$= U_5 + V_5$$

$$A_{10} = G(k_0, k_1, k_2^+, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8, k_9^0) = G(k_0, k_1, k_2^+, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8^0, k_9^0) + G(k_0, k_1, k_2^+, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8^+, k_9^0), \quad (\text{B.1.74})$$

$$= U_6 + V_6$$

gde $V_1 \div V_6$ predstavljaju parcijalne verovatnoće uspešnog prenosa druge tri kopije okvira pod uslovom da su sve kopije pogrešne i da se na prvoj i drugoj i/ili prvoj i trećoj kopiji desila bar jedna dvostruka greška. Prema tome, imajući u vidu (B.1.64) – (B.1.74), verovatnoća uspešnog prenosa $Q(H'_4)$ se može izraziti kao zbir parcijalnih verovatnoća ispravnog prenosa $V_1 \div V_6$ ili preko parcijalnih verovatnoće pogrešnog prenosa $U_1 \div U_6$:

$$Q(H'_4) = G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_8, k_9) - (U_1 + U_2 + U_3 + U_4 + U_5 + U_6), \quad (\text{B.1.75})$$

odnosno,

$$\begin{aligned} Q(H'_4) = & G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_8, k_9) \\ & - G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_8, k_9) \\ & - G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^0, k_5^0, k_8, k_9) \\ & - G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8, k_9) \cdot \\ & - G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4, k_5^+, k_8^0, k_9^0) \\ & - G(k_0, k_1, k_2, k_3^+, k_4^+, k_5^0, k_8^0, k_9^0) \\ & - G(k_0, k_1, k_2^+, k_3^0, k_4, k_5^+, k_8^0, k_9^0) \end{aligned} \quad (\text{B.1.76})$$

S obzirom da važi:

$$(i) \quad G(k_i^+) = G(k_i) - G(k_i^0), \quad (\text{B.1.77})$$

$$\begin{aligned} (ii) \quad G(k_i^+, k_j^+) = & G(k_i, k_j) \\ & - G(k_i, k_j^0) - G(k_i^0, k_j), \quad (\text{B.1.78}) \\ & + G(k_i^0, k_j^0) \end{aligned}$$

izraz (B.1.76) se može napisati kao:

$$\begin{aligned}
Q(H_4') &= G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_8, k_9) \\
&\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_8, k_9) \\
&\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4^0, k_5^0, k_8, k_9) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4^0, k_5^0, k_8, k_9) \\
&\quad - G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4, k_5, k_8, k_9) + G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4^0, k_5^0, k_8, k_9) \\
&\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_8^0, k_9^0) \\
&\quad + G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5^0, k_8^0, k_9^0) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5, k_8^0, k_9^0) \\
&\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_8^0, k_9^0) \\
&\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4, k_5^0, k_8^0, k_9^0) \\
&\quad + G(k_0, k_1, k_2, k_3, k_4^0, k_5^0, k_8^0, k_9^0) + G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_8^0, k_9^0) \\
&\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4^0, k_5^0, k_8^0, k_9^0) \\
&\quad - G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5, k_8^0, k_9^0) \\
&\quad + G(k_0, k_1, k_2, k_3^0, k_4, k_5^0, k_8^0, k_9^0) + G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4, k_5, k_8^0, k_9^0) \\
&\quad - G(k_0, k_1, k_2^0, k_3^0, k_4, k_5^0, k_8^0, k_9^0)
\end{aligned} \tag{B.1.79}$$

Primenom sličnih matematičkih transformacija, dobija se izraz za verovatnoću uspešnog prenosa $Q(H_4')$ koji je identičan izrazu (B.1.61).

C. SPISAK SKRAĆENICA

Oznaka	Značenje
ACK	Positive Acknowledgement
ARQ	Automatic Repeat Request
BER	Bit Error Rate
BPSK	Binary Phase Shift Keying
CCA	Clear Channel Assessment
CRC	Cyclic Redudancy Check
CSI	Channel State Information
CSMA-CA	Carrier Sense Multiple Access with Collision Avoidance
DN	Destination Node
DSN	Data Sequence Number
FCF	Frame Control Field
FCS	Frame Check Sequence
FEC	Forward Error Correction
GBN	Go-Back-N
HARQ	Hybrid Automatic Repeat Request
IP	Internet Protocol
LR-WPAN	Low Rate Wireless Personal Area Network
LQI	Link Quality Indication
MFR	MAC Footer
MHR	MAC Header
MPDU	MAC Protocol Data Unit
MSDU	MAC Service Data Unit
NAK	Negative Acknowledgement
OQPSK	Offset Quadrature Phase Shift Keying
OSI	Open Systems Interconnection
PDU	Packet Data Unit
PPDU	PHY Protocol Data Unit
PSDU	PHY Data Service Unit
RN	Relay Node
SDU	Service Data Unit
SFD	Start of Frame Delimiter
SHR	Synchronization Header
SN	Source Node
SNR	Signal to Noise Ratio
SR	Selective Repeat
SW	Stop and Wait
WSN	Wireless Sensor Networks

D. SPISAK SIMBOLA

Oznaka	Značenje
L	Dužina okvira u bitima
m	Broj putanja (kanala) / broj kopija
N	Normalizovano kružno kašnjenje
n_f	Broj kopija / slotova u simulacionom postupku
p_E	Ekvivalentna kanalna verovatnoća
p_k	Kanalna verovatnoća
P_f	Verovatnoća pogrešnog prenosa okvira
S	Propusnost
$\hat{S}$	Procenjena vrednost propusnosti
P_{SC}	Verovatnoća retransmisije u slučaju primene SC procedure
P_{SC}^A	Aproksimativni izraz za verovatnoću retransmisije u slučaju primene SC
P_{SC+MC}	Verovatnoća retransmisije u slučaju primene kombinovane procedure
P_{SC+MC}^A	Aproksimativni izraz za verovatnoću retransmisije u slučaju primene kombinovane SC+MC procedure
P_{SC+MC}^E	Aproksimativni izraz za verovatnoću retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće u slučaju primene kombinovane SC+MC procedure
P_{SC+MC}^S	Aproksimativni izraz za verovatnoću retransmisije za jednake kanalne verovatnoće u slučaju primene kombinovane SC+MC procedure
P_{SC+MC}^U	Aproksimativni izraz za gornju granicu verovatnoće retransmisije u slučaju primene kombinovane SC+MC procedure
Q_{MC}	Verovatnoća uspeha MC procedure
$Q_{MC/SC}$	Verovatnoća uspeha MC procedure posle otkaza SC procedure
$Q_{SC/MC}$	Verovatnoća uspeha SC procedure posle otkaza MC procedure
$\bar{T}$	Srednje vreme trajanja retransmisionih ciklusa
T_f	Trajanje okvira
$\lfloor x \rfloor$	Celobrojni deo od x
SC	Selektivno kombinovanje (odlučivanje)
MC	Majoritetno kombinovanje (odlučivanje)
SC+MC	Kombinovano odlučivanje

E. SPISAK SLIKA

R.b.	Naziv	Str.
1.1.	Topologija jedne tipične mreže sa višestrukim putanjama.....	6
1.2.	Pojednostavljeni model ARQ šeme sa majoritetnim kombinovanjem paketa	7

2.1.	Teorijski model za detekciju i korekciju grašaka posredstvom SC+MC procedure	11
2.2.	Ilustrativni primer: (a) verovatnoće pogrešnog prenosa okvira u tri individualna kanala; (b) verovatnoća retransmisije posle SC procedure, i (c) verovatnoća retransmisije posle SC+MC procedure	16
2.3.	Komparacija tačne i aproksimativnih formula za verovatnoću retransmisije ($L=50$ i $L=2000$, $m=3$; $x_1=1/10$, $x_2=1$ i $x_3=10$)	18
2.4.	Klase raspodela koeficijenata rasejavanja	19
2.5.	Relativna promena verovatnoće retransmisije P_{SC+MC} u slučaju odabranih klasa koeficijenata rasejavanja (a) $p_E=5 \times 10^{-5}$, (b) $p_E=5 \times 10^{-4}$, (c) $p_E=5 \times 10^{-5}$ ($m=3$, $L=500$)	20 21
2.6.	Prikaz gornje granice, aproksimativne i egzaktno vrednosti verovatnoće retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće, ($L=50$ i $L=2000$, $m=5$; $x_1=1/10$, $x_2=1/3$; $x_3=1$; $x_4=3$ i $x_5=10$)	25
2.7.	Prikaz memorisanih kopija i ilustracija podskupova $i_m^v[k]$ i $j_{m-k}^{w,v}[s]$	29
2.8.	Prikaz gornje granice, egzaktno i aproksimativne vrednosti verovatnoće retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće (a) $m=7$, (b) $m=9$, (c) $m=11$, (SC1, $L=72$ i $L=1024$)	34 35
2.9.	Efekat rasejavanja na verovatnoće retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće (a) $m=7$, (b) $m=9$, (c) $m=11$, ($L=1024$, SC1 klasa je označena zvezdicom).....	37 38
2.10.	Verovatnoća retransmisije u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće, (a) SC procedura, (b) SC+MC procedura, ($L=1024$ i $m=3, 5, 7, 9$ i 11)	39
2.11.	Verovatnoća retransmisije u funkciji dužine okvira, ($p_E=10^{-2}$ i $m=3$ i 11)	40
2.12.	Iznos (a) “apsolutnog” i (b) “relativnog” doprinosa u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće ($L=1024$ i $m=3, 5, 7, 9$ i 11)	41
2.13.	Dijagrami koji ilustruju ograničenja za $Q_{MC/SC}$	42
2.14.	Verovatnoća retransmisije u funkciji odnosa snaga signal-šum, ($L=1024$ i $m=3$ i 11)	43
2.15.	Dobitak u zavisnosti od broja kanala (a) $L=1024$ i (b) $L=72$; (referentna vrednost verovatnoće retransmisije $P_{ref}=10^{-3}$, 10^{-6} i 10^{-9})	44

3.1.	Ekvivalentni model za računanje propusnosti ARQ šeme sa SC+MC procedurom	46
3.2.	Vremenski dijagram za scenario B1 ($m = 3$)	46
3.3.	Vremenski dijagram za scenario B2 ($m = 3$)	47
3.4.	Vremenski dijagram za scenario B3 ($m = 3$)	47
3.5.	Dijagram toka aktivnosti scenarija B1 ($m = 3$)	49
3.6.	Dijagram stanja scenarija B1	50
3.7.	Komprimovani dijagram stanja scenarija B1	50
3.8.	Retransmisioni ciklusi scenarija B1	50
3.9.	Model za procenu propusnosti scenarija B1	53
3.10.	Dijagram toka simulacionog postupka za scenario B1	53
3.11.	Dijagram toka za drugu fazu simulacionog postupka scenarija B1	55
3.12.	Propusnost scenarija B1 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće ($m = 3, n = 100$ i $N = 4$)	56
3.13.	Dijagram toka scenarija B2 ($m = 3$)	57
3.14.	Dijagram stanja scenarija B2 ($m = 3$)	58
3.15.	Komprimovani dijagram stanja scenarija B2 ($m = 3$)	58
3.16.	Retransmisioni ciklusi scenarija B2	59
3.17.	Model za procenu propusnosti scenarija B2	61
3.18.	Dijagram toka za drugu fazu simulacionog postupka scenarija B2	62
3.19.	Propusnost scenarija B2 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće ($m = 3, n = 100$ i $N = 4$)	63
3.20.	Dijagram toka scenarija B3	64
3.21.	Dijagram stanja scenarija B3	65
3.22.	Komprimovani dijagram stanja B3 scenarija	65
3.23.	Retransmisioni ciklusi scenarija B3	66
3.24.	Model za procenu propusnosti scenarija B3	68
3.25.	Dijagram toka za drugu fazu simulacionog postupka scenarija B3	69
3.26.	Propusnost scenarija B3 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće ($m = 3, n = 100$ i $N = 4$)	70
3.27.	Propusnost scenarija B1, B2 i B3 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće ($m = 3, n = 400, N = 4$)	71
3.28.	Propusnost scenarija B1 i B2 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće pri različitom broju kopija ($n = 400, N = 4, m = 3, 5$ i 7)	72
3.29.	Propusnost scenarija B1 i B2 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće pri različitim dužinama okvira ($m = 3, N = 4, n = 10, 100$ i 1000)	72
3.30.	Propusnost scenarija B1 i B2 u funkciji ekvivalentne kanalne verovatnoće pri različitim vrednostima kružnog kašnjenja ($m = 3, n = 400, N = 1, 4$ i 10)	73

4.1.	Referentni IEEE 802.15.4/ZigBee model za bežične senzorske mreže	74
4.2.	Struktura okvira u IEEE 802.15.4 standardu	76
4.3.	Primer jedne hipotetičke senzorske mreže	77
4.4.	Dijagram toka SC+MC procedure u odredišnom čvoru	80
4.5.	Funkcionalna šema odredišnog čvora	82

F. SPISAK TABELA

R.b.	Naziv	Str.
B.1.	Specifikacija elementarnih događaja S_i ($i = 0:7$)	102
B.2.	Specifikacija elementarnih događaja S_i ($i = 0:15$)	105

Biografija autora

Mr Vladimir Vuković je rođen 1961. godine u Obrenovcu gde je završio osnovnu školu i Gimnaziju prirodnomatematičkog smera. Na Elektrotehnički fakultet u Beogradu, odsek Elektronike, upisao se 1981. godine, a diplomirao je 1986. sa diplomskim radom pod nazivom "Hardver za brzu FFT". Poslediplomske studije na Katedri za telekomunikacije, smer Digitalni prenos informacija, upisao je 1987. godine. Magistarski rad pod nazivom "5B6B koder i dekodeer za prenos po svetlovodima digitalnog signala protoka 140 Mb/s" odbranio je u januaru 1991. godine pod mentorstvom profesora dr Grozdana Petrovića.

Nakon diplomiranja, zaposlio se kao stručni saradnik na Katedri za telekomunikacije Elektrotehničkog fakulteta u Beogradu, gde ostaje do kraja avgusta 1990. godine radeći na projektima fakulteta koje su vodili profesori dr Grozdan Petrović i dr Dušan Drajić. Od januara 1991. godine, pa sve do 2000. godine, na istoj Katedri je angažovan kao spoljni saradnik na sledećim projektima i radnim zadacima:

- projektovanje i realizacija sklopova sinhronog multipleksa za prenos digitalnog signala protoka 2048, 1024, 512 i 256 kbps, sinfazna petlja na 20.480 MHz sa dedžiterizatorom, bitska sinhronizacija, sinhronizacija okvira i sl.;
- simulacija Rummler-ovog modela kanala sa fedingom pomoću računara,
- projektovanje i realizacija sklopova za *on line* nadgledanje grešaka na liniji korišćenjem redudanse u multipleksnom kanalu;
- projektovanje i realizacija pojedinih sklopova optičkog linijskog terminala (5B6B koder i dekodeer u ECL tehnologiji) simulacija rada 5B6B kodera i dekodera na računaru, sinhronizacija 5B6B dekodera, sinfazne petlje na 139.264 MHz i 167.11MHz (Projekat Republičke zajednice za nauku – Optički linijski terminal na 139 MHz)
- projektovanje i realizacija 160 kbps sinhronog multipleksa do četiri ulazna kanala i linijskim interfejsima za priključivanje računara, telefonskog aparata, induktorskog telefona i mikrotelefonske kombinacije;
- projektovanje i realizacija NT1 mrežnog završetka;
- projektovanje i realizacija digitalnog kodnog kanala sa uniformnom i pseudoslučajnom raspodelom grešaka;
- sinteza učestanosti, frekvencijsko skakanje.

Objavio je veći broj radova iz oblasti predložene teme. Prvi koautor je jednog rada u prestižnom međunarodnom časopisu sa IMPACT faktorom (*IEEE Communications Letters*). Takođe, prvi koautor je jednog rada u domaćem časopisu međunarodnog značaja (*Microwave Review*). Pored toga, kandidat je autor ili prvi koautor još šest radova na domaćim konferencijama (*Telfor, Etran, Infoteh*).

Objavljeni radovi iz oblasti disertacije

Međunarodni časopisi sa IMPACT faktorom:

- **V. Vuković**, G. Petrović, and Lj. Trajković, "Packet error probability in a three-branch diversity system with majority combining," *IEEE Commun. Lett.*, vol. 15, no. 1, pp. 7–9, January 2011.

Radovi u domaćim časopisima međunarodnog značaja:

- **V. Vuković** and R. Vojinović, "On throughput analysis of an adaptive error – control scheme in satellite networks," *Microwave Review*, ISSN 14505835, vol. 14, no. 2, pp. 8-11, december 2008.

Radovi na domaćim konferencijama:

- **V. Vuković**, G. Petrović, and Lj. Trajković, "Simulation of multicopy go-back-n ARQ scheme with majority-logic decoding," *INFOTEH 2005*, Jahorina, vol. 4, ref. B-II-6, pp. 113-116, Mar. 2005.
- **V. Vuković**, R. Vojinović, Z. Petrović, and G. Petrović, "Throughput analysis of adaptive two-mode GBN ARQ scheme with retransmission cycles," XLIX Konferencija ETRAN-a, Budva, 5.-10. juna 2005. godine.
- **V. Vuković**, G. Petrović, and Lj. Trajković, "Influence of majority decision on reducing block error rate in three-copy transmission," XIII Telekomunikacioni forum *TELFOR 2005*, Beograd, Sava Centar, 22.- 24.11.2005. godine.
- **V. Vuković**, "An analysis of five-copy transmission with majority combining", XV Telecommunication forum *TELFOR 2007*, Beograd, Sava Centar, 20.- 22.11.2007. godine.
- **V. Vuković**, R. Vojinović, and G. Petrović, "Propusnost adaptivne dvomodne GBN ARQ šeme sa majoritetnom logikom," LII Konferencija ETRAN-a, Palić, 8.-12. juna 2008. godine.
- **V. Vuković**, G. Petrović, and Lj. Trajković, "Packet error probability in transmission scheme with three-copy majority combining," LIII Konferencija ETRAN-a, Vrnjačka Banja, 15.-18. juna 2009. godine.

Prilog 1.

Izjava o autorstvu

Potpisani: Vladimir D. Vuković

broj indeksa: _____

Izjavljujem

da je doktorska disertacija pod naslovom:

Efikasni ARQ algoritmi bazirani na majoritetnoj logici

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada,
- da predložena disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za dobijanje bilo koje diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova,
- da su rezultati korektno navedeni, i
- da nisam kršio autorska prava i koristio intelektualnu svojinu drugih lica.

U Beogradu, 30.04.2012.godine

Potpis doktoranta

Vladimir Vuković

Vladimir D. Vuković

Prilog 2.

**Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije
doktorskog rada**

Ime i prezime autora: **Vladimir D. Vuković**

Broj indeksa: _____

Studijski program: _____

Naslov rada: **Efikasni ARQ algoritmi bazirani na majoritetnoj logici**

Mentor: **prof. dr Aleksandra Smiljanić, dipl. inž. el.**

Potpisani: _____

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predao za objavljivanje na portalu **Digitalnog repozitorijuma Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog zvanja doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

U Beogradu, 30.04.2012.godine

Potpis doktoranta

Vladimir Vuković

Vladimir D. Vuković

Prilog 3.

Izjava o korišćenju

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Efikasni ARQ algoritmi bazirani na majoritetnoj logici

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim priložima predao sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju smeštenu u Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučio.

1. Autorstvo
- ☒ 2. Autorstvo – nekomercijalno
3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerade
4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima
5. Autorstvo – bez prerade
6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci, kratak opis licenci dat je na poleđini lista).

U Beogradu, 30.04.2012.godine

Potpis doktoranta

Vladimir Vuković

Vladimir D. Vuković

1. Autorstvo - Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.

2. Autorstvo – nekomercijalno. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.

3. Autorstvo - nekomercijalno – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.

4. Autorstvo - nekomercijalno – deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.

5. Autorstvo – bez prerade. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.

6. Autorstvo - deliti pod istim uslovima. Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.