

UNIVERZITET U BEOGRADU
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Spasoje Mirić

**METOD ZA RAČUNARSKI
EFIKASNU SIMULACIJU
ENERGETSKIH PRETVARAČA
ZASNOVAN NA MODELU STANJA I
SUPERPOZICIJI PREKIDAČKIH
EFEKATA**

doktorska disertacija

Beograd, 2018

UNIVERSITY OF BELGRADE
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Spasoje Mirić

**A METHOD FOR
COMPUTATIONALLY EFFICIENT
SIMULATION OF POWER
ELECTRONIC CONVERTERS BASED
ON THE STATE SPACE MODEL AND
SUPERPOSITION OF SWITCHING
EFFECTS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2018

mentor:

dr Predrag Pejović, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu - Elektrotehnički fakultet

članovi komisije:

dr Slobodan Vukosavić, redovni profesor, dopisni član SANU
Univerzitet u Beogradu - Elektrotehnički fakultet

dr Žarko Janda, viši naučni saradnik
Elektrotehnički institut Nikola Tesla

dr Dragan Milićev, redovni profesor
Univerzitet u Beogradu - Elektrotehnički fakultet

Zahvalnica

Ideja za ovu tezu pripada mom mentoru dr Predragu Pejoviću, redovnom profesoru Elektrotehničkog fakulteta u Beogradu. Tokom izrade i oblikovanja teze, prof. Predrag Pejović mi je pružio bezrezervnu pomoć i podršku u radu na čemu mu se duboko zahvaljujem.

Rezime

Upotreba prekidačkih konvertora je danas široko rasprostranjena, kako u smislu snage, naponskih nivoa, struje, tako i u smislu različitih aplikacija. Prekidački konvertori se danas mogu sresti u mnogo različitih uređaja. Na primer prekidački konvertori niže snage se mogu sresti u većini kućnih aparata. Konvertori veće snage se mogu sresti u industriji, proizvodnji električne energije, transportu. Zbog velike upotrebe prekidačkih konvertora, može se reći da su veoma značajni za današnje moderno društvo i, shodno tome, njihova analiza i stalno unapređivanje su potrebni, kako bi se kvalitetnim dizajnom omogućilo kvalitetno korišćenje električne energije i minimalna upotreba komponenti i materijala od kojih je prekidački konvertor konstruisan. Kvalitetno korišćenje električne energije prekidačkog konvertora se odnosi na njegovu efikasnost i elektromagnetsku kompatibilnost sa ostalim uređajima priključenim na mrežu. Dakle, kvalitetnim dizajnom, potrebno je zadovoljiti sve aspekte kvalitetne upotrebe električne energije, koji su obično propisani standardom (dozvoljeni nivo harmonika u ulaznoj struji konvertora, nivo emitovanog elektromagnetnog šuma). Potrebno je zadovoljiti i pokazatelje koji nisu uvek deo standardizacije, a odnose se na gustinu snage (u smislu zapremine [W m^{-3}]), troškova proizvodnje i gubitaka u prekidačkom konvertoru. Svi ovi aspekti, ne mogu se optimizovati istovremeno, zato što su neki od njih u kontradikciji. Kao na primer, gustina snage i gubici u prekidačkom konvertoru. Prema tome, dizajn prekidačkih konvertora zahteva pažljivu analizu koja treba da obezbedi optimalan rezultat po nizu kriterijuma u skladu sa primenom uslovljenim težinskim faktorima.

U ovom doktoratu, razvijen je i implementiran metod za računarski efikasnu analizu (simulaciju) prekidačkih konvertora. U svojoj osnovi, predloženi metod je baziran na usrednjenom modelu prekidačkog konvertora. Do sada, usrednjeni modeli prekidačkih konvertora, uglavnom su korišćeni za projektovanje upravljanja i za analizu prekidačkih konvertora u kontinualnom režimu rada. Predloženi metod, proširuje upotrebu usrednjenog modela konvertora, tako što se definišu dodatni apstraktni pojmovi, koji omogućavaju jednostavan prelazak između režima rada konvertora i estimaciju visokofrekventnih komponenti napona i struja (prekidačkih

efekata), koristeći se samo usrednjenim talasnim oblicima napona i struja. Modeli prekidačkih konvertora su implementirani u modelu stanja. Konvertor je podeljen u tri celine u smislu modelovanja: energetska deo, regulator i modulator. Energetska deo i regulator se modeluju zasebnim setom jednačina, zapisanim u modelu stanja. Modulator je modelovan algebarskom funkcijom. Izlazne jednačine u modelu stanja, sadrže abstraktne promenjive, koje su neophodne za funkcionisanje metoda. Dakle, pošto je u osnovi konvertor modelovan usrednjenim modelom, pogodan je za simulaciju tranzijenata, garantujući stabilnost i efikasnu simulaciju (malo vreme simulacije).

U prvom delu teze, predloženi način modelovanja je matematički formulisan. Posebno poglavlje je posvećeno samo formiranju usrednjenog modela konvertora i diskretnom rešenju jednačine stanja. U sledećem poglavlju, obradjen je metod za računanje prekidačkih efekata, upotrebom samo usrednjenih talasnih oblika napona i struja u konvertoru. Prema tome, upotrebom predloženog metoda, mogu se dobiti trenutne vrednosti napona i struja u konvertoru, iako je bazični model, usrednjeni model. Ovakva situacija omogućava modularnost modela. Odnosno, u zavisnosti od potrebe, predloženi metod se može koristiti za analizu i dizajn regulatora, kada je potrebna samo analiza usrednjenih talasnih oblika, i kada je potrebno obezbediti prenosne funkcije i linearizovane modele stanja oko željene radne tačke. Ili, metod se može koristiti za analizu tranzijenata u vremenskom domenu, kada postoje nelinearna ograničenja. Takodje, moguća je i analiza trenutnih vrednosti napona i struja i njihovih visokofrekventnih komponenti. Predloženi metod nudi sve pogodnosti usrednjenih modela (stabilnost i malo vreme simulacije), dok omogućava rezultate koji su se dosada dobijali upotrebom diskretnih modela.

Primena metoda za različite potrebe, kao što su simulacija tranzijenata i analiza trenutnih vrednosti napona i struja u ustaljenom stanju, detaljno su obradjeni kroz primere. Rezultati simulacije su prikazani i verifikovani poredjenjem sa rezultatima dobijenim u literaturi. Prikazana je primana metoda za dizajn ulaznog filtra za elektromagnetsku interferenciju. U poslednjem delu teze, upoređena su vremena simulacije predloženog metoda, sa komercijalno dostupnim programom za simulaciju električnih kola.

Ključne reči: teorija električnih kola, simulacija električnih kola, simulacije, model stanja, usrednjeni model stanja, elektromagnetska interferencija, dizajn prekidačkih konvertora.

Naučna oblast: tehničke nauke, elektrotehnika

Uža naučna oblast: energetska elektronika

UDK broj: 621.3

Abstract

Today, usage of switching power converters is wide spread, as in the sense of power, voltage levels, current, also in the sense of different applications. Switching converters are used in many different applications today. For example, low power switching converters are used in the most of the household devices. Higher power converters are used in industry, power plants, traction. Due to massive usage of power converters, it could be said that they are very significant to our modern society. According to that, their analysis and constant improvements are necessary, such that more efficient usage of electric energy and resources is allowed. Quality usage of electric energy of a switching converter is related to its efficiency and electromagnetic compatibility with other devices connected to the grid. Therefore, quality design of the power converter should comply with the quality usage of the electrical energy, which are usually given with the standard (allowed level of harmonics in the input current of the converter and the level of the emitted noise). Also, other demands that are not usually standardized should be met, and are related to power density (in the terms of volume [W m^{-3}]), cost and losses in the power converter. All these aspects, can not be met simultaneously, because some of them are in contradiction, e.g. power density and losses in the power converter. Therefore, design of the power converters demands careful analysis that should provide optimal result related to the criteria mentioned above.

In this thesis, a method for computer aided efficient analysis of switching power converters is developed and implemented. The proposed method is based on the averaged model of the switching power converter. Until now, averaged models of the power converters are mainly used for controller design and analysis of power converters in continuous conduction mode. The proposed method, extends the usage of the power converter averaged models by defining additionally abstract quantities, which allow simple and smooth transitions between conduction modes and estimation of the high-frequency components of the voltages and currents (switching effects) in the power converter, using just averaged waveforms of the voltages and currents. The models of switching power converters are implemented in the state space. The

converter is divided into three groups to be modelled: power part, controller and modulator. Power part and controller are modelled with a separate set of equations, forming two sets of state space equations. The modulator is modelled with an algebraic function. Output equations in the state space model, contain abstract variables that are necessary for the proposed simulation method. Therefore, since the converter is basically modelled with as averaged model, it is very suitable for transient simulations, which guaranties stability and an efficient simulations (i.e. low simulation time).

In the fist part of the thesis, the proposed modelling method is mathematically formulated. A separated chapter is dedicated just to a forming of of an averaged converter model and discrete solution of the state space equation. In the following chapter, the part of the method that estimates switching effects, using just averaged voltage and current waveforms. Therefore, using the proposed method, the actual voltage and current values in the converter can be obtained, even though, the fundamental part of the method is averaged model of the power converter. This allows modularity of the power converter model. In other words, depending on the simulation task, the proposed method can be used for the analysis and design of the power converter control system. In this case only analysis of the averaged waveforms is needed, transfer functions and linearized models around the desired operation steady-state point. Or, the proposed method can be used for the transient analysis in the time domain with nonlinear limitations of the variables. Also, the analysis of the actual waveforms of the voltage and current in time and frequency domain is possible. The proposed method offers all the advantages of the averaged models (stability and low simulation time), while allows analysis and results that were only possible with discrete models.

The usage of the method for different purpose, like simulation and analysis of the transients and analysis of the actual voltage and current values in steady-state are explained through examples. The simulation results are shown and verified with the results already obtained in the literature. The application of the method in the differential input electromagnetic interference filter design is shown. In the last part of the thesis, the simulation times of the proposed method are compared with the

commercially available simulation tool.

Keywords: electrical network theory, electrical circuit simulation, simulations, state space, averaged state space, electromagnetic interference, switching power converter design.

Scientific area: technical sciences, electrical engineering

Specific scientific area: power electronics

UDK number: 621.3

Sadržaj

Rezime	iii
Abstract	vi
1 Uvod	1
1.1 Pretvaranje električne energije	1
1.2 Energetska elektronika je svuda	2
1.3 Zašto su simulacije važne	3
1.4 Prekidački konvertori	4
1.4.1 Primer: princip rada i terminologija	4
1.4.2 Elementi u kolima energetske elektronike	6
1.4.3 Talasni oblici napona i struja u kolima energetske elektornike	8
1.4.4 Režimi rada u prekidačkim konvertorima	9
1.4.5 Dinamika u prekidačkim konvertorima	10
1.5 Programi za simulaciju prekidačkih konvertora	11
1.5.1 SPICE	11
1.5.2 PETS	13
1.5.3 PECS	14
1.5.4 PLECS	15
2 Analiza kola energetske elektronike	16
2.1 Modeli prekidačkih konvertora	16
2.2 Usrednjeni model prekidačkog konvertora	18

2.3	Analiza konvertora u prostoru stanja	21
2.4	Analiza konvertora predloženim metodom	24
3	Formiranje kontinualnog, usrednjenog, nelinearnog dinamičkog mod- ela	29
3.1	Matematička formulacija nelinearnog modela stanja	30
3.1.1	Primer formiranja kontinualnog nelinearnog dinamičkog modela	33
3.2	Linearni model stanja	35
3.3	Model stanja prekidačkog konvertora	36
3.4	Usrednjavanje u prostoru stanja	37
3.4.1	Usrednjavanje u kontinualnom režimu rada	37
3.4.2	Usrednjavanje u diskontinualnom režimu rada u prostoru stanja	45
3.5	Rešenje nelinearne usrednjene jednačine stanja	49
3.6	Usrednjeni model energetskog dela prekidačkog konvertora i regulatora	55
4	Računanje talasnosti	57
4.1	Režimi rada	57
4.1.1	Impulsno širinska modulacija u kontinualnom režimu rada	58
4.1.2	Impulsno širinska modulacija u diskontinualnom režimu rada	61
4.1.3	Ograničenje vršne vrednosti struje kalema u kontinualnom režimu rada	64
4.1.4	Ograničenje vršne vrednosti struje kalema u diskontinualnom režimu rada	65
4.1.5	Kontrola struje kalema zadavanjem histerezisa	66
4.2	Prelazak između režima rada	68

4.3	Formiranje talasnog oblika struja u prekidačkim komponentama	71
4.4	Algoritam za simulaciju	72
5	Primena metoda	78
5.1	Simulacija tranzijenta	79
5.2	Kontrola struje	95
5.3	Analiza rada trofaznog diodnog ispravljača sa rednim aktivnim fil- trom na izlazu	101
5.4	Dizajn ulaznog filtra za elektromagnetsku interferenciju	106
5.4.1	Ispravljač sa kontrolom talasnog oblika ulazne struje	106
5.4.2	Invertor sa kontrolom struje zadavanjem histerezisa	116
5.5	Poredjenje vremena simulacije	121
5.6	Računanje talasnosti napona	123
6	Zaključak	129
	Literatura	133
	Prilozi	141
	Prilog A - QP detektor	141
	Prilog B - Digitalni QP detektor	143
	Prilog C - Automatizovano formiranje jednačina stanja	146
	Biografija	152

Poglavlje 1

Uvod

U ovom poglavlju dat je opšti uvod u energetska elektroniku i njenu primenu. Pošto je tema ove teze iz oblasti modelovanja i simulacija prekidačkih konvertora, ukazano je na važnost simulacija u procesu dizajna i u obrazovanju. Kroz primere su dati osnovni principi funkcionisanja pretvarača i terminologija koja se koristi. Linearni i nelinearni elementi koji se koriste u električnim šemama za modelovanje prekidačkih konvertora, kao i njihove idealizovane strujno-naponske karakteristike su sumirani. Dati su talasni oblici napona i struja tipični za prekidačke konvertore, kao i režimi rada. Na kraju poglavlja, sumirani su najmarkantniji alati za simulaciju električnih kola, kao i simulacioni alati specijalizovani za kola energetske elektronike.

1.1 Pretvaranje električne energije

Današnje, moderno društvo je teško zamisliti bez električne energije. Električna energija se koristi gotovo svuda, industrija, osvetljenje, napajanje računara, kućni aparati, itd. Sektor u kome je trend da se električna energija što više koristi je transport, npr. električni vozovi, električni autobusi, električni automobili [1] ili električni kamioni [2].

Kako bi električna energija mogla da se koristi u različitim uređajima, potrebno je da se prilagodi u smislu naponskog nivoa (niski, srednji ili visoki napon) i karaktera (jednosmerna ili neizmjenična). Prilagodjenje električne energije podrazumeva pretvaranje naponskog nivoa i/ili karaktera. Električna energija se može pretvarati

upotrebom

1. linearnih regulatora ili
2. prekidačkih regulatora.

Pretvaranje električne energije linearnim regulatorima je neefikasno (njihova efikasnost ne prelazi $\approx 70\%$), zbog čega se koriste samo u specijalnim slučajevima, kao na primer precizni naponski generator u laboratorijama [3]. Efikasnost prekidačkih regulatora danas dostiže $\approx 99\%$, pa se oni uglavnom upotrebljavaju za pretvaranje električne energije u komercijalnim aplikacijama.

Ustaljeni termin u elektrotehnici za prekidački regulator je *prekidački konvertor* (eng. *power switching converter*) i koristiće se u daljem tekstu ove teze. Oblast koja proučava prekidačke konvertore je *energetska elektronika* (eng. *power electronics* [4]). Prema tome, kao što samo ime 'energetska elektronika' simbolizuje, ova oblast se ne može podeliti na energetiku i elektroniku u tradicionalnom smislu, već predstavlja sinergiju ove dve oblasti. Ovo nalaže velike izazove, kako za moderni obrazovni sistem tako i za inženjere, pošto znanje iz više oblasti je potrebno (energetika i elektronika - dimenzionisanje komponenti prekidačkog konvertora i njegovo integrisanje u različite sisteme, računarska tehnika - programiranje digitalnog upravljanja i monitoring preko interneta, termija - projektovanje odgovarajućeg sistema za hladjenje).

1.2 Energetska elektronika je svuda

Uredjaji energetske elektronike, prekidački konvertori, koriste se za pretvaranje električne energije u dosta različitih oblasti, što je prikazano na Sl. 1.1. U transportu, prekidački konvertori se koriste za napajanje pogonske električne mašine (asinhroni ili sinhroni motor). Opseg snaga je od nekoliko stotina kW pa do nekoliko MW. U industriji, automatizovane sisteme teško je zamisliti bez prekidačkih konvertora. Na primer, kontrola njihove pozicije i preciznost su određeni strujom u namotaju aktuatora (električne mašine), koju obezbeđuje prekidački konvertor. Opseg snaga se kreće od nekoliko kW do nekoliko desetina kW. Opseg snaga prekidačkih konvertora koji električnu energiju dobijenu iz obnovljivih izvora energije prilagođavaju



Slika 1.1: Primeri oblasti u kojima se koriste prekidački konvertori.

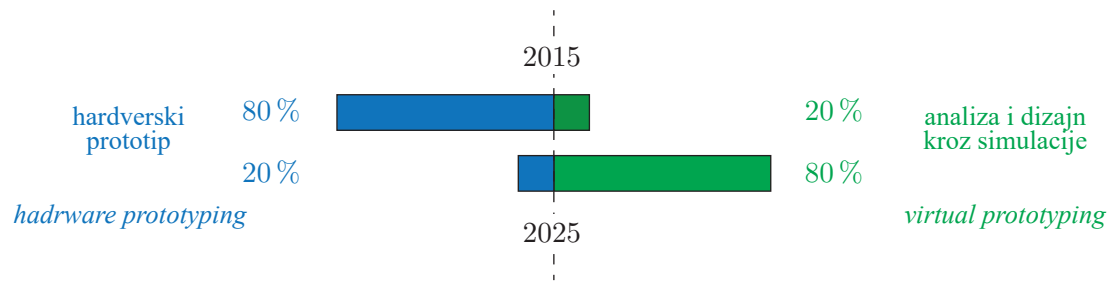
naponu gradske mreže (230 V/50 Hz ili 240 V/60 Hz) se kreće u opsegu od nekoliko stotina W pa do nekoliko kW u slučaju solarnih panela i do reda MW u slučaju vetro-generatora. Prekidački konvertori koji se koriste za napajanje električnih uređaja, kao što su na primer televizor ili personalni računar (laptop), imaju opseg snaga $< 1 \text{ W}$ pa do nekoliko kW.

Prethodno grubo analizirani primeri pokazuju da se prekidački konvertori koriste gotovo svuda u širokom opsegu snaga, $< 1 \text{ W}$ pa do reda MW.

1.3 Zašto su simulacije važne

U predhodnom poglavlju su pokazani primeri korićenja prekidačkih konvertora u različitim oblastima. Kako bi prekidački konvertor uspešno postao deo nekog sistema, potrebno ga je pažljivo dizajnirati tako da se uklopi potrebama sistema, kao što su snaga, effikasnost, naponski nivoi, elektromagnetska kompatibilnost, zahtevi u smislu upravljanja, veličina (zapremina) konvertora.

Dizajn i razvoj konvertora se generalno sastoji iz dve faze. U prvoj fazi se upotrebom modela konvertora analizira topologija i sistem upravljanja. Naravno,



Slika 1.2: Okvirni trend razvoja dizajna kroz simulacije (*virtual prototyping*). Izvor: www.pes.ee.ethz.ch.

u zavistnosti od zahteva, mogu se analizirati i drugi aspekti, kao što su effikasnost ili elektromagnetska kompatibilnost. U drugoj fazi se pravi hardverski prototip konvertora i sprovode se merenja na prototipu. Tradicionalno, dizajn i razvoj konvertora se više oslanjaju na drugu fazu, što je prikazano na Sl. 1.2.

Prva faza dizajna i razvoja bezuslovno zavisi od modela konvertora i modela komponenti koje se koriste u hardverskom prototipu. Unapredjenjem modela za analizu konvertora, tendencija je da se dizajn i razvoj sve više oslanjaju na prvu fazu. Ovom tendencijom, brže i jeftinije se dolazi do uspešnog hardverskog prototipa.

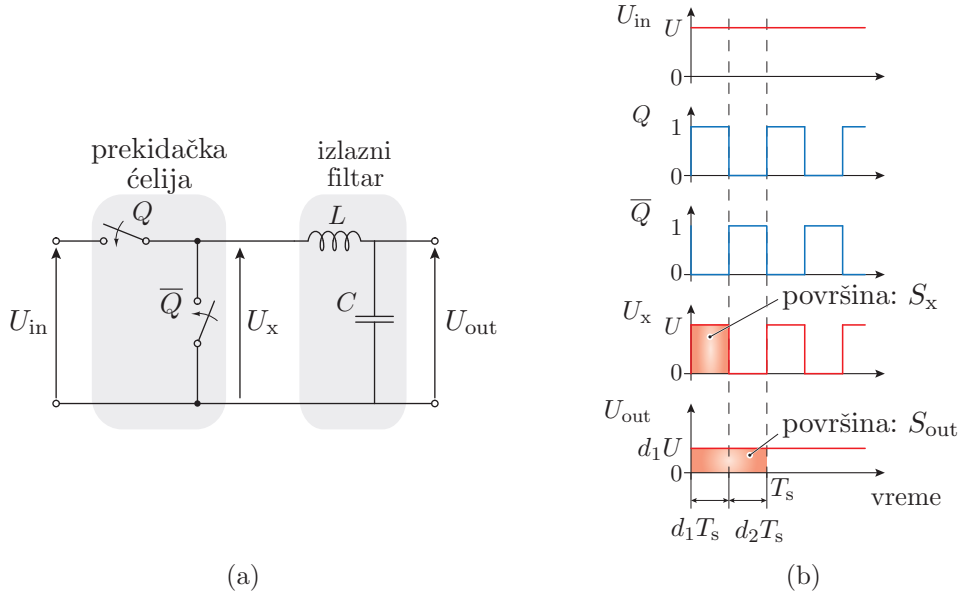
Prema tome, unapredjenje i razvoj novih modela i metoda za analizu (simulaciju) prekidačkih konvertora je jako važan aspekt, pošto olaksava dizajn i razvoj uređaja energetske elektronike. Dodatno, analiza konvertora kroz simulacije je bezbedan i jeftin alat za obrazovanje budućih inženjera.

1.4 Prekidački konvertori

1.4.1 Primer: princip rada i terminologija

U ovom poglavlju princip rada prekidačkog konvertora datog na Sl. 1.3(a) je prikazan i uvedena je terminologija koje se koristi u energetskej elektronici, kako bi čitaoci koji nisu iz oblasti mogli da prate materiju.

Prekidački konvertor sa Sl. 1.3 poznat je kao *buck* konvertor. Koristi se regulaciju jednosmernog napona, odnosno za spuštavanje napona (za ulazni i izlazni napon važi $U_{in} > U_{out}$). Sastoji se od prekidačke ćelije i izlaznog filtra. U zavistnosti od



Slika 1.3: (a) Primer prekidačkog konvertora koji ulazni jednosmerni napon U_{in} pretvara u izlazni jednosmerni napon U_{out} . (b) Talasni oblici napona i stanja prekidača Q i \bar{Q} , gde 1 označava uključen prekidač a 0 isključen. U ustaljenom stanju površine S_x i S_{out} su jednake ($S_x = S_{out}$).

topologije konvertora, postoje drugačije prekidačke ćelije [5]. Prekidačka ćelija u ovom slučaju ima dva komplementna prekidača Q i \bar{Q} . Komandovanjem stanja ova dva prekidača, uključeno i isključeno, napon U_x se menja diskretno na sledeći način

- $U_x = U_{in} = U$ za $Q = 1$ i $\bar{Q} = 0$,
- $U_x = 0$ za $Q = 0$ i $\bar{Q} = 1$,

što je prikazano na Sl. 1.3(b). Vreme koje prekidači Q i \bar{Q} provedu u uključenom stanju je jednako d_1T_s i d_2T_s , respektivno. T_s označava *period prekidanja*, odnosno vreme koje protekne izmedju dva uključenja prekidača Q . Dodatno, često se daje *učestanost prekidanja* $f_s = 1/T_s$. d_1 i d_2 označavaju *normalizovano vreme*, za koje važi

$$d_1 + d_2 = 1. \quad (1.1)$$

Talasni oblik napona U_x , prikazan na Sl. 1.3(b), filtriran je niskopropusnim izlaznim filtrom i dobijen je jednosmerni izlazni napon U_{out} , koji u ustaljem stanju ima vred-

Table 1.1: Termini u energetskej elektronici.

Oznaka	Naziv	Opis
T_s	period prekidanja	vreme izmedju dva uključenja prekidača
f_s	učestanost prekidanja	$f_s = 1/T_s$
d_1	normalizovano vreme	vreme uključenja prvog prekidača podeljeno sa T_s
U_{in}	ulazni napon	napon na ulazu konvertora
U_{out}	izlazni napon	napon na izlazu konvertora

nost

$$U_{out} = d_1 U_{in}. \quad (1.2)$$

Odavde se vidi da kontrolom vremena uključenja prekidača (promenom normalizovanog vremena d_1) se kontroliše izlazni napon konvertora.

Kako u konvertoru nema rezistivnih elemenata¹, gubici su jednaki nuli. Teoretski, efikasnost prekidačkog konvertora je 100 %, odnosno ulazna i izlazna snaga su jednake.

Opisani termini su sumirani u Tab. 1.1.

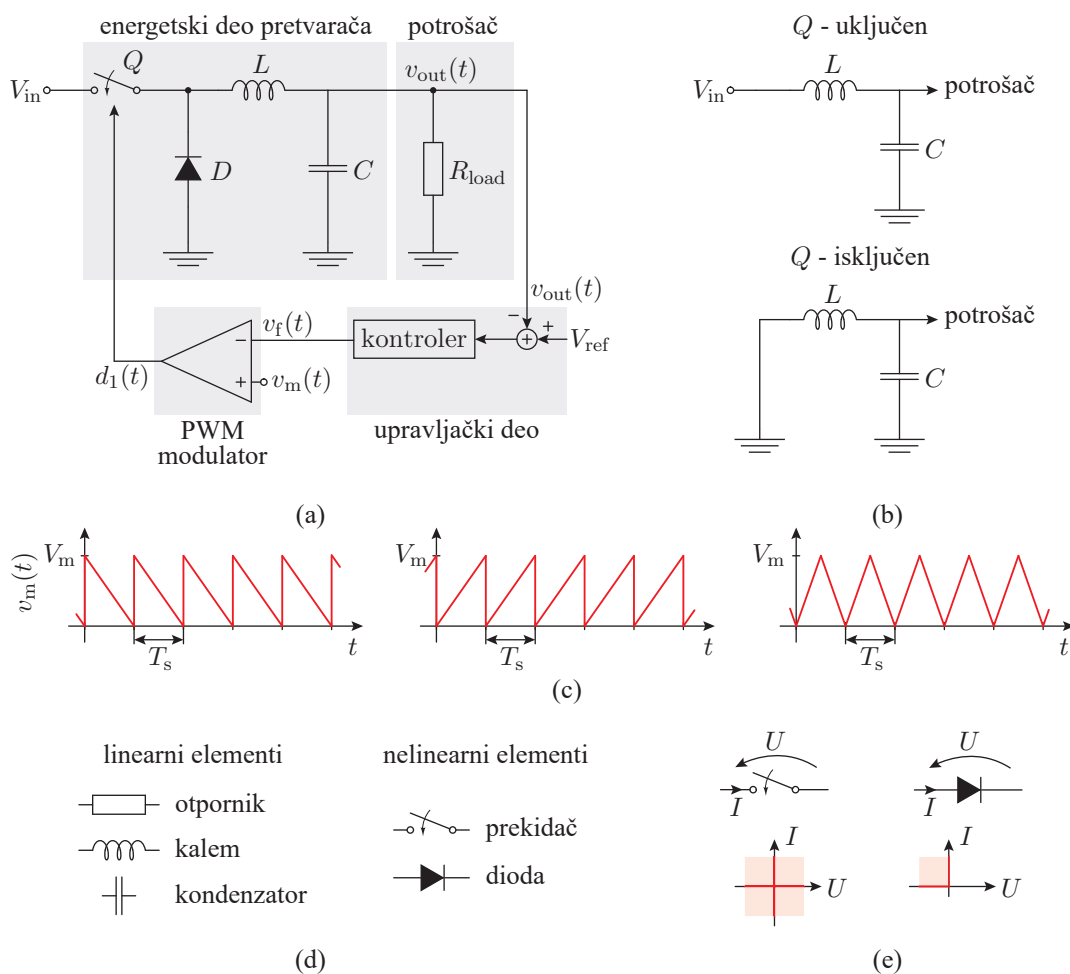
1.4.2 Elementi u kolima energetske elektronike

U ovom poglavlju su uvedeni elementi koji se sreću kolima u energetske elektronike. Naznačene su celine koje su od interesa za modelovanje, koje će se kasnije u radu na različite načine modelovati i formirati model konvertora.

Na Sl. 1.4 su prikazani različiti delovi konvertora i elementi koji su važni za njegovo funkcionisanje. U prikazanom primeru, izlazni napon $v_{out}(t)$ je kontrolisan.

U smislu modelovanja, od značaja su celine naznačene na Sl. 1.4(a): energetska deo konvertora, potrošač, upravljački deo i PWM modulator. Promenom stanja prekidača u energetskom delu, menja se električna šema u kojoj figurišu linearni elementi (pogledati Sl. 1.4(b)), pa se ova celina može modelovati jednačinama uobičajenim za teriju kola (prvi i drugi Kirhofovi zakoni i jednačine elemenata), što

¹Ovo nije slučaj u praksi. Prekidači koji se koriste u prekidačim konvertorima imaju otpornost u uključenom stanju različitu od nule, koja dovodi do tzv. gubitaka usled provodjenja. Takodje imaju i parazitivnu kapacitivnost, koja se prazni uključenjem prekidača i dovodi to tzv. prekidačkih gubitaka.



Slika 1.4: (a) Delovi prekidačkog konvertora spuštača napona (eng. *buck*): energetski deo, rezistivni potrošač, upravljački deo (kontroler) i impulsno širinski modulator (eng. *Pulse Width Modulator*, PWM). (b) Električna šema energetskog dela konvertora za uključeno i isključeno stanje prekidača Q . (c) Tri najčešća tipa signala koji se koriste za PWM modulaciju. (d) Linearni i nelinearni elementi koji se sreću u električnom kolu prekidačkog konvertora. (e) Moguće kombinacije smerova napona U i struje I na prekidaču i diodi (crvena linija). Prekidač je četvorokvadrantni element, dok je dioda jednokvadrantni.

daje sistem linearnih diferencijalnih jednačina. Pretpostavljeno je da je potrošač linearan, pa se modeluje na isti način. Upravljački deo konvertora se moduluje linearnim diferencijalnim jednačinama, koje se mogu pridružiti sistemu jednačina energetskog dela i potrošača.

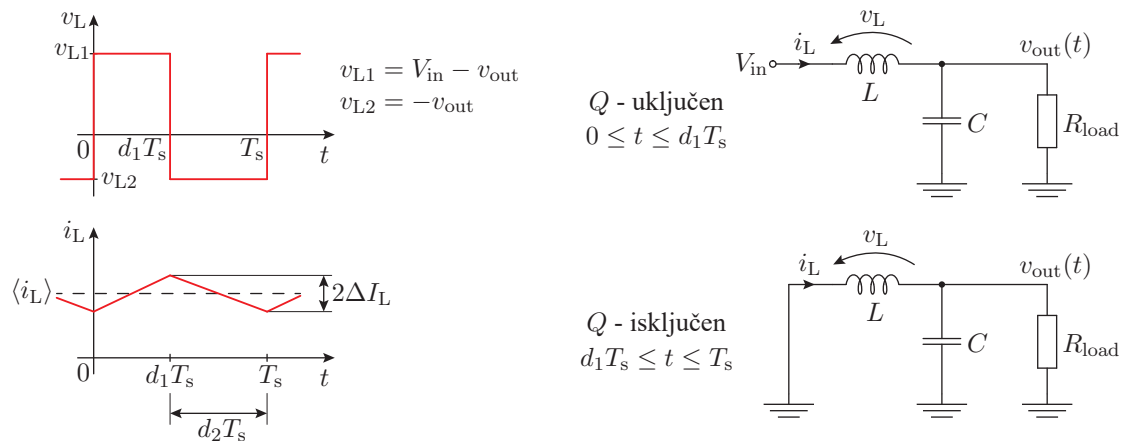
PWM modulator je modelovan linearnom algebarskom funkcijom, o čemu će biti

reći kasnije. To je posledica pretpostavke da je normalizovano vreme kontinualna funkcija vremena $d_1(t)$, što je opravdano u smislu modelovanja (mala perioda prekidanja u poredjenju sa dinamikom regulatora), dok je u praksi normalizovano vreme konstantno unutar periode prekidanja T_s .

1.4.3 Talasni oblici napona i struja u kolima energetske elektornike

U ovom odeljku su prikazani talasni oblici napona i struja na kalemu, koji je deo energetskog dela konvertora. Uvedeni su karakteristični pojmovi za struju kalema, kao što su amplituda talasnosti struje kalema i srednja vrednost struje kalema.

Učestanost prekidanja određuje koliko često se menja električna šema prekidačkog konvertora, odnosno uključenje ili isključenje prekidača². Pri promeni električne šeme, menja se napon na kalemu, kao što je prikazano na Sl. 1.5. Kako je perioda



Slika 1.5: Talasni oblici napona i struje kalema iz primera prikazanog na Sl. 1.4(a).

prekidanja jako mala, reda μs , uobičajeno je da se u ovoj analizi pretpostavi da je napon na kondenzatorima konstantan unutar periode prekidanja, odnosno da se ne menja prilikom promene stanja prekidača. Napon na kalemu se drastično menja, što uzrokuje da struja kalema u prekidačkim konvertorima ima talasnost, kao što je prikazano na Sl. 1.5. v_{L1} je napon na kalemu kada je prekidač uključen, dok je v_{L2} napon na kalemu kada je prekidač isključen. Trajanje ova dva napona određeno je

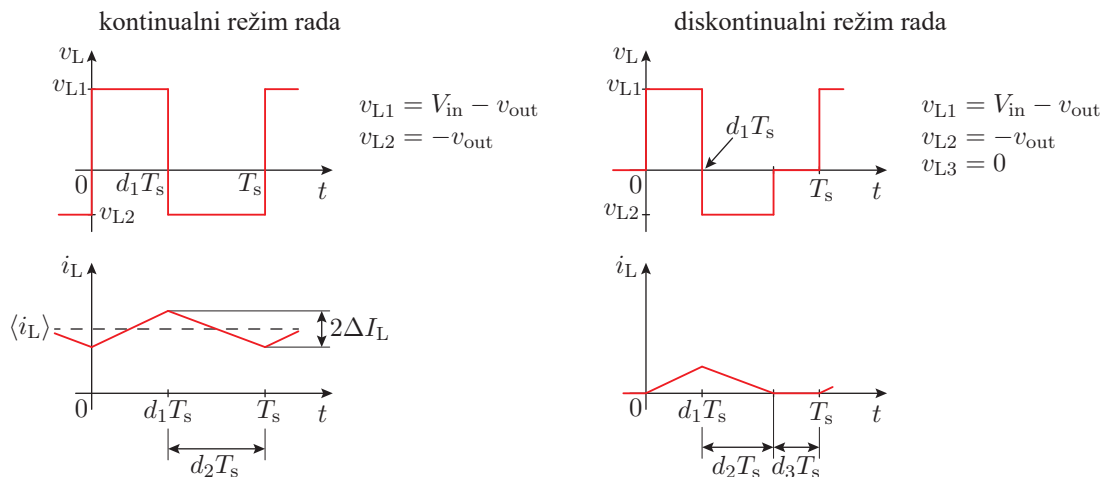
²U opštem slučaju konvertor može imati n prekidača, pa prema tome, i n električnih šema.

normalizovanim vremenima d_1 (napon v_{L1}) i d_2 (napon v_{L2}). Struja kalema raste i opada dok je napon na kalemu pozitivan i negativan, respektivno. $\langle i_L \rangle$ je *srednja vrednost* struje kalema, dok je ΔI_L njena *amplituda talasnosti*. *Talasnost* struje kalema Δi_L se dobija kada se od struje kalema i_L oduzme njena srednja vrednost $\langle i_L \rangle$, odnosno

$$\Delta i_L = i_L - \langle i_L \rangle. \quad (1.3)$$

1.4.4 Režimi rada u prekidačkim konvertorima

U ovom poglavlju opisana su dva režima rada konvertora, *kontinualni* i *diskontinualni* režim, pogledati Sl. 1.6. Režim rada konvertora je odredjen strujom kalema. Režim rada konvertora je jako važn, pošto utiče na kontrolni algoritam i način modlovanja konvertora (modeli konvertora se razlikuju za kontinualni i diskontinualni režim rada).



Slika 1.6: Kontinualni i diskontinualni režimi rada konvertora.

Ukoliko je trenutna vrednost struje kalema veća od nule, $i_L \geq 0$, konvertor je u kontinualnom režimu rada. Ustaljeni termin na engleskom jeziku za kontinualni režim rada je *Continuous Conduction Mode* (CCM). Ukoliko je trenutna vrednost struje kalema manja od nule, $i_L \leq 0$, konvertor je u diskontinualnom režimu rada. Ustaljeni termin na engleskom jeziku za diskontinualni režim rada je *Discontinuous Conduction Mode* (DCM). Trajanje diskontinualnog režima rada je odredjeno normalizovanim vremenom d_3 i napon na kalem u tom vremenskom periodu je jednak

nuli, $v_{L3} = 0$.

Kontinualni i diskontinualni režimi rada se mogu odrediti i preko apstraktnih pojmova, uvedenih u prethodnom delu, srednje vrednosti struje kalema $\langle i_L \rangle$ i amplitude talasnosti struje kalema Δi_L . Naime, konvertor je kontinualnom režimu rada ako važi

$$\langle i_L \rangle \geq \Delta i_L, \quad (1.4)$$

dok je diskontinualnom režimu ako važi

$$\langle i_L \rangle \leq \Delta i_L. \quad (1.5)$$

1.4.5 Dinamika u prekidačkim konvertorima

Dinamika kojom se prelazne pojave odigravaju u prekidačkim konvertorima je sumirana u Tab. 1.2. Kreće se u opsegu od reda ns do nekoliko ms ili stotina ms. U analizi

Table 1.2: Dinamika u prekidačkim konvertorima.

Tip	Red veličine trajanja
uključenje i isključenje prekidača	\sim ns
perioda prekidanja T_s	\sim μ s
prelazni proces upravljačkog dela konvertora	\sim ms

prekidačkih konvertora koriste se modeli koji oslikavaju pojave koje su od interesa u analizi. Na primer, analiza prelaznih pojava pri uključenju i isključenju prekidača se koristi kada je potrebno analizirati komutacione ćelije³ u konvertoru kako bi se eventualno projektovale odgovarajuće snaber kolo [7]. Dok za analizu tranzijenata regulatora konvertora ili talasnog izobličenja struje zbog prekidanja, uključenje i isključenje prekidača se može smatrati idealnim (trenutno uključenje i isključenje, kao što je prikazano na Sl. 1.3). Odnosno, prelazne pojave nisu potrebne u modelu konvertora.

³Komutaciona ćelija (eng. *commutation cell*) deo energetske delu konvertora gde se odigravaju prelazne pojave pri uključenju i isključenju prekidača [6].

1.5 Programi za simulaciju prekidačkih konvertora

U ovom odeljku su ukratko sumirani postojeći programi za simulaciju električnih kola, kako bi se napravio uvod za sledeće poglavlje u kome su metode za simulaciju i modelovanje detaljnije obrazložene.

1.5.1 SPICE

Jedan od najšire rasprostranjenih programa za simulaciju električnih kola je SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) [8]. SPICE sadrži modele za najčešće korišćene komponente u električnim kolima (na primer, linearni elementi: otpornik, kondenzator, kalem, spregnuti kalem, nezavisni i zavisni naponski i strujni izvori; nelinearni elementi: dioda, bipolarni tranzistor, mosfet tranzistor). Dalje, pored modela elementa, formalizovan je način opisivanja šeme električnog kola, u vidu netliste [9] (u kojoj se definišu korišćeni elementi, veze između elemenata i tip analize) ili šeme (Schematic capture [10]). SPICE takodje nudi različite tipove analize električnih kola koje se mogu podeliti u tri grupe:

DC analiza (eng. *DC Analysis*),

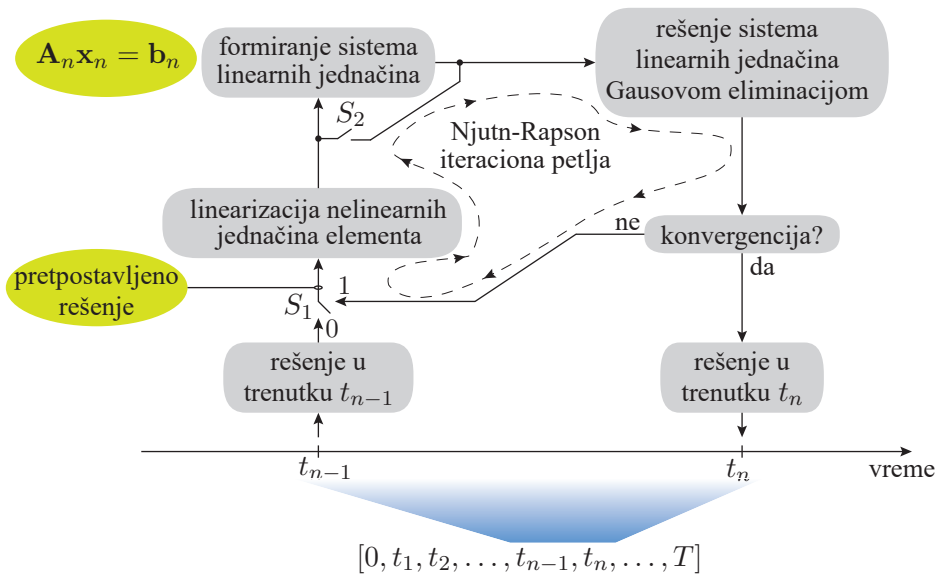
Analiza tranzijenata (eng. *Transient Analysis*) i

AC analiza (eng. *AC Analysis*).

SPICE se najviše koristi u analizi integrisanih kola, ali je postao i popularan u energetskej elektronici [11], gde je od najvišeg interesa analiza tranzijenata. Na primer, analiza tranzijenta regulatora prekidačkog konvertora pri uključenju.

Pri analizi tranzijenata, SPICE računa napone i struje u električnom kolu za zadati interval vremena $(0, T)$ i rezultati su dostupani za određene diskretne trenutke vremena $(0, t_1, t_2, \dots, T)$. U svakom od ovih diskretnih trenutaka, SPICE se koristi DC analizom, odnosno rešava DC kolo iterativnim postupkom, kao što je prikazano na Sl. 1.7. Iterativni postupak se sastoji iz toga što se prvo pretpostavi rešenje kola (prebacač S_1 u stanju 0). U sledećem koraku se linearizuju sve nelinearne

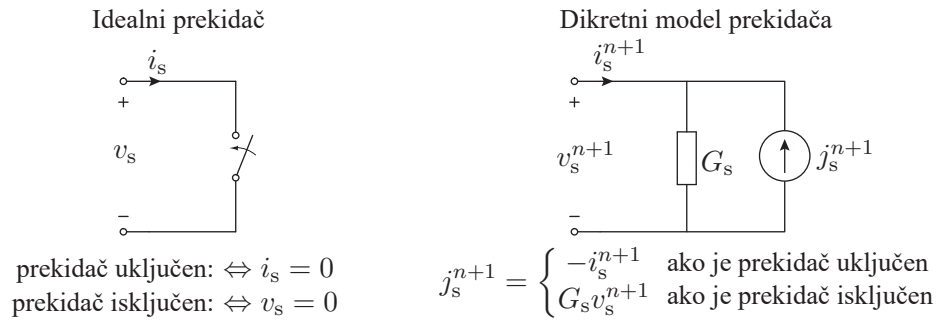
jednačine elemenata (u okolini pretpostavljene radne tačke) i formira se sistem linearnih jednačina. U SPICE formirani sistem linearnih jednačina se rešava Gausovom



Slika 1.7: Analiza tranzijenata u SPICE. Njutn-Rapsonova iteraciona petlja izmedju dva vremenska trenutka t_{n-1} i t_n za koje se računa rešenje.

eliminacijom. Ukoliko nije postignuta konvergencija, ovo rešenje se koristi kao novo pretpostavljeno rešenje (prebacač S_1 u stanju 1) oko koga se vrši linearizacija. Ova iteraciona petlja je poznata kao Njutn-Rapsonov postupak za rešenje nelinearne algebarske jednačine. U SPICE simulaciji obično je potrebno oko 5 – 30 Njutn-Rapson iteracija [8]. Iterativna priroda SPICE-a ga čini podložnim divergenciji rešenja, naročito u kolima energetske elektronike gde se stanja prekidača često menjaju. Odnosno, ukoliko se rešenje kola u trenutku t_{n-1} , koje se koristi kao inicijano pretpostavljeno rešenje za Njutn-Rapson iteraciju, i rešenje u trenutku t_n drastično razlikuju (na primer napon na kalemu v_L sa Sl. 1.6.), može da se dogodi da Njutn-Rapson iteraciona petlja ne konvergira ka rešenju u trenutku t_n ili da je potrebno mnogo iteracija kako bi se dobilo rešenje, što povećava vreme simulacije.

Treba napomenuti da se u iteraciji može izbeći formiranje sistema linearnih jednačina koje opisuju topologiju električnog kola (prekidač S_2 zatvoren). Naime, ukoliko se šema električnog kola ne menja, dovoljno je samo jednom formirati sistem



Slika 1.8: Idealni prekidač i njegov diskretni model korišćen u programu PETS.

linearnih jednačina⁴ i onda samo menjati parametre koji su u vezi sa nelinearnim elementima u matrici sistema \mathbf{A}_n i vektoru \mathbf{b}_n prema rezultatu linearizacije. Ali pošto se stanja u kolima energetske elektronike često menjaju, potrebno je više puta formirati sistem linearnih jednačina, što dodatno povećava vreme simulacije.

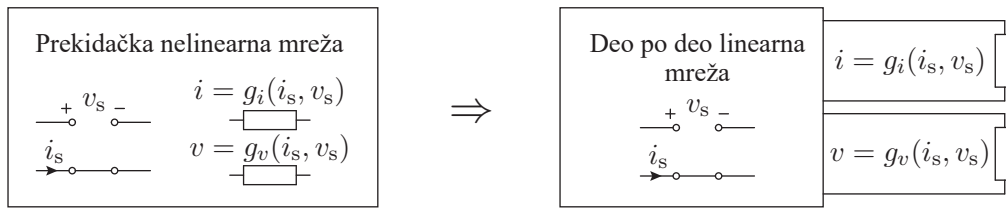
Kako be se prevazišli problemi u simulaciji kola energetske elektronike vezani za SPICE, nastali su mnogi simulatori usko specijalizovani za kola energetske elektronike.

1.5.2 PETS

Program PETS (Power Electronics Transient Simulator) je opisan u [12]. Metode koje su deo programa su modifikovana metoda potencijala čvorova za formiranje sistema jednačina i metod integracije sa automatskim podešavanjem koraka integracije. Tehnika koja je suštinski deo ovog programa je metod za opisivanje elemenata kola tako da se struktura matrice sistema ne menja pri promeni stanja prekidača [13]. U ovom slučaju, potrebno je onda samo jednom sračunati inverznu matricu sistema \mathbf{A}_n^{-1} (pogledati Sl. 1.7). Prema tome, vreme simulacije potrebno da se reši kolo energetske elektronike je slično vremenu koje bi bilo potrebno da se reši linearno kolo slične veličine.

Diskretni model prekidača korišćen u programu PETS je prikazan na Sl. 1.8. Napon i struja idelnog prekidača (Sl. 1.8 levo) su obeleženi sa v_s i i_s , respektivno. Diskretni model prekidača uvek ima istu električnu šemu (Sl. 1.8 desno), samo se vrednosti parametara (struja strujnog generatora) računaju u svakom diskretnom

⁴SPICE koristi modifikovanu metodu potencijala čvorova za formiranje sistema linearnih jednačina.



Slika 1.9: Metod za simulaciju deo po deo linearnih mreža sa nelinearnim elementima korišćen u PECS.

trenutku vremena u simulaciji.

Za diskretni model prekidača potrebno je odabrati provodnost G_s , koja je konstantna tokom simulacije. Ovde treba primetiti da je G_s jedini parametar koji ulazi u matricu sistema \mathbf{A}_n , pa prema tome matrica sistema ostaje konstantna pri promeni stanja prekidača. Struja strunog generatora j_s^{n+1} ulazi u vektor pobude \mathbf{b}_n i treba da se računa u svakom koraku simulacije. Na Sl. 1.8 je dat metod za računanje j_s^{n+1} koji je korišćen u [13].

1.5.3 PECS

Program PECS (Power Electronics Circuit Simulator) je namenjen za simulaciju kola energetske elektronike [14]. Pored elementa kola sa deo po deo linearnom karakteristikom, u kolu se mogu naći i elementi sa nelinearnom karakteristikom. Kako bi se smanjilo vreme simulacije i očuvala tačnost rezultata, elementi sa nelinearnom karakteristikom su izdvojeni i tretirani kao ulazi sistema, kao što je prikazano na Sl. 1.9. Na ovakav način sistem je moguće opisati linearnim jednačinama stanja

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}}{dt} &= \mathbf{A}\vec{x} + \mathbf{B}\vec{u} \\ \vec{y} &= \mathbf{C}\vec{x} + \mathbf{D}\vec{u} \end{aligned} \quad (1.6)$$

gde su \vec{x} -vektor stanja, \vec{u} -ulazni vektor, \vec{y} -izlazni vektor i $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$ -matrice sistema koji opisuje deo po deo linearno kolo, koje se mogu menjati u zavisnosti od stanja prekidača u kolu. Naponi i struje nelinearnih elemenata, na primer v i i sa Sl. 1.9, su deo ulaznog vektora \vec{u} koji je dat u (1.6). Rešenje za v i i zavisi od napona i struja u deo po deo linearnoj mreži, koji su u ovom slučaju deo izlaznog vektora \vec{y} . Prema tome, onda je potrebno pretpostaviti određeno rešenje za \vec{y} i

rešiti sistem (1.6). Konvergencija se proverava upoređujući pretpostavljeno rešenje izlaznog vektora sa novim rešenjem sistema (1.6). Ukoliko se ova rešenja razlikuju, pretpostavlja se nova vrednost za izlazni vektor \vec{y} po Njut-Rapsonovom metodu i ponovo rešava linearni sistem.

1.5.4 PLECS

Motivacija za razvijanje programa PLECS (Piece-Wise Linear Electrical Circuit Simulation) je da omogući efikasnu simulaciju kola energetske elektornike zajedno sa kontrolnim delom pretvarača [15]. Pored toga, akcenat je i na jednostavnoj upotrebi programa, pa je implementiran kao deo Simulink-a. PLECS podrazumeva trenutno uključenje i isključenje prekidača u kolu, tako da je kolo koje se rešava linearno između uključenja ili isključenja prekidača. Nelinearni elementi se modeluju kao deo po deo linearni elementi, upotrebom linearnih elementa i prekidača.

Svako linearno kolo koje se dobije između prekidanja prekidača je opisano jednačinama stanja (1.6). Prema tome, potrebno je formirati onoliko jednačina stanja koliko različitih električnih šema energetskog pretvarača postoji.

PLECS je implementiran u HIL (Hardware In the Loop) sistem kao PLEXIM [16] i postoje dve verzije programa, jedna koja je deo MATLAB/Simulink i druga gde je PLECS kao zaseban program.

Poglavlje 2

Analiza kola energetske elektronike

Na početku ovog poglavlja su analizirani postojeći modeli konvertora i njihova primena. Veći deo poglavlja čini diskusija usrednjenih modela konvertora. Ilustrovano je usrednjavanje na nivou električne šeme konvertora, što je preteča usrednjavanja u prostoru stanja. Usrednjavanje u prostoru stanja je takodje ilustrovano jednostavnim primerom. Usrednjavanje u prostoru stanja je obradjeno u doktoratu [17] sa motivacijom da se koristi za dizajn regulatora konvertora. Ovde je napravljen kratak pregled rezultata koji se mogu dobiti upotrebom samo usrednjenog modela konvertora. U nastavku je uvedena principiska ideja predloženog metoda i ilustrovani su rezultati koji se mogu dobiti u analizi konvertora.

2.1 Modeli prekidačkih konvertora

U ovom delu je ukratko diskutovana analiza konvertora na nivou stanja prekidača. U najjednostavnijem pristupu, analiza konvertora na nivou stanja prekidača, podrazumeva analizu konvertora u datom prekidačkom stanju. Električno kolo konvertora je opisano jednačinama (model konvertora) za datu prekidačku kombinaciju. Metode za formiranje modela konvertora i njegovo rešenje se mogu razlikovati. Loša strana ovog pristupa modelovanja je što se za svaku prekidačku kombinaciju formira novi model konvertora (novi skup jednačina), što povećava vreme simulacije. Do-

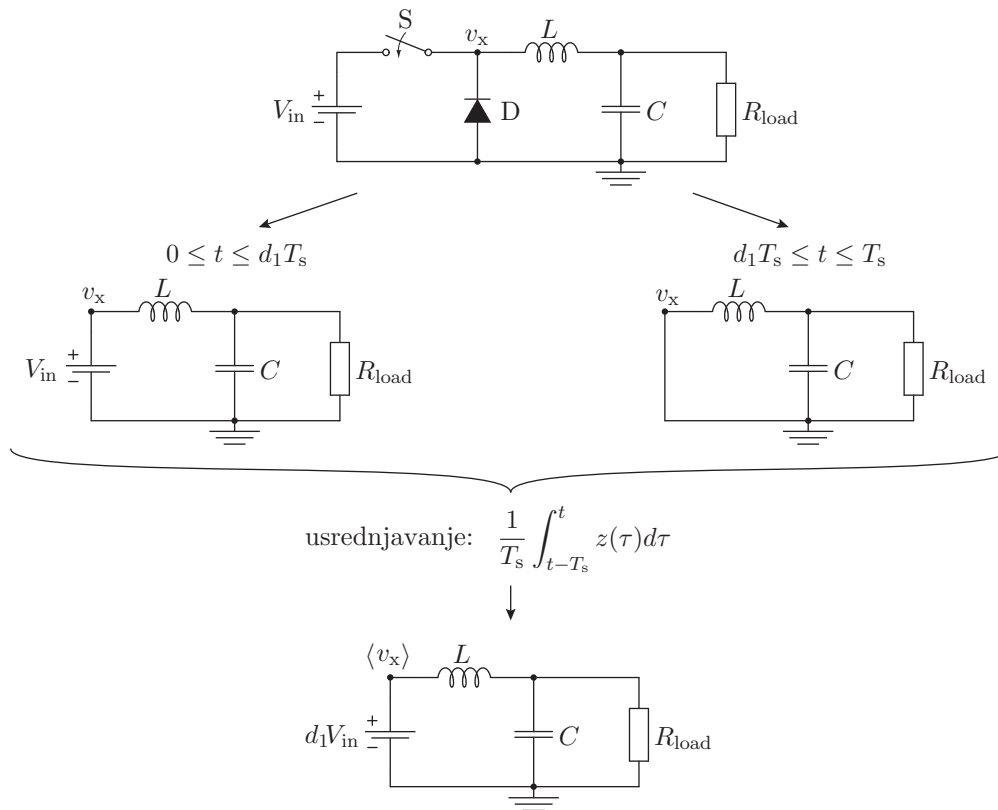
datno, kako se analiza konvertora sprovodi na digitalnom računaru, samo određeni diskretni vremenski trenuci su dostupni, što otežava mogućnost da se odabere pravi vremenski trenutak kada dodje do uključenja ili isključenja prekidača i promene električne šeme konvertora.

Jedan od metoda da se formira model konvertora je pisanje jednačina stanja za svaku prekidačku kombinaciju [18, 19, 20]. Rešenje jednačina stanja se može odrediti analitički u formi reda. Ovo onda omogućava da se analitički formiraju uslovi kada treba da dodje do promene stanja prekidača, što ubrzava simulaciju, pošto nije potrebna iterativna procedura kako bi se odredio trenutak promene stanja prekidača.

Manje generalni modeli konvertora su formirani specifično za određenu funkciju. Na primer, usrednjeni modeli za konvertor spuštač napona (buck), konvertor podizač napona (boost) i buck-boost konvertor su formirani u [21] za potrebe dizajna regulatora konvertora koji rade u režimu rada u kome je ograničena vršna vrednost struje. Model se koristi u simulacijuma energetske sistema. Model za kontrolu struje konvertora, u kontinualnom režimu rada, baziran na usrednjavanju u prostoru stanja, je formiran u [22].

Program za simulaciju električnih kola SPICE nije pogodan za simulaciju kola energetske elektronike zbog povećanog vremena trajanja simulacije i problema sa konvergencijom. Zbog toga postoji dosta modela prekidačkih konvertora koji koriste SPICE [23, 24, 25, 26] i specijalizovani su kako bi se problemi u vezi sa upotrebom SPICE za simulaciju prekidačkih konvertora rešili. Takodje, postoje modeli koji su specijalizovani za određenu funkciju, na primer, model za strujno upravljani konvertor [24]. Dodatno, modeli implementirani u SPICE su korišćeni i u obrazovanju pri proučavanju dinamike sistema sa prekidačkim konvertorima [27].

Dosta tehnika za simulaciju kola energetske elektronike je opisano u preglednom radu [20].



Slika 2.1: Izvodjenje usrednjenog modela konvertora spuštača napona (eng. *buck*) za kontinualni režim rada na nivou električne šeme.

2.2 Usrednjeni model prekidačkog konvertora

Usrednjeni model prekidačkog konvertora omogućava uvid u ponašanje prekidačkog konvertora na nivou periode prekidanja.

Upotreba usrednjenih modela prekidačkih konvertora je poznata više od 50 godina i počela je usrednjavanjem električnih šema kola prekidačkih konvertora za svaku prekidačku kombinaciju [28]. U [28] su izvedeni usrednjeni modeli na nivou električne šeme za tri DC-DC konvertora: *buck*, *boost* i *buck-boost*. Primer izvodjenja usrednjenog modela konvertora na nivou električne šeme za *buck* konvertor je dat na Sl. 2.1. Procedura za ovakav način usrednjavanja se svodi na to da se za svaku prekidačku kombinaciju nacrtaju električna šema i onda se primeni operacija usrednjavanja (integral dat na Sl. 2.1, gde z može biti napon ili struja u konvertoru). Na primeru konvertora spuštača napona u kontinualnom režimu rada, postoje dve prekidačke kombinacije

1. prekidač S provodi: $0 \leq t \leq d_1 T_s$ i
2. dioda D provodi: $d_1 T_s \leq t \leq T_s$.

Linearni elementi kola (otpornik R_{load} , kalem L i kondenzator C) ne menjaju parametre prilikom usrednjavanja. Napon v_x je tokom prve prekidačke kombinacije (kada prekidač S provodi) jednak

$$v_x = V_{\text{in}},$$

dok je tokom druge prekidačke kombinacije (kada dioda D provodi) jednak

$$v_x = 0.$$

Primenom integrala za usrednjavanje dobija se da je srednja vrednost napona v_x jednaka

$$\langle v_x \rangle = d_1 T_s,$$

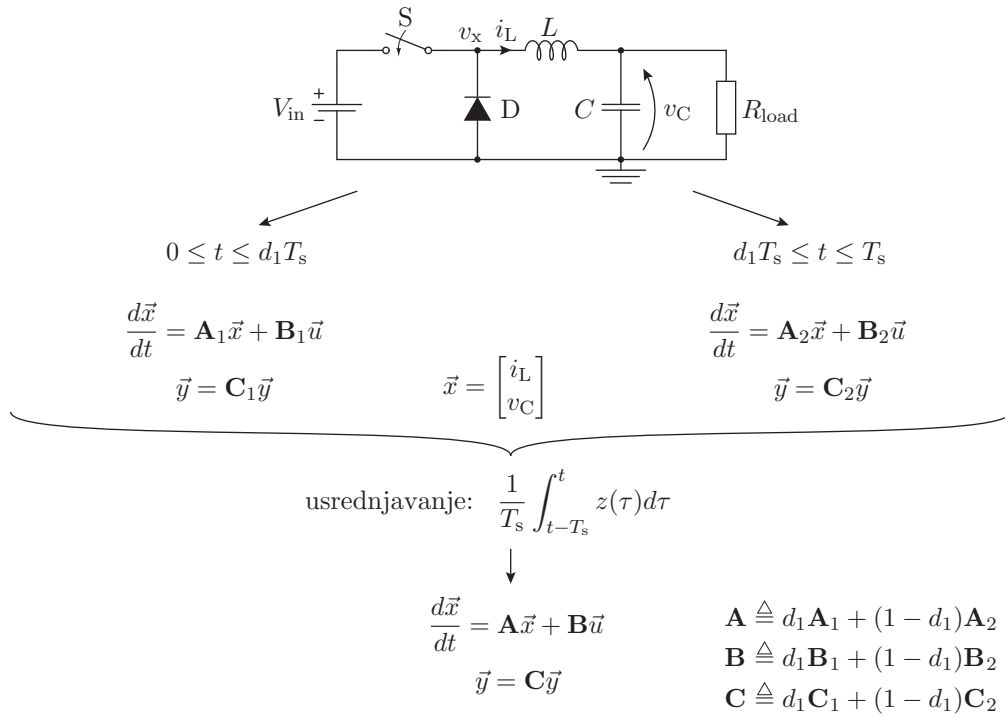
gde je d_1 normalizovano vreme trajanja prve prekidačke kombinacije i T_s je perioda prekidanja. Prema ovome dobija se usrednjeno kolo koje je na dnu Sl. 2.1.

Ovo usrednjeno kolo se sada može koristiti za analizu konvertora spuštača napona. Na primer, za analizu u ustaljenom stanju kalem predstavlja kratak spoj a kondenzator otvorenu vezu, dobija se napon na izlazu koji je jednak $d_1 V_{\text{in}}$. Ili, na primer, za projektovanje upravljanja, može se izvesti prenosna funkcija konvertora za male signale (prenosna funkcija od ulaznog napona do izlaznog napona i prenosna funkcija od d_1 do izlaznog napona), koja nije prikazana ovde, ali se ovo izvodjenje može naći u [28].

Princip je isti kada se analizira drugačije kolo (na primer *boost* ili *buck-boost*), ali je mana je što se postupak ne može generalizovati, već se svako kolo mora ponaosob analizirati. Dodatno, izvedeni usrednjeni model važi samo za kontinualni režim rada.

Metod koji nudi generalizovani pristup formiranju usrednjenog kola prekidačkog konvertora je usrednjavanje u prostoru stanja, koje je uveo i detaljno opisao Slobodan Ćuk u svom doktoratu [17].

Usrednjavanje u prostoru stanja se svodi na opisivanje prekidačkih kombinacija prekidačkog konvertora u prostoru stanja i onda usrednjavanjem matrica koje se



Slika 2.2: Izvodjenje usrednjenog modela konvertora spuštača napona (eng. *buck*) za kontinualni režim rada u prostoru stanja.

javlja u pojedinačnim prekidačkim kombinacijama. Na primer, za isti konvertor, izvodjenje usrednjenog modela za kontinualni režim rada je dato na Sl. 2.2. Odavde se vidi da tehnika usrednjavanja ne zavisi od topologije konvertora i može se generalizovati za bilo koji konvertor sa dve prekidačke kombinacije čija su normalizovana vremena trajanja d_1 i $1 - d_1$.

Usrednjeni model konvertora je nelinearan, pošto je matrica \mathbf{A} funkcija normalizovanog vremena, koje je kontrolna promenjava koja se menja u toku rada konvertora, odnosno $d_1 = d_1(t)$, pa je

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}(d_1(t)) = \mathbf{A}(t).$$

Zbog ovoga nije moguće izvesti prenosne funkcije koje su potrebne za projektovanje upravljanja konvertora. Zato se vrši peturbacija koja omogućava izvodjenje prenosnih funkcija za male signale koje se koriste za projektovanje upravljanja [29, 17].

Doktorat [17] je podeljen na dva dela u kome su izvedeni usrednjeni modeli konvertora za

1. kontinualni režim rada (CCM) i

2. diskontinualni režim rada (DCM).

Oba dela imaju sličnu strukturu koja se odnosi na CCM i DCM i koja se u glavnim crtama svodi na izvodjenje nelinearnog usrednjenog modela konvertora, peturbaciju (linearizaciju) nelinearnog modela konvertora i izvodjenje prenostnih funkcija konvertora.

Metod usrednjavanja [30], koji se suštinski svodi na usrednjavanje modela stanja iz [17], je implementiran u programskom paketu Mathematica, gde se analitički formira usrednjeni model konvertora.

Generalniji pristup usrednjavanju koji obuhvata usrednjavanje u prostoru stanja i potencijalnu upotrebu usrednjavanja na širu klasu konvertora i sistema je prikazan u [31]. Metod je primenjen u slučaju nekoliko rezonantnih konvertora i kvazi-rezonantnih konvertora [32, 33].

Usrednjeni modeli i tehnike usrednjavanja kola energetske elektronike su primenjeni i na klasu 'Switched Capacitor Converters' (SCC) [34, 35, 36, 37].

Treba biti oprezan prilikom usrednjavanja, pošto ukoliko se odnos prekidačke učestanosti i najveće prirodne učestanosti u konvertoru smanjuje, smanjuje se i tačnost usrednjenih modela. Detaljna analiza uticaja prekidačke učestanosti na usrednjavanje u prostoru stanja je obradjena u [38].

2.3 Analiza konvertora u prostoru stanja

Analiza konvertora u prostoru stanja se uglavnom koristi za dizajn upravljanja. Ako se pretpostavi konstantno normalizovano vreme uključenja uprekidača $d_1(t) = D_1$, normalizovano vreme uključenja u ustaljenom stanju, dobije se [17]

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}(t)}{dt} &= \mathbf{A}\vec{x}(t) + \mathbf{B}\vec{u}(t) \\ \vec{y}(t) &= \mathbf{C}\vec{x}(t) \end{aligned}, \quad (2.1)$$

gde su

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= D_1\mathbf{A}_1 + D_2\mathbf{A}_2 \\ \mathbf{B} &= D_1\mathbf{B}_1 + D_2\mathbf{B}_2 \\ \mathbf{C} &= D_1\mathbf{C}_1 + D_2\mathbf{C}_2 \end{aligned}. \quad (2.2)$$

Pretpostavlja se kontinualni režim rada, pa se normalizovano vreme D_2 računa kao $D_2 = 1 - D_1$.

Pošto je sistem jednačina stanja (2.1) linearan (pretpostavljeno konstantno vreme uključenja prekidača D), ukoliko se pretpostavi perturbacija $\hat{u}(t)$ ulaznog vektora $\vec{u}(t)$, važi superpozicija

$$\vec{u}(t) = \vec{U} + \hat{u}(t), \quad (2.3)$$

gde je \vec{U} jednosmerna komponenta ulazanog vektora. Perturbacija ulaznog vektora izaziva perturbaciju vektora stanja

$$\vec{x}(t) = \vec{X} + \hat{x}(t), \quad (2.4)$$

gde je ponovo \vec{X} jednosmerna komponenta vektora stanja i $\hat{x}(t)$ je perturbacija izazvana perturbacijom ulaza. Slično važi za izlazni vektor $\vec{y}(t) = \vec{Y} + \hat{y}(t)$, pa se može napisati

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}(t)}{dt} &= \mathbf{A}\vec{X} + \mathbf{B}\vec{U} + \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}\hat{u} \\ \vec{Y} + \hat{y}(t) &= \mathbf{C}\vec{X} + \mathbf{C}\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (2.5)$$

Izraz (2.5) se može razdvojiti na jednosmerni (DC) i naizmenični (AC) deo, odakle se dobijaju model konvertora u ustaljenom stanju (DC model)

$$\begin{aligned} \vec{0} &= \mathbf{A}\vec{X} + \mathbf{B}\vec{U} \\ \vec{Y} &= \mathbf{C}\vec{X} \end{aligned} \quad (2.6)$$

Izraz za izlazni vektor se direktno dobija kao

$$\vec{Y} = -\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\vec{U}. \quad (2.7)$$

Dinamički model konvertora je

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{x}(t)}{dt} &= \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}\hat{u} \\ \hat{y}(t) &= \mathbf{C}\hat{x}(t) \end{aligned} \quad (2.8)$$

Koristeći se dinamičkim modelom konvertora (2.8), mogu se dobiti prenosne funkcije koje određuju uticaj ulaza na stanja i izlaz

$$\begin{aligned} \frac{\hat{x}(s)}{\hat{u}(s)} &= (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \\ \frac{\hat{y}(s)}{\hat{u}(s)} &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \end{aligned} \quad (2.9)$$

gde je s kompleksna Laplasova promenjliva.

Perturbacija kontrolne promenjlive d_1

Kako bi se odredile prenosne funkcije od kontrolne promenjlive d_1 do stanja i izlaza, potrebno je pretpostaviti perturbaciju upravljačke promenjlive $d_1 = D + \hat{d}_1$, gde je D vrednost normalizovanog vremena u ustaljenom stanju, a \hat{d}_1 perturbacija (naizmanična komponenta). Perturbacija ostalih promenjlivih je $\vec{x}(t) = \vec{X} + \hat{\vec{x}}(t)$, $\vec{y}(t) = \vec{Y} + \hat{\vec{y}}(t)$ i $\vec{u}(t) = \vec{U} + \hat{\vec{u}}(t)$, pa osnovna jednačina stanja (2.1) postaje

$$\begin{aligned} \frac{\hat{\vec{x}}(t)}{dt} = & \underbrace{\mathbf{A}\vec{X} + \mathbf{B}\vec{U}}_{\text{DC komponenta}} + \underbrace{\mathbf{A}\hat{\vec{x}}(t) + \mathbf{B}\hat{\vec{u}}(t)}_{\text{AC komponenta 1}} \\ & + \underbrace{[(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\vec{X} + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)\vec{U}]\hat{d}_1(t)}_{\text{AC komponenta 2}} + \underbrace{[(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\hat{\vec{x}}(t) + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)\hat{\vec{u}}(t)]\hat{d}_1(t)}_{\text{nelinearna komponenta}} \end{aligned} \quad (2.10)$$

i jednačina izlaza je

$$\vec{Y} + \hat{\vec{y}}(t) = \underbrace{\mathbf{C}\vec{X}}_{\text{DC komponenta}} + \underbrace{\mathbf{C}\hat{\vec{x}}(t)}_{\text{AC komponenta 1}} + \underbrace{(\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2)\vec{X}\hat{d}_1(t)}_{\text{AC komponenta 2}} + \underbrace{(\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2)\hat{\vec{x}}(t)\hat{d}_1(t)}_{\text{nelinearna komponenta}}. \quad (2.11)$$

Perturbovana jednačina stanja je nelinearna zbog provizvoda dve funkcije vremena $\hat{\vec{x}}(t)$ i $\hat{d}_1(t)$.

Linearizacija perturbovane jednačine stanja

Kako je perturbovana jednačina stanja (2.10) i (2.11) nelinearna, ne može se odrediti prenosna funkcija. Kako bi se rešio ovaj problem, uvodi se aproksimacija u kojoj se pretpostavlja da su perturbovane vrednosti mnogo manje od vrednosti u ustaljenom stanju [17], odnosno

$$\left| \frac{\hat{x}_i(t)}{X_i} \right| \ll 1, \quad \left| \frac{\hat{u}_j(t)}{U_j} \right| \ll 1, \quad \frac{\hat{d}_1(t)}{D_1} \ll 1, \quad (2.12)$$

gde $i \in \{1, \dots, \dim(\vec{x})\}$ i $j \in \{1, \dots, \dim(\vec{u})\}$ predstavljaju indekse elemenata vektora \vec{x} i \vec{u} , respektivno. Funkcija $\dim()$ daje dimenziju vektora (broj elemenata

vektora). Upotrebom aproksimacija (2.12), mogu se zanemariti nelinearne komponente u izrazima (2.10) i (2.11), pa se dobije linearni sistem u kome figuriše \hat{d}_1 . Razdvajanjem DC komponente i AC komponenti, dobije se DC model konvertora za ustaljena stanja i dinamički model konvertora (AC model). DC model konvertora glasi

$$\begin{aligned}\vec{X} &= -\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\vec{U} \\ \vec{Y} &= \mathbf{C}\vec{X} = -\mathbf{C}\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\vec{U}\end{aligned}\tag{2.13}$$

AC model konvertora je

$$\begin{aligned}\frac{d\hat{x}(t)}{dt} &= \mathbf{A}\hat{x}(t) + \mathbf{B}\hat{u} + [(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\vec{X} + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)\vec{U}]\hat{d}_1(t) \\ \hat{y}(t) &= \mathbf{C}\hat{x}(t) + (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2)\vec{X}\hat{d}_1(t)\end{aligned}\tag{2.14}$$

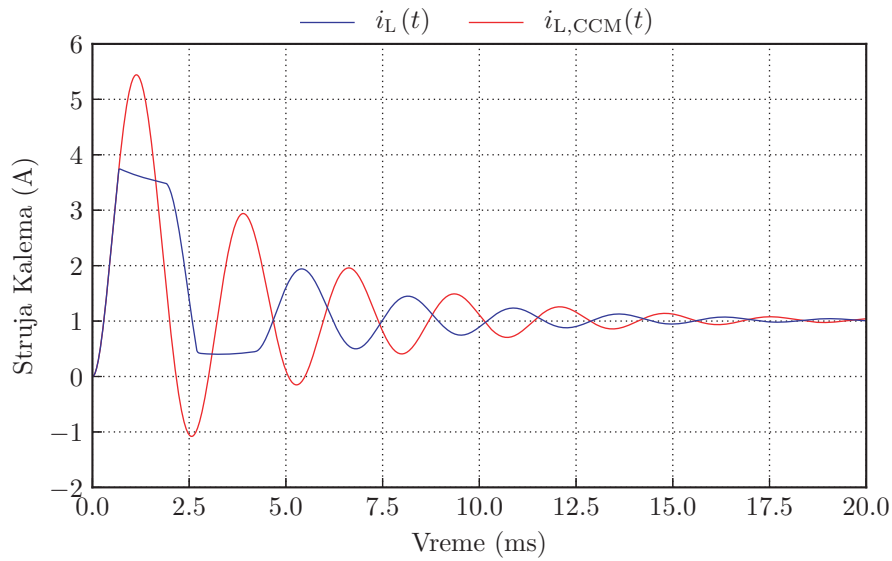
Koristeći se izrazom (2.14) mogu se dobiti prenosne funkcije od normalizovanog vremena \hat{d}_1 prema \hat{x} i \hat{y} , koje glase

$$\begin{aligned}\frac{\hat{x}(s)}{\hat{d}_1(s)} &= (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}[(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\vec{X} + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)\vec{U}] \\ \frac{\hat{y}(s)}{\hat{d}_1(s)} &= \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}[(\mathbf{A}_1 - \mathbf{A}_2)\vec{X} + (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2)\vec{U}] + (\mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_2)\vec{X}\end{aligned}\tag{2.15}$$

Treba primetiti da zanemarivanjem nelinearne komponente u (2.10) i (2.11), izvor harmonika (distorzije) je uklonjen. Model u kome su uračunate nelinearne komponente je detaljno opisan u [39].

2.4 Analiza konvertora predloženim metodom

Analiza konvertora predloženim metodom je principski opisana u ovom odeljku. Analiza se zasniva na usrednjenom modelu konvertora u prostoru stanja. Analiza u prostoru stanja, prikazana u prethodnom odeljku 2.3, koristi se uglavnom za projektovanje regulatora. Prenosne funkcije (2.15), koje se koriste pri projektovanju su dobijene linearizacijom usrednjenih jednačina stanja oko željene radne tačke. Ovakvim pristupom se može dizajnirati željeni odziv regulatora samo u okolini željene radne tačke. Dodatno, nije moguće odrediti uticaj nelinearnih ograničenja, kao na primer maksimalno normalizovano vreme uključenja $d_1(t)$.



Slika 2.3: Uticaj režima rada konvertora i nelinearnih ograničenja na odskočni odziv.

Analiza u prostoru stanja iz prethodnog odeljka, ne može da odredi talasnost struje kalema, koja postoji u prekidačkom konvertoru kao posledica uključanja i isključenja prekidača.

Cilj predloženog metoda za analizu konvertora je da se bazira na usrednjenom modelu konvertora, a da omogući:

- Analizu konvertora koja može da se koristi za dizajn regulatora (kao u prethodnom poglavlju).
- Analizu konvertora u vremenskom domenu kojom mogu da se odrede tranzijenti u prekidačkom konvertoru, uključujući nelinearna ograničenja.
- Analiza konvertora u kojoj se može odrediti trenutna vrednost struje kalema (usrednjena vrednost i talasnost struje kalema).

Usrenjeni model konvertora u prostoru stanja, dat izrazima (2.1) i (2.2), može se numerički rešiti kako bi se dobio odskočni odziv konvertora (u ovom slučaju bi bilo potrebno pretpostaviti određenu vrednost vremena uključanja, ili modelovati regulator). Model u prostoru stanja (2.1) modeluje konvertor u kontinualnom režimu rada. Prema tome, dobijeni odskočni odziv u opštem slučaju nije tačan, pošto konvertor može da menja režime rada tokom tranzijenta odskočnog odziva, a mogu se

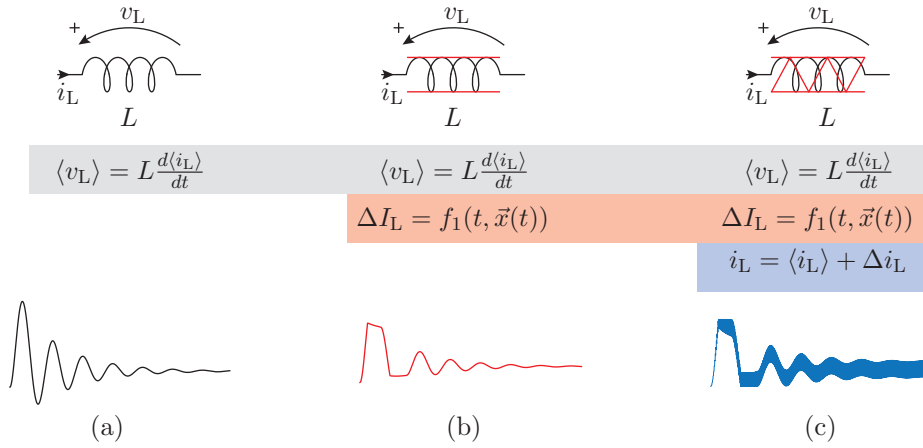
dogoditi i nelinearna ograničenja. Na Sl. 2.3 su prikazana dva odskočna odziva struje kalema konvertora sa Sl. 5.1. Plava kriva predstavlja odskočni odziv srednje vrednosti struje kalema u slučaju nelinearnih ograničenja, dok crvena kriva predstavlja odskočni odziv u slučaju kontinualnog režima rada. Ove dve krive se značajno razlikuju, pa se prema tome model dat izrazima (2.1) i (2.2) se ne može koristiti za računanje odskočnog odziva konvertora.

Proširenje modela stanja

U ovom odeljku, predloženi metod za simulaciju je principski opisan. Matematička formulacija metoda i njegova upotreba su obradjeni u narednim poglavljima.

Kako bi model stanja dat izrazima (2.1) i (2.2) mogao da se koristi za tačno određivanje tranzijenata u konvertoru, proširena je definicija kalema. Naime, linearnoj diferencijalnoj jednačini koja predstavlja vezu između napona i struje kalema (pogledati Sl. 2.4(a)), pridružen je račun amplitude talasnosti struje kalema ΔI_L (pogledati Sl. 2.4(b)). Koristeći se amplitudom talasnosti ΔI_L i srednom vrednošću struje kalema $\langle i_L \rangle$, mogu se odrediti trenuci kada struja kalema dostiže određeno ograničenje, i na taj način režim rada konvertora. Na primer, konvertor ulazi u diskontinualni režim rada kada trenutna vrednost struje kalema dostigne nulu (pogledati odeljak 1.4.4). Kako analiza koja odgovara situaciji na Sl. 2.4(a) podrazumeva samo informaciju o srednjoj vrednosti struje kalema, nije moguće predvideti diskontinualni režim rada. Polazna hipoteza predloženog metoda podrazumeva da ukoliko su poznate trenutna vrednost struje i amplituda talasnosti, može se uspešno detektovati diskontinualni režim rada, odnosno, bilo koji režim rada u kome je ograničena trenutna vrednost struje kalema. Ovaj slučaj odgovara situaciji na Sl. 2.4(b). Nasuprot, promena režima rada utiče na način određivanja usrednjenog modela stanja konvertora. Ovaj problem je detaljno opisan u Pog. 3, i to su obradjena dva pristupa za određivanje usrednjenog modela stanja u slučaju nekog od režima rada u kome je trenutna vrednost struje ograničena (na primer diskontinualni režim rada ili ograničenje vršne vrednosti struje).

U prvom pristupu kalem je algebarski degenerisan. Drugim rečima, zavisnost struje i napona na kalemu nije više opisana linearnom diferencijalnom jednačinom,



Slika 2.4: Proširenje definicije kalema: (a) Kalem u kontinualnom režimu rada, opisan standardnom jednačinom. (b) Kalem kome je pridružena jednačina za računanje amplitude talasnosti struje. (c) Kalem kome su pridružene jednačina za računanje amplitude talasnosti struje i metod za računanje i superpoziciju talasnosti struje kalema. Oznaka $\langle \rangle$ predstavlja usrednjene talasne oblike.

već algebarskom. U daljem tekstu je opisano kako algebarska degeneracija utiče na model u prostoru stanja. Naime, konvertor u kontinualnom režimu rada je modelovan jednačinama koje se mogu zapisati prema modelu stanja kao

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}_{n \times 1}}{dt} &= \mathbf{A}_{n \times n} \vec{x}_{n \times 1} + \mathbf{B}_{n \times m} \vec{u}_{m \times 1}, \\ \vec{y}_{k \times 1} &= \mathbf{C}_{k \times n} \vec{x}_{n \times 1} + \mathbf{D}_{k \times m} \vec{u}_{m \times 1} \end{aligned} \quad (2.16)$$

gde je pretpostavljeno da konvertor ima n stanja, m kontrolnih ulaza i k izlaza. Kao što je već prethodno pomenuto, ukoliko konvertor udje u diskontinualni režim rada, može se modelovati usrednjenim modelom stanja u kome je kalem opisan algebraskom jednačinom (algebarski degenerisan). Algebarska degeneracija kalema je matematički opisana u Pog. 4. Algebarska degeneracija utice na usrednjeni model stanja tako što moduliše broj jednačina u jednačinama stanja. Pošto je kalem algebarski degenerisan, nije više deo jednačine stanja, već izlazne jednačine, pa je usrednjeni model stanja onda konstruisan kao

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}_{(n-1) \times 1}}{dt} &= \mathbf{A}_{(n-1) \times (n-1)} \vec{x}_{(n-1) \times 1} + \mathbf{B}_{(n-1) \times m} \vec{u}_{m \times 1}, \\ \vec{y}_{(k+1) \times 1} &= \mathbf{C}_{(k+1) \times (n-1)} \vec{x}_{(n-1) \times 1} + \mathbf{D}_{(k+1) \times m} \vec{u}_{m \times 1} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Dakle, broj izlaznih jednačina se povećao za jedan, dok se broj jednačina stanja smanjio za jedan.

Drugi način na koji se može formulirati usrednjeni model stanja konvertora u diskontinualnom režimu rada je jednostavno usrednjavanje jednačina stanja, gde je diskontinualni režim rada također opisan jednačinom stanja. Prilikom usrednjavanja u prostoru stanja u diskontinualnom režimu rada treba biti pažljiv, jer se unosi greška koju treba korigovati. Ova greška i njena korekcija su detaljno opisani u odeljku 3.4.2.

Poglavlje 3

Formiranje kontinualnog, usrednjenog, nelinearnog dinamičkog modela

U ovom poglavlju je izveden nelinearni dinamički model stanja za proizvoljan broj prekidačkih stanja (kombinacija) konvertora. Kao prvo, formulisan je opšti nelinearni dinamički model, gde je uvedena neophodna pretpostavka prema kojoj funkcije koje su predmet usrednjavanja treba da su sporo promenjive na intervalu periode prekidanja konvertora. U ostalom delu poglavlja, akcenat je na modelu stanja prekidačkog konvertora. Odnosno, svako prekidačko stanje konvertora je modelovano jednačinama stanja. Koristeći se ovim jednačinama, izveden je usrednjeni nelinearni dinamički model konvertora u prostoru stanja. Treba posebno naglasiti da je ovo izvodjenje sprovedeno za kontinualni režim rada konvertora. Usrednjavanje u prostoru stanja u diskontinualnom režimu rada je diskutovano i pokazano na koji način ga je potrebno sprovesti kako bi se eliminisala greška modela. Na kraju poglavlja, izvedeno je rešenje jednačine stanja i dato u obliku diferencne jednačine, koja se direktno može implementirati u programu.

3.1 Matematička formulacija nelinearnog modela stanja

Kako bi se obezbedili talasni oblici napona i struja u prekidačkom konvertoru, prvi korak u predloženom metodu je da se formira usrednjeni model stanja. Kako bi se to postiglo, prekidački konvertor sa k prekidačkih kombinacija je potrebno razložiti na k električnih kola. Za osnovne dc-dc konvertore, u kontinualnom režimu rada, $k = 2$, dok je $k = 3$ u diskontinualnom režimu rada. U svrhu izvodjenja, pretpostaviće se da su poznata trajanja određenih prekidačkih intervala i jednaka $d_i T_s$, gde je T_s perioda prekidanja, $i \in \{1, \dots, k\}$ i d_i je normalizovano vreme trajanje i -tog prekidačkog intervala. Suma svih normalizovanih vremena je jednaka 1, odnosno

$$\sum_{i=1}^k d_i = 1. \quad (3.1)$$

Uobičajeno je da se u notaciji za prvi prekidački interval d_1 , izostavi indeks. Tako se onda piše samo d , koje je jednako d_1 , odnosno $d = d_1$.

Za svaku prekidačku kombinaciju, ekvivalentno električno kolo je modelovano setom običnih diferencijalnih jednačina prvog reda u normalnoj formi prema promenjivama stanja, koje formiraju vektor $\vec{x}(t)$. Jednačine stanja, izražavaju izvode promenljivih stanja, kao funkcije promenljivih stanja i ulaznih promenljivih, koje formiraju vektor $\vec{u}(t)$

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \vec{f}_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t)), \quad (3.2)$$

gde $i \in \{1, \dots, k\}$ označava prekidačku kombinaciju.

Izlazne promenjive formiraju vektor $\vec{y}(t)$, koji je izražen u eksplicitnoj algebarskoj formi kao funkcija promenljivih stanja i ulaznih promenljivih

$$\vec{y}(t) = \vec{g}_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t)). \quad (3.3)$$

Sledeći korak u formiranju kontinualnog, nelinearnog dinamičkog modela je usrednjavanje jednačina (3.2) i (3.3), koje opisuju određenu prekidačku kombinaciju. Usrednjavanjem promenljivih stanja i izlaznih promenljivih u toku jednog prekidačkog perioda, dobiju se njihove usrednjene vrednosti u bilo kom trenutku vremena. Usred-

njavanje se definiše sledećim integralom

$$\langle z(t) \rangle = \frac{1}{T_s} \int_{t-T_s}^t z(\tau) d\tau, \quad (3.4)$$

gde je $\langle z(t) \rangle$ usrednjena vrednost $z(t)$ u toku jednog prekidačkog perioda.

Kako je prekidački period T_s jako mali, u odnosu na njega se može pretpostaviti da su $\vec{f}_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t))$ i $\vec{g}_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t))$ sporo-promenljive funkcije. Odnosno, da su konstantne tokom određene prekidačke kombinacije d_i . Onda se usrednjene jednačine stanja mogu izraziti kao

$$\frac{d\langle \vec{x}(t) \rangle}{dt} = \sum_{i=1}^k d_i \langle \vec{f}_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t)) \rangle, \quad (3.5)$$

dok su jednačine usrednjenog izlaznog vektora jednake

$$\langle \vec{y}(t) \rangle = \sum_{i=1}^k d_i \langle \vec{g}_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t)) \rangle. \quad (3.6)$$

Ako su funkcije $\vec{f}_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t))$ i $\vec{g}_i(\vec{x}(t), \vec{u}(t))$ linearne, i/ili $\vec{x}(t)$ i $\vec{u}(t)$ sporo-promenljive funkcije u vremenskom intervalu T_s , sistem usrednjenih jednačina stanja se može napisati kao

$$\frac{d\langle \vec{x}(t) \rangle}{dt} = \sum_{i=1}^k d_i \vec{f}_i(\langle \vec{x}(t) \rangle, \langle \vec{u}(t) \rangle), \quad (3.7)$$

i

$$\langle \vec{y}(t) \rangle = \sum_{i=1}^k d_i \vec{g}_i(\langle \vec{x}(t) \rangle, \langle \vec{u}(t) \rangle), \quad (3.8)$$

Normalizovana vremena trajanja određene prekidačke kombinacije d_i , gde $i \in \{1, \dots, k\}$, su konstantna tokom prekidačkog perioda T_s , odnosno diskretne promenljive. Ovakav sistem, koji ima kontinualne i diskretne promenljive bi bio komplikovan za analizu. Promena trajanja prekidačke kombinacije tokom prekidačkog perioda ne bi imala nikakvo fizičko značenje, pa će se prema tome normalizovana vremena nadalje tretirati kao kontinualne promenljive.

U sistemima gde ne postoji povratna sprema (eng. *open-loop systems*), neka od normalizovanih vremena se mogu tretirati kao funkcije ulaza sistema $\langle \vec{u}(t) \rangle$. U dc-ke konvertorima, $d_1(t)$ obično odgovara prekidačkoj kombinaciji u kojoj je prekidač uključen, i u sistemima bez povratne sprege je nezavisna ulazna promenljiva, koja je deo $\langle \vec{u}(t) \rangle$. U ovom slučaju, ostala normalizovana vremena su funkcije $d_1(t)$. Na

primer, u kontinualnom režimu rada $d_2(t) = 1 - d_1(t)$. Kao što je naglašeno ranije, indeks prvog normalizovanog vremena se može izostaviti, $d(t) = d_1(t)$. U sistemima sa povratnom spregom, sva normalizovana vremena su funkcije napona i struja u prekidačkom konvertoru. U oba diskutovana slučaja, sistemi bez i sa povratnom spregom, se svode na

$$d_i = d_i(t) = d_i(\langle \vec{x}(t) \rangle, \langle \vec{u}(t) \rangle), \quad (3.9)$$

gde $i \in \{1, \dots, k\}$. Sada se sistem usrednjenih jednačina stanja može napisati kao [40]

$$\begin{aligned} \frac{d\langle \vec{x}(t) \rangle}{dt} &= \sum_{i=1}^k d_i(\langle \vec{x}(t) \rangle, \langle \vec{u}(t) \rangle) \vec{f}_i(\langle \vec{x}(t) \rangle, \langle \vec{u}(t) \rangle) \\ &= \vec{F}(\langle \vec{x}(t) \rangle, \langle \vec{u}(t) \rangle), \end{aligned} \quad (3.10)$$

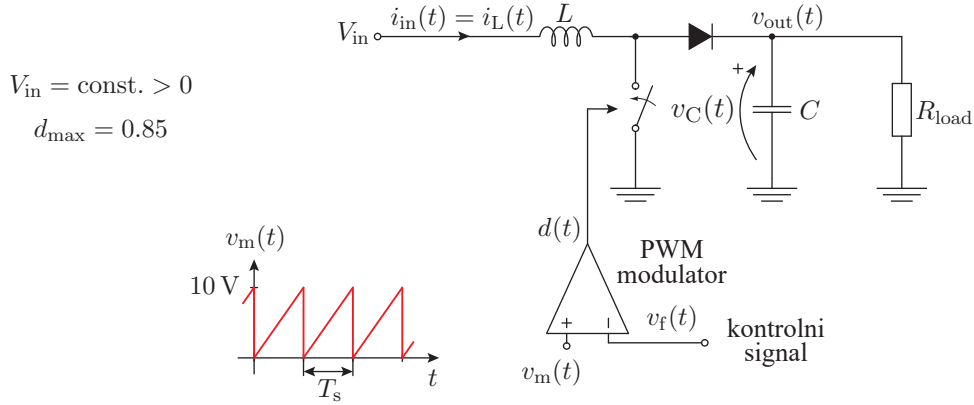
i vektor usrednjenih izlaznih promenljivih

$$\begin{aligned} \langle \vec{y}(t) \rangle &= \sum_{i=1}^k d_i(\langle \vec{x}(t) \rangle, \langle \vec{u}(t) \rangle) \vec{g}_i(\langle \vec{x}(t) \rangle, \langle \vec{u}(t) \rangle) \\ &= \vec{G}(\langle \vec{x}(t) \rangle, \langle \vec{u}(t) \rangle). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Kao rezultat rešenja sistema (3.10) i (3.11), dobije se vektor usrednjenih promenljivih stanja $\langle \vec{x}(t) \rangle$ i vektor usrednjenih izlaznih promenljivih $\langle \vec{y}(t) \rangle$. Prilikom rešavanja (3.10) treba primeniti odgovarajući metod numeričke integracije [41].

Treba napomenuti da su normalizovana vremena data u (3.9), kontrolne promenjive najvišeg prioriteta. Bez obzira na topologiju korišćenog upravljanja, njihov izlaz utiče na promenu stanja prekidača, koja su na kraju određena normalizovanim vremenima.

U nekim simulacionim metodama, računanje $d_i(t)$ se svodi na algoritam koji modeluje električnu šemu modulatora i računa talasne oblike signala koji kontrolišu prekidače. Ovakav pristup je zahtevan u smislu računanja rešenja. Iz tog razloga, modulator je modelovan algebarskom funkcijom, čime se direktno obezbeđuje rešenje za normalizovana vremena u bilo kom trenutku vremena.



Slika 3.1: Konvertor podizač napona.

3.1.1 Primer formiranja kontinualnog nelinearnog dinamičkog modela

U ovom odeljku je ilustriran primer formiranja kontinualnog, nelinearnog dinamičkog modela konvertora podizača napona, koji je prikazan na Sl. 3.1. U slučaju da ne dolazi do algebarske degeneracije, model konvertora podizača napona je okarakterisan jednačinama stanja drugog reda, pošto ima dva reaktivna elementa (L i C). Ovaj primer ilustruje važan deo metoda, a to je razdvajanje modulatora, koji na osnovu izlaza kontrolera $v_f(t)$, proizvodi širinski modulirane impulse koji su okarakterisani sa $d(t)$. Pretpostavićemo da konvertor radi u kontinualnom režimu rada, gde je $i_L(t) > 0$. Prema tome, prekidanje se vrši između dva stanja, kada je prekidač uključen i dioda isključena i kada je prekidač isključen i dioda uključena. Uključeno stanje prekidača traje $d_1(t) = d(t)$, gde je prema specifikaciji modulatora

$$d(t) = \begin{cases} 0, & v_m(t) < 0 \\ v_m(t)/(10 \text{ V}), & 0 \leq v_m(t) < 8.5 \text{ V} \\ 0.85, & 8.5 \text{ V} \leq v_m(t). \end{cases} \quad (3.12)$$

Ovakav model modulatora, daje kontinualnu funkciju za normalizovano vreme $d(t)$, što je potrebno za usrednjavanje u prostoru stanja. U pretpostavljenom kontinualnom režimu rada, vreme u kome je dioda uključena traje $d_2(t) = 1 - d(t)$.

Nakon što su opisana sva prekidačka stanja prekidača u kontinualnom režimu rada, i njihova kontinualna normalizovana vremena definisana, može se formirati kontinualni dinamički model. Vektor stanja $\vec{x}(t)$, modeluje sva stanja u kolu, u

ovom slučaju to su struja kalema $i_L(t)$ i napon kondenzatora $v_C(t)$:

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Ulazni vektor je jednak

$$\vec{u}(t) = \begin{bmatrix} V_{\text{in}} \end{bmatrix}. \quad (3.14)$$

Za ovaj primer, jednačina (3.2) gde je $i \in \{1, 2\}$ glasi

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{V_{\text{in}}}{L} \\ \frac{v_C(t)}{R_{\text{load}}} \end{bmatrix} \text{ za } i = 1, \\ \begin{bmatrix} \frac{di_L(t)}{dt} \\ \frac{dv_C(t)}{dt} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{V_{\text{in}} - v_C(t)}{L} \\ \frac{i_L(t)}{C} - \frac{v_C(t)}{CR_{\text{load}}} \end{bmatrix} \text{ za } i = 2. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Posle primene usrednjavanja (3.4), i prema jednačinama (3.5) i (3.7), jednačine stanja postaju

$$\begin{bmatrix} \frac{d\langle i_L(t) \rangle}{dt} \\ \frac{d\langle v_C(t) \rangle}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{V_{\text{in}} - (1-d(t))\langle v_C(t) \rangle}{L} \\ \frac{(1-d(t))\langle i_L(t) \rangle}{C} - \frac{\langle v_C(t) \rangle}{CR_{\text{load}}} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Izlazni vektor $\vec{y}(t)$, treba da sadrži sve promenjive koje su od interesa za upravljanje, na primer izlazni napon $\langle v_{\text{out}}(t) \rangle = \langle v_C(t) \rangle$ i ulaznu struju $\langle i_{\text{in}}(t) \rangle = \langle i_L(t) \rangle$. Dodatno, izlazni vektor treba da sadrži napone na kalem u svakoj prekidačkoj kombinaciji. Ovo je neophodno za računanje talasnosti struje, što je obradjeno u narednom poglavlju. U opštem slučaju sa k prekidačkih kombinacija, za kalem L , izlazni vektor $\vec{y}(t)$ bi imao k napona, $\langle v_{L1}(t) \rangle, \dots, \langle v_{Lk}(t) \rangle$. Za ovaj primer, gde postoje samo dve prekidačke kombinacije, izlazni vektor sadrži napone $\langle v_{L1}(t) \rangle = V_{\text{in}}$ i $\langle v_{L2}(t) \rangle = V_{\text{in}} - \langle v_C(t) \rangle$.

Diferencijalne jednačine promenljivih stanja (3.16), praćene setom izlaznih jednačina i modelom modulatora (3.12), čine kontinualni usrednjeni nelinearni dinamički model konvertora. Nelinearnosti u modelu su tipa proizvoda dve funkcije, odnosno množenje sa $d(t)$, što su srednje nelinearnosti i ne predstavljaju problem za konvergenciju rešenja prilikom numeričke integracije.

Predstavljeni, kontinualni usrednjeni nelinearni dinamički model konvertora podižača napona sa Sl. 3.1, važi samo u kontinualnom režimu rada, odnosno, dok je struja kalema $i_L(t) > 0$. Ovo ograničenje sadrži trenutnu vrednost struje kalema, koja se

ne može dobiti kontinualnim usrednjenim nelinearnim dinamičkim modelom konvertora. Kako bi se dobila trenutna vrednost struje kalema treba izračunati njenu talasnost oko srednje vrednosti, što je tema sledećeg poglavlja.

3.2 Linearni model stanja

Model stanja je skup diferencijalnih jednačina prvog reda, bez integrala, napisanih u normalnoj formi. Ako se jednačine napišu u matričnoj formi, dobija se vektorska diferencijalna jednačina prvog reda, koja garantuje vremenski odziv linearnog električnog kola. Ukoliko je sistem linearno i stacionarno električno kolo, u kome ne postoje neregularne veze¹, jednačina stanja u matričnoj formi je

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\vec{x}(t) + \mathbf{B}\vec{u}(t) \quad (3.17)$$

gde je $\vec{x}(t)$ vektor stanja i $\vec{u}(t)$ ulazni vektor, odnosno vektor pobuda. Elementi vektora stanja su *promenjive stanja*. Značenje matrica \mathbf{A} i \mathbf{B} je očigledno, one izražavaju izvod vektora stanja kao linearnu kombinaciju vektora stanja i ulaznog vektora. Ova forma jednačine stanje se zove *normalna forma*.

Željene izlazne promenjive mogu biti promenjive stanja, ili bilo koje druge promenjive u kolu, koje se mogu izraziti vektorskom algebarskom jednačinom

$$\vec{y}(t) = \mathbf{C}\vec{x}(t) + \mathbf{D}\vec{u}(t) \quad (3.18)$$

gde je $\vec{y}(t)$ izlazni vektor. Dakle, što se tiče terminologije, (3.17) se zove *jednačina stanja*, dok je (3.18) *izlazna jednačina*. Njih dve zajedno, zovu se *jednačine stanja*.

Iako je model stanja abstraktnija forma predstavljanja linearnog električnog kola, neki od razloga zbog kojih je ova forma pogodna su [42]:

1. Matematičko iskustvo u rešavanju ovih jednačina je veliko i može se direktno primeniti na slučaj koji se rešava.
2. Ovakva predstava jednačina stanja se može lako i prirodno proširiti na vremenski zavisna električna kola, što je slučaj sa kolima energetske elektronike.

¹U teoriji električnih kola, neregularne veze čine paralelne veze naponskih generatora i kondenzatora i redne veze strujnih generatora i kalemova.

3. Diferencijalne jednačine prvog reda se lako programiraju, kako bi se došlo do numeričkog rešenja.

Nadalje, motivacija je da se formira model stanja prekidačkog konvertora, zadržavajući formu jednačina stanja.

3.3 Model stanja prekidačkog konvertora

Posmatra se konvertor koji ima k prekidačkih stanja, kao što je slučaj u (3.1). Smatra se da se ova prekidačka stanja periodično ponavljaju, sa vremenskom periodom T_s (perioda prekidanja prekidačkog konvertora). Odnosno, kontinualno vreme t se može diskretizovati prema periodu prekidanja

$$t_n = nT_s. \quad (3.19)$$

Normalizovano trajanje prekidačkih intervala je dato normalizovanim vremenom d_i , gde vazi (3.1). Treba imati u vidu da je normalizovano vreme definisano jedinstvenom vrednošću za vremenski interval

$$nT_s \leq t < (n + 1)T_s, \quad (3.20)$$

što nije posebno naglašeno u oznaci za d_i , jer će se u toku izvođenja posmatrati samo jedan vremenski interval dužine T_s . Odnosno, neka su, za vremenski interval dat jednačinom (3.20), normalizovana vremena jednaka d_i , gde $i \in \{1, \dots, k\}$.

Pretpostavljeno je da se prekidački konvertor može modelovati ekvivalentnim linearnim kolom za datu prekidačku kombinaciju i da je moguće formirati jednačiname stanja (3.17) i (3.18). Prema tome, u intervalu vremena

$$nT_s \leq t < (n + d_1)T_s, \quad (3.21)$$

koji traje d_1T_s , važi prva prekidačka kombinacija i prekidački konvertor je predstavljen linearnim modelom stanja

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{x}(t)}{dt} &= \mathbf{A}_1\vec{x}(t) + \mathbf{B}_1\vec{u}(t) \\ \vec{y}(t) &= \mathbf{C}_1\vec{x}(t) + \mathbf{D}_1\vec{u}(t) \end{aligned} \quad (3.22)$$

Sledeća prekidačka kombinacija traje d_2T_s , i prekidački konvertor je predstavljen linearnim modelom stanja u kome figurišu matrice \mathbf{A}_2 , \mathbf{B}_2 , \mathbf{C}_2 i \mathbf{D}_2 . U opštem slučaju, kada je aktivna prekidačka kombinacija koja traje d_iT_s , prekidački konvertor je predstavljen linearnim modelom stanja

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{x}(t)}{dt} &= \mathbf{A}_i\vec{x}(t) + \mathbf{B}_i\vec{u}(t) \\ \vec{y}(t) &= \mathbf{C}_i\vec{x}(t) + \mathbf{D}_i\vec{u}(t)\end{aligned}\quad (3.23)$$

Iz ove analize se vidi, da se linearni model jednačina stanja smenjuje u zavisnosti od prekidačke kombinacije, što model stanja na nivou prekidačke periode čini nestacionarnim. Ovaj nestacionarni model stanja prekidačkog konvertora se koristi u daljem izvodjenju kako bi se formirao kontinualni model, pogodan za analizu i simulaciju prekidačkih konvertora.

3.4 Usrednjavanje u prostoru stanja

3.4.1 Usrednjavanje u kontinualnom režimu rada

Upravljanje prekidačkim konvertorima se svodi na upravljanje normalizovanim vremenima trajanja određene prekidačke kombinacije d_i . Vrednosti normalizovanog vremena su jedinstveno određene u toku jednog prekidačkog perioda. Njihove vrednosti su rezultat određenog algoritma upravljanja. Prema tome, u smlislu usrednjavanja, opravdano je posmatrati stanja na periodu ne kraćem od periode prekidanja T_s . Usrednjavanje na nivou periode prekidanja je dato jednačinom (3.4), i za n -ti prekidački ciklus se može napisati kao

$$\langle z_n \rangle = \frac{1}{T_s} \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} z(t) dt, \quad (3.24)$$

gde je $z(t)$ promenjiva stanja, ulaza ili izlaza. Pošto je integral usrednjavanja fiksno vezan u vremenu za određeni prekidački period, dobija se diskretna vrednost usrednjne promenjive. Slično, $\langle \vec{x}_n \rangle$ je definisano kao

$$\langle \vec{x}_n \rangle = \frac{1}{T_s} \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} \vec{x}(t) dt, \quad (3.25)$$

$\langle \vec{u}_n \rangle$ je definisano kao

$$\langle \vec{u}_n \rangle = \frac{1}{T_s} \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} \vec{u}(t) dt, \quad (3.26)$$

$\langle \vec{y}_n \rangle$ je definisano kao

$$\langle \vec{y}_n \rangle = \frac{1}{T_s} \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} \vec{y}(t) dt. \quad (3.27)$$

Usrednjavanje leve strane jednačine stanje se svodi na usrednjavanje izvoda, pa se dobija [43]

$$\frac{1}{T_s} \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} \frac{d\vec{x}(t)}{dt} dt = \frac{\vec{x}((n+1)T_s) - \vec{x}(nT_s)}{T_s} = \frac{\Delta \vec{x}_n}{T_s}, \quad (3.28)$$

gde je

$$\Delta \vec{x}_n \triangleq \vec{x}((n+1)T_s) - \vec{x}(nT_s). \quad (3.29)$$

Usrednjavanje desne strane jednačine stanja se svodi na sledeći izraz

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \vec{x}_n}{T_s} &= \frac{1}{T_s} \int_{nT_s}^{(n+d_1)T_s} (\mathbf{A}_1 \vec{x}(t) + \mathbf{B}_1 \vec{u}(t)) \\ &\quad + \dots + \\ &\quad \frac{1}{T_s} \int_{(n+d_{i-1})T_s}^{(n+d_i)T_s} (\mathbf{A}_i \vec{x}(t) + \mathbf{B}_i \vec{u}(t)) \\ &\quad + \dots + \\ &\quad \frac{1}{T_s} \int_{(n+d_{k-1})T_s}^{(n+d_k)T_s} (\mathbf{A}_k \vec{x}(t) + \mathbf{B}_k \vec{u}(t)). \end{aligned} \quad (3.30)$$

Slično usrednjavanju za jednačinu stanja, može se usrednjiti i izlazna jednačina. Usrednjavanjem leve strane izlazne jednačine dobije se $\langle \vec{y}_n \rangle$. Usrednjavanjem desne strane izlazne jednačine, dobije se

$$\begin{aligned} \langle \vec{y}_n \rangle &= \frac{1}{T_s} \int_{nT_s}^{(n+d_1)T_s} (\mathbf{C}_1 \vec{x}(t) + \mathbf{D}_1 \vec{u}(t)) \\ &\quad + \dots + \\ &\quad \frac{1}{T_s} \int_{(n+d_{i-1})T_s}^{(n+d_i)T_s} (\mathbf{C}_i \vec{x}(t) + \mathbf{D}_i \vec{u}(t)) \\ &\quad + \dots + \\ &\quad \frac{1}{T_s} \int_{(n+d_{k-1})T_s}^{(n+d_k)T_s} (\mathbf{C}_k \vec{x}(t) + \mathbf{D}_k \vec{u}(t)). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Primenom usrednjavanja na levu i desnu stranu jednačina stanja dobijaju se diskretne usrednjene jednačine stanja (3.30) i (3.31). Ove jednačine su komplikovane za primenu, jer imaju integrale sa desne strane. Kako bi se pojednostavile, uvodi se aproksimacija koja pretpostavlja da se stanja $\vec{x}(t)$ i ulazi $\vec{u}(t)$ ne menjaju značajno u toku jednog prekidačkog perioda, i da su približno jednaki odgovarajućim diskretnim usrednjenim promenljivama. Odnosno, za vremenski interval $nT_s \leq t < (n+1)T_s$ važi

$$\vec{x}(t) \approx \langle \vec{x}_n \rangle, \quad (3.32)$$

i

$$\vec{u}(t) \approx \langle \vec{u}_n \rangle, \quad (3.33)$$

što odgovara *forward Euler* pravilu za numeričku integraciju [44]. Uvodjenjem aproksimacija, jednačine (3.30) i (3.31) se svode na

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \vec{x}_n}{T_s} = & d_1(\mathbf{A}_1 \langle \vec{x}_n \rangle + \mathbf{B}_1 \langle \vec{u}_n \rangle) \\ & + \dots + \\ & d_i(\mathbf{A}_i \langle \vec{x}_n \rangle + \mathbf{B}_i \langle \vec{u}_n \rangle) \\ & + \dots + \\ & d_k(\mathbf{A}_k \langle \vec{x}_n \rangle + \mathbf{B}_k \langle \vec{u}_n \rangle) \end{aligned} \quad (3.34)$$

i

$$\begin{aligned} \langle \vec{y}_n \rangle = & d_1(\mathbf{C}_1 \langle \vec{x}_n \rangle + \mathbf{D}_1 \langle \vec{u}_n \rangle) \\ & + \dots + \\ & d_i(\mathbf{C}_i \langle \vec{x}_n \rangle + \mathbf{D}_i \langle \vec{u}_n \rangle) \\ & + \dots + \\ & d_k(\mathbf{C}_k \langle \vec{x}_n \rangle + \mathbf{D}_k \langle \vec{u}_n \rangle). \end{aligned} \quad (3.35)$$

Preuredjivanjem i grupisanjem izraza uz $\langle \vec{x}_n \rangle$ i $\langle \vec{u}_n \rangle$, dobija se

$$\frac{\Delta \vec{x}_n}{T_s} = (d_1 \mathbf{A}_1 + \dots + d_i \mathbf{A}_i + \dots + d_k \mathbf{A}_k) \langle \vec{x}_n \rangle + (d_1 \mathbf{B}_1 + \dots + d_i \mathbf{B}_i + \dots + d_k \mathbf{B}_k) \langle \vec{u}_n \rangle, \quad (3.36)$$

i

$$\langle \vec{y}_n \rangle = (d_1 \mathbf{C}_1 + \dots + d_i \mathbf{C}_i + \dots + d_k \mathbf{C}_k) \langle \vec{x}_n \rangle + (d_1 \mathbf{D}_1 + \dots + d_i \mathbf{D}_i + \dots + d_k \mathbf{D}_k) \langle \vec{u}_n \rangle. \quad (3.37)$$

Jednačine (3.36) i (3.37) predstavljaju nelinearni dinamički model prekidačkog konvertora, dat diferencnim jednačinama, koje su pogodne za simulaciju. Problem koji se u ovom modelu javlja je korak numeričke integracije kojim bi se rešile ove jednačine. Korak numeričke integracije je fiksna i jednak periodu prekidanja T_s . Nemogućnost da se podesi dovoljno mali korak numeričke integracije može da izazove grešku u rešenju i/ili nestabilnost numeričke integracije. Kako bi se ovo izbeglo, moguće je nastaviti izvođenje modela sa dodatnom pretpostavkom, da perioda prekidanja teži nuli [43]. U ovom graničnom procesu, gde $T_s \rightarrow 0$, promenljiva n koja određuje diskretno vreme $n \rightarrow \infty$, prema jednačini (3.19), odnosno

$$n = \frac{t}{T_s}, \quad (3.38)$$

gde je t tekuća vremenska promenljiva, ekvivalentna t_n koja je predstavljala diskretno vreme. Odnosno, u graničnom procesu

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} t_n = \lim_{T_s \rightarrow 0} nT_s = t. \quad (3.39)$$

Ovo znači da se broj prekidačkih perioda, od početnog trenutka do posmatranog vremenskog intervala t neograničeno povećao. Ovo ima značajne posledice na normalizovana vremena i promenljive u prekidačkom konvertoru. Naime, normalizovana vremena, koja su diskretna na nivou periode prekidanja, jer samo tako i imaju fizički smisao, sada postaju kontinualne promenljive vremena

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} d_i = d_i(t), \quad (3.40)$$

gde je $i \in \{1, \dots, k\}$.

Usrednjeni vektori stanja, ulaznih i izlaznih promenljivih, u ovom graničnom procesu postaju kontinualne funkcije vremena

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} \langle \vec{x}_n \rangle = \langle \vec{x}(t) \rangle = \vec{x}(t), \quad (3.41)$$

uz pretpostavku da je $\vec{x}(t)$ kontinualna funkcija vremena u posmatranom vremenskom intervalu, i da nema dirakovih impulsa u ulaznom vektoru $\vec{u}(t)$. Ovde treba primetiti, da je ovim procesom uklonjena talasnost promenljivih stanja u prekidačkom konvertoru.

Primena graničnog procesa na ulazni vektor dovodi do

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} \langle \vec{u}_n \rangle = \langle \vec{u}(t) \rangle = \vec{u}(t), \quad (3.42)$$

uz pretpostavku da je $\vec{u}(t)$ neprekidna funkcija.

Za razliku od vektora stanja i ulaznog vektora, izlazni vektor može sadržati prekidne promenjive, pa se granični proces zaustavlja na

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} \langle \vec{y}_n \rangle = \langle \vec{y}(t) \rangle, \quad (3.43)$$

gde se u opštem slučaju ne može tvrditi da se u graničnom procesu srednja vrednosti izlaznih promenjivih svodi na njihovu trenutnu vrednost. To važi samo za kontinualne promenjive.

Prema definiciji izvoda funkcije

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}_k}{T_s} = \frac{d\vec{x}(t)}{dt}. \quad (3.44)$$

Kako pod pretpostavkom da su stanja kontinualne promenjive, dobija se

$$\langle \vec{x}(t) \rangle = \vec{x}(t), \quad (3.45)$$

što u kombinaciji sa (3.44) daje

$$\lim_{T_s \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}_k}{T_s} = \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \frac{d\langle \vec{x}(t) \rangle}{dt}. \quad (3.46)$$

Zamenom rezultata graničnog procesa u (3.36) i (3.37), dobija se kontinualni usrednjeni model stanja prekidačkog konvertora

$$\begin{aligned} \frac{d\langle \vec{x}(t) \rangle}{dt} = & (d_1(t)\mathbf{A}_1 + \dots + d_i(t)\mathbf{A}_i + \dots + d_k(t)\mathbf{A}_k)\langle \vec{x}(t) \rangle + \\ & (d_1(t)\mathbf{B}_1 + \dots + d_i(t)\mathbf{B}_i + \dots + d_k(t)\mathbf{B}_k)\langle \vec{u}(t) \rangle, \end{aligned} \quad (3.47)$$

i

$$\begin{aligned} \langle \vec{y}(t) \rangle = & (d_1(t)\mathbf{C}_1 + \dots + d_i(t)\mathbf{C}_i + \dots + d_k(t)\mathbf{C}_k)\langle \vec{x}(t) \rangle + \\ & (d_1(t)\mathbf{D}_1 + \dots + d_i(t)\mathbf{D}_i + \dots + d_k(t)\mathbf{D}_k)\langle \vec{u}(t) \rangle. \end{aligned} \quad (3.48)$$

Ovde je povoljno uvesti pojmove usrednjenih matrica

$$\mathbf{A}(t) \triangleq (d_1(t)\mathbf{A}_1 + \dots + d_i(t)\mathbf{A}_i + \dots + d_k(t)\mathbf{A}_k), \quad (3.49)$$

$$\mathbf{B}(t) \triangleq (d_1(t)\mathbf{B}_1 + \cdots + d_i(t)\mathbf{B}_i + \cdots + d_k(t)\mathbf{B}_k), \quad (3.50)$$

$$\mathbf{C}(t) \triangleq (d_1(t)\mathbf{C}_1 + \cdots + d_i(t)\mathbf{C}_i + \cdots + d_k(t)\mathbf{C}_k), \quad (3.51)$$

i

$$\mathbf{D}(t) \triangleq (d_1(t)\mathbf{D}_1 + \cdots + d_i(t)\mathbf{D}_i + \cdots + d_k(t)\mathbf{D}_k). \quad (3.52)$$

Uvodjenjem usrednjenih matrica u jednačine stanja (3.47) i (3.48), dobija se

$$\frac{d\langle \vec{x}(t) \rangle}{dt} = \mathbf{A}(t) \langle \vec{x}(t) \rangle + \mathbf{B}(t) \langle \vec{u}(t) \rangle, \quad (3.53)$$

$$\langle \vec{y}(t) \rangle = \mathbf{C}(t) \langle \vec{x}(t) \rangle + \mathbf{D}(t) \langle \vec{u}(t) \rangle. \quad (3.54)$$

Jednačine stanja (3.53) i (3.54), predstavljaju usrednjeni nelinearni dinamički model prekidačkog konvertora. Ova forma jednačina stanja je pogodna za implementaciju i rešavanje nekom od standardnih metoda numeričke integracije.

Ovaj sistem jednačina stanja se koristiti kasnije za računanje talasnosti i trenutnih vrednosti promenljivih. Pošto se broj jednačina menja u zavisnosti od režima rada konvertora, zgodno je označiti dimenzije vektora u (3.53) i (3.54). Ako se pretpostavi da je broj stanja n i broj izlaznih promenljivih m , sistem jednačina stanja (3.53) i (3.54) se može zapisati kao

$$\frac{d\langle \vec{x}(t) \rangle_{[n \times 1]}}{dt} = \mathbf{A}(t)_{[n \times n]} \langle \vec{x}(t) \rangle_{[n \times 1]} + \mathbf{B}(t)_{[n \times n]} \langle \vec{u}(t) \rangle_{[n \times 1]} \quad (3.55)$$

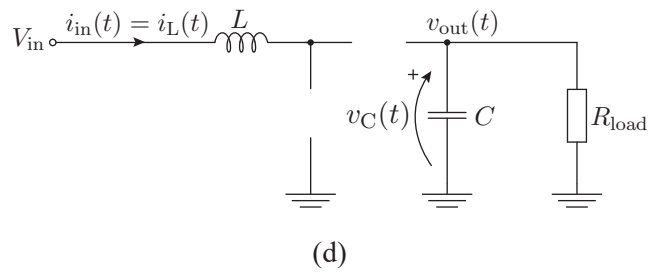
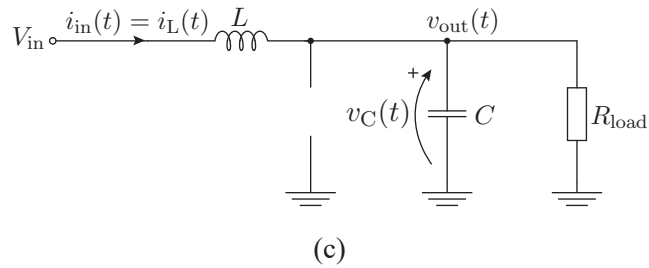
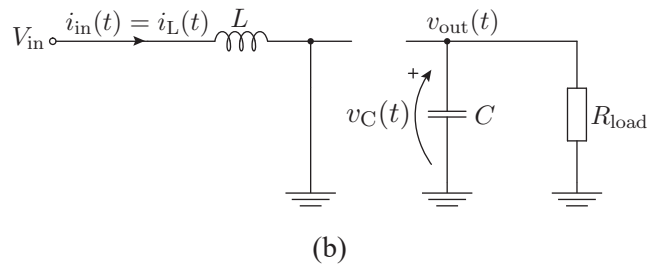
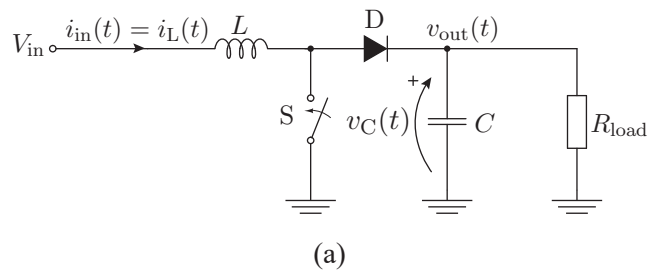
$$\langle \vec{y}(t) \rangle_{[m \times 1]} = \mathbf{C}(t)_{[m \times n]} \langle \vec{x}(t) \rangle_{[n \times 1]} + \mathbf{D}(t)_{[m \times n]} \langle \vec{u}(t) \rangle_{[n \times 1]} \quad (3.56)$$

gde indeks $\{[n, m] \times 1\}$ označava vektor sa n ili m članova i $\{[n, m] \times n\}$ označava matricu sa n ili m redova i n kolona.

Primer formiranja usrednjenog nestacionarnog modela stanja

Kako bi se ilustrovao prethodno opisani proces, u ovom primeru je formirana usrednjena nestacionarna jednačina stanja (3.55). Primer je izveden za slučaj konvertora podizača napona čija električna šema je data na Sl. 3.2(a). Prikazani konvertor ima dve reaktive komponente, kalem L i kondenzator C , pa vektor stanja ima dva elementa

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix}. \quad (3.57)$$



Slika 3.2: Konvertor podizač napona: (a) električna šema, (b) električna šema za S-uključen i D-isključena, (c) električna šema za S-isključen i D-uključena i (d) električna šema za S-isključen i D-isključena.

Dodatno, ima dve prekidačke komponente, prekidač S i dioda D, koje formiraju tri prekidačka stanja

- stanje1: S-uključen i D-isključena, koje je prikazano na Sl. 3.2(b),
- stanje2: S-isključen i D-uključena, koje je prikazano na Sl. 3.2(c) i

- stanje3: S-isključen i D-isključena, koje je prikazano na Sl. 3.2(d).

Svako od prekidačkih stanja se može opisati jednačinom stanja, koje glase

$$\text{stanje1: } \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_{\text{load}}C} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_1} \vec{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_1} \vec{u}(t), \quad (3.58)$$

$$\text{stanje2: } \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{R_{\text{load}}C} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_2} \vec{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_2} \vec{u}(t), \quad (3.59)$$

i

$$\text{stanje3: } \frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R_{\text{load}}C} \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_3} \vec{x}(t) + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{\mathbf{B}_3} \vec{u}(t), \quad (3.60)$$

gde je $\vec{u}(t) = V_{\text{in}}$.

Trajanje stanja je određeno vektorom normalizovanog vremena, koji u ovom slučaju ima tri elementa

$$\vec{d}(t) = \begin{bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \\ d_3(t) \end{bmatrix}, \quad (3.61)$$

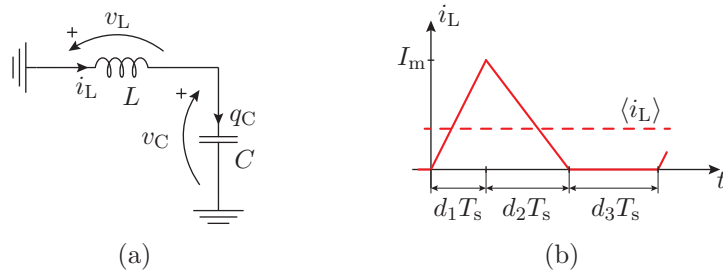
gde važi $d_1(t) + d_2(t) + d_3(t) = 1$. Onda su usrednjene matrice $\mathbf{A}(t)$ i $\mathbf{B}(t)$ jednake

$$\mathbf{A}(t) = d_1(t)\mathbf{A}_1 + d_2(t)\mathbf{A}_2 + d_3(t)\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{d_2(t)}{L} \\ \frac{d_2(t)}{C} & -\frac{1}{R_{\text{load}}C} \end{bmatrix}, \quad (3.62)$$

i

$$\mathbf{B}(t) = d_1(t)\mathbf{B}_1 + d_2(t)\mathbf{B}_2 + d_3(t)\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} \frac{d_1(t)+d_2(t)}{L} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.63)$$

Prethodni primer predstavlja principski pristup usrednjavanju u prostoru stanja. Usrednjavanje u prostoru stanja je dalje prošireno, tako što se vodi računa o diskontinualanom režimu rada, koji treba uračunati sa korekcijom. Odnosno, pri računanju matrica $\mathbf{A}(t)$ i $\mathbf{B}(t)$, uneta je greška, koja je objašnjena i korigovana u narednom odeljku.



Slika 3.3: Punjenje kondenzatora strujom kalema u diskontinualnom režimu rada: (a) električna šema; (b) talasni oblik struje kalema u diskontinualnom režimu rada.

3.4.2 Usrednjavanje u diskontinualnom režimu rada u prostoru stanja

U ovom odeljku, usrednjavanje u prostoru stanja u diskontinualnom režimu rada je opisano. Naime, usrednjene matrice se ne mogu dobiti linearnom kombinacijom matrica za određenu prekidačku kombinaciju, kao što je to moguće za kontinualni režim rada (vidi jednačine (3.49) - (3.52)). Ovaj izraz je potrebno korigovati za diskontinualni režim rada [45], što je objašnjeno u ovom odeljku.

Kako bi se stekao uvid u problem koji se javlja prilikom usrednjavanja u prostoru stanja u diskontinualnom režimu rada, jednostavno električno kolo sa Sl. 3.3(a) je analizirano. Pretpostavljeno je da se struja kalema menja linearno prema talasnom obliku prikazanom na Sl. 3.3(b), što odgovara struji kalema u diskontinualnom režimu rada. Prema prikazanom talasnom obliku, srednja vrednost struje je jednaka

$$\langle i_L \rangle = \frac{1}{2}(d_1 + d_2)I_m, \quad (3.64)$$

gde je I_m maksimalna vrednost struje u diskontinualnom režimu rada. Sa q_C je obeleženo naelektrisanje kondenzatora. Promena naelektrisanja na kondenzatoru C zavisi od struje kojom se kondenzator puni, odnosno

$$\frac{d\langle q_C \rangle}{dt} = \langle i_L \rangle, \quad (3.65)$$

gde su srednje vrednosti struje kalema i kondenzatora jednake, $\langle i_C \rangle = \langle i_L \rangle$.

Prema usrednjavanju u prostoru stanja, u kome ne postoji korekcija, može se

napisati sledeće

$$\begin{aligned}\frac{d\langle q_C \rangle}{dt} &= (d_1 \underbrace{a_1}_{=1} + d_2 \underbrace{a_2}_{=1} + d_3 \underbrace{a_3}_{=0}) \langle i_L \rangle \\ &= (d_1 + d_2) \langle i_L \rangle\end{aligned}\quad (3.66)$$

Usrednjena promena naelektrisanja na kondenzatoru dobijena usrednjavanjem u prostoru stanja (3.66), se razlikuje od stvarne promene naelektrisanja (3.65), za faktor $(d_1 + d_2)$. Prema tome, srednju vrednost struje kalema u diskontinualnom režimu rada, treba korigovati u slučaju usrednjavanja u prostoru stanja. Tačan izraz sa korekcionim faktorom glasi

$$\frac{d\langle q_C \rangle}{dt} = (d_1 a_1 + d_2 a_2 + d_3 a_3) m \langle i_L \rangle, \quad (3.67)$$

gde je korekcionni faktor m jednak

$$m = \frac{1}{d_1 + d_2}. \quad (3.68)$$

Veza izmedju usrednjene količine naelektrisanja $\langle q_C \rangle$ i usrednjenog napona na kondenzatoru $\langle v_C \rangle$ je kapacitivnost C

$$\langle q_C \rangle = C \langle v_C \rangle. \quad (3.69)$$

Stvarna srednja promana struje kalema je jednaka srednjoj promeni struje u prostoru stanja. Usrednjavanjem u prostoru stanja, dobije se sledeći izraz za srednju vrednosti promene struje kalema

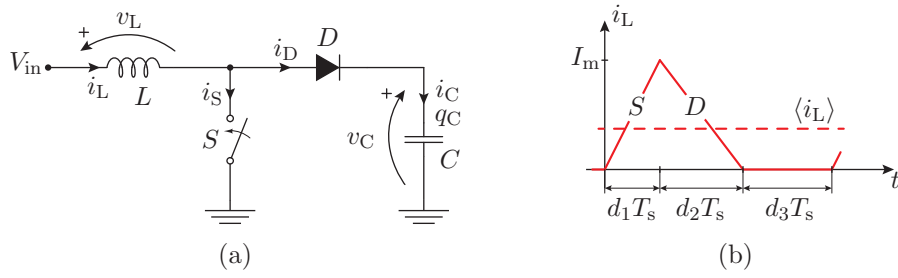
$$\frac{d\langle i_L \rangle}{dt} = -\left(d_1 \frac{1}{L} + d_2 \frac{1}{L} + d_3 \frac{1}{L}\right) \langle v_C \rangle. \quad (3.70)$$

Suma normalizovanih vremena je jednaka jedinici, $d_1 + d_2 + d_3 = 1$, pa se dobije za srednju vrednost promene struje

$$\frac{d\langle i_L \rangle}{dt} = -\frac{1}{L} \langle v_C \rangle, \quad (3.71)$$

što je jednako stvarnoj promeni srednje vrednosti struje kalema.

Prema diskusiji iznad, korekciju prilikom usrednjavanja u prostoru stanja u diskontinualnom režimu rada, potrebno je izvršiti samo za struju kalema.



Slika 3.4: Konvertor podizač napona:(a) električna šema; (b) talasni oblik struje kalema L u diskontinualnom režimu rada.

Korekcija srednje vrednosti struje kalema je razmotrena na jednostavnom kolu sa Sl. 3.3 i izveden je korekcionni faktor m . Sledeći slučaj koji je razmotren je prekidački konvertor podizača napona, koji je prikazan na Sl. 3.4(a). Pretpostavljen je diskontinualni režim rada i talasni oblik struje kalema L je prikazan na Sl. 3.4(b). U vremenskom periodu $d_1 T_s$ provodi prekidač S , dok u periodu $d_2 T_s$ provodi dioda D . U periodu $d_3 T_s$ ne provode ni prekidač ni dioda, pa je struja koja puni kondenzator jednaka nuli. Struja kondenzatora je jednaka struji diode, $i_C = i_D$. Prema pretpostavljenom talasnom obliku struje kalema, srednja vrednost struje kojom se kondenzator puni je jednaka

$$\langle i_C \rangle = \frac{1}{2} d_2 I_m. \quad (3.72)$$

Srednja vrednost struje kalema je ostala ista kao u (3.64), pa se onda može napisati sledeći izraz za srednju vrednost struje kojom se puni kondenzator

$$\langle i_C \rangle = \frac{d_2}{d_1 + d_2} \langle i_L \rangle. \quad (3.73)$$

Izraz iznad predstavlja stvarnu vrednost struje kondenzatora.

Usrednjavanjem u prostoru stanja, dobije se sledeći izraz za srednju vrednost struje kondenzatora

$$\begin{aligned} \frac{d\langle q_C \rangle}{dt} &= (d_1 \underbrace{a_1}_{=0} + d_2 \underbrace{a_2}_{=1} + d_3 \underbrace{a_3}_{=0}) \langle i_L \rangle \\ &= d_2 \langle i_L \rangle \end{aligned} \quad (3.74)$$

Stvarna vrednost srednje vrednosti struje kondenzatora (3.73) i vrednost dobijena usrednjavanjem u prostoru stanja (3.74) se razlikuju za faktor $(d_1 + d_2)$. Kako bi

se usrednjavanjem u prostoru stanja dobila stvarna vrednost struje kondenzatora, potrebno je korigovati usrednjenu struju kalemova prema izrazu (3.67). Vrednost korekcionog faktora m je data izrazom (3.68).

Usrednjavanje sa proizvoljnim brojem kalemova i kondenzatora

Prethodno izvedeni izrazi za korekcionni faktor m se mogu generalizovati za proizvoljan broj kalemova i kondenzatora u prekidačkom konvertoru. Pretpostaviće se da je broj kalemova jednak n_L , a broj kondenzatora jednak n_C . Vektor stanja će onda imati $n_L + n_C$ elemenata i treba ga popuniti prvo strujama kalemova, pa onda naponima kondenzatora

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} i_{L1} \\ \vdots \\ i_{Ln_L} \\ v_{C1} \\ \vdots \\ v_{Cn_C} \end{bmatrix}. \quad (3.75)$$

Usrednjene matrice, $\mathbf{A}(t)$, $\mathbf{B}(t)$, $\mathbf{C}(t)$ i $\mathbf{D}(t)$ se računaju kao i u slučaju kontinualnog režima rada, prema izrazima (3.49) - (3.52). Korigovana jednačina stanja se može napisati kao

$$\frac{d\langle \vec{x}(t) \rangle}{dt} = \mathbf{A}(t)\mathbf{M}(t)\langle \vec{x}(t) \rangle + \mathbf{B}(t)\langle \vec{u}(t) \rangle, \quad (3.76)$$

gde je $\mathbf{M}(t)$ korekciona matrica. Kako je potrebno korigovati samo struje kalemova, korekciona matrica je jednaka [45]

$$\mathbf{M}(t) = \text{diag} \left[\underbrace{\frac{1}{d_1(t) + d_2(t)}, \dots, \frac{1}{d_1(t) + d_2(t)}}_{n_L}, \underbrace{1, \dots, 1}_{n_C} \right], \quad (3.77)$$

gde 'diag[]' označava diaogonalnu matricu.

3.5 Rešenje nelinearne usrednjene jednačine stanja

Rešenje linearne jednačine stanja

U ovom odeljku je prikazano izvodjenje rešenja jednačine stanja. Izvodjenje počinje od linearne jednačine stanja (3.17), u kojoj su matrice \mathbf{A} i \mathbf{B} konstantne

$$\frac{d\vec{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}\vec{x}(t) + \mathbf{B}\vec{u}(t), \quad (3.78)$$

gde se pretpostavlja da vektor stanja $\vec{x}(t)$ ima n elemenata. Broj elemenata ulaznog vektora $\vec{u}(t)$ se može razlikovati od n . Prema tome, \mathbf{A} je kvadratna matrica (ima isti broj redova i kolona), dok \mathbf{B} u opštem slučaju ne mora da bude kvadratna. Početne vrednosti su date vektorom $\vec{x}(t_0)$. U ovom slučaju, rešenje za (3.78) je izvedeno koristeći se metodom *varijacije parametara* [42]. Prema tome, može se pretpostaviti

$$\vec{x}(t) = \mathbf{S}(t)\vec{x}_1(t), \quad (3.79)$$

gde je $\mathbf{S}(t)$ kvadratna matrica reda n , za koju se pretpostavlja da je regularna za vremenski period gde se traži rešenje $t \geq t_0$. Zamenom transformacije (3.79) u (3.78), dobija se

$$\frac{d\mathbf{S}(t)}{dt}\vec{x}_1(t) + \mathbf{S}(t)\frac{d\vec{x}_1(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{S}(t)\vec{x}_1(t) + \mathbf{B}\vec{u}(t). \quad (3.80)$$

Preuredjivanjem se dobija

$$\left(\frac{d\mathbf{S}(t)}{dt} - \mathbf{A}\mathbf{S}(t)\right)\vec{x}_1(t) = -\mathbf{S}(t)\frac{d\vec{x}_1(t)}{dt} + \mathbf{B}\vec{u}(t). \quad (3.81)$$

Očigledno je da je rešenje pojednostavljeno, ako se pretpostavi da je funkcija u zagradi jednaka nuli. Onda se dobija homogena diferencijalna matricna jednačina po $\mathbf{S}(t)$ [42]. Kada se homogena jednačina po $\mathbf{S}(t)$ reši, $\mathbf{S}(t)$ se može zameniti u desnu stranu jednačine (3.81), i $\vec{x}_1(t)$ se dobije direktno integracijom. Krajnje rešenje $\vec{x}(t)$ se dobija zamenom $\mathbf{S}(t)$ i $\vec{x}_1(t)$ u (3.79).

Prema ovome, dve jednačine koje se dobijaju iz (3.81), uzimajući da je funkcija u zagradi jednaka nuli, su

$$\frac{d\mathbf{S}(t)}{dt} - \mathbf{A}\mathbf{S}(t)\vec{x}_1(t) = 0, \quad (3.82)$$

i

$$\mathbf{S}(t) \frac{\vec{x}_1(t)}{dt} = \mathbf{B}\vec{u}(t). \quad (3.83)$$

Kako je pretpostavljeno da je $\mathbf{S}(t)$ regularna matrica, postoji njena inverzna matrica. Prema tome, druga jednačina se može pomnožiti invertovanom $\mathbf{S}(t)$ matricom, $\mathbf{S}(t)^{-1}$, pa se dobije

$$\frac{\vec{x}_1(t)}{dt} = \mathbf{S}(t)^{-1} \mathbf{B}\vec{u}(t). \quad (3.84)$$

Rešenje za $\vec{x}_1(t)$ se dobije direktnom integracijom (3.84) od početnog trenutka t_0 do t , pa se dobije

$$\vec{x}_1(t) = \vec{x}_1(t_0) + \int_{t_0}^t \mathbf{S}(\tau)^{-1} \mathbf{B}\vec{u}(\tau) d\tau. \quad (3.85)$$

Za početni trenutak važi

$$\vec{x}(t_0) = \mathbf{S}(t_0) \vec{x}_1(t_0). \quad (3.86)$$

Odnosno, $\vec{x}_1(t_0) = \mathbf{S}(t_0)^{-1} \vec{x}(t_0)$ je početni uslov za (3.85). U daljem izvodjenju, obe strane jednačine (3.85) su pomnožene sa $\mathbf{S}(t)$. Kako je integral po promenljivoj τ , $\mathbf{S}(t)$ može da ide pod integralnu funkciju, pa se dobije

$$\vec{x}(t) = \mathbf{S}(t) \mathbf{S}(t_0)^{-1} \vec{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \mathbf{S}(t) \mathbf{S}(\tau)^{-1} \mathbf{B}\vec{u}(\tau) d\tau. \quad (3.87)$$

Dakle, da bi se dobilo rešenje $\vec{x}(t)$, potrebno je sprovesti integraciju u (3.87), za dati regularni početni uslov $\mathbf{S}(t_0)$. Dodatno, potrebno je izračunati inverznu matricu $\mathbf{S}(\tau)^{-1}$.

Ispostvalja se, da se nalaženje inverzne matrice može izbeći, pošto je $\mathbf{S}(t) \mathbf{S}(\tau)^{-1}$ je matična funkcija po $t - \tau$, pa se može napisati kao

$$\mathbf{S}(t) \mathbf{S}(\tau)^{-1} = \Phi(t - \tau). \quad (3.88)$$

Zamenom u (3.87) dobija se

$$\vec{x}(t) = \Phi(t - t_0) \vec{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t - \tau) \mathbf{B}\vec{u}(\tau) d\tau. \quad (3.89)$$

Matrica Φ se zove *matrica prelaza stanja* (eng. *state-transition matrix*) [42]. Ime dolazi od slučaja kada nema pobude, $\vec{u} = 0$, prelaz stanja mreže od trenutka t_0 do trenutka t je u potpunosti određen matricom Φ , kao što jednačina (3.89) to pokazuje.

Jednačina (3.89) predstavlja simboličko rešenje jednačine stanja. Potrebno je izvesti izraz za matricu Φ . Da bi se to postiglo, dalje izvodjenje podrazumeva rešavanje homogene jednačine (3.82), koja je data po $\mathbf{S}(t)$. Ako se razmotri skalarna homogena diferencijalna jednačina prvog reda

$$\frac{ds(t)}{dt} - as(t) = 0, \quad (3.90)$$

gde je a konstanta, sa početnim uslovom $x(t_0) = 1$, dobije se rešenje

$$s(t) = e^{a(t-t_0)}. \quad (3.91)$$

Kako su skalarna jednačina i (3.82) identične, rešenje matrične jednačine je takodje eksponencijalna funkcija

$$\mathbf{S}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}. \quad (3.92)$$

Problem u ovom slučaju je značenje ove funkcije, koja kao parametar ima matricu u ekponentu. Kako bi se rešio ovaj problem, eksponencijalna funkcija se može razviti u Tejlorov red

$$\begin{aligned} e^{\mathbf{A}t} &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^k t^k}{k!} \\ &= \mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{\mathbf{A}^2 t^2}{2!} + \dots + \frac{\mathbf{A}^k t^k}{k!} + \dots \end{aligned} \quad (3.93)$$

gde je \mathbf{I} jedinična matrica reda n . Kako je matrica \mathbf{A} kvadratna reda n , tako je i $e^{\mathbf{A}t}$ takodje kvadratna matrica reda n . Na primer, ako se uzme da je

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -0.5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3.94)$$

onda je

$$\mathbf{A}^2 = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}, \quad (3.95)$$

i

$$\mathbf{A}^3 = \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}. \quad (3.96)$$

Onda je

$$\begin{aligned}
 e^{\mathbf{A}t} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -0.5 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} t + \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -2 & 2 \end{bmatrix} \frac{t^2}{2} + \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -4 & 3 \end{bmatrix} \frac{t^3}{6} + \dots \\
 &= \begin{bmatrix} 1 + \frac{t^2}{2} + \frac{t^3}{6} + \dots & -\frac{t}{2} - \frac{t^2}{4} - \frac{t^3}{6} + \dots \\ -2t - t^2 - \frac{2t^3}{3} + \dots & 1 + t + t^2 + \frac{t^3}{2} + \dots \end{bmatrix}.
 \end{aligned} \tag{3.97}$$

Izvod matričnog ekponenta se dobije ako se potraži izvod svakog člana u Tejlorovom redu (3.93)

$$\begin{aligned}
 e^{\mathbf{A}t} &= \mathbf{A} + \mathbf{A}^2 t + \frac{\mathbf{A}^3 t^2}{2!} + \frac{\mathbf{A}^4 t^3}{3!} + \dots \\
 &= \mathbf{A} \left(\mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{\mathbf{A}^2 t^2}{2!} + \frac{\mathbf{A}^3 t^3}{3!} + \dots \right) \\
 &= \mathbf{A} e^{\mathbf{A}t}.
 \end{aligned} \tag{3.98}$$

Odnosno, formula je ista kao i u slučaju skalarnog ekponenta. Sada se može proveriti, da li rešenje (3.92) zadovoljava homogenu jednačinu (3.82), sa početnim uslovom $\mathbf{S}(t_0) = \mathbf{I}$.

Kako je na početku izvodjenja pretpostavljeno da je matrica $\mathbf{S}(t)$ regularna, sada se to može i pokazati. Prema definiciji Tejlorovog reda za eksponencijalnu funkciju, važi sledeći izraz

$$e^{-\mathbf{A}t} = \mathbf{I} - \mathbf{A}t + \frac{\mathbf{A}^2 t^2}{2!} - \dots + (-1)^k \frac{\mathbf{A}^k t^k}{k!} + \dots \tag{3.99}$$

Ako bi se pomnožila dva eksponencijalna reda, jedan sa pozitivnim a drugi sa negativnim eksponentom, dobija se sledeće

$$e^{\mathbf{A}t} e^{-\mathbf{A}t} = \mathbf{I}. \tag{3.100}$$

Svi ostali članovi se potru. Na osnovu ovog rezultata, može se reći da postoji matrica ($e^{-\mathbf{A}t}$), koja pomnožena sa $e^{\mathbf{A}t}$, daje jediničnu matricu, što je definicija inverzne matrice. Prema tome, matrica $\mathbf{S}(t) = e^{\mathbf{A}t}$ ima inverznu matricu, pa je matrica $\mathbf{S}(t)$ regularna.

Za konačno rešenje jednačine stanja, potrebno je napisati izraze za

$$\Phi(t - t_0) = \mathbf{S}(t)\mathbf{S}(t_0)^{-1} = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}, \tag{3.101}$$

i

$$\Phi(t - \tau) = \mathbf{S}(t)\mathbf{S}(\tau)^{-1} = e^{\mathbf{A}(t-\tau)}. \quad (3.102)$$

Kada se ovi izrazi zamene u (3.89) dobija se rešenje jednačine stanja

$$\vec{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\vec{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)}\mathbf{B}\vec{u}(\tau)d\tau. \quad (3.103)$$

Dobijeno rešenje je u kontinualnom vremenu. Pošto se rešenje koristi za simulaciju na digitalnom računaru, gde je numeričko rešenje od interesa, cilj daljeg izvodjenja je da se dobijeno rešenje diskretizuje. Prvi korak u diskretizaciji rešenja je diskretizacija vremena, koja se sprovodi slično kako u (3.19)

$$t_n = nT_{\text{sim}}, \quad (3.104)$$

gde je t_n tekuće digitalno vreme i T_{sim} korak simulacije. U ovom slučaju diskretnog vremena, jednačina (3.103) se može napisati kao

$$\vec{x}((n+1)T_{\text{sim}}) = e^{\mathbf{A}T_{\text{sim}}}\vec{x}(nT_{\text{sim}}) + \int_{nT_{\text{sim}}}^{(n+1)T_{\text{sim}}} e^{\mathbf{A}((n+1)T_{\text{sim}}-\tau)}\mathbf{B}\vec{u}(\tau)d\tau. \quad (3.105)$$

Kako korak simulacije T_{sim} treba birati tako da se stanja $\vec{x}(t)$ i pobude $\vec{u}(t)$ ne menjaju značajno u intervalu vremena

$$nT_{\text{sim}} \leq t < (n+1)T_{\text{sim}}. \quad (3.106)$$

Onda se u podintegralnoj funkciji u jednačini (3.105), može pretpostaviti da važi

$$\mathbf{B}\vec{u}(\tau) \approx \mathbf{B}\vec{u}(nT_{\text{sim}}), \quad (3.107)$$

za $nT_{\text{sim}} \leq \tau < (n+1)T_{\text{sim}}$. Onda se integral može napisati kao

$$\begin{aligned} \int_{nT_{\text{sim}}}^{(n+1)T_{\text{sim}}} e^{\mathbf{A}((n+1)T_{\text{sim}}-\tau)}\mathbf{B}\vec{u}(\tau)d\tau &= \left(\int_{nT_{\text{sim}}}^{(n+1)T_{\text{sim}}} e^{\mathbf{A}((n+1)T_{\text{sim}}-\tau)}d\tau \right) \mathbf{B}\vec{u}(nT_{\text{sim}}) \\ &= \mathbf{A}^{-1}(e^{\mathbf{A}T_{\text{sim}}} - \mathbf{I})\mathbf{B}\vec{u}(nT_{\text{sim}}) \\ &= \mathbf{A}^{-1} \left(\mathbf{A}T_{\text{sim}} + \frac{\mathbf{A}^2T_{\text{sim}}^2}{2!} + \dots \right) \mathbf{B}\vec{u}(nT_{\text{sim}}) \\ &= \left(\mathbf{I}T_{\text{sim}} + \frac{\mathbf{A}T_{\text{sim}}^2}{2!} + \frac{\mathbf{A}^2T_{\text{sim}}^3}{3!} + \dots \right) \mathbf{B}\vec{u}(nT_{\text{sim}}) \\ &= \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^{k-1}T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) \mathbf{B}\vec{u}(nT_{\text{sim}}). \end{aligned} \quad (3.108)$$

Ako se iskoristi oznaka za digitalno vreme iz (3.104), diskretizovano rešenje jednačine stanja se može napisati kao

$$\vec{x}(t_{n+1}) = e^{\mathbf{A}(T_{\text{sim}})} \vec{x}(t_n) + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^{k-1} T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) \mathbf{B} \vec{u}(t_n). \quad (3.109)$$

Odnosno, u obliku koji se koristi za implementaciju, ima samo množenja i sabiranja matrica, pa se jednačina (3.109), može napisati u ekvivalentnom obliku kao

$$\vec{x}(t_{n+1}) = \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^k T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) \vec{x}(t_n) + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^{k-1} T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) \mathbf{B} \vec{u}(t_n), \quad (3.110)$$

gde je matični eksponent dat jednačinom (3.93). Ovaj izraz se može dalje transformisati kao

$$\vec{x}(t_{n+1}) = \vec{x}(t_n) + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^k T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) \vec{x}(t_n) + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^{k-1} T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) \mathbf{B} \vec{u}(t_n). \quad (3.111)$$

Kako su T_{sim}^k i $k!$ skalarni brojevi, izraz se može napisati u obliku

$$\vec{x}(t_{n+1}) = \vec{x}(t_n) + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^{k-1} T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) \mathbf{A} \vec{x}(t_n) + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^{k-1} T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) \mathbf{B} \vec{u}(t_n). \quad (3.112)$$

Grupisanjem izraza oko delova koji pripadaju sumama, dobije se

$$\vec{x}(t_{n+1}) = \vec{x}(t_n) + \left(\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\mathbf{A}^{k-1} T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) (\mathbf{A} \vec{x}(t_n) + \mathbf{B} \vec{u}(t_n)). \quad (3.113)$$

Dobijeni izraz predstavlja potpuno diskretno rešenje linearne jednačine stanja. Prilikom računanja, izraz se aproksimira s nekoliko prvih članova sume, što dovodi do lokalne greške odsecanja (eng. *local truncation error* (LTE)). LTE je razlika između $\vec{x}(t_{n+1})$ i tačnog rešenja, pod pretpostavkom da su sva prethodna rešenja ($\vec{x}(t_n), \vec{x}(t_{n-1}), \dots$) tačna [8]. Prema tome, greška u trenutku t_{n+1} zavisi od LTE u svim prethodnim trenucima (t_n, t_{n-1}, \dots). Rešenje je stabilno ukoliko LTE ne divergira. Diskretno rešenje se sada može napisati kao

$$\vec{x}(t_{n+1}) = \vec{x}(t_n) + \left(\sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{A}^{k-1} T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) (\mathbf{A} \vec{x}(t_n) + \mathbf{B} \vec{u}(t_n)) + O(T_{\text{sim}}^K), \quad (3.114)$$

gde $O(T_{\text{sim}}^K)$ predstavlja LTE reda K . LTE nije dalje analizirana u ovom radu i pretpostavlja se da ne utiče značajno na rezultate simulacije.

Ako se u izrazu (3.114) uzme $K = 1$, dobije se rešenje po Forward Euler pravilu za integraciju

$$\vec{x}(t_{n+1}) = \vec{x}(t_n) + T_{\text{sim}} (\mathbf{A} \vec{x}(t_n) + \mathbf{B} \vec{u}(t_n)). \quad (3.115)$$

Rešenje nelinearne usrednjene jednačine stanja

Rešenje nelinearne jednačine stanja, date jednačinom (3.53), izvedeno je za slučaj diskretnog vremena uz pretpostavku da se promenjive stanja i ulaza ne menjaju u periodu vremena t izmedju dva diskretna odbirka vremena t_n i t_{n+1} (pogledati (3.106)). Uz ovu pretpostavku, nelinearna usrednjena jednačina stanja se može tretirati kao linearna u tom periodu vremena. Prema tome, koristeći se rešenjem linearne jednačine stanja, rešenje u slučaju nelinearne jednačine se može napisati kao

$$\vec{x}(t_{n+1}) = \vec{x}(t_n) + \left(\sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{A}(t_n)^{k-1} T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) (\mathbf{A}(t_n)\vec{x}(t_n) + \mathbf{B}(t_n)\vec{u}(t_n)) + O(T_{\text{sim}}^K), \quad (3.116)$$

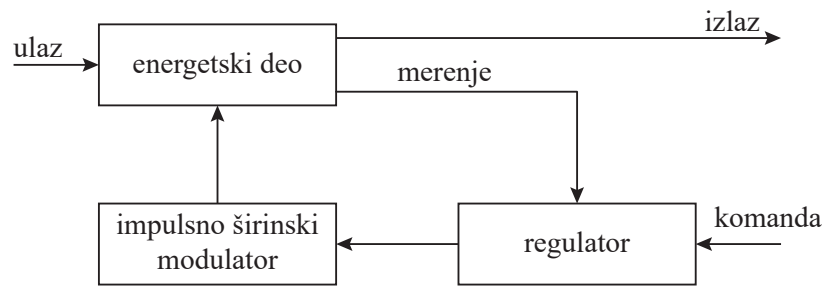
gde potrebno u svakom periodu integracije računati usrednjene matrice $\mathbf{A}(t_n)$ i $\mathbf{B}(t_n)$.

3.6 Usrednjeni model energetskeg dela prekidačkog konvertora i regulatora

Energetski deo prekidačkog konvertora, sastoji se iz prekidačkih komponenti, koje se uključuju i isključuju komandnim signalom dobijenim u impulsno širinskom modulatoru. Ulazni signal impulsno širinskog modulatora je normalizovano vreme, čija je vrednost izmedju 0 i 1. Ukoliko je normalizovano vreme jednako 0, prekidač je isključen tokom cele periode prekidanja, i obratno, ukoliko je normalizovano vreme jednako 1, prekidač je uključen tokom cele periode prekidanja. Normalizovano vreme je komandni signal koji se može direktno zadati ili dobiti kao izlaz regulatora.

Na Sl. 3.5, prikazani su principski delovi prekidačkog konvertora. Ova tri dela su izdvojena, pošto su značajna za formiranje usrednjenog modela prekidačkog konvertora. Energetski deo pretvarača se sastoji od prekidačkih komponenti koje se naizmenično uključuju i isključuju. Metod formiranja usrednjene jednačine stanja za energetski deo pretvarača prikazan je u prethodnom odeljku ovog poglavlja. Izveden je izraz (3.116), koji predstavlja usrednjeni model stanja.

Pretpostavljeno je da se regulator takodje može modelovati linearnom jednačinom



Slika 3.5: Delovi prekidačkog konvertora, koji čine tri različite celine u smislu modelovanja: energetski deo, regulator i impulsno širinski modulator.

stanja. Celokupni usrednjeni model se onda sastoji od usrednjene jednačine stanja prekidačkog konvertora i jednačine stanja regulatora. Integracija ove dve jednačine stanja se vrši odvojeno.

Impulsno širinski modulator je modelovan algebarskom funkcijom.

Poglavlje 4

Računanje talasnosti

U prethodnom poglavlju, formiran je model kojim mogu da se odrede usrednjene vrednosti napona i struja u prekidačkom konvertoru. Ovo poglavlje predstavlja nastavak na prethodno, tako što se sada računa visokofrekventna komponenta struje kalema (talasnost), koristeći se samo usrednjenim talasnim oblicima napona i struja u konvertoru. Računanje talasnosti je izvedeno za različite režime rada konvertora, kontinualni i diskontinualni. Dodatno, za režime rada gde se kontroliše struja kalema, kao na primer ograničenje vršne vrednosti struje i kontrola struje zadavanjem histerezisa. Obradjen je prelazak izmedju pomenutih režima rada. Na kraju poglavlja, dat je algoritam simulacije koji uključuje i prethodno poglavlje, u kome se računa ju usrednjene vrednosti napona i struja u konvertoru.

4.1 Režimi rada

U ovom delu su opisani analizirani režimi rada koji su deo predloženog metoda simulacije. Objasnjeno je kako svaki režim rada utiče na usrednjeni, nelinearni dinamički model konvertora, formiran u predhodnom poglavlju. Polaz je napravljen od kontinualnog režima rada i aproksimacije ustaljenog stanja (*quasi-steady state approximation*), što je prikazano na primeru invertora sa dva nivoa u publikaciji [46]. U narednim naslovima opisani su sledećih pet režima rada:

- Impulsno širinska modulacija u kontinualnom režimu rada

- Impulsno širinska modulacija u diskontinualnom režimu rada
- Ograničenje vršne vrednosti struje u kontinualnom režimu rada
- Ograničenje vršne vrednosti struje u diskontinualnom režimu rada
- Kontrola struje kalema zadavanjem histerezisa

4.1.1 Impulsno širinska modulacija u kontinualnom režimu rada

Ovaj slučaj je prvi put analiziran u [46] i počinje sa pretpostavkom da je prekidač uključen tokom $d(t)T_s$, a isključen tokom ostalog dela periode

$$d_2(t) = 1 - d(t). \quad (4.1)$$

Tasni oblik struje kalema tokom ovog intervala je dat na Sl. 4.1. Normalizovano vreme je uvek $0 \leq d(t) \leq 1$. Dodatno, pretpostavljeno je da je napon na kalemu tokom prve prekidačke kombinacije $d(t)T_s$ jednak $\langle v_{L1}(t) \rangle$, dok je u drugoj prekidačkoj kombinaciji $d_2(t)T_s$, napon na kalemu jednak $\langle v_{L2}(t) \rangle$. Pod pretpostavkom da je promena ovih napona tokom jednog prekidačkog perioda mala, usrednjena vrednost struje se u ovom slučaju (kontinualni režim rada) dobija rešavajući sistem jednačina (3.55). Drugim rečima, usrednjena vrednost struje kalema je stanje i opisana je diferencijalnom jednačinom

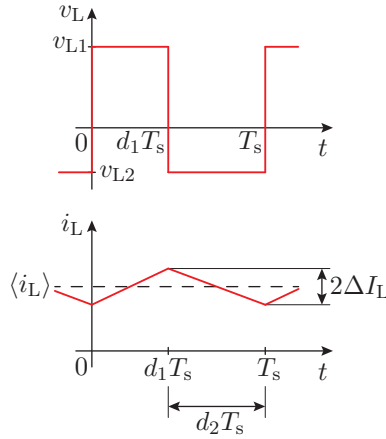
$$\langle v_L(t) \rangle = L \frac{d\langle i_L(t) \rangle}{dt} = d(t)\langle v_{L1}(t) \rangle + (1 - d(t))\langle v_{L2}(t) \rangle. \quad (4.2)$$

Amplituda talasnosti struje kalema tokom prve prekidačke kombinacije je

$$2\Delta I_L(t) = \frac{\langle v_{L1}(t) \rangle}{L} d(t)T_s, \quad (4.3)$$

dok je tokom druge prekidačke kombinacije

$$-2\Delta I_L(t) = \frac{\langle v_{L2}(t) \rangle}{L} (1 - d(t))T_s. \quad (4.4)$$



Slika 4.1: Talasni oblici napona i struje kalema u kontinualnom režimu rada, $i_L(t) > 0$.

Prema *quasi-steady-state* aproksimaciji [46], ove dve vrednosti se mogu usrednjiti tako da se dobije sledeći izraz za amplitudu talasnosti struje kalema

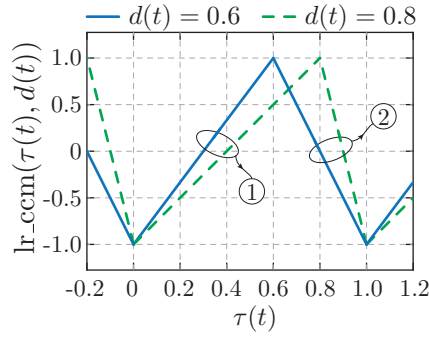
$$\Delta I_L(t) = \frac{1}{4f_s L} (d(t)\langle v_{L1}(t) \rangle - (1 - d(t))\langle v_{L2}(t) \rangle). \quad (4.5)$$

Nakon što je amplituda talasnosti određena, koristeći se izrazom (4.5), talasnost struje kalema je određena tako što se sračunata amplituda talasnosti moduliše odgovarajućom oblik funkcijom (*shape function*), prema linearnoj aproksimaciji talasnosti (*linear ripple approximation*) [29]. Tip oblik funkcije zavisi od režima rada konvertora, i za kontinualni režim rada je data na Sl. 4.2, pod imenom 'lr_ccm', što je skraćenica od *linear ripple continuous conduction mode*. Ulazni parametri za ovu funkciju su tekuće vreme unutar jednog prekidačkog perioda $\tau(t)$ i normalizovano trajanje prve prekidačke kombinacije $d(t)$. Talasnost struje kalema se računa kao

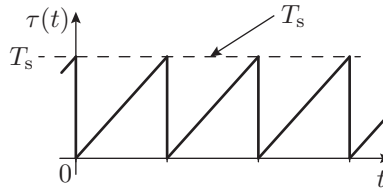
$$\Delta i_L(t) = \Delta I_L(t) \text{lr_ccm}(\tau(t), d(t)). \quad (4.6)$$

Funkcija 'lr_ccm' povezuje vrednosti struje u 0 i $d(t)T_s$ linearnim segmentom (označen kao ① na Sl. 4.2), kao i vrednosti u $d(t)T_s$ i T_s drugim linearnim segmentom (označen kao ② na Sl. 4.2), prema linearnoj apriksimaciji talasnosti struje [29]. Prema ovome, funkcija 'lr_ccm' se formalno definiše kao

$$\text{lr_ccm}(\tau(t), d(t)) = \begin{cases} -1 + 2\frac{\tau}{d(t)T_s} & \text{segment ① gde je: } 0 \leq \tau < d(t)T_s, \\ 1 - 2\frac{\tau - d(t)T_s}{(1-d(t))T_s} & \text{segment ② gde je: } d(t)T_s \leq \tau < T_s. \end{cases} \quad (4.7)$$



Slika 4.2: Oblik funkcija (*shape function*) za računanje talasnosti u slučaju kontinualnog režima rada prekidačkog konvertora.



Slika 4.3: Normalizovano vreme $\tau(t)$, u slučaju konstantnog perioda prekidanja T_s .

Funkcija $\tau(t)$ predstavlja normalizovano vreme, odnosno tekuću promenjivu vremena unutar razmatranog prekidačkog perioda,

$$\tau(t) = t - t_0,$$

gde je t_0 početak prekidačkog perioda, pa se dobije $0 \leq \tau(t) < T_s$, što je prikazano na Sl. 4.3. Formalno, funkcija $\tau(t)$ se može zapisati

$$\tau(t) = t - T_s \left\lfloor \frac{t}{T_s} \right\rfloor, \quad (4.8)$$

gde $\lfloor \cdot \rfloor$ predstavlja *floor* operator. Vrednosti svih promenjivih se računaju u svakom trenutku vremena, pa prema tome. $\Delta I_L(t)$ i $d(t)$. mogu da variraju tokom jednog prekidačkog perioda.

Konačno da bi se dobila trenutna vrednost struje $i_L(t)$, potrebno je sračunatu talasnost $\Delta i_L(t)$, superponirati na usrednjenu vrednostu struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$, odnosno

$$i_L(t) = \langle i_L(t) \rangle + \Delta i_L(t). \quad (4.9)$$

Usrednjena vrednost struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$, sračunata je pomoću jednačina stanja

(3.55). Prema ovome, računanje struja kalema $i_L(t)$ u kontinualnom režimu rada se svodi na sledeća četiri koraka:

1. računanje usrednjene vrednosti struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$, rešavanjem sistema jednačina stanja (3.55),
2. računanje amplitude talasnosti $\Delta I_L(t)$, koristeći se jednačinom (4.5),
3. računanje talasnosti $\Delta i_L(t)$, modulacijom amplitude talasnosti $\Delta I_L(t)$ oblik funkcijom 'lr_ccm' prema jednačini (4.6),
4. superpozicija usrednjene vrednosti struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ i talasnosti $\Delta i_L(t)$, prema jednačini (4.9).

U zavisnosti od potrebe, ne moraju se sprovesti sva četiri koraka u simulaciji. Na primer, ukoliko je potrebna samo informacija o srednjoj vrednosti struje, potrebno je sprovesti korake 1. i 2. Ovo je ujedno i minimalan broj koraka za uspešnu simulaciju (računanje amplitude talasnosti u 2. koraku je neophodno kako bi se odredio režim rada).

4.1.2 Impulsno širinska modulacija u diskontinualnom režimu rada

Talasni oblik struje kalema, kada je prekidački konvertor u diskontinualnom režimu rada, prikazan je na Sl. 4.4. Vršna vrednost struje kalema je data sa

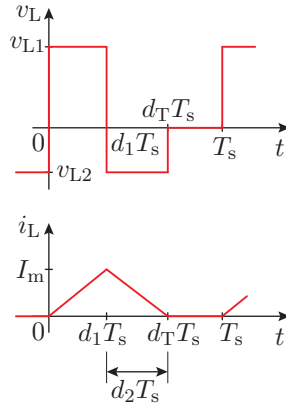
$$I_m(t) = \frac{\langle v_{L1}(t) \rangle}{L} d(t) T_s. \quad (4.10)$$

Vremenski trenutak u kome dioda provodi je određen primenom 'volt-second' balansa [29], odnosno

$$d_2(t) = -\frac{\langle v_{L1}(t) \rangle}{\langle v_{L2}(t) \rangle} d(t), \quad (4.11)$$

gde je trajanje intervala kada je struja kalema jednaka nuli jednak

$$d_3(t) = 1 - d(t) - d_2(t) = 1 - \left(1 - \frac{\langle v_{L1}(t) \rangle}{\langle v_{L2}(t) \rangle} \right) d(t). \quad (4.12)$$



Slika 4.4: Diskontinualni režim rada prekidačkog konvertora.

U diskontinualnom režimu rada srednja vrednost struje kalema se računa kao

$$\langle i_L(t) \rangle = \frac{1}{2}(d(t) + d_2(t))I_m, \quad (4.13)$$

što se svodi na

$$\langle i_L(t) \rangle = \frac{\langle v_{L1}(t) \rangle}{2f_s L} \left(1 - \frac{\langle v_{L1}(t) \rangle}{\langle v_{L2}(t) \rangle} \right) d^2(t). \quad (4.14)$$

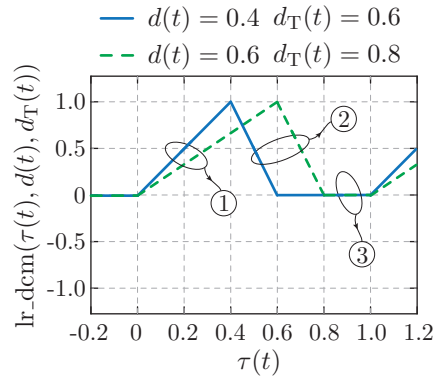
Ovo je algebarska jednačina koja zamenjuje odgovarajuću diferencijalnu jednačinu za struju kalema u (3.55), pa je sada usrednjeni vektor stanja $\langle \vec{x}(t) \rangle_{[n \times 1]}$ redukovan za jedan element, to jest postaje $\langle \vec{x}(t) \rangle_{[n-1 \times 1]}$. Ova pojava se zove algebarska degeneracija [29]. Ovo je jedan od načina da se odredi srednja vrednost struje kalema. Drugi način je opisan u odeljku 3.4.2.

Kako bi se dalje pojednostavili izrazi, definiše se normalizovano vreme u kojem je $i_L(t) > 0$ kao

$$d_T(t) = d(t) + d_2(t) = \left(1 - \frac{\langle v_{L1}(t) \rangle}{\langle v_{L2}(t) \rangle} \right) d(t). \quad (4.15)$$

Slično kao u slučaju kontinualnog režima rada, odrediće se talasnost struje kalema. U ovom slučaju, vršna vrednost struje kalema $I_m(t)$ se moduliše oblik funkcijom za diskontinualni režim rada 'lr_dcm', koja je prikazana na Sl. 4.5. Ulazni parametri za ovu funkciju su tekuće vreme unutar jednog prekidačkog perioda $\tau(t)$ (koje je određeno jednačinom (4.8)), normalizovano vreme trajanja prve prekidačke kombinacije $d(t)$ i normalizovano vreme trajanja u kome je struja kalema veća od nule $d_T(t)$. Prema ovome, trenutna vrednost struje kalema se računa kao

$$i_L(t) = I_m(t) \text{lr_dcm}(\tau(t), d(t), d_T(t)). \quad (4.16)$$



Slika 4.5: Oblika funkcija za računanje talasnosti za diskontinualni režim rada.

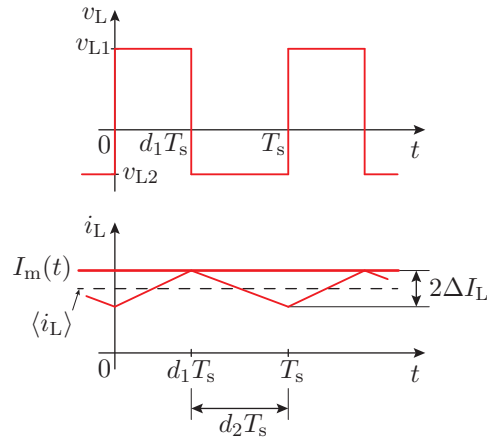
Funkcija 'lr_dcm', povezuje vrednosti struje u 0 i $d(t)T_s$, linearnim segmentom (označen kao ① na Sl. 4.5), vrednosti u $d(t)T_s$ i $d_T(t)T_s$ drugim linearnim segmentom (označen kao ② na Sl. 4.5) i trećim linearnim segmentom (označen kao ③ na Sl. 4.5). Funkcija 'lr_dcm' je definisana kao

$$\text{lr_dcm}(\tau(t), d(t), d_T(t)) = \begin{cases} \frac{\tau}{d(t)T_s} & \text{segment ① gde je: } 0 \leq \tau < d(t)T_s, \\ 1 - \frac{\tau - d(t)T_s}{d_T(t)T_s} & \text{segment ② gde je: } d(t)T_s \leq \tau < d_T(t)T_s, \\ 0 & \text{segment ③ gde je: } d_T(t)T_s \leq \tau < T_s, \end{cases} \quad (4.17)$$

gde je $\tau(t)$ tekuća promenljiva unutar jednog prekidačkog perioda, data sa (4.8).

U slučaju diskontinualnog režima rada, usrednjena vrednost struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ je izračunata pomoću jednačine (4.14). Prema ovome, računanje struja kalema $i_L(t)$ u diskontinualnom režimu rada, na način opisan u ovom poglavlju, svodi se na sledeća četiri koraka:

1. rešavanje sistema jednačina stanja (3.55), čiji je red u ovom slučaju manji za jedan zbog algebarske degeneracije struje kalema,
2. računanje vršne vrednosti struje kalema $I_m(t)$ primenom (4.10)
3. računanje talasnosti $\Delta i_L(t)$, modulacijom vršne vrednosti $\Delta I_m(t)$ oblik funkcijom 'lr_dcm', prema jednačini (4.16),
4. superpozicija usrednjene vrednosti struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ i talasnosti $\Delta i_L(t)$, prema jednačini (4.9).



Slika 4.6: Ograničenje vršne vrednosti struje u kontinualnom režimu rada: talasni oblici napona v_L na kalem i struja kalema i_L .

4.1.3 Ograničenje vršne vrednosti struje kalema u kontinualnom režimu rada

U ovom režimu rada, maksimalna vrednost struje $I_m(t)$ je zadata. Odnosno, $I_m(t)$ je kontrolisana promenjiva, pa je prema tome $d(t)$ određeno u funkciji $I_m(t)$. Talasni oblik struje kalema je isti kao u slučaju kontinualnog režima rada i dat je na Sl. 4.6. Posledično, amplituda talasnosti ΔI_L se može izračunati primenom jednačine (4.5). Višna vrednost struje kalema $I_m(t)$, koja je zadata u ovom slučaju, je jednaka

$$I_m(t) = \langle i_L(t) \rangle + \Delta I_L(t). \quad (4.18)$$

Sada se normalizovano vreme prvog prekidačkog stanja računa kao

$$d(t) = \frac{\langle v_2(t) \rangle + 4f_s L (I_m(t) - \langle i_L(t) \rangle)}{\langle v_1(t) \rangle + \langle v_2(t) \rangle}. \quad (4.19)$$

Treba primetiti, da u ovom slučaju dolazi do algebarske degeneracije normalizovanog vremena, odnosno, $d(t)$ je određeno algebarskom jednačinom. Ova vrednost normalizovanog vremena se primenjuje sve dok je $d(t) < 1$. U suprotnom, usvaja se $d(t) = 1$.

Talasnost struje kalema se računa isto kao u kontinualnom režimu rada sa impulsno širinskom modulacijom, primenom jednačine (4.6). Računanje trenutne vrednosti struje kalema $i_L(t)$ se vrši superpozicijom usrednjene vrednosti struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ i talasnosti $\Delta i_L(t)$, primenom jednačine (4.9).

Računanje struje kalema $i_L(t)$, pri ograničenju vršne vrednosti struje u kontinualnom režimu rada, svodi se na sledećih pet koraka:

1. računanje normalizovanog vremena prvog prekidačkog stanja $d(t)$, primenom jednačine (4.19),
2. računanje usrednjene vrednosti struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$, rešavanjem sistema jednačina stanja (3.55) i primenom $d(t)$, koje je sračunato pomoću (4.19),
3. računanje amplitude talasnosti $\Delta I_L(t)$ koristeći se jednačinom (4.5) i primenom $d(t)$, koje je sračunato pomoću (4.19),
4. računanje talasnosti $\Delta i_L(t)$ modulacijom amplitude talasnosti $\Delta I_L(t)$ oblik funkcijom 'lr_ccm', prema jednačini (4.6) i primenom $d(t)$, koje je sračunato pomoću (4.19),
5. superpozicija usrednjene vrednosti struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ i talasnosti $\Delta i_L(t)$, prema jednačini (4.9).

4.1.4 Ograničenje vršne vrednosti struje kalema u diskontinualnom režimu rada

Ovaj režim rada je suštinski isti kao i diskontinualni režim rada u impusno-širinskoj modulaciji, izuzev toga što je vršna vrednost struje kalema $I_m(t)$ u ovom slučaju kontrolna promenjiva umesto $d(t)$. Normalizovano vreme uključenja prvog prekidačkog stanja konvertora $d(t)$, je algebarski degenerisano i računa se kao

$$d(t) = \frac{f_s L I_m(t)}{\langle v_1(t) \rangle}. \quad (4.20)$$

Kada je $d(t)$ sračunato, posledično su određeni $d_2(t)$ i $d_3(t)$ prema (4.11) i (4.12), respektivno. $d_T(t)$ se računa prema (4.15).

Usrednjena vrednost struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ je data sledećom algebarskom jednačinom

$$\langle i_L(t) \rangle = \frac{f_s L}{2} \left(\frac{1}{\langle v_1(t) \rangle} - \frac{1}{\langle v_2(t) \rangle} \right) I_m^2(t). \quad (4.21)$$

Treba primetiti da i u ovom slučaju diskontinualnog režima rada dolazi do algebarske degeneracije i redukcije sistema jednačina stanja (3.55). Odnosno, usrednjeni vektor stanja $\langle \vec{x}(t) \rangle_{[n \times 1]}$ je redukovan za jedan element, to jest postaje $\langle \vec{x}(t) \rangle_{[n-1 \times 1]}$.

Trenutna vrednost struje kalema se računa primenom (4.16), isto kao u diskontinualnom režimu rada.

Računanje struja kalema $i_L(t)$ u diskontinualnom režimu rada pri vršnom ograničenju struje kalema $I_m(t)$, svodi se na sledeća tri koraka:

1. računanje normalizovanog vremena prvog prekidačkog stanja $d(t)$, primenom jednačine (4.20),
2. računanje usrednjene vrednosti struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$, pomoću jednačine (4.21),
3. računanje trenutne vrednosti struje kalema $i_L(t)$, prema jednačini (4.16).

Ovde treba primetiti da je talasnost struje $\Delta i_L(t)$, jednaka trenutnoj vrednosti struje $i_L(t)$, odnosno $\Delta i_L(t) = i_L(t)$.

4.1.5 Kontrola struje kalema zadavanjem histerezisa

U slučaju kontrole struje kalema zadavanjem histerezisa, usrednjena vrednost struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ se može odredi koristeći se izrazima

$$i_{L\max}(t) = \langle i_L \rangle + \Delta I_L(t) \quad (4.22)$$

i

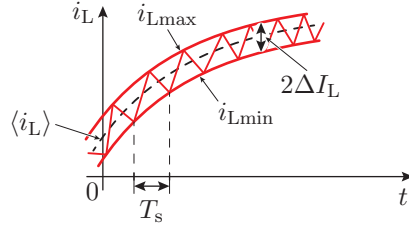
$$i_{L\min}(t) = \langle i_L \rangle - \Delta I_L(t), \quad (4.23)$$

gde je $2\Delta I_L(t)$ zadata širina histerezisa. Talasni oblik struje kalema je prikazan na Sl. 4.7. U ovom slučaju dolazi do algebarske degeneracije, pošto je $\langle i_L(t) \rangle$ implicitno zadata algebarskom jednačinom. Odnosno, diferencijalna jednačina po $\langle i_L(t) \rangle$ u sistemu usrednjenih jednačina stanja (3.55), zamenjena je jednačinom

$$\langle i_L(t) \rangle = \frac{i_{L\max}(t) + i_{L\min}(t)}{2}. \quad (4.24)$$

Interval vremena, u kome je napon na kalemu jednak $\langle v_1(t) \rangle$ iznosi $d(t)T_s(t)$ i određen je prema

$$2\Delta I_L(t) = \frac{\langle v_1(t) \rangle}{L} d(t)T_s(t), \quad (4.25)$$



Slika 4.7: Kontrola struje kalema zadavanjem histerezisa.

dok interval vremena, u kome je napon na kalemu jednak $\langle v_2(t) \rangle$ iznosi $d_2(t)T_s(t)$ i odredjen je prema

$$-2\Delta I_L(t) = \frac{\langle v_2(t) \rangle}{L} d_2(t) T_s(t). \quad (4.26)$$

Jednačine (4.25) i (4.26) se mogu napisati i kao

$$d(t)T_s(t) = \frac{2L\Delta I_L(t)}{\langle v_1(t) \rangle}, \quad (4.27)$$

i

$$d_2(t)T_s(t) = -\frac{2L\Delta I_L(t)}{\langle v_2(t) \rangle}. \quad (4.28)$$

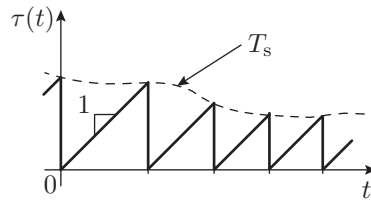
Sabiranjem ove dve jednačine, dobija se perioda prekidanja

$$T_s(t) = 2L\Delta I_L(t) \left(\frac{1}{\langle v_1(t) \rangle} - \frac{1}{\langle v_2(t) \rangle} \right). \quad (4.29)$$

U ovom slučaju, perioda prekidanja je funkcija vremena, nije konstantan parameter kao u prethodno opisanim radnim režimima. Zbog ovoga je modifikovan postupak odredjivanja funkcije $\tau(t)$, koja je u prethodnim slučajevima data jednačinom (4.8). U slučaju promenjive učestanosti prekidanja, $\tau(t)$ se ne može definisati u zatvorenoj formi, pa je implementirana procedura koja definiše $\tau(t)$, i ovde je ilustravana grafički na Sl. 4.8. Funkcija $\tau(t)$, je uvek kontinualno rastuća linearna funkcija sa nagibom 1, izuzev diskretnih trenutaka kada njena vrednost dostiže $T_s(t)$ i momentalno pada na nulu. Kako je perioda prekidanja promeniva $T_s(t)$ funkcija vremena t , tako se i učestanost prekidanja $f_s(t)$ menja

$$f_s(t) = \frac{1}{T_s(t)}. \quad (4.30)$$

Koristeći se jednačinama (4.27) i (4.29), normalizovano vreme prve prekidačke kombinacije $d(t)$, koje je ulazna promenjiva za sistem usrednjenih jednačina stanja



Slika 4.8: Funkcija $\tau(t)$ u slučaju promenjive učestanosti prekidanja.

(3.55), je jednako

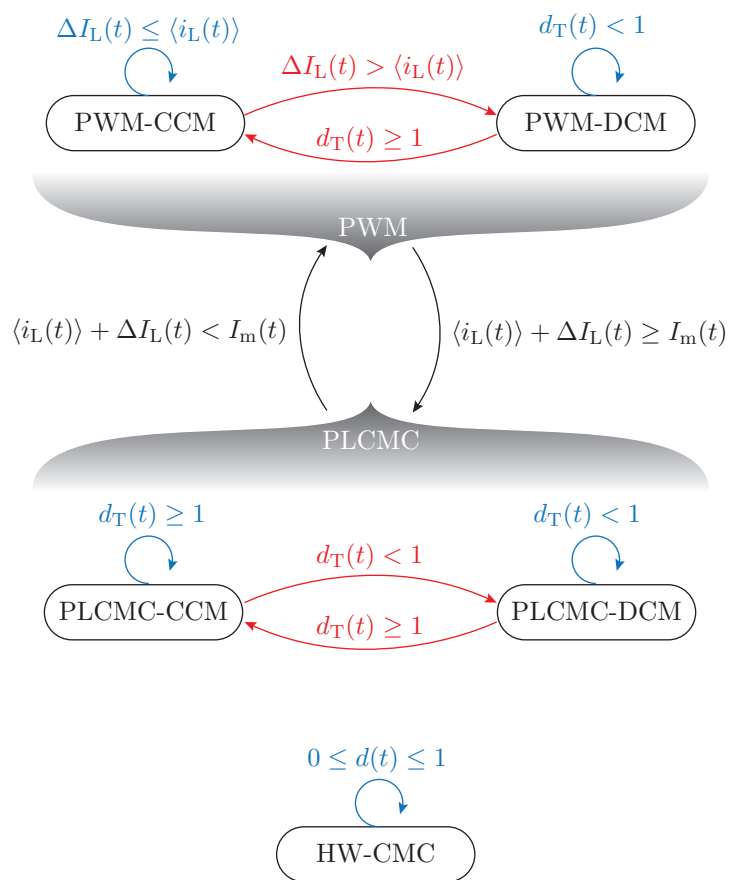
$$d(t) = \frac{\langle v_2(t) \rangle}{\langle v_2(t) \rangle - \langle v_1(t) \rangle}. \quad (4.31)$$

Dobijena vrednost treba da zadovolji $0 \leq d(t) \leq 1$. Ukoliko je vrednost $d(t)$ izvan ovih granica, konvertor ulazi u impulsno širinski kontrolisan režim rada sa $d(t) = 0$ ili $d(t) = 1$, kada prestaje i algebarska degeneracija.

4.2 Prelazak izmedju režima rada

U ovom odeljku, sumirani su prelasci izmedju prethodno opisanih režima rada konvertora. Ovi prelasci su ilustrovani na Sl. 4.9. Korišćene su sledeće oznake za režime rada:

- **PWM-CCM**: Impulsno širinska modulacija u kontinualnom režimu rada (eng. *Pulse Width Modulation in Continuous Conduction Mode*),
- **PWM-DCM**: Impulsno širinska modulacija u diskontinualnom režimu rada (eng. *Pulse Width Modulation in Discontinuous Conduction Mode*),
- **PLCMC-CCM**: Ograničenje vršne vrednosti struje u kontinualnom režimu rada (eng. *Peak Limiting Current Mode Control in Continuous Conduction Mode*),
- **PLCMC-DCM**: Ograničenje vršne vrednosti struje u diskontinualnom režimu rada (eng. *Peak Limiting Current Mode Control in Discontinuous Conduction Mode*),
- **HW-CMC**: Kontrola struje kalema zadavanjem histerezisa (eng. *Hysteresis Window Current Mode Control*),



Slika 4.9: Prelazak izmedju režima rada prekidačkog konvertora.

U osnovi metoda je računanje usrednjenih vrednosti napona i struja. Ukoliko bi konvertor uvek radio u kontinualnom režimu rada, mogle bi da se simuliraju samo usrednjene vrednosti talasnih oblika. Da bi metod mogao da prepozna režim rada, potrebno je računati amplitudu talasnosti struje kalema $\Delta I_L(t)$. Uz pomoć amplitude talasnosti, moguće je odrediti kada konvertor prelazi iz kontinualnog režima rada u diskontinualni, jednostavno kada srednja vrednost struje umanjena za amplitudu talasnosti padne na nulu, odnosno kada je $\langle i_L(t) \rangle - \Delta I_L(t) < 0$, što je na Sl. 4.9 zapisano u kompaktnijoj formi kao $\Delta I_L(t) > \langle i_L(t) \rangle$.

Radi kompaktnijeg zapisa, $d_T(t)$ je definisano u Pog. 4.1.2 kao normalizovano vreme za koje je struja kalema različita od nule. Normalizovano vreme $d_T(t) < 1$ je uvek manje od ili jednako 1. Prema tome, ukoliko je $d_T(t) < 1$, znači da postoji interval vremena unutar periode prekidanja kada je struja kalema jednaka nuli, odnosno konvertor je u diskontinualnom režimu rada. Ukoliko je $d_T(t) \geq 1$, konvertor je u kontinualnom režimu rada, što je prikazano na Sl. 4.9.

Iz režima rada sa impulsno širinskom modulacijom (kontinualni ili diskontinualni), konvertor može da udje u režim rada u kome je ograničena vršna vrednost struje $I_m(t)$. Da bi se prepoznao ovaj režim rada, isto kao i za diskontinualni režim rada u impulsno širinskoj modulaciji, potrebno je pored usrednje vrednosti struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$, izračunati i amplitudu talasnosti $\Delta I_L(t)$. Konvertor ulazi u ovaj režim ukoliko je trenutna vrednost struje kalema veća od $I_m(t)$. Odnosno, ako je srednja vrednost struje kalema uvećana za amplitudu talasnosti veća od $I_m(t)$, što se može zapisati kao $\langle i_L(t) \rangle + \Delta I_L(t) \geq I_m(t)$. U ovom režimu rada, razlikuju se kontinualni i diskontinualni režimi rada, koji su defisani slično kao kod impulsno širinske modulacije, uz pomoć normalizovanog vremena $d_T(t)$. Ukoliko je srednja vrednost struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$, uvećana za amplitudu talasnosti $\Delta I_L(t)$, manja od vršne vrednosti struje $I_m(t)$, odnosno $\langle i_L(t) \rangle + \Delta I_L(t) < I_m(t)$, konvertor ulazi u režim rada sa impulsno širinskom modulacijom, što je prikazano na Sl. 4.9.

U slučaju kontrole struje kalema zadavanjem histerezisa, računa se normalizovano vreme uključenja prekidača $d(t)$, koje se dobija iz uslova da se trenutna vrednost struje nalazi između unapred definisane minimalne i maksimalne vrednosti struje. Ako je sračunato normalizovano vreme $d(t)$ veće od 1 ili manje od 0, uzima se da je

Table 4.1: Vremenski intervali provodjenja prekidačkih komponenti Q_1 i Q_2 .

Prekidačka komponenta	Vremenski interval
Q_1	$0 \leq t \leq d(t)T_s(t)$
Q_2	$d(t)T_s(t) < t < T_s(t)$

$d(t) = 1$ i $d(t) = 0$, respektivno.

4.3 Formiranje talasnog oblika struja u prekidačkim komponentama

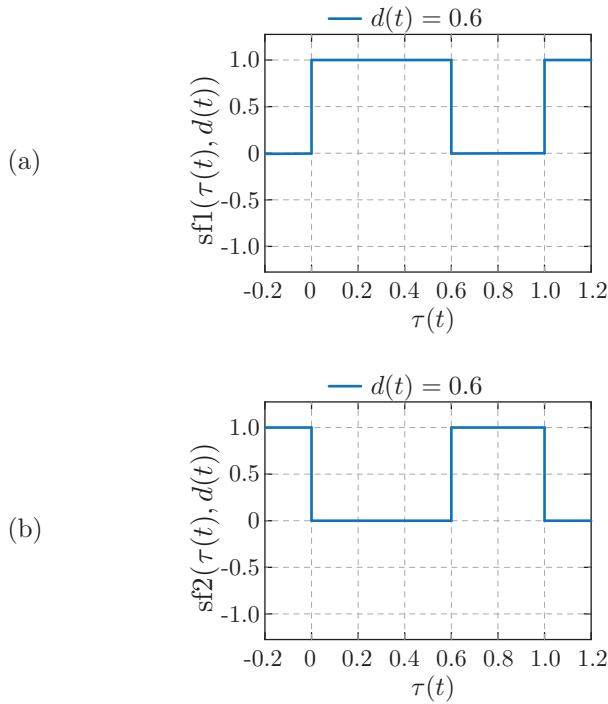
Taladni oblici struja u prekidačkim komponentama, formirani su koristeći se talasnim oblikom struje kalema $i_L(t)$. U tipičnom talasnom obliku struje kalema u prekidačkim konvertorima, u određenom delu vremena struja kalema raste. Pretpostavimo da tada provodi prekidačka komponenta Q_1 . Takodje, postoje trenutci vremena u kojima struja kalema opada, i pretpostavimo da tada provodi prekidačka komponenta Q_2 . U trenucima kada provodi prekidačka komponenta Q_1 , odnosno njena struja je različita od nule i jednaka struji kalema $i_{Q_1}(t) = i_L(t)$, struja komponente Q_2 je jednaka nuli $i_{Q_2}(t) = 0$. Važi i obratno, kada provodi prekidačka komponenta Q_2 , struja prekidačke komponente Q_1 je jednaka nuli. Vremenski intervali unutar periode prekidanja u kome provode komponente je dat u Tab. 4.1.

Sa ovakvom postavkom, struje prekidačkih komponenti Q_1 i Q_2 se mogu dobiti modulacijom struje kalema odgovarajućom oblik funkcijom, koje su date na Sl. 4.10 za slučaj kada je $d(t) = 0.6$. Da bi se dobila struja prekidačke komponente Q_1 , struja kalema $i_L(t)$ je modulirana prekidačkom funkcijom 'sf1', odnosno

$$i_{Q_1}(t) = \text{sf1}(\tau(t), d(t)) i_L(t). \quad (4.32)$$

Funkcija $\tau(t)$ se u slučaju konstatne periode prekidanja T_s može zapisati u zatvorenoj formi kao u (4.8). Funkcija 'sf1' se može formalno zapisati kao

$$\text{sf1}(\tau(t), d(t)) = \begin{cases} 1, & \text{za } 0 \leq \tau(t) < d(t)T_s(t), \\ 0, & \text{za } d(t)T_s(t) \leq \tau(t) < T_s(t). \end{cases} \quad (4.33)$$



Slika 4.10: Oblik funkcije: (a) 'sf1' i (b) 'sf2'.

Struja prekidačke komponente Q_2 se određuje modulacijom struje kalema $i_L(t)$ prekidačkom funkcijom 'sf2'

$$i_{Q2}(t) = \text{sf2}(\tau(t), d(t)) i_L(t), \quad (4.34)$$

gde je funkcija 'sf2' jednaka

$$\text{sf2}(\tau(t), d(t)) = \begin{cases} 0, & \text{za } 0 \leq \tau(t) < d(t)T_s(t), \\ 1, & \text{za } d(t)T_s(t) \leq \tau(t) < T_s(t). \end{cases} \quad (4.35)$$

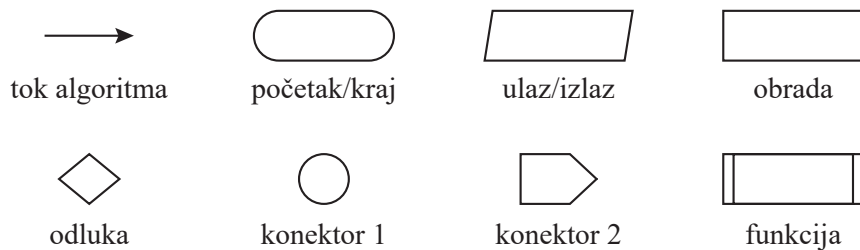
Treba primetiti da računanje struje u prekidačkim komponentama na ovakav način ne zavisi od režima rada konvertora (kontinualni ili diskontinualni) i može se sprovesti na kraju simulacije kada je talasni oblik trenutne vrednosti struje kalema u potpunosti određen.

4.4 Algoritam za simulaciju

Do sada u ovom radu, prikazane su tehnike za određivanje usrednjenog modela prekidačkog konvertora, računanje amplitude talasnosti struje kalema, računanje

talasnosti struje kalema i računanje trenutne vrednosti struje kalema. Koristeći navedene tehnike, mogu se formulirati algoritmi za simulaciju prekidačkih konvertora predloženim metodom. Kako opisani postupci omogućavaju nezavisno računanje usrednjenih talasnih oblika napona i struja i njihove talasnosti, moguće je podeliti simulaciju na različite nivoe. Odnosno, na simulaciju čiji rezultat su usrednjeni talasni oblici napona i struja, što je od interesa prilikom projektovanja upravljanja prekidačkog konvertora, i na simulaciju čiji rezultat su trenutne vrednosti napona i struja prekidačkog konvertora.

Radi preglednosti, algoritam se predstavlja simbolima. Simboli korišćeni u ovom radu su prikazani na Sl. 4.11. *Tok algoritma* ukazuje na tok simulacije između



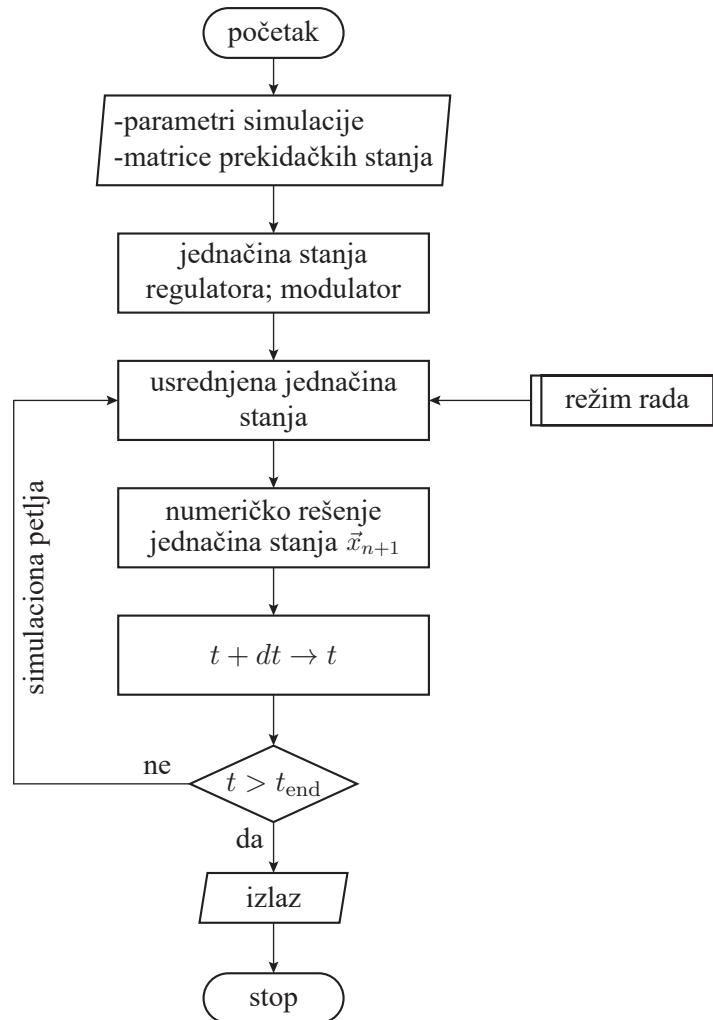
Slika 4.11: Simboli za ilustraciju toka algoritma.

simbola. *Početak/kraj* označava početak i kraj simulacije. *Ulaz/izlaz* se koristi za ulazne i izlazne operacije (čitanje određene promenjive ili ispisivanje rezultata). *Obrada* označava računanje i manipulaciju s promenjivima. *Odluka* predstavlja operaciju donošenja odluke sa 'da' ili 'ne' ishodom. *Konektor 1* se koristi da poveže dva toka algoritma. *Konektor 2* povezuje dva različita algoritma na različitim stranama. *Funkcija* predstavlja grupu operacija koje sprovode određeni zadatak.

Algoritam za simulaciju usrednjenih talasnih oblika napona i struja

Simulacija usrednjenih talasnih oblika napona i struja, može se izvršiti bez računanja trenutnih vrednosti napona i struja. Potrebno je računati amplitudu talasnosti struje kalema $\Delta I_L(t)$ kao kontinualni signal. Pomoću amplitude talasnosti i usrednjene vrednosti struje kalema, određuje se režim rada konvertora. Na Sl. 4.12 je prikazan algoritam simulacije za usrednjene vrednosti napona i struja u konvertoru. Prilikom

inicijalizacije algoritma, potrebno je zadati parametre simulacije (u koje se ubrajaju i početne vrednosti stanja) kao i matrice koje opisuju prekidačka stanja konvertora ($\mathbf{A}_1, \mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2, \dots$). Formiranje jednačina stanja se može automatizovati (određivanje pomenutih matrica), kao što je opisano u prilogu 6. Nakon što su



Slika 4.12: Algoritam za simulaciju usrednjenih talasnih oblika napona i struja u prekidačkom konvertoru.

određene jednačine prekidačkih stanja konvertora, formirana je linearna jednačina stanja koja opisuje dejstvo regulatora (pogledati odeljak 3.6).

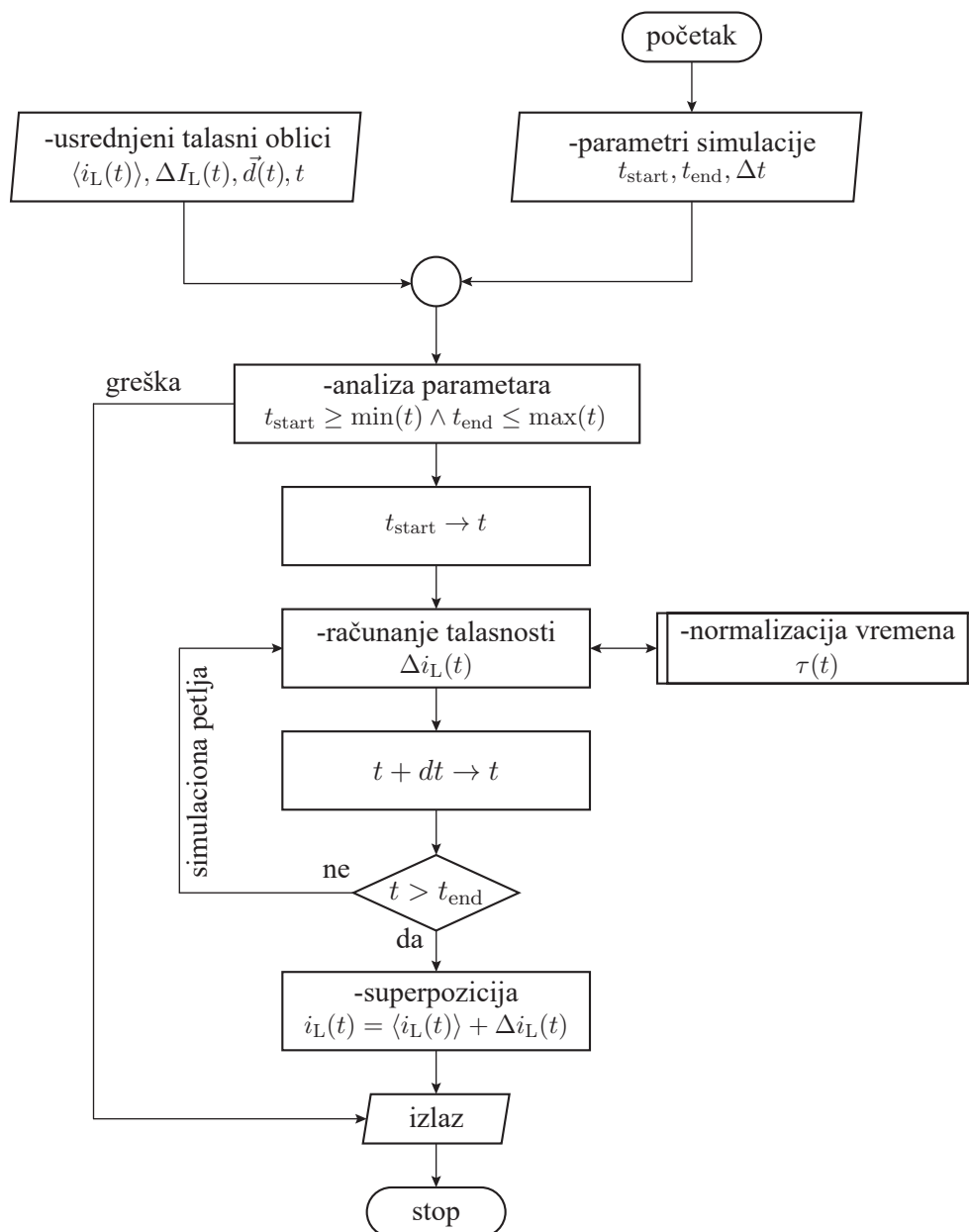
U prvom koraku simulacione petlje određuje se usrednjena jednačina stanja. Tehnika za usrednjavanje korišćena u ovom radu je opisana u odeljku 3.4. Usrednjavanje jednačine stanja je sprovedeno u diskretnom vremenskom trenutku t_n . Da bi se uspešno sprovedlo usrednjavanje, potrebno je odrediti režim rada konvertora,

koje je predstavljeno funkcijom na algoritmu. Odredjivanje režima rada je opisano u odeljku 4.2. U sledećem koraku, odredjena su rešenja jednačine stanja regulatora i usrednjene jednačine stanja. Rešenje jednačine stanja u vremenskom trenutku t_{n+1} , kao funkcija rešenja u trenutku t_n , izvedeno je u odeljku 3.5 i dato izrazima (3.114) i (3.116) za linearnu i nelinearnu jednačinu stanja, respektivno. Nakon računanja rešenja jednačina stanja, inkrementirano je vreme simulacije i izvršena provera za kraj simulacije (t_{end} je vreme za koje se računa rešenje). Ukoliko je $t < t_{\text{end}}$, ponovo se računa usrednjena jednačina stanja i rešenje, sve dok t ne postane veće od t_{end} . Kada je $t > t_{\text{end}}$, simulacija se završava. Da bi kasnije mogao da se rekonstruiše visokofrekventni deo struje kalema (talasnost), potrebno je sačuvati usrednjeni talasni oblik struje $\langle i_L(t) \rangle$, amplitudu talasnosti $\Delta I_L(t)$ i normalizovana vremena $\vec{d}(t)$.

Algoritam za odredjivanje talasnosti struje kalema

Algoritam za računanje talasnosti struje kalema (visokofrekventne komponente struje kalema), prikazan je na Sl. 4.13. Za ovaj algoritam, neophodno je imati rešenje za usrednjene talasne oblike u konvertoru. Konkretno, potrebno je imati talasne oblike za usrednjenu vrednost struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$, amplitudu talasnosti $\Delta I_L(t)$, normalizovana vremena uključenja $\vec{d}(t)$ i vreme simulacije t . Parametri algoritma za računanje talasnosti su vremena t_{start} i t_{end} koja označavaju početak i kraj vremenskog opsega u kome se odredjuje talasnost, respektivno. Parametar Δt odredjuje vremenski korak za koji se računa talasnosti. Ukoliko parametar Δt nije zadat, uzima se vrednost vremenskog koraka iz rešenja simulacije za usrednjene talasne oblike. Ukoliko je zadat, vrednost parametra Δt se može razlikovati od vremenskog u simulaciji za usrednjene talasne oblike. Drugim rečima, može se imati veći broj simulacionih tačaka za koje se računa talasnost struje, nego što je broj simulacionih tačaka u simulaciji gde su odredjeni usrednjeni talasni oblici. U ovom slučaju viši se interpolacija usrednjenih talasnih oblika u opsegu vremena $[t_{\text{start}}, t_{\text{end}}]$, tako da vremenski razmak odgovara zadatom Δt . Interpolacija nije opisana u ovom radu, pošto je deo matematičkih paketa većine programskih jezika koji se danas koriste.

Prilikom analize parametara, može se javiti greška, ukoliko je željeni vremenski opseg za računanje talasnosti $[t_{\text{start}}, t_{\text{end}}]$, izvan vremenskog opsega za koji postoji



Slika 4.13: Algoritam za određivanje talasnosti struje kalema. Rešenje za usrednjene talasne oblike se koristi za računanje talasnosti.

rešenje za usrednjene talasne oblike napona i struja u konvertoru. U tom slučaju algoritam se zaustavlja i prijavljuje grešku. Ukoliko vremenski opseg $[t_{start}, t_{end}]$ odgovara vremenom opsegu $[\min(t), \max(t)]$, odnosno ako je $t_{start} \geq \min(t)$ i $t_{end} \leq \max(t)$, računanje talasnosti počinje od $t = t_{start}$.

Prvi korak u simulacionoj petlji je odrediti normalizovano vreme $\tau(t)$, koje je

jednako 0 na početku prekidačkog perioda i 1 na kraju prekidačkog perioda. Određivanje normalizovanog vremena, u slučaju konstantne učestanosti prekidanja, dato je izrazom (4.8). Ukoliko učestanost prekidanja nije konstantna, ne može se primeniti izraz (4.8) za računanje $\tau(t)$, već procedura koja je objašnjena u odeljku 4.1.5.

Nakon određenog normalizovanog vremena, računa se talasnost, koristeći se amplitudom talasnoti $\Delta I_L(t)$ i normalizovanim vremenima $\vec{d}(t)$. Računanje talasnosti za različite režime rada prekidačkog konvertora je objašnjeno u prethodnom delu ovog poglavlja.

Ova procedura, koja počinje sa određivanjem normalizovanog vremena, završava se kada vreme simulacije t dostigne t_{end} i algoritam izlazi iz simulacione petlje. Nakon izlaska iz simulacione petlje, vrši se superpozicija usrednjenog talasnog oblika struje kalema $\langle i_L(t_{\text{start}} \leq t \leq t_{\text{end}}) \rangle$ i talasnosti struje kalema $\Delta i_L(t_{\text{start}} \leq t \leq t_{\text{end}})$, što konačno daje trenutnu vrednost struje kalema.

Poglavlje 5

Primena metoda

Predloženi metod simulacije, primenjen je u ovom poglavlju kroz praktične primere. Kao što je već diskutovano u prethodnim poglavljima, predloženi metod se može primeniti za određivanje usrednjenih talasnih oblika napona i struja u konvertoru, što je od interesa kada se projektuje upravljanje, ili za određivanje trenutnih vrednosti napona i struja. Prvi primer koji je analiziran je simulacija tranzijenta uključenja, gde konvertor prolazi kroz tri različita režima rada, i zbog toga je ovaj primer jako pogodan za verifikaciju metoda. U ovom primeru, primena metoda je detaljno prikazana. Kao prvo formiran je usrednjeni nelinearni dinamički model konvertora i usrednjene matrice. Takodje, prikazan je i izlazni vektor, koji sadrži neophodne veličine za funkcionisanje metoda (napone na kalemu pri uključenom i isključenom prekidaču, koji se koriste za računanje amplitude talasnosti struje kalema). Date su jednačine stanja koje modeluju upravljački deo konvertora (regulator). Diskutovani su numerička integracija jednačina stanja kao i promena režima rada konvertora. Prikazani su rezultati simulacije, prvo usrednjeni talasni oblici, struje kalema i ostalih promenljivih, kao što su izlazni napon, normalizovana vremena uključenja, naponi na kalemu i neke od promenljivih u regulatoru. Na kraju su dati rezultati računanja talasnosti struje kalema kao i superpozicija talasnosti struje kalema i usrednjene vrednosti struje, što daje trenutnu vrednost struje kalema.

U drugom primeru koji je prikazan, rezultati simulacije su upoređeni sa merenjima. Naime, simuliran je odskočni odziv strujnog regulatora u polu-mostu. Opisani su modulator i hardver kao i korišćena kontrolna ploča. Dati su parametri sistema

i rezultati simulacije i merenja.

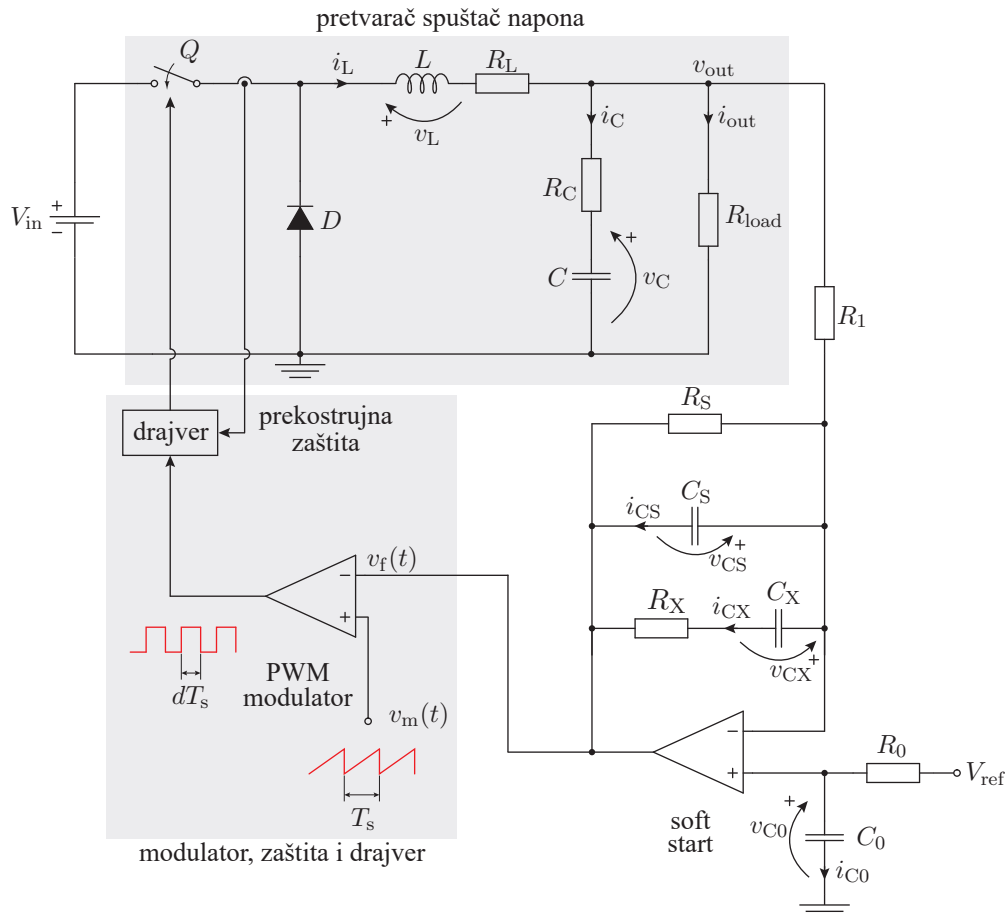
U sledećem primeru, opisana je primena predloženog metoda za dizajn ulaznog filtra za elektromagnetsku interferenciju (EMI filter). Za projektovanje EMI filtra, potrebno je odrediti trenutnu vrednost struje kalema u ustaljenom stanju, što je učinjeno predloženim metodom. Onda je data topologija EMI filtra (CLC sa kolom za prigušenje oscilacija) i procedura za odabir vrednosti parametara za svaku od komponenti filtra. Slična procedura za projektovanje filtra je primenjena i u sledećem primeru, u kome je analiziran inverter sa kontrolom struje zadavanjem histerezisa.

Posle primera koji detaljno ilustruju primenu metoda, analizirano je vreme trajanja simulacije predloženog metoda i upoređeno je sa vremenom simulacije programa Ngspice. Predloženi metod je inicijalno implementiran u programskom jeziku Python. Kako bi se smanjilo vreme simulacije, metod je implementiran i u programskom jeziku Julia i upoređena su vremena simulacije između ove dve implementacije.

5.1 Simulacija tranzijenta

Kao prvi primer primene metoda, simuliran je tranzijent električnog sistema spuštača napona, koji se često u literaturi koristi za testiranje simulacionih metoda, a prvi put je analiziran u [47]. Simulirani konvertor je spuštač napona sa izlaznom regulacijom napona. Kako u ovom slučaju nema upravljanja strujom kalema, prilikom uključanja konvertora, događa se tranzijent struje kalema i konvertor prolazi kroz različite režime rada, kontinualni, diskontinualni i režim rada u kome je ograničena vršna vrednost struje. Zato je ovaj primer veoma interesantan za analizu i testiranje simulacionih metoda, jer se mogu testirati različiti režimi rada i prelazak između njih. Električna šema konvertora je data na Sl. 5.1.

U nastavku, pre prikazivanja rezultata simulacije, dat je detaljan model konvertora i objašnjeno njegovo formiranje. Takođe, prikazan je način na koji je implementirana numerička integracija jednačine stanja.



Slika 5.1: Električna šema sistema konvertora suštača napona.

Usrednjeni nelinearni model

Na Sl. 5.1, prikazan je konvertor spuštač napona. Kao što je diskutovano u odeljku 3.6, izdvojene su tri celine u smislu modelovanja: energetska deo, regulator i modulator. Kako bi se formirao usrednjeni model sistema prekidačkog konvertora sa Sl. 5.1, u prvom koraku je formiran usrednjeni model energetskeg dela konvertora. Kasnije se formiraju jednačine stanja regulatora i pridružuju usrednjenom modelu energetskeg dela konvertora, pa se time dobija usrednjeni model celokupnog prekidačkog konvertora. Modulator je jednostavno modelovan algebarskom funkcijom, koja ne utiče na broj jednačina stanja.

Kako prekidački konvertor ima dva reaktivna elementa, kalem L i kondenzator C (vidi Sl. 5.1), vektor stanja onda ima dva elementa, struju kalema i_L i napon

kondenzatora v_C , odnosno

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_C(t) \end{bmatrix}. \quad (5.1)$$

U kontinualnom režimu rada, dva prekidačka stanja su moguća: (1) uključen prekidač Q i isključena dioda D i (2) isključen prekidač Q i uključena dioda D . Normalizovana vremena koja odredjuju trajanje prekidačkih stanja, data su vektorom

$$\vec{d}(t) = \begin{bmatrix} d_1(t) \\ d_2(t) \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Matrice koje opisuju ova prekidačka stanja i figurišu u jednačinama stanja (vidi odeljak 3.4) su

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_{on}(R_{load}+R_C)+R_{load}(R_L+R_C)+R_LR_C}{(R_{load}+R_C)L} & -\frac{R_{load}}{(R_{load}+R_C)L} \\ \frac{R_{load}}{(R_{load}+R_C)C} & -\frac{1}{(R_{load}+R_C)C} \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R_{load}(R_L+R_C)+R_LR_C}{(R_{load}+R_C)L} & -\frac{R_{load}}{(R_{load}+R_C)L} \\ \frac{R_{load}}{(R_{load}+R_C)C} & -\frac{1}{(R_{load}+R_C)C} \end{bmatrix}, \quad (5.5)$$

i

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Usrednjene matrice su date sa

$$\mathbf{A}(t) = d_1(t)\mathbf{A}_1 + d_2(t)\mathbf{A}_2, \quad (5.7)$$

i

$$\mathbf{B}(t) = d_1(t)\mathbf{B}_1 + d_2(t)\mathbf{B}_2. \quad (5.8)$$

Usrednjena jednačina stanja energetskog dela prekidačkog konvertora, data je sledećim izrazom

$$\frac{d\langle \vec{x}(t) \rangle}{dt} = \mathbf{A}(t)\langle \vec{x}(t) \rangle + \mathbf{B}(t)\langle \vec{u}(t) \rangle, \quad (5.9)$$

gde je $\langle \vec{u}(t) \rangle = V_{in}$.

Izlazni vektor

Do sada, diskutovana je samo usrednjena jednačina stanja, bez osvrta na usrednjeni izlazni vektor. Kako bi se sračunala amplituda talasnosti struje kalema, neopходно je obezbediti napone na kalemu u svakoj prekidačkoj kombinaciji i merenja kako bi se zatvorila povratna sprega. Prema tome, naponi na kalemu i merenja su uključeni u izlazni vektor i čine njegov obavezni deo. Po potrebi, izlaznom vektoru se može pridružiti još promenljivih.

Usrednjeni naponi na kalemu u prvoj i drugoj prekidačkoj kombinaciji su obeleženi sa $\langle v_{L1} \rangle$ i $\langle v_{L2} \rangle$, respektivno. Prema ovome, elementi usrednjenog izlaznog vektora su jednaki

$$\langle \vec{y}(t) \rangle = \begin{bmatrix} \langle v_{L1}(t) \rangle \\ \langle v_{L2}(t) \rangle \\ \langle v_{out}(t) \rangle \end{bmatrix}. \quad (5.10)$$

Usrednjena izlazna jednačina, u ovom slučaju je data izrazom

$$\langle \vec{y}(t) \rangle = \mathbf{C} \langle \vec{x}(t) \rangle + \mathbf{D} \langle \vec{u}(t) \rangle, \quad (5.11)$$

gde su matrice \mathbf{C} i \mathbf{D} jednake

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{on}(R_{load}+R_C)+R_{load}(R_L+R_C)+R_L R_C}{(R_{load}+R_C)} & -\frac{R_{load}}{R_{load}+R_C} \\ -\frac{R_{load}(R_L+R_C)+R_L R_C}{(R_{load}+R_C)} & -\frac{R_{load}}{R_{load}+R_C} \\ \frac{R_{load} R_C}{R_{load}+R_C} & \frac{R_{load}}{R_{load}+R_C} \end{bmatrix}, \quad (5.12)$$

i

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.13)$$

Računanje amplitude talasnosti

Kako bi se odredio režim rada konvertora (kontinualni, diskontinualni ili ograničenje vršne vrednosti struje), potrebno je odrediti amplitudu talasnosti struje kalema L . Kada je prekidač Q uključen, pretpostavlja se da struja kalema poraste linearno za

$$2\Delta I_{L1}(t) = \frac{\langle v_{L1}(t) \rangle}{L} d_1(t) T_s. \quad (5.14)$$

U vremenskom intervalu u kome provodi dioda D , struja kalema L opadne za

$$2\Delta I_L(t) = -\frac{\langle v_{L2}(t) \rangle}{L} d_2(t) T_s. \quad (5.15)$$

Amplituda talasnosti $\Delta I_L(t)$ u ovom radu je uzeta kao srednja vrednost ova dva priraštaja, odnosno

$$\Delta I_L(t) = \frac{\Delta I_{L1}(t) + \Delta I_{L2}(t)}{2}. \quad (5.16)$$

Amplituda talasnosti je uvedena u Pog. 4 i data izrazom (4.5), koji je ovde napisan i korišćen u formi koja je pogodnija za implementaciju.

Modelovanje regulatora

Kako u regulatoru nema periodične promene električne šeme tokom rada, usrednjavanjem signala u regulatoru dobija se isti signal, odnosno za vektor stanja u regulatoru važi $\langle \vec{x}_r(t) \rangle = \vec{x}_r(t)$. Kako je dobijena nelinearna jednačina stanja u kontinualnom vremenu, regulator prekidačkog konvertora je takodje modelovan jednačinom stanja u kontinualnom vremenu, koja je data izrazom

$$\frac{d\vec{x}_r(t)}{dt} = \mathbf{A}_r \vec{x}_r(t) + \mathbf{B}_r \vec{u}_r(t), \quad (5.17)$$

gde su vektor stanja stanja $\vec{x}_r(t)$ i ulazni vektor $\vec{u}_r(t)$ jednaki

$$\vec{x}_r(t) = \begin{bmatrix} v_{CS}(t) \\ v_{CX}(t) \\ v_{C0}(t) \end{bmatrix}, \quad (5.18)$$

i

$$\vec{u}_r(t) = \begin{bmatrix} V_{\text{ref}} \\ \langle v_{\text{out}}(t) \rangle \end{bmatrix}. \quad (5.19)$$

Usrednjene i trenutne vrednosti ovih vektora su jednake, odnosno $\langle \vec{x}_r(t) \rangle = \vec{x}_r(t)$ i $\langle \vec{u}_r(t) \rangle = \vec{u}_r(t)$, pošto se topologija regulatora ne menja u toku rada pretvrača. Matrice u jednačini stanja regulatora su jednake

$$\mathbf{A}_r = \begin{bmatrix} -\frac{R_X + R_S}{R_S R_X C_S} & \frac{1}{R_X C_S} & -\frac{1}{R_1 C_S} \\ \frac{1}{R_X C_X} & -\frac{1}{R_X C_X} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{R_0 C_0} \end{bmatrix}, \quad (5.20)$$

i

$$\mathbf{B}_r = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{R_1 C_S} \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{R_0 C_0} & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.21)$$

Izlaz regulatora je napon $\vec{y}_r(t) = v_f(t)$ i koristi se za računanje normalizovanog vremena. Izlaz regulatora se može formalno zapisati kao

$$\vec{y}_r(t) = \mathbf{C}_r \vec{x}_r(t) + \mathbf{D}_r \vec{u}_r(t), \quad (5.22)$$

gde su izlazne matrice jednake

$$\mathbf{C}_r = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (5.23)$$

i

$$\mathbf{D}_r = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.24)$$

Modelovanje impusno-širinskog modulatora

Impusno-širinski modulator (eng. *PWM modulator*), od kontrolnog signala proizvodi povorku impulsa, čija širina unutar prekidačkog perioda T_s je proporcionalna normalizovanom vremenu, pogledati Sl. 5.1.

U modernim prekidačkim konvertorima, PWM modulator je obično realizovan unutar čipa mikrokontrolera [48]. Prema tome detaljno modelovanje PWM modulatora električnim kolom bi bilo komplikovano. U ovom radu PWM modulator je modelovan algebarskom funkcijom, i za slučaj konvertora sa Sl. 5.1, dat je izrazom (3.12).

Numerička integracija jednačine stanja

Kako bi se odredilo rešenje jednačine stanja, prelazi se iz kontinualnog vremena u diskretno vreme

$$t_n = n\Delta t, \quad (5.25)$$

gde je Δt vremenski korak simulacije. Kako je od interesa odrediti rešenje numeričkom integracijom, potrebno je znati vektor stanja u narednom simulacionom

koraku \vec{x}_{n+1} u funkciji vektora stanja iz prethodnog simulacionog koraka \vec{x}_n . Oznaka \vec{x}_n označava vrednost vektora stanja u trenutku t_n , odnosno $\vec{x}_n = \vec{x}(t_n)$. Rešenje jednačine stanja je dato izrazom (3.116) za opšti slučaj u kome je broj članova sume K . U rešenju za kolo sa Sl. 5.1 uzeto je $K = 2$, pa se rešenje jednačine stanja svodi na

$$\vec{x}_{n+1} = (\mathbf{I} + \mathbf{A}\Delta t + 0.5(\mathbf{A}\Delta t)^2)\vec{x}_n + (\mathbf{I}\Delta t + 0.5\mathbf{A}\Delta t^2)\mathbf{B}\vec{u}_n, \quad (5.26)$$

gde dimenzija jedinične matrice odgovara dužini vektora stanja \vec{x}_n . Isto rešenje se primenjuje za rešavanje usrednjenog modela konvertora i regulatora. Potrebno je samo zameniti odgovarajuće matrice koje opisuju sistem. Na primer za rešenje jednačine stanja regulatora koriste se matrice $\mathbf{A}_r, \mathbf{B}_r$ i vektori stanja i ulaza \vec{x}_r, \vec{u}_r .

Promena režima rada

Usrednjena jednačina stanja je data za kontinualni režim rada. Tokom rada konvertora sa Sl. 5.1, može se dogoditi da dodje do promene režima rada, na primer iz kontinualnog režima rada u diskontinualni ili režim rada u kome je ograničena vršna vrednost struje. Prelazak između režima rada je prikazan na Sl. 4.9.

Polazna pretpostavka je da je konvertor u kontinualnom režimu rada. Odavde se viši proverava za ostale moduće režime rada.

Diskontinualni režim rada

Kako bi se proverio diskontinualni režim rada, potrebni su srednja vrednost struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ i njena amplituda talasnosti $\Delta I_L(t)$. Konvertor ulazi u diskontinualni režim rada ako je

$$\langle i_L(t) \rangle < \Delta I_L(t), \quad (5.27)$$

što uvedeno i prikazano na Sl. 4.9. Normalizovano vreme $d_2(t)$ se u ovom slučaju odredjuje primenom formule (4.11). Normalizovano vreme $d_3(t)$ u kome ne provode ni prekidač Q ni dioda D se jednostavno može odrediti kao $d_3(t) = 1 - d_1(t) - d_2(t)$.

Računanje srednje vrednosti struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$, u diskontinualnom režimu rada, moguće je na dva načina. Prvi način je usrednjavanje u prostoru stanja, gde se izrazu za usrednjene matrice stanja doda još jedan član (na primer doda se

$d_3(t)\mathbf{A}_3$ kad se računa $\mathbf{A}(t)$). U ovom slučaju je neophodno izvršiti korekciju ovako usrednjene matrice, što je detaljno opisano u odeljku 3.4.2. Matrice koje figurišu u usrednjenom jednačini stanja, za konvertor sa Sl. 5.1 i vremenski period $d_3(t)T_s$ su jednake

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{(R_{\text{load}} + R_C)C} \end{bmatrix}, \quad (5.28)$$

i

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.29)$$

Drugi način da se odredi srednja vrednost struje kalema u diskontinualnom režimu rada je direktno računanje srednje vrednosti struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ koristeći se talasnim oblikom struje. Ovaj pristup je opisan u odeljku 4.1.2 i srednja vrednost struje je data izrazom (4.14).

Ograničenje vršne vrednosti struje kalema

U ovom primeru postoji strujni limit, u kome je struja kalema ograničena na 4 A. Ukoliko se aktivira strujna zaštita, vršna vrednost struje kalema je ograničena i konvertor menja režim rada. Kako bi se proverilo da li je konvertor u režimu rada u kome je ograničena vršna vrednost struje kalema, potrebno je znati srednju vrednost struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$, amplitudu talasnosti $\Delta I_L(t)$ i maksimalnu vrednost struje kalema I_{max} . Konvertor ulazi u režim rada po kome je ograničena vršna vrednost struje ukoliko je

$$\langle i_L(t) \rangle + \Delta I_L(t) \geq I_{\text{max}}. \quad (5.30)$$

U ovom slučaju normalizovano vreme $d_1(t)$ je određeno izrazom (4.19). Normalizovano vreme $d_2(t)$ se računa kao u slučaju kontinualnog režima rada $d_2(t) = 1 - d_1(t)$.

Rezultati simulacije

U ovom primeru, simuliran je polazni tranzijent kola sa Sl. 5.1 metodom opisanim u ovom radu. Parametri kola su dati u Tab. 5.1. Referenca za verifikaciju dobijenih rezultata je publikacija [47], gde je isto kolo analizirano i rezultati simulacije prikazani. Početne vrednosti svih stanja su jednaki nuli i rad konvertora je simuliran

Table 5.1: Parametri električnog kola sa Sl. 5.1.

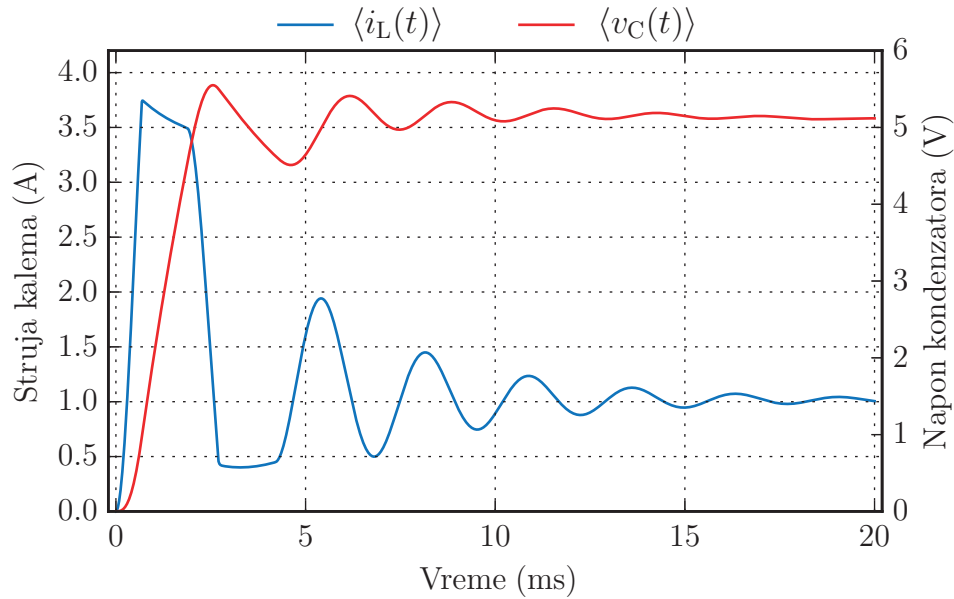
Konvertor spuštač napona	Kontroler	PWM modulator
$V_{\text{in}} = 20 \text{ V}$	$R_1 = 0.6 \text{ k}\Omega$	$\alpha = 0.2 \text{ V } \mu\text{s}^{-1}$
$C = 1 \text{ mF}$	$R_S = 300 \text{ k}\Omega$	$d_{\text{max}} = 0.85$
$L = 200 \text{ } \mu\text{H}$	$R_X = 4.7 \text{ k}\Omega$	$I_{\text{max}} = 4 \text{ A}$
$R_L = 0.25 \text{ } \Omega$	$C_S = 2 \text{ } \mu\text{F}$	$f_s = 20 \text{ kHz}$
$R_C = 0.1 \text{ } \Omega$	$C_X = 3.3 \text{ } \mu\text{F}$	
$R_{\text{on}} = 0.05 \text{ } \Omega$	$R_0 C_0 = 1.8 \text{ ms}$	
$R_{\text{load}} = 5 \text{ } \Omega$	$V_{\text{ref}} = 5 \text{ V}$	

prvih 20 ms, odnosno simuliran je tranzijent struje kalema pri uključenju konvertora, kada je referenca izlaznog napona 5 V. Do tranzijenta struje kalema dolazi pošto konvertor nema kontrolu struje. Struja kalema je kontrolisana samo u slučaju ako se aktivira prekostrujna zaštita.

Simulacioni metod može da simulira samo srednje vrednosti (srednje vrednosti napona i struja), a ukoliko su od interesa trenutne vrednosti, talasnost struje kalema se određuje koristeći se rezultatima za usrednjene signale. Ovo znači, da su za računanje i superpoziciju talasnosti neophodne usrednje vrednosti, dok za računanje usrednjenih vrednosti nije potrebno znati talasnost. Na primer, rezultati simulacije za usrednjene vrednosti se mogu sačuvati, i eventualno kasnije koristiti ukoliko je potrebno odrediti talasnost.

Usrednjeni talasni oblici

Kao što je već spomenuto ranije, osnova za dobijanje rezultata simulacije su usrednjeni talasni oblici. Početne vrednosti svih stanja u konvertoru i regulatoru su nula. Rešavaju se dve jednačine stanja, prva dobijena usrednjavanjem koja opisuje prekidački deo konvertora i druga koja opisuje regulator konvertora. Prekidački deo konvertora ima dva stanja, $[i_L(t), v_C(t)]^T$, i njihove usrednjene vrednosti su prikazane na Sl. 5.2. Crvena kriva je usrednjeni talasni oblik napona na kondenzatoru $\langle v_C(t) \rangle$. Ako se zanemari otpornost kondenzatora, $R_C \rightarrow 0$, $\langle v_C(t) \rangle$ je odziv regulatora izlaznog napona. Plava kriva predstavlja usrednjeni talasni oblik struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$. Struja kalema nije kontrolisana, izuzev u trenucima kada se aktivira stru-



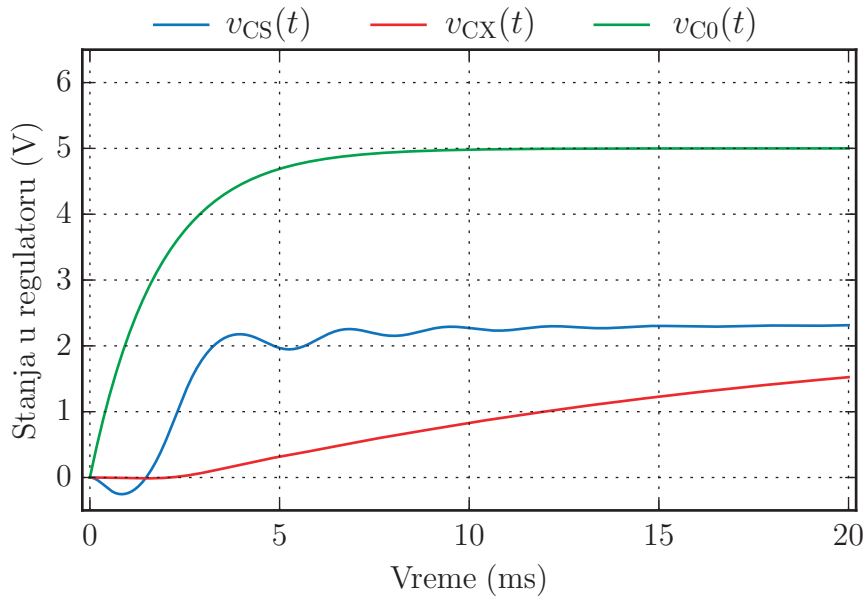
Slika 5.2: Usrednjene vrednosti stanja u prekidačkom delu konvertora sa Sl. 5.1.

jno ograničenje. Iako bazirani na usrednjenom modelu konvertora, prikazani talasni oblici predstavljaju stvarni odziv, jer mogu da uračunaju nelinearna ograničenja i predvide promene režima rada. Ovo nije moguće sa standardnim usrednjenim modelima prekidačkih konvertora koji se koriste za dizajn upravljanja, jer uglavnom važe za kontinualni režim rada.

Jednačina stanja koja opisuje regulator, rešava se simultano sa usrednjenom jednačinom stanja prekidačkog dela konvertora. Kako u regulatoru nema prekidačkih komponenti, talasni oblici stanja su jednaki njihovim usrednjenim vrednostima, pa se posmatraju direktno trenutne vrednosti. Vektor stanja regulatora

$$[v_{CS}(t), v_{CX}(t), v_{C0}(t)]^T$$

čine naponi na kondenzatorima. Odziv stanja u regulatoru je prikazan na Sl. 5.3. Ulaz regulatora je usrednjeni izlazni napon kondenzatora, koji je približno jednak usrednjenom naponu na kondenzatoru C , prikazanom na Sl. 5.2 crvenom krivom, $\langle v_C(t) \rangle$. Relativan odnos talasnih oblika napona $v_{CS}(t)$ i $v_{CX}(t)$, koji su prikazani plavom i crvenom krivom, je očekivan. Napon $v_{CS}(t)$ brže reaguje na promene nego napon $v_{CX}(t)$, zato što je kondenzator C_X u rednoj vezi sa otpornikom R_X koji je reda $k\Omega$, dok su vrednosti kapacitivnosti C_S i C_X približne. Otpornik R_0 i kondenzator C_0 ne dozvoljavaju nagle promene reference, odnosno, filtriraju signal V_{ref} . Oni



Slika 5.3: Stanja u regulatoru konvertora sa Sl. 5.1.

formiraju filter prvog reda sa vremenskom konstatom R_0C_0 . Zato u Tab. 5.1 nisu date egzaktne vrednosti R_0 i C_0 , već vremenska konstanta filtra propusnika niskih učestanosti. Takodje, u jednačini stanja ne figurišu ponaosob R_0 i C_0 , već njihov proizvod, pa egzaktne vrednosti za R_0 i C_0 nisu ni usvojene. Napon na kondenzatoru C_0 je filtrirana referenca koja deluje na regulator. Njegov talasni oblik je prikazan na Sl. 5.3 zelenom krivom.

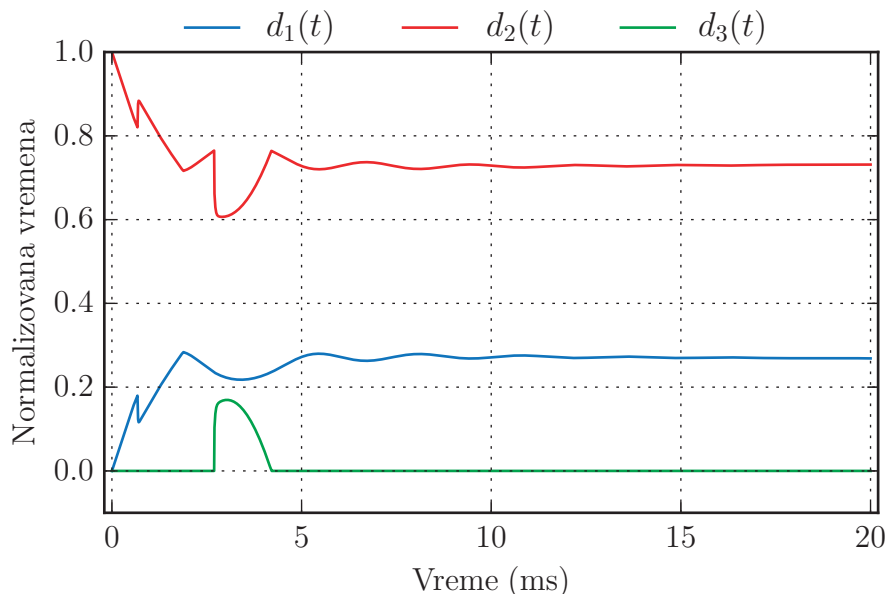
Izlazni napon regulatora je napon $v_f(t)$, koji direktno deluje kao ulaz modulatora. Kako je modulator modelovan algebarskom funkcijom, napon $v_f(t)$ direktno utiče na normalizovano vreme uključenja $d_1(t)$. Napon $v_f(t)$ je jednak

$$v_f(t) = v_{C0}(t) - v_{CS}(t). \quad (5.31)$$

Normalizovana vremena uključenja su prikazana na Sl. 5.4, i njihova suma je uvek $d_1(t) + d_2(t) + d_3(t) = 1$. U periodu kada je $d_3(t)$ različito od nule, konvertor je u diskontinualnom režimu rada.

Obavezni deo izlaznog vektora u jednačini stanja prekidačkog dela konvertora su srednje vrednosti napona na kalemu, kada prekidač Q provodi $v_{L1}(t)$ i kada dioda D provodi $v_{L2}(t)$. Ovi naponi su prikazani na Sl. 5.5.

Ovde je moguće proveriti *volt-second balance* [29]. *Volt-second balance* predstavlja površinu koju kriva napona na kalemu napravi sa vremenskom osom podel-



Slika 5.4: Normalizovana vremena uključenja prekidača.

jenu sa induktivnošću kalema. Matematički se može zapisati kao

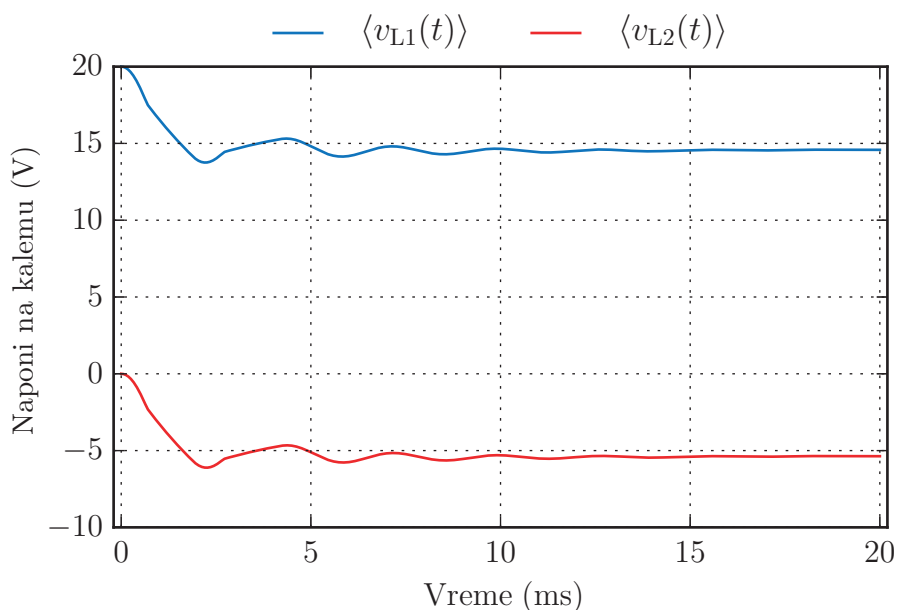
$$\text{Volt second balance} = \frac{1}{L} \int_{t_1}^{t_2} v_L(t) dt, \quad (5.32)$$

gde su t_1 i t_2 dva proizvoljna vremenska trenutka. U ustaljenom stanju, kada je srednja vrednost struje kalema konstantna, *volt second balance* na nivou periode prekidanja je jednak nuli, odnosno

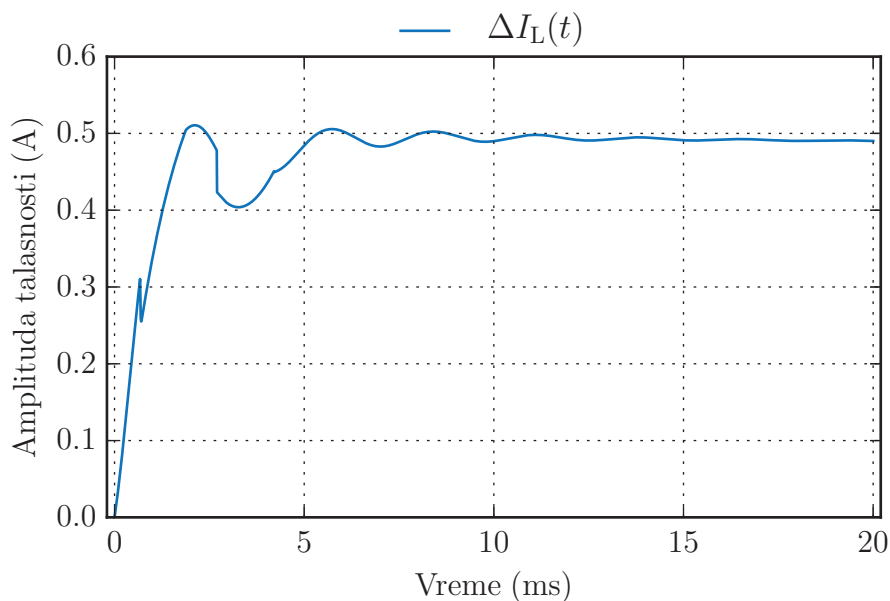
$$d_1(t)v_{L1}(t) + d_2(t)v_{L2}(t) = 0. \quad (5.33)$$

Normalizovana vremena u ustaljenom stanju su $d_1(t) = 0.265$ i $d_2(t) = 0.735$. Naponi na kalem u ustaljenom režimu rada su jednaki $v_{L1} = 14.66 \text{ V}$ i $v_{L2} = -5.29 \text{ V}$. Zamenjom ovih vrednosti u izraz (5.33) dobija se rezultat 0.00, što pokazuje da je *volt second balance* zadovoljen.

Kako bi se odredio trenutak prelazaka izmedju režima rada, potrebno je odrediti amplitudu talasnosti, što je opisano u odeljku 4.1.1 i na početku ovog odeljka. Talasni oblik amplitude talasnosti $\Delta I_L(t)$, dat je na Sl. 5.6. Kako bi se bolje ilustrovalao određivanje režima rada, na Sl. 5.7 je prikazana srednja vrednost struje kalema $\langle I_L(t) \rangle$ crvenom punom linijom, i envelope koja se dobije dodavanjem i oduzimanjem amplitude talasnosti od srednje vrednosti struje kalema, koja je prikazana isprekidanim linijama. Gornja envelope, plava isprekidana kriva, je jednaka zbiru srednje

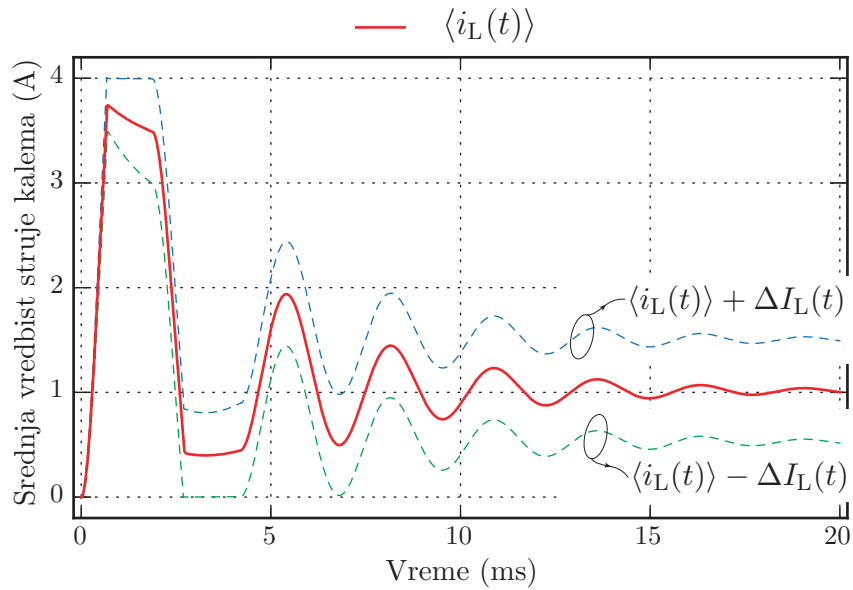


Slika 5.5: Usrednjene vrednosti napona na kalemu, kada prekidač Q provodi $\langle v_{L1}(t) \rangle$ i kada dioda D provodi $\langle v_{L2}(t) \rangle$.



Slika 5.6: Amplituda talasnosti $\Delta I_L(t)$ struje kalema.

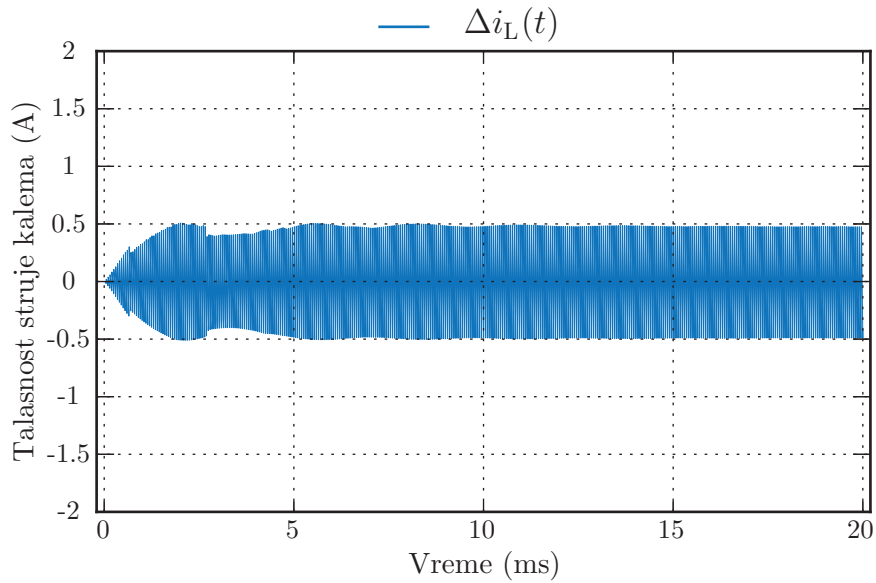
vrednosti struje kalema i amplitude talasnosti. Kada gornja envelope postane veća od maksimalno dozvoljene struje kalema, konvertor ulazi u režim rada u kome je ograničena vršna vrednost struje. Ovaj uslov je dat izrazom (5.30). Ovaj režim rada se može uočiti na Sl. 5.7, kada je gornja envelope jednaka maksimalno dozvol-



Slika 5.7: Srednja vrednost struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ sistema sa Sl. 5.1.

jenoj struji od 4 A. Donja envelope je prikazana zelenom isprekidanom krivom, dobijenom tako što se od srednje vrednosti struje kalema oduzme amplituda talasnosti. Konvertor je u diskontinualnom režimu rada kada je donja envelope jednaka nuli, što se može uočiti na Sl. 5.7. Ovaj uslov je dat jednačinom (5.27). Režimi rada kroz koje konvertor prolazi su:

1. $0 \leq t \leq 0.7 \text{ ms}$ - impulsno širinska modulacija u kontinualnom režimu rada,
2. $0.7 \text{ ms} \leq t \leq 2 \text{ ms}$ - ograničenje vršne vrednosti struje u kontinualnom režimu rada,
3. $2 \text{ ms} \leq t \leq 2.7 \text{ ms}$ - impulsno širinska modulacija u kontinualnom režimu rada,
4. $2.7 \text{ ms} \leq t \leq 4.2 \text{ ms}$ - impulsno širinska modulacija u diskontinualnom režimu rada,
5. $4.2 \text{ ms} \leq t \leq 20 \text{ ms}$ - impulsno širinska modulacija u kontinualnom režimu rada.



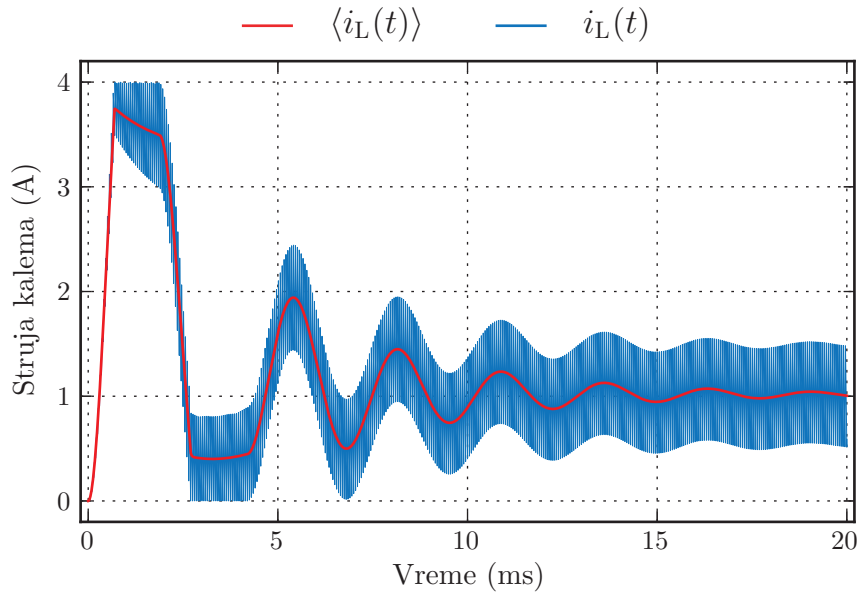
Slika 5.8: Talasnost struje kalema $\Delta i_L(t)$ sistema sa Sl. 5.1.

Računanje talasnosti struje kalema

Kako bi se odredile komponente struje kalema na visokom učestanostima, potrebno je izračunati talasnost struje kalema. Ova procedura je detaljno obradjena u Pog. 4, za različite režime rada konvertora.

Prvi korak pri računanju talasnosti je odrediti normalizovano vreme $\tau(t)$. Kako je učestanost prekidanja f_s konstantna, normalizovano vreme se može jednostavno odrediti primenom formule (4.8). U slučaju kontinualnog režima rada, ili režima rada u kome je ograničena vršna vrednost struje kalema, talasnost struje kalema se računa modulacijom amplitude talasnosti funkcijom $lr_ccm(\tau(t), d_1(t))$, što je dato izrazom (4.6). Funkcija lr_ccm je data izrazom (4.7). Ako je konvertor u diskontinualnom režimu rada, talasnost se računa modulacijom maksimalne vrednosti struje kalema funkcijom $lr_dcm(\tau(t), d_1(t), d_2(t), d_3(t))$, prema izrazu (4.16). Funkcija lr_dcm je data izrazom (4.17). Talasnost struje kalema $\Delta i_L(t)$ je data na Sl. 5.8.

Kako bi se odredila trenutna vrednost struje kalema, potrebno je superponirati usrednjeni talasni oblik struje kalema $\langle i_L(t) \rangle$ i talasnost struje kalema $\Delta i_L(t)$, koji su dati na Sl. 5.2 i Sl. 5.8, respektivno. Trenutna vrednost struje kalema i njena srednja vrednost su prikazani na Sl. 5.9. Dobijeni rezultat za trenutnu vrednost struje kalema se poklapa sa rezultatom u [47].



Slika 5.9: Srednja $\langle i_L(t) \rangle$ (crveno) i trenutna vrednost $i_L(t)$ (plavo) struje kalema konvertora spuštača napona sa Sl. 5.1.

Vrednosti promenjivih u ustaljenom stanju

Kao poslednja provera metoda, usrednjeni talasni oblici promenjivih su upoređeni sa analitičkim proračunom. Pošto se radi o proračunu u ustaljenom stanju, promenjive su označene velikom slovom. Na primer trenutna vrednost izlaznog napona je $v_{\text{out}}(t)$, a njegova ustaljena vrednost je V_{out} .

Kako su u ustaljenom stanju izlazni napon i napon na kondenzatoru konstantni, struja kondenzatora je jednaka nuli, $I_C = 0$. Izlazni napon je jednak referenci, odnosno $V_{\text{out}} = V_{\text{ref}} = 5 \text{ V}$. Izlazna struja i struja kalema su jednake $I_L = I_{\text{out}} = V_{\text{out}}/R_{\text{load}} = 1 \text{ A}$. Veza izmedju ulaznog i izlaznog napona konvertora sa Sl. 5.1 u ustaljenom stanju je

$$\begin{aligned} D_1 V_{\text{in}} &= V_{\text{out}} + R_L I_L \\ &= 5.25 \text{ V}. \end{aligned} \tag{5.34}$$

Kako je ulazni napon $V_{\text{in}} = 20 \text{ V}$, normalizovano vreme uključenja u ustaljenom stanju je $D_1 = V_{\text{out}}/V_{\text{in}} = 0.263$. Napon na kalemu L kada vodi prekidač Q je

$$\begin{aligned} V_{L1} &= V_{\text{in}} - R_L I_L - V_{\text{out}} \\ &= 14.75 \text{ V}, \end{aligned} \tag{5.35}$$

dok je napon na kalemu L kada vodi dioda D

$$\begin{aligned} V_{L2} &= -R_L I_L - V_{\text{out}} \\ &= -5.25 \text{ V}, \end{aligned} \quad (5.36)$$

Za vreme kada provodi prekidač Q , amplituda talasnosti je

$$\begin{aligned} \Delta I_{L1} &= \frac{V_{L1}}{2L} D_1 T_s \\ &= 0.485 \text{ A}. \end{aligned} \quad (5.37)$$

Kada provodi dioda D , amplituda talasnosti je

$$\begin{aligned} \Delta I_{L2} &= -\frac{V_{L2}}{2L} D_2 T_s \\ &= 0.484 \text{ A}. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Za odredjivanje režima rada i računanje talasnosti, koristi se srednja vrednost ove dve vrednosti

$$\begin{aligned} \Delta I_L &= \frac{\Delta I_{L1} + \Delta I_{L2}}{2} \\ &= 0.4843 \text{ A}. \end{aligned} \quad (5.39)$$

Pretpostavljeno je da polazni tranzijent konvertora sa Sl. 5.1 dostiže ustaljeno stanje za $t_{ss} = 100 \text{ ms}$. Uzete su vrednosti promenjivih u simulaciji u trenutku t_{ss} , uporedjenje sa analitičkim proračunom iznad i sračunata je relativna greška. Ovo poredjenje je dato u Tab. 5.2. Relativna greška je računata kao

$$\text{Relativna greška} = \frac{\text{Simulacija} - \text{Analitički proračun}}{\text{Analitički proračun}}. \quad (5.40)$$

Maksimalna apsolutna vrednost relativnog odstupanja je 0.0038, što je 0.38 %.

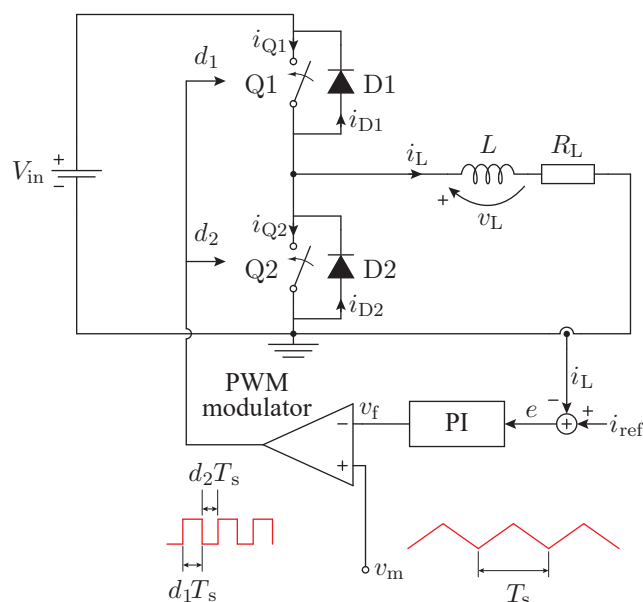
5.2 Kontrola struje

U ovom odeljku, analizirana je kontrola struje u polumosnom invertoru. Dodatno, rezultati simulacije u uporedjeni sa merenjima. Opisan je model konvertora i realizovanog hardvera.

Na Sl. 5.10, prikazana je električna šema polumosnog invertora sa regulatorom. Opterećenje (prijemnik) je namotaj motora, koji je modelovan kalemom L i otpornikom R_L . Regulator je proporcionalno integralni, na čiji ulaz se dovodi signal

Table 5.2: Poredjenje rezultata simulacije u ustaljenom stanju sa analitičkim proračunom.

Veličina	Simbol	Numerička vrednost		
		Simulacija	Analitički proračun	Relativno odstupanje
struja kalema	I_L	1.0011 A	1.0 A	0.0011
napon kondenzatora	V_C	5.0056 V	5.0 V	0.0011
izlazni napon	V_{out}	5.0056 V	5.0 V	0.0011
napon na kalem	V_{L1}	14.6941 V	14.75 V	-0.0038
napon na kalem	V_{L2}	-5.2558 V	-5.25 V	-0.0029
normalizovano vreme	D_1	0.2634	0.2625	0.0034
amplituda talasnosti	ΔI_L	0.4839 A	0.4843 A	-0.0002



Slika 5.10: Električna šema sistema za ispravljanje mrežnog napona sa konvertorom podizačem napona za oblikovanje ulazne struje diodnog ispravljača.

greške e , a kao izlaz se dobija kontrolni napon v_f . Veza izmedju signala greške i kontrolnog napona je

$$v_f(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt, \quad (5.41)$$

gde su K_p i K_i proporcionalno i integralno pojačanje regulatora. Modulator proizvodi povorku impulsa koji kontrolišu uključanje prekidača $Q1$ i $Q2$.

Konvertor sa Sl. 5.10 ima jedno stanje, struju kalema i_L , pa vektor stanja ima samo jedan element $\vec{x}(t) = [i_L(t)]$. Ulazni vektor, takodje ima samo jedan ele-

ment $\vec{u}(t) = [V_{in}]$. Matrice koje odredjuju jednačinu stanja u slučaju kada je gornji prekidač $Q1$ uključen su

$$\mathbf{A}_1 = \left[-\frac{R_L}{L} \right], \quad (5.42)$$

i

$$\mathbf{B}_1 = \left[\frac{1}{L} \right]. \quad (5.43)$$

U slučaju kada je uključen donji prekidač $Q2$, matrice koje odredjuju jednačinu stanja su jednake

$$\mathbf{A}_2 = \left[-\frac{R_L}{L} \right], \quad (5.44)$$

i

$$\mathbf{B}_2 = \left[0 \right]. \quad (5.45)$$

Koristeći se ovim matricama, formirane su usrednjene matrice i usrednjena nelinearna jednačina stanja. Usrednjene matrice se formiraju prema izrazima (5.7) i (5.8). Usrednjena jednačina se formira prema izrazu (5.9).

Minimalni broj elemenata u izlaznom vektoru je sada dva, koji čine naponi na kalemu kada je prekidač $Q1$ uključen¹ i kada je prekidač $Q2$ uključen. Izlazni vektor je jednak $\vec{y}(t) = [v_{L1}(t) v_{L2}(t)]^T$. Matrice koje odredjuju izlaznu jednačinu su

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -R_L \\ -R_L \end{bmatrix}, \quad (5.46)$$

i

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.47)$$

Izlazna jednačina je data izrazom (5.11).

PI regulator u diskretnom vremenu

Proporcionalno-integralni (PI) regulator je opisan u kontinualnom vremenu izrazom (5.41). U ovom odeljuku je data njegova impementacija u diskretnom vremenu. Ako

¹Prekidači $Q1$ i $Q2$ se naizmenično uključuju i isključuju, odnosno ne sme se desiti da su oba prekidača uključena u isto vreme, jer bi došlo do kratkog spoja naponskog izvora V_{in} .

se prepostavi da je vreme diskretizovano vremenskim korakom dt , onda je izlazni napon PI regulatora u vremenskom trenutku $t_n = ndt$ jednak

$$v_f(t_n) = K_p \cdot e(t_n) + K_i \cdot PI_{acc}(t_n). \quad (5.48)$$

Izlaz PI regulatora v_f je limitaran izmedju vrednosti PI_{min} i PI_{max} . Promenljiva $PI_{acc}(t_n)$ može da uzme jednu od tri različite vrednosti, u zavisnosti od $v_f(t_n)$. Ove tri vrednosti su

1. ako je $v_f(t_n) \geq PI_{max}$, onda je $PI_{acc}(t_n) = PI_{max}$,
2. ako je $v_f(t_n) \leq PI_{min}$, onda je $PI_{acc}(t_n) = PI_{min}$ i
3. ako je $PI_{min} < v_f(t_n) < PI_{max}$, onda je $PI_{acc}(t_n) = PI_{acc}(t_{n-1}) + e(t_n)dt$.

Modulator

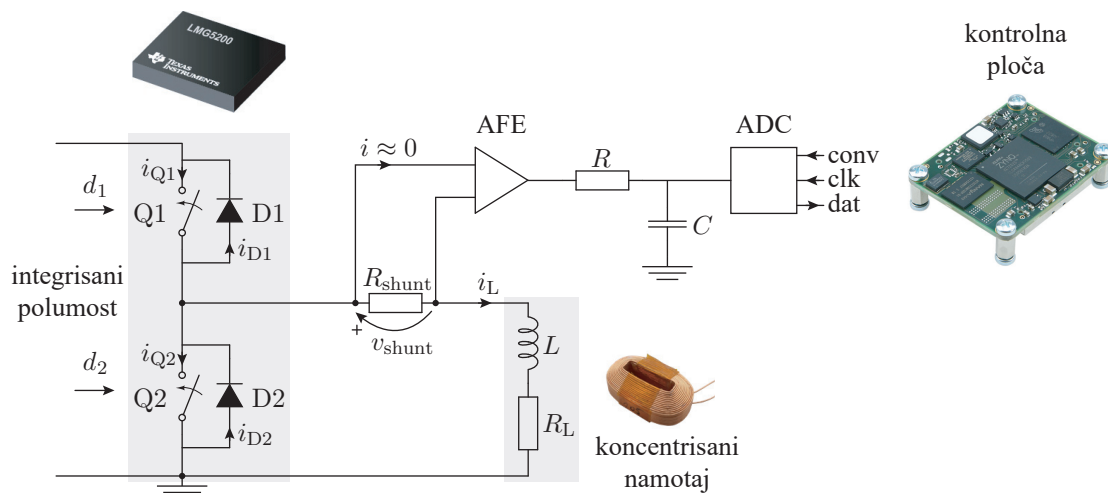
Modulator je kao i do sada modelovan algebarskom funkcijom. Od kontrolnog napona v_f , modulator pravi povorku impulsa čija širina je proporcionalna d_1 (pogledati Sl. 5.10). Prema tome, normalizovano vreme d_1 je dato sledećim izrazom

$$d_1(t) = \begin{cases} 0, & v_f(t) < 0 \\ v_f(t)/V_{in}, & 0 \leq v_f(t) < 13.5 \text{ V} \\ 0.9, & v_f(t) \geq 13.5 \text{ V}. \end{cases} \quad (5.49)$$

Opis hardvera

Hardverska realizacija konvertora sa Sl. 5.10 je prikazana na Sl. 5.11. Polumosni inverter je realizovan unutar jednog čipa proizvođača Texas Instruments, LMG5200 [49]. Prekidači u LMG5200 su realizovani GaN tehnologijom (eng. *Gallium Nitride*) [50]. Merenje struje je implementirano tako što se meri napon na otporniku $R_{shunt} = 10 \text{ m}\Omega$. Ovaj napon v_{shunt} , dovodi se na ulaz komponente AFE (eng. *Analog Front End*), koja obezbedjuje galvansku izolaciju napona v_{shunt} i pojačanje. AFE je realizovan unutar čipa LT1999 [51], proizvođača Linear Technology. Pojačanje AFE je $K_{AFE} = 20$.

Izmedju AFE i ADC (eng. *Analog to Digital Convertor*), nalazi se filter propusnih niskih učestanosti, kako bi se filtrirao šum u analognom signalu. Filter je



Slika 5.11: Hardverska realizacija električne šeme sa Sl. 5.10.

realizovan otpornikom R i kondenzatorom C . Vrednosti parametara su $R = 50 \Omega$ i $C = 47 \text{ pF}$. ADC je analogno-digitalni konvertor koji ulazni analogni signal u opsegu od 0 do 4.096 V pretvara u digitalni broj u opsegu od 0 do 4096 (12 bita). ADC je realizovan unutar čipa LTC2313 proizvođača Linear Technology [52]. Na kontrolnoj ploči je realizovan regulator i interfejsi za ADC i LMG5200.

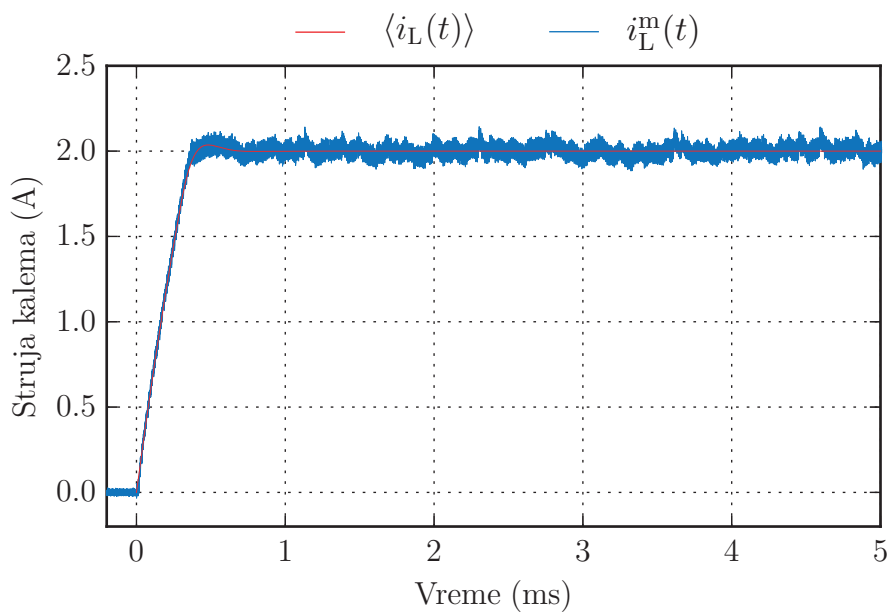
Koncentrisani namotaj je modelovan kalemom L i otpornošću R_L . Ovaj namotaj predstavlja jednu fazu 18-to fazne linearne mašine sa magnetinim ležajevima.

Rezultati simulacije i merenja

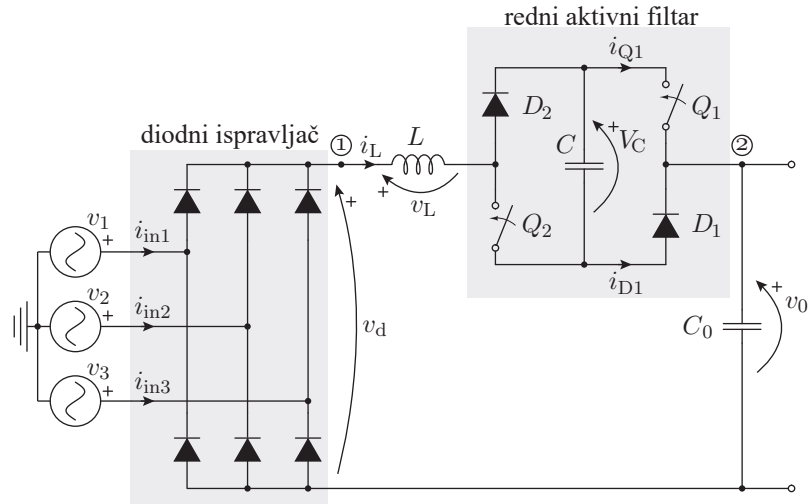
Parametri konvertora sa Sl. 5.10 su dati u Tab. 5.3. Simuliran je i izmeren tranzijent PI regulatora, u kome struja kalema i_L raste od 0 do željene vrednosti I_{ref} . Rezultati simulacije su prikazani na Sl. 5.12, gde je prikazana srednja vrednost struje kalema $\langle i_L \rangle$, u periodu od 0 do 5 ms (crvena kriva), i merena vrednost struje i_L^m (plava kriva). Sa slike se vidi da je simulirana srednja vrednost struje u skladu sa merenom vrednošću struje, koja se menja oko simulirane srednje vrednosti zbog talasnosti i šuma.

Table 5.3: Vrenosti parametara konvertora čija električna šema je prikazana na Sl. 5.10, a hardverska realizacija na Sl. 5.11.

Velčina	Simbol	Numerička vrednost (jedinica)
Energetski deo konvertora		
Ulazni napon	V_{in}	15 V
Induktivnost kalema	L	2.04 mH
Otpornost žice kalema	R_L	2.2 Ω
Regulator		
Referenca	I_{ref}	2 A
Proporcionalno pojačanje	K_p	40 A ⁻¹
Integralno pojačanje	K_i	450 000 A ⁻¹ s ⁻¹
Gornji limit PI regulatora	PI_{max}	13.5 V
Donji limit PI regulatora	PI_{min}	0
Modulator		
Prekidačka učestanost	f_s	100 kHz



Slika 5.12: Tranzijent struje kalema i_L , konvertora sa Sl. 5.10.



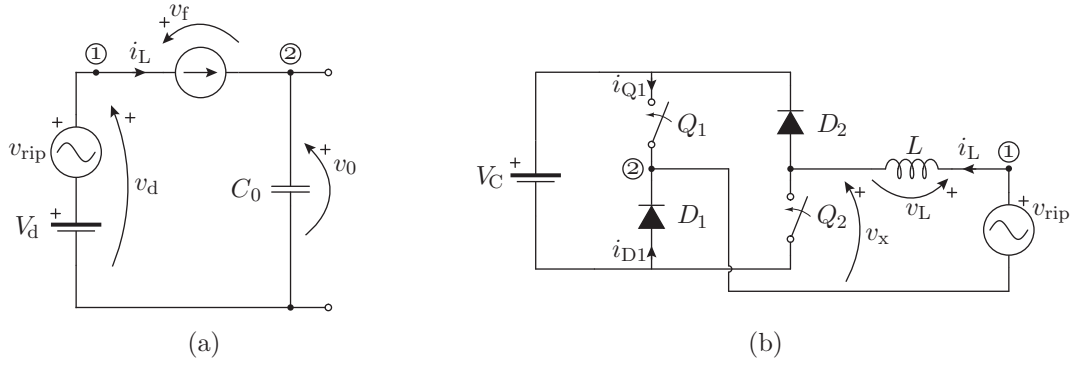
Slika 5.13: Električna šema trofaznog diodnog ispravljača sa rednim aktivnim filtrom na izlazu.

5.3 Analiza rada trofaznog diodnog ispravljača sa rednim aktivnim filtrom na izlazu

Trofazni diodni ispravljač sa rednim aktivnim filtrom je prikazan na Sl. 5.13, i analiziran predloženim metodom u [53]. Ispravljači su uređaji koji od naizmjeničnog napona na ulazu, proizvode jednosmerni napon na izlazu. U najvećem broju slučajeva su priključeni na gradsku mrežu naizmjeničnog napona, koja je na Sl. 5.13 predstavljena naponima v_1 , v_2 i v_3 . Priključenjem na gradsku mrežu, uspostavlja se ulazna struja ispravljača u svakoj od faza i_{in1} , i_{in2} i i_{in3} . U zavisnosti od talasnog oblika, ulazna struja može imati manje ili više uticaja na ostale potrošače u mreži. U praksi, uticaj ulazne struje je regulisan nivoom niskoharmonijskih komponenti ulazne struje, koje su propisane standardom [54]. Prema tome, tokom projektovanja analiziranog ispravljača, od interesa je odrediti talasni oblik ulazne struje, što je motivacija za analizu prikazanu u ovom odeljku.

Kako bi se pojednostavila analiza i primena metoda, u prvom koraku je transformisana električna šema ispravljača sa Sl. 5.13. Napon na izlazu diodnog mosta v_d , sastoji se iz jednosmerne V_d i naizmjenične komponente v_{rip} , odnosno

$$v_d = V_d + v_{rip}. \quad (5.50)$$



Slika 5.14: (a) Zamenska šema kola sa Sl. 5.13. (b) Električna šema izlaznog filtra sa Sl. 5.13, pogodna za primenu predloženog metoda.

Napon na izlaznom filteru i kalemu jednak je naponu između čvorova ① i ②, $v_f = v_{12}$. Prema tome, primenom teoreme kompenzacije, može se formirati zamenska ispravljača sa Sl. 5.13. Zamenska šema je prikazana na Sl. 5.14(a). Jednosmerna i naizmenična komponenta napona na izlazu mosta su predstavljene naponskim generatorima V_d i v_{rip} . Napon na izlaznom filteru i kalemu L je v_f . Kako bi se kompenzovala talasnost napona na izlazu diodnog ispravljača v_{rip} , napon na filteru v_f treba da bude jednak

$$v_f = v_{rip}, \quad (5.51)$$

gde je napon v_{rip} dat sledećim izrazom [55]

$$v_{rip} = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_m \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{2}{36k^2 - 1} \cos(6k\omega t), \quad (5.52)$$

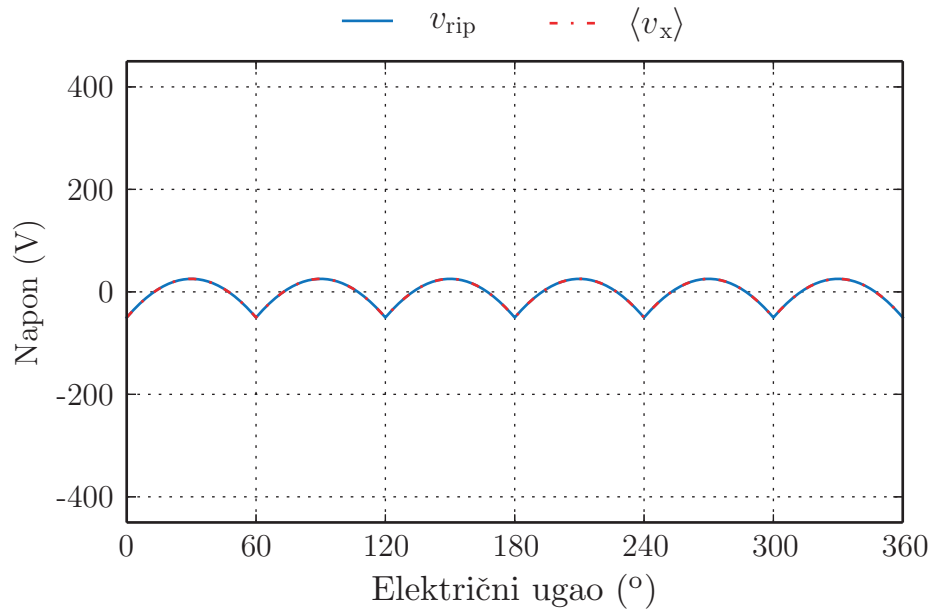
gde su V_m amplituda mrežnog faznog napona i $\omega = 2\pi 50$ Hz osnovna kružna učestanost u mreži.

Na Sl. 5.14(b), prikazana je zamenska šema izlaznog filtra. Normalizovano vreme uključenja prekidača Q_1 zavisi od željene usrednjene vrednosti napona $\langle v_x \rangle$

$$d(t) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\langle v_x \rangle}{V_C} \right). \quad (5.53)$$

Kako je srednja vrednost napona na kalemu u ustaljenom stanju jednaka nuli, srednja vrednost napona v_x je jednaka

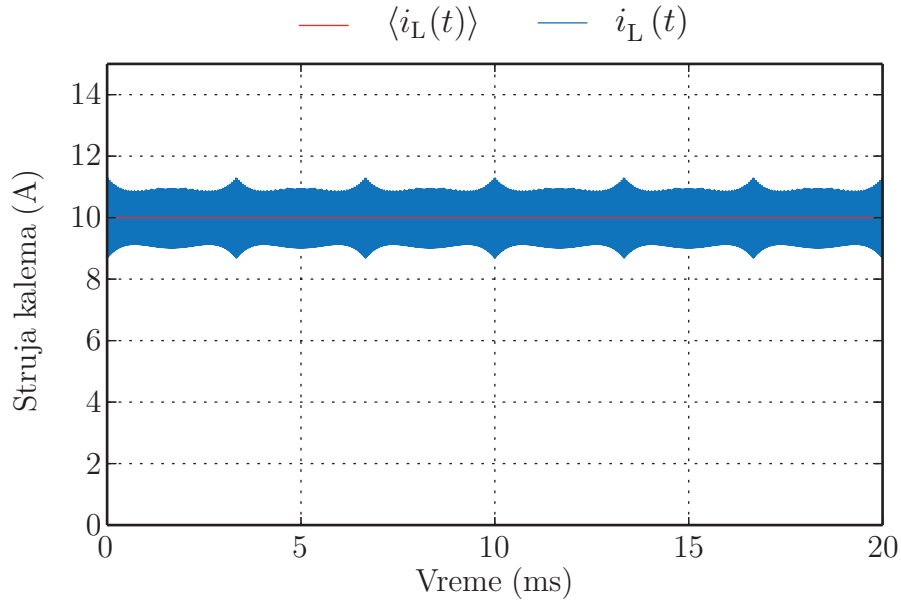
$$\langle v_x \rangle = v_{rip}. \quad (5.54)$$



Slika 5.15: Naponi v_{rip} i $\langle v_x \rangle$.

Table 5.4: Parametri električne šeme sa Sl. 5.13.

Veličina	Simbol	Numerička vrednost (jedinica)
Amplituda mrežnog napona	V_m	$\sqrt{2} \times 230 \text{ V}$
Napon na izlazu diodnog mosta	V_d	538 V
Napon na kondenzatoru izlaznog filtra	V_C	70 V
Induktivnost kalema	L	200 μH
Prekidačka učestanost	f_s	100 kHz
Strujni ponor na izlazu	I_0	10 A

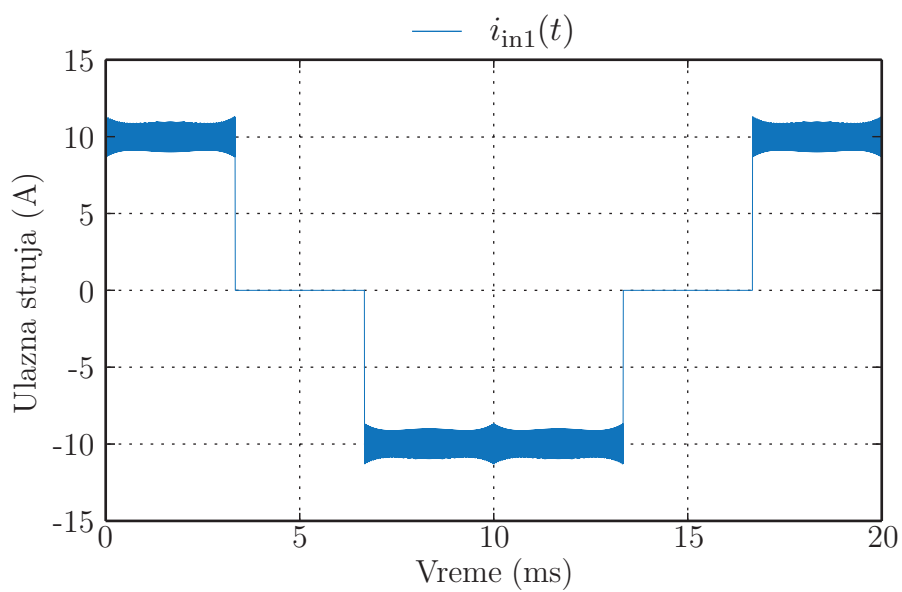


Slika 5.16: Rezultati simulacije, struja kalema i_L .

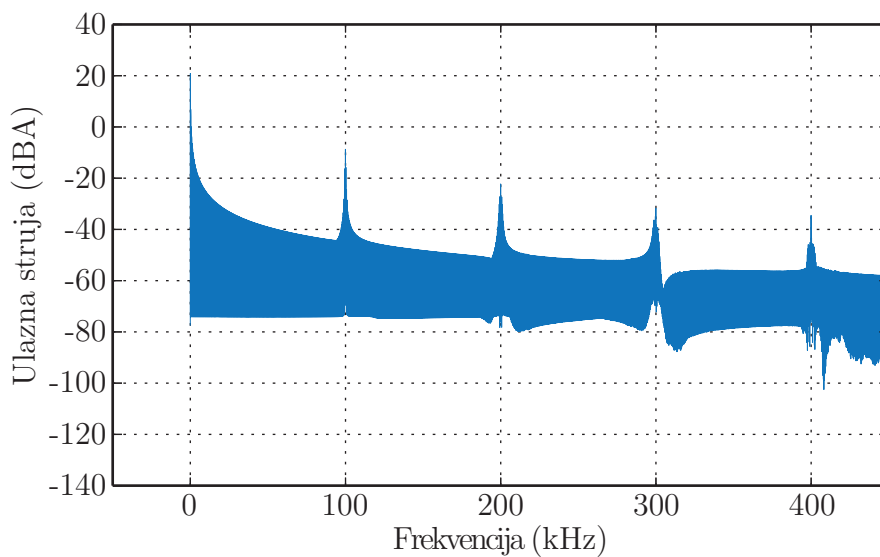
Ova dva napona su prikazana na Sl. 5.15.

Simulirano je električno kolo sa Sl. 5.14(b) predloženim metodom. Parametri električnog kola su dati u Tab. 5.4. Kao opterećenje, pretpostavljen je ponor konstantne struje od $I_0 = 10$ A. Prekidač Q_1 se uključuje po zakonu koji je određen normalizovanim vremenom datim izrazom (5.53), tako da se kompenzuje talasnost napona v_{rip} na izlazu diodnog mosta. Struja kalema L , prikazana je na Sl. 5.16 u vremenskom rasponu od 0 do 20 ms. Srednja i efektivna vrednost struje kalema su 10 A. Talasni oblik ulazne struje i_{in1} , prikazan je na Sl. 5.17. Srednja vrednost ulazne struje je jednaka nuli, dok je efektivna vrednost jednaka 8.18 A.

Talasni oblik ulazne struje je prikazan sa 64 000 jednako razmaknutih simulacionih tačaka. Da bi se dobio spektar ulazne struje, izračunata je diskretna Furieova transformacija, primenom algoritma brze Furieove transformacije. Spektar ulazne struje je prikazan na Sl. 5.18.



Slika 5.17: Rezultati simulacije, ulazna struja i_{in1} .



Slika 5.18: Rezultati simulacije, spektar ulazne struje i_{in1} .

5.4 Dizajn ulaznog filtra za elektromagnetsku interferenciju

U ovom odeljku, prikazana je procedura dizajna EMI ulaznog filtra (eng. *Electro-Magnetic Interference Input Filter*). Više informacija o EMI filtrima i tipu šuma koji stvara prekidački konvertor se može naći u [56]. EMI filter je dizajniran za dva konvertora:

1. Isplavljač sa kontrolom talasnog oblika ulazne struje i
2. Invertor sa kontrolom struje zadavanjem histerezisa.

Ova dva konvertora su analizirana predloženim metodom, i veličine neophodne za dizajn su dobijene primenom predloženog simulacionog metoda.

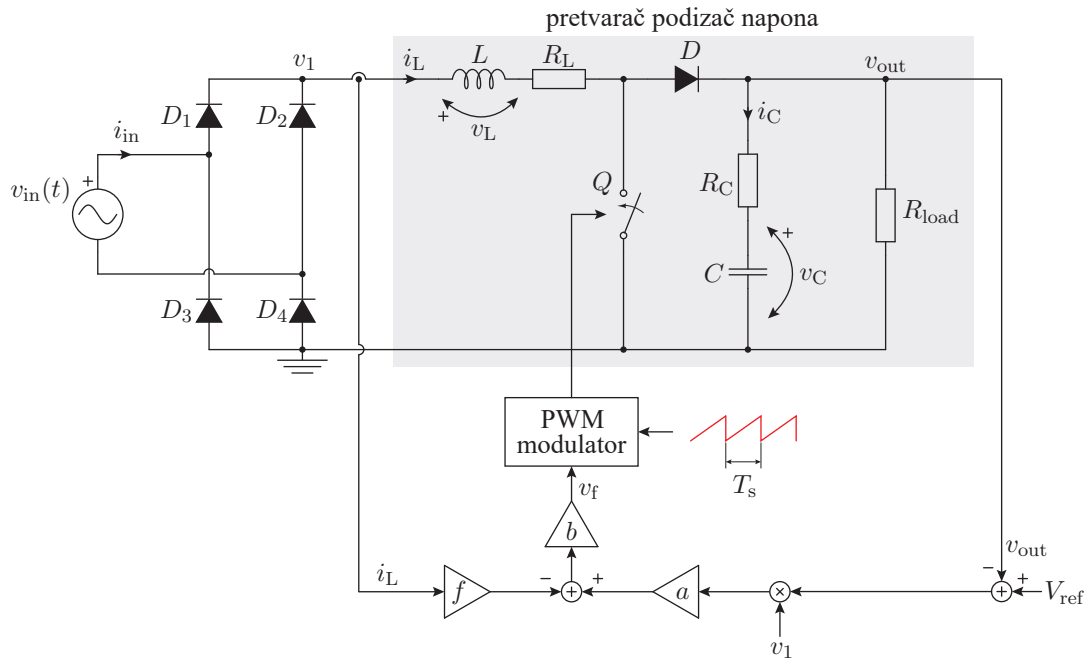
5.4.1 Ispravljač sa kontrolom talasnog oblika ulazne struje

Ispravljač sa kontrolom talasnog oblika ulazne struje, prikazan je na Sl. 5.19. Koristi se kada je potrebno obezbediti jednosmerni napon na potrošaču od naizmeničnog ulaznog napona. Naizmenični ulazni napon se obično dobija iz gradske mreže i predstavljen je naponskim izvorom $v_{in}(t)$ na Sl. 5.19. Diodni ispravljač čine diode D_1, D_2, D_3 i D_4 . Konvertor podizač napona se nalazi na izlazu diodnog mosta i osenčen je sivom bojom.

Konvertor ima dva stanja, struju kalema L i napon kondenzatora C , pa je vektor stanja isti kao u prvom primeru i dat je izrazom (5.1). Upravljački deo konvertora je rezistivan, i nema stanja koja bi se modelovala jednačinom stanja.

Tri prekidačka stanja su moguća: (1) stanje u kome provodi prekidač Q , (2) stanje u kome provodi dioda D i (3) stanje u kome su prekidač i dioda isključeni. Trajanje ovih prekidačkih stanja je određeno normalizovanim vremenima d_1, d_2 i d_3 . Matrice koje opisuju ova prekidačka stanja su

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R_{on}+R_L}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{(R_{load}+R_C)C} \end{bmatrix}, \quad (5.55)$$



Slika 5.19: Električna šema sistema za ispravljanje mrežnog napona, sa konvertorom podizačem napona za oblikovanje ulazne struje diodnog ispravljača.

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.56)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} -\frac{(R_L + R_C)R_{load} + R_C R_L}{(R_{load} + R_C)L} & -\frac{R_{load}}{(R_{load} + R_C)L} \\ \frac{R_{load}}{(R_{load} + R_C)C} & -\frac{1}{(R_{load} + R_C)C} \end{bmatrix}, \quad (5.57)$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.58)$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{(R_{load} + R_C)C} \end{bmatrix}, \quad (5.59)$$

i

$$\mathbf{B}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.60)$$

Koristeći se ovim matricama i normalizovanim vremenima, dobijaju se usrednjene matrice stanja koje se koriste u usrednjenom modelu stanja. Ulazni usrednjeni vektor je jednak naponu na izlazu diodnog mosta $\langle \vec{u}(t) \rangle = [v_1(t)]$.

Minimalni usrednjeni izlazni vektor $\langle \vec{y}(t) \rangle$, čine usrednjeni naponi na kalem u slučaju kada vodi prekidač $\langle v_{L1}(t) \rangle$ i kada vodi dioda $\langle v_{L2}(t) \rangle$ i izlazni napon $\langle v_{out}(t) \rangle$.

Table 5.5: Parametri električnog kola sa Sl. 5.19.

Konvertor podizač napona	Regulator
$V_{\text{in}} = 300 \text{ V}$	$f_s = 100 \text{ kHz}$
$C = 0.5 \text{ mF}$	$\alpha = 0.2 \text{ V } \mu\text{s}^{-1}$
$L = 0.4 \text{ mH}$	$d_{\text{max}} = 0.85$
$R_L = 1 \Omega$	$V_{\text{ref}} = 320 \text{ V}$
$R_C = 1 \Omega$	$a = 2 \times 10^{-4} \text{ V}^{-1}$
$R_{\text{on}} = 0.1 \Omega$	$f = 0.2 \text{ V A}^{-1}$
$R_{\text{load}} = 100 \Omega$	$b = 30$

Izlazni vektor je isti kao u prethodnom primeru i dat je izrazom (5.10). Usrednjene izlazne matrice su jednake:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -(R_{\text{on}} + R_L) & 0 \\ -\frac{(R_L + R_C)R_{\text{load}} + R_L R_C}{R_C + R_{\text{load}}} & -\frac{R_{\text{load}}}{R_{\text{load}} + R_C} \\ \frac{R_{\text{load}} R_C}{R_{\text{load}} + R_C} & \frac{R_{\text{load}} R_C}{(R_{\text{load}} + R_C) R_C} \end{bmatrix}, \quad (5.61)$$

i

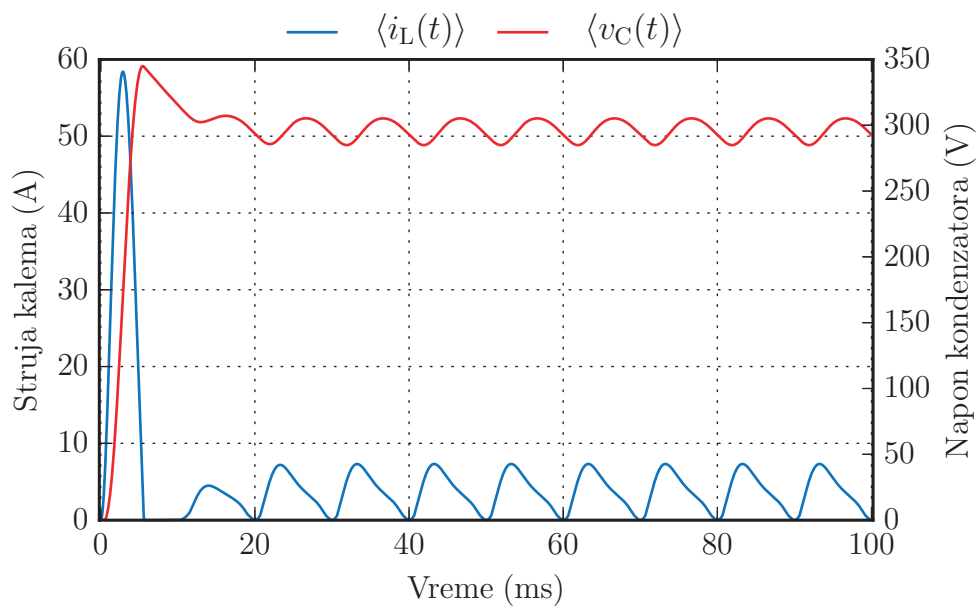
$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (5.62)$$

Kao što je već pomenuto, regulator u ovom primeru je čisto rezistivan i nema stanja. Prema tome, ulaz modulatora je signal $v_f(t)$ i dat je sledećim izrazom

$$v_f(t) = b(a(V_{\text{ref}} - \langle v_{\text{out}}(t) \rangle) \langle v_1(t) \rangle - f \langle i_L(t) \rangle). \quad (5.63)$$

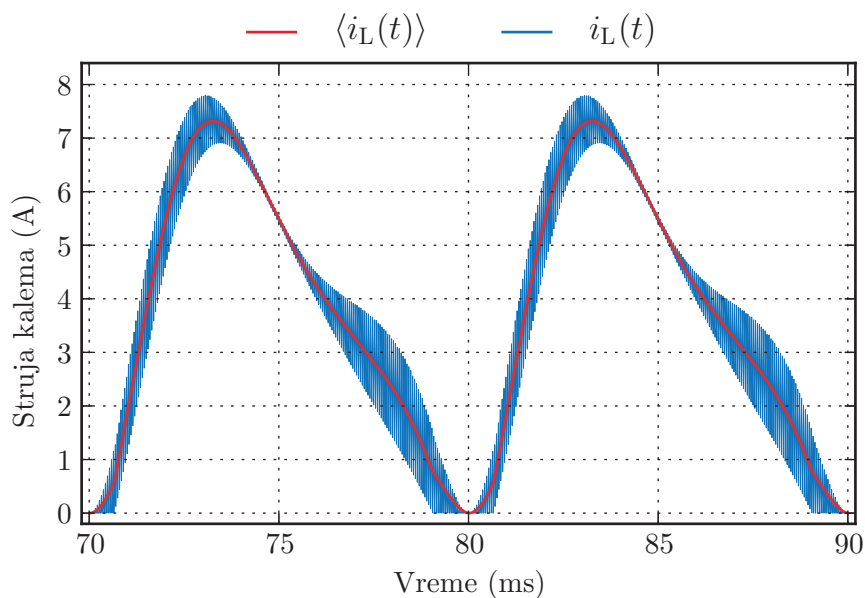
Rezultati simulacije

Parametri korišćeni u simulaciji, dati su u Tab. 5.19. Simuliran je tranzijent uključanja, koji je prikazan na Sl. 5.20. Početne vrednosti struje kalema L i napona na kondenzatoru C su jednaki nuli, $\langle i_L(0) \rangle = 0$ i $\langle v_C(0) \rangle = 0$. U ovom slučaju nije implementirana prekostrujna zaštita, pa struja kalema nije kontrolisana tokom tranzijenta i dostiže maksimalnu vrednost od oko 58.4 A. Maksimalna vrednost izlaznog napona koja se dostiže tokom tranzijenta uključanja je 345 V. U ustaljenom stanju, izlazni napon $\langle v_{\text{out}}(t) \rangle$ osciluje između 285 V i 305 V.



Slika 5.20: Stanja pri tranzijentu uključenja konvertora sa Sl. 5.19.

Za dizajn ulaznog EMI filtra, potrebno je odrediti ulaznu trenutnu vrednost ulazne struje konvertora $i_{in}(t)$. Da bi se odredila ulazna struja konvertora, potrebno je najpre odrediti trenutnu vrednost struje kalema $i_L(t)$. Trenutna vrednost struje

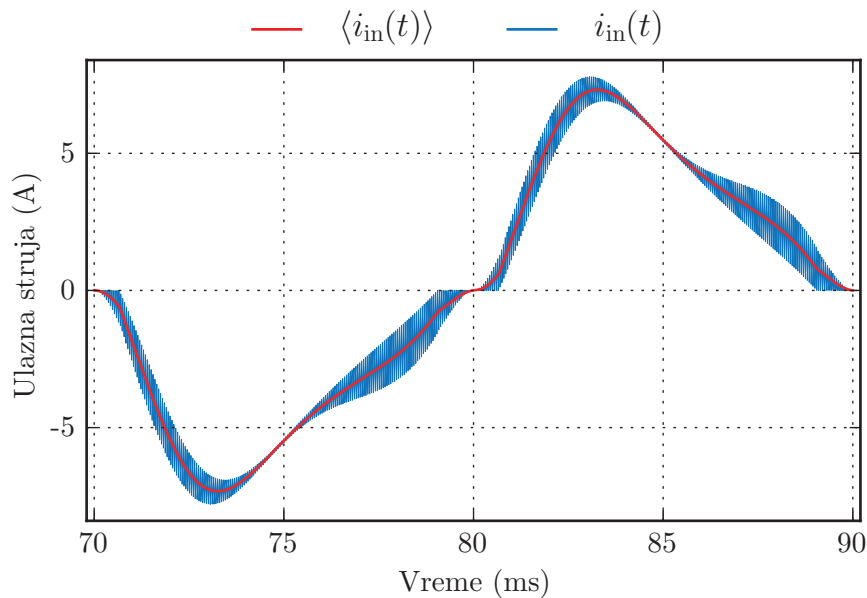


Slika 5.21: Srednja $\langle i_L(t) \rangle$ (crveno) i trenutna vrednost $i_L(t)$ (plavo) struje kalema konvertora sa Sl. 5.19.

kalema $i_L(t)$ i njena usrednjena vrednost $\langle i_L(t) \rangle$ su date na Sl. 5.21. Pošto je za

dizajn EMI filtra od interesa ustaljeno stanje, rezultat za struju kalema je prikazan u periodu od 70 ms do 90 ms, kada je dostgnuto ustaljeno stanje.

Struja kalema predstavlja ispravljenu ulaznu struju konvertora, pa se talasni oblik struje ulazne struje konvertora dobije invertovanjem jedne poluperiode struje kalema. Ulazna struja je prikazana na Sl. 5.22.



Slika 5.22: Srednja $\langle i_{in}(t) \rangle$ (crveno) i trenutna vrednost $i_{in}(t)$ (plavo) ulazne struje konvertora sa Sl. 5.19.

Dizajn ulaznog EMI filtra

Dizajn ulaznog EMI filtra² je sproveden prema postupku opisanom u [56, 57]. Prvi korak u dizajnu je obezbediti trenutnu vrednost ulazne struje konvertora. Za različite režime rada, na primer promena opterećenja, ulazna struja će imati drugačiji talasni oblik. Prema preporukama za dizajn EMI filtra, trebalo bi izračunati ulaznu struju u ustaljenom režimu rada koji je najviše zastupljen u radu konvertora. U ovom radu, pretpostavljeno je da je talasni oblik ulazne struje u ustaljenom stanju sa Sl. 5.22 najzastupljeniji u radu konvertora sa Sl. 5.19.

Talasni oblik ulazne struje sa Sl. 5.22, dobijen je iz talasnog oblika struje kalema Sl. 5.21. Računanje trenutne vrednosti struje kalema nije potrebno tokom čitavog

²Filtar za snižavanje elektromagnetske interferencije, eng. electromagnetic interference (EMI).

tranzijenta. Odnosno, za analizu i dizajn EMI filtra, dovoljno je izračunati trenutnu vrednost struje kalema samo u periodu ukoji se koristi, od 70 ms do 90 ms.

Dalja analiza i proračun, sprovode se u frekvencijskom domenu. Prelazak u frekvencijski domen, sproveden je primenom diskretne Furijeove transformacije ulazne struje sa Sl. 5.22. Analiza i dizajn EMI filtra, odnosi se na frekvencijski opseg od 0.15 MHz do 30 MHz, pošto standardi regulišu nivo šuma u ovom opsegu. Maksimalna vrednost frekvencije koja se može dobiti iz talasnog oblika ulazne struje zavisi od vremenskog koraka simulacije. Odnosno, ukoliko je željena maksimalna vrednost učestanosti u spektru f_{\max} , korak simulacije ne sme da bude veći od

$$\Delta t \leq \frac{1}{2f_{\max}}. \quad (5.64)$$

Dodatno, razmak izmedju simulacionih tačaka u frekvencijskom domenu zavisi od vremena simulacije, što je obično jedan osnovni period mrežnog napona

$$\Delta f = \frac{1}{T_0}. \quad (5.65)$$

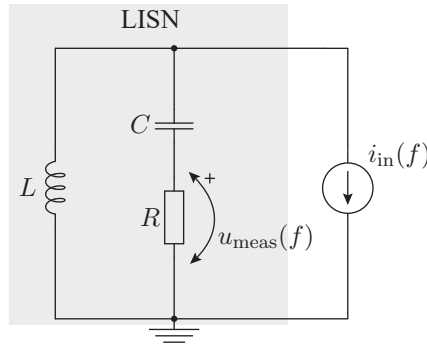
Ukupnan broj simulacionih tačaka potreban za analizu u frekvencijskom domenu je

$$N_p = \frac{T_0}{\Delta t} = 2 \frac{f_{\max}}{f_0}. \quad (5.66)$$

U ovom primeru, maksimalna učestanost u spektru je $f_{\max} = 1$ MHz, što zahteva korak simulacije manji od 500 ns. Odabran je 10 puta manji korak simulacije, 50 ns. Period mrežnog napona je $T_0 = 20$ ms, pa je rezolucija u frekvencijskom domenu $\Delta f = 50$ Hz. Broj simulacionih tačaka je jednak $N_p = 40\,000$.

Kako bi se počelo sa dizajnom EMI filtra, potrebno je znati nivo šuma u slučaju kada nema filtra. Nivo šuma u slučaju bez filtra, ukazuje na slabljenje šuma koje je potrebno da obezbedi filter.

Generalno, nivo šuma se može odrediti ukoliko se konvertor priključi na gradsku mrežu i izvrši se EMI merenje. Problem u ovom slučaju je što se parametri mreže menjaju u zavisnosti mesta na kome je konvertor priključen, zbog različite dužine provodnika. Pa bi prema tome, isti konvertor emitovao različit nivo šuma, u zavisnosti od mesta na kome se vrši merenje. U ovom slučaju, bilo bi jako teško standardizovati dozvoljeni nivo šuma. Kako bi se standardizovao nivo dozvoljenog

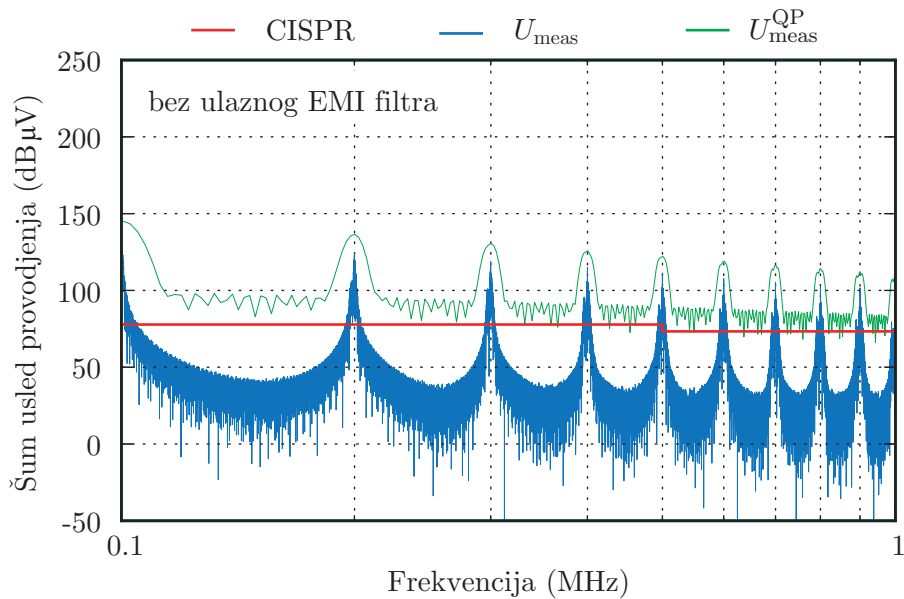


Slika 5.23: Električna šema za računanje nivoa šuma. Parametri šeme su $R = 50 \Omega$, $L = 50 \mu\text{H}$ i $C = 250 \text{nF}$. Strujni generator $i_{\text{in}}(f)$, predstavlja ulaznu struju konvertora u frekvencijskom domenu.

šuma, standardizovana je šema koja emulira parametre mreže, tako da se pri svakom merenju mogu postići isti rezultati, nezavisno od mesta merenja. Električno kolo koje se koristi da emulira parametre mreže se zove LISN (eng. *Line Impedance Stabilization Network*) [56]. Induktivnost L , emulira induktivnost mreže, dok R i C predstavljaju sondu kojom se meri signal.

Ulazna struja konvertora $i_{\text{in}}(f)$, poznata je u frekvencijskom domenu. Kako su poznati parametri linearnog LISN kola R , L i C , jednostavno je odrediti napon $u_{\text{meas}}(f)$, za koji je propisan dozvoljeni nivo šuma. Međutim, dozvoljeni nivo šuma se ne propisuje za vrednosti napona $u_{\text{meas}}(f)$, već za njegove kvazi-vršne vrednosti, ili QP vrednosti (eng. *quasi-peak values*). U ovom radu, koristi se termin "QP vrednosti", i označava se kao $u_{\text{meas}}^{\text{QP}}(f)$. Kako bi se odredile QP vrednosti, potreban je QP detektor. Električna šema QP detektora, prikazana je na Sl. 6.1 i način rada je objašnjen u Prilogu 6. Električno kolo QP detektora je nelinearno, pa se ne može analizirati u frekvencijskom domenu. Analizu kola QP detektora treba sprovesti u vremenskom domenu, što bi značajno povećalo vreme simulacije. Iz frekvencijskog domena treba preći u vremenski domen, simulirati QP kolo, dobiti QP napon $u^{\text{QP}}(t)$, pa na kraju ponovo preći na frekvencijski domen $u^{\text{QP}}(f)$.

Kako bi se dobile QP vrednosti $u_{\text{meas}}^{\text{QP}}(f)$, direktno iz $u_{\text{meas}}(f)$, bez prelaska u vremenski domen, implementiran je digitalni QP detektor. Implementacija digitalnog QP detektora je opisana u Pog. 6. Ulaz QP detektora je ulazna struja konvertora u



Slika 5.24: Šum usled provodjenja konvertora sa Sl. 5.19 bez ulaznog EMI filtra: dozvoljene QP vrednosti šuma prema standardu CISPR 22, klasa opreme A [56] (crveno), spektar napona U_{meas} (plavo) i QP vrednosti napona $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}$ (zeleno).

vremenskom domenu $i_{\text{in}}(t)$, an izlaz su QP vrednosti napona $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}(f)$.

Kao prvi korak u dizajnu ulaznog EMI filtra, određen je nivo šuma bez filtra i upoređen sa vrednostima dozvoljenim po CISPR standardu. Na Sl. 5.24, prikazan je napon $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}(f)$, njegova dozvoljena vrednost i vrednost propisana standardom. Jedinica za $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}(f)$ je $\text{dB } \mu\text{V}$, koja je definisana kao

$$1 \text{ dB } \mu\text{V} = 20 \log \left(\frac{1 \text{ V}}{1 \mu\text{V}} \right). \quad (5.67)$$

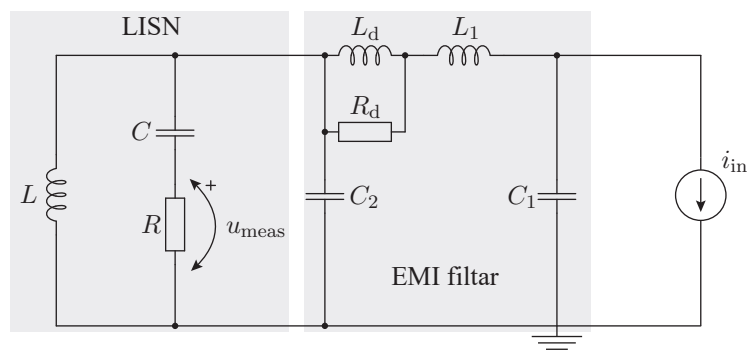
Sa slike Sl. 5.24, vidi se da $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}(f)$ (zeleno kriva) prelazi vrednosti dozvoljene standardom (crvena kriva). Kako bi se smanjio nivo $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}(f)$ ispod dozvoljenog, potrebno je priključiti filter na ulaz konvertora, čiji dizajn je prikazan u preostalom delu odeljka.

Kada je utvrđeno da je potrebno dizajnirati filter, treba odrediti slabljenje koje filter treba da ostvari. Slabljenje se računa za učestanost koja predstavlja prvi umnožak prekidačke učestanosti koji je veći od 150 kHz. U ovom slučaju to je

učestanost od 200 kHz. Slabljenje $A[\text{dB}]$ se računa kao

$$\begin{aligned}
 A_{200\text{ kHz}}[\text{dB}] &= U_{\text{meas}}^{\text{QP}}(200\text{ kHz})[\text{dB } \mu\text{V}] - \text{CISPR}(200\text{ kHz})[\text{dB } \mu\text{V}] + \text{Margina}[\text{dB } \mu\text{V}] \\
 &= 138.5\text{ dB } \mu\text{V} - 77.8\text{ dB } \mu\text{V} + 9\text{ dB } \mu\text{V} \\
 &= 69.7\text{ dB}
 \end{aligned}
 \tag{5.68}$$

gde je radi sigurnosti odabrana margina od 9 dB μV . Za potrebno slabljenje filtra odabrana je topologija drugog reda [56], koja je prikazana na Sl. 5.25. Prvi red



Slika 5.25: LISN, EMI filter i strujni izvor koji predstavlja prekidački konvertor. LISN parametri su $R = 50\ \Omega$, $L = 50\ \mu\text{H}$ i $C = 250\ \text{nF}$.

čine kondenzator C_1 i kalem L_1 , dok drugi red čine kondenzator C_2 u kombinaciji sa LISN mrežom. Otpornik R_d i kalem L_d čine prigušnu mrežu. Odabir vrednosti komponenti je prema preporukama iz [56]. Komponente su odabrane na sledeći način:

- Kondenzator C_1

Kondenzator C_1 je postavljen direktno na ulaz konvertora. Njegova vrednost je limitirana reaktivnom snagom koju razvija, odnosno distorzijom struje koja dolazi do izražaja u slučaju malog opterećenja konvertora. U ovom primeru, odabrana je vrednost $C_1 = 6\ \mu\text{F}$.

- Kalem L_1

Oba reda filtra doprinose slabljenju. Radi stabilnosti, slabljenje prvog reda (C_1 i L_1) treba da bude veće nego slabljenje drugog reda filtra. Obično je presečna

učestanost prvog reda deset puta manja nego presečna učestanost drugog reda, što daje opseg slabljenja za prvi red $A_{\text{red1}}[\text{dB}] = 0.6 \dots 0.7 A_{200 \text{ kHz}}[\text{dB}]$. U ovom primeru je odabrano $A_{\text{red1}}[\text{dB}] = 0.65 A_{200 \text{ kHz}}[\text{dB}] = 45.3 \text{ dB}$. Presečna učestanost prvog reda se dobija kao

$$f_{\text{cutoff,red1}} = \frac{200 \text{ kHz}}{\sqrt{10^{\frac{A_{\text{red1}}[\text{dB}]}{20}}}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}}, \quad (5.69)$$

pa je

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{1}{C_1(2\pi f_{\text{cutoff,red1}})^2} \\ &= 19.44 \mu\text{H} \end{aligned} \quad (5.70)$$

- Kalem L_d

Kalem L_d se obično određuje preko odnosa prigušenja $n = L_d/L_1$. Velika vrednost n bi uzrokovala visoku impedansu na izlazu filtra, što bi uticalo na stabilnost kontrolnog algoritma [58]. U ovom primeru je odabrano $n = 0.4$. Onda se induktivnost L_d dobije kao

$$\begin{aligned} L_d &= nL_1 \\ &= 7.78 \mu\text{H} \end{aligned} \quad (5.71)$$

- Prigušni otpornik R_d

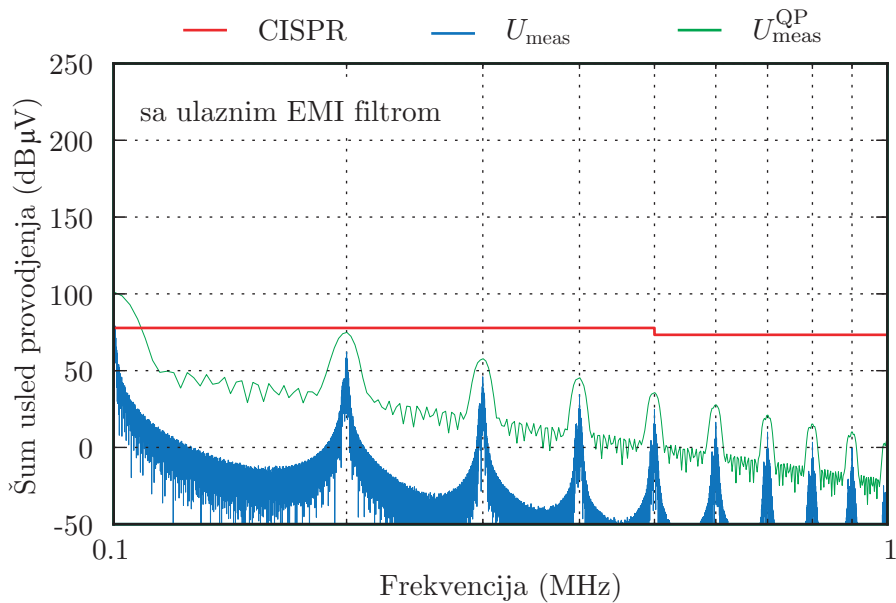
Optimalna vrednost prigušnog otpornika se bira prema sledećem izrazu [56]

$$\begin{aligned} R_d &= \sqrt{\frac{L_1}{C_1}} \frac{n+1}{n} \sqrt{\frac{(2+n)(4+3n)}{2(1+n)(4+n)}} \\ &= 6.34 \Omega \end{aligned} \quad (5.72)$$

- Kondenzator C_2

Drugi red filtra, formiraju kondenzator C_2 i LISN mreža. Slabljenje drugog reda filtra treba da bude jednako $A_{\text{red2}}[\text{dB}] = A_{200 \text{ kHz}}[\text{dB}] - A_{\text{red1}}[\text{dB}] = 24.4 \text{ dB}$. Odavde je određena vrednost $C_2 = 100 \text{ nF}$.

Posle odabira komponenti, određivanje QP vrednosti $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}(f)$ je ponovljeno u prisustvu dizajniranog filtra. Prenosna funkcija $G(f)$ u QP detektoru (pogledati odeljak 6), definisana kao $G(f) = U_{\text{meas}}(f)/I_{\text{in}}(f)$, uključuje dizajnirani filter i LISN



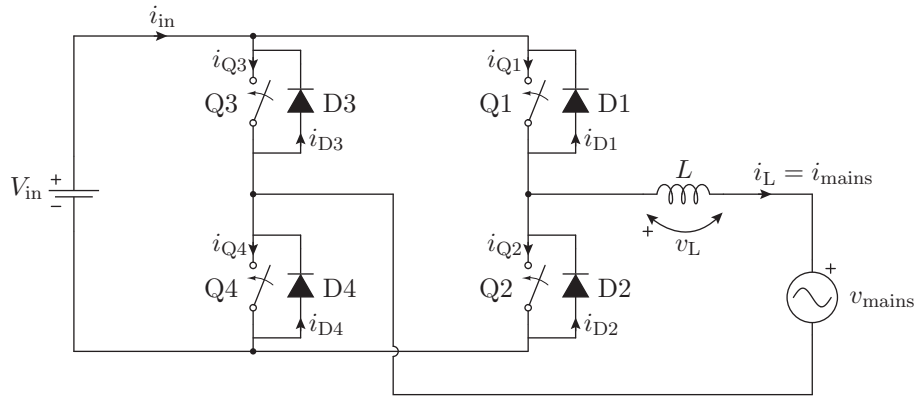
Slika 5.26: Šum usled provodjenja konvertora sa Sl. 5.19 sa ulaznim EMI filtrom čiji su parametri: $C_1 = 6 \mu\text{F}$, $L_1 = 19.44 \mu\text{H}$, $L_d = 7.78 \mu\text{H}$, $R_d = 6.34 \Omega$ i $C_2 = 100 \text{nF}$. Šema ulaznog EMI filtra je data na Sl. 5.25.

mrežu. Prenosna funkcija $G(f)$ je glomazna i nije navedena u ovom slučaju. Na Sl. 5.26 su prikazane QP vrednosti napona $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}(f)$ i QP vrednosti dozvoljene standardom. Sada, kada je primenjen ulazni EMI filter, nivo šuma zadovoljava CISPR standard.

5.4.2 Invertor sa kontrolom struje zadavanjem histerezisa

Primer invertora koji je namenjen da transformiše snagu³ jednosmernog izvora V_{in} , kako bi se napajala mreža v_{mains} (eng. *mains*), analiziran je da bi se pokazala primena metoda na sistemima sa promenjivom učestanošću prekidanja. Invertor je prikazan na Sl. 5.27. Pretpostavljeno je da se sistem napaja jednosmernim konstat-

³Treba napomenuti da je snaga jednosmernog izvora konstatna, dok snaga jedne faze u mreži ima komponentu koja osciluje sa dvostrukom osnovnom učestanošću mreže oko srednje vrednosti snage koja je jednaka snazi jednosmernog izvora. Zato je potrebno akumulirati energiju u invertoru kako se oscilacije snage ne bi prenale na jednosmerni izvor. Najjednostavnija pasivna tehnika je dodavanje kondenzatora, ali su sada popularne i aktivne tehnike kao na primer [59, 60, 61]. Akumulacija snage ovde nije analizirana.



Slika 5.27: Invertor sa kontrolom struje zadavanjem histereza.

nim naponskim izvorom $V_{in} = 450 \text{ V}$, i da mrežni napon ima sledeći talasni oblik

$$v_{mains} = V_m \cos(\omega_0 t),$$

gde je $V_m = 230\sqrt{2} \text{ V}$, $\omega_0 = 50 \text{ Hz}$ i t je tekuće vreme. Kako bi se invertor priključio na mrežu, koristi se kalem od $L = 140 \mu\text{H}$. Invertor je kontrolisan tako da se iz stanja u kome su uključeni prekidači $Q1$ i $Q4$ prelazi u stanje u kome su uključeni $Q2$ i $Q3$ i obratno. Invertor je upravlján tako da se dobije talasni oblik srednje vrednosti struje kalema jednak

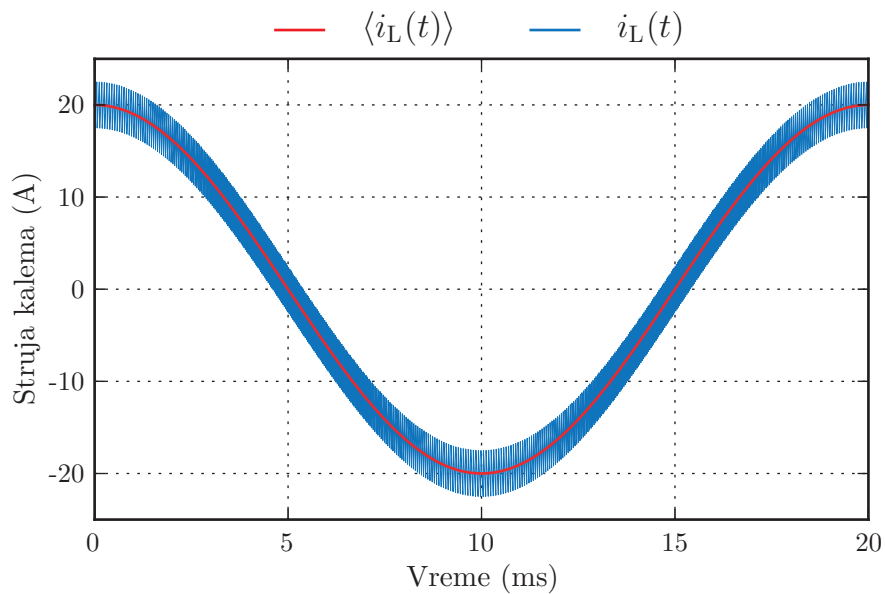
$$\langle i_L(t) \rangle = I_m \cos(\omega_0 t),$$

gde je $I_m = 20 \text{ A}$. Veličina histereza od minimalne do maksimalne vrednosti je $2\Delta I_L = 5 \text{ A}$. Ovaj primer je sličan invertoru analiziranom u [46], ali je ovde umesto konstatne učestanosti prekidanja struja kontrolisana zadavanjem histereza, gde se učestanost prekidanja menja na sledeći način

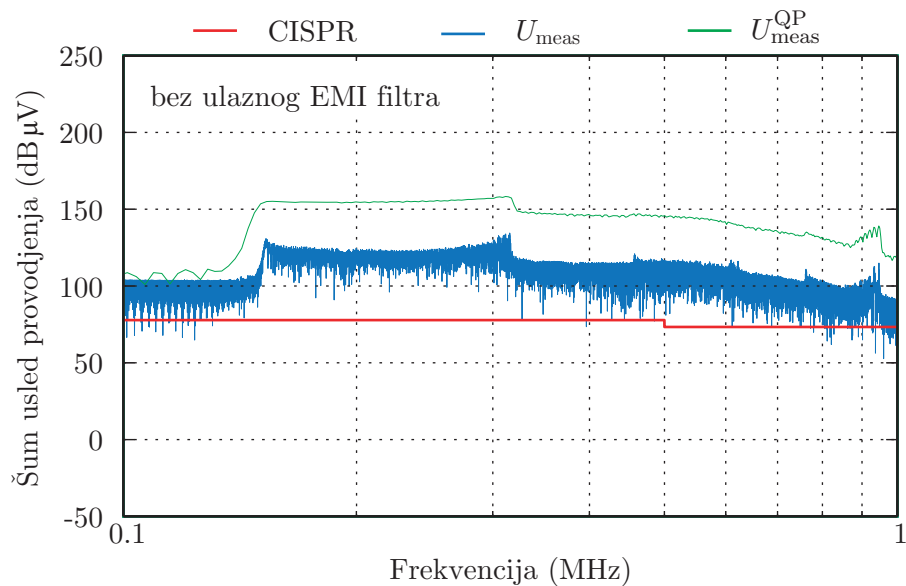
$$f_s(t) = \frac{V_{in}^2 - V_m^2 \cos^2(\omega_0 t)}{4L\Delta I_L V_{in}}, \quad (5.73)$$

kako bi se održala konstantna amplituda talasnosti struje kalema.

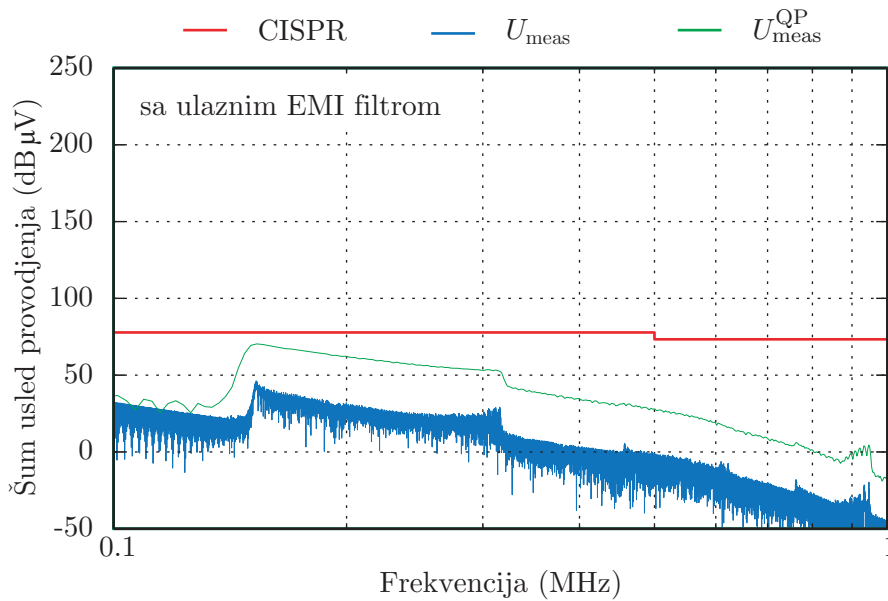
Invertor je uspešno simuliran i rezultat za struju kalema (i mreže) je prikazan na Sl. 5.28. Kako bi se proverio nivo QP vrednosti šuma u struji mreže i_{mains} , metod sa ekvivalentnim kolom sa Sl. 5.25 je priminjen. Nivo QP vrednosti šuma bez ulaznog filtra je prikazan na Sl. 5.29. Pošto je nivo šuma veći nego dozvoljen, projektovan je filter čija je topologija ista kao u slučaju ispravljača i prikazana je na Sl. 5.25. Nivo



Slika 5.28: Struja kalema (i mreže $i_L = i_{\text{mains}}$) invertora sa kontrolom struje zadanjem histerezisa.



Slika 5.29: Nivo QP vrednosti šuma invertora bez ulaznog EMI filtra.

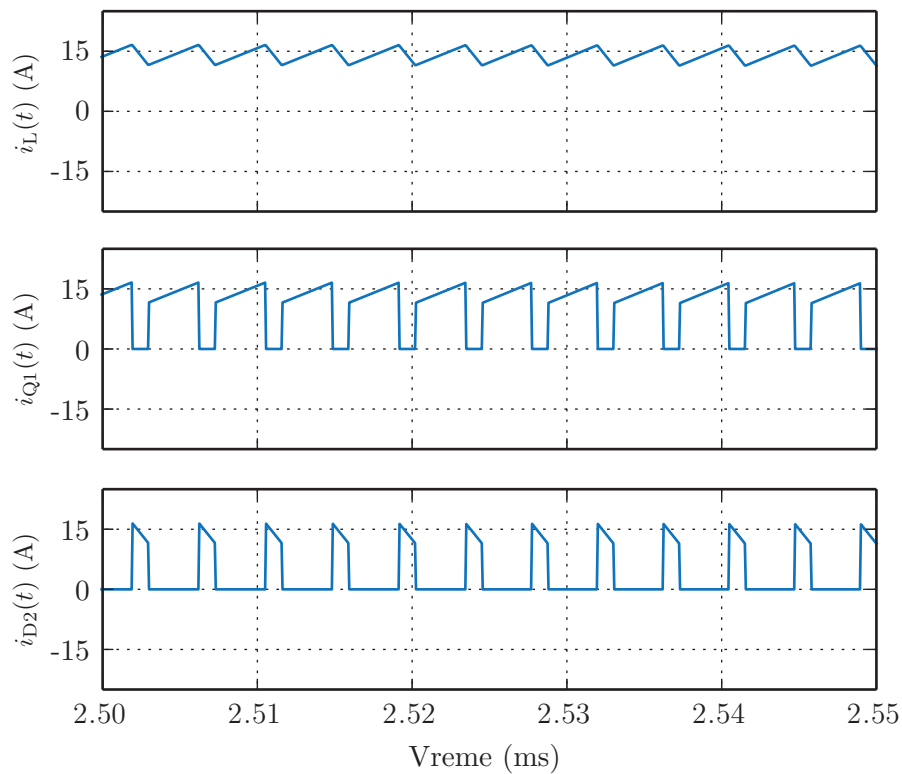


Slika 5.30: Nivo QP vrednosti šuma invertora sa ulaznim EMI filtrom, čija je topologija prikazana na Sl. 5.25. Parametri filtra su $C_1 = 6 \mu\text{F}$, $L_1 = 172.71 \mu\text{H}$, $L_d = 69.08 \mu\text{H}$, $R_d = 18.9 \Omega$ i $C_2 = 500 \text{nF}$.

QP vrednosti šuma sa filtrom i parametri filtra su dati na Sl. 5.30. Zahtev za nivo šuma je sada zadovoljen.

Kako bi se prikazala konstrukcija talasnih oblika struje prekidačkih komponenti, analiziran je inverter sa Sl. 5.27. Talasni oblici struje prekidačkih komponenti $Q\{1, 2, 3, 4\}$ i $D\{1, 2, 3, 4\}$ su bazirani na talasnom obliku struje kalema. Odnosno, modulisanjem struje kalema odgovarajućom oblik funkcijom, dobijaju se struje prekidačkih komponenti. Struje prekidača $Q\{1, 2, 3, 4\}$ se dobijaju modulacijom struje kalema $i_L(t)$ oblik funkcijom 'sf1', koja je data u Pog. 4.3, jednačinom (4.33). Struje dioda $D\{1, 2, 3, 4\}$ se dobijaju modulacijom struje kalema oblik funkcijom 'sf2', koja je data jednačinom (4.35). Talasni oblici struja $i_{Q1}(t)$ i $i_{D2}(t)$ su konstruisani i prikazani u vremenskom intervalu od 2.5 ms do 2.55 ms na Sl. 5.31. Dobijeni tasni oblici se mogu koristiti za računanje srednjih i efektivnih vrednosti [62] struja komponenti, koje su potrebne da bi se odredili prekidački gubici. Srednje vrednosti (eng. *average*) prikazanih talasnih oblika struja su jednake:

$$I_L^{\text{avg}} = -0.03 \text{ A},$$



Slika 5.31: Struja kalema $i_L(t)$ i struje prekidačkih komponenti $i_{Q1}(t)$ i $i_{D2}(t)$.

$$I_{Q1}^{\text{avg}} = 4.98 \text{ A},$$

$$I_{D1}^{\text{avg}} = 1.41 \text{ A},$$

$$I_{Q2}^{\text{avg}} = 4.99 \text{ A},$$

$$I_{D2}^{\text{avg}} = 1.39 \text{ A}.$$

Efektivne vrednosti (eng. *root-mean square*) prikazanih talasnih oblika struja su jednake:

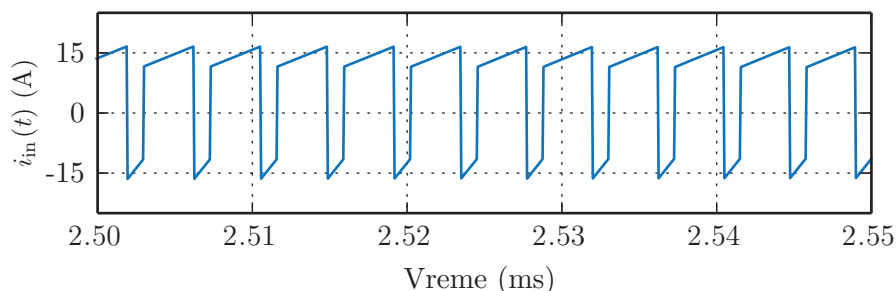
$$I_L^{\text{rms}} = 14.22 \text{ A},$$

$$I_{Q1}^{\text{rms}} = 9 \text{ A},$$

$$I_{D1}^{\text{rms}} = 4.47 \text{ A},$$

$$I_{Q2}^{\text{rms}} = 9.02 \text{ A},$$

$$I_{D2}^{\text{rms}} = 4.44 \text{ A}.$$



Slika 5.32: Struja jednosmernog naponskog izvora $i_{in}(t)$.

Srednje i efektivne vrednosti struja prekidačkih komponenti sa indeksima 3 i 4 su iste kao i za prekidačke komponente sa indeksima 2 i 1, respektivno.

Kada su određeni talasni oblici struja prekidačkih komponenti, može se odrediti struja jednosmernog naponskog izvora $i_{in}(t)$, koja je prikazana u vremenskom intervalu od 2.5 ms do 2.55 ms na Sl. 5.32. Srednja i efektivna vrednost ove struje su $I_{in}^{avg} = 7 \text{ A}$ i $I_{in}^{rms} = 14.22 \text{ A}$.

5.5 Poredjenje vremena simulacije

Vreme simulacije nije parametar koji u potpunosti određuje efikasnost simulacionog metoda, ali je jako važno prilikom primene simulacionog metoda. Vreme simulacije zavisi od konfiguracije računara na kome se vrši simulacija, kao i od drugih programa koji su otvoreni tokom simulacije, koji zauzimaju računarske resurse. Kako bi se analizirala efikasnost predloženog metoda simulacije, tri simulaciona problema su analizirana na pet različitih računara, i svaka simulacija je ponovljena 20 puta kako bi se dobilo srednje vreme simulacije. Analizirani simulacioni problem je ispravljач sa oblikovanjem ulazne struje, objašnjen u Pog. 5.4.1, koji je analiziran za tri različite vrednosti simulacionih tačaka:

1. 100×10^3 simulacionih tačaka (100 kpts),
2. 250×10^3 simulacionih tačaka (250 kpts),
3. 1×10^6 simulacionih tačaka (1 Mpts).

Simulacioni problemi su implementirani i analizirani koristeći se programskim jezicima

Table 5.6: Korišćeni računari prilikom analize vremena simulacije.

Računar	Procesor	Brzina	Memorija	Operativni sistem
Računar #1	Intel Core i5-4690 CPU	3.50 GHz × 4	7.7 GiB	64-b Ubuntu 16.04 LTS
Računar #2	Intel Pentium(R) 3556U	1.70 GHz × 2	3.8 GiB	64-b Ubuntu 16.04 LTS
Računar #3	Intel Core i3-4010U CPU	1.70 GHz × 4	3.7 GiB	64-b Ubuntu 16.04 LTS
Računar #4	Intel Core 2 Quad CPU Q9300	2.50 GHz × 4	3.9 GiB	64-b Ubuntu 14.04 LTS
Računar #5	Intel Atom CPU N450	1.66 GHz × 2	989.5 MiB	32-b Ubuntu 16.04 LTS

Table 5.7: Vreme simulacije predloženog metoda dato u sekundama.

	100 kpts		250 kpts		1 Mpts
	Python	Julia	Python	Julia	Julia
Računar #1	14.79	5.97	145.04	7.77	18.89
Računar #2	47.89	5.12	333.20	16.95	38.89
Računar #3	41.98	13.79	339.36	17.66	41.38
Računar #4	93.86	15.88	592.46	23.55	70.03
Računar #5	776.09	72.59	2256.77	96.74	259.81

Python [63] i Julia [64], izuzev trećeg simulacionog problema, koji je analiziran jedino koristeći se programskim jezikom Julia. Korišćeni računari su dati u Tab. 5.6.

Vremena simulacije su data u Tab. 5.7, odakle se vidi da nezavisno od korišćenog računara, programski jezik Julia je efikasniji. U Tab. 5.8 data su vremena simulacije za Ngspice. Broj simulacionih tačaka u Ngspice se ne može kontrolisati, već je određen algoritmom za automatsko podešavanje simulacionog koraka pri numeričkoj integraciji. Pored toga, broj simulacionih tačaka zavisi i od verzije programa (verzija 24 je korišćena na Ubuntu 14.04, dok je verzija 26 korišćena na Ubuntu 16.04). Generalno, može se zaključiti da je poboljšanje metoda u smislu vremena simulacije,

Table 5.8: Vreme simulacije za Ngspice.

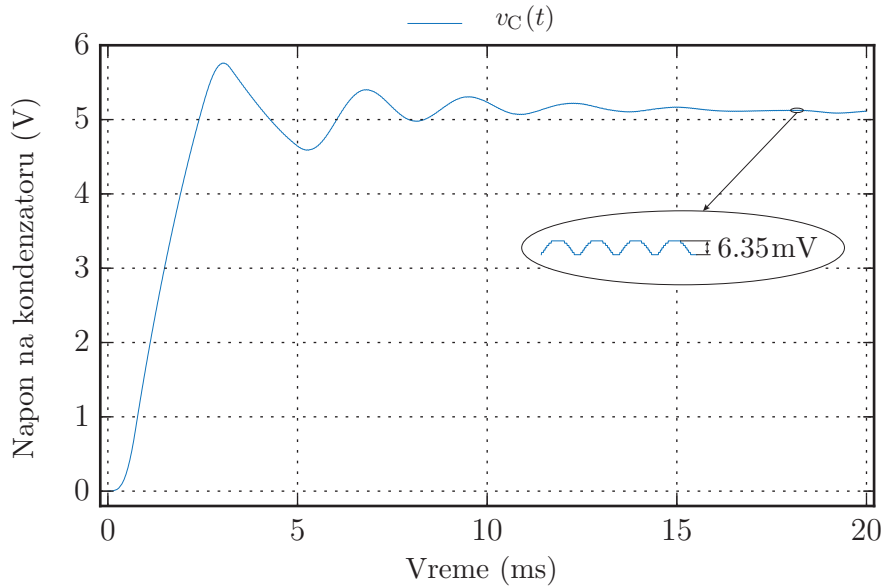
	Vreme (s)	Broj tačaka	Vreme (s)	Broj tačaka
Računar #1	11.82	383 411	140.83	966 890
Računar #2	25.97	383 411	320.76	966 890
Računar #3	29.07	383 411	344.94	966 890
Računar #4	30.16	351 113	352.39	784 996
Računar #5	176.21	383 411	2181.8	966 887

upotrebom programskog jezika Julia, sve više izraženo kako se broj simulacionih tačaka povećava.

5.6 Računanje talasnosti napona

Predloženi metod za simulaciju prekidačkih konvertora u ovom radu, baziran je na formiranju nelinearnog usrednjenog dinamičkog modela konvertora. Rešenje takvog modela su usrednjeni talasni oblici napona i struja. Model uspešno i na jednostavan način obuhvata, pored kontinualnog režima rada, i ostale režime, kao diskontinualni režim rada ili ograničenje vršne vrednosti struje. Dodatno, formiran je metod koji koristeći se samo usrednjenim talasnim oblicima napona i struja, može da odredi visokofrekventnu komponentu struje kalema u konvertoru. Pri svim ovim proračunima, pretpostavljeno je da se napon na kondenzatoru ne menja u toku prekidačkog perioda. Odnosno, da talasnost struje ne izaziva talasnost napona na kondenzatorima. Ova pretpostavka je opravdana, zato što je promena napona na kondenzatoru relativno mala. Talasnost struje kalema i napona na kondenzatoru su analizirani u [65].

Kako bi se pokazalo kako talasnost struje kalema utiče na talasnosti napona na kondenzatoru, analiziran je konvertor sa Sl. 5.33. Analiza je sprovedena koristeći se programom GECKO Circuits [66]. Na Sl. 5.33, prikazan je talasni oblik napona na kondenzatoru. Simulacija u ovom slučaju je na nivou stanja prekidača, pa se prema tome dobijaju trenutne vrednosti talasnog oblika napona na kondenzatoru. Talasnost struje u kalemu L izaziva talasnost napona na kondenzatoru C . Talasnost napona u ustaljenom stanju se može odrediti analitički. Vrednosti napona i struja u ustaljenom stanju su date u Tab. 5.2. Dodatno, u analitičkom proračunu, pretpostavljeno je da se visokofrekventna komponenta struje kalema zatvara u potpunosti kroz kondenzator C . Pošto je u ustaljenom stanju konvertor u kontinualnom režimu rada, analizira se samo prva prekidačka kombinacija koja traje $d_1 T_s$. Prom-



Slika 5.33: Uticaj talasnosti struje kalema na talasnost napona na kondenzatoru C , konvertora sa Sl. 5.1. Rezultati simulacije su dobijeni koristeći se programom GeckoCIRCUITS [66].

ena napona na kondenzatoru u ovom periodu vremena je

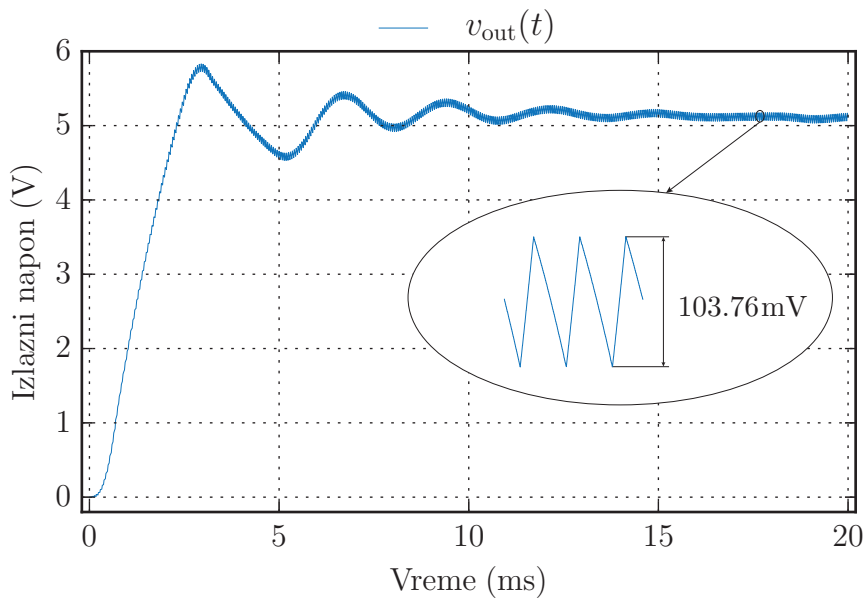
$$\begin{aligned}
 \Delta V_C &= \frac{1}{C} \Delta I_L d_1 T_s \\
 &= \frac{1}{1 \text{ mF}} \cdot 0.4839 \text{ A} \cdot 0.2634 \cdot 50 \text{ } \mu\text{s} \\
 &\approx 6.4 \text{ mV}
 \end{aligned} \tag{5.74}$$

što se poklapa sa rezultatom simulacije sa Sl. 5.33.

U ustaljenom stanju, struja kalema i_L ima visokofrekventnu komponentu koja osciluje oko srednje vrednosti izmedju $\langle i_L(t) \rangle - \Delta I_L(t)$ i $\langle i_L(t) \rangle + \Delta I_L(t)$. Promena visokofrekventne komponente struje u ustaljenom stanju je $2\Delta I_L = 0.96 \text{ A}$, odnosno relativna promena je $0.96 \text{ A} / 1.0 \text{ A} \cdot 100 \% = 96 \%$.

Napon na kondenzatoru u ustaljenom stanju je jednak $\approx 5.1 \text{ V}$. Prema tome relativna vrednost talasnosti napona na kondenzatoru u ustaljenom stanju je $6.4 \text{ mV} / 5.1 \text{ V} \cdot 100 \% = 0.12 \%$. Ovaj rezultat pokazuje da je talasnost napona na kondenzatoru mala, iako je talasnost struje relativno velika. Prema tome, opravdano je zanemariti talasnost napona na kondenzatoru prilikom formiranja usrednjenog nelinearnog modela konvertora, takodje i prilikom računanja talasnosti struje kalema.

Talasnost struje kalema, pored talasnosti napona na kondenzatoru, uzrokuje



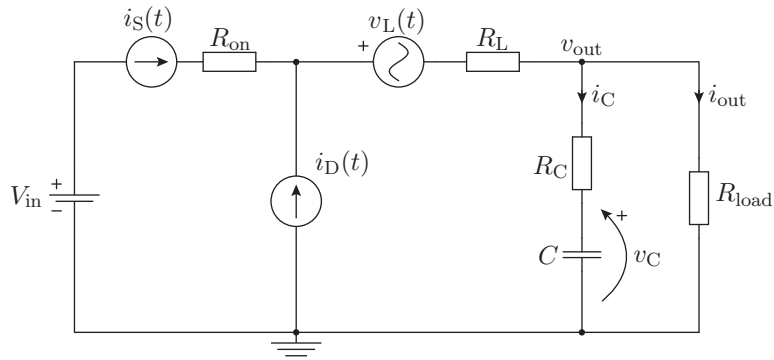
Slika 5.34: Talasnost izlaznog napona v_{out} konvertora sa Sl. 5.1, uzrokovana parazitnom otpornošću kondenzatora. Rezultati simulacije su dobijeni koristeći se programom GeckoCIRCUITS [66].

talasnost na parazitnoj otpornošću kondenzatora R_C , pa prema tome i talasnost izlaznog napona $v_{\text{out}}(t)$. Uticaj talasnosti struje kalema na talasnost izlaznog napona, konvertora sa Sl. 5.1, analizirana je i prikazana na Sl. 5.34. Relativna vrednost talasnosti izlaznog napona je $103.76 \text{ mV} / 5.1 \text{ V} \cdot 100 \% = 2.03 \%$.

Iz prethodne analize, vidi se da talasnost struje kalema ima uticaj na talasnost napona kondenzatora. Ovaj uticaj zavisi od vrednosti kapacitivnosti kondenzatora C i amplitude talasnosti struje kalema. Kako bi se proverio nivo talasnosti napona na kondenzatoru, analiza predloženim metodom je proširena tako da je moguće odrediti talasnost napona na kondenzatoru.

Ekstenzija predloženog metoda - uticaj talasnosti struje kalema na talasnost napona na kondenzatoru

U dosadašnjoj analizi konvertora predloženim metodom, pretpostavljen je konstantan napon na kondenzatoru, odnosno zanemaren je uticaj talasnosti struje na napon na kondenzatoru. U ovom odelju je analizirana ekstenzija metoda, kojom se može



Slika 5.35: Ilustracija kompenzacije kalema naponskim generatorom, kako bi se analizirala talasnost napona na kondenzatoru, konvertora sa Sl. 5.1.

uračunati talasnost napona na kondenzatoru.

Pristup je baziran na teoremi kompenzacije, gde se kalemovi zamenjuju ekvivalentnim naponskim generatorima. Naime, prvo je potrebno odrediti rešenje za trenutnu vrednost struje kalema $i_L(t)$ predloženim metodom. U ovom koraku, pretpostavljen je konstantan napon na kondenzatoru u toku periode prekidanja. U sledećem koraku, kalemovi u električnom kolu konvertora su zamenjeni ekvivalentnim naponskim generatorima. Napon naponskog generatora je jednak odgovarajućem trenutnom naponu kalema. Ova kompenzacija je ilustrovana na Sl. 5.35 za konvertor sa Sl. 5.1. Regulator je u ovom slučaju zanemaren, pošto se koriste poznati talasni oblici napona i struja. Prekidački elementi Q i D su zamenjeni ekvivalentnim strujnim generatorima $i_S(t)$ i $i_D(t)$.

Za ekvivalentno kolo sa Sl. 5.35, stanja su samo naponi na kondenzatorima. Pošto u razmatranom primeru postoji samo jedan kondenzator C , vektor stanja je jednak

$$\vec{x}_C(t) = \begin{bmatrix} v_C(t) \end{bmatrix}. \quad (5.75)$$

Naponi kalemova i struje prekidača su deo ulaznog vektora

$$\vec{u}_C(t) = \begin{bmatrix} V_{in} \\ v_L(t) \\ i_S(t) \\ i_D(t) \end{bmatrix}. \quad (5.76)$$

Jednačina stanja koje se u ovom slučaju rešava je

$$\frac{d\vec{x}_C(t)}{dt} = \mathbf{A}\vec{x}_C(t) + \mathbf{B}\vec{u}_C(t), \quad (5.77)$$

gde su matrice \mathbf{A} i \mathbf{B} jednake

$$\mathbf{A} = \left[-\frac{1}{(R_C + R_{\text{load}})C} \right] \quad (5.78)$$

i

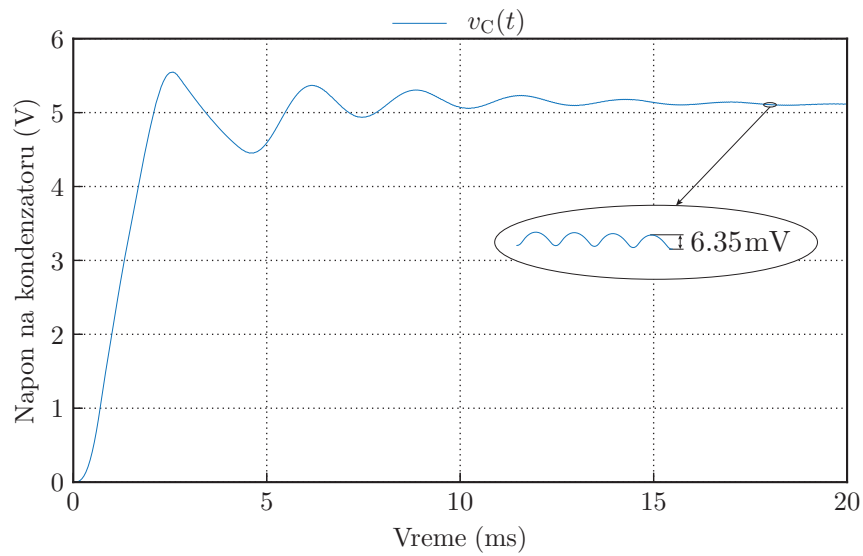
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_{\text{load}} & R_{\text{load}} \end{bmatrix}. \quad (5.79)$$

Integracijom izraza (5.77), dobija se rešenje za napone na kondenzatorima, uključujući talasnost napona na kondenzatorima izazvanu propagacijom talasnosti struje kalemova. Ovaj izraz se može rešiti na ranije izveden način, primenom (3.116). Imajući u vidu definiciju diskretnog vremena (3.104), diskretno rešenje glasi

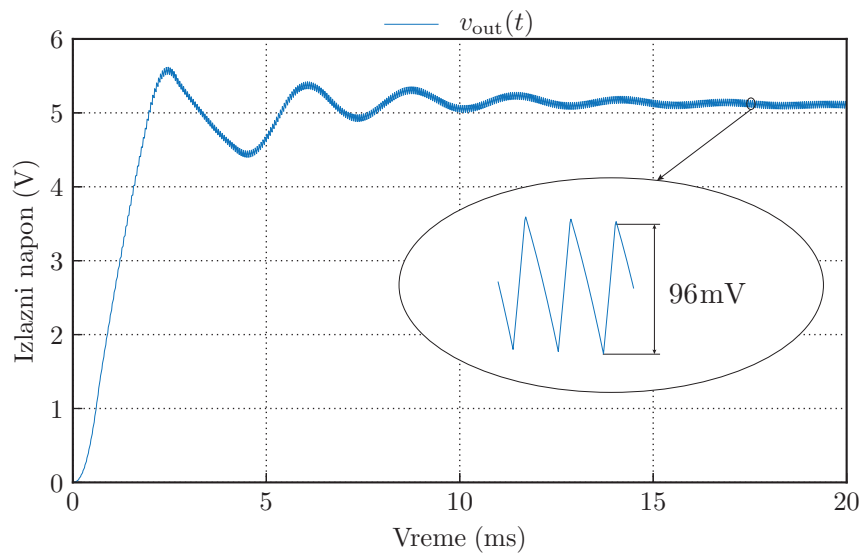
$$\vec{x}_C(t_{n+1}) = \vec{x}_C(t_n) + \left(\sum_{k=1}^K \frac{\mathbf{A}^{k-1} T_{\text{sim}}^k}{k!} \right) (\mathbf{A}\vec{x}_C(t_n) + \mathbf{B}\vec{u}_C(t_n)) + O(T_{\text{sim}}^K). \quad (5.80)$$

Na Sl. 5.36, prikazana je trenutna vrednost napona na kondenzatoru C , konvertora sa Sl. 5.1, u slučaju tranzijenta uključenja konvertora. Tehnikom prikazanom u ovom poglavlju, određena je talasnost napona na kondenzatoru C . Rezultati se poklapaju sa analitičkim proračunom (5.74) i rezultatima dobijenim simulacionim programom GickoCIRCUITS, koji su prikazani na Sl. 5.33.

Na Sl. 5.37 je prikazan izlazni napon konvertora sa Sl. 5.1, simuliran predloženim metodom i njegovom ekstenzijom za određivanje talasnosti napona na kondenzatoru. Slično kao na Sl. 5.34, izlazni napon ima talasnost čija je amplituda ≈ 96 mV.



Slika 5.36: Talasnost napona na kondenzatoru konvertora sa Sl. 5.1. Rezultat je dobijen predloženim metodom i njegovom ekstenzijom koja može da odredi uticaj talasnosti struje na napone na kondenzatorima.



Slika 5.37: Talasnost napona na kondenzatoru konvertora sa Sl. 5.1. Rezultat je dobijen predloženim metodom i njegovom ekstenzijom koja može da odredi uticaj talasnosti struje na napone na kondenzatorima.

Poglavlje 6

Zaključak

Prekidački konvertori se koriste za napananje velike većine električnih uređaja. Zahtevi koje prekidački konvertori treba da ispune su različiti i zavise od aplikacije u kojoj se koriste. Na primer, prekidački konvertori koji se koriste za napajanje računskih centara, imaju striktno zahteve za efikasnost, zato što su stalno uključeni. U ovom slučaju, zahtevi za gustinu snage nisu tako striktni. Dok na primer, konvertor koji bi se koristio u nekom od kućnih uređaja, imao bi striktnije zahteve za gustinu snage, nego za efikasnost. Tendencija je da pomenuti uređaj bude što manji, za šta je potrebno povećati gustinu snage. Dodatno, uređaj nije stalno uključen, pa može da ima nižu efikasnost. Niz drugih zahteva mogu biti specificirani, opet, u zavisnosti od zahteva aplikacije u kojoj se koriste. Kako bi se dizajnirao konvertor koji treba da zadovolji određene specifikacije, potrebno ga je prethodno modelovati i analizirati.

Generalno, modeli prekidačkih konvertora se mogu podeliti u dve grupe: (1) usrednjeni modeli konvertora i (2) diskretni modeli konvertora. Usrednjeni modeli konvertora, modeluju konvertor na nivou periode prekidanja, pa se time zanemaruju prekidački efekti, odnosno, visokofrekventne komponente napona i struja u konvertoru. Obično se koriste za dizajn upravljanja prekidačkog konvertora, u kome je od interesa razmatrati samo usrednjene talasne oblike. Prednost usrednjenog modela je što je stacionaran, ne menja mu se struktura. Simulacija jednačina usrednjenog modela je brza i garantuje stabilnost, ali je problem što je jako teško odrediti trenutke kada dolazi do promene režima rada. Diskretni modeli konvertora su

uglavnom nestacionarni i kao rezultat daju trenutne vrednosti napona i struja. Koriste se kada je potrebno analizirati tranzijente u prekidačkim konvertorima i kada je potrebno obezbediti visokofrekventne komponente napona i struja. Problemi koji su u vezi sa diskretnim modelima prekidačkih konvertora su dugo vreme simulacije i konvergencija. Do ovih problema dolazi zbog prekidanja u prekidačkim konvertorima, koje izaziva odskočne promene promenljivih, što može da dovede do divergencije numeričke integracije. U usrednjenim modelima prekidačkih konvertora, nema odskočnih promena promenljivih, pa su i problemi u vezi sa numeričkom integracijom jednačina stanja minimalni.

Metod modelovanja prekidačkih konvertora, predložen u ovoj tezi se bazira na usrednjenom modelu konvertora. Naime, standardni usrednjeni model konvertora, predstavljen modelom stanja, proširen je tako što su uvedene nove, apstraktne promenjive, koje se koriste da obezbede jednostavan prelazak između režima rada usrednjenog modela konvertora. Prema tome, mogu se dobiti usrednjeni talasni oblici napona i struja u konvertoru u funkciji vremena, korektno predvideti režimi rada konvertora i nelinearna ograničenja. Predloženi metod je dalje razvijen, tako da se mogu odrediti i trenutne vrednosti napona i struja u konvertoru (visokofrekventne komponente koje su posledica prekidačkih efekata). Prema tome, analiza prekidačkih konvertora, koju predloženi metod nudi obuhvata:

- Pošto se metod bazira na usrednjenom modelu konvertora u prostoru stanja, celokupna analiza koja je bila moguća sa usrednjenim modelom konvertora u prostoru stanja, moguća i sa predloženim metodom.
- Analizu tranzijenata u prekidačkim konvertorima u kojoj figurišu samo usrednjeni talasni oblici napona i struja, a prelazak između režima rada i sva nelinearna ograničenja su uspešno modelovani. Ovakav model je kontinualni, dinamički, nelinearni model prekidačkog konvertora u prostoru stanja.
- Analizu prekidačkih efekata u konvertoru, koristeći se samo već dobijenim usrednjenim talasnim oblicima određenih napona i struja u konvertoru. Ovom analizom, dobijaju se visokofrekventne komponente napona i struja u konvertoru. Ove visokofrekventne komponente se mogu superponirati usrednjenim

talasnim oblicima napona i struja, pa se dobijaju trenutne vrednosti.

Naravno, kako je moguće odrediti trenutne vrednosti napona i struja, moguće je i sprovesti analizu talasnih oblika napona i struja u ustaljenom režimu rada, pa po potrebi preći i na frekvencijski domen, što je pokazano u ovom radu prilikom dizajna ulaznog filtra za elektromagnetsku interferenciju.

U uvodnom delu rada, uvedeni su osnovni pojmovi koji se koriste u energetskej elektronici, i prikazani su neki od najčešće korišćenih načina modelovanja prekidačkih konvertora. Nakon toga, celo poglavlje je posvećeno formalizaciji usrednjenog modela konvertora. Matematički je formalizovano usrednjavanje. Kasnije u poglavlju, uvedeno je usrednjavanje u prostoru stanja u kontinualnom režimu rada. Kako bi se sprovelo usrednjavanje u prostoru stanja u diskontinualnom režimu rada, potrebno je vršiti korekciju za srednje vrednosti struje kalema. Način na koji se unosi greška, ukoliko se direktno primenjuje usrednjavanje, bez korekcije, detaljno je objašnjen i ilustrovan primerom. Pokazano je diskretno rešenje jednačine stanja. Na kraju ovog poglavlja, diskutovane su celine u smislu modelovanja prekidačkog konvertora. Naime, energetski deo konvertora i regulator, modelovani su jednačinama stanja, dok je modulator modelovan algebarskom funkcijom. Naredno poglavlje je posvećeno računanju prekidačkih efekata. Računanje prekidačkih efekata je bazirano na usrednjenim talasnim oblicima, pa je ovo poglavlje usko povezano sa poglavljem u kome je obradjeno usrednjavanje i usrednjeni model konvertora korišćen u ovom radu. Estimacija visikofrekventnih komponenti napona i struja, odnosno, računanje prekidačkih efekata, sprovedeno je za pet različitih režima rada:

- impulsno širinska modulacija u kontinualnom režimu rada,
- impulsno širinska modulacija u diskontinualnom režimu rada,
- ograničenje vršne vrednosti struje u kontinualnom režimu rada,
- ograničenje vršne vrednosti struje u diskontinualnom režimu rada i
- kontrola struje kalema zadavanjem histerezisa.

Na kraju analize režima rada, sumirani su uslovi pod kojima se prelazni između diskutovanih režima rada. Nakon toga, diskutovano je formiranje talasnih oblika

struja u prekidačkim komponentama. Talasni oblici struja u prekidačkim komponentama se dobijaju iz struje kalema, upotrebom definisanih oblik funkcija. Na kraju ovog poglavlja, dat je algoritam za simulaciju prekidačkih konvertora predloženim metodom.

Primena metoda i rezultati simulacija su dati zasebnom poglavlju. Analizirani su primeri u kojima se simuliraju tranzijenti u prekidačkim konvertorima, kao i primeri gde je posle tranzijenata potrebno stići do ustaljenog stanja, pa koristiti talasne oblike u ustaljenom stanju za dizajn ulaznog filtra. Rezultati simulacija, dobijeni predloženim metodom se slažu sa rezultatima iz literature, što potvrđuje tačnost modela. Predloženi metod je implemetiran u programskim jezicima Python i Julia. Dodatno, simulacija tranzijenta, za primer ispravljača napona sa podizačem napona na izlazu, je upoređena sa programom Ngspice. Simulacija predloženim metodom, implementirana u programskom jeziku Julija, brža je od simulacije u programu Ngspice, naročito ako se broj simulacionih tačaka povećava.

Literatura

- [1] TESLA, <https://www.tesla.com>. Pristupljeno: 20/09/2017 .
- [2] EFORCE, <http://eforce.ch>. Pristupljeno: 20/09/2017 .
- [3] CURRENT AND VOLTAGE SOURCES, <http://www.spitzenberger.de>. Pristupljeno: 20/09/2017 .
- [4] Power Electronics, https://en.wikipedia.org/wiki/Power_electronics. Pristupljeno: 20/09/2017 .
- [5] Richard Tymerski and Vatche Vorperian. Generation, Classification and Analysis of Switched-Mode DC-to-DC Converters by the Use of Converter Cells. In *Telecommunications Energy Conference, 1986. INTELEC'86. International*, pages 181–195, 1986.
- [6] https://en.wikipedia.org/wiki/Commutation_cell. Pristupljeno: 21/10/2017 .
- [7] <https://en.wikipedia.org/wiki/Snubber>. Pristupljeno: 21/10/2017 .
- [8] Laurence W Nagel. SPICE2: A Computer Program to Simulate Semiconductor Circuits. *Ph. D. dissertation, University of California at Berkeley*, 1975.
- [9] <https://en.wikipedia.org/wiki/Netlist>. Pristupljeno: 21/10/2017 .
- [10] https://en.wikipedia.org/wiki/Schematic_capture. Pristupljeno: 21/10/2017 .
- [11] Muhammad H Rashid. *Spice for Power Electronics and Electric Power*. CRC Press, 2012.

- [12] Predrag Pejovic and Dragan Maksimovic. PETS-A Simulation Tool for Power Electronics. In *IEEE Workshop on Computers in Power Electronics, 1996*, pages 1–8, 1996.
- [13] Predrag Pejovic and Dragan Maksimovic. A Method for Fast Time-Domain Simulation of Networks with Switches. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 9(4):449–456, 1994.
- [14] Duwang Li, Richard Tymerski, and Tamotsu Ninomiya. PECS-An Efficient Solution for Simulating Switched Networks with Nonlinear Elements. *IEEE Transactions on industrial Electronics*, 48(2):367–376, 2001.
- [15] J.H. Alimeling and Wolfgang P. Hammer. PLECS-Piece-Wise Linear Electrical Circuit Simulation for Simulink. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Power Electronics and Drive Systems*, volume 1, pages 355–360, 1999.
- [16] PLEXIM, <http://www.plexim.com/>. Pristupljeno: 02/12/2017 .
- [17] Slobodan Cuk. *Modelling, Analysis, and Design of Switching Converters*. PhD thesis, California Institute of Technology, 1977.
- [18] C-C Liu, Jimmy Hsieh, Conrad HK Chang, Joseph M Bocek, and Y-T Hsiao. A Fast-Decoupled Method for Time-Domain Simulation of Power Converters. *IEEE transactions on power electronics*, 8(1):37–45, 1993.
- [19] CJ Hsiao, RB Ridley, H Naitoh, and FC Lee. Circuit-Oriented Discrete-Time Modeling and Simulation for Switching Converters. In *IEEE Power Electronics Specialists Conf.(PESC)*, pages 167–176, 1987.
- [20] Dragan Maksimovic, Aleksandar M Stankovic, V Joseph Thottuvelil, and George C Verghese. Modeling and Simulation of Power Electronic Converters. *Proceedings of the IEEE*, 89(6):898–912, 2001.
- [21] Tomislav Pavlovic, Toni Bjazic, and Zeljko Ban. Simplified Averaged Models of DC–DC Power Converters Suitable for Controller Design and Microgrid Simulation. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(7):3266–3275, 2013.

- [22] Sean C Smithson and Sheldon S Williamson. A Unified State-Space Model of Constant-Frequency Current-Mode-Controlled Power Converters in Continuous Conduction Mode. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(7):4514–4524, 2015.
- [23] Ralph E Griffin. Unified Power Converter Models for Continuous and Discontinuous Conduction Mode. In *Power Electronics Specialists Conference, 1989. PESC'89 Record., 20th Annual IEEE*, pages 853–860. IEEE, 1989.
- [24] Dror Kimhi and Sam Ben-Yaakov. A SPICE Model for Current Mode PWM Converters Operating Under Continuous Inductor Current Conditions. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 6(2):281–286, 1991.
- [25] Yair Amran, Fakhralden Huliehel, and Shmuel Ben-Yaakov. A Unified SPICE Compatible Average Model of PWM Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 6(4):585–594, 1991.
- [26] Francis D Rodriguez and Jesse E Chen. A Refined Nonlinear Averaged Model for Constant Frequency Current Mode Controlled PWM Converters. *IEEE transactions on power electronics*, 6(4):656–664, 1991.
- [27] Sam Ben-Yaakov and Daniel Adar. Average Models as Tools for Studying the Dynamics of Switch Mode DC-DC Converters. In *Power Electronics Specialists Conference, PESC'94 Record., 25th Annual IEEE*, volume 2, pages 1369–1376. IEEE, 1994.
- [28] Gene Ward Wester and Richard D Middlebrook. Low-Frequency Characterization of Switched DC-DC Converters. *IEEE Transactions on Aerospace and electronic Systems*, (3):376–385, 1973.
- [29] Robert W. Erickson and Dragan Maksimovic. *Fundamentals of Power Electronics*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [30] Jian Sun and Horst Grotstollen. Symbolic Analysis Methods for Averaged Modeling of Switching Power Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 12(3):537–546, 1997.

- [31] Seth R Sanders, J Mark Noworolski, Xiaojun Z Liu, and George C Verghese. Generalized Averaging Method for Power Conversion Circuits. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 6(2):251–259, 1991.
- [32] Jianping Xu and CQ Lee. A Unified Averaging Technique for the Modeling of Quasi-Resonant Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 13(3):556–563, 1998.
- [33] Jianping Xu and CQ Lee. A Unified Averaging Technique for the Modeling of Quasi-Resonant Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 13(3):556–563, 1998.
- [34] Shmuel Ben-Yaakov. Behavioral Average Modeling and Equivalent Circuit Simulation of Switched Capacitors Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 27(2):632–636, 2012.
- [35] Sam Ben-Yaakov and Michael Evzelman. Generic Average Modeling and Simulation of the Static and Dynamic Behavior of Switched Capacitor Converters. In *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2012 Twenty-Seventh Annual IEEE*, pages 2568–2575. IEEE, 2012.
- [36] Michael Evzelman and Shmuel Ben-Yaakov. Average-Current-Based Conduction Losses Model of Switched Capacitor Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 28(7):3341–3352, 2013.
- [37] Michael Evzelman and Shmuel Ben-Yaakov. Modeling and Analysis of Hybrid Converters. In *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2012 IEEE*, pages 1592–1598. IEEE, 2012.
- [38] J Mahdavi, A Emaadi, MD Bellar, and M Ehsani. Analysis of Power Electronic Converters Using the Generalized State-Space Averaging Approach. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 44(8):767–770, 1997.
- [39] Robert W Erickson. *Large Signals in Switching Converters*. PhD thesis, California Institute of Technology, 1983.

- [40] Spasoje Milorad Mirić and Predrag Vojislav Pejović. A Method for Computer-Aided Analysis of Differential Mode Input Filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(6):4741–4750, 2017.
- [41] John Charles Butcher. *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. John Wiley & Sons, 2016.
- [42] Norman Balabanian, Sundaram Seshu, and Theodore A Bickart. *Electrical Network Theory*. Wiley, 1969.
- [43] Predrag Pejović. Usrednjavanje i linearizacija u prostoru stanja. *Zenodo*, <http://doi.org/10.5281/zenodo.1318316>.
- [44] John Charles Butcher. *Numerical Methods for Ordinary Differential Equations*. John Wiley & Sons, 2016.
- [45] Jian Sun, Daniel M Mitchell, Matthew F Greuel, Philip T Krein, and Richard M Bass. Averaged Modeling of PWM Converters Operating in Discontinuous Conduction Mode. *IEEE Transactions on power electronics*, 16(4):482–492, 2001.
- [46] Predrag Pejović. Simulation of Power Electronic Converters Using Quasi Steady State Approximation. *Electronics*, 16(2):153–158, 2012.
- [47] Angelo M. Luciano and Antonio G.M. Strollo. A Fast Time-Domain Algorithm for the Simulation of Switching Power Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 5(3):363–370, 1990.
- [48] Simone Buso and Paolo Mattavelli. Digital Control in Power Electronics. *Lectures on power electronics*, 1(1):1–158, 2006.
- [49] Texas Instruments. LMG5200 80-V, 10-A GaN Half-Bridge Power Stage. Datasheet 2017.
- [50] Gallium Nitride, https://en.wikipedia.org/wiki/Gallium_nitride. Pristupljeno: 12/05/2018 .

- [51] Linear Technology. LT1999, High Voltage, Bidirectional Current Sense Amplifier. Datasheet 2010.
- [52] Linear Technology. LTC2313-12, 12-Bit, 2.5Msps Serial Sampling ADC in TSOT. Datasheet 2010.
- [53] Spasoje Mirić i Predrag Pejović. Simulacija rada trofaznog diodnog ispravljača sa rednim aktivnim filtrom na izlazu, koristeći novu simulacionu metodu za kola energetske elektronike. *Zbornik 59. konferencije za elektroniku, telekomunikacije, računarstvo, automatiku i nuklearnu tehniku ETRAN 2015*, Srebrno jezero, 8. do 11. juna 2015. godine, ISBN 978-86-80509-71-6.
- [54] *IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power Systems*. IEEE Std 519-2014 (Revision of IEEE Std 519-1992).
- [55] Predrag Pejovic. *Three-Phase Diode Rectifiers with Low Harmonics: Current Injection Methods*. Springer Science & Business Media, 2007.
- [56] Marcelo Lobo Heldwein. *EMC Filtering of Three-Phase PWM Converters*. PhD thesis, ETH Zurich, 2008.
- [57] ML Heldwein, T Nussbaumer, and Johann W Kolar. Differential mode EMC input filter design for three-phase AC-DC-AC sparse matrix PWM converters. In *IEEE 35th Annual Power Electronics Specialists Conference, PESC*, volume 1, pages 284–291, 2004.
- [58] R David Middlebrook. Input Filter Considerations in Design and Application of Switching Regulators. *IAS'76*, 1976.
- [59] D Neumayr, D Bortis, and Johann W Kolar. Ultra-Compact Power Pulsation Buffer for Single-Phase DC/AC Converter Systems. In *IEEE 8th International Power Electronics and Motion Control Conference (IPEMC-ECCE Asia)*, pages 2732–2741, 2016.
- [60] Shibin Qin, Yutian Lei, Christopher Barth, Wen-Chuen Liu, and Robert CN Pilawa-Podgurski. A High Power Density Series-Stacked Energy Buffer for

- Power Pulsation Decoupling in Single-Phase Converters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 32(6):4905–4924, 2017.
- [61] Ioan Serban. Power Decoupling Method for Single-Phase H-Bridge Inverters with no Additional Power Electronics. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(8):4805–4813, 2015.
- [62] Antonije Djordjevic. *Osnovi elektrotehnike, 4. deo, Kola promenljivih struja*. Akademskas Misao, 2010.
- [63] Travis E Oliphant. Python for Scientific Computing. *Computing in Science & Engineering*, 9(3), 2007.
- [64] Jeff Bezanson, Alan Edelman, Stefan Karpinski, and Viral B Shah. Julia: A Fresh Approach to Numerical Computing. *SIAM Review*, 59(1):65–98, 2017.
- [65] Richard Tymerski and Duwang Li. Extended Ripple Analysis of PWM DC-to-DC Converters. *IEEE transactions on power electronics*, 8(4):588–595, 1993.
- [66] GeckoCIRCUITS, <http://www.gecko-simulations.com/geckocircuits>. Pristupljeno: 20/05/2018 .
- [67] CISPR. Specification for Radio Interference Measuring Apparatus and Measurement Methods - Publication 16. *IEC International Special Committee on Radio Interference - C.I.S.P.R. Std.*, 1977.
- [68] Timuçin Karaca, Bernd Deutschmann, and Gunter Winkler. EMI-Receiver Simulation Model with Quasi-Peak Detector. In *Electromagnetic Compatibility (EMC), 2015 IEEE International Symposium on*, pages 891–896. IEEE, 2015.
- [69] David B Geselowitz. Response of Ideal Radio Noise Meter to Continuous Sine Wave, Recurrent Impulses, and Random Noise. *IRE Transactions on Radio Frequency Interference*, (1):2–11, 1961.
- [70] Antonije Djordjevic. *Osnovi elektrotehnike, 2. deo, Stalne struje*. Akademska Misao, 2010.

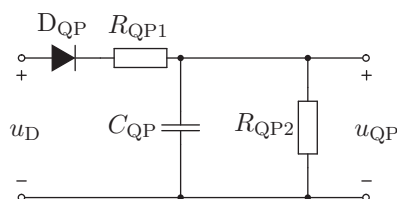
- [71] Howard Anton. *Elementary Linear Algebra*. John Wiley & Sons, 2010.
- [72] Predmet: Energetska Elektronika 2, <http://tnt.etf.bg.ac.rs/~ms1ee2/>. Pristupljeno: 02/12/2017 .

Prilozi

Prilog A - QP detektor

U ovom prilogu, objašnjen je korišćeni QP detektor, i formule kojima se dobijaju minimalne i maksimalne QP vrednosti, koje se mogu direktno koristiti za proveru QP detektora.

Na Sl. 6.1, prikazana je električna šema QP detektora. Kolo se sastoji od jedne diode D_{QP} , dva otpornika R_{QP1} i R_{QP2} i jednog kondenzatora C_{QP} . Za ovo kolo



Slika 6.1: Električna šema QP detektora.

definišu se dve vremenske konstante [56], konstanta kojom se kondenzator C_{QP} puni

$$\tau_{\text{charge}} = \frac{R_{QP1}R_{QP2}}{R_{QP1} + R_{QP2}}C_{QP}, \quad (6.1)$$

i vremenska konstanta kojom se kondenzator C_{QP} prazni

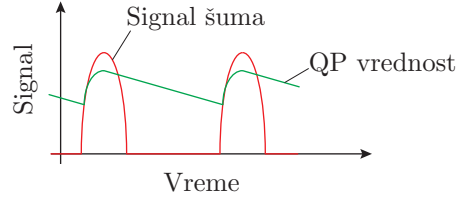
$$\tau_{\text{discharge}} = R_{QP2}C_{QP}. \quad (6.2)$$

Prema CISPR 16 standardu [67], ove konstante se razlikuju za različite frekventnijske opsege u kojima se šum detektuje. Za frekventnijski opseg of 0.15 MHz do 30 MHz, ove konstante QP detektora treba podesiti na

$$\tau_{\text{charge}} = 1 \text{ ms},$$

$$\tau_{\text{discharge}} = 160 \text{ ms.}$$

Ilustracija signala šuma i QP vrednosti šuma, prikazane su kvalitativno na Sl. 6.2. Sa Sl. 6.2 se vidi da se kondenzator C_{QP} puni mnogo brže nego što se prazni, što je



Slika 6.2: Ilustracija signala šuma i QP vrednosti šuma.

odredjeno datim vremenskim konstantama.

Upotreba QP vrednosti dolazi iz merenja radio šuma. Faktor neprijatnosti (eng. *annoyance factor* [56]) je proporcionalan učestanosti interferentnog signala. Prema tome, smatra se da je detekcija QP vrednosti najbolji način da se odredi eventualna interferencija sa neželjenim signalima.

Pošto u ovom radu, QP detektor nije korišćen prema svojoj fundamentalnoj definiciji (kolo sa Sl. 6.1), već je implementiran u digitalnoj formi, od koristi za proveru digitalne implementacije QP detektora su dva obrasca, koja određuju minimalne i maksimalne QP vrednosti šuma.

Donji limit QP vrednosti šuma, može se dobiti kao suma kvadrata efektivnih vrednosti komponenti harmonika $U_{\text{meas}}(j\omega)$, koje se nalaze unutar frekvencijskog intervala RBW kao [56]

$$\text{QP}_{\text{min}} = 20 \log \left[\frac{1}{1 \mu\text{V}} \sqrt{\sum_{f=MB-\frac{RBW}{2}}^{MB+\frac{RBW}{2}} U_{\text{meas}}^2(j\omega)} \right], \quad (6.3)$$

gde su f tekuća učestanost u Hz, MB centralna učestanost i RBW širina propusnog opsega RBW filtra propusnika opsega učestanosti, koji je deo šeme kada se mere QP vrednosti prema CISPR standardu [67]. Pošto merenje elektromagnetske interferencije nije centralna tema ovog doktorata, ova šema za merenje nije data u ovom dodatku, ali se može naći u [56] na strani 54.

Gornji limit za QP vrednosti šuma, može se odrediti sabiranjem efektivnih vrednosti komponenti harmonika $U_{\text{meas}}(j\omega)$, koje se nalaze unutar frekvencijskog inter-

vala RBW kao [56]

$$QP_{\max} = 20 \log \left[\frac{1}{1 \mu V} \sqrt{\sum_{f=MB-\frac{RBW}{2}}^{MB+\frac{RBW}{2}} U_{\text{meas}}(j\omega)} \right]. \quad (6.4)$$

Jedinica za QP_{\min} i QP_{\max} je $\text{dB } \mu\text{V}$ (decibel-mikro-volt).

Prilog B - Digitalni QP detektor

Implementacija digitalnog QP detektora, pogodnog za upotrebu u simulacijama, sprovedena je prema uputstvima iz [68]. Cilj je odrediti QP vrednosti napona $u_{\text{meas}}(f)$, pogledati Sl. 5.23. QP vrednosti napona u_{meas} su obeležene kao $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}$. U implementiranom QP detektoru, ulaz detektora je ulazna struja konvertora u vremenskom domenu $i_{\text{in}}(t)$, a izlaz su QP vrednosti napona $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}(f)$ u frekvencijskom domenu.

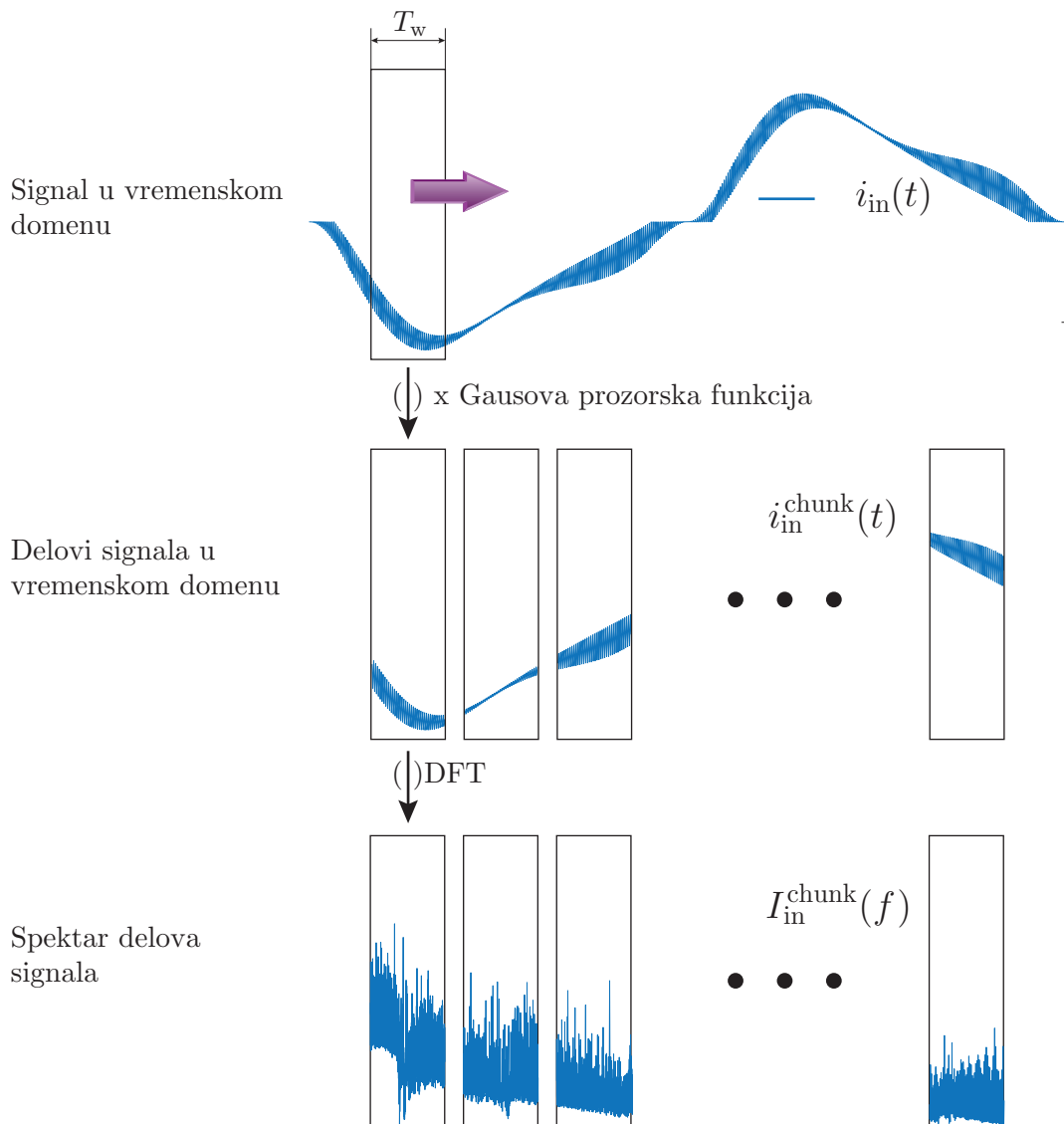
Kako bi se korektno odredile QP vrednosti, potrebno je razlikovati frekvencije opsege koji su propisani CISPR standardom [67]. Frekvencijski opsezi su podeljeni u tri grupe:

1. Opseg-A: 9 kHz – 150 kHz
2. Opseg-B: 150 kHz – 30 MHz
3. Opseg-C/D: 30 MHz – 1 GHz

Opseg od interesa je Opseg-B. Parametri korišćeni u implementiranom digitalnom QP detektoru su odabrani prema CISPR propisima za ovaj frekvencijski opseg.

Prvi korak u detektoru je formiranje odsečaka ulaznog signala u vremenskom domenu širine T_w . Za opseg-B, ovaj parametar uzima vrednost $T_w = 262.1 \mu\text{s}$. Ulazni signal je ulazna struja konvertora $i_{\text{in}}(t)$, čiji analizirani odsečak je obeležen sa $i_{\text{in}}^{\text{chunk}}(t)$. Ovaj proces je ilustrovan na Sl. 6.3. Nakon toga, pre primene diskretne Furieove transformacije (DFT), svaki odsečak je pomnožen Gausovom prozorskom funkcijom, koja je data sledećim izrazom

$$g(t) = \frac{1}{a} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t}{\sigma}\right)^2}, \quad (6.5)$$



Slika 6.3: Ilustracija formiranja odsečaka ulazne struje kalema i_{in}^{chunk} , u vremenskom i frekvencijskom domenu.

gde je σ standardna devijacija. Za frekvencijski opseg-B, standardna devijacija je $\sigma = 42 \mu s$. Parametar a se koristi da podesi pojačanje prozorske funkcije, tako da njena predstava u frekvencijskom domenu odgovara ograničenjima standarda, koja su prikazana u [68]. Ograničenje za jednosmernu komponentu je $G(0) = 0 \text{ dB}$, gde je $G(f)$ Furieova transformacija $g(t)$. Kako bi jednosmerna komponenta Gausove prozorske funkcije imala pojačanje od 0 dB, parametar a je jednak $a = 0.415$.

Posle množenja ulaznog signala prozorskom funkcijom, priminjena je DFT

$$I_{\text{in}}^{\text{chunk}}(f) = \text{DFT}(g(t)i_{\text{in}}^{\text{chunk}}(t)), \quad (6.6)$$

što je prikazano na Sl. 6.3. Kako bi se sada dobio napon $U_{\text{meas}}^{\text{chunk}}(f)$, ulaznu struju $I_{\text{in}}^{\text{chunk}}(f)$ treba pomnožiti prenosnom funkcijom $G(f)$, koja je definisana kao

$$G(f) = \frac{U_{\text{meas}}^{\text{chunk}}(f)}{I_{\text{in}}^{\text{chunk}}(f)}. \quad (6.7)$$

Ukoliko se vrši analiza bez ulaznog EMI filtra, prenosna funkcija $G(f)$ je jednaka prenosnoj funkciji LISN mreže $G_{\text{lisn}}(f)$

$$G_{\text{lisn}}(f) = R \frac{\omega^2}{\omega^2 + \frac{R}{L}\omega + \frac{1}{LC}}, \quad (6.8)$$

gde su R , L i C parametri električnog kola LISN mreže koja je prikazana na Sl. 5.23. Kružna učestanost je $\omega = 2\pi f$. Ukoliko se analiza vrši u slučaju kada postoji ulazni EMI filter, prenosna funkcija $G(f)$ onda uključuje i prenosnu funkciju filtra.

U svakom od odsečaka u frekvencijskom domenu $U_{\text{meas}}^{\text{chunk}}(f)$, pronadjene su vršna vrednost (eng. *peak value*) signala i srednja vrednost (eng. *average value*) signala, koje su sačuvane u dva niza V_p i V_a , za sve odsečke. Niz V_p sadrži sve vršne vrednosti, a niz V_a sadrži sve srednje vrednosti.

Učestanost ponavljanja f_p periodičnih odskočnih smetnji (eng. *periodic pulsed disturbances*), može se odrediti pomoću vršne V_p i srednje V_a vrednosti signala, prema sledećem izrazu [69]

$$f_p = 1.05 B_6 \frac{V_a}{V_p}, \quad (6.9)$$

gde B_6 predstavlja širinu Gausove prozorske funkcije na -6 dB, koja iznosi $B_6 = 9$ kHz za frekvencijski opseg-B.

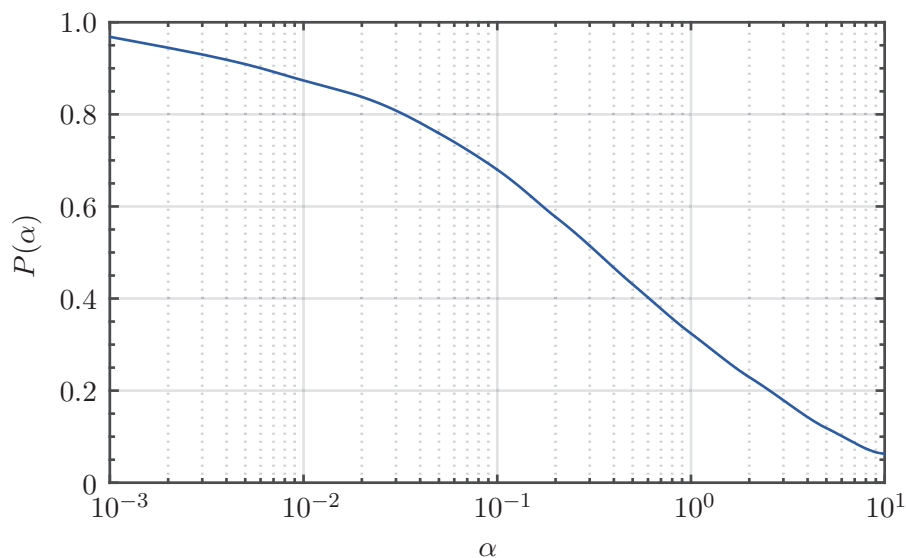
QP vrednost signala $U_{\text{meas}}^{\text{QP}}$ se sada određuje kao

$$U_{\text{meas}}^{\text{QP}} = P(\alpha) V_p, \quad (6.10)$$

gde je α dato sa

$$\alpha = \frac{\pi \tau_{\text{charge}} B_6}{4 \tau_{\text{discharge}} f_p}. \quad (6.11)$$

Konstante τ_{charge} i $\tau_{\text{discharge}}$ predstavljaju konstante punjenja u pražnjenja u električnoj šemi QP detektora i date su izrazima (6.1) i (6.2). Funkcija $P(\alpha)$ je data u publikaciji [69] na Sl. 8.



Slika 6.4: Funkcija $P(\alpha)$ koja se koristi kao veza izmedju vršne vrednosti signala i QP vrednosti signala.

Prilog C - Automatizovano formiranje jednačina stanja

Prekidački konvertor je u svakoj prekidačkoj kombinaciji predstavljen jednačinama stanja (3.23), zapisanim u matričnij formi. Da bi se došlo do ove forme, potrebno je rešiti električno kolo kojim je opisan prekidački konvertor. U ovom odeljku, opisan je metod rešavanja električnog kola i formiranja jednačina stanja.

Da bi se formalizovao metod formiranja jednačina stanja, potrebno je uvesti standardne pojmove iz teorije električnih kola kao što su:

- grana električnog kola (eng. *branch*) i
- čvor (eng. *node*).

Grana električnog kola sadrži jedan element električnog kola, a čvor je mesto gde se stiču minimalno dve grane. Više detalja o elementima električnog kola i standardnim pojmovima iz teorije električnih kola se mogu naći u udžbeniku iz osnova elektrotehnike 1 i 2 [70, 62].

Prvi korak u formiranju jednačina stanja je ustanoviti šemu električnog kola (što

Table 6.1: Oznake korišćene pri formiranju jednačina stanja.

Oznaka	Naziv
n_b	broj grana u električnom kolu
n_n	broj čvorova u električnom kolu
n_t	ukupan broj jednačina
n_g	ukupan broj generatora u električnom kolu
n_x	ukupan broj reaktivnih elemenata (broj kalemova i kondenzatora)
n_y	broj izlaznih promenljivih

će u implementaciji biti zadato *netlist*-om kao ulaz). Kada je data šema, treba napisati tri tipa jednačina:

1. jednačine po prvom Kirhofovom zakonu (Kirhofov zakon za struje - KZS),
2. jednačine po drugom Kirhofovom zakonu (Kirhofov zakon za napone - KZN) i
3. jednačine elemenata (karakteristike elemenata - KE),

koje formiraju sistem¹ linearno nezavisnih jednačina. Ukupnan broj linearno nezavisnih jednačina u ovom sistemu je jednak

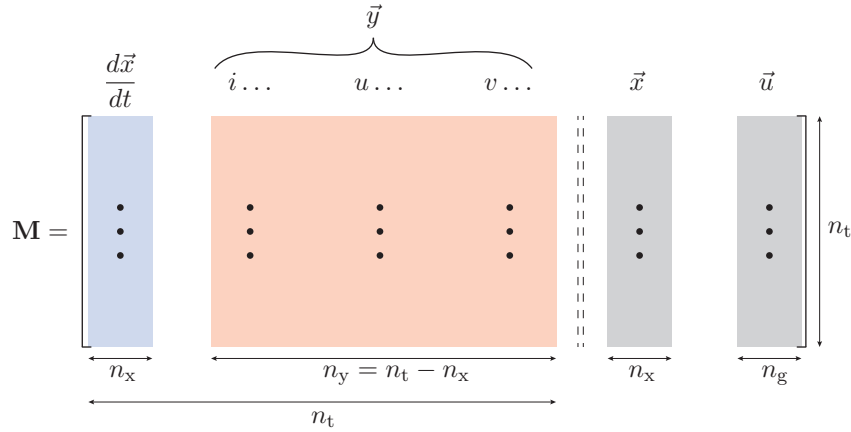
$$n_t = 2n_b + n_n - 1, \quad (6.12)$$

gde su korišćene oznake date u Tab. 6.1.

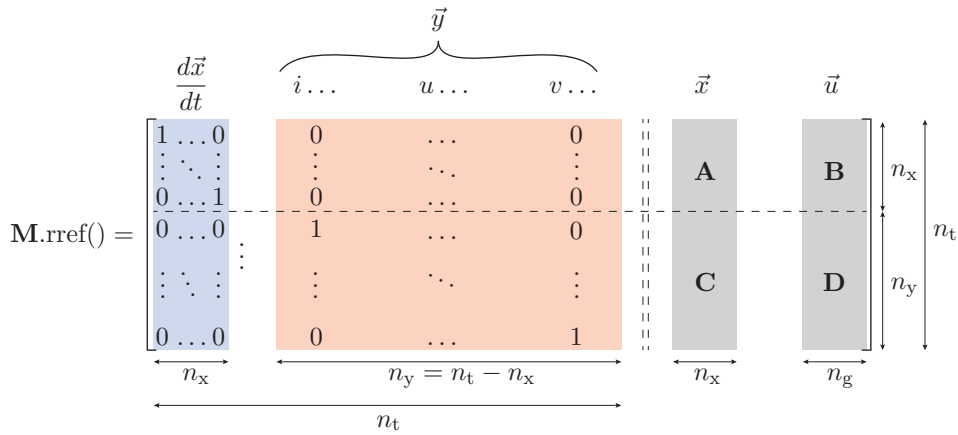
Nakon formiranja sistema jednačina, potrebno je popuniti matricu \mathbf{M} , čija principna forma je data na Sl. 6.5. Matrica \mathbf{M} se popunjava tako što se u prvim n_x kolona, upišu koeficijenti koji idu uz izvode u jednačinama elemenata (induktivnosti kalemova i/ili kapacitivnosti kondenzatora). Sledećih n_y kolona su rezervisane za napone i struje, $i \dots u \dots$, koji nisu stanja (ne pripadaju vektoru stanja \vec{x}) i sve potencijale čvorova, $v \dots$, izuzev referentnog ($n_n - 1$ potencijala čvorova). Ostatak kolona u matrici \mathbf{M} , pripada naponima i strujama koji su stanja (n_x kolona), i poslednjih n_g kolona pripada generatorima u kolu.

Kada je matrica sistema \mathbf{M} formirana, treba je svesti na posebnu formu, gde prvih n_t kolona formira jediničnu matricu kao na Sl. 6.6. Ova forma se zove *reduced*

¹Jednačine formiraju sistem jednačina, ukoliko se ne mogu rešavati jedna po jedna, već se moraju rešavati sve zajedno, kao sistem.



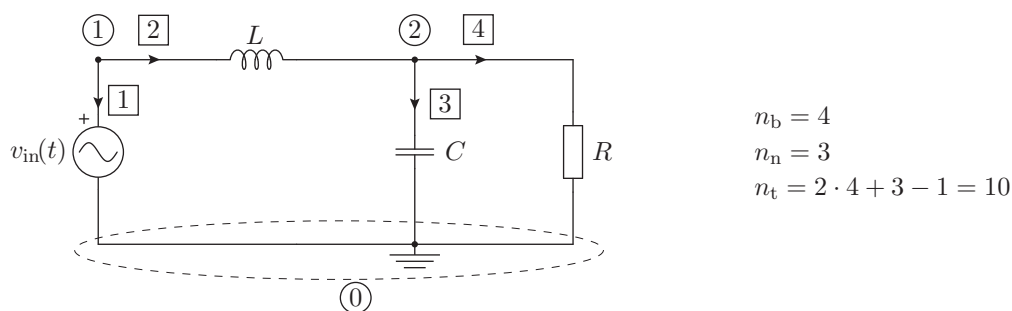
Slika 6.5: Raspored kolona u matrici sistema jednačina \mathbf{M} .



Slika 6.6: Forma matrice sistema jednačina \mathbf{M} posle Gausove eliminacije.

row echelon form [71], ili skraćeno rref. Do ove forme se dolazi Gausovom eliminacijom redova matrice \mathbf{M} . U preostalom delu matrice $\mathbf{M.rref()}$, u poslednjih $n_x + n_g$ kolona, ostaju matrice \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} i \mathbf{D} , uz pomoć kojih se električno kolo može direktno napisati u formi sistema jednačina stanja koje su potrebne da bi se formirao nelinearni, usrednjeni, dinamički model prekidačkog konvertora [72].

Kako bi se ilustrovao metod formiranja jednačina stanja, opisani proces je sproveden na primeru kola sa Sl. 6.7. Električno kolo sa slike se sastoji iz četiri grane ($n_b = 4$), koje su označene brojevima 1, 2, 3, 4 upisanim u kvadratićima, i tri čvora ($n_n = 3$), koji su označeni zaokruženim brojevima 0, 1, 2. Nulti čvor je odabran kao referentni, zato je označen sa 0 i uzemljen. Ukupan broj linearno nezavisnih jednačina, koje treba napisati i rešiti za ovo električno kolo je jednak $n_t = 10$.



Slika 6.7: Primer električnog kola na kome su označeni grane i čvorovi.

Jednačine sistema za električno kolo sa Sl. 6.7, koje su u skladu sa označenim smerovima grana glase:

- KZS (ukupno jednačina $n_n - 1 = 2$):

$$i_1 + i_2 = 0$$

$$-i_2 + i_3 + i_4 = 0$$

- KZN (ukupno jednačina $n_b = 4$):

$$u_1 = v_1$$

$$u_2 = v_1 - v_2$$

$$u_3 = v_2$$

$$u_4 = v_2$$

- KE (ukupno jednačina $n_b = 4$):

$$u_1 = v_{in}(t)$$

$$u_2 = L \frac{di_2}{dt}$$

$$i_3 = C \frac{du_3}{dt}$$

$$u_4 = Ri_4$$

Smerovi struja $i_{\{1,2,3,4\}}$ se slažu sa orijentacijom grana, a naponi grana $u_{\{1,2,3,4\}}$ i orijentacija grane su u usaglašenom referentnom smeru. Potencijali čvorova su označeni sa $v_{\{0,1,2\}}$, gde je usvojeno da je $v_0 = 0$.

$$\mathbf{M} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccc} \frac{di_2}{dt} & \frac{du_3}{dt} & i_1 & i_3 & i_4 & u_1 & u_2 & u_4 & v_1 & v_2 & i_2 & u_3 & v_{in}(t) \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccccccccc} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ L & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{array}$$

Slika 6.8: Matrica sistema jednačina \mathbf{M} električnog kola sa Sl. 6.7.

Matrica sistema jednačina \mathbf{M} električnog kola sa Sl. 6.7, data je na Sl. 6.8. Stanja su struja kalema i_2 i napon kondenzatora u_3 , pa je prema tome vektor stanja jednak

$$\vec{x}(t) = \begin{bmatrix} i_2(t) \\ u_3(t) \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

Izlazni vektor je jednak

$$\vec{y}(t) = \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_3(t) \\ i_4(t) \\ u_1(t) \\ u_2(t) \\ u_4(t) \\ v_1(t) \\ v_2(t) \end{bmatrix}, \quad (6.14)$$

dok je ulazni vektor jednak

$$\vec{u}(t) = \begin{bmatrix} v_{in}(t) \end{bmatrix}. \quad (6.15)$$

Sledeći korak je svesti matricu \mathbf{M} na rref formu. Ovaj postupak svodjenja nije detaljno prikazan ovde, pošto je pri implementaciji korišćena programska funkcija koja radi rref proceduru. Prema tome, rref forma matrice \mathbf{M} je direktno pokazana na Sl. 6.9 i označena je sa $\mathbf{M.rref}()$, što je komanda za izvršenje funkcije $\text{rref}()$ nad matricom \mathbf{M} u objektno orijentisanom programiranju. Sada se iz matrice $\mathbf{M.rref}()$ mogu direktno očitati matrice \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} i \mathbf{D} , koje su potrebne da bi se formirao sistem

$$\mathbf{M.rref}() = \begin{array}{c} \begin{array}{cccccccccccc} \frac{di_2}{dt} & \frac{du_3}{dt} & i_1 & i_3 & i_4 & u_1 & u_2 & u_4 & v_1 & v_2 & i_2 & u_3 & v_{in}(t) \end{array} \\ \left[\begin{array}{cccccccccccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{C} & \frac{1}{CR} & 0 \\ \hline 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -\frac{1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right] \begin{array}{l} \mathbf{A} \\ \mathbf{B} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{D} \end{array} \end{array}$$

Slika 6.9: Forma rref matrice sistema jednačina električnog kola sa Sl. 6.7.

jednačina stanja, a i formulisao nelinearni, usrednjeni, dinamički model prekidačkog konvertora. Prema $\mathbf{M.rref}()$ sa Sl. 6.9, ove matrice su jednake

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{1}{CR} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -\frac{1}{R} \\ 0 & \frac{1}{R} \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{D} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6.16)$$

Za formiranje nelinearnog, usrednjenog, dinamičkog modela prekidačkog konvertora, potrebno je formirati matricu \mathbf{M} za svaku prekidačku kombinaciju i svesti je na rref formu, odakle se mogu direktno dobiti matrice \mathbf{A}_i , \mathbf{B}_i , \mathbf{C}_i i \mathbf{D}_i koje se koriste u (3.23).

Biografija

Spasoje Mirić je rođen 29.09.1989. godine u Beogradu, od oca Milorada i majke Verice. Osnovnu školu je završio u Belanovici, a srednju školu u Lazarevcu. Bio je odličan učenik. U osnovnoj školi je bio nosilac Vukove diplome, a u srednjoj školi je bio djak generacije i dobitnik nagrade princa Aleksandra Karadjordjevića. Učestvovao je na republičkom takmičenju iz Energetske elektronike i dobio nagradu za osvojeno prvo mesto.

Na Elektrotehnički fakultet u Beogradu upisao se kao redovan student 2008. godine. Diplomirao je septembra 2012. godine na modulu za Energetske pretvarače i pogone. Ostvario je odličnu srednju ocenu u toku osnovnih studija (9.62/10.0), a na diplomskom je dobio ocenu 10. U četvrtoj godini osnovnih studija, dobio je Dositejevu stipendiju iz Fonda za mlade talente Republike Srbije i primao je dve godine (do završetka master studija). Kao najbolji student na grupi predmeta iz elektromotornih pogona, dobio je nagradu firme ABB i studijski boravak u Finskoj. Master studije na ETF-u u Beogradu, na modulu Energetske pretvarače i pogone, upisao je 2012. godine, a završio avgusta 2013. godine sa prosečnom ocenom 10. Iz njegovog master rada proistekao je naučni rad pod naslovom 'Drive in the Loop Simulation of Electrical Drives', koji je referisan na međunarodnoj konferenciji 17th International Symposium on Power Electronics - Ee 2013, u Novom Sadu.

Od početka njegovih studija pokazao je interes prema praktičnom, stručnom i naučnom radu, što je bilo zapaženo od strane nastavnika, pa je već na drugoj godini osnovnih studija (2009. godina) postao student-saradnik (demonstrator) pri laboratoriji za Osnove elektrotehnike. Njegov rad je pozitivno ocenjen, pa je već posle godinu dana postao glavni demonstrator, koju dužnost je obavljao do 2016. godine.

Radi proširenja svog znanja i radi osposobljavanja za rad na telekomunikacionim uređajima, decembra 2013. godine, upisao je intezivan CISCO kurs (CCNA) pri ETF-u u Beogradu.

Školske 2013/2014. godine je upisan kao redovan student na doktorske studije na ETF-u u Beogradu, na modulu Energetski pretvarači i pogoni. U toku prve dve

godine doktorskih studija, položio je sve ispite predviđene nastavnim planom na doktorskim studijama. Od aprila 2014. godine, nosilac je stipendije Ministarstva prosvete, nauke i tehnološkog razvoja za doktorske studije. Aktivno je bio uključen do 2016. godine, u projekat TR33020 istog Ministarstva pod nazivom 'Povećanje energetske efikasnosti hidroelektrana i termoelektrana Elektroprivrede Srbije razvojem tehnologije i uređaja energetske elektronike za regulaciju i automatizaciju'.

Od juna do decembra 2016. godine je bio gostujući istraživač u Institutu za energetske elektroniku (Power Electronics Systems Laboratory) na ETH Cirih, a od decembra 2016. godine je upisao doktorske studije na istom fakultetu.

Изјава о ауторству

Име и презиме аутора _____ Спасоје Мирић _____

Број индекса _____ 5029/2013 _____

Изјављујем


да је докторска дисертација под насловом

Метод за рачунарски ефикасну симулацију енергетских претвараача заснован на моделу стања и суперпозицији прекидачких ефеката

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, _____ 17.08.2018. _____



Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора Спасоје Мирић

Број индекса 5029/2013

Студијски програм Енергетика

Наслов рада Метод за рачунарски ефикасну симулацију енергетских претварача заснован на моделу стања и суперпозицији прекидачких ефеката

Ментор др Предраг Пејовић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 17.08.2018.

Спасоје Мирић

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Метод за рачунарски ефикасну симулацију енергетских претварача заснован на моделу стања и суперпозицији прекидачких ефеката

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 17. 08. 2018.

