

UNIVERZITET U BEOGRADU  
TEHNOLOŠKO-METALURŠKI FAKULTET

Aleksandra N. Šiljić Tomić

**MODELOVANJE KISEONIČNIH PARAMETARA  
KVALITETA POVRŠINSKIH VODA PRIMENOM  
VEŠTAČKIH NEURONSKIH MREŽA**

doktorska disertacija

Beograd, 2018. godine

UNIVERSITY OF BELGRADE  
FACULTY OF TECHNOLOGY AND METALLURGY

Aleksandra N. Šiljić Tomić

**APPLICATION OF ARTIFICIAL NEURAL  
NETWORKS FOR MODELLING OXYGEN  
PARAMETERS OF SURFACE WATER QUALITY**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2018

## **Podaci o mentoru i članovima komisije**

### **Mentor:**

**Dr Viktor Pocajt**, vanredni profesor

Univerzitet u Beogradu, Tehnološko-metallurški fakultet

### **Članovi komisije:**

**Dr Mirjana Ristić**, redovni profesor

Univerzitet u Beogradu, Tehnološko-metallurški fakultet

**Dr Aleksandra Perić-Grujić**, redovni profesor

Univerzitet u Beogradu, Tehnološko-metallurški fakultet

**Dr Davor Antanasijević**, naučni saradnik

Inovacioni centar Tehnološko-metallurškog fakulteta u Beogradu

### **Datum odbrane:**

## ZAHVALNICA

Želela bih da zahvalim svom mentoru, prof. dr Viktoru Pocajtu, na izdvojenom vremenu, praktičnim savetima, kao i strpljenju i razumevanju za sve moje profesionalne obaveze uz izradu ove doktorske disertacije na Katedri za zaštitu životne sredine Tehnološko-metalurškog fakulteta Univerziteta u Beogradu.

Takođe zahvaljujem prof. dr Aleksandri Perić-Grujić na saradnji i prof. dr Mirjani Ristić na pruženim primedbama i sugestijama koje su umnogome doprinele da ova disertacija dobije svoj konačan oblik.

Posebnu zahvalnost dugujem kolegi i prijatelju dr Davoru Antanasijeviću na pruženoj podršci, nesebičnoj pomoći, usmerenju i jasnim porukama tokom mog celokupnog naučno-istraživačkog rada.

Na kraju bih želela da zahvalim svojoj porodici, a naročito mom Milanu, na veri u moj uspeh, konstantnom podsticaju i razumevanju za sve sate i sunčane dane provedene na izradi ove disertacije.

# **Modelovanje kiseoničnih parametara kvaliteta površinskih voda primenom veštačkih neuronskih mreža**

## **REZIME**

Održivo korišćenje i očuvanje prirodnih resursa postalo je imperativ modernog društva. Brojni antropogeni uticaji doveli su do pogoršanja kvaliteta slatkovodnih resursa, a naročito vodotokova koji predstavljaju jedan od glavnih izvora vodosnabdevanja. Evropske i nacionalne regulative uslovile su obavezu kontinuiranog praćenja stanja površinskih voda u vidu uspostavljanja i održavanja lokalnih i državnih mreža za monitoring kvaliteta voda, u cilju donošenja odluka zasnovanih na adekvatnim informacijama i pravovremenog reagovanja. U poslednje vreme, često se primenjuju modeli i odgovarajuće simulacione tehnike koje su sposobne da reše nelinearne probleme složenih sistema kao što je predviđanje parametara kvaliteta voda.

U ovoj doktorskoj disertaciji predstavljen je razvoj modela zasnovanih na veštačkim neuronskim mrežama za predviđanje kiseoničnih parametara površinskih voda i to: nivoa biološke potrošnje kiseonika i sadržaja rastvorenog kiseonika. Istraživanja su sprovedena prvo na nacionalnom nivou, za odabrane države članice EU, a zatim i na području toka reke Dunav kroz Republiku Srbiju, pri čemu je za razvoj modela prikupljen i primenjen veliki broj istorijskih serija podataka. Nultu hipotezu prilikom modelovanja predstavljala je prepostavka o nelinearnoj matematičkoj povezanosti nezavisnih parametara – ulaznih promenljivih modela, među kojima su, pored indikatora održivog razvoja, ekonomskih i industrijskih indikatora, korišćeni parametri kvaliteta voda redovno praćeni na monitoring stanicama i kiseoničnih parametara u vidu izlaznih promenljivih modela.

Biološka potrošnja kiseonika (BPK) je najznačajniji parametar kvaliteta voda koji ukazuje na zagadenje vode u odnosu na prisutan sadržaj biorazgradive organske materije. U skladu sa tim, evropske zemlje su u obavezi da o godišnjim vrednostima BPK izveštavaju prema Evropskoj kancelariji za statistiku. U okviru ove disertacije, sprovedeno je istraživanje koje opisuje razvoj modela zasnovanog na veštačkoj neuronskoj mreži za predviđanje godišnjih vrednosti BPK na nacionalnom nivou (na prostoru Evrope), koristeći široko dostupne parametre održivog razvoja i ekonomsko-industrijske parametre kao ulazne promenljive za period od 2000. do 2008. godine.

Početni model zasnovan na neuronskoj mreži sa opštom regresijom (GRNN) je obučen tako što su mu predstavljene vrednosti 20 ulaznih promenljivih na osnovu kojih su ustanovljene međuzavisnosti, proveren je i testiran sa jednakim brojem ulaznih promenljivih, a zatim je broj ulaznih promenljivih smanjen na 15 najznačajnijih uz pomoć tehnike Monte Karlo simulacija. Predviđanja dobijenog optimizovanog modela su bila u dobroj saglasnosti sa izmerenim vrednostima BPK, dok je srednja apsolutna greška predviđanja iznosila samo 12%.

Dalja istraživanja modelovanja nivoa BPK bila su fokusirana na predviđanja u okviru toka reke Dunav kroz Republiku Srbiju. Osamnaest parametara kvaliteta voda koji su praćeni na ukupno 17 monitoring stanica u periodu od 2002. do 2011. godine korišćeno je u vidu ulaznih promenljivih. Optimizacija modela izvršena je u tri uzastopna koraka: prvo je istražen prostorni uticaj stanica za monitoring; zatim period monitoringa neophodan da obezbedi zadovoljavajuće performanse modela; i konačno, primenjena je korelaciona analiza za evaluaciju povezanosti parametara kvaliteta voda. Dobijena su dva modela koja pokrivaju ceo tok Dunava, prvi sa 12 ulaznih parametara kvaliteta voda, koji su posmatrani u periodu od 2007. do 2011. godine na 4 stanice za monitoring i drugi sa 15 ulaznih parametara, posmatranih u istom vremenskom periodu na 13 stanica za monitoring. U poređenju sa osnovnim modelom, greške predviđanja oba optimizovana modela se nalaze ispod referentne vrednosti greške osnovnog modela.

Imajući u vidu dugu proceduru optimizacije faktora (broj stanica za monitoring, broj godina praćenja parametara, broj ulaznih promenljivih) kroz prethodno opisane i analizirane korake, koja ne razmatra interaktivne efekte među faktorima i ne predstavlja njihov kompletan efekat na odgovor, u daljem istraživanju je primenjena metoda simultane optimizacije vremenskih, prostornih i ulaznih promenljivih, tako što je uz ANN model korišćen eksperimentalni dizajn i metodologija rezultujućih površina (engl. *Response Surface Methodology, RSM*). Ispitivan kiseonični parametar kvaliteta površinskih voda je u ovom slučaju bio sadržaj rastvorenog kiseonika, korišćen kao izlazna promenljiva modela, a srednja apsolutna greška predviđanja dobijenih modela koji pokrivaju gornji i donji tok Dunava iznosila je redom 5,8% i 7%.

Prilikom predviđanja sadržaja rastvorenog kiseonika u reci Dunav ispitivana je i mogućnost veštačke neuronske mreže da izvrši ekstrapolaciju vrednosti promenljivih.

Ujedno je ocenjena zavisnost između značaja ulaza i greške predviđanja u prisustvu vrednosti koje odstupaju iz opsega obuke. Razvijeni model je zasnovan na polinomalnoj neuronskoj mreži (engl. *Polynomial Neural Network, PNN*) imajući u vidu da ova mreža vrši izbor najznačajnijih ulaza tokom procesa učenja, daje model u formi linearnih i nelinearnih polinomske funkcije, koje se zatim mogu koristiti za detaljnu analizu značaja ulaza. Rezultati su pokazali da dobijeni model ima dobru sposobnost interpolacije ( $R^2=0,82$ ), ali ne i ekstrapolacije ( $R^2=0,63$ ).

Dobijeni modeli se mogu primeniti za predviđanje vrednosti kiseoničnih parametara prilikom popunjavanja istorijskih praznina u izveštajima o monitoringu, pojave slučajnog zagađenja reke uzvodno, zatim za predviđanje njihovih budućih vrednosti, pa čak i za simulaciju mogućih posledica regulatornih, infrastrukturnih i industrijskih promena na koncentraciju ovih parametara u rekama. Upotrebljena vrednost modela se zapravo ogleda u mogućnosti predviđanja kiseoničnih parametara na osnovu široko dostupnih podataka, što može doprineti prevazilaženju problema nedostatka informacija i podataka, te na taj način pomoći u kontroli zagađenja voda u širem smislu.

**Ključne reči:** zagađenje vode, biološka potrošnja kiseonika, sadržaj rastvorenog kiseonika, rečna voda, Dunav, veštačka neuronska mreža, optimizacija modela

**Naučna oblast:** Tehničko-tehnološke nauke

**Uža naučna oblast:** Inženjerstvo zaštite životne sredine

**UDK broj:**

# **Application of artificial neural networks for modelling oxygen parameters of surface water quality**

## **SUMMARY**

Sustainable use and protection of natural resources have become an imperative of modern society. Numerous anthropogenic impacts have brought to deterioration of the quality of freshwater resources, especially watercourses, which represent one of the main water supply sources. European and national regulations have set requirements for continuous monitoring of the state of surface waters by establishing and maintaining local and state water quality monitoring networks, in order to provide adequate and informed decision-making as well as timely response. Lately, models and corresponding simulation techniques that are able to solve problems of non-linear complex systems, such as prediction of water quality parameters, are being often applied.

This PhD thesis presents a development of an artificial neural network based model for the prediction of oxygen parameters in surface waters, more specifically the level of biological oxygen demand and content of dissolved oxygen. Research had first been conducted at the national level, covering selected EU countries, followed by a research of the Danube River water-flow through Republic of Serbia, where a large number of historical data series was collected and applied during model development. The initial hypothesis for the modelling was the assumption of non-linear mathematical relationship between independent parameters – input variables, represented either by selected indicators of sustainable development, economic and industrial indicators or by water quality parameters measured at monitoring stations on one side and oxygen parameters as output variables, on the other.

Biological Oxygen Demand (BOD) is the most important water quality parameter, which indicates contamination of water resulting from the presence of biodegradable organic substances. Accordingly, European countries are required to report annual BOD values to the European Statistical Office. In this thesis, research has been conducted to develop a model based on Artificial Neural Network (ANN) for prediction of annual BOD values at national level (on the territory of Europe), using widely available sustainable development parameters as well economic-industrial parameters as input variables over

the period from 2000 until 2008. The initial model based on General Regression Neural Network (GRNN) was trained by introducing values of 20 input variables in order to establish interdependencies, it was validated and tested with equal number of input variables, and finally the number of input variables was reduced to 15 most important ones using Monte Carlo simulation technique. The predictions of obtained optimized model were in good agreement with the measured BOD values and the mean absolute prediction error was only 12%.

Further research in modelling BOD level was focused on predictions applied to the Danube River through the Republic of Serbia. Eighteen water quality parameters which were measured at a total of 17 monitoring stations in the period from 2002 until 2011 were used as input variables. The optimization of the model was performed in three consecutive steps: first, spatial impact of monitoring stations was analysed; then, the period of monitoring necessary to secure satisfactory model performance; and finally, correlation analysis was applied for the evaluation of relationship between water quality parameters. Two models covering the entire Danube water-flow were obtained, first model with 12 input water quality parameters, monitored in the period from 2007 until 2011 at 4 monitoring stations, and the second one with 15 input parameters, monitored in the same period at 13 monitoring stations. In comparison with the initial model, prediction errors of optimized models were both below the reference value of the initial model error.

Considering that the procedure for optimization of selected factors (number of monitoring stations, number of monitoring years, and number of input variables) through previously described steps does not take into consideration interactive effects among the factors and does not represent their overall effect to the output, further research was made. It was focused on the development of a method for simultaneous optimization of temporal, spatial and input variables, by applying Design of Experiment and Response Surface Methodology (RSM), coupled with ANN model. In this case, the content of dissolved oxygen was the investigated surface water quality oxygen parameter, used as the output variable of the model, and the mean absolute prediction error of the obtained models covering upper and lower Danube waterflow was 5.8% and 7%, respectively.

While predicting dissolved oxygen content in the Danube River, the capability of artificial neural network to extrapolate values of variables was also examined. In the same time,

the relationship between the input significance and prediction error in the presence of values that deviate from the scope of training (outliers) was assessed. The developed model was based on Polynomial Neural Network (PNN), because this type of network selects most significant inputs during the training process and provides a model in the form of linear and non-linear polynomial functions, which can be then used for detailed analysis of input significance. Results have demonstrated that the obtained model had very good interpolation performance ( $R^2=0.82$ ), which was not the case for extrapolation ( $R^2=0.63$ ).

The resulting models can be used for the prediction of oxygen parameters' values while completing historical gaps in monitoring reports, occurrence of accidental river pollution upstream, for the prediction of future values, and even for the simulation of possible consequences of regulatory, infrastructural and industrial changes on the concentration of these parameters in rivers. Practical value of the model is its capability to predict oxygen parameters based on broadly available data, which can contribute to overcome the problem of missing data and information, and thus help in water pollution control in a broader sense.

**Key words:** water pollution, biological oxygen demand, dissolved oxygen content, river water, Danube, artificial neural network, model optimization

**Scientific area:** Technical-technological sciences

**Scientific sub-area:** Environmental engineering

**UDC number:**

# SADRŽAJ

Spisak slika.....	iv
Spisak tabela .....	vi
1. Uvod .....	1
<b>TEORIJSKI DEO .....</b>	<b>4</b>
2. Kvalitet površinskih voda.....	4
2.1. Kvalitet površinskih voda u kontekstu održivog razvoja.....	4
2.2. Kiseonični parametri u vodama .....	5
2.3. Monitoring i granične vrednosti u Republici Srbiji .....	7
3. Modelovanje kvaliteta voda .....	10
3.1. Pregled modela za simulaciju kvaliteta voda.....	10
3.2. Matematički (klasični) modeli za simulaciju kiseoničnih parametara u vodi..	12
4. Veštačke neuronske mreže (ANN).....	20
4.1. Osnove veštačkih neuronskih mreža.....	20
4.2. Sposobnost neuronske mreže da interpolira/ekstrapolira vrednosti.....	23
4.3. Vrste neuronskih mreža .....	25
4.4. Prikaz odabralih neuronskih mreža.....	27
4.4.1. Neuronska mreža sa opšom regresijom .....	27
4.4.2. Neuronska mreža sa propagacijom greške unazad .....	29
4.4.3. Polinomalne neuronske mreže.....	30
4.5. Primena neuronskih mreža u hidrologiji.....	32
4.6. Primena neuronskih mreža za predviđanje kiseoničnih parametara .....	33
4.7. Uporedna analiza sa konvencionalnim modelom višestruke linearne regresije.....	38
4.8. Odabir ulaznih parametara i optimizacija neuronske mreže.....	38
4.8.1. Tehnike za odabir ulaznih parametara i optimizaciju neuronske mreže ..	38
4.8.2. Korelaciona analiza .....	40
4.8.3. Tehnika Monte Karlo simulacija .....	41
4.8.4. Eksperimentalni dizajn .....	42

4.8.5. Metodologija rezultujućih površina (RSM).....	46
<b>EKSPERIMENTALNI DEO .....</b>	<b>48</b>
5. Razvoj modela zasnovanog na veštačkoj neuronskoj mreži .....	48
5.1. Proces razvoja modela zasnovanog na veštačkoj neuronskoj mreži za predviđanje kiseoničnih parametara površinskih voda .....	48
5.2. Opis lokacije na kojoj su vršena ispitivanja u okviru izrade disertacije .....	49
5.3. Prikupljanje i analiza ulaznih podataka za predviđanje kiseoničnih parametara površinskih voda .....	53
5.3.1. Ulazne promenljive za predviđanje biološke potrošnje kiseonika na nacionalnom nivou .....	54
5.3.2. Ulazne promenljive za predviđanje biološke potrošnje kiseonika i sadržaja rastvorenog kiseonika u reci Dunav .....	56
5.4. Statistički pokazatelji performanse modela .....	59
<b>REZULTATI I DISKUSIJA.....</b>	<b>62</b>
6. Predviđanje biološke potrošnje kiseonika u rekama na nacionalnom nivou.....	62
6.1. Priprema podataka za modelovanje .....	62
6.2. Razvoj modela .....	62
6.3. Optimizacija uz upotrebu tehnike Monte Karlo simulacija i rezultati modelovanja.....	63
6.4. Poređenje sa MLR modelom .....	70
6.5. Analiza značajnosti ulaznih parametara.....	73
7. Modelovanje nivoa BPK u reci Dunav u Srbiji.....	75
7.1. Priprema podataka za modelovanje .....	75
7.2. Priprema podataka, razvoj i optimizacija modela.....	75
7.2.1. Prostorna optimizacija .....	76
7.2.2. Vremenska optimizacija .....	77
7.2.3. Optimizacija ulaznih promenljivih .....	78
7.3. Dobijeni modeli .....	80
8. Modelovanje sadržaja rastvorenog kiseonika u reci Dunav.....	83
8.1. Priprema podataka za modelovanje i raspodele ulaznih promenljivih .....	83
8.2. Podela skupa podataka .....	88
8.3. Učestanost serija podataka sa ekstremnim vrednostima.....	92

8.4.	Podešavanje mreže.....	93
8.5.	Interpolacione i ekstrapolacione performanse nelinearnog PNN modela .....	94
8.6.	Procena značajnosti ulaza .....	98
8.6.1.	Procena značajnosti ulaza kod nelinearnog PNN modela .....	98
8.6.2.	Procena značajnosti ulaza kod linearног PNN modela .....	100
8.7.	Dobijeni modeli .....	103
9.	Predviđanje rastvorenog kiseonika uz optimizaciju modela korišćenjem eksperimentalnog dizajna .....	105
9.1.	Skup podataka za modelovanje.....	105
9.2.	Razvoj mreže .....	105
9.3.	Parametri Boks-Benken eksperimentalnog dizajna i izbor ulaza .....	106
9.4.	Optimizacija modela .....	110
9.5.	Dobijeni modeli .....	113
	ZAKLJUČAK.....	117
	LITERATURA .....	120
	PRILOG .....	137
	Biografija autora	
	Izjava o autorstvu	
	Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada	
	Izjava o korišćenju	

## Spisak slika

<i>Slika 1.</i> Arhitektura troslojne neuronske mreže.....	21
<i>Slika 2.</i> Šematski prikaz veštačkog neurona $m$ .....	22
<i>Slika 3.</i> Arhitekture a), b), c) BPNN mreža sa standardnom vezom, d) GRNN, e) PNN i f) KNN mreža .....	26
<i>Slika 4.</i> Grafički prikaz dizajna sa tri faktora .....	45
<i>Slika 5.</i> Tok Dunava kroz Srbiju sa prikazanim lokacijama stanica za monitoring; rečni kilometar (rkm) predstavlja rastojanje od ušća u Crno More.....	51
<i>Slika 6.</i> Mesečni proseci a) vrednosti BPK i b) izmerene temperature vode Dunava u periodu od 2002. do 2011. godine .....	53
<i>Slika 7.</i> Arhitektura neuronske mreže sa opštom regresijom primenjene na ispitivani slučaj.....	63
<i>Slika 8.</i> Poređenje stvarnih vrednosti BPK i predviđanja dobijenih na osnovu GRNN20 modela (podaci za testiranje mreže). .....	64
<i>Slika 9.</i> Šematski prikaz procedure isključivanja prilikom izbora ulaznih promenljivih	67
<i>Slika 10.</i> Performanse GRNN15 modela za skup za testiranje modela (a) slaganje stvarnih BPK vrednosti i vrednosti dobijenih modelom (b) prikaz faktora $FA1,25$ .....	69
<i>Slika 11.</i> Performanse MLR modela za test podatke (a) slaganje stvarnih vrednosti BPK i onih dobijenih modelom, (b) grafik $FA1,25$ .....	72
<i>Slika 12.</i> Poređenje između GRNN15 i MLR modela na osnovu relativne greške za test podatke .....	73
<i>Slika 13.</i> Procena performanse različitih modela tokom prostorne optimizacije zasnovana na $RMSE$ ; isprekidana linija se odnosi na GRNN-0 .....	77
<i>Slika 14.</i> Ocena performanse različitih modela dobijene na osnovu vrednosti $RMSE$ tokom vremenske optimizacije.....	78
<i>Slika 15.</i> Rezultati korelace analize: a) GRNN-1 i b) GRNN-2 modela .....	80
<i>Slika 16.</i> Linijski dijagram prikazuje poređenje posmatranih vrednosti i vrednosti dobijenih modelom a) GRNN-1 i b) GRNN-2 .....	82
<i>Slika 17.</i> Mera asimetričnosti, tj. devijacije raspodele verovatnoća za različite godine	87

<i>Slika 18.</i> Grafički prikaz parametara modela sa ekstremnim vrednostima (○) i izuzetno ekstremnim vrednostima (★). U sredini pravougaonika prikazana je medijana, dok su na dnu i vrhu prikazani redom 25. i 75. procenat.....	89
<i>Slika 19.</i> Odnos broja stanica za monitoring i udela ekstremnih vrednosti.....	93
<i>Slika 20.</i> Odnos izmerenih i predviđenih vrednosti rastvorenog kiseonika: a) test interpolacije sa podešenim raspodelama, b) predviđanje za regularni podskup dobijen iz ekstremnog podskupa, i c) ekstrapolacija van opsega ulaza korišćenjem ekstremnog podskupa.....	96
<i>Slika 21.</i> a) Značaj ulaza za nelinealni PNN model, b) vrednost greške uzrokovane ekstremnim vrednostima pojedinačnog ulaza .....	99
<i>Slika 22.</i> Linearni koeficijenti PNN modela.....	102
<i>Slika 23.</i> Normalizovane vrednosti $F$ za tri najznačajnija ulaza zavisno od broja monitoring stanica i godina .....	109
<i>Slika 24.</i> Konturni dijagram prema vrednosti $RMSE$ za optimizaciju ANN modela za predviđanje koncentracije rastvorenog kiseonika.....	111
<i>Slika 25.</i> Konturni dijagram prema vrednosti $MAPE$ za optimizaciju ANN modela za predviđanje koncentracije rastvorenog kiseonika.....	112
<i>Slika 26.</i> Odnos izmerenih i predviđenih vrednosti koncentracije rastvorenog kiseonika (prilikom testiranja modela) .....	116

## **Spisak tabela**

Tabela 1. Klasifikacija ekološkog statusa reka u Republici Srbiji [„Sl.glasnik RS“, br. 74/2011].....	8
Tabela 2. Pregled ANN modela za predviđanje sadržaja rastvorenog kiseonika (odabir) .....	35
Tabela 3. Pregled ANN modela za predviđanje nivoa BPK: samostalno, paralelno sa predviđanjem sadržaja rastvorenog kiseonika i simultano sa predviđanjem sadržaja rastvorenog kiseonika .....	36
Tabela 4. Boks-Benken dizajn eksperimenta sa tri faktora .....	46
Tabela 5. Opis stanica za monitoring na toku reke Dunav kroz Srbiju [Antanasijević i saradnici, 2018] .....	52
Tabela 6. Opisna statistika ulaznih promenljivih odabranih za modelovanje nivoa BPK .....	55
Tabela 7. Opisna statistika nacionalnih BPK podataka za posmatrani period .....	56
Tabela 8. Opisna statistika ulaznih i izlaznih podataka.....	58
Tabela 9. Dostupnost podataka, broj serija podataka po stanicu i godini .....	59
Tabela 10. Statistički pokazatelji performanse modela .....	60
Tabela 11. Simulirane vrednosti PDF sa značajnim vrednostima dobijenim primenom Kolmogorov-Smirnov testa .....	65
Tabela 12. $\Delta$ BPK vrednosti (mg/l) dobijene tokom procesa izbora ulaznih promenljivih primenom tehnike Monte Karlo simulacija .....	68
Tabela 13. Indikatori performanse modela sa različitim brojem ulaza .....	69
Tabela 14. Koeficijenti MLR modela sa standardnom greškom .....	71
Tabela 15. Performanse osnovnog i optimizovanih modela.....	81
Tabela 16. CV, asimetričnost i devijacija raspodele verovatnoća skupa podataka (N=1.912) .....	84
Tabela 17. Opisna statistika podataka nakon uklanjanja ekstremnih vrednosti, tj. regularni uslovi (N=1.409) .....	90
Tabela 18. Opisna statistika ekstremnih vrednosti, tj. ekstremnih uslova (N=503).....	91

Tabela 19. Performanse PNN modela prilikom testiranja ( $r$ – koeficijent korelacije, $MAE$ – srednja apsolutna greška, $RMSE$ – koren srednje kvadratne greške, $MAPE$ – srednja apsolutna greška u procentima).....	95
Tabela 20. Ekstremne vrednosti predviđanja .....	97
Tabela 21. Zastupljenost podataka monitoringa (%) u kojima dva parametra imaju ekstremne vrednosti .....	100
Tabela 22. Prethodno definisane minimalne i maksimalne granice sistema, kao i srednja (centralna) tačka .....	106
Tabela 23. Vrednost faktora u Boks-Benken eksperimentalnom dizajnu i parametri arhitekture ANN .....	107
Tabela 24. $F$ i $p$ vrednosti za ulaze korišćene u svakom eksperimentu.....	109
Tabela 25. $F$ i $p$ vrednosti ulaza korišćenih u optimizovanim modelima.....	114
Tabela 26. Rezultati indikatora performanse za svaki od modela.....	115

## **1. Uvod**

Brojni prirodni procesi i antropogene aktivnosti mogu dovesti do zagađenja slatkovodnih resursa što predstavlja ozbiljan problem za dobrobit društva i dovodi do usporavanja ekonomskog razvoja. Sa druge strane, porast broja stanovnika i srazmerno uvećane ekonomske aktivnosti uslovile su povećanje potrebe za vodnim resursima, kojih ima sve manje i koji su sve lošijeg kvaliteta. Smanjenje količine i istovremeno pogoršanje kvaliteta vode ima negativan uticaj, ne samo na ljude, već i na akvatične ekosisteme, tako što osiromašuje vodeni svet u vodotocima. Smatra se da su ljudske aktivnosti upravo te koje uzrokuju značajno pogoršanje kvaliteta voda. Neki od ključnih procesa i aktivnosti koji mogu dovesti do narušavanja kvaliteta površinskih voda su: ispuštanje opasnih supstanci iz procesa industrijske proizvodnje i putem komunalnih otpadnih voda, zagađenje opasnim i štetnim materijama prilikom akcidenata, kao i difuzno zagađenje sa poljoprivrednih površina. Pored antropogenih uticaja, klimatski i hidrološki uslovi (temperatura vazduha, padavine, evaporacija, srednji nivo vode, varijacije protoka) takođe mogu uticati na promene u kvalitetu površinske vode, dok klimatske nepogode, kao što su obilne padavine koje uzrokuju poplavne talase u velikoj meri mogu dovesti do pogoršanja kvaliteta voda.

Svi navedeni razlozi nedvosmisleno ukazuju na neophodnost sprovođenja hitnih mera širom sveta u svetu integrisanog upravljanja vodnim resursima, što podrazumeva redovno ispitivanje kvaliteta površinskih voda, kako na lokalnom, tako i na nacionalnom nivou. U današnje vreme, kada nedostatak sredstava i ograničenja u ljudskim ograničavaju obuhvat i učestanost redovnih merenja, brzo i pouzdano dolaženje do podataka se može postići korišćenjem alatki za predviđanje vrednosti parametara kvaliteta voda, i to po srazmerno niskoj ceni. Veštačke neuronske mreže su široko primenljive i do danas primenjene kao efikasan alat za predviđanje parametara kvaliteta voda, a naročito su se dobrim pokazale za predviđanje kiseoničnih parametara kvaliteta voda.

Osnovni cilj istraživanja opisanih u ovoj doktorskoj disertaciji je predviđanje kiseoničnih parametara kvaliteta površinskih voda, primenom modela zasnovanih na veštačkim

neuronskim mrežama, uz korišćenje indikatora održivosti, industrijskih i ekonomskih indikatora, kao i drugih parametara kvaliteta voda u vidu ulaznih promenljivih modela. Predmet ove doktorske disertacije je razvoj modela za predviđanje: nivoa biološke potrošnje kiseonika (BPK) na nacionalnom nivou, predviđanje nivoa BPK u reci Dunav, na toku reke kroz Republiku Srbiju, kao i predviđanje sadržaja rastvorenog kiseonika u reci Dunav, uz ispitivanje performansi različitih veštačkih neuronskih mreža korišćenih u istraživanju.

Prepostavka o nelinearnoj matematičkoj povezanosti nezavisnih parametara, među kojima su pored indikatora održivog razvoja, ekonomskih i industrijskih indikatora, korišćeni parametri kvaliteta voda, predstavljala je nultu hipotezu prilikom modelovanja. Upravo iz tog razloga korišćene su veštačke neuronske mreže koje imaju sposobnost da uspešno predviđaju vrednosti izlaznog parametra koji je nelinarno povezan sa ulaznim parametrima.

Imajući u vidu cilj i predmet istraživanja, kao i postavljenu nultu hipotezu, doktorska disertacija je podeljena na 10 poglavlja.

U delu koji se bavi teorijskim razmatranjima detaljnije je predstavljena problematika kvaliteta površinskih voda u kontekstu održivog razvoja, predstavljeni su kiseonični parametri i monitoring sa graničnim vrednostima u Republici Srbiji (poglavlje 2.). Takođe, opisani su klasični modeli za modelovanje kvaliteta voda (poglavlje 3.) kao i karakteristike, vrste, primena i procedure za optimizaciju veštačke neuronske mreže (poglavlje 4.).

U eksperimentalnom delu opisana je procedura razvoja modela zasnovanog na veštačkoj neuronskoj mreži za predviđanje kiseoničnih parametara, dat je opis terena na kome su vršena istraživanja i izložen je proces prikupljanja i analize ulaznih podataka, kao i pregled statističkih pokazatelja performansi (poglavlje 5.).

Rezultati i diskusija predstavljeni su kroz četiri poglavlja: u okviru poglavlja 6. opisano je predviđanje nivoa BPK na nacionalnom nivou za 20 država koje su redovno izveštavale prema Evropskoj kancelariji za statistiku u periodu od 2000. do 2008. godine; u okviru poglavlja 7. predstavljeno je modelovanje nivoa BPK vrednosti na toku reke Dunav kroz Republiku Srbiju, korišćenjem 18 parametara kvaliteta voda koji se redovno prate na 17

stanica za monitoring u vidu ulaznih promenljivih. Veštačke neuronske mreže se često primenjuju za predviđanje nivoa rastvorenog kiseonika, ali se takođe često proverava samo njihova sposobnost za interpolaciju. Iz tog razloga, u okviru poglavlja 8. predstavljen je razvoj modela za predviđanje sadržaja rastvorenog kiseonika u reci Dunav, na kome je, pored interpolacije, ispitana njegova sposobnost za ekstrapolaciju, kao i ocenjena zavisnost između značaja ulaza i greške predviđanja prilikom korišćenja vrednosti koje odstupaju iz opsega obuke. Na kraju, u okviru poglavlja 9. prikazana je primena metode simultane optimizacije ulaznih faktora za određivanje sadržaja rastvorenog kiseonika, tako što je ANN model kuplovan sa eksperimentalnim dizajnom i RSM metodologijom.

Na samom kraju je u okviru zaključka dat kratak pregled istraživanja sa opisom potencijalne primene dobijenih modela za predviđanje koncentracije BPK i rastvorenog kiseonika u površinskoj (rečnoj) vodi.

## **TEORIJSKI DEO**

### **2. Kvalitet površinskih voda**

#### **2.1.Kvalitet površinskih voda u kontekstu održivog razvoja**

Okvirnom direktivom o vodama Evropske unije [EC, 2000] postavljeni su visoki standardi kvaliteta površinskih voda. Uvedeni su novi kriterijumi za ocenu i upravljanje vodama, tako što su postavljeni uniformni standardi u vidu normi i preciziran vremenski okvir za dostizanje najmanje dobrog statusa voda, uz zahtev za sveobuhvatnom ekološkom ocenom i definicijom ekoloških ciljeva za izuzetno izmenjena vodna tela, kao što je npr. Dunav [Weller i Liska, 2011]. U cilju primene ove Direktive u prekograničnom slivu Dunava, izrađuje se Plan upravljanja rekom Dunav koji se ažurira svakih šest godina, radi praćenja napretka u dostizanju ciljeva i definisanja budućih zajedničkih aktivnosti svih 14 dunavskih zemalja, uključujući Republiku Srbiju. Poslednji plan objavljen je 2015. godine i daje ažuriranu ocenu glavnih uticaja na vode dunavskog sliva, kao što su zagađenje organskim supstancama, nutrijentima, opasnim i štetnim materijama, kao i hidro-morfološke izmene [ICPDR, 2015a].

Usvajanje regulativa, kao što su Direktiva EU za tretman urbanih otpadnih voda [EEC, 1991a; EC, 1998] i Nitritna direktiva [EEC, 1991b], sa merama za njihovu primenu, dovelo je do značajnog smanjenja tačkastog zagađenja poslednjih decenija. Bez obzira na to, izlivanje otpadnih voda iz kanalizacionih sistema, kao i ispuštanje efluenta iz postrojenja za prečišćavanje otpadnih voda i industrija i dalje dovode do zagađenja evropskih vodnih resursa [EEA, 2012a]. Zagađenje rečne vode može se povezati sa vrstom otpadne vode poreklom iz urbanih, industrijskih i poljoprivrednih aktivnosti koja dospeva u površinske i podzemne vode [Vittori Antisari i saradnici, 2010].

Tehnički savetodavni odbor Svetskog partnerstva za vode (engl. *World Water Partnership*) je 2002. godine na Svetskom samitu o održivom razvoju u Johanesburgu definisao pojam integrisanog upravljanja vodnim resursima kao proces koji promoviše

koordinirani razvoj i upravljanje vodama, zemljištem i srodnim resursima u cilju dostizanja maksimuma ekonomskog i društvenog blagostanja na pravedan način, bez ugrožavanja održivosti bitnih ekosistema [Rahaman i Varis 2005]. Kvalitet površinskih voda je važan segment integrisanog upravljanja vodnim resursima koji je sada širom sveta priznat kao put za efikasan, pravedan i održiv razvoj i upravljanje svetskim ograničenim vodnim resursima i koji uspešno savladava suprotstavljene potrebe [UNDESA, 2014]. Sa druge strane, nakon Strategije održivog razvoja usvojene 1992. godine, države članice Ujedinjenih nacija su se obavezale da integrišu principe održivog razvoja u nacionalne politike i programe, odnosno da formulišu, razrade i usvoje nacionalne strategije održivog razvoja. Mehanizam za primenu strategije podrazumeva skup indikatora za praćenje, tj. indikatore održivog razvoja koji su određeni tako da budu međunarodno uporedivi.

Utvrđivanje kvaliteta površinske vode je bitan segment integrisanog upravljanja vodnim resursima, ali takođe i jedna od ključnih tematika održivog razvoja, u okviru koje se izrađuju nacionalni indikatori prema metodologiji i uputstvima sadržanim u paketu indikatora održivog razvoja. Među indikatorima održivog razvoja značajno mesto zauzima biološka potrošnja kiseonika slatkovodnih resursa kao mera stanja reke u kontekstu količine biorazgradivog organskog zagadenja poreklom od otpadnih voda iz domaćinstava, industrija i sa dubrenih poljoprivrednih površina [EEA, 2015]. Ovde treba naglasiti da je biološka potrošnja kiseonika u vodama rečnih slivova jedini indikator kvaliteta voda koji je svaka članica EU u obavezi da prati i izveštava prema Evropskoj kancelariji za statistiku (engl. *Statistical Office of the European Union, Eurostat*). Eurostat prikuplja podatke o BPK od svih evropskih zemalja i na redovnom nivou objavljuje ovaj indikator u okviru 8. teme, koja se bavi prirodnim resursima.

## **2.2.Kiseonični parametri u vodama**

Kiseonik u vodu dospeva rastvaranjem iz vazduha, putem pritoka, i nakon završenog procesa fotosinteze, a troši se putem respiracije akvatičnog živog sveta i njegovog raspadanja, kao i na hemijske reakcije koje se odvijaju u vodi. Brojni parametri kvaliteta voda se prate kako bi ukazali na status rečne vode i usmerili donosioce odluka ka primeni

optimalnih i održivih mera. Iz iskustva je poznato da kvalitet rečne vode u blizini naseljenih i/ili industrijskih i poljoprivrednih zona opada sa dužinom njenog toka, intenzitetom koji zavisi od industrijskih, poljoprivrednih i drugih antropogenih aktivnosti u slivu. Pored biološke potrošnje kiseonika (BPK), pri analizi kvaliteta vode i utvrđivanju izvora zagađenja određuju se i sledeći parametri: hemijska potrošnja kiseonika (HPK), amonijum-jon, nitrati, nitriti i fosfati [Kotti i saradnici, 2005]. Pored BPK i HPK ispituje se i sadržaj rastvorenog kiseonika, koji ukoliko je nizak može imati dramatične posledice po akvatičnu sredinu [EEA, 2012b]. Sadržaj rastvorenog kiseonika direktno ukazuje na status akvatičnog ekosistema i njegovu sposobnost da održi akvatični život. Iako se u vodotocima (a naročito brzim potocima) rastvara više kiseonika nego u stajaćoj vodi, rastvoreni kiseonik se smatra najugroženijim od svih parametara kvaliteta voda, imajući u vidu da je ponovna aeracija spor proces i blisko povezan sa stvaranjem kiseonika fotosintetskom aktivnošću akvatičnih biljaka [Araoye, 2009].

Dakle, potrošnja kiseonika u vodama se može izraziti preko biološke potrošnje kiseonika ili hemijske potrošnje kiseonika, pri čemu oba pokazatelja predstavljaju meru zagađenja vode. Biološka potrošnja kiseonika (BPK) se odnosi na količinu kiseonika koja je potrebna za biološku oksidaciju (razgradnju) organskog sadržaja u vodi. On predstavlja približnu količinu biorazgradive organske materije u vodi i upućuje na informaciju o obimu zagađenja vode [Marcotullio 2007]. Iz tog razloga uspostavljen je kao najznačajniji parametar kvaliteta voda koji je neophodan za identifikaciju i primenu strategija za očuvanje vodnih resursa [Basant i saradnici, 2010]. Uopšteno, nivo BPK zavisi od ispuštanja otpadnih voda (industrijski efluent, postrojenja za prečišćavanje, neprečišćena komunalna otpadna voda) i oticaja sa poljoprivrednog zemljišta [EEA, 2012b]. Sa druge strane, hemijska potrošnja kiseonika (HPK) je mera prisustva oksidabilnih supstanci, nezavisno od toga da li su biorazgradive ili ne. Za laboratorijska ispitivanja HPK koriste se jaka oksidaciona sredstva kao što je kalijum-dihromat –  $K_2Cr_2O_7$ . Količina utrošenog dihromata jednaka je količini kiseonika potrebnoj da oksiduje svu zagađujuću materiju u vodi. BPK se određuje manometrijski pre i posle 5 dana inkubacije u odsustvu svetlosti na  $20^{\circ}C$  (i tada se obeležava kao  $BPK_5$ ). U principu, velika razlika između BPK i HPK vrednosti, gde je druga vrednost veća od prve, ukazuje na prisustvo supstanci koje nisu podložne biorazgradnji. Dodatno, visoke vrednosti BPK

ukazuju na nisku koncentraciju rastvorenog kiseonika ili čak nedostatak kiseonika u vodi [Singh i saradnici. 2009].

### **2.3. Monitoring i granične vrednosti u Republici Srbiji**

Granične vrednosti BPK i sadržaja rastvorenog kiseonika na nacionalnom nivou definišu nadležne institucije svake države. U Republici Srbiji, prema Pravilniku o parametrima ekološkog i hemijskog statusa površinskih voda i parametrima hemijskog i kvantitativnog statusa podzemnih voda [„Sl.glasnik RS“, br. 74/2011] ovi parametri spadaju u fizičke i fizičko-hemijske parametre ocene ekološkog statusa. U Tabeli 1. date su granične vrednosti BPK i rastvorenog kiseonika na osnovu kojih se reke, prema tipu i prema statusu, svrstavaju u određenu klasu ekološkog statusa.

**Tabela 1.** Klasifikacija ekološkog statusa reka u Republici Srbiji [„Sl.glasnik RS“, br. 74/2011]

<b>Parametar</b>	<b>Granice između klasa ekološkog statusa <sup>1</sup></b>			
	<b>I-II</b>	<b>II-III</b>	<b>III-IV</b>	<b>IV-V</b>
<b>Tip 1 - velike nizijske reke, dominacija finog nanosa</b>				
<i>BPK, mg O<sub>2</sub>/l</i>	2,0	5,0	8,0	20,0
<i>Rastvoren i kiseonik, mg O<sub>2</sub>/l</i>	8,5 <sup>2</sup>	7,0	5,0	4,0
<b>Tip 2 - velike reke, dominacija srednjeg nanosa, izuzev reka područja Panonske nizije</b>				
<i>BPK, mg O<sub>2</sub>/l</i>	1,8	4,5	6,0	20,0
<i>Rastvoren i kiseonik, mg O<sub>2</sub>/l</i>	8,5	7,0	5,0	4,0
<b>Tip 3 - mali i srednji vodotoci, nadmorska visina do 500 m, dominacija krupne podloge</b>				
<i>BPK, mg O<sub>2</sub>/l</i>	1,5	5,0	6,0	20,0
<i>Rastvoren i kiseonik, mg O<sub>2</sub>/l</i>	8,5	7,0	5,0	4,0
<b>Tip 4 - mali i srednji vodotoci, nadmorska visina preko 500 m, dominacija krupne podloge</b>				
<i>BPK, mg O<sub>2</sub>/l</i>	1,8	4,0	6,0	20,0
<i>Rastvoren i kiseonik, mg O<sub>2</sub>/l</i>	8,5	7,0	5,0	4,0
<b>Tip 5 - vodotoci područja Panonske nizije, izuzev vodotoka svrstanih u Tip 1</b>				
<i>BPK, mg O<sub>2</sub>/l</i>	2,5	5,0	8,0	20,0
<i>Rastvoren i kiseonik, mg O<sub>2</sub>/l</i>	8,0	6,0	5,0	4,0
<b>Tip 6 - mali vodotoci izvan područja Panonske nizije koji nisu obuhvaćeni Tipom 3 i 4, kao i vodotoci koji nisu obuhvaćeni Pravilnikom o utvrđivanju vodnih tela površinskih i podzemnih voda („Sl.glasnik RS“, broj 96/10)</b>				
<i>BPK, mg O<sub>2</sub>/l</i>	1,5	4,0	8,0	20,0
<i>Rastvoren i kiseonik, mg O<sub>2</sub>/l</i>	8,5	7,0	5,0	4,0

<sup>1</sup> I važi za odličan, II-dobar, III-umeren, IV-slab i V-loš status

<sup>2</sup> i manje ukoliko je prirodna vrednost manja

Prikazane granične vrednosti potvrđuju činjenicu da je nivo rastvorenog kiseonika obrnuto srazmeran nivou BPK, odnosno što je veći stepen organskog zagađenja to je koncentracija rastvorenog kiseonika u vodi manja.

Uspostavljanje sistematskog praćenja statusa voda u Republici Srbiji propisano je Zakonom o vodama [„Sl.glasnik RS“, br. 30/2010 i 93/2012] na osnovu kojeg se donosi godišnji program monitoringa koji, između ostalog, utvrđuje broj i položaj mernih mesta na površinskim vodama, način, postupak, broj i uslove ispitivanja kvaliteta voda, kao i sadržinu izveštaja o utvrđenom kvalitetu voda. Skup mernih mesta na određenoj teritoriji čini mrežu za monitoring kvaliteta voda, koja je značajan alat u upravljanju i oceni kvaliteta površinskih voda [Costa i Gonçalves, 2011]. Međutim, dobijanje podataka o kiseoničnim parametrima kvaliteta voda putem redovnog monitoringa je vremenski zahtevan proces koji zahteva kvalifikovano osoblje i stabilne resurse za operativne troškove. Dok se neki parametri kvaliteta vode (kao što su pH, temperatura, itd.) mogu tačno izmeriti u terenskim uslovima, određivanje npr. nivoa BPK je vremenski zahtevno jer je neophodno 5 laboratorijskih dana kako bi se završio test. Takođe, laboratorijski uslovi se razlikuju od onih u akvatičnoj sredini, pa se može desiti da dobijeni rezultati budu nereprezentativni. Kiseonik utrošen za disanje algi, oksidaciju amonijaka, ili prisustvo toksičnih supstanci mogu uticati na mikrobološku aktivnost, a samim tim i na vrednost BPK koja će biti drugačija od očekivane za razgradnju iskuljučivo organske materije, s obzirom na to da laboratorijski testovi uzimaju u obzir samo potrošnju kiseonika koji je potreban za oksidaciju opterećenja organskog otpada u datoj zapremini vode [Verma i Singh 2013]. Pored toga, pouzdanost podataka zavisi, ne samo od preciznosti mernih instrumenata kojima se određuje vrednost parametara, ili usvojene analitičke metode za određivanje parametra, već i od načina uzorkovanja [Benedini i Tsakiris, 2013]. Dodatno, za određivanje BPK potrebni su prethodni podaci o koncentraciji rastvorenog kiseonika u vodi [Singh i saradnici, 2009]. Iz navedenih razloga se u poslednje vreme sve više pažnje usmerava na upotrebu modela za predviđanje koncentracije BPK i rastvorenog kiseonika, dok se HPK pre nalazi među ulaznim parametrima prilikom modelovanja, nego što se vrše njegova predviđanja [Basant i saradnici, 2010].

### **3. Modelovanje kvaliteta voda**

#### **3.1.Pregled modela za simulaciju kvaliteta voda**

Prethodno opisana problematika merenja i sakupljanja podataka na primeru kiseoničnih parametara je uticala na usmeravanje istraživanja poslednjih decenija ka pronalaženju modela za predviđanje parametara kvaliteta voda u okviru ocene stanja, koji bi bili niskobudžetni, pouzdani i davali rezultate u kratkom vremenskom periodu.

Koliko je poznato, danas se u svrhu rešavanja problema vezanih za vodne resurse koriste tri tipa modela [Benedini i Tsakiris, 2013]:

- a) Hidraulički (fizički) modeli,
- b) Analogijski modeli (engl. *analogical models*), i
- c) Matematički (statistički) modeli.

Prvi podražavaju realan sistem, odnosno reprodukuju rečni tok u vidu kanala sa svim geometrijskim i morfološkim karakteristikama reke, proporcionalno smanjene radi prilagođavanja laboratorijskom okruženju. Za simulaciju hidroloških procesa koji se odigravaju u rečnom sistemu potrebni su meteorološki parametri, kao i drugi podaci. Pojava (npr. protok) se analizira na osnovu zakona sličnosti i srazmernog smanjenja veličina.

Drugi modeli se zasnivaju na matematičkim formulama koje opisuju različite pojave; one koje je teško analizirati u realnoj sredini objašnjavaju se na osnovu sličnosti sa drugom pojavom za koju važi zakon čiji se matematički izraz može primeniti na ispitivanu pojavu (npr. tok podzemne vode i struje u provodniku).

Za razliku od prethodna dva tipa modela koja se postepeno napuštaju u korist trećih, naročito u oblasti praćenja kvaliteta voda, matematički (statistički) modeli vrše interpretaciju realnih uslova pomoću numeričkih vrednosti usvojenih za kvantifikaciju različitih pojava i njihovih sastavnih komponenti.

Matematički modeli danas predstavljaju važan alat u upravljanju vodnim resursima. Sa razvojem kompjuterskih tehnologija i matematičkih procedura, modeli mogu dati pouzdane rezultate u kratkom vremenskom periodu i po dosta nižoj ceni nego što bi to bio slučaj sa ispitivanjima u prirodnoj sredini, uz uslov da su svi značajni faktori uzeti u obzir prilikom kreiranja modela i da se koriste adekvatni podaci.

Neki od najznačajnijih parametara, odnosno indikatora kvaliteta voda koji se koriste pri modelovanju su: temperatura, pH, rastvoren kiseonik, mutnoća, provodljivost, ukupni organski ugljenik, sadržaj bakterija, sadržaj virusa, hemijska potrošnja kiseonika, biološka potrošnja kiseonika, metali i nemetali (Cr, Cd, Ni, As, Hg, Na, Br...), fosfati, jedinjenja azota, organska jedinjenja, suspendovane materije, ukupno rastvorene soli. Pored ovih, bitno je utvrditi i klimatološke i hidrološke uslove u vodnom telu, a naročito padavine, protok i nivo vode, jer koncentracija zagađujuće materije u vodnom telu zavisi od stepena razblaženja. Tako će pri konstantoj količini ispusta koji sadrži konstantnu količinu zagađujuće materije, njena koncentracija u prijemniku biti veća u sušnom periodu, odnosno niža u periodu obilnih padavina.

Promenljiva koja se koristi u modelu, bila ona ulazna ili izlazna promenljiva, je funkcija vremena i prostora, npr. za slučaj koncentracije rastvorenog kiseonika koji se izražava u mg O<sub>2</sub>/l i ovde obeleži sa  $C$ , važiće  $C=C(x, y, z; t)$ . U literaturi je data sledeća definicija ulaznih i izlaznih promenljivih modela: „Ulagne promenljive modela su one promenljive kojima je pripisana početna vrednost. Izlazna promenljiva modela je ona promenljiva koja se dobija primenom modela, a čija vrednost zavisi od ulaznih promenljivih“ [Benedini i Tsakiris, 2013].

Formule ili zavisnosti koje povezuju promenljive omogućavaju da se za zadati ulaz dobije određeni izlaz. Na osnovu zavisnosti među promenljivama, modeli se dele na:

- a) Determinističke modele, kod kojih se veza između promenljivih može izraziti matematičkom funkcijom, i
- b) Probabilističke ili stohastičke modele, kod kojih se međuzavisnost zasniva na verovatnoći pojave.

Modeli se međusobno razlikuju i po tome da li se koncentrišu na jedan određeni problem (kao što je npr. osiromašenje vode rastvorenim kiseonikom), ili se bave širom tematikom

koja uključuje više problema. Takođe, neki modeli su specijalizovani za određena vodna tela, npr. jezera ili reke. Drugi pak mogu biti primenjeni na više tipova vodnih tela. Treba imati u vidu da svaki model ima karakteristike i zahteve u vidu broja i vrste potrebnih podataka, te pri izboru modela posebno treba obratiti pažnju na dobre strane, ograničenja, ali i zahteve za podacima. U poslednjim decenijama, razvijeno je na destine modela za identifikaciju zagađenja, ponašanja i subbine zagađujućih materija, kao i ocenu kvaliteta voda uopšte. Upotreba ovih modela je od velikog značaja u izradi procene uticaja na životnu sredinu, i može biti od naročite koristi donosiocima odluka u proceduri odobrenja izgradnje postrojenja – potencijalnog zagađivača [Wang i saradnici, 2013].

U narednom poglavlju, posebna pažnja će biti posvećena matematičkim modelima.

### **3.2. Matematički (klasični) modeli za simulaciju kiseoničnih parametara u vodi**

Klasično matematičko modelovanje rastvorenog kiseonika uvedeno je još 1925. godine. Prema teorijskom modelu koncentracija rastvorenog kiseonika u vodi zavisi isključivo od dva faktora: potrošnje kiseonika za procese oksidacije i unošenja kiseonika atmosferskom reaeracijom. Teorijske jednačine su korištene za proračun varijacija koncentracije rastvorenog kiseonika nizvodno od tačkastog izvora zagađenja, tj. za predviđanje minimalne koncentracije rastvorenog kiseonika pri određenom opterećenju. One su takođe poslužile kao osnova u kasnijim istraživanjima koja su se bavila razvojem modela za predviđanje kvaliteta voda. Međutim, nedostatak matematičkih modela je taj što ne uzimaju u obzir ostale procese koji bitno utiču na varijacije sadržaja rastvorenog kiseonika, kao što je proces fotosinteze pri kome nastaje kiseonik, ali i respiracije i oksidacije organskih i azotnih otpadnih materija u vodi, pri kojima se on troši. Za simulaciju rastvorenog kiseonika u rečnoj vodi pomoću matematičkog modela, neophodno je jednačinama uključiti sve fizičke, hemijske i biološke procese koji figurišu u akvatičnom sistemu. Parametri koji se koriste u modelu dobijaju se na osnovu merenja, teorijskih razmatranja ili uzajamnih veza definisanih na osnovu iskustva. Ovakav model

zahteva veliki broj podataka, a ako se radi o dinamičkom sistemu, potrebne su i vremenske serije neophodnih podataka [Cox, 2003a].

Pregled modela za simulaciju rastvorenog kiseonika u nizijskim rekama prikazan je u literaturi [Cox, 2003b]. U pitanju su: jednostavniji modeli SIMCAT<sup>1</sup> i TOMCAT, zatim nešto složeniji QUAL2E, tj. naprednija verzija QUAL2K<sup>2</sup> i QUASAR<sup>3</sup>, i složeni model MIKE-11<sup>4</sup> kao i ISIS<sup>5</sup>. Ovi modeli su u širokoj upotrebi u vodoprivrednim preduzećima i vladinim agencijama za životnu sredinu koje ih koriste za rutinska osmatranja, ali i kao istraživački alat za planiranje unapređenja kvaliteta voda.

Stohastički modeli (SIMCAT i TOMCAT) koriste tehniku Monte Karlo simulacija o kojoj će kasnije biti više reči. Svaki od navedenih modela posmatra rečni sistem kao složenu celinu podeljenu na segmente čije su granice određene pritokama ili drugim značajnim tačkama (npr. tačkastim izvorom zagadenja). Svi modeli koriste diferencijalne jednačine održanja mase za izračunavanje koncentracije rastvorenog kiseonika.

**SIMCAT (od engl. SIMulation of CATchements)** je razvila Agencija za životnu sredinu Velike Britanije. U pitanju je jednodimenzionalni, stohastički i deterministički model koji se koristi za predviđanje kvaliteta rečne vode. Promena koncentracije rastvorenog kiseonika predstavlja se na osnovu veze između BPK, temperature i stepena reaeracije i računa se prema formuli:

$$\frac{dC}{dt} = -K_r L + K_a (C_s - C) \quad (1)$$

gde je  $C$  koncentracija rastvorenog kiseonika,  $C_s$  koncentracija zasićenja,  $L$  nivo BPK ,  $K_r$  je brzina mikrobiološke razgradnje organske materije, dok je  $K_a$  koeficijent brzine reaeracije koji se određuje empirijski. Ulagne promenljive su godišnji proseci i standardne devijacije sledećih distribucija: *Constant, Normal, log-normal i tropometarski log-*

<sup>1</sup> dostupan na zahtev upućen Agenciji za zaštitu životne sredine Velike Britanije

<sup>2</sup> više detalja se može pronaći na internet strani <http://www.qual2k.com/>

<sup>3</sup> model se može preuzeti na internet strani Centra za ekologiju i hidrologiju u Ualingfordu: <https://www.ceh.ac.uk/services/pc-quasar>

<sup>4</sup> više detalja je dostupno na internet strani Danskog Instituta za hidrauliku:

<https://www.mikepoweredbydhi.com/products/mike-11> dok se model može preuzeti na internet strani: <https://www.mikepoweredbydhi.com/download/mike-2017/mike-11?ref=%7b48049242-9F00-48BE-82FA-7D0C1820F7A8%7d>

<sup>5</sup> više informacija o poslednjoj verziji modela se može pronaći na internet strani kompanije CH2M: <https://www.ch2m.com/node/14446>

*normal*. Za svaku iteraciju model nasumično bira vrednosti iz datih distribucija ulaznih parametara, uzimajući u obzir unapred definisane korelacije između protoka i drugih promenljivih na različitim lokacijama. Izlazne informacije iz jednog segmenta koriste se kao ulazni podaci u sledećem.

Prepostavka ovog modela je potpuno i trenutno mešanje, jednak brzina kretanja čvrste materije i vode i nepromenljivost stanja tokom vremena, što je s jedne strane ograničenje modela, ali zato omogućava brzu primenu sa relativno malim brojem podataka. Sa druge strane, model ne može dati zadovoljavajuće rezultate kada se izuzmu ključni procesi, kao što su fotosinteza, respiracija, potrošnja kiseonika od strane sedimenta i stepen reaeracije koji zavisi od protoka.

**TOMCAT (od engl. Temporaly Overall Model for CATchments)** je razvilo javno preduzeće „Vode Temze“ u Velikoj Britaniji ranih 1980-ih za proveru ispunjenja standarda kvaliteta voda u skladu sa regulativama. Razlikuje se od prethodnog modela u jednačini za proračun promene koncentracije rastvorenog kiseonika u koju se uvodi proces nitrifikacije:

$$\frac{dC}{dt} = K_a(C_s - C) - \frac{dL}{dt} - 4,57 \frac{d[NH_4]}{dt} \quad (2)$$

U ovoj jednačini  $[NH_4]$  predstavlja koncentraciju amonijaka, a stepen reaeracije se ne određuje empirijski kao kod SIMCAT modela, već na osnovu parametra brzine reaeracije, širine reke i površine poprečnog preseka. Statističke analize uključuju Kolmogorov-Smirnov test i druge testove za ispitivanje poklapanja simuliranih i stvarnih vrednosti.

Radi zadovolenja standarda kvaliteta prijemnika, utvrđuju se potrebne promene na ispustu, kao i u kom periodu treba napraviti te promene. Model zahteva veći broj ulaznih podataka, a pored toga treba voditi računa i o pravilnom odabiru raspodela verovatnoća. Model je brz i jednostavan, a njegova ograničenja se odnose na previše pojednostavljene opise protoka i procesa, te se preporučuje samo za procenu opšteg stanja reke.

**QUAL2E (od engl. river and stream water QUALity)** model je prvobitno nastao 1985. godine i od tada ga je Agencija za zaštitu životne sredine SAD kontinuirano unapređivala. Kao i prethodna dva modela, u pitanju je jednodimenzionalni statični model, te je usled

toga ograničen na periode u kojima su količina ispusta i protok nepromenljivi. Pored hidroloških, ovaj model uzima u obzir uticaj meteoroloških dnevnih varijacija na koncentraciju rastvorenog kiseonika i uključuje procese disanja sedimenata, što ga čini kompleksnijim od prethodno opisanih modela. U skladu sa navedenim, u jednačinu za proračun koncentracije rastvorenog kiseonika uvedeni su azotni i fosforni procesi, disanje algi, BPK, atmosferska reareacija i potrošnja kiseonika na sedimente:

$$\frac{dC}{dt} = K_2(C_s - C) + (\alpha_3\mu - \alpha_4\rho)A - K_1L - \frac{K_4}{d} - \alpha_5\beta_1[NH_4] - \alpha_6\beta_2[NO_2] \quad (3)$$

gde je  $K_2$  brzina reaeracije,  $\alpha_3$  brzina fotosintetske proizvodnje kiseonika po jedinici rasta algi,  $\mu$  je brzina rasta biomase,  $\alpha_4$  brzina trošenja kiseonika za disanje algi,  $\rho$  se odnosi na brzinu disanja, tj. konverziju azota i fosfora u organski azot i fosfor,  $K_4$  je brzina potrošnje kiseonika preko sedimenata,  $d$  je dubina,  $\alpha_5$  i  $\alpha_6$  su redom brzina potrošnje kiseonika po jedinici oksidisanog amonijaka i oksidisanog nitrita, dok je  $\beta_1$  odnosno  $\beta_2$  koeficijent biološke oksidacije amonijaka, odnosno nitrita.

Mana modela ogleda se u nedostatku dinamičke komponente kako bi se mogla ispitati kratkoročna promena, npr. dnevne varijacije koncentracije. Dodatno, model može ispitati samo jedan uticaj u segmentu, npr. ispust u prijemnik ili zahvatanje, a nikako oba.

**QUASAR** (od engl. **QUAlity Simulation Along River systems**) model je razvio tim naučnika iz Instituta za hidrologiju u Valingfordu u Velikoj Britaniji kasnih 1980-ih [Whitehead i saradnici, 1997]. Ovaj model je dostupan i u pojednostavljenoj verziji za edukativne svrhe kao HERMES i za konsultantsku upotrebu kao QUESTOR. U pitanju je dinamički jednodimenzionalni model koji opisuje transport i transformaciju čvrstih materija duž rečnog toka. Svi procesi koji imaju uticaj na koncentraciju rastvorenog kiseonika (photosinteza, disanje, potrošnja kiseonika za sedimente, reaeracija, nitrifikacija i BPK) uključeni su u jednačinu:

$$\frac{dC}{dt} = \frac{1}{\tau}(C' - C + WEIR) + P - R - K_3C + K_4(C_s - C) - 4,57K_1[NH_4] - K_5L \quad (4)$$

gde se  $WEIR$  odnosi na povećanje koncentracije rastvorenog kiseonika usled prisustva brane, ili drugih struktura (izračunava se empirijski),  $\tau$  je vreme zadržavanja u segmentu reke, tj. vreme transporta,  $C'$  je koncentracija koja ulazi u posmatrani segment,  $C$  koncentracija u segmentu,  $P$  je brzina fotosintetske proizvodnje kiseonika,  $R$  je brzina trošenja kiseonika za disanje,  $K_3$  je koeficijent trošenja kiseonika za sedimente,  $K_4$  koeficijent brzine reaeracije, dok je  $K_5$  koeficijent BPK.

Promena BPK se izračunava prema sledećoj jednačini:

$$\frac{dL}{dt} = \frac{1}{\tau} (L' - L) - K_5 L - K_{10} L + K_{11} Chla \quad (5)$$

U kojoj je  $K_{10}$  koeficijent sedimentacije,  $K_{11}$  koeficijent povećanja BPK usled odumiranja algi, dok je  $Chla$  koncentracija hlorofila-a koja predstavlja biomasu (alge).

Model zahteva veliki broj ulaznih podataka: strukturu sliva i geografske informacije, granične uslove, tj. protoke i kvalitativne podatke u sistemu, zatim i izmerene vrednosti parametara kao karakteristiku segmenta rečnog sliva. Za razliku od prethodno opisanih modela, QUASAR simultano rešava jednačine, te na taj način osigurava da se nijedan proces predstavljen jednačinom ne dešava pre ili posle drugog. Uz prepostavku da su dostupni neophodni ulazni podaci, ovaj model se može uspešno koristiti za simulaciju koncentracije rastvorenog kiseonika.

**MIKE-11** model je razvio Danski institut za hidrauliku. U pitanju je jednodimenzionalni hidrodinamički model koji vrši simulaciju dinamičkih kretanja u rečnom toku. Najčešću upotrebu našao je u odbrani od poplava, ali takođe i u proceni uticaja ispusta u prijemnik. Broj ulaznih podataka modela zavisi od njihove dostupnosti, te se tako mogu isključiti procesi za koje podaci ne postoje. U zavisnosti od procesa koji mogu uticati na koncentraciju rastvorenog kiseonika i BPK (pri čemu u jednom segmentu rečnog toka ne moraju svi da se odigraju), razlikuju se šest nivoa simulacije; prvi nivo uključuje reaeraciju i temperaturne promene, a poslednji sve procese koji mogu uticati na promenu ispitivanih parametara. Parametri koji figurišu u jednačinama za BPK i rastvoreni kiseonik zavise od izabranog nivoa.

S obzirom na to da je model dinamičan, vremenske serije podataka dodatno povećavaju zahteve za razliku od modela stanja mirovanja QUAL2E. Model je sporiji od QUASAR modela, a broj potrebnih kvalitativnih ulaznih parametara je veći.

Model **ISIS** je u Velikoj Britaniji razvila konsultantska kuća *HR Wallingford* u saradnji sa konsultantom g. *Vilijamom Halkrouom* još 1970-ih. U pitanju je dinamički model korišćen uglavnom u komercijalne svrhe za simulaciju protoka u odbrani od poplava. Kao i MIKE-11, ovaj model predstavlja paket softverskih modula, najsloženiji i najskuplji od svih prethodno opisanih. U okviru modula za analizu vode, simulacija koncentracije rastvorenog kiseonika uzima u obzir sledeće reakcije: potrošnju kiseonika za razgradnju organske materije, nitrifikaciju amonijaka do nitrita, oksidaciju nitrita do nitrata, atmosfersku reaeraciju, fotosintezu i disanje fitoplanktona. Svi navedeni procesi figurišu u jednačini za proračun promene koncentracije rastvorenog kiseonika:

$$\frac{dc}{dt} = -K_f - K_s - 3,43K_{am}[NH_4] - 1,14K_{NO_2}[NO_2] + K_a(C_s - C) + \frac{8}{3}[(P - R)AC - K_{dc}DC] \quad (6)$$

gde su  $K_f$  i  $K_s$  temperaturno zavisni koeficijenti brze i spore reakcije mikrobiološke razgradnje organske materije,  $K_{am}$  je koeficijent nitrifikacije,  $K_{NO_2}$  koeficijent oksidacije,  $AC$  je koncentracija suve mase ugljenika koji potiče od algi (umesto hlorofila-a),  $DC$  je koncentracija zaostalog ugljenika, a  $K_{dc}$  je koeficijent njegove oksidacije.

Za razliku od prethodnih modela, mikrobiološka razgradnja organske materije se ovde ne završava kada koncentracija rastvorenog kiseonika opadne do nule, već se proces nastavlja uz korišćenje kiseonika nastalog denitrifikacijom i redukcijom sulfata do sulfida.

Kao i ostali dinamički modeli, ISIS zahteva poznavanje graničnih uslova protoka i vremenskih serija parametara kvaliteta voda na početku sistema i za svaku pritoku koja je uključena u simulaciju. Pored toga, neophodne su i granične vrednosti nizvodno. Neki od parametara koji su neophodni za modelovanje se retko ili uopšte ne prate na mernim stanicama. Kao i kod MIKE-11 modela, prvo se vrši simulacija protoka duž cele rečne mreže, a zatim se simuliraju kvalitativni parametri. Kompleksnost ovog modela i

nedostatak velikog broja podataka povećavaju nesigurnost modela, dok njegova cena dodatno otežava široku akademsku primenu.

Jednostavni SIMCAT i TOMCAT modeli izuzimaju brojne procese u prirodi, što onemogućava identifikaciju procesa koji imaju značajniji uticaj na koncentraciju rastvorenog kiseonika u vodi. Sa druge strane, složeni modeli, kao što su MIKE-11 i ISIS, zahtevaju previše podataka, a vreme i cena njihove upotrebe ne opravdavaju primenu u akademske svrhe. Stoga je u literaturi [Cox, 2003b] predloženo korišćenje srednje složenog dinamičnog QUASAR modela za simulaciju koncentracije rastvorenog kiseonika u nizijskim rekama, uz napomenu da treba imati u vidu ograničenja modela i kvantifikovati nesigurnosti.

Model koji predlaže Agencija za zaštitu životne sredine SAD [US EPA, 2013] i koji se u literaturi najčešće sreće je **QUAL2K** – napredna modifikacija QUAL2E modela. Za razliku od svog prethodnika, QUAL2K posmatra reku kao segmentirani tok podeljen na više nejednakih delova. Pored ovog, neka od brojnih poboljšanja novog modela su razdvajanje organskog opterećenja (BPK) na sporo-oksidujuće i brzo-oksidujuće supstance, simulacija uslova u vodi (pH, interakcije voda-sediment, itd.), a u zavisnosti od nivoa kiseonika određuje se i redosled reakcija (u uslovima niske koncentracije kiseonika primarno će se odigravati denitrifikacija). Ovaj model se u većini slučajeva koristi za simulaciju transporta zagađujućih materija duž rečnog toka, kao i za simulaciju BPK kao krajnju potrošnju kiseonika (i nakon 5 dana), međutim zahteva mnoštvo različitih ulaznih podataka, kao što su meteorološki parametri, hidrauličke karakteristike reke, kvalitativnu i kvantitativnu karakterizaciju ispusta efluenta, informacije o zahvatanju vode i kvalitet vode na izvoru. Sa druge strane, ovaj model omogućava i određivanje značaja izvora zagađenja, te na taj način pomaže u kreiranju politika smanjenja pritiska na vodne resurse [Vieira i saradnici, 2012].

Uz pomoć ovog modela ispitivane su različite strategije upravljanja kvalitetom voda kako bi se zadovoljila propisana minimalna koncentracija rastvorenog kiseonika na primeru reke Bagmati u Nepalu tokom kritičnog perioda godišnjih suša [Kannel i saradnici, 2007]. Tom prilikom, koeficijent slaganja stvarnih i simuliranih vrednosti rastvorenog kiseonika i BPK tokom validacije iznosio je redom 0,97 i 0,86. Rezultati modela su takođe pokazali

da kombinovana strategija smanjenja opterećenja na ispustu u prijemnik, povećanje protoka i lokalna aeracija mogu doprineti održanju minimalne koncentracije rastvorenog kiseonika u toj reci.

## **4. Veštačke neuronske mreže (ANN)**

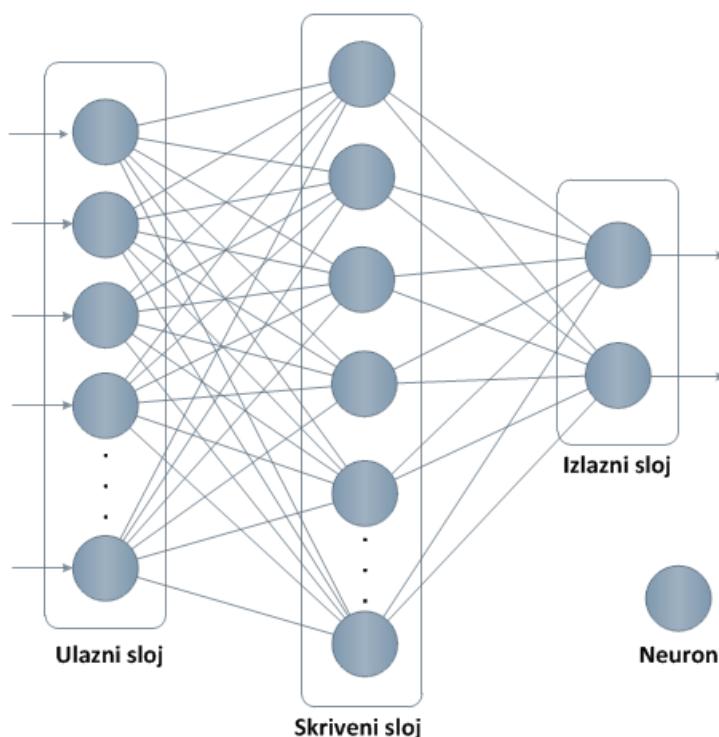
### **4.1.Osnove veštačkih neuronskih mreža**

Iako se tradicionalni pristup u modelovanju kvaliteta voda zasniva na statističkim i determinističkim parametarskim modelima [Singh i saradnici, 2009; Wen i saradnici, 2012], ovi modeli su dosta složeni i zahtevaju veliki broj informacija koje nisu lako dostupne. Takođe, veliki broj faktora koji utiču na kvalitet vode su u međusobnim kompleksnim nelinearnim zavisnostima koje se ne mogu jednostavno objasniti, niti matematički prikazati.

Poslednjih decenija, tehnike zasnovane na podacima kao što su veštačke neuronske mreže (engl. *Artificial Neural Networks, ANNs*) počele su da se intenzivnije koriste u odnosu na metode zasnovane na fizičkim principima. Funkcionišući po principu učenja zavisnosti na osnovu podataka koji im se predstave, ANN su postale moćan alat za predviđanje jer imaju sposobnost da detektuju nelinearne zavisnosti među promenljivama u složenom sistemu, kao što su npr. sistemi vodnih resursa [Awchi, 2014; Hadzima-Nyarko i saradnici, 2014].

ANN je nelinearan kompjuterski sistem koji se sastoji iz velikog broja procesnih jedinica međusobno povezanih po ugledu na nervni sistem. Ovaj sistem je sastavljen od „neurona“ povezanih sinapsama, tako da simuliraju proces učenja sličan procesu učenja u ljudskom mozgu [Balas i saradnici, 2010]. Po ugledu na biološke procese u nervnom sistemu, kod kojih jedinka uči na osnovu iskustva, neuronske mreže se obučavaju na osnovu primera koji im se predstave, usvajajući funkcionalne zavisnosti među podacima. Stoga se ANN smatraju višepromenljivom, nelinearnom, neparametarskom statističkom metodom [Zhang i saradnici, 1998]. Jedan od veoma bitnih faktora u modelovanju neuronskim mrežama je određivanje arhitekture mreže koja će zadovoljiti sve tražene kriterijume. Nezavisne neuronske jedinice se u ANN slažu u slojeve, tako da su slojevi međusobno povezani, ali ne postoji veza unutar sloja. Opštu arhitekturu ANN čine ulazni sloj, jedan ili više skrivenih slojeva i izlazni sloj [Paschalidou i saradnici, 2011]. Na Slici 1. je

predstavljen primer arhitekture troslojne neuronske mreže. Veštačka neuronska mreža funkcioniše tako što se vrednosti dostupnih ulaznih podataka predstavljaju neuronima prvog sloja, gde se svaka ulazna vrednost množi težinskim koeficijentom veze (sa određenom težinom) i prosleđuje dalje neuronima u skrivenom sloju u kome se računa zbir. Na kraju, rezultati se prosleđuju izlaznom sloju gde se porede sa stvarnim (aktuuelnim) vrednostima i konačno predstavljaju kao modelom predviđene vrednosti.



*Slika 1.* Arhitektura troslojne neuronske mreže

Jačina veze između neurona se može numerički izraziti u vidu težinskog koeficijenta [Jahandideh i saradnici, 2009]. Procedura uspostavljanja težinskih koeficijenata (koji ukazuju na značaj ulaza) naziva se algoritam za učenje i on teži da smanji grešku između izlaza koji je dala neuronska mreža za određen skup ulaznih parametara i stvarne (izmerene) vrednosti izlaza.

Proces obučavanja u modelovanju neuronskim mrežama može biti nadgledan i nenadgledan. Nadgledana obuka podrazumeva dodelu početnih vrednosti koeficijentima i njihovo podešavanje kako bi se greška između vrednosti koju je neuronska mreža

predvidela i stvarne izlazne vrednosti smanjila na najmanji mogući nivo [Cardoso i saradnici, 2008]. Prilikom nenadgledanog procesa učenja, neuronskoj mreži se predstavljaju samo ulazni podaci, te na osnovu njih ona sama podešava težinske koeficijente i svrstava ulaze sa sličnim osobinama u klase [Shahin i saradnici, 2008].

U suštini, veštački neuron  $m$  prima skup ulaznih vektorskih signala ( $x_i$ ), određuje i podešava težinske koeficijente ( $w_i$ ) između ulaznog i skrivenog sloja i zatim računa težinski zbir komponenata  $x$  ( $z$ ) tako što množi svaku komponentu  $x_i$  sa koeficijentom  $w_{mi}$  koja odražava značaj ulaza  $i$ :

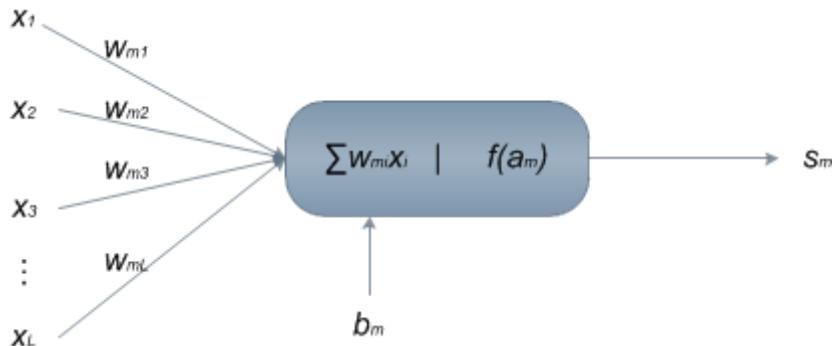
$$z = \sum_{i=1}^L w_{mi}x_i \quad (7)$$

gde je  $L$  broj ulaznih promenljivih predstavljenih neuronskoj mreži. Funkcija aktivacije se zatim koristi da proizvede izlaz neurona. [Cardoso i saradnici, 2008; Melesse i saradnici, 2011]

Aktivacija neurona  $m$ , koja se označava kao  $a_m$ , objašnjava se sledećom jednačinom:

$$a_m = \sum_{i=1}^L w_{mi}x_i + b_m \quad (8)$$

gde je  $b_m$  korektivni faktor koji dozvoljava pozitivnu aktivaciju  $a_m$  kada je  $x_i$  jednak nuli. Numerička izlazna vrednost signala neurona  $m$ , koja se još naziva i *odgovor neurona*, a obeležava kao  $s_m$ , zasniva se na težinskom zbiru svih ulaznih promenljivih i rezultata proračuna funkcije aktivacije  $f(a_m)$  (Slika 2).



*Slika 2.* Šematski prikaz veštačkog neurona  $m$

Proces utvrđivanja nepoznatih koeficijenata  $w_{mi}$  i  $b_m$  neophodnih za aproksimaciju propisane funkcije zapravo predstavlja proces obučavanja, a skup ulaznih podataka – skup podataka za obuku. Skup podataka za obuku služi za ponderisanje modela, skup podataka za validaciju (obično 20% izdvojenih podataka iz ukupnog skupa) služi za izbor modela koji obezbeđuje najbolji nivo generalizacije, dok se skup podataka za testiranje koristi za evaluaciju odabranog modela u odnosu na nove podatke koji se predstave neuronskoj mreži [Dehghani i saradnici, 2014].

Osnovno ograničenje ANN je neophodnost dostupnosti dužih vremenskih serija podaka potrebnih za obučavanje i testiranje neuronske mreže, kako bi se postigli dobri rezultati [Melesse i saradnici, 2011]. Dodatni izazovi u razvoju modela zasnovanog na veštačkoj neuronskoj mreži sagledavaju se u efikasnom izboru ulaznih promenljivih i arhitekture neuronske mreže, kao i unapređenju performansi predviđanja tokom procesa njihovog izbora.

Uspešna primena neuronskih mreža zavisi od mnogo faktora, od kojih su najznačajniji normalizacija i izbor ulaznih promenljivih koje imaju najveći uticaj na izlaznu promenljivu. Ukoliko se veliki broj ulaznih promenljivih unese u model, usporiće vreme obrade i smanjiti efikasnost meže [Arhami i saradnici, 2013]. Sa druge strane, normalizacija se primenjuje kada se opsezi vrednosti promenljivih dosta razlikuju; „sirovi“ podaci se na taj način pripremaju za obučavanje, a sam proces obučavanja biva u tom slučaju brži, a pouzdanost trenirane neuronske mreže veća [Jayalakshmi i Santhakumaran, 2011].

#### **4.2.Sposobnost neuronske mreže da interpolira/ekstrapolira vrednosti**

Iako je ANN metoda koja nije zavisna od funkcije raspodele verovatnoća [Cleophas i Zwinderman, 2013], nekoliko istraživanja je pokazalo unapređenu tačnost predviđanja ANN modela koji su razvijeni korišćenjem odgovarajuće transformacije, primenjene da se smanji asimetrija i devijacija raspodela verovatnoća podataka [Altun i saradnici, 2007; Guh, 2002; Kumar, 2005; Melesse i saradnici, 2011]. Na primer, u jednom istraživanju došlo se do zaključka da je konvencionalna regresija, koja je često nadmašena od strane

ANN, mnogo bolja od ANN za podatke koji imaju izraženu asimetriju raspodele verovatnoća podataka [Kumar, 2005]. Dodatno je zaključeno da je ANN model koji je obučavan sa podacima koji su imali manje varijacija i približno normalnu raspodelu imao bolje performanse u poređenju sa modelom koji je obučavan sa podacima koji su imali više varijacija u vrednostima i ne-normalnu raspodelu [Melesse i saradnici, 2011]. Takođe, u jednom istraživanju je zaključeno da ulazni podaci treba da pokažu normalnu raspodelu kako bi se smanjila verovatnoća preuranjenog zasićenja neurona u skrivenom sloju [Altun i saradnici, 2007].

Podaci iz monitoringa kvaliteta voda često imaju raspodele vrednosti koje odstupaju od normalne raspodele i izraženo su asimetrični tj. „pomereni udesno“ sa visokom varijabilnošću, što je uglavnom uzrokovano postojanjem ekstremno niskih ili visokih vrednosti. Veliki broj transformacija se može iskoristiti za prevodenje „ne-normalnih“ u „normalnu“ raspodelu, kao što su kvadratni koren, logaritamska funkcija i inverzna transformacija (tj. arkus sinus). Logaritamska funkcija se često koristi za transformaciju podataka dobijenih monitoringom kvaliteta voda sa izraženom asimetrijom udesno, jer se ovim uklanjaju ekstremne vrednosti i samim tim ujednačavaju serije podataka [Aqil i saradnici, 2007]. Pored smanjene asimetrije, jednak raspodeljeni i adekvatno transformisani podaci takođe mogu biti podesniji za linearnu analizu. Međutim, rezultati statističke analize prikazani na transformisanoj skali mogu biti teški za razumevanje ili interpretaciju, i mogu biti „pristrasni“ kada se transformišu nazad na originalnu skalu [Meals i Dressing, 2005].

Imajući u vidu da se ANN oslanjaju na pretpostavku da je raspodela podataka konstantna tokom vremena, ANN modeli koji su dobijeni sa prilagođenom normalnom raspodelom mogu postati nepouzdani ukoliko se ta pretpostavka naruši. Dodatno, ANN su poznati kao slabi ekstrapolatori [Tayfur, 2011], te ekstremne vrednosti ulaza, tj. promene u varijabilnosti podataka mogu dovesti do veoma nesigurnih ili čak fizički neobjasnivih predviđanja [Cigizoglu i Alp, 2006].

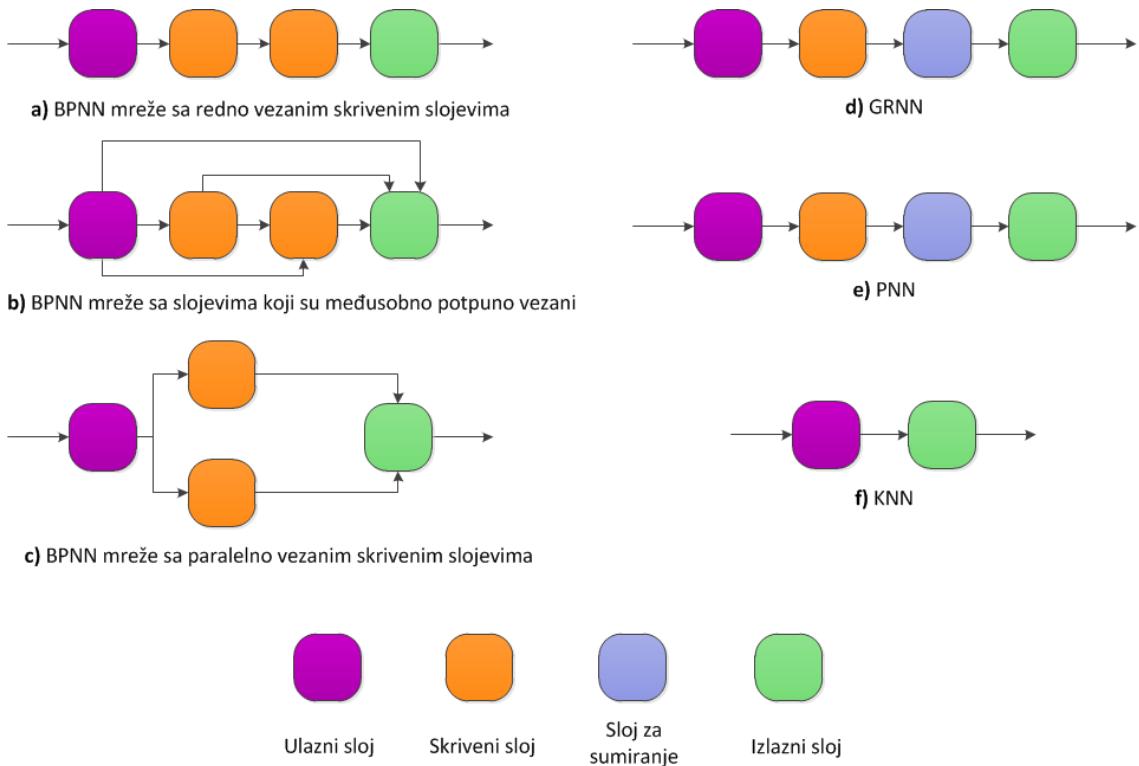
### **4.3. Vrste neuronskih mreža**

Veštačke neuronske mreže se, u odnosu na smer kretanja signala, dele na:

- a) neuronske mreže sa kretanjem signala napred (engl. *feed-forward*), kod kojih se signal kreće od neurona u ulaznom sloju ka neuronu u skrivenom sloju, a zatim ka neuronu u izlaznom sloju;
- b) neuronske mreže sa kretanjem signala u oba smera, između slojeva neurona (engl. *recurrent*); i
- c) neuronske mreže sa skokovitim vezama u kojima je svaki sloj povezan sa svim prethodnim slojevima (engl. *jump connection networks*).

Prvi tip neuronskih mreža je standardan tip, najčešće se koristi u problematici modelovanja kvaliteta voda, a podrazumeva povezanost svakog sloja sa prethodnim slojem i onim ispred njega.

Sa stanovišta primene, jedna od najznačajnijih podela neuronskih mreža je u odnosu na arhitekturu mreže [Pocajt, 1999]. U tom kontekstu, razlikuju se neuronske mreže sa propagacijom greške unazad – BPNN (kod kojih su zastupljeni svi prethodno navedeni tipovi kretanja signala), neuronska mreža sa opštom regresijom – GRNN, probabilističke neuronske mreže – PNN i Kohonenove neuronske mreže – KNN (Slika 3.).



*Slika 3.* Arhitekture a), b), c) BPNN mreža sa standardnom vezom, d) GRNN, e) PNN i f) KNN mreža

Pored neuronske mreže sa propagacijom greške unazad (engl. *Back Propagation Neural Network*, BPNN), dobri rezultati u modelovanju u oblasti zaštite životne sredine dobijeni su i korišćenjem neuronske mreže sa opštom regresijom (engl. *General Regression Neural Network*, u daljem tekstu - GRNN) [Palani i saradnici, 2008]. GRNN se takođe pokazala kao efikasnija alternativa, uvezvi u obzir grešku predviđanja tokom obučavanja i naročito validacije, ali i celokupno vreme obrade podataka [Antanasićević i saradnici, 2012]. Razlika između najčešće korišćenih BPNN i GRNN neuronskih mreža leži u konfiguraciji i algoritmu za obučavanje - GRNN pored skrivenog sadrži i sumarni sloj. Još jedna razlika se ogleda u broju neurona u skrivenom sloju - kod BPNN broj „skrivenih“ neurona je unapred određena vrednost u zavisnosti od broja ulaza i izlaza iz modela.

## 4.4. Prikaz odabranih neuronskih mreža

### 4.4.1. Neuronska mreža sa opšom regresijom

Neuronska mreža sa opštom regresijom (engl. *General Regression Neural Network, GRNN*) je nadgledana neuronska mreža sa jednom iteracijom, što znači da je samo jedno predstavljanje skupa za obuku potrebno kako bi neuronska mreža „naučila“ i proizvela kontinualne izlaze. GRNN koristi funkciju gustine verovatnoća za procenu kontinualnih promenljivih. Sastoje se iz četiri sloja: (i) ulazni sloj, (ii) skriveni sloj, (iii) sumarni sloj i (iv) izlazni sloj, pri čemu je broj neurona u svakom sloju definisan (i) brojem ulaznih promenljivih, (ii) brojem serija podataka za obuku, (iii) brojem izlaznih promenljivih uvećanih za jedan i (iv) brojem izlaznih promenljivih. [Antanasićević i saradnici, 2014b] U slučajevima kada postoji samo jedan izlaz, sumarni sloj se sastoji od dva neurona, jednog koji računa zbir težinskih odgovora skrivenog sloja i drugog koji računa ne-težinske izlaze skrivenog sloja [Heddam, 2014b] S obzirom na to da je GRNN nadgledana neuronska mreža, ona meri rastojanje između serija podataka tokom obučavanja u N-dimenzionalnom prostoru, gde je N broj ulaznih promenljivih, i shodno tome predviđa izlazne vrednosti. Proces obuke između ulaznog sloja i skrivenog sloja je zapravo nenadgledan, dok je obuka između skrivenog i sumarnog sloja nadgledana, sa ciljem da se razlike (srednja kvadratna greška) između izlaza modela i ciljane vrednosti smanje na najmanji mogući nivo [Kim i Kim, 2008]. GRNN ne zahteva vremenski zahtevne probe, kao ni inicijalno podešavanje parametara obuke, što umnogome skraćuje trajanje procesa obuke [Hanna i saradnici, 2007].

Regresija zavisne promenljive  $Y$  na nezavisnu promenljivu  $X$  – izlaz i ulaz modela – predstavljaju proračun najverovatnijeg  $Y$  za svaku vrednost  $X$ . Funkcionalna zavisnost između  $Y$  i  $X$  u slučaju linearne regresije se definiše koeficijentom linearnosti, međutim, u slučaju nelinearne regresije, ova zavisnost se izražava kao funkcija gustine verovatnoća (engl. *Probability Density Function, PDF*), koja se iskustveno utvrđuje na osnovu izmerenih podataka. Ova zavisnost ne mora biti eksplicitno poznata, što je ujedno i prednost ovih modela. Ukoliko je  $f(x,y)$  poznata kontinualna PDF, gde su  $x$  i  $y$  redom

vektorska i skalarna slučajna promenljiva, a  $X$  izmerena vrednost slučajne promenljive  $x$ , regresija  $y$  na  $X$  se može predstaviti sledećom jednačinom:

$$E(y|X) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y f(X,y) dy}{\int_{-\infty}^{\infty} f(X,y) dy} \quad (9)$$

gde su  $x$  i  $y$  vektorska i skalarna slučajna promenljiva, a  $X$  je izmerena vrednost slučajne promenljive  $x$  [Specht, 1991].

U slučajevima gde je gustina  $f(x,y)$  nepoznata, ona mora biti procenjena na osnovu izmerenih vrednosti  $x$  i  $y$ . Ovo se zapravo dešava tokom obučavanja neuronske mreže, kada se verovatnoća  $\sigma$  poznata i kao faktor ujednačavanja (engl. *smoothing factor*) dodeljuje svakom paru  $X$  i  $Y$ , a ukupna procena verovatnoće je zapravo zbir verovatnoće svih uzoraka. Tačnost GRNN modela određuje se upravo uz pomoć faktora ujednačavanja koji predstavlja širinu Gausove krive izračunate za svaku funkciju gustine (raspodele) verovatnoće tokom procesa obučavanja neuronske mreže [Antanasićević i saradnici, 2013a]. Faktor ujednačavanja je podesivi parametar; on bi trebao biti veći od nule i obično se nalazi između 0,01 i 1, što ukazuje na dobar rezultat. Za određivanje odgovarajućeg faktora ujednačavanja koristi se iterativni ili genetski algoritam [Thwin i Quah, 2005; Ward Systems Group, 2008a]. Dakle, faktor ujednačavanja može biti veliki kako bi ublažio vrednosti koje se ističu, ili mali kako bi dozvolio da procenjena površina regresije bude onoliko nelinearna koliko je to potrebno kako bi se bliže aproksimirale izmerene vrednosti  $Y$ .

Algoritam opšte regresije poredi rastojanje između izmerenih vrednosti (ulaznih podataka) i predviđenih vrednosti, na osnovu sledeće jednačine:

$$Y(X) = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i \exp\left(\frac{-D_i^2}{2\sigma^2}\right)}{\sum_{i=1}^n \exp\left(\frac{-D_i^2}{2\sigma^2}\right)} \quad (10)$$

gde je  $Y(X)$  modelovana izlazna vrednost,  $Y_i$  izmerena izlazna vrednost, dok su  $D_i$  i  $\sigma$  prethodno pomenuto rastojanje i faktor ujednačavanja. [Specht, 1991] Iz ove jednačine se može odrediti i uticaj ulaznog parametra na izlaznu vrednost, odnosno značaj ulaza. Ukoliko je ulazni parametar manje značajan, rastojanje  $D_i$  će biti veće, a eksponent manji,

te taj ulazni parametar neće mnogo uticati na konačni zbir, tj. na krajnji rezultat predviđanja [Antanasićević, 2014a].

#### 4.4.2. Neuronska mreža sa propagacijom greške unazad

Algoritam sa propagacijom greške unazad (engl. *Back Propagation, BP*) je jednostavan iterativni algoritam koji se primenjuje za nadgledano obučavanje ANN, tj. za određivanje optimalnih težinskih koeficijenata. Oni se u prvoj iteraciji obuke prepostavljaju, a zatim u svakom sledećem ponavljanju koriguju radi smanjivanja greške dobijene prilikom poređenja izmerene i predviđene vrednosti [Rumelhart i saradnici 1986; Shahin i saradnici, 2008]. Postoji nekoliko varijacija osnovnog algoritma, koje se zasnivaju na heurističkom principu i standardnim numeričkim tehnikama optimizacije [Bolanča i saradnici, 2008], ali se najviše koristi BP sa opadajućim gradijentom stope učenja (engl. *gradient descent*).

Kod ovog BP algoritma se podešavanje težinskih koeficijenata vrši u smeru najbržeg opadanja greške, tj. povećanja preciznosti modela, tako da se  $(k+1)$  od ukupno  $k$  iteracija algoritma opisuje na sledeći način:

$$x_{k+1} = x_k - \alpha_k g_k \quad (11)$$

gde je  $x_k$  vektor trenutnih težinskih koeficijenata i korektivnih faktora,  $g_k$  trenutni gradijent greške a  $\alpha_k$  stopa učenja (engl. *learning rate*), koja se može menjati tokom procesa obučavanja. [Ehret i saradnici, 2015]

Neuronske mreže sa propagacijom greške unazad (engl. *Back Propagation Neural Networks, BPNN*) se uglavnom sastoje od 3 ili više slojeva, pri čemu ukupan broj slojeva raste sa porastom broja skrivenih slojeva. Broj neurona u ulaznom ( $N_{us}$ ) i izlaznom sloju ( $N_{is}$ ) jednak je broju ulaznih, tj. izlaznih promenljivih, dok se broj neurona u skrivenom sloju ( $N_{ss}$ ) određuje empirijski (metodom probe i greške) ili se proračunava preko sledeće jednačine:

$$N_{ss} = \frac{N_{us} + N_{is}}{2} + \sqrt{n_{tr}} \quad (12)$$

gde se  $n_{tr}$  odnosi na broj serija podataka koji se koristi za obučavanje neuronske mreže.

Pored zadavanja početnih težinskih koeficijenata, pre puštanja BPNN mreže u rad potrebno je podesiti i stopu učenja kojom se definiše promena težinskih koeficijenata u odnosu na vrednost dobijene greške, kao i impuls kojim se određuje ideo prethodne u novoj vrednosti težinskog koeficijenta. Dodatno, inercija (engl. *momentum*) služi da priguši učestane promene težine i potpomaže ukupnu stabilnost algoritma [Onkal-Engin i saradnici, 2005].

#### **4.4.3. Polinomalne neuronske mreže**

Među mnogim, međusobno različitim arhitekturama ANN, naročito su zanimljive polinomalne neuronske mreže (engl. *Polynomial Neural Network, PNN*). U pitanju je fleksibilna, samo-organizujuća arhitektura neuronske mreže čija struktura, tj. broj slojeva i neurona nije fiksirana unapred, već se definiše tokom procesa učenja [Oh i Pedrycz, 2002]. Štaviše, suprotно konvencionalnim ANN, ključni parametri modela, kao što je broj skrivenih neurona i skrivenih slojeva, određuje se direktno na osnovu podataka koji se predstavljaju neuronskoj mreži. Na ovaj način se izbegava vremenski zahtevna procedura probe i greške. Takođe, s obzirom na to da poseban podskup za validaciju nije potreban za zaustavljanje procesa obučavanja i sprečavanje pretreniranja neuronske mreže, veći deo podataka postaje dostupan za njeno obučavanje. Tokom procesa obuke, PNN bira najznačajnije ulaze, što opet pojednostavljuje proceduru razvoja neuronske mreže, jer na ovaj način nisu potrebni dodatni statistički alati niti određivanje značaja ulaza na osnovu probe i greške. PNN koristi GMDH algoritam (engl. *Group Method of Data Handling, GMDH*) koji je razvijen za potrebe predviđanja, ekstrapolacije sa više promenljivih, prepoznavanje obrasca, otkrivanje znanja i analize podataka (engl. *data mining*) [Workineh i saradnici, 2012]. Prema svom kreatoru [Ivakhnenko, 1970], GMDH algoritam je razvijen za rešavanje složenih problema sa velikom dimenzionalnošću kada je sekvenca u podacima veoma kratka. Jedna od njegovih prvih primena se odnosila na predviđanje akvatičnih populacija u rekama i okeanima [Workineh i saradnici, 2012].

PNN su sastavljene od ulaznog sloja, nekoliko skrivenih slojeva i izlaznog sloja, pri čemu je svaki skriveni neuron odgovoran za obradu dva ulaza i generisanje jednog polinomskog člana [Antanasijević i saradnici, 2016]. PNN su zasnovane na GMDH, koji je induktivan, samo-organizujući algoritam koji modeluje veze između ulaza i izlaza u nelinearnoj formi predstavljenoj u vidu Kolmogorov-Gabor polinoma [Moosavi i saradnici, 2017]:

$$y = a_0 + \sum_i^n a_i x_i + \sum_i^n \sum_j^n a_{ij} x_i x_j + \sum_i^n \sum_j^n \sum_k^n a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (13)$$

gde  $x$  predstavlja ulaz,  $y$  izlaz,  $n$  broj ulaza, a  $a$  regresioni koeficijent.

Tokom procesa obučavanja, GMDH algoritam kreira skup elementarnih funkcija pri čemu složenost raste kroz iterativnu proceduru dajući različite modele, a primena eksternog kriterijuma za izbor optimalnog modela je potrebna u skladu sa Gedelovom teoremom nepotpunosti [Anastasakis i Mort, 2001]. Usled toga, GMDH generiše, validira i bira mnoge alternativne neuronske mreže rastuće složenosti sve dok se ne pronađe „optimalno“ složen model [Barzegar i saradnici, 2017b]. U simulacijama kao što je predviđanje kvaliteta voda, kada nema dovoljno ulaza niti ulaznih vektora, složenost modela može postati velika i može rezultovati nastankom pretreniranog (engl. *overfitting*) modela. Kako bi se ovo sprečilo, primenjuje se statistički parametar kao npr. FCPSE (engl. *Full Complexity Prediction Squared Error, FCPSE*) [Ward systems group Inc., 2008b] kojim se ograničava kompleksnost modela:

$$FCPSE = \frac{\sum(RKis_m - RKis_p)^2}{\sum RKis_m^2} + \frac{C\sigma}{N_p} \quad (14)$$

gde je  $RKis_m$  izmereni sadržaj rastvorenog kiseonika,  $RKis_p$  predviđeni sadržaj rastvorenog kiseonika,  $\sigma$  varijansa izlaza,  $C$  ukupna složenost modela, koja uzima u obzir složenost svakog člana, a  $N_p$  broj podataka za obučavanje. Više detalja o GMDH se može pronaći u literaturi [Farlow, 1981].

Drugi parametri GMDH koje bi trebalo definisati pre procesa obuke su: 1) maksimalan broj ulaza u članu polinoma, 2) stepen polinoma, i 3) broj članova generisanih u prvom skrivenom sloju, koji vrši selekciju značajnih ulaza.

#### **4.5. Primena neuronskih mreža u hidrologiji**

S obzirom na to da veštačke neuronske mreže imaju sposobnost da usvoje nelinearne zavisnosti između promenljivih u složenom sistemu, one se često primenjuju u oblasti hidrologije [Awchi, 2014; Hadzima-Nyarko i saradnici, 2014], kao i za predviđanje različitih parametara u akvatičnom ekosistemu, mada je zabeležena i njihova upotreba u procesima kontrole i optimizacije procesa prečišćavanja otpadnih voda [Mjalli i saradnici, 2007; Kulkarni i Chellam 2010; Pendashteh i saradnici, 2011].

U literaturi [Melesse i saradnici, 2011] se može pronaći primer modelovanja opterećenja rečnog sistema suspendovanim sedimentom, uz variranje ulaznih skupova podataka, period obuke i učestalost monitoringa. U ovom slučaju, model je pokazivao bolje performanse u slučajevima kada su za obuku i testiranje korišćeni skupovi podataka sa manje varijacija i skoro normalnom raspodelom i kada su skupovi podataka bili sačinjeni od dnevnih izmerenih vrednosti. Isto je važilo i kada je duži period primenjen za obuku modela. Dalje, ANN je uspešno korišćen za predviđanje parametra mutnoće vode, koji je bitan upravo zbog visokih investicionih i operativnih troškova turbidimetara u automatskom monitoringu [Iglesias i saradnici, 2014], zatim u integraciji sa GIS softverom za mapiranje podložnosti sliva reke Johor u Maleziji na poplave [Kia i saradnici, 2012]; takođe, bolje performanse u odnosu na tradicionalne metode su postignute korišćenjem ANN modela za procenu dnevne evapotranspiracije [El-Shafie i saradnici, 2014]. U literaturi [Farmaki i saradnici, 2010] se mogu pronaći brojni primeri uspešno primenjenih ANN za modelovanje i predviđanje, procenu kvaliteta voda, klasifikaciju uzorka ili istraživanje korelacije i značaja ulaznih promenljivih. U te svrhe primenjene su višeslojne perceptronske mreže (engl. *Multi-Layer Perceptrons, MLP*), optimizovani modeli zasnovani na Kohonenovim samo-organizovanim mapama (engl. *Self-Organising Maps, SOM*) i neuronske mreže sa Radijalnom aktivacionom funkcijom (engl. *Radial Basis Functions, RBF*). Posebne napomene u pomenutoj literaturi se, između ostalog, odnose na značaj uspostavljanja odgovarajućih početnih težinskih koeficijenata, značaj ispitivanja korelacije među ulaznim promenljivama, kao i uspostavljanje adekvatnog odnosa broja promenljivih i broja uzorka, pri čemu ne treba

preterivati u broju promenljivih. Takođe, navodi se da su se ANN pokazale kao efikasan alat za potrebe grupisanja i klasifikacije, te je preporučena češća primena u ove svrhe.

#### **4.6. Primena neuronskih mreža za predviđanje kiseoničnih parametara**

Veštačke neuronske mreže su primenjivane i za regresionu analizu predviđanja sadržaja rastvorenog kiseonika [Antanasijević i saradnici, 2014c, 2013c; Ay i Kisi, 2012; Heddam, 2014a; Olyaie i saradnici, 2017] i drugih parametara kvaliteta voda [Barzegar i saradnici, 2017a, 2016a; Park i saradnici, 2015]. ANN su takođe korišćene za integraciju različitih statističkih modela u komitetnim mašinama (engl. *committee machines*) primenjenim za predviđanje parametara kvaliteta voda [Nadiri i saradnici, 2013, 2017]. U prethodno pomenutim istraživanjima, autori su testirali različite arhitekture ANN, naime standardnu ANN sa kretanjem signala napred i rekurentne neuronske mreže (kod kojih signal može da se kreće u oba smera), neuronsku mrežu sa opštom regresijom i radikalnim aktivacionim funkcijama, za predviđanje časovnih [Heddam, 2014a], dnevnih [Ay i Kisi, 2012; Olyaie i saradnici, 2017] i mesečnih nivoa rastvorenog kiseonika [Antanasijević i saradnici, 2013c] na jednoj lokaciji, kao i mesečnih predviđanja nivoa rastvorenog kiseonika na nivou celokupne mreže za monitoring [Antanasijević i saradnici, 2014c].

Skorašnja istraživanja usmerena su ka razvoju modela koji bi mogao brzo i pouzdano predvideti kiseonične parametre kvaliteta voda kao što je BPK, i to po niskoj ceni, s obzirom na to da je tradicionalni pristup u modelovanju kvaliteta voda previše složen i zahteva veliki broj ulaznih informacija do kojih je često teško doći [Noori i saradnici, 2012]. Sa ciljem popunjavanja istorijskih praznina u serijama podataka, predviđanja ponašanja u akcidentnim situacijama, ali i pojednostavljenja dugotrajnih i skupih procedura za prikupljanje podataka, neuronske mreže su obično primenjivane zasebno za predviđanje nivoa BPK, HPK i rastvorenog kiseonika, mada se u literaturi može pronaći i simultano predviđanje parametara [Soyupak i saradnici, 2003; Sengorur i saradnici, 2006; Zhao i saradnici, 2007; Ranković i saradnici, 2010; Basant i saradnici, 2010; Verma i Singh, 2013].

Najčešće korišćene neuronske mreže za predviđanje kiseoničnih parametara su neuronske mreže sa kretanjem signala napred obučavane algoritmom sa propagacijom greške unazad. Osnovna razlika između ispitivanih neuronskih mreža ogleda se u broju skrivenih slojeva (najčešće samo jedan) i broju neurona u skrivenom sloju, koji se u slučaju BPNN mreža: a) prepostavlja, b) dobija proračunom na osnovu broja neurona u ulaznom i izlaznom sloju ili broja neurona u ulaznom sloju i broja podataka za obučavanje mreže ili c) određuje metodom probe i greške. Pored ove arhitekture, ispitivane su i performanse neuronske mreže sa opštom regresijom i rekurentne neuronske mreže (engl. *Recurrent Neural Networks*, RNN) za predviđanje koncentracije rastvorenog kiseonika.

Ipak, samo nekoliko istraživanja usredsređeno je na predviđanje BPK u rekama uz pomoć ANN. Tako je ANN uspešno primenjen za predviđanje BPK u reci Melen u Turskoj [Dogan i saradnici, 2009], BPK i rastvoreni kiseonik su prognozirani zasebno i simultano u reci Gomti u Indiji [Singh i saradnici, 2009; Basant i saradnici, 2010], rastvoreni kiseonik, BPK i HPK u reci Karun u Iranu [Emamgholizadeh i saradnici, 2014], a sama koncentracija rastvorenog kiseonika u potoku Faundejšn u SAD [Ay i Kisi, 2012], reci Dunav u Srbiji [Antanasijević i saradnici, 2013c, 2014c], reci Gornji Klamat u SAD [Heddam, 2014a], reci Melen u Turskoj [Sengorur i saradnici, 2006] i reci Delaver u SAD [Olyaie i saradnici, 2017]. Odabrani pregled pomenute literature koja opisuje ANN modele korišćene za predviđanje sadržaja rastvorenog kiseonika na jednoj i više lokacija dat je u Tabeli 2., dok se u Tabeli 3. nalazi pregled literature koja opisuje ANN modele korišćene za predviđanje nivoa BPK.

**Tabela 2.** Pregled ANN modela za predviđanje sadržaja rastvorenog kiseonika (odabir)

Obuhvat lokacija/stanica za monitoring		Jedna lokacija/monitoring stanica				Više lokacija/monitoring stanica			
Autori		Ay i Kisi [2012]		Antanasijević i saradnici [2013c]		Heddam [2014a]	Sengorur i saradnici [2006]	Singh i saradnici [2009]	Wen i saradnici [2013]
Naziv vodotoka (država)		Potok Faundejšn (SAD)		Reka Dunav (Republika Srbija)		Reka Gornji Klamat (SAD)	Reka Melen (Turska)	Reka Gomti (Indija)	Reka Hajhe (Kina)
Podaci	Vremenski period (br. godina)	8		5		3	1 <sup>f</sup>	10	6
	Ukupan br. serija podataka	2063		73		2942	-	960	164
	Način odabira skupa za testiranje	Vremenske serije		Vremenske serije		Nasumičan	Nasumičan <sup>g</sup>	Vremenske serije	Nasumičan
ANN arhitektura (broj neurona u slojevima: U-Sk-I, U-Sk Sk-I, U-P-Su-I <sup>a</sup>		FFNN <sup>c</sup> (3-1-1)	RBNN <sup>d</sup> (3-1-1)	FFNN (4-10-1)	RNN (4-10 1-1)	GRNN (4-61-2-1)	GRNN (4-2942 <sup>e</sup> -2-1)	FFNN (5-3-1)	FFNN (11-23-1)
Algoritam za obuku		BP	Radikalne aktivacione funkcije	BP	BP	Genetski algoritam	-	BP	BP
Indikatori performanse <sup>b</sup>	$R^2$	0,76	0,81	0,76	0,87	0,85	0,98	0,92	0,76
	RMSE (mg/l)	0,610	0,55	0,83	0,59	0,78	0,49	1,90e-04 <sup>h</sup>	1,23
	MAE (mg/l)	0,44	0,40	0,72	0,49	0,60	0,32	-	-
	IA	-	-	0,93	0,97	0,95	0,99	-	-
	FAI.I (%)	-	-	82	100	82	-	-	-

<sup>a</sup> U predstavlja ulazni sloj, I izlazni, Sk skriveni, P podsloj u okviru skrivenog sloja koji sadrži onoliko neurona koliko ima serija podataka za obučavanje [Antanasijević i saradnici, 2013a], dok se Su odnosi na sumarni sloj

<sup>b</sup> statistički indikatori performanse su detaljno opisani u poglavljju 5.4

<sup>c</sup> neuronska mreža sa kretanje signala napred

<sup>d</sup> neuronska mreža sa radikalnim aktivacionim funkcijama

<sup>e</sup> prepostavka

<sup>f</sup> podaci prikupljani na mesečnom nivou u periodu avgust 2000. - septembar 2001. godine

<sup>g</sup> prepostavka

<sup>h</sup> preračunato na osnovu MSE

**Tabela 3.** Pregled ANN modela za predviđanje nivoa BPK: samostalno, paralelno sa predviđanjem sadržaja rastvorenog kiseonika i simultano sa predviđanjem sadržaja rastvorenog kiseonika

Obuhvat lokacija/stanica za monitoring		Više lokacija/monitoring stanica <sup>a</sup>				
Autori		Dogan i saradnici [2009] <sup>b</sup>	Singh i saradnici [2009] <sup>d</sup>	Basant i saradnici [2010] <sup>e</sup>	Emamgholizadeh i saradnici [2014] <sup>f</sup>	
Naziv vodotoka (država)		Reka Melen (Turska)	Reka Gomti (Indija)	Reka Gomti (Indija)	Reka Karun (Iran)	
Podaci	Vremenski period (br. godina)	2	10	10	17	
	Ukupan br. serija podataka	102	960	960	200	
	Način odabira skupa za testiranje	Nasumičan	Vremenske serije	Nasumičan	Nasumičan	
ANN arhitektura (broj neurona u slojevima: U-Sk-I, U-Sk Sk-I, U-P-Su-I		FFNN (8-3-1)	FFNN (11-11-1)	FFNN (11-21-2)	FFNN (9-2 <sup>g</sup> -1)	RBNN (9-15 <sup>g</sup> -1)
Algoritam za obuku		-	BP	BP	BP	Radijalne aktivacione funkcije
Indikatori performanse	$R^2$	0,88	0,77	0,71	0,96	0,85
	RMSE (mg/l)	2,63 <sup>c</sup>	1,38	1,36	2,57	4,86
	MAE (mg/l)	-	-	-	2,05	4,43

<sup>a</sup> u literaturi nije pronađen primer modelovanja za jednu lokaciju/monitoring stanicu

<sup>b</sup> modelovan samo nivo BPK

<sup>c</sup> preračunato na osnovu MSE

<sup>d</sup> u istoj studiji zasebno modelovan nivo BPK i sadržaj rastvorenog kiseonika, jedina razlika u ANN arhitekturi se ogledala u broju neurona u skrivenom sloju

<sup>e</sup> simultano predviđanje nivoa BPK i sadržaja rastvorenog kiseonika

<sup>f</sup> zasebno predviđanje sadržaja rastvorenog kiseonika, BPK i HPK

<sup>g</sup> preračunato na osnovu ukupnog broja neurona iz zaključka studije i poznatog broja ulaznih parametara/neurona i izlaznog parametra/neurona

Pored ispitivanja kiseoničnih parametara u rekama, oni su ispitivani i u jezerima i akumulacijama. Tako je ispitivan dnevni nivo HPK i koncentracija rastvorenog kiseonika u Yuqiao akumulaciji u Kini [Zhao i saradnici, 2007], simultano su procenjene promene koncentracije rastvorenog kiseonika i električne provodljivosti u akumulacionom jezeru Mamasin u Turskoj [Elhatip i Komur, 2008], i izvršeno je predviđanje koncentracije rastvorenog kiseonika u jezeru Gruža kod Knjića [Ranković i saradnici, 2010], kao i u tri različite hidro-energetske akumulacije u Turskoj [Soyupak i saradnici, 2003]. Zapravo, najlošiji rezultat ( $R^2=0,72$ ) je primećen tokom predviđanja koncentracije rastvorenog kiseonika u Te-Chi akumulaciji za vodosnabdevanje na Tajvanu [Kuo i saradnici, 2007].

Istraživanja posvećena modelovanju koncentracije rastvorenog kiseonika su dosta brojnija od onih koje se bave modelovanjem nivoa BPK. S obzirom na povezanost parametara BPK i rastvorenog kiseonika, poznati podaci o nivou BPK su često korišćeni kao ulazni podaci za procenu koncentracije rastvorenog kiseonika; isto tako i poznate koncentracije rastvorenog kiseonika se često mogu naći među ulazima prilikom predviđanja vrednosti BPK.

ANN su takođe uspešno primenjene za predviđanje BPK i HPK u otpadnim vodama rafinerije nakon tercijarnog tretmana [Rene i Saidutta, 2008] i ispustu iz rudnika Jharia u Indiji [Verma i Singh, 2013].

#### **4.7. Uporedna analiza sa konvencionalnim modelom višestruke linearne regresije**

Regresiona analiza je jedna od najčešće korišćenih statističkih tehnika za modelovanje zavisnosti među promenljivama. Model zasnovan na linearnoj regresiji sastoji se od regresionih promenljivih, zavisnih promenljivih i regresionih koeficijenata, dok se podaci za složene sisteme opisuju primenom modela višestruke linearne regresije (engl. *Multiple Linear Regression, MLR*) [Awchi, 2014]. Opšta jednačina višestruke linearne regresije glasi:

$$y = c_0 + c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n \quad (15)$$

gde je  $y$  zavisna promenljiva (izlaz),  $c_i$  ( $i = 0, \dots, n$ ) opšti koeficijenti procenjeni na osnovu najmanjih kvadrata, a  $x_i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) uzročne promenljive (ulazi).

MLR model je u ovoj disertaciji korišćen za poređenje performansi sa dobijenim modelom zasnovanim na veštačkoj neuronskoj mreži. Više detalja nalazi se u tematskoj celini Rezultati i diskusija.

#### **4.8. Odabir ulaznih parametara i optimizacija neuronske mreže**

##### **4.8.1. Tehnike za odabir ulaznih parametara i optimizaciju neuronske mreže**

Jedan od ključnih izazova u razvoju modela zasnovanih na veštačkoj neuronskoj mreži ogleda se u adekvatnom odabiru ulaznih promenljivih. Ukoliko se veliki broj ulaznih promenljivih predstavi modelu, to će negativno uticati na kompleksnost neuronske mreže, usporiti vreme obrade i smanjiti sveukupnu efikasnost neuronske mreže [Arhami i saradnici, 2013].

Pri modelovanju zasnovanom na korišćenju veštačkih neuronskih mreža, izdvajaju se tri načela za izbor ulaznih promenljivih [Shahin i saradnici, 2008]:

- tehnike koje se zasnivaju na *apriori* saznanjima o karakteristikama potencijalnih ulaznih promenljivih,
- tehnike zasnovane na upotrebi modela koje se oslanjaju na obučavanje većeg broja mreža sa različitim kombinacijama ulaznih promenljivih i izboru modela koji pokazuje najbolje performanse,
- tehnike koje koriste mere linearne zavisnosti, kao što su korelacija, ili mere nelinearne zavisnosti, kao što je *mutual information* algoritam, kako bi se dobili značajni ulazi modela pre njegovog razvoja.

Višeparametarske statističke tehnike omogućavaju klasifikaciju podataka dobijenih merenjima u grupe i na taj način olakšavaju njihovu obradu. Analiza značajnosti koristi se za izdvajanje ključnih promenljivih koje imaju značajan uticaj na izlaz modela, ukazujući istovremeno na one promenljive koje su manje značajne, a na osnovu statističkih performansi modela nezavisno razvijenih za svaki ulazni parametar ponaosob [Dogan i saradnici, 2009; Ranković i saradnici, 2010]. U slučajevima kada je potrebno interpretirati rezultate iz obimnog skupa podataka i smanjiti broj ulaznih promenljivih radi jednostavnije i kraće obrade, a u cilju dobijanja boljih ili najmanje istih rezultata kakve je dala prvobitna mreža, metoda analize glavnih komponenti (engl. *Principal Component Analysis, PCA*) koja izdvaja glavne komponente na osnovu međusobne pozitivne ili negativne korelacije ulaznih promenljivih, pokazala se zadovoljavajućom [Antanasijević i saradnici, 2014b; Kotti i saradnici, 2005]. Dodatno, PCA metoda se može spregnuti sa faktorskom analizom (PCA/FA) i kao takva, u literaturi je korišćena za utvrđivanje izvora zagadenja rečne vode, tj. utvrđivanja vrste zagadujuće materije koja najviše utiče na varijacije u kvalitetu rečne vode. Diskriminaciona analiza korišćena je za isticanje najznačajnijih promenljivih koje utiču na oscilacije u kvalitetu vode, kako bi se smanjio broj parametara za praćenje, učestanost merenja i samim tim troškovi [Mustapha i saradnici, 2013]. Takođe, u svrhu smanjenja broja ulaznih promenljivih korišćene su i tehnika *forward selection* koja na osnovu linearног modela regresije vrši rangiranje i ukazuje na broj ulaznih promenljivih u zavisnosti od jačine korelacije sa izlaznom promenljivom [Dehghani i saradnici, 2014], kao i individualni faktori ujednačavanja koji se za svaku pojedinačnu ulaznu promenljivu dobijaju kada se GRNN mreža trenira sa genetičkim algoritmom [Antanasijević i saradnici, 2013b].

Pored navedenih, *partitioning approach* je takođe korišćen u proračunu značaja svake nezavisne promenljive na izlaz modela [Basant i saradnici, 2010; Singh i saradnici, 2009], a pomoću sledeće jednačine:

$$I = \frac{\sum_{j=1}^{n_h} ABS(w_{ji})}{\sum_{k=1}^{n_v} (\sum_{j=1}^{n_h} ABS(w_{ji}))_k} \quad (16)$$

gde je  $n_h$  broj neurona u skrivenom sloju,  $n_v$  broj ulaznih promenljivih (jednak broju neurona u skrivenom sloju),  $w_{ji}$  jačina veze između ulaznog neurona  $i$  i skrivenog neurona  $j$ , dok je  $ABS$  apsolutna vrednost jačine ove veze, odnosno težinskog koeficijenta.

Tehnike analize značajnosti ulaznih promenljivih primenjene u ovoj doktorskoj disertaciji su: korelaciona analiza, Monte Karlo simulacija, eksperimentalni dizajn i RSM metodologija. Ove tehnike su detaljno opisane u narednim potpoglavlјima.

#### 4.8.2. Korelaciona analiza

Korelaciona analiza se koristi za određivanje linearne povezanosti dve promenljive. Ona se kvantitativno izražava Parsonovim koeficijentom korelacije ( $r$ ), koji ukazuje na jačinu veze uzimajući vrednosti iz opsega od -1 do +1. Što je koeficijent korelacije bliži krajnjoj pozitivnoj ili negativnoj vrednosti to je korelacija među promenljivama izraženija. Krajnja negativna vrednost ukazuje na absolutnu obrnutu linearu zavisnost koja uslovjava opadanje vrednosti jedne kada se vrednost druge promenljive povećava, dok krajnja pozitivna vrednost ukazuje na savršenu pozitivnu linearu zavisnost koja znači da rast jedne uslovjava rast druge promenljive. Nulta vrednost ukazuje na to da ne postoji linearna zavisnost među promenljivama, tj. da nisu korelisane. Jednačina za izračunavanje koeficijenta korelacije glasi:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{(n-1)\sigma_x\sigma_y} \quad (17)$$

gde su  $x$  i  $y$  vrednosti ispitivanih promenljivih,  $\bar{x}$  i  $\bar{y}$  srednje vrednosti iz skupa ukupno  $n$  podataka pomenutih promenljivih, dok su  $\sigma_x$  i  $\sigma_y$  standardne devijacije promenljivih [Mustapha i saradnici, 2013].

#### **4.8.3. Tehnika Monte Karlo simulacija**

Tehnika Monte Karlo simulacija (engl. *Monte Carlo Simulations, MCS*) je razvijena u okviru projekta *Menhetn*, od strane grupe naučnika predvođene fizičarem Nikolasom Metropolisom. Naziv je dobila po kazinu u Monte Karlu gde se ujak jednog od njegovih tvoraca – Stanislava Ulama, matematičara poljsko-američkog porekla – često okušavao u igrama na sreću [Atomic Heritage Foundation, 2014]. Termin „Monte Karlo“ je prvi put pomenut u svojstvu statističke tehnike uzorkovanja [Metropolis i Ulam, 1949] a neke od njegovih prvih primena su bile aproksimacije verovatnoće rešenja matematičkih jednačina kao što su evaluacija integrala, rešavanje diferencijalnih jednačina, kreiranje nasumičnih vrednosti, rešavanje linearnih sistema i inverznih matrica [Bauer, 1958].

Kada se radi o skupovima sa velikim brojem podataka, MCS se pokazala kao napredna statistička tehnika, jednostavna za primenu i sposobna da reši širok opseg problema koji se tiču nepouzdanosti. Međutim, ona zahteva jake kompjuterske kapacitete i podrazumeva veliki broj ponavljanja analiza, što je čini vremenski zahtevnom tehnikom [Cardoso i saradnici, 2008].

MCS podrazumeva ponavljanje generisanje nasumičnih vrednosti ulaznih promenljivih na osnovu njihove gustine raspodele verovatnoća (engl. *probability density functions, PDF*). S obzirom na to da se mnoge PDF testiraju tokom jedne MCS analize, Kolmogorov-Smirnov ne-parametarski test je često korišćen kako bi se testirala nulta hipoteza da se dva nezavisna uzorka ne razlikuju na osnovu njihovih karakteristika raspodele [Dehghani i saradnici, 2014].

U hidrologiji, ova metoda se prvo bitno našla u upotrebi u klasičnim modelima za simulaciju parametara kvaliteta voda, kao što su SIMCAT, TOMCAT [Tsakiris i Alexakis, 2012], QUAL2K [Jiang i saradnici, 2013] i drugi.

U počecima primene u sprezi sa veštačkim neuronskim mrežama, zapravo se od ANN očekivao pozitivan uticaj na poboljšanje performansi MCS, kako bi se izbeglo vremenski zahtevno ponavljanje simulacija. Inkorporiranjem ANN u MCS kako bi se pojednostavila procedura u odnosu na konvencionalnu upotrebu MCS, ova kombinacija metoda uspešno

je primenjena za procenu verovatnoće rizika u narušavanju kvaliteta voda, u smislu prekoračenja graničnih vrednosti određenih regulativom [Jiang i saradnici, 2013]. Sprega ANN i MCS je dalje u brojnim istraživanjima primenjena za utvrđivanje i kvantifikaciju nesigurnosti pedviđanja modela koja potiče od nesigurnosti parametara, ulaznih podataka ili strukture modela, na osnovu procene intervala poverenja predviđanja, tj. ograničenog intervala u okviru koga se nalazi buduća nepoznata vrednost sa nivoom poverenja koji se obično uzima 95 % [Shrestha i saradnici, 2009; Arhami i saradnici, 2013; Dehghani i saradnici, 2014].

Tehnika Monte Karlo simulacija je u ovoj doktorskoj disertaciji primenjena za optimizaciju ANN, uz upotrebu programa *Statistica 10* [StatSoft. Inc., 2010], za kreiranje i evaluaciju novog modela sa smanjenim brojem ulaznih promenljivih po principu kontinuiranog isključenja ulaza čije varijacije izazivaju najmanje promene izlaza u svakom koraku procedure selekcije.

#### **4.8.4. Eksperimentalni dizajn**

Eksperimentalni dizajn (engl. *Design of Experiment, DoE*) predstavlja specifičan skup eksperimenata definisan matricom sastavljenom od različitih kombinacija ispitivanih promenljivih kojima se dodeljuju dve ili više vrednosti koje se zovu nivoi. Pored standardne primene u analitičkoj hemiji, eksperimentalni dizajn se uveliko koristi za kontrolu efekata parametara u mnogim procesima. Njegovom upotrebom smanjuje se broj eksperimenata, vreme i potrebna materijalna sredstva [Aslan i Cebeci, 2007]. Često se koristi kao alat za proces optimizacije sa više promenljivih, tako što predlaže odgovarajuće vrednosti ulaznih parametara (u eksperimentalnom dizajnu zvanih – faktora) za koje se очekuje da će dovesti do najbolje performanse modela. Broj faktora je obično veći u procesima simulacije nego što je to slučaj kod laboratorijskog eksperimenta, jer faktor može biti iskazan kvantitativno ili kvalitativno [Balestrassi i saradnici, 2009].

Sa aspekta statistike, eksperimentalni dizajn je razvio Ronald Fišer još ranih 1920-ih u cilju unapređenja prinosa poljoprivrednih useva, tražeći način da izvrši probe primene đubriva u skladu sa različitim potencijalnim uticajima na prinos, kao što su vлага, tip

zemljišta, itd. U pitanju je bio eksperimentalni dizajn klasičnog tipa. Kasnije su se pojavili statističari Boks, Montgomeri, Taguči i dr. zainteresovani za primenu eksperimentalnog dizajna u industriji i simulaciji procesa [Alagumurthi i saradnici, 2006].

U literaturi se često možemo susresti sa Tagučijevim pristupom eksperimentalnom dizajnu, tj. skraćeno – Tagučijevim eksperimentalnim dizajnom, nazvanom po japanskom inženjeru Geničiju Tagučiju. Primenjen na optimizaciju procesa proizvodnje, ovaj metod podrazumeva tri faze: dizajn sistema u vidu izbora osnovnog procesa proizvodnje, izbor parametara (faktora) u skladu sa kriterijumima za unapređenje procesa, kvaliteta proizvodnje ili proizvoda, i dizajna tolerancije i to samo ukoliko se utvrdi da je prethodna faza nedovoljno uticala na smanjenje varijabilnosti. Matrica Tagučijevog eksperimentalnog dizajna oslikava se pravougaonim trouglom na kome se nalaze promenljive, nivoi i broj promenljivih [Sukthomya i Tannock, 2005]. U slučaju primene radi optimizacije ANN, kontrolni faktori se biraju iz parametara strukture neuronske mreže (kao što su broj ulaza, broj neurona u skrivenom sloju, broj skrivenih slojeva, broj serija podataka za obučavanje, arhitektura mreže, stopa učenja, funkcija prenosa i inercija), analizirajući istovremeno i interakcije među faktorima. Dodatno se po potrebi biraju i faktori smetnji (engl. *noise factors*), tako da to najčešće budu oni faktori koji nisu pod kontrolom korisnika [Kim i Yum, 2004; Packianather i saradnici, 2000; Yang i Lee, 1999; Khaw i saradnici, 1995; Peterson i saradnici, 1995].

Pored Tagučijevog eksperimentalnog dizajna, koriste se i centralni kompozitni dizajn (engl. *central composite design*), Doelertov dizajn, kao i još nekoliko tipova, manje korišćenih u oblasti hidrologije. Centralni kompozitni dizajn su razvili Boks i Vilson [Box i Wilson, 1951]. U pitanju je simetričan dizajn drugog reda koji pored standardnog faktorskog dizajna sa određenim brojem tačaka ima dodatak jedne centralne tačke i ukupno  $2k$  jednakoraspoređenih aksijalnih tačaka (npr. za slučaj 3 faktora broji ukupno 15 tačaka). Broj eksperimenata se određuje prema sledećoj jednačini:

$$N = k^2 + 2k + C \quad (18)$$

gde je  $k$  broj faktora, a  $C$  broj centralnih tačaka. Svi faktori se analiziraju na pet nivoa:  $\pm\alpha$ ,  $\pm 1$ , i 0 gde je  $\alpha$  rastojanje aksijalnih tačaka od centra, koje za dve, tri ili četiri promenljive iznosi redom 1,41, 1,68 i 2,00 [Bezzera i saradnici, 2008].

Doelertov dizajn je takođe simetričan dizajn drugog reda, koji uzima oblik kruga za dve promenljive, kod kojeg su tačke raspoređene u pravilan šestougao, zatim oblik lopte za tri promenljive i kompleksnije sferne oblike za više promenljivih. Ukupan broj eksperimenata se kod ovog dizajna izračunava prema sledećoj jednačini:

$$N = k^2 + k + C \quad (19)$$

pri čemu se broj nivoa razlikuje za svaku promenljivu, dok su intervali uniformni [Bezzera i saradnici, 2008].

Boks-Benken eksperimentalni dizajn [Box i Behnken, 1960] korišćen u ovoj disertaciji je simetričan dizajn drugog reda, zasnovan na nepotpunom faktorskom dizajnu na tri nivoa. Metoda je uspešno primenjena u raznim oblastima, kao što su analitička hemija [Annadurai i Sheeja, 1998; Ferreira i saradnici, 2007], elektrohemski procesi [Carton i Olabi, 2010], mehanički procesi [Alagumurthi i saradnici, 2006], itd. Njegova prednost u odnosu na druge tipove eksperimentalnog dizajna se ogleda u efikasnosti, a zatim i činjenici da ni u jednom trenutku vrednosti faktora ne uzimaju svoje maksimalne ili minimalne vrednosti u okviru istog eksperimenta. Na ovaj način se isključuju eksperimenti koji se sprovode pod ekstremnim uslovima i koji zbog toga mogu dovesti do nezadovoljavajućih rezultata. Broj eksperimenata  $N$  se unapred definiše preko sledeće jednačine [Ferreira i saradnici, 2007]:

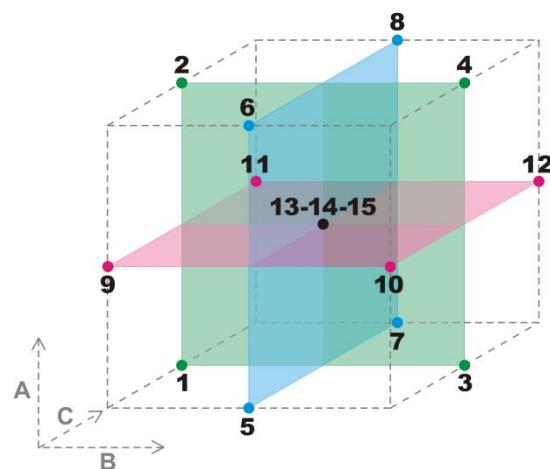
$$N = 2k(k - 1) + C \quad (20)$$

i on je za slučaj sa tri promenljive značajno manji od originalnog faktorskog dizajna koji broji  $3^3$ , tj. ukupno 27 eksperimenata.

Najjednostavniji Boks-Benken dizajn eksperimenta je dizajn sa tri faktora na tri nivoa, u kome faktor može uzeti sledeće vrednosti: +1, -1 ili 0, tj. redom maksimum, minimum i takozvanu centralnu ili srednju tačku, pri čemu je interval rastoranja, tj. razlika između vrednosti pojedinačnog faktora jednaka. Matrica dizajna prikazana je sledećom jednačinom:

$$\begin{bmatrix} \pm 1 & \pm 1 & 0 \\ \pm 1 & 0 & \pm 1 \\ 0 & \pm 1 & \pm 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Eksperimentalni dizajn sa tri faktora na tri nivoa, vizuelno predstavljen na Slici 4., koristi se za formiranje jednog bloka sa 15 eksperimenata, od kojih se 12 popunjava varijacijom vrednosti faktora, dok su tri poslednja eksperimenta ponovljene centralne vrednosti (tačke) opsega faktora [NIST/SEMATECH, 2012], na način na koji je to prikazano u Tabeli 4. Centralna tačka (eksperimenti 13, 14 i 15) se može pronaći na poprečnom preseku tri ravni odnosno tri dizajna sa po dva faktora, gde ravan obojena zelenom, plavom i crvenom bojom odgovara redom faktorima C, B i A kada oni uzimaju nultu vrednost. Drugim rečima, centralna tačka se može posmatrati i kao centar kocke, u okviru koje se ostale vrednosti nalaze na sredinama ivičnih linija.



*Slika 4.* Grafički prikaz dizajna sa tri faktora

**Tabela 4.** Boks-Benken dizajn eksperimenta sa tri faktora

Redni broj eksperimenta	Faktor		
	A	B	C
1	-1	-1	0
2	1	-1	0
3	-1	1	0
4	1	1	0
5	-1	0	-1
6	1	0	-1
7	-1	0	1
8	1	0	1
9	0	-1	-1
10	0	1	-1
11	0	-1	1
12	0	1	1
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0

#### 4.8.5. Metodologija rezultujućih površina (RSM)

RSM (engl. *Response Surface Methodology, RSM*) je statistička tehnika koja povezuje odgovor, tj. izlaznu promenljivu sa ulaznim promenljivama koje imaju izvestan uticaj na izlaz. Ovu metodologiju je razvio Boks sa saradnicima još 1950-ih godina [Gilmour, 2006]. U pitanju je vizuelna tehnika, kojom se grafički predstavlja sposobnost modela da kao rezultat proizvede odgovarajuće izlazne vrednosti. RSM ocenjuje interaktivne efekte dve različite nezavisne promenljive na odgovor i može se grafički predstaviti u trodimenzionalnom ili dvodimenzionalnom prostoru (u vidu konturnih dijagrama). U drugom slučaju, ukoliko se ispituje tri ili više faktora, jedan mora biti podešen na konstantnu vrednost, dok se promene vrednosti druga dva faktora prikazuju na konturnom dijagramu gde se nijansama iste boje ili različitim bojama razdvojenim konturama identifikuju regioni od interesa.

To je efikasna i napredna tehnika koja se često koristi u kombinaciji sa eksperimentalnim dizajnom, pri čemu se za slučajeve sa više od dve promenljive najčešće koriste oni tipovi eksperimentalnog dizajna koji zahtevaju manji broj eksperimenata, kao što su centralni kompozitni dizajn, Doelertov dizajn, a najviše Boks-Benken eksperimentalni dizajn [Batalon i Madamba, 2001; Bezerra i saradnici, 2008; Yetilmezsoy i saradnici, 2009].

U poslednjih nekoliko godina, RSM je uspešno primenjena za određivanje optimalnih uslova rada ili za pronalaženje regiona od interesa između nezavisnih faktora, pa čak i za predlog optimalnih vrednosti izabranih promenljivih u brojnim procesima [Can i saradnici, 2006; Ghadge i Raheman, 2006; Zinatizadeh i saradnici, 2006].

Proces optimizacije, korišćenjem ove tehnike, podrazumeva sledeće korake [Bezzera i saradnici, 2008]:

- 1) izbor nezavisnih promenljivih koje imaju veliki uticaj na ispitivani sistem, u skladu sa ciljevima istraživanja i na osnovu iskustva istraživača,
- 2) izbor eksperimentalnog dizajna i izvođenje eksperimenata u skladu sa odabranom matricom,
- 3) matematičko-statistička obrada dobijenih rezultata,
- 4) analiza performanse modela,
- 5) provera neophodnosti i mogućnosti za izmene pomeranjem u smeru optimalnog regiona, i
- 6) dobijanje optimalnih vrednosti za svaku ispitivanu promenljivu.

Imajući u vidu da je RSM tehnika uspešno našla primenu i pri modelovanju sa ANN [Millie i saradnici, 2012], u ovoj doktorskoj disertaciji je primenjena za određivanje optimalnih uslova Boks-Benken eksperimenta omogućivši izbor optimalnih vrednosti faktora za kreiranje ANN modela sa poboljšanim performansama kod predviđanja rastvorenog kiseonika.

## **EKSPERIMENTALNI DEO**

### **5. Razvoj modela zasnovanog na veštačkoj neuronskoj mreži**

#### **5.1. Proces razvoja modela zasnovanog na veštačkoj neuronskoj mreži za predviđanje kiseoničnih parametara površinskih voda**

Modelovanje zasnovano na korišćenju veštačkih neuronskih mreža zahteva dostupnost dugih serija istorijskih hidroloških podataka potrebnih za obučavanje i testiranje mreže, kako bi ona postigla dobar rezultat. Ovim se ujedno sprečava pojava preterivanja mreže u određivanju „težina“ i veza, i time smanjenja sposobnosti ANN modela da „generalizuje“ [Chitsazan i saradnici, 2015]. Takozvano „pretreniranje“ znači da je mreža „zapamtila“ primere tokom procesa obučavanja (na šta ukazuje izrazito mala greška prilikom obučavanja) i da nije sposobna da proizvede dobar rezultat tokom testiranja, kada dobijene vrednosti značajno odstupaju jedne od drugih (tj. greška predviđanja je velika). Da ne bi do toga došlo, u literaturi se predlaže da se broj iteracija, broj skrivenih slojeva, kao i broj neurona u skrivenom sloju odredi metodom probe i greške [Dogan i saradnici, 2009]. Kroz kasnija razmatranja biće pokazano da ovi parametri umnogome zavise od arhitekture mreže koja se koristi za modelovanje kiseoničnih parametara u površinskim vodama.

Predviđanje kiseoničnih parametara površinskih voda na osnovu učestanih merenja parametara (dnevnih, mesečnih) umnogome zavisi od promenljivih klimatskih i specifičnih lokalnih ekoloških uslova, tačkastih i difuznih izvora zagađivanja, odnosno prirodnih i antropogenih faktora koji utiču na kvalitet voda. U skladu sa navedenim, razvijeni model je neophodno povremeno ažurirati sa novim izmerenim vrednostima parametara, tj. stvarnim vrednostima, kako bi se njegovom primenom dobili kvalitetni rezultati. U literaturi je predloženo sedam koraka za smanjenje nesigurnosti rezultata modela u odnosu na određenu promenljivu, počev od identifikacije izvora koji najviše doprinose nesigurnosti rezultata modela i procene nesigurnosti, do ponovne kalibracije

modela sa novim vrednostima merenja, pri čemu se koraci ponavljaju sve dok se ne dobiju zadovoljavajući rezultati [Vandenbergh i saradnici, 2007].

Primena ANN u oblasti modelovanja vrednosti kiseoničnih parametara podrazumeva adekvatan odabir arhitekture mreže i optimizaciju, a poželjno i utvrđivanje korelacije među ulaznim promenljivama, kao i njihovog značaja u odnosu na izlaznu promenljivu. U principu, ceo proces modelovanja podrazumeva:

- 1) promišljen odabir ulaznih promenljivih modela u odnosu na izlaznu promenljivu,
- 2) prikupljanje podataka,
- 3) kreiranje skupa podataka za obučavanje,
- 4) predprocesiranje podataka,
- 5) kreiranje mreže (izbor algoritma za učenje, arhitekture),
- 6) obučavanje modela sa izabranim ulaznim promenljivama,
- 7) testiranje, tj. predviđanje izlazne promenljive sa vrednostima ulaznih promenljivih koje do tog trenutka nisu bile predstavljene mreži (nepoznatim vrednostima), i na kraju sledi
- 8) optimizacija modela uz ispitivanje performansi.

## **5.2. Opis lokacije na kojoj su vršena ispitivanja u okviru izrade disertacije**

Rečni sliv Dunava je drugi najveći rečni sliv u Evropi, pokriva približno 10% kontinentalne zone i deli ga 19 zemalja. Rečni sliv Dunava je domaćin različitim staništima, pri čemu je delta Dunava „jedna od najvećih močvara na svetu i najveća preostala prirodna močvara u Evropi, u kojoj se nalaze retke vrste flore i faune, kao i 30 različitih tipova ekosistema“ [ICPDR, 2015b].

Sliv reke Dunav proteže se kroz centralnu i istočnu Evropu, zauzimajući više od 800.000 km<sup>2</sup>. Dunav je glavna reka sliva i druga po dužini u Evropi, posle Volge, sa ukupnom dužinom od 2.857 km od planine Švarcvald u Nemačkoj do ušća u Crno more u Rumuniji. Dunav sa svojim pritokama predstavlja značajan resurs za različite ekonomske aktivnosti u slivu, kao što su vodosnabdevanje, poljoprivreda, industrija, proizvodnja struje, saobraćaj i turizam. Sam Dunav se smatra akvatičnim ekosistemom koji doprinosi svim stubovima održivosti, s obzirom na visoke ekonomske, ekološke i društvene vrednosti [Natchkov, 1997]. Plan upravljanja rekom Dunav je osnovni dokument koji teži da

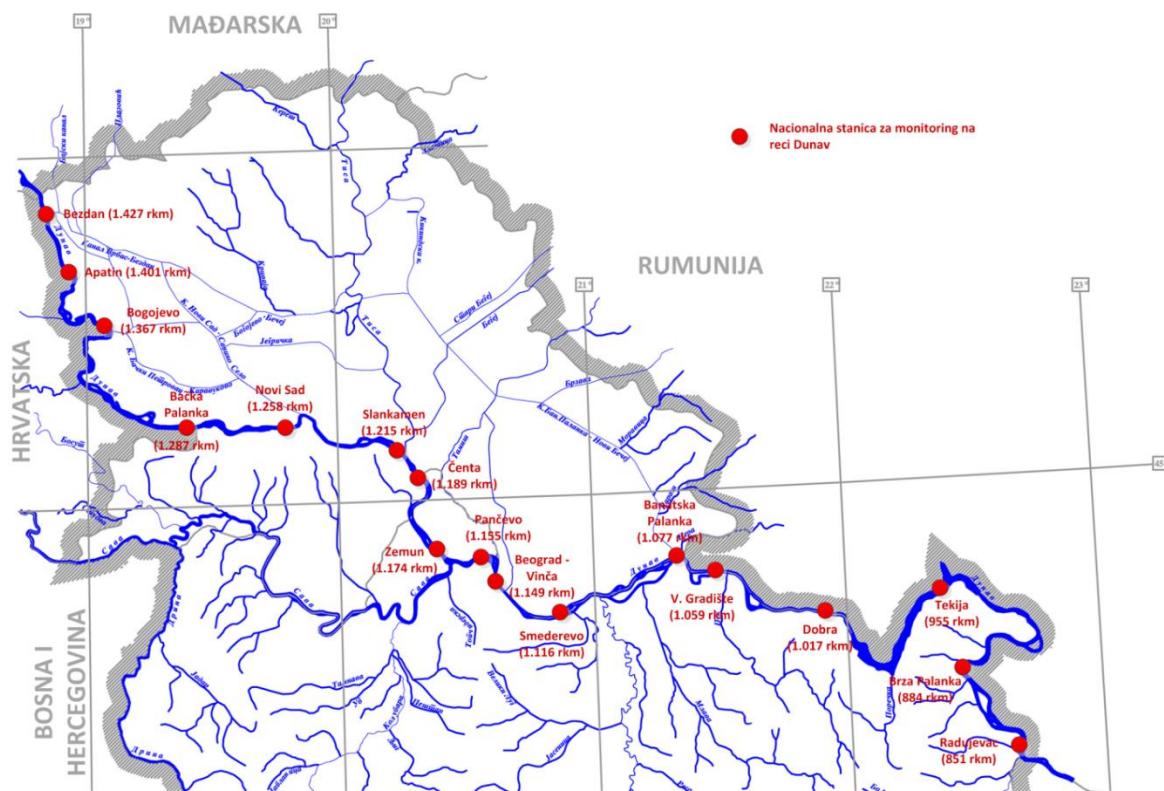
„zaštiti i unapredi status voda, da spreči njihovo pogoršanje i da obezbedi održivo, dugoročno korišćenje vodnih resursa“ i predstavlja sredstvo za dostizanje „dobrog hemijskog“ i „dobrog ekološkog“ statusa<sup>6</sup>, koji zahteva Okvirna direktiva o vodama. I prethodni plan iz 2009. godine, kao i najnovija ažurirana verzija iz 2015. godine daju osvrt na četiri najznačajnija problema u upravljanju vodama koji utiču na kvalitet i status površinske vode: 1) zagađenje organskim supstancama i nutrijentima koji prevashodno potiču iz komunalnih i industrijskih otpadnih voda ali i sa neadekvatno tretiranih poljoprivrednih površina; 2) zagađenje opasnim i štetnim materijama iz industrijskih postrojenja; 3) zagađenje sa kontaminiranih lokaliteta i akcidentno zagađenje; 4) problemi izazvani hidromorfološkim izmenama. Prema poslednjem izveštaju [ICPDR, 2015b], koji se odnosi na šestogodišnji period (do 2021.), 267 od 771 rečnih vodnih tela u celom slivu pripada klasi značajno izmenjenih vodnih tela (ZIVT) u smislu fizičkih promena, dok je 26 vodnih tela klasifikovano kao veštačka vodna tela (VVT). Uz to, 1.976 kilometara toka reke Dunav (tj. 69% toka) je klasifikovano kao izuzetno izmenjeno. Dodatno poglavje ažuriranog plana o spremi sa klimatskim promenama ukazuje na hitnu adaptaciju koja je potrebna slivu reke Dunav usled očekivanih značajnih negativnih uticaja, kako na kvalitet vodnih resursa sliva, tako i na njihov kvantitet [ICPDR, 2012].

Iako Republici Srbiji pripada samo 10,2% Dunavskog sliva, čak 92,3% državne teritorije potпадa pod njegov sliv. Državna mreža za monitoring kvaliteta voda na reci Dunav sastoji se od 17 stanica za monitoring, koje su postavljene duž njegovog toka kroz Srbiju dugog 588 km. Monitoring počinje na stanicu Bezdan koja se nalazi na 1.427-mom kilometru rečnog toka i završava na stanicu Radujevac koja se nalazi na 851-om kilometru (Slika 5, prilagođeno [SEPA, 2012] i Tabela 5.). Prema podacima monitoringa iz perioda od 2012. do 2014. godine [SEPA, 2015], ustaljen je dobar hemijski status u ovom delu toka kroz Srbiju. Međutim, u periodu 2012.-2013. godine, podaci su ukazali na umeren i slab potencijal<sup>7</sup> (pri čemu je slab potencijal zabeležen na stanicama Bezdan i Tekija) dok je pogoršan potencijal zabeležen 2014. godine, što se objašnjava pojmom

<sup>6</sup> ili „dobrog ekološkog potencijala“ za površinska veštačka ili značajno izmenjena vodna tela (u skladu sa Okvirnom direktivom o vodama, članovima 2, 4, 5 i 11 i aneksima II i V)

<sup>7</sup> U skladu sa preporukama Okvirne direktive o vodama, ocena ekološkog potencijala se vrši raspodelom u sledeće klase: loš, slab, umeren, dobar i bolji.

ekstremnih količina padavina i teških poplava tokom maja meseca, čije se posledice još uvek ispituju.



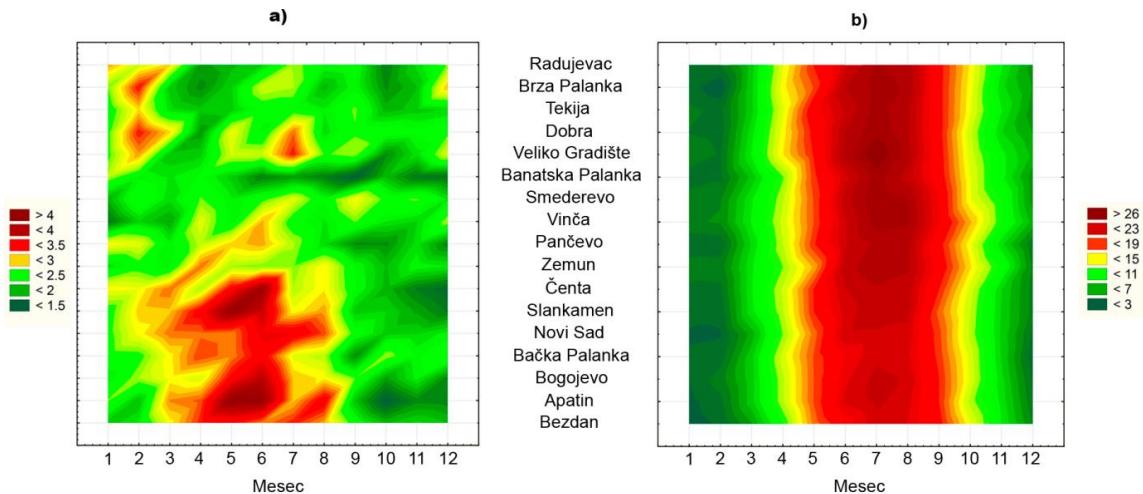
*Slika 5.* Tok Dunava kroz Srbiju sa prikazanim lokacijama stanica za monitoring; rečni kilometar (rkm) predstavlja rastojanje od ušća u Crno More

**Tabela 5.** Opis stanica za monitoring na toku reke Dunav kroz Srbiju [Antanasijević i saradnici, 2018]

Redni br.	Naziv stanice	Godina osnivanja	Rastojanje od ušća u Crno More (rkm)	U funkciji
1	Bezdan	1965.	1.427	da
2	Apatin	1980.	1.401	ne <sup>a</sup>
3	Bogajevo	-	1.367	da
4	Bačka Palanka	-	1.287	ne <sup>a</sup>
5	Novi Sad	1965.	1.258	da
6	Slankamen	1992.	1.215	da
7	Čenta	1980.	1.189	ne <sup>a</sup>
8	Zemun	1965.	1.174	da
9	Pančevo	1980.	1.155	ne <sup>a</sup>
10	Beograd-Vinča	2003.	1.149	ne <sup>a</sup>
11	Smederevo	1965.	1.116	da
12	Banatska Palanka	1980.	1.077	da
13	Veliko Gradište	1968.	1.059	ne <sup>a</sup>
14	Dobra	1991.	1.017	ne <sup>a</sup>
15	Tekija	1991.	955	da
16	Brza Palanka	1991.	884	da
17	Radujevac	1965.	851	da

<sup>a</sup> nije u funkciji od 2012. godine

Podaci o nivou biološke potrošnje kiseonika (BPK) u periodu od 2002. do 2011. godine pokazuju značajne varijacije u posmatranom delu Dunava. Prosečan mesečni profil tokom analiziranog perioda kroz celokupnu mrežu monitoringa prikazan je na Slici 6.a). Prateći smer toka reke, visoki nivoi BPK od Bezdana nizvodno su očigledno uzrokovani prilivom zagađujućih materija u posmatrano područje. Uz to, u periodu od sredine proleća do kasnog leta (Slika 6.b) moguć je uticaj visokih temperatura, imajući u vidu obrznuto srazmernu zavisnost temperature i rastvorljivost kiseonika u vodi. I zaista, najveći nivo zagađenja je primećen u Bačkoj Palanci gde je na stanici za monitoring u junu 2005. godine zabeležena vrednost BPK od 7,9 mgO<sub>2</sub>/l, ukazujući na treću klasu kvaliteta vode [„Sl.glasnik RS“, br. 50/2012].



**Slika 6.** Mesečni proseći a) vrednosti BPK i b) izmerene temperature vode Dunava u periodu od 2002. do 2011. godine

Pored BPK, na stanicama za monitoring se prati i sadržaj rastvorenog kiseonika, o čemu će biti reči u kasnijim poglavljima.

### 5.3. Prikupljanje i analiza ulaznih podataka za predviđanje kiseoničnih parametara površinskih voda

Proces prikupljanja ulaznih podataka otpočinje identifikacijom parametara za koje je poznato da imaju uticaj na parametar koji se predviđa modelovanjem, a na osnovu literaturnih navoda i iskustva istraživača. Nakon izvršenog izbora parametara, sledi prikupljanje podataka, najčešće u vidu vremenskih serija skladištenih u bazama podataka.

Pre nego što se pristupi modelovanju kvaliteta voda, analizira se dostupnost istorijskih serija podataka, kao i njihovo ispitivanje uz pomoć nekoliko statističkih vrednosti: maksimum, minimum, srednja vrednost, medijana, standardno odstupanje (tj. devijacija) i/ili relativna standardna devijacija, koeficijent varijacije, kao i mera asimetrije (engl. *skewness*) i mera devijacije krive raspodele verovatnoća (engl. *kurtosis*). Poslednja dva ukazuju na stepen normalnosti izmerenih serija podataka i poznato je da imaju značajnu

ulogu u linearnoj i nelinearnoj regresiji [Altun i saradnici, 2007]. Prema potrebi, vrši se transformacija podataka u vidu normalizacije, tj. svođenja na potreban opseg.

### **5.3.1. Ulazne promenljive za predviđanje biološke potrošnje kiseonika na nacionalnom nivou**

U skladu sa podacima koji su u trenutku istraživanja bili dostupni na Eurostat-u, prikupljeni su podaci o BPK na nacionalnom nivou za 28 od ukupno 35 evropskih zemalja za period do 2008. godine, pri čemu je konstatovan nedostatak od 46% podataka [Eurostat, 2013a].

Skup podataka korišćen u istraživanju bio je sačinjen od nacionalnih podataka evropskih zemalja, koje one prikupljaju radi izveštavanja prema dve statističke baze podataka: Evropskoj statističkoj kancelariji [Eurostat, 2013b] i Svetskoj banci [World Bank, 2013]. Početni ulazni parametri odabrani su na osnovu dostupnih ekonomskih i industrijskih indikatora kao i indikatora iz oblasti životne sredine i održivosti, i uključuju sledeće sektore: industriju, poljoprivredu, upravljanje otpadom i vodama, turizam i saobraćaj. Lista izabranih indikatora i njihova opisna statistika za period od 2000. do 2008. godine prikazana je u Tabeli 6. U cilju uporedivosti, gde je za to bilo potrebe, izvršena je normalizacija u odnosu na broj stanovnika, hektar obradive površine i vrednost koja odgovara EU-27. Opisna statistika nacionalnih BPK vrednosti za svaku zemlju, a zatim i ceo skup podataka prikazani su u Tabeli 7.

**Tabela 6.** Opisna statistika ulaznih promenljivih odabralih za modelovanje nivoa BPK

Ulazna promenljiva	Jedinica	Srednja vrednost	Standardna devijacija	Minimalna vrednost	Maksimalna vrednost
Bruto domaći proizvod (BDP)	- <sup>a</sup>	0,97	0,68	0,11	2,96
Seosko stanovništvo (SS)	%	29,29	11,98	2,61	49,84
Seosko stanovništvo sa pristupom unapređenom izvoru vodosnabdevanja (SSPUIV)	%	98,25	5,58	71,20	100,00
Ukupne takse za životnu sredinu (UTZS)	%	7,28	1,49	4,13	10,69
Intenzitet turizma (IT)	Broj noćenja/1000 stanovnika	4680,21	3464,42	683,00	20100,00
Generisanje komunalnog otpada (GKO)	kg po stanovniku	503,94	138,45	239,00	794,00
Prerada komunalnog otpada (PKO)	%	92,72	7,81	75,00	109,00
Stanovništvo povezano na gradski sistem prerade otpadnih voda sa najmanje sekundarnom preradom (SGPOV2)	%	69,37	25,19	12,30	113,87
Stanovništvo bez prerade otpadne vode (SPOVO)	%	7,15	9,42	0,00	38,00
Kapacitet prerade otpadne vode iz gradskog postrojenja za preradu otpadnih voda (KGPPOV)	kg O <sub>2</sub> /dan/stanovnik	0,08	0,17	0,00	0,76
Padavine (PDVN)	m <sup>3</sup> po stanovniku	7922,18	4680,44	2006,91	21992,99
Dodata vrednost industrije (BDPI)	% BDP	28,70	5,84	15,11	41,54
Investicije u životnu sredinu od industrije (IZSI)	% BDP	0,19	0,15	0,02	0,84
Dodata vrednost poljoprivrede (BDPP)	% BDP	3,38	2,84	0,36	14,98
Upotreba neorganskih đubriva – fosfora (UNF)	kg/ha	14,35	9,85	1,01	46,24
Upotreba neorganskih đubriva – azota (UNA)	kg/ha	123,14	81,32	25,49	378,37
Obradivo zemljište (OZ)	%	29,59	12,08	8,34	56,61
Površina pod organskom poljoprivredom (PPOP)	%	3,93	3,77	0,20	17,40
Indeks gustine stočnog fonda (IGSF)	jedinica/ha	1,05	0,75	0,27	3,62
Teretni saobraćaj unutrašnjim plovnim putevima (TSUPP)	- <sup>a</sup>	0,03	0,08	0,00	0,47

<sup>a</sup> Bez jedinice zbog normalizacije u odnosu na vrednost EU-27

**Tabela 7.** Opisna statistika nacionalnih BPK podataka za posmatrani period

Zemlja/region	BPK (mg O <sub>2</sub> /L) <sup>a</sup>			
	Srednja vrednost	Standardna devijacija	Minimalna vrednost	Maksimalna vrednost
Belgija	3,06	0,76	2,19	4,41
Bugarska	3,92	0,54	3,27	4,73
Češka Republika	3,32	0,29	2,87	3,84
Danska	1,54	0,21	1,16	1,79
Nemačka	2,29	0,19	2,17	2,50
Irska	1,15	0,23	0,95	1,68
Španija	3,09	0,69	2,36	4,49
Francuska	2,23	0,61	1,38	3,22
Italija	2,94	0,58	2,48	4,05
Kipar	2,87	1,58	1,50	4,30
Letonija	1,85	0,32	1,48	2,44
Luksemburg	2,79	1,19	1,47	4,66
Mađarska	3,55	0,35	2,87	3,91
Holandija	1,82	0,45	1,24	2,33
Austrija	1,19	0,09	1,04	1,33
Poljska	4,00	0,53	3,14	4,57
Rumunija	4,69	0,56	4,04	5,95
Slovenija	3,07	1,73	0,86	5,25
Slovačka	2,84	0,44	2,20	3,64
Velika Britanija	1,81	0,08	1,66	1,91
BPK (mg O <sub>2</sub> /L) <sup>a</sup>	2,71	1,16	0,86	5,95

<sup>a</sup> Podaci nisu bili dostupni za: Bugarsku za 2006.; Nemačku za period 2000.-2004. i 2007.; Kipar za period 2000.-2004.; Letoniju za 2000.; Luksemburg za 2003.; Mađarsku za 2008.; Holandiju za period 2003.-2006.; Rumuniju za 2000.

### 5.3.2. Ulazne promenljive za predviđanje biološke potrošnje kiseonika i sadržaja rastvorenog kiseonika u reci Dunav

Agencija za zaštitu životne sredine Republike Srbije prati kvalitet voda na 17 stanica, na mesečnom ili dvonedeljnom nivou. Skup podataka za predviđanje biološke potrošnje kiseonika i sadržaja rastvorenog kiseonika (poglavlja 7. i 9.) sastojao se od 19 parametara (18 ulaznih i jedan izlazni) koji su praćeni tokom perioda od deset godina, od 2002. do 2011. godine, u okviru kojeg je zabeleženo ukupno 32.000 pojedinačnih merenja. Podaci iz 2012. i 2013. godine prvo bitno nisu korišćeni u skupovima za kreiranje modela, jer je

nedostajalo 41% podataka iz monitoring mreže, ali su naknadno dodati za istraživanje predviđanja sadržaja rastvorenog kiseonika i testiranje interpolacionih i ekstrapolacionih karakteristika modela u okviru poglavlja 8. U ovu svrhu, uključeno je ukupno 17 parametara kvaliteta voda korišćenih u vidu ulaza modela (sa izuzetkom % zasićenog kiseonika).

U Tabeli 8. prikazana je opisna statistika svih ulaznih i izlaznih podataka iz originalnog skupa podataka za celokupan period istraživanja, kao i simboli kojima su na slikama predstavljeni parametri. Protok rečne vode nije uzet u obzir, s obzirom na to da su podaci ove vrste bili dostupni samo za mali broj stanica.

**Tabela 8.** Opisna statistika ulaznih i izlaznih podataka

Parametar	Simbol	Jedinica	Minimum	Maksimum	Srednja vrednost	Standardna devijacija	Mediana
Temperatura vode	T	[°C]	-2,0	29,9	14,0	7,8	13,8
Suspendovane materije	Smat.	[mg/l]	0,0	275,0	22,2	22,8	16,0
Zasićenje kiseonikom	Zkis.	[% O <sub>2</sub> ]	10,0	170,0	94,3	14,6	92,0
Ukupna tvrdoča	Utvrd.	[CaCO <sub>3</sub> - mg/l]	18,8	334,0	197,6	30,3	196,9
Ugljen-dioksid	CO <sub>2</sub>	[CO <sub>2</sub> - mg/l]	0,0	21,1	2,3	2,3	1,8
Bikarbonati	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	[HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup> - mg/l]	99,0	466,7	196,6	28,4	195,2
Ukupni alkalitet	Ualk.	[CaCO <sub>3</sub> - mg/l]	94,5	302,0	163,0	21,6	161,5
pH	pH	-	6,9	8,8	8,0	0,3	8,0
Provodljivost	Prov.	µS/cm	241,0	684,0	407,5	60,4	399,0
Nitrati	NO <sub>3</sub> -N	[NO <sub>3</sub> -N - mg/l]	0,0	12,9	1,4	0,8	1,3
Ortofosfati	PO <sub>4</sub> -P	[PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup> - P - mg/l]	0,0	1,5	0,1	0,1	0,1
Ukupni fosfor	P	[P - mg/l]	0,0	1,5	0,1	0,1	0,1
Kalcijum	Ca <sup>2+</sup>	[Ca <sup>2+</sup> - mg/l]	2,7	580,0	55,8	14,6	55,8
Magnezijum	Mg <sup>2+</sup>	[Mg <sup>2+</sup> - mg/l]	2,9	44,0	14,4	4,1	14,0
Hloridi	Cl <sup>-</sup>	[Cl <sup>-</sup> - mg/l]	0,0	54,4	20,3	5,5	19,3
Sulfati	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	[SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup> - mg/l]	4,0	111,0	35,5	10,3	35,0
Hemadska potrošnja kiseonika	HPK	[O <sub>2</sub> - mg/l, KMnO <sub>4</sub> ]	1,1	10,5	4,1	1,2	4,0
Rastvoreni kiseonik	Rkis.	[O <sub>2</sub> - mg/l]	3,7	16,9	9,9	2,1	9,9
Biološka potrošnja kiseonika	BPK	[O <sub>2</sub> - mg/l]	0,5	7,9	2,4	1,1	2,2

U Tabeli 9. prikazana je dostupnost godišnjih podataka za svaku monitoring stanicu ponaosob.

**Tabela 9.** Dostupnost podataka, broj serija podataka po stanici i godini

Br. Monitoring stanica	Godina												Serie po stanci
	2002.	2003.	2004.	2005.	2006.	2007.	2008.	2009.	2010.	2011.	2012.	2013.	
1 Bezdan	11	12	10	21	22	19	12	11	9	12	12	12	163
2 Apatin	12	10	10	-	11	10	-	8	11	11	-	-	83
3 Bogojevo	12	10	9	8	20	18	11	11	8	10	12	12	141
4 Bačka Palanka	-	-	-	8	9	8	10	11	7	9	-	-	62
5 Novi Sad	11	12	7	21	23	19	11	12	12	12	11	12	163
6 Slankamen	10	10	10	-	11	10	8	6	6	10	11	12	104
7 Čenta	10	10	10	-	11	10	7	6	-	10	-	-	74
8 Zemun	11	12	9	7	15	19	13	7	10	11	12	12	138
9 Pančevo	10	10	9	9	10	19	10	11	11	10	-	-	109
10 Vinča	-	-	-	14	14	17	14	11	10	11	-	-	91
11 Smederevo	8	10	9	11	16	17	15	11	11	11	12	12	143
12 Banatska Palanka	11	11	11	12	18	19	10	10	10	11	10	10	143
13 Veliko Gradište	7	9	10	8	10	12	6	3	1	12	-	-	78
14 Dobra	7	11	12	8	9	10	5	4	2	12	-	-	80
15 Tekija	7	11	11	8	13	19	9	10	8	12	10	11	129
16 Brza Palanka	7	9	11	8	9	10	6	3	4	12	11	11	101
17 Radujevac	7	9	8	6	14	16	9	11	11	12	11	11	125
Serie po godini	141	156	146	149	235	252	156	146	131	188	112	115	1.927

#### 5.4. Statistički pokazatelji performanse modela

Analiza performansi modela zasniva se na statističkom poređenju izlaza koje je model predviđao i posmatranih (izmerenih) vrednosti, koje su smatrane pouzdanim. Performanse svakog modela i njegova sposobnost da proizvede tačne rezultate određuju se pomoću sledećih kriterijuma – statističkih pokazatelja performanse – prikazanih u Tabeli 10, gde su  $P_i$  i  $O_i$  predviđena i posmatrana  $i$ -ta vrednost izlazne promenljive, dok  $n$  predstavlja ukupan broj predviđanja/posmatranja.

**Tabela 10.** Statistički pokazatelji performanse modela

Statistički pokazatelj performanse	Jednačina za izračunavanje
Indeks slaganja ( $IA$ )	$IA = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n ( P_i - \bar{O}  +  O_i - \bar{O} )^2} \quad (22)$
Unapređen indeks slaganja ( $d_r$ )	$d_r = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n  P_i - O_i }{2 \sum_{i=1}^n  O_i - \bar{O} } \text{ when } \sum_{i=1}^n  P_i - O_i  \leq 2 \sum_{i=1}^n  O_i - \bar{O}  \quad (23a)$ $d_r = \frac{2 \sum_{i=1}^n  O_i - \bar{O}_i }{\sum_{i=1}^n  P_i - O_i } - 1 \text{ when } \sum_{i=1}^n  P_i - O_i  > 2 \sum_{i=1}^n  O_i - \bar{O}  \quad (23b)$
Procenat predviđenih vrednosti u okviru faktora 1,25 ( $FA1,25$ )	$FA1,25 = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n c   0,8 < \frac{P_i}{O_i} < 1,25 \quad (24)$
Srednja apsolutna greška u procentima ( $MAPE$ )	$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{ O_i - P_i }{O_i} 100 \quad (25)$
Koren srednje kvadratne greške ( $RMSE$ )	$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2} \quad (26)$
Srednja apsolutna greška ( $MAE$ )	$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n  P_i - O_i  \quad (27)$
Procenat pristrasnosti ( $PBIAS$ )	$PBIAS = \frac{\sum_{i=1}^n (O_i - P_i)}{\sum_{i=1}^n O_i} 100\% \quad (28)$

Indeks slaganja (engl. *Index of Agreement*,  $IA$ ) je relativna mera koja omogućava unakrsno poređenje među modelima i ograničena je na opseg od nula do jedan, pri čemu 1 ukazuje na savršeno slaganje posmatranih i predviđenih vrednosti, dok 0 ukazuje da se vrednosti uopšte ne slažu. Unapređen indeks slaganja ( $d_r$ ) je zapravo preformulisan indeks slaganja (koji se obeležava sa  $d$  ili  $IA$ ) koji je takođe bezdimenzionalan, međutim ograničen širim opsegom i to od -0,1 do 1,0. Za razliku od  $IA$ , on nije toliko osetljiv na ekstremne vrednosti, jer se u njegovoj formuli izuzima kvadrat razlike [Willmott i saradnici, 2012].

Procenat predviđenih vrednosti u okviru faktora 1,25 (*FA1,25*) posmatranih vrednosti koji pokazuje procenat slučajeva u kojima odnos između predviđene i posmatrane vrednosti nalazi u opsegu 0,8-1,25, tj. ukazuje na meru u kojoj su rezultati predviđanja modela približni stvarnim vrednostima [Antanasićević i saradnici, 2013b]

Srednja apsolutna greška (engl. *Mean Absolute Error, MAE*) se koristi za unakrsno upoređivanje modela. *RMSE* i *MAE* se mogu smatrati niskim i prihvatljivim samo ukoliko je njihova vrednost manja od polovine standardne devijacije izmerenih vrednosti [Singh i saradnici, 2004].

Srednja apsolutna greška u procentima (engl. *Mean Absolute Percentage Error, MAPE*) ukazuje na grešku predviđanja predstavljenu u procentima. Mana ovog pokazatelja ogleda se u tome što pokazuje veću grešku predviđanja za slučaj kada je predviđena vrednost veća od posmatrane [Melesse i saradnici, 2011].

Koren srednje kvadratne greške (engl. *Root Mean Squared Error, RMSE*) opisuje prosečnu razliku između modelom predviđenih vrednosti i posmatranih (stvarnih) vrednosti u jedinicama posmatranih vrednosti [Hadzima-Nyarko, 2014]. Koren srednje kvadratne greške je bolji pokazatelj ekstremnih vrednosti od srednje apsolutne greške upravo zbog „kvadrata“ razlike između predviđene i posmatrane vrednosti [Antanasićević i saradnici, 2013b].

Procenat pristrasnosti (engl. *the percent of bias, PBIAS*) prikazuje sklonost predviđenih podataka da budu veći ili manji u odnosu na izmerene parove. Krećući se od optimalne vrednosti 0,0, pozitivni PBIAS ukazuje na potcenjeno predviđanje, dok negativni PBIAS ukazuje na precenjeno predviđanje [Moriasi i saradnici, 2007].

## **REZULTATI I DISKUSIJA**

### **6. Predviđanje biološke potrošnje kiseonika u rekama na nacionalnom nivou**

#### **6.1. Priprema podataka za modelovanje**

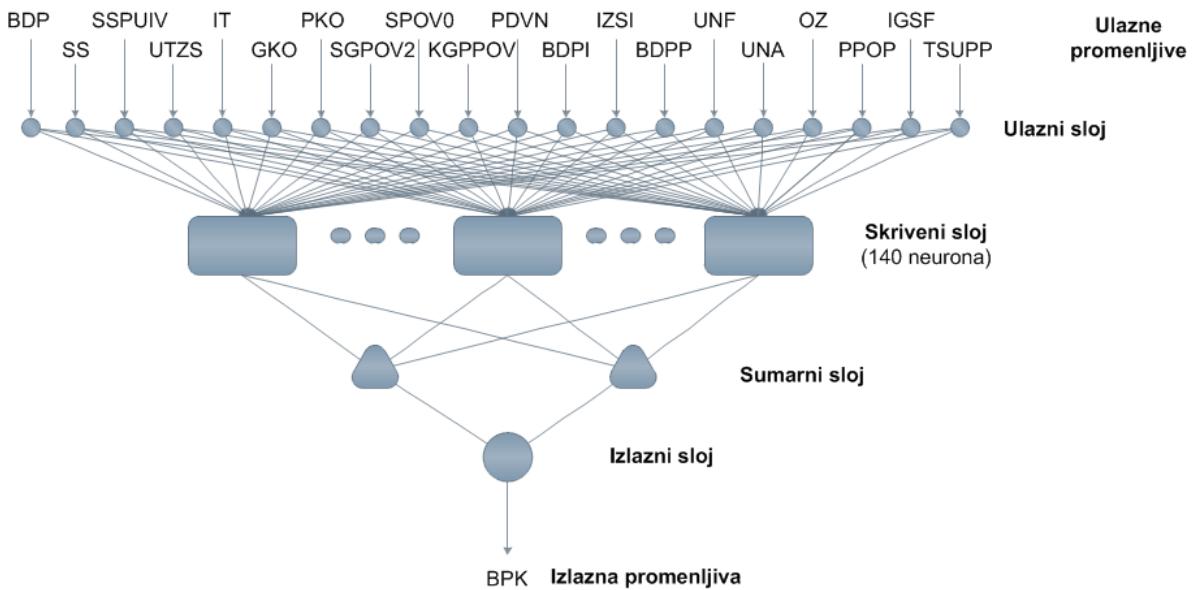
Celokupan skup podataka (predstavljen u potpoglavlju 5.3.1) je podeljen u podskupove u skladu sa dostupnošću BPK podataka iz Eurostat-a, te su podaci za period od 2000. do 2007. godine korišćeni za obučavanje modela (140 serija podataka), dok su podaci iz 2008. godine korišćeni za testiranje modela (19 serija podataka, odnosno 12% ukupno dostupnih podataka).

U ovom istraživanju korišćena je tehniku izbora ulaznih promenljivih zasnovana na odzivu modela, jer je pokazano da se odabirom ulaznih promenljivih na osnovu njihovog stvarnog uticaja na izlazni rezultat postiže optimizacija modela, nasuprot uticaju koji se prepostavlja pomoću neke statističke metode. Kako bi se utvrdio uticaj ulaznih promenljivih na varijacije predviđanja modela, primenjena je tehniku Monte Karlo simulacija (engl. *Monte Carlo Simulations, MCS*).

#### **6.2. Razvoj modela**

Algoritam za obučavanje neuronske mreže sa opštom regresijom (engl. *General Regression Neural Network, GRNN*) je u literaturi pokazao dobre rezultate u modelovanju u oblasti životne sredine [Antanasijević i saradnici, 2013a, b, 2014b, c; Heddam, 2014a, b]. U slučaju GRNN modela korišćenog u ovom radu, ulazni sloj sastojao se od 20 neurona (po jedan za svaku promenljivu), skriveni sloj sadržao je po jedan neuron za svaku seriju u skupu podataka za obuku (140 neurona), sumarni sloj bio je sačinjen od

dva neurona (jedan za jedinu izlaznu promenljivu plus jedan) i izlazni sloj koji je imao samo jedan neuron za jednu izlaznu promenljivu (Slika 7.).

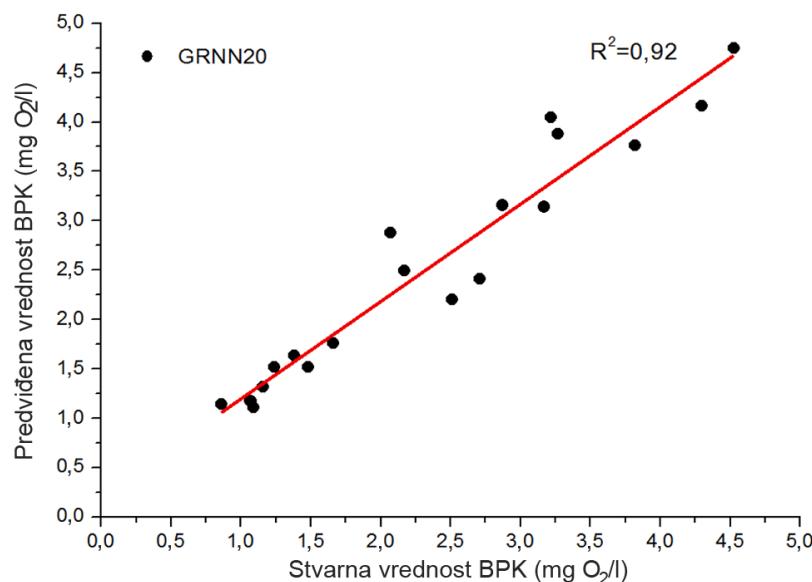


**Slika 7.** Arhitektura neuronske mreže sa opštom regresijom primenjene na ispitivanju slučaj

### 6.3. Optimizacija uz upotrebu tehnike Monte Karlo simulacija i rezultati modelovanja

U cilju određivanja optimalnog skupa parametara za obučavanje GRNN mreže, nekoliko modela je kreirano, obučeno i testirano sa svim dostupnim ulazima. Najbolje performanse pokazao je GRNN model koji je obučavan tako što su ulazne vrednosti skalirane pomoću linearne funkcije, Euklidski metod primjenjen za određivanje rastojanja u podacima (engl. *Euclidian distance metrics*), a faktor ujednačavanja dobijen iterativnim algoritmom. Dobijene vrednosti indikatora performanse prilikom testiranja GRNN modela sa 20 ulaza (označen kao GRNN20):  $IA=0,97$ ,  $FA1,25=84\%$  i  $MAPE=13\%$  ukazale su na dobro slaganje vrednosti predviđenih modelom i stvarnih BPK vrednosti (Slika 8.), te je zaključeno da je početna selekcija ulaza bila zadovoljavajuća. Sledeći korak

podrazumeva je uklanjanje manje značajnih ulaza, sa ciljem da se sačuva ili, ukoliko je to izvodljivo, poboljšaju performanse modela. GRNN model sa smanjenim brojem ulaza može biti upotrebljen u širokom opsegu primene, imajući u vidu smanjeno vreme potrebno za pripremu podataka i smanjeni nivo nesigurnosti.



**Slika 8.** Poređenje stvarnih vrednosti BPK i predviđanja dobijenih na osnovu GRNN20 modela (podaci za testiranje mreže).

Tabela 11. pokazuje funkcije gustine (raspodele) verovatnoća, tj. PDF vrednosti dobijene za 20 ulaza korišćenih u ovom radu, kao i vrednosti Kolmogorov-Smirnov testa koji je korišćen za izbor najpodesnije PDF vrednosti, na osnovu njenog značaja ( $p$ ).

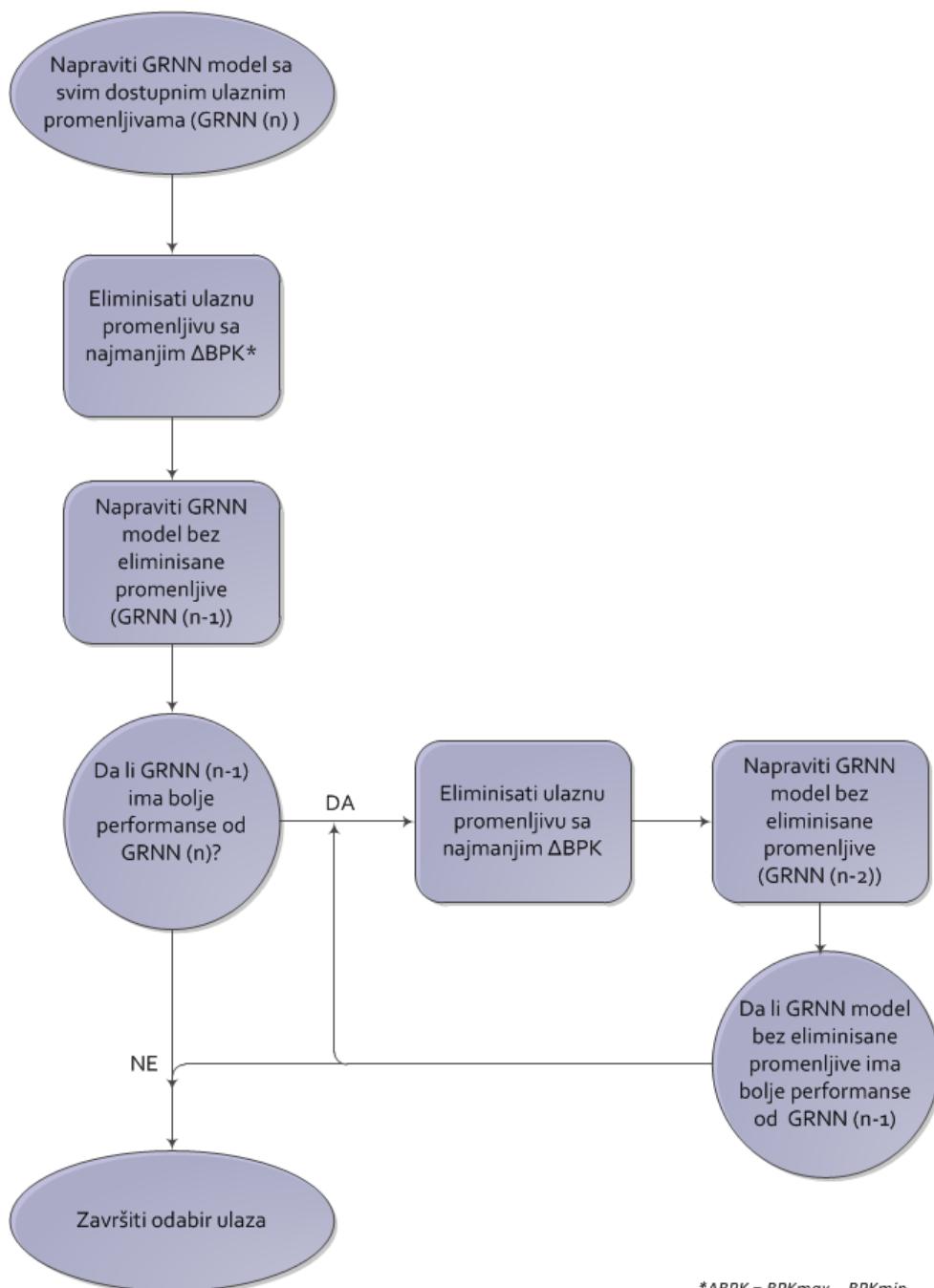
**Tabela 11.** Simulirane vrednosti PDF sa značajnim vrednostima dobijenim primenom Kolmogorov-Smirnov testa

Ulazna promenljiva	PDF (engl.)	Kolmogorov-Smirnov test
		značaj ( $p$ )
BDP	<i>Folded normal</i>	0,08012
SS	<i>Gaussian Mixture</i>	0,44590
SSPIUV	<i>Gaussian Mixture<sup>a</sup></i>	0,00000
UTZS	<i>Normal</i>	0,78384
IT	<i>Weibull</i>	0,29407
GKO	<i>Gaussian Mixture</i>	0,99010
PKO	<i>General Extreme Value<sup>a</sup></i>	0,00307
SGPOV2	<i>Gaussian Mixture</i>	0,14572
SPOV0	<i>Gaussian Mixture<sup>a</sup></i>	0,00115
KGPOV	<i>General Extreme Value</i>	0,28079
PDVN	<i>Log Normal</i>	0,67845
BDPI	<i>Gaussian Mixture</i>	0,75093
IZSI	<i>Gaussian Mixture</i>	0,79490
BDPP	<i>Gaussian Mixture</i>	0,46568
UNF	<i>Gaussian Mixture</i>	0,39239
UNA	<i>Gaussian Mixture</i>	0,93511
OZ	<i>General Extreme Value</i>	0,29402
PPOP	<i>General Pareto</i>	0,24213
IGSF	<i>General Extreme Value</i>	0,33630
TSUPP	<i>Gaussian Mixture<sup>a</sup></i>	0,00000

<sup>a</sup> najbolje rangirana PDF vrednost

Skup podataka za Monte Karlo simulaciju, korišćen za određivanje uticaja ulaza na performanse GRNN modela u cilju tačnog predviđanja nacionalnih BPK vrednosti, generisan je tako što je uzeto 50 vrednosti za svaki od 20 ulaza (ulaznih promenljivih) u definisanim okvirima (Tabela 6.). Iz tog razloga, skup podataka sastojao se od 20 blokova od po 50 serija podataka po ulazu (ukupno 1.000 serija podataka), gde je svaki blok imao

jedan ulaz sa vrednostima u okviru definisanog opsega, dok su drugi ulazi bili podešeni na srednju izmerenu vrednost (Tabela 6.). Kvantifikacija uticaja za svaki pojedinačni ulaz na izlaz modela dobijena je na osnovu proračuna BPK opsega, kao razlike između najviše i najniže predviđene vrednosti BPK ( $\Delta\text{BPK} = \text{BPK}_{\max} - \text{BPK}_{\min}$ ) za svaki blok skupa podataka. Na taj način značaj svakog ulaza modela bio je proporcionalan  $\Delta\text{BPK}$  vrednosti. Procedura izbora ulaza modela šematski je prikazana na Slici 9.



**Slika 9.** Šematski prikaz procedure isključivanja prilikom izbora ulaznih promenljivih

Tokom procesa izbora ulaza, broj neurona u skrivenom sloju i u izlaznom sloju nije se razlikovao od GRNN20 modela, dok je broj neurona u ulaznom sloju varirao između 20 i 14; sa svakim sledećim modelom koji je imao po jedan ulaz manje od prethodnog, broj neurona u ulaznom sloju se smanjivao za jedan.  $\Delta BPK$  vrednosti dobijene tokom procesa

izbora ulaza prikazane su u Tabeli 12. Vrednosti indikatora performansi modela, kao i ulazi isključeni prilikom selekcije za svaki GRNN model prikazani su u Tabeli 13. Rezultati ukazuju da je GRNN15 model pokazao najbolje performanse, i to sa 25% manje ulaznih promenljivih prilikom obučavanja modela, u poređenju sa početnim GRNN20 modelom.

**Tabela 12.**  $\Delta\text{BPK}$  vrednosti (mg/l) dobijene tokom procesa izbora ulaznih promenljivih primenom tehnike Monte Karlo simulacija

Ulagne promenljive	Model						
	GRNN20	GRNN19	GRNN18	GRNN17	GRNN16	GRNN15	GRNN14
BDP	0,946	0,958	0,489	0,760	0,762	1,029	0,721
SS	0,933	0,926	1,055	1,067	1,067	1,294	2,622
SSPIUV	1,764	1,905	2,112	2,085	2,085	2,100	1,923
UTZS	0,939	0,805	0,787	0,886	0,883	0,856	0,682
IT	0,980	1,004	1,098	1,098	1,103	1,108	1,349
GKO	1,004	1,006	1,121	1,120	1,120	1,104	0,872
PKO	2,045	2,008	1,831	1,919	1,919	1,917	1,832
SGPOV2	1,165	1,184	1,239	1,231	1,234	1,223	1,223
SPOV0	0,950	1,248	1,261	1,261	1,261	1,268	1,252
KGPPOV	1,932	1,919	1,820	1,916	1,916	1,921	1,531
PDVN	2,180	2,180	2,180	2,180	2,180	2,179	2,278
BDPI	1,369	1,256	0,752	0,621	<b>0,561</b>	-	-
IZSI	<b>0,213<sup>a</sup></b>	-	-	-	-	-	-
BDPP	1,033	1,060	1,079	1,071	1,084	1,090	0,595
UNF	0,660	<b>0,584</b>	-	-	-	-	-
UNA	1,371	1,215	0,844	1,041	1,040	1,009	1,014
OZ	0,709	0,620	0,482	0,749	0,754	<b>0,633</b>	-
PPOP	1,669	1,435	1,058	1,036	1,036	1,041	2,106
IGSF	0,972	0,890	<b>0,207</b>	-	-	-	-
TSUPP	0,577	0,586	0,311	<b>0,339</b>	-	-	-

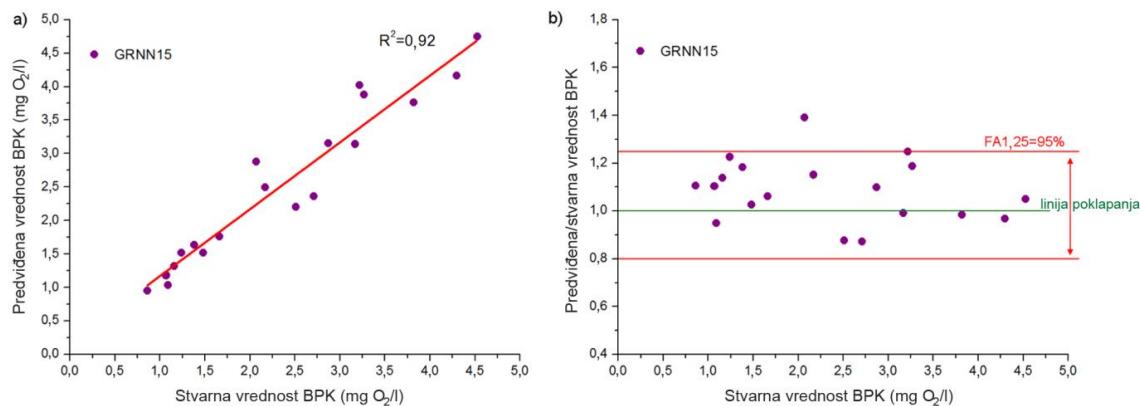
<sup>a</sup> podebljane vrednosti ukazuju na najnižu  $\Delta\text{BPK}$  vrednost

**Tabela 13.** Indikatori performanse modela sa različitim brojem ulaza

Oznaka modela	Ulagne promenljive	Indikatori performanse				
		IA	FA1.25 (%)	MAPE (%)	RMSE (mg/l)	MAE (mg/l)
GRNN20	Sve	0,97	84	13	0,36	0,27
GRNN19	bez IZSI	0,97	84	13	0,36	0,27
GRNN18	bez UNF	0,98	95	12	0,35	0,26
GRNN17	bez IGSF	0,98	95	12	0,35	0,26
GRNN16	bez TSUPP	0,98	95	12	0,35	0,26
<b>GRNN15</b>	bez BDPI	<b>0,98<sup>a</sup></b>	<b>95</b>	<b>12</b>	<b>0,35</b>	<b>0,26</b>
GRNN14	bez OZ	0,98	89	12	0,35	0,26

<sup>a</sup> podebljane vrednosti ukazuju na najbolje performanse

Predviđanja optimizovanog GRNN15 modela bila su u dobroj saglasnosti sa stvarnim (izmerenim) vrednostima BPK (Slika 10.a) sa manjim odstupanjima (Tabela 13. i Slika 10.b) u poređenju sa početnim GRNN20 modelom.



**Slika 10.** Performanse GRNN15 modela za skup za testiranje modela (a) slaganje stvarnih BPK vrednosti i vrednosti dobijenih modelom (b) prikaz faktora FA1,25

Izuvez za Luksemburg, sva predviđanja BPK nivoa dobijena GRNN15 modelom za skup podataka za testiranje su u okviru granica  $FA1,25$ . Ovo se može objasniti činjenicom da je Luksemburg specifična država, površine, ekonomski strukture i hidrološke infrastrukture značajno drugačije od drugih EU zemalja. Iz tog razloga, Luksemburg je i prikazan u skupu podataka za obuku sa ograničenim brojem serija podataka, što je zauzvrat onemogućilo GRNN model da obezbedi tačnija predviđanja.

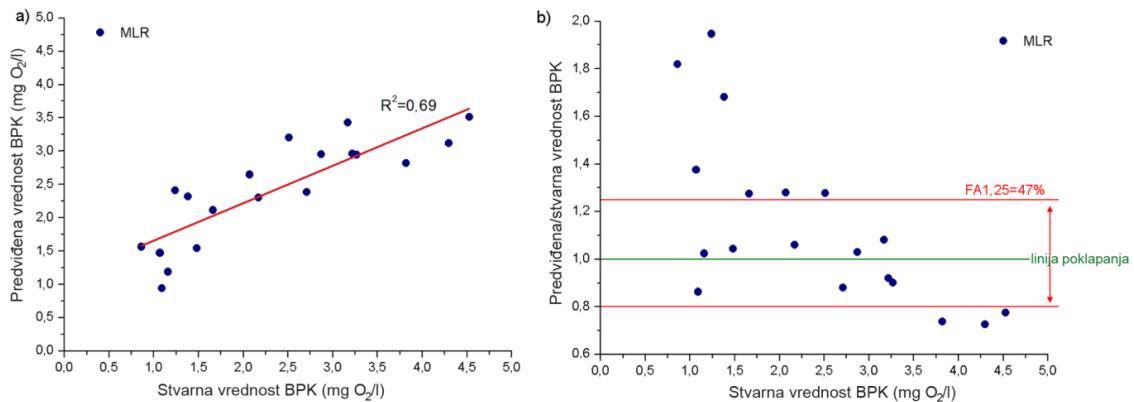
#### **6.4. Poređenje sa MLR modelom**

Model zasnovan na višestrukoj linearnej regresiji (MLR) je razvijen za potrebe poređenja, sa istim podacima koji su korišćeni za razvoj GRNN15 modela (Tabela 14.).

**Tabela 14.** Koeficijenti MLR modela sa standardnom greškom

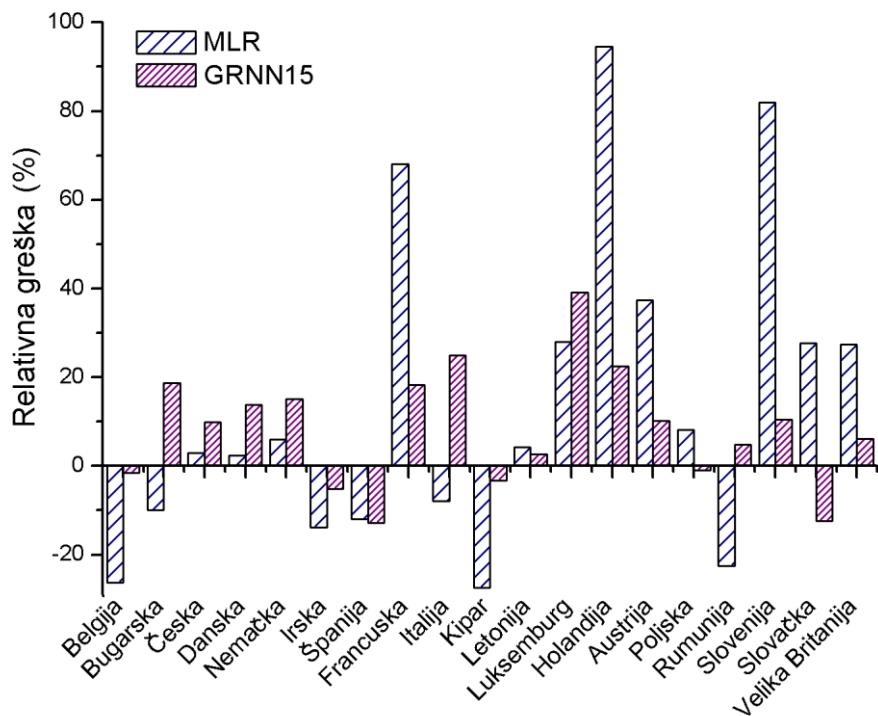
Ulaz	Vrednost koeficijenta	Standardna greška
BDP	$7,71 \cdot 10^{-1}$	$2,74 \cdot 10^{-1}$
BDPP	$1,41 \cdot 10^{-1}$	$5,76 \cdot 10^{-2}$
UTZS	$-1,09 \cdot 10^{-1}$	$7,05 \cdot 10^{-2}$
KGPOV	$-1,07 \cdot 10^{-1}$	$7,50 \cdot 10^{-1}$
PPOP	$-6,53 \cdot 10^{-2}$	$2,54 \cdot 10^{-2}$
GKO	$-3,35 \cdot 10^{-2}$	$1,20 \cdot 10^{-2}$
SSPUIV	$2,51 \cdot 10^{-2}$	$1,84 \cdot 10^{-2}$
SS	$2,09 \cdot 10^{-2}$	$9,99 \cdot 10^{-3}$
SGPOV2	$-1,17 \cdot 10^{-2}$	$4,37 \cdot 10^{-3}$
OZ	$-6,74 \cdot 10^{-3}$	$1,04 \cdot 10^{-2}$
PKO	$-3,09 \cdot 10^{-3}$	$1,10 \cdot 10^{-3}$
UNA	$-2,90 \cdot 10^{-3}$	$1,84 \cdot 10^{-3}$
SPOV0	$7,50 \cdot 10^{-4}$	$1,21 \cdot 10^{-2}$
PDVN	$-1,07 \cdot 10^{-4}$	$2,11 \cdot 10^{-5}$
IT	$5,66 \cdot 10^{-6}$	$3,68 \cdot 10^{-5}$
Presek	6,32	2,17

Performanse MLR modela ( $IA=0,87$ ,  $MAPE=27\%$ ,  $RMSE=0,64$  mg/l,  $MAE=0,51$  mg/l) prikazane na Slici 11. su inferiornije u poređenju sa modelom GRNN15 (Tabela 13. i Slika 10.b). Koeficijent  $R^2$  za slučaj predviđanja modelom GRNN15 iznosio je 0,92 (Slika 10.a), dok je u slučaju odgovarajućeg MLR modela taj koeficijent iznostio samo 0,69 (Slika 11.a), ukazujući da se GRNN model pokazao mnogo boljim od linearog MLR modela.



**Slika 11.** Performanse MLR modela za test podatke (a) slaganje stvarnih vrednosti BPK i onih dobijenih modelom, (b) grafik FA1,25

Takođe, u slučaju MLR modela samo 47% predviđanja ukloplilo se u okvir opsega FA1,25, dok se vrednost relativne greške kretala između -25% u slučaju Kipra, do 94% u slučaju Holandije (Slika 12.). Najviša vrednost relativne greške za predviđanja napravljena modelom GRNN15 je iznosila 40% i to za Luksemburg. Nivoi BPK za Francusku i Sloveniju koje je predviđao MLR model takođe značajno odstupaju od stvarne vrednosti BPK (relativna greška  $\geq 70\%$ ), dok su u slučaju predviđanja sa modelom GRNN15 za ove zemlje, relativne greške bile manje od 20% (Slika 12.).



**Slika 12.** Poređenje između GRNN15 i MLR modela na osnovu relativne greške za test podatke

### 6.5. Analiza značajnosti ulaznih parametara

Analiza značajnosti primenom tehnike Monte Karlo simulacija je urađena radi određivanja uticaja koji ulazi imaju na model GRNN15. Najznačajniji ulazni parametri modela, imajući u vidu dobijenu  $\Delta\text{BPK}$  vrednost (Tabela 12) su padavine (PDVN), praćene seoskim stanovništvom sa pristupom unapređenom izvoru vodosnabdevanja (SSPUIV), kapacitetom prerade otpadne vode iz gradskog postrojenja za preradu otpadnih voda (KGPOV) i preradom komunalnog otpada (PKO). U periodima velikih padavina zagađujuće materije se spiraju sa poljoprivrednih površina, dok malo padavina ili pojava sušnih perioda s jedne strane imaju pozitivan uticaj na ograničenje migracije zagađujućih materija, ali s druge strane negativan uticaj na nivo voda, pa je tako manje vode raspoloživo za razblaživanje organskih materija poreklom od ispusta otpadne vode. Seosko stanovništvo sa pristupom unapređenom izvoru vodosnabdevanja bilo je blizu ili

tačno 100% u većini slučajeva, osim u slučaju Rumunije, gde je BPK vrednost jedna od najviših u posmatranom periodu. Doprinos kapaciteta prerađe otpadne vode se može pripisati činjenici da što je veći kapacitet za tretman otpadne vode, to je bolji kvalitet ispusta u vodoprijemnik. Slično tome, što je veći udeo tretiranog komunalnog otpada, to je manja količina otpada koji se deponuje, a samim tim je manji i direktni efekat procedivanja u lokalne tokove.

## **7. Modelovanje nivoa BPK u reci Dunav u Srbiji**

### **7.1. Priprema podataka za modelovanje**

Skup podataka za predviđanje nivoa BPK u reci Dunav (predstavljen u potpoglavlju 5.3.2), podeljen je u dva podskupa: podskup za obučavanje i podskup za testiranje. Podaci od 2002. do 2010. godine su korišćeni za kreiranje podskupa za obučavanje, dok su podaci iz 2011. godine korišćeni za testiranje modela. Približno 20% podataka iz podskupa za obučavanje je nasumično odabранo i izdvojeno za validaciju tokom procesa obuke.

### **7.2. Priprema podataka, razvoj i optimizacija modela**

Kako bi se razvio odgovarajući model za predviđanje sadržaja BPK u reci Dunav, izvršena je optimizacija u tri koraka, pri čemu su kao polazna osnova za svaki sledeći korak korišćeni rezultati prethodnog(ih) koraka:

- a) prvo je izvršena prostorna optimizacija, radi podele toka reke na segmente kojima se može lako rukovati i koji mogu biti korišćeni za modelovanje, uz razvoj zadovoljavajuće tačnih modela;
- b) zatim je izvršena vremenska optimizacija, kako bi se ispitao period (broj godina) monitoringa koji najbolje doprinosi performansi modela;
- c) i na kraju je izvršena optimizacija ulaznih podataka, kako bi se smanjio broj potrebnih ulaznih promenljivih tako što su uklonjeni međusobno korelisani ulazi, kao i oni koji su pokazali slabu povezanost sa izlaznom promenljivom.

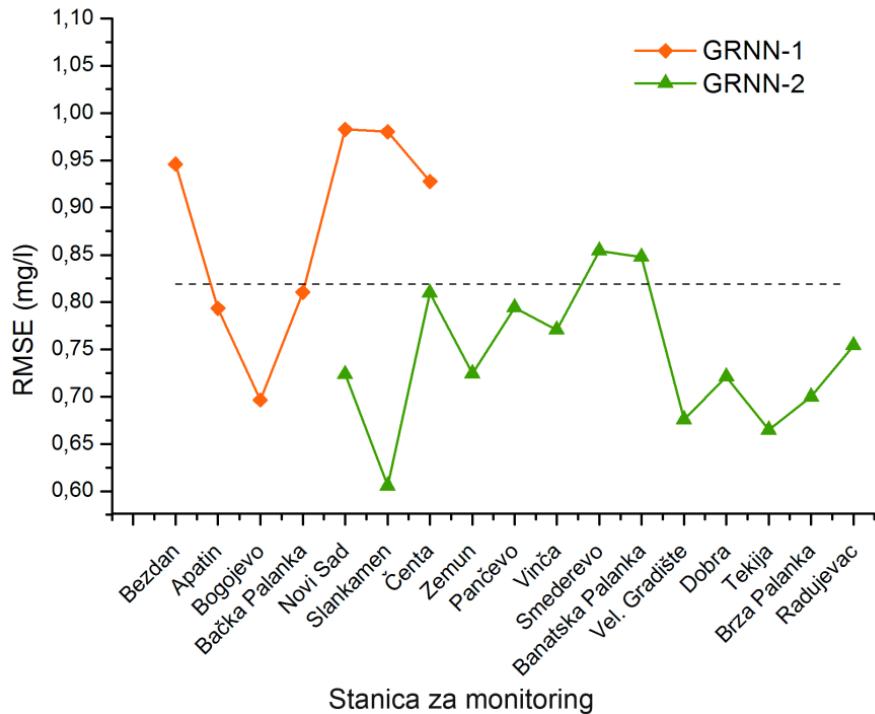
### **7.2.1. Prostorna optimizacija**

Na samom početku napravljen je osnovni model označen kao GRNN-0 i to sa podacima dobijenim sa svih 17 stanica za monitoring. *RMSE* ovog modela, koji je iznosio 0,819 mg/l, upotrebljen je za postavljanje referentne vrednosti za proces optimizacije, tako da prostorni segment bude zaključen u trenutku kada *RMSE* vrednost prekorači referentnu vrednost.

Prostorna optimizacija u ovom koraku je započeta sa modelom koji je uzeo u obzir samo jednu stanicu, i to prvu u posmatranom području toka reke (stanica *Bezdan*), a zatim je postepeno dodavana po jedna stаница nizvodno i praćena promena *RMSE* vrednosti, sve dok referentna *RMSE* nije prekoračena. U tom trenutku, prvi segment (nazvan GRNN-1) je zatvoren. Na Slici 13 se može videti da je greška ovog modela opadala dok nije dodata treća stаница sa kojom je greška počela da raste.

Model za drugi segment je razvijen koristeći podatke od pete stанице nadalje, dok model nije uključio i poslednju stanicu. Iako je stаница *Smederevo* doprinela povećanju greške modela, uvođenje dodatnih stanica je imalo pozitivan uticaj na performansu modela.

Uzveši u obzir postignute performanse modela, tok reke je konačno podeljen na dva segmenta – prvi od stанице *Bezdan* do stанице *Bačka Palanka* (GRNN-1) i drugi od stанице *Novi Sad* do stанице *Radujevac* (GRNN-2) u kome dominiraju veliki gradovi čiji će uticaj biti razmatran u daljem tekstu.



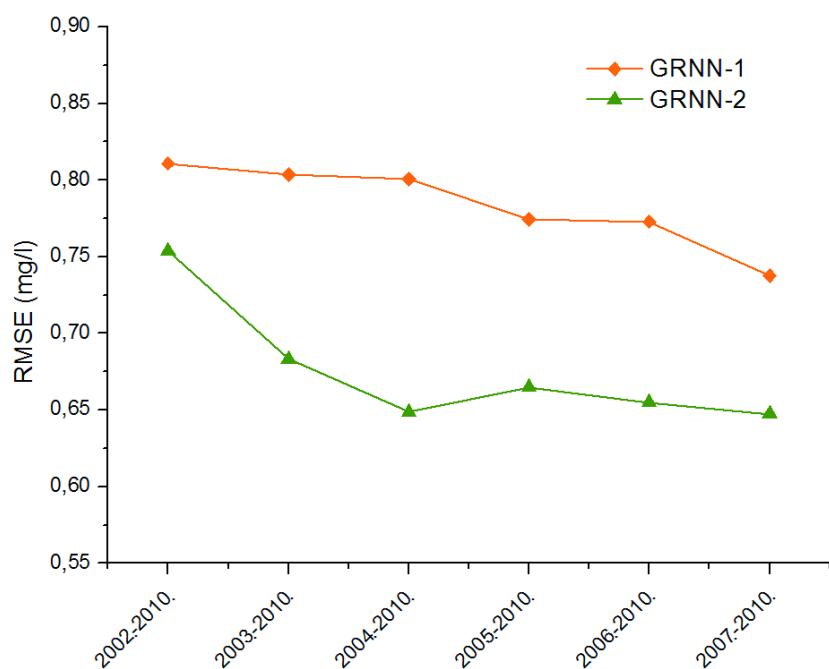
**Slika 13.** Procena performanse različitih modela tokom prostorne optimizacije zasnovana na  $RMSE$ ; isprekidana linija se odnosi na GRNN-0

### 7.2.2. Vremenska optimizacija

Na osnovu rezultata dobijenih prostornom optimizacijom, modeli GRNN-1 i GRNN-2 su podvrgnuti vremenskoj optimizaciji u okviru perioda koji je korišćen za obučavanje oba modela. Početno stanovište je podrazumevalo uzimanje svih dostupnih podataka za period 2002.-2010. a zatim su u svakoj sekvenci optimizacije isključivane serije podataka koje se vezuju za istorijski „najstariju“ godinu (Slika 14.). Podaci iz 2011. godine su korišćeni za testiranje modela, a performanse su analizirane i ocenjene na osnovu vrednosti  $RMSE$ .

GRNN-1 model je postigao najbolje rezultate kada je bio obučavan sa podacima iz perioda 2007.-2010. godine. Broj serija podataka korišćenih za obučavanje i validaciju modela iznosio je: 132 za obučavanje i 32 za validaciju, dok su 42 serije podataka korišćene za testiranje modela.

Što se tiče GRNN-2 modela, najmanja greška je dobijena u dva navrata: kada je model obučavan podacima iz perioda 2007.-2010. godine i kada je obučavan podacima iz perioda 2004.-2010. godine. Iako je broj serija podataka za testiranje bio jednak u oba slučaja (139 serija), broj serija za obučavanje se razlikovao, od 417 u prvom slučaju do 739 u drugom. Iz tog razloga, izabran je prvi model koji je zahtevao manje podataka, a pokazao je jednako dobre performanse. Takođe, na ovu odluku je uticala i činjenica da su korišćeni podaci posmatrani u najskorijem periodu, pa su samim tim smatrani i pouzdanijim od ostalih.



**Slika 14.** Ocena performanse različitih modela dobijene na osnovu vrednosti *RMSE* tokom vremenske optimizacije

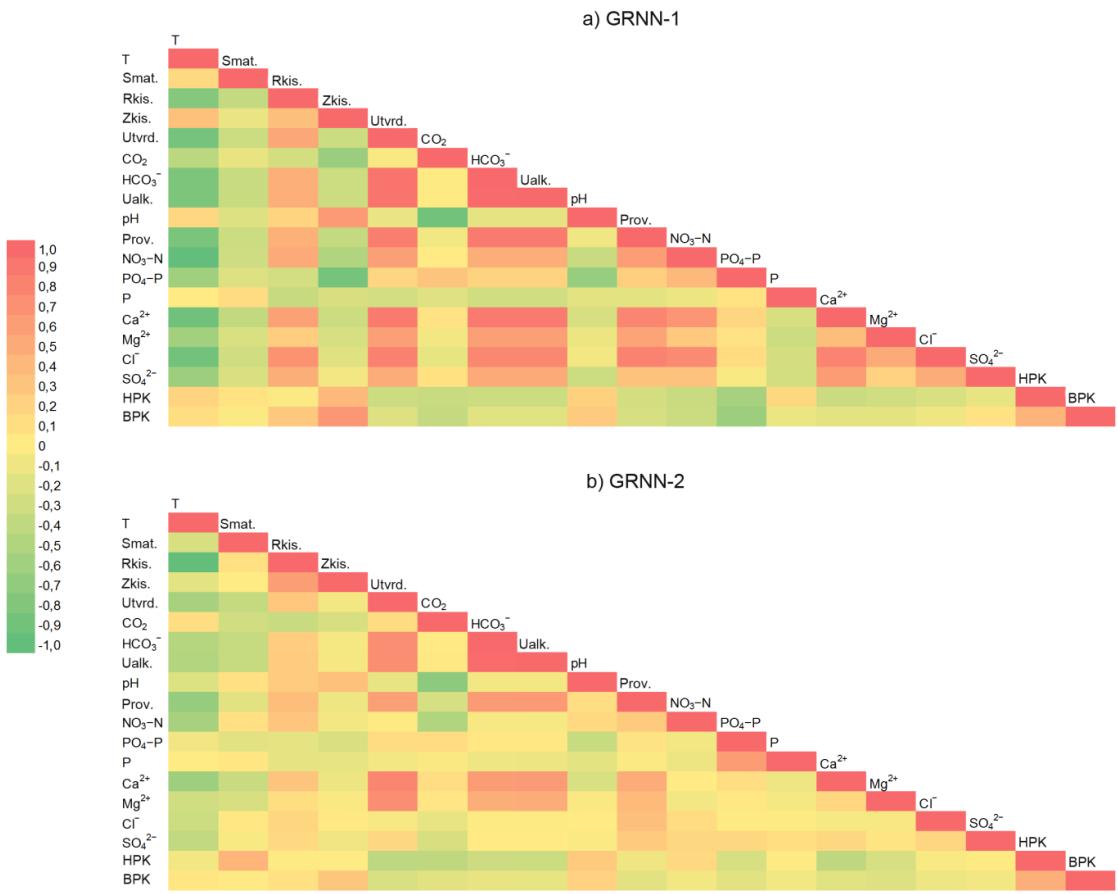
### 7.2.3. Optimizacija ulaznih promenljivih

U poslednjem koraku, broj serija podataka je ostao nepromenjen; međutim, radi manjeg zahteva za podacima a u cilju poboljšanja performansi, primenjena je optimizacija ulaza tako što su uklonjeni ulazi sa međusobnim jakim uticajem. Korelaciona analiza je

primenjena u svrhu detekcije međuzavisnosti parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazi, kao i međuzavisnosti ulaza i izlaza modela.

U slučaju GRNN-1 (Slika 15.a), primećena je jaka korelacija između sadržaja bikarbonata i ukupnog alkaliteta, kao i između ovih parametara i ukupne tvrdoće, sa korelacionim koeficijentom od 0,93. Dodatno, sadržaj kalcijuma i hlorida nije pokazao značajnu zavisnost sa BPK. Model je pretrpeo minimalne promene isključivanjem nitrata, međutim kada su isključeni i sadržaj ukupnog fosfora i magnezijuma, koji su takođe pokazali slabu zavisnost sa BPK, performanse modela su pogoršane. Iz tog razloga, sledećih šest ulaznih parametara je isključeno iz GRNN-1 modela: ukupna tvrdoća (Utvrđ.), bikarbonati ( $\text{HCO}_3^-$ ), ukupni alkalitet (Ualk.), kalcijum ( $\text{Ca}^{2+}$ ), hloridi ( $\text{Cl}^-$ ) i nitrati ( $\text{NO}_3\text{-N}$ ).

Slično prethodno opisanom modelu, u slučaju GRNN-2 modela primećena je jaka pozitivna korelacija između ukupne tvrdoće, sadržaja bikarbonata i ukupnog alkaliteta (Slika 15.b). Takođe, jaka negativna korelacija od -0,79 između sadržaja rastvorenog kiseonika i temperature vode potvrđuje činjenicu da porast temperature vode ima direktni uticaj na sniženje sadržaja rastvorenog kiseonika. Kako bi se utvrdilo koji ulazni parametar ima veći uticaj na performanse modela, model je obučavan i njegovo ponašanje je testirano isključivanjem prvo jednog, a zatim drugog od pomenuta dva parametra. Na kraju, najbolje performanse su postignute kada su tri ulazna parametra isključena iz modela: ukupna tvrdoća (Utvrđ.), bikarbonati ( $\text{HCO}_3^-$ ) i rastvoren kiseonik (Rkis.). Kada su uklonjeni drugi parametri, kao što je sadržaj nitrata, ukupnog fosfora, hlorida i sulfata, koji su bili očigledno slabo zavisni sa izlazom, performanse modela su se drastično pogoršale.



**Slika 15.** Rezultati korelace analize: a) GRNN-1 i b) GRNN-2 modela

### 7.3. Dobijeni modeli

Iz procedure optimizacije u tri koraka, proizašla su dva modela sa performansama boljim od ostalih: GRNN-1 sa 12 ulaznih parametara kvaliteta voda, koji su posmatrani u periodu od 2007. do 2011. godine na 4 stanice za monitoring, i GRNN-2 model sa 15 ulaznih parametara, posmatranih u istom vremenskom periodu na 13 stanica za monitoring. Prednost dobijenih modela leži u činjenici da je za obuku i validaciju potrebno manje podataka nego što je to bio slučaj kod početnih modela. Vremenska optimizacija je najviše doprinela smanjenju broja serija podataka za obuku i validaciju, pa je tako za GRNN-1 bilo potrebno 54% a za GRNN-2 55% inicijalno dostupnih podataka.

Novi i optimizovani GRNN-1 i GRNN-2 modeli su zatim upoređeni sa osnovnim GRNN-0 modelom primenom statističkih indikatora performanse (Tabela 15.).

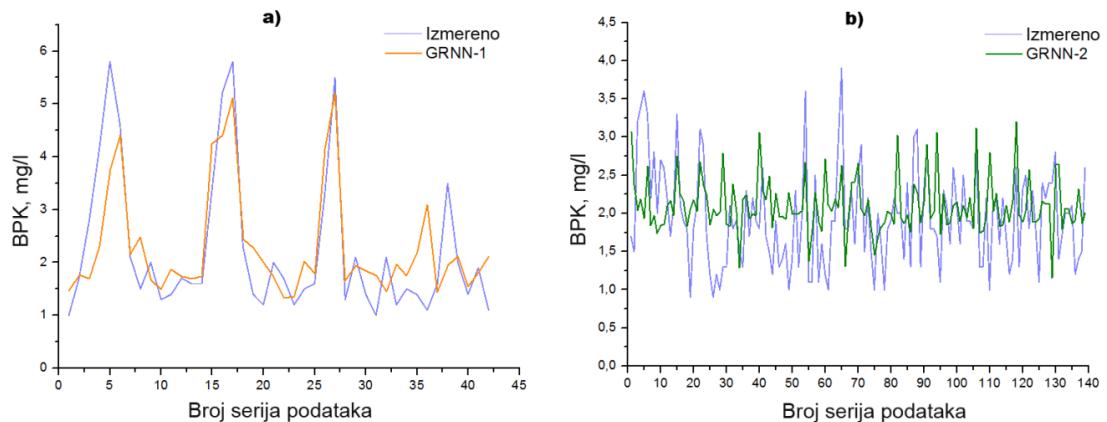
**Tabela 15.** Performanse osnovnog i optimizovanih modela

Model	Br. ulaza	dr	FA1,25	RMSE, mg/l	MAE, mg/l	PBIAS, %
GRNN-0	18	0,86	0,40	0,819	0,669	-18
GRNN-1	12 <sup>a</sup>	0,72	0,52	0,775	0,574	-3
GRNN-2	15 <sup>b</sup>	0,98	0,55	0,648	0,512	-8

<sup>a</sup> isključeni ulazi: Utvrd., HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>, Ualk., Ca<sup>2+</sup>, Cl<sup>-</sup>, NO<sub>3</sub>-N

<sup>b</sup> isključeni ulazi: Utvrd., HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>, Rkis.

Oba modela, GRNN-1 i GRNN-2, pokazali su bolje performanse od osnovnog GRNN-0 modela. Činjenica da u više od 50% slučajeva odnos predviđenih i posmatranih vrednosti upada u okvir definisan indikatorom FA1,25 ukazuje na dobro slaganje sa posmatranim vrednostima. Greške predviđanja prikazane RMSE i MAE vrednostima kod oba modela nalaze se ispod referentne vrednosti greške osnovnog modela; dodatno, PBIAS ukazuje da osnovni model pokazuje i značajnu tendenciju da preceni vrednosti BPK, tj. da prikaže nivo veći nego što zaista jeste, u poređenju sa optimizovanim modelima. Analiza performansi optimizovanih modela ukazuje na značajno manje greške predviđanja u poređenju sa sličnim istraživanjima dostupnim u literaturi; npr., RMSE vrednosti testiranja koje [Singh i saradnici, 2009], [Basant i saradnici, 2010] i [Emamgholizadeh i saradnici, 2014] prikazuju kao zadovoljavajuće, iznose redom 1,38; 1,41 and 2,57. Performanse GRNN-1 i GRNN-2 su vizuelno prikazane na Slici 16.



**Slika 16.** Linijski dijagram prikazuje poređenje posmatranih vrednosti i vrednosti dobijenih modelom a) GRNN-1 i b) GRNN-2

## **8. Modelovanje sadržaja rastvorenog kiseonika u reci Dunav**

### **8.1.Priprema podataka za modelovanje i raspodele ulaznih promenljivih**

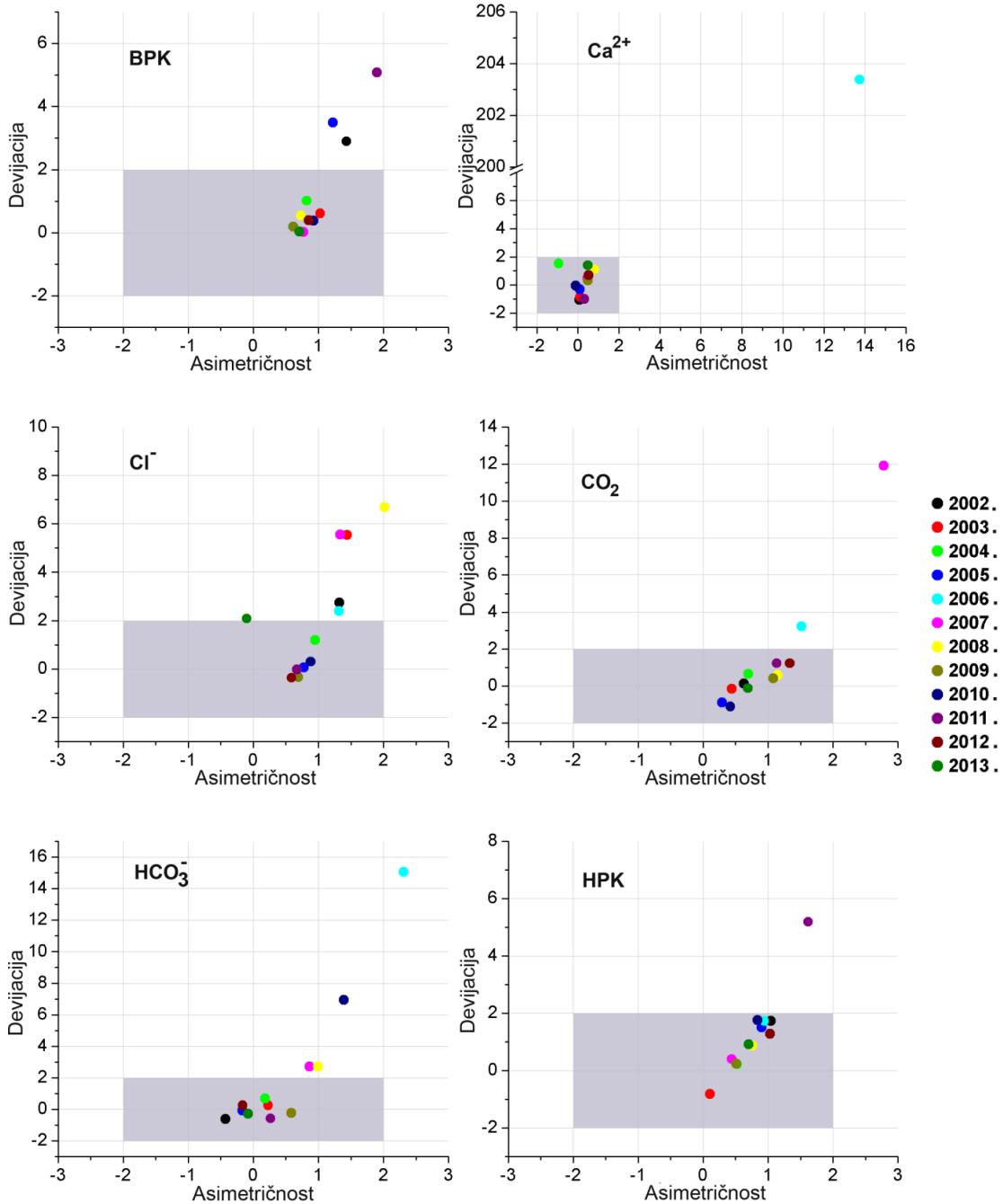
Imajući u vidu da se tokom praćenog perioda broj stanica u okviru mreže za monitoring na reci Dunav menjao nekoliko puta, počevši od 10 pa sve do 17 stanica za monitoring, razmatrana je varijabilnost kao faktor koji utiče na performanse ANN modela. Varijabilnost je kvantifikovana preko koeficijenta varijacije (*CV*), koji predstavlja odnos standardne devijacije i srednje vrednosti parametra. *CV* je odabran jer je jednostavan za razumevanje, tako da ga oni koji se bave upravljanjem kvalitetom voda i druge zainteresovane strane mogu lako koristiti [McLaughlin i Flinders, 2016].

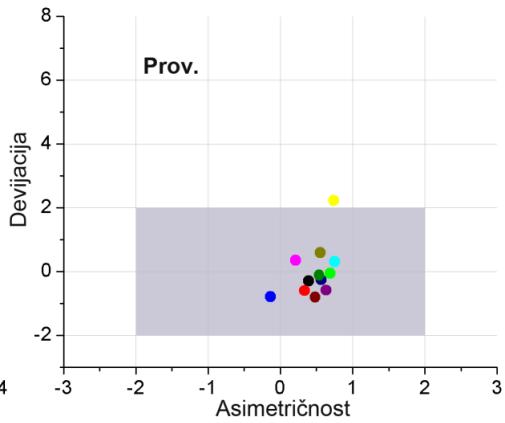
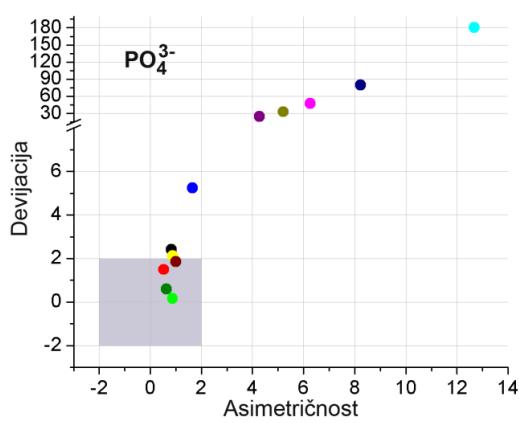
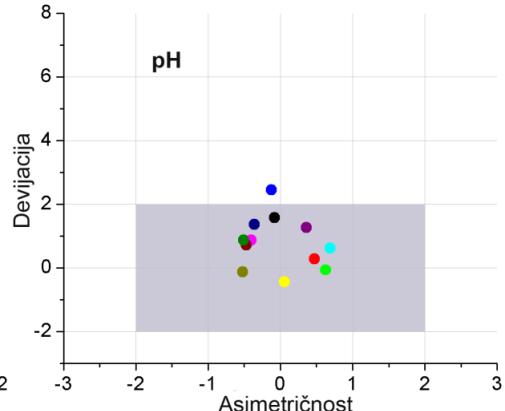
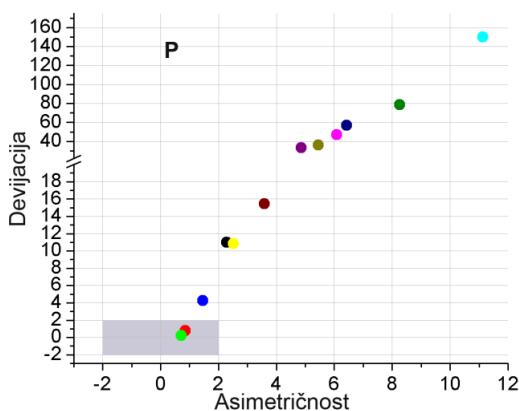
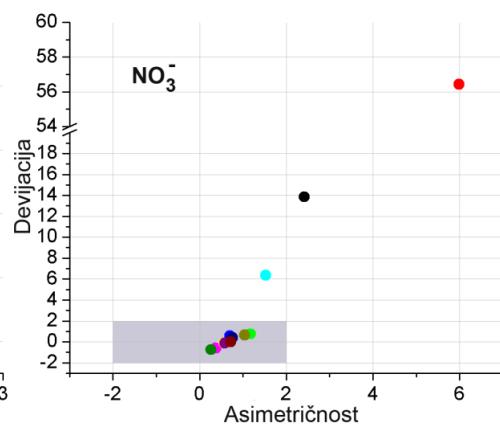
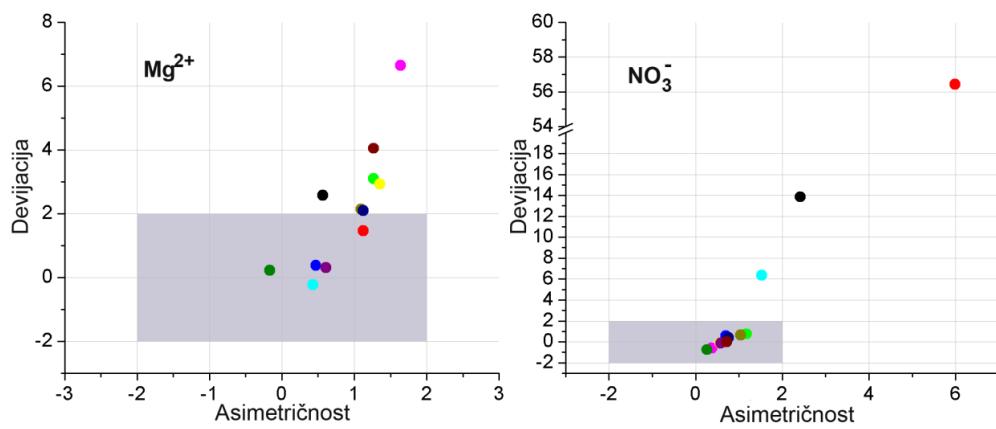
Koeficijent varijacije, mera asimetričnosti (engl. *skewness*) i mera devijacije krive raspodele verovatnoća (engl. *kurtosis*) skupa podataka su prikazani u Tabeli 16.

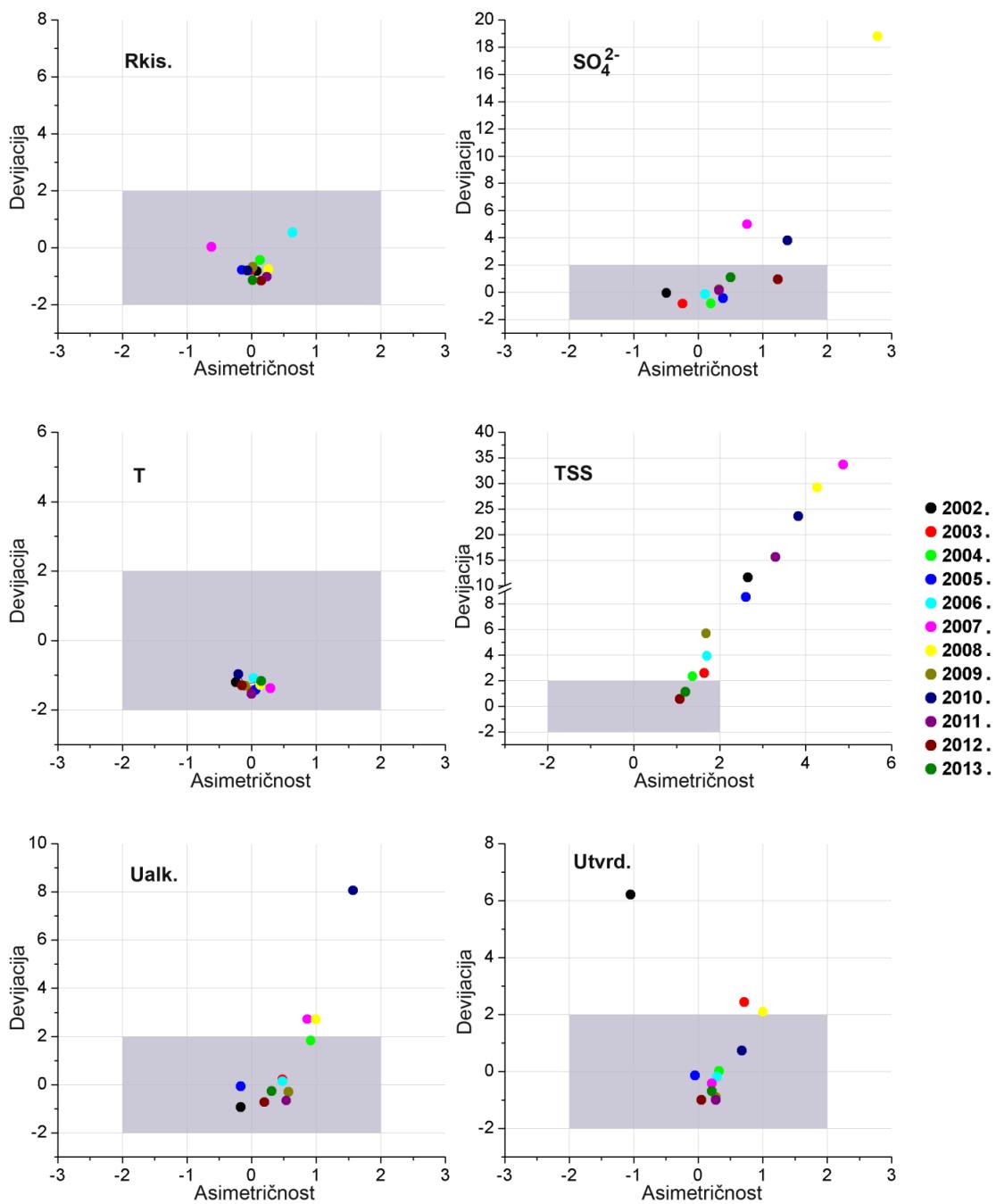
**Tabela 16.** CV, asimetričnost i devijacija raspodele verovatnoća skupa podataka  
(N=1.912)

Parametar	Simbol	Jedinica	CV	Asimetričnost raspodele verovatnoća	Devijacija raspodele verovatnoća
Temperatura	T	°C	56%	0,028	-1,280
Ukupne susendovane materije	Smat.	mg/l	103%	3,608	25,036
Ukupna tvrdoća	Utvrd.	mg/l	15%	0,291	1,427
Ugljen-dioksid	CO <sub>2</sub>	mg/l	101%	1,822	6,975
Bikarbonati	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Mg/l	14%	0,817	5,170
Ukupni alkalitet	Ualk.	mg/l	13%	0,725	1,486
pH	pH	-	3%	-0,067	0,593
Električna provodljivost	Prov.	μS/cm	15%	0,641	0,530
Nitrati	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	mg/l	56%	2,341	23,267
Fosfati	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	mg/l	100%	12,553	261,423
Ukupni fosfor	P	mg/l	63%	7,558	95,948
Kalcijum	Ca <sup>2+</sup>	mg/l	26%	24,177	868,615
Magnezijum	Mg <sup>2+</sup>	mg/l	28%	1,087	2,770
Hloridi	Cl <sup>-</sup>	mg/l	27%	1,250	3,136
Sulfati	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	mg/l	29%	0,593	2,293
Hemijačka potrošnja kiseonika	HPK	mg/l	29%	0,765	1,273
Biološka potrošnja kiseonika	BPK	mg/l	44%	1,114	1,736
Rastvoren kiseonik	Rkis.	mg/l	21%	0,061	-0,403

Imajući u vidu da se mera asimetričnosti i mera devijacije krive raspodele verovatnoća u opsegu od -2 do 2 smatraju prihvatljivim tj. ukazuju na normalnu ili blizu normalne raspodele [Barzegar i saradnici, 2016b], iz Tabele 16. se može zaključiti da većina proučavanih parametara ne prati normalnu raspodelu. Štaviše, na Slici 17. se može videti da su samo temperatura (T) i sadžaj rastvorenog kiseonika (Rkis.) imali relativno konstantnu raspodelu tokom perioda 2002.-2013. (oblast obojena sivom bojom), dok je kod ostalih parametara prisutna skoro normalna i ne-normalna raspodela.



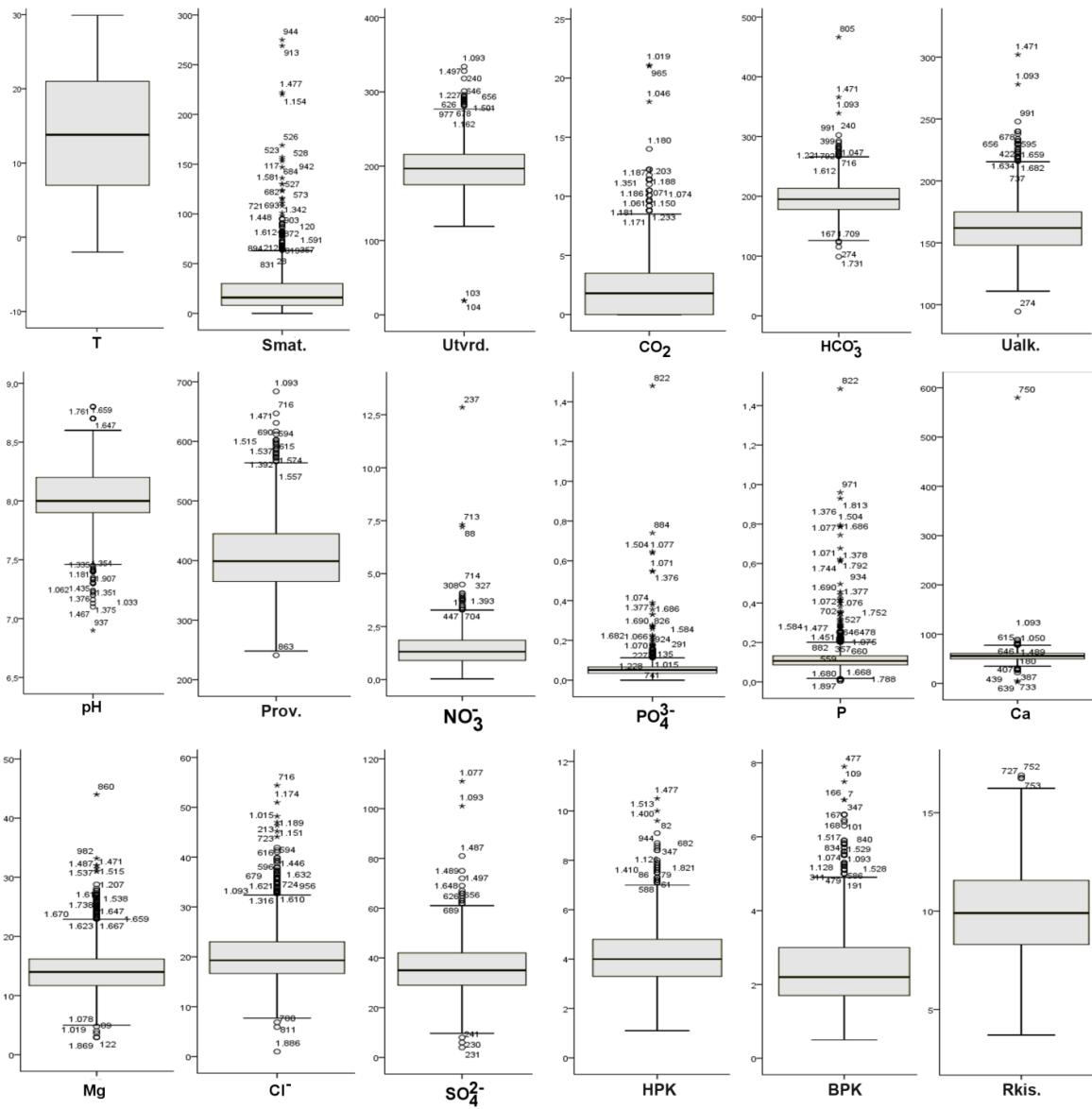




**Slika 17.** Mera asimetričnosti, tj. devijacije raspodele verovatnoća za različite godine

## **8.2.Podela skupa podataka**

Usled velike varijabilnosti podataka i očekivanog povezanog uticaja na performansu modela, dostupni skup podataka podeljen je na dva podskupa: regularni podskup koji je sadržao 1.409 pojedinačnih merenja sa malom promenljivošću i podešenom normalnom raspodelom, i „ekstremni“ podskup koji je sadržao 503 podatka monitoringa sa originalnom raspodelom, većom varijabilnošću i prisustvom ekstremnih visokih/niskih vrednosti, koje „iskaču“ iz opsega normalne raspodele, tj. predstavljaju nestandardne vrednosti (engl. *Outliers*). Ekstremne vrednosti su identifikovane korišćenjem tzv. boks-plot metodologije (Slika 18.) tj. to su bile one vrednosti koje su veće od Q3 (75. procenat) + 1,5IQR (intekvartilni opseg), gde je  $IQR=Q3-Q1$ , i manji od Q1 (25. procenat) – 1,5IQR. Izuzetno ekstremne vrednosti su određene slično korišćenjem faktora 3 umesto 1,5. Svi parametri, osim  $T$  ( $^{\circ}\text{C}$ ), pH i električne provodljivosti ( $\mu\text{S}/\text{cm}$ ), na Slici 18. su prikazani u mg/l.



**Slika 18.** Grafički prikaz parametara modela sa ekstremnim vrednostima ( $\circ$ ) i izuzetno ekstremnim vrednostima ( $\star$ ). U sredini pravougaonika prikazana je medijana, dok su na dnu i vrhu prikazani redom 25. i 75. procenat.

Opisna statistika podataka iz prvog skupa (dobijenog nakon uklanjanja ekstremnih vrednosti) prikazana je u Tabeli 17.

**Tabela 17.** Opisna statistika podataka nakon uklanjanja ekstremnih vrednosti, tj. regularni uslovi (N=1.409)

Parametar	Ekstremne vrednosti		Srednja vrednost	St. dev.	CV	Asimetričnost raspodele verovatnoća	Devijacija raspodele verovatnoća
	Uslovi	N <sub>ev</sub> <sup>a</sup>					
T	-	0	14,34	7,66	53%	0,000	-1,264
Smat.	$\geq 64,0$	88	18,62	14,18	76%	0,962	0,328
Utvrd.	$\leq 19,0$ i $\geq 281,0$	22	194,30	25,65	13%	-0,082	0,824
CO <sub>2</sub>	$\geq 8,80$	36	2,05	1,86	91%	0,856	0,328
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	$\leq 125,0$ i $\geq 267,0$	28	194,66	24,06	12%	0,051	-0,033
Ualk.	$\leq 94,5$ i $\geq 216,0$	34	161,24	18,65	12%	0,269	-0,310
pH	$\leq 7,45$ i $\geq 8,70$	61	8,04	0,22	3%	0,092	-0,205
Prov.	$\leq 241,0$ i $\geq 566,0$	29	400,61	53,15	13%	0,394	-0,131
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	$\geq 3,30$	22	1,40	0,69	49%	0,487	-0,219
PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	$\geq 0,114$	69	0,05	0,02	44%	0,012	-0,214
P	$\leq 0,016$ i $\geq 0,202$	96	0,10	0,03	30%	0,314	0,247
Ca <sup>2+</sup>	$\leq 30,1$ i $\geq 77,0$	21	55,30	7,30	13%	0,011	-0,266
Mg <sup>2+</sup>	$\leq 4,8$ i $\geq 23,0$	83	13,78	3,19	23%	0,328	-0,059
Cl <sup>-</sup>	$\leq 6,9$ i $\geq 32,7$	70	19,54	4,22	22%	0,539	0,136
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	$\leq 8,0$ i $\geq 62,0$	22	34,81	9,38	27%	0,157	-0,248
HPK	$\geq 7,1$	43	4,00	1,01	25%	0,257	-0,219
BPK	$\geq 5,0$	52	2,32	0,92	39%	0,610	-0,172
Rkis.	$\geq 16,1$	3	9,73	2,01	21%	0,022	-0,443

<sup>a</sup>N<sub>ev</sub>– broj ekstremnih vrednosti

Ne samo ekstremno visoke, već i ekstremno niske vrednosti za većinu ulaza su identifikovane kao ekstremne vrednosti. Vrednosti mera asimetrije i devijacije su smanjene na  $< |1|$  za sve ulaze, osim temperature, za koju ekstremne vrednosti nisu detektovane. S obzirom na to da temperatura ima konstantu raspodelu tokom vremena, u ovom slučaju nisu bila potrebna dodatna podešavanja. Srednja CV vrednost je smanjena

sa originalnih 41% na 32%, dok je kod skupa podataka koji je sadržao samo podatke sa detektovanim ekstremnim vrednostima (Tabela 18.), *CV* je bio povećan iznad 50%.

**Tabela 18.** Opisna statistika ekstremnih vrednosti, tj. ekstremnih uslova (N=503)

Parametar	Srednja vrednost	St. dev.	<i>CV</i>	Asimetričnost	Devijacija
				raspodele	raspodele
				verovatnoća	verovatnoća
T	13,02	8,09	62%	0,134	-1,319
Smat.	32,13	35,79	111%	2,671	11,074
Utvrd.	206,70	39,34	19%	0,161	0,502
CO <sub>2</sub>	2,95	3,16	107%	1,809	5,133
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	202,04	37,62	19%	1,051	5,077
Ualk.	168,02	27,84	17%	0,772	1,028
pH	8,00	0,34	4%	-0,051	0,136
Prov.	426,79	73,58	17%	0,536	-0,015
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	1,54	1,06	69%	3,344	27,487
PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	0,07	0,10	136%	7,674	87,612
P	0,15	0,13	83%	4,822	34,166
Ca <sup>2+</sup>	57,34	25,68	45%	16,820	343,226
Mg <sup>2+</sup>	16,02	5,56	35%	0,831	0,930
Cl <sup>-</sup>	22,41	7,62	34%	0,915	0,990
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	37,54	12,35	33%	0,914	3,527
HPK	4,53	1,56	34%	0,701	0,346
BPK	2,71	1,33	49%	1,205	1,154
Rkis.	10,44	2,34	22%	-0,052	-0,500

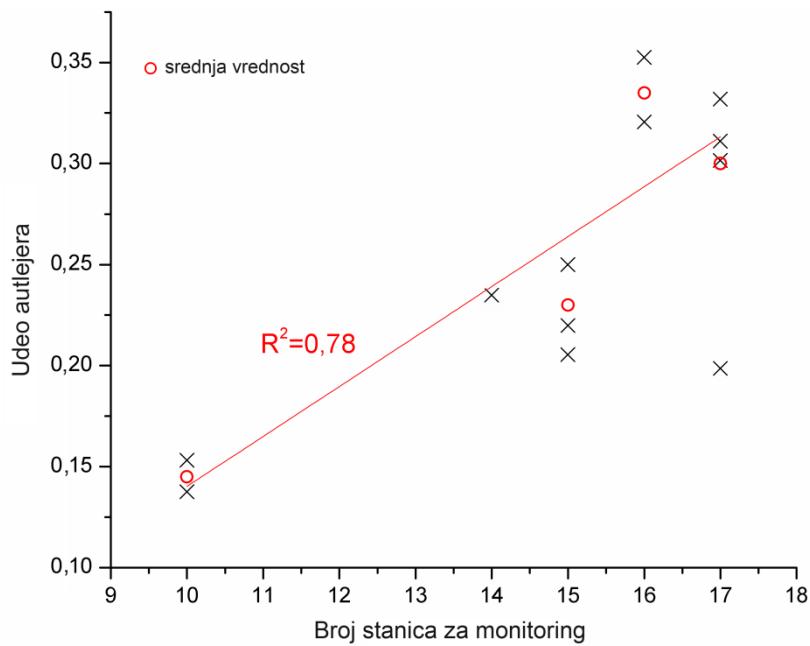
Obzirom da je ukupan broj ekstremnih vrednosti ( $\Sigma N_{ev}=777$ ) bio veći od broja serija podataka koje sadrže ekstremne vrednosti (N=503), u više od 50% slučajeva najmanje dva parametra su imala simultano ekstremno niske/visoke vrednosti. Iz tog razloga, skup podataka koji je sadržao samo serije podataka sa ekstremnim vrednostima se može

smatrati skupom koji opisuje esktremne uslove, u okviru koga je jedan ili nekoliko parametara kvaliteta voda imalo neobično visoke ili niske vrednosti.

Poreklo nekih ekstremnih vrednosti se može povezati sa specifičnostima ispitivanog područja, naime 1) Dunav protiče kroz teritoriju AP Vojvodine na kojoj se obavlja intenzivna poljoprivredna proizvodnja, 2) Dunav je prijemnik netretiranih otpadnih voda iz urbanih zona Novog Sada i Beograda, između ostalih, 3) na ovom delu toka Dunava ne postoje postrojenja za tretman otpadnih voda koja su u funkciji, i 4) dve najveće hidrocentrale u Srbiji, „Đerdap 1“ na 943. rečnom kilometru i „Đerdap 2“ na 863. rečnom kilometru, nalaze se na granici sa Rumunijom.

### **8.3.Učestanost serija podataka sa ekstremnim vrednostima**

Imajući u vidu da se veličina mreže za monitoring na Dunavu menjala tokom vremena, ova varijacija je omogućila analizu povezanosti između pokrivenosti mreže i udela ekstremnih vrednosti. Učestanost detektovanih ekstremnih vrednosti je pokazala da njihov udio raste za približno 2,5% sa svakom sledećom stanicom dodatom na mrežu za monitoring (Slika 19.). Iz tog razloga, čak i za mreže za monitoring srednje veličine (sa oko 10 stanica), značajan udio predviđanja, tj. jedan od šest, nastao je korišćenjem ekstremnih vrednosti parametara kvaliteta voda, koje su ili više ili niže od onih korišćenih za razvoj modela. Imajući to u vidu, bilo je potrebno testirati sposobnost ekstrapolacije ANN modela.



**Slika 19.** Odnos broja stаница за monitoring i udela ekstremnih vrednosti

#### 8.4.Podešavanje mreže

Pre početka procesa obučavanja, definisani su sledeći parametri GMDH:

- 1) maksimalan broj ulaza u članu polinoma podešen je na 3 što je maksimum koji je dozvolio softver NeuroShell 2 (Ward Systems Group Inc.),
- 2) stepen polinoma je takođe podešen na 3 što je maksimum koji je dozvolio softver NeuroShell 2,
- 3) broj članova generisanih u prvom skrivenom sloju, koji vrši selekciju značajnih ulaza, podešen je na vrednost jednaku broju ulaza, što je unapred određeno pravilo u NeuroShell 2, tj. 17 vrednosti ulaza/izlaza skaliranih na opseg od -1 do 1.

## 8.5. Interpolacione i ekstrapolacione performanse nelinearnog PNN modela

Pre kreiranja PNN modela za predviđanje sadržaja rastvorenog kiseonika, 10% nasumično izabranih podataka je izdvojeno za testiranje modela. Jednačina 29. opisuje PNN model kreiran korišćenjem ulaza sa podešenim normalnim raspodelama i bez ekstremnih vrednosti (Tabela 17.).

$$\begin{aligned} R_{kis.} = & -0,071 + 0,05 \cdot (Cl^-) + 0,043 \cdot Ualk. + 0,11 \cdot BPK - 0,13 \cdot (PO_4^{3-}) - 0,03 \cdot \\ & HPK + 0,19 \cdot pH - 0,51 \cdot T + 0,1 \cdot T^2 + 0,098 \cdot pH^2 + 0,033 \cdot T \cdot pH + 0,013 \cdot T \cdot \\ & HPK + 0,11 \cdot pH \cdot HPK + 0,018 \cdot (PO_4^{3-})^2 - 0,054 \cdot T \cdot (PO_4^{3-}) - 0,049 \cdot T \cdot BPK - \\ & 0,12 \cdot (PO_4^{3-}) \cdot BPK - 0,059 \cdot T \cdot (PO_4^{3-}) \cdot BPK - 0,081 \cdot pH^3 - 0,12 \cdot (PO_4^{3-}) \cdot \\ & HPK + 0,034 \cdot Ualk. \cdot BOD - 0,032 \cdot Prov. + 0,024 \cdot (NO_3^-) + 0,024 \cdot (Ca^{2+}) - 0,019 \cdot \\ & (P) - 0,061 \cdot (Mg^{2+})^2 - 0,11 \cdot (Cl^-)^3 \end{aligned} \quad (29)$$

Obzirom da ovaj PNN model koristi samo 12 od ukupno 17 dostupnih ulaznih parametara kvaliteta voda, skup podataka sa ekstremnim vrednostima (Tabela 18.) je podeljen na dva podskupa, jedan koji sadrži stvarne ekstremne vrednosti ( $n=415$ ) i drugi koji opisuje regularne uslove ( $n=88$ ) ulaza modela.

PNN model koji je napravljen sa podešenom raspodelom, pokazao je dobre performanse ( $R^2=0,82$ ) na testu interpolacije (Tabela 19. i Slika 20.a), što je i verifikovano na regularnom podskupu dobijenom iz ekstremnog skupa podataka ( $R^2=0,83$ ) (Slika 20.b). Takođe, prikaz preostalih podataka (engl. *residuals*) (Odeljak P4 „Linearno i nelinearno modelovanje uz upotrebu polinomalnih neuronskih mreža“, Slika P4.1a) u Prilogu) ukazuje na njihovu slučajnu povezanost sa izmerenim vrednostima sadržaja rastvorenog kiseonika. Dodatno, pojedinačna posmatranja su jednakoraspoređena sa obe strane horizontalne linije koja predstavlja nultu vrednost, tj. prosek preostalih podataka. Normalni QQ (engl. *quantile quantile*) prikaz preostalih podataka (Slika P4.1a) u Prilogu) pokazuje željenu normalnu raspodelu. PNN model je imao slične performanse kao i ranije testirani GRNN model [Antanasijević i saradnici, 2014c] za istu monitoring mrežu. Međutim, predviđanje sadržaja rastvorenog kiseonika u ekstremnim uslovima je pokazalo da PNN model ne zadržava iste performanse sa ulazima koji većinom imaju ne-normalnu

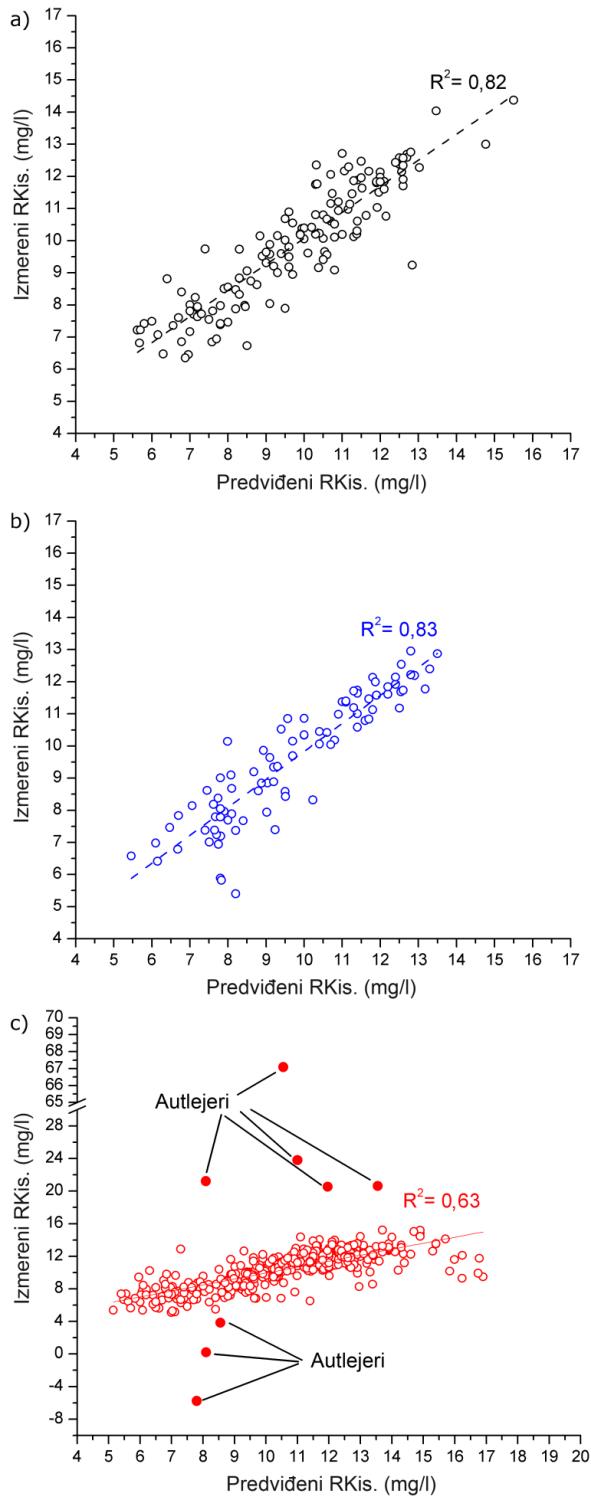
raspodelu, odnosno da ekstrapolira van opsega ulaza/izlaza, obzirom da je njegov  $R^2$  smanjen na samo 0,63 (Slika 20.c). Ovo se takođe može primetiti i na grafiku preostalih podataka (Slika P4.1 u Prilogu), gde varijansa raste na oba kraja opsega rastvorenog kiseonika, kao i u odnosu na normalni QQ prikaz ostataka.

Štaviše, u 1,9% slučajeva dobijene su očigledne ekstremne vrednosti predviđanja, sa koncentracijom rastvorenog kiseonika nižom od 4 mg/l ili višom od 20 mg/l (Slika 20.c). Iz tog razloga, iako je PNN model kreiran sa podešenom normalnom raspodelom i niskom varijabilnošću u podacima pokazao dobre performanse kada je testiran sa podacima koji su imali navedene karakteristike, on nije pokazao iste performanse u slučajevima kada je postojala razlika u raspodeli i varijabilnosti podataka između skupa za obuku i testiranje.

**Tabela 19.** Performanse PNN modela prilikom testiranja ( $r$  – koeficijent korelacije,  $MAE$  – srednja apsolutna greška,  $RMSE$  – koren srednje kvadratne greške,  $MAPE$  – srednja apsolutna greška u procentima)

Parametar	PNN model			
	Nelinearan sa podešenom raspodelom (jednačina 29.)		Linearan (jednačina 30.)	Linearan (jednačina 31.)
Broj skrivenih slojeva	6		10	3
Broj ulaza	12		11	10
Vrsta predviđanja	Interpolacija		Interpolacija	
Uslovi	Regularni	Regularni	Ekstremni	Regularni
Raspodela	Podešena		Originalna	Podešena
Broj pojedinačnih merenja/podataka	140	88	407 <sup>a</sup>	140
$r$	0,90	0,91	0,80	0,88
$MAE$ (mg/l)	0,68	0,64	1,03	0,74
$RMSE$ (mg/l)	0,89	0,84	1,49	0,97
$MAPE$ (%)	7,53	7,14	10,07	8,22
				8,45

<sup>a</sup> 8 slučajeva u kojima su detektovane očigledne ekstremne vrednosti (Rkis.<4 mg/l ili Rkis.>20 mg/l) nisu uzeti u obzir



**Slika 20.** Odnos izmerenih i predviđenih vrednosti rastvorenog kiseonika: a) test interpolacije sa podešenim raspodelama, b) predviđanje za regularni podskup dobijen iz ekstremnog podskupa, i c) ekstrapolacija van opsega ulaza korišćenjem ekstremnog podskupa

Detaljnim uvidom u ekstremne vrednosti predviđanja, može se primetiti da je u jednom slučaju predviđena čak negativna vrednost rastvorenog kiseonika (Slika 20.c). Detaljna analiza podataka monitoringa data u Tabeli 20. pokazuje sledeće: 1) u velikom broju slučajeva ekstremno visoke vrednosti su primećene kod više od jednog ulaza, i 2) koncentracije  $\text{PO}_4^{3-}$  i/ili P su bile ekstremno visoke u skoro svim slučajevima.

**Tabela 20.** Ekstremne vrednosti predviđanja

Parametar	Rezultati predviđanja							
Rkis. predviđen	3,85	67,09	20,54	-5,76	23,81	21,21	20,63	0,21
izmeren	8,55	10,55	11,96	7,80	11,00	8,09	13,55	8,10
<i>Ulazi modela</i>								
T	24,8	19,3	8,6	24,1	6,2	20,9	4,9	26,0
Ualk.	129	<b>220<sup>a</sup></b>	142,5	159	167	180	181	<b>302</b>
pH	7,9	7,7	7,9	7,48	7,9	7,41	7,95	8,0
Prov.	350	493	491	362	444	407	481	<b>631</b>
$\text{NO}_3^-$	1,77	1,45	0,99	0,6	2,64	0,7	1,3	0,1
$\text{PO}_4^{3-}$	0,105	<b>1,48</b>	<b>0,639</b>	<b>0,38</b>	<b>0,74</b>	<b>0,546</b>	<b>0,646</b>	<b>0,271</b>
P	0,129	<b>1,485</b>	<b>0,744</b>	0,098	0,107	<b>0,618</b>	<b>0,795</b>	<b>0,300</b>
$\text{Ca}^{2+}$	39,9	74,2	<b>86,1</b>	51,4	59,7	54,2	72,9	65,6
$\text{Mg}^{2+}$	<b>26,5</b>	18,9	11,7	<b>23,6</b>	18,3	28,1	12,0	<b>31,5</b>
$\text{Cl}^-$	17,10	17,99	14,67	19,56	24,70	22,65	21,05	<b>36,81</b>
HPK	5,36	2,88	2,80	6,35	3,20	1,10	3,67	5,50
BPK	<b>6,45</b>	2,56	2,31	<b>5,20</b>	2,60	0,99	2,11	4,20
godina	2002.	2006.		2007.			2010.	

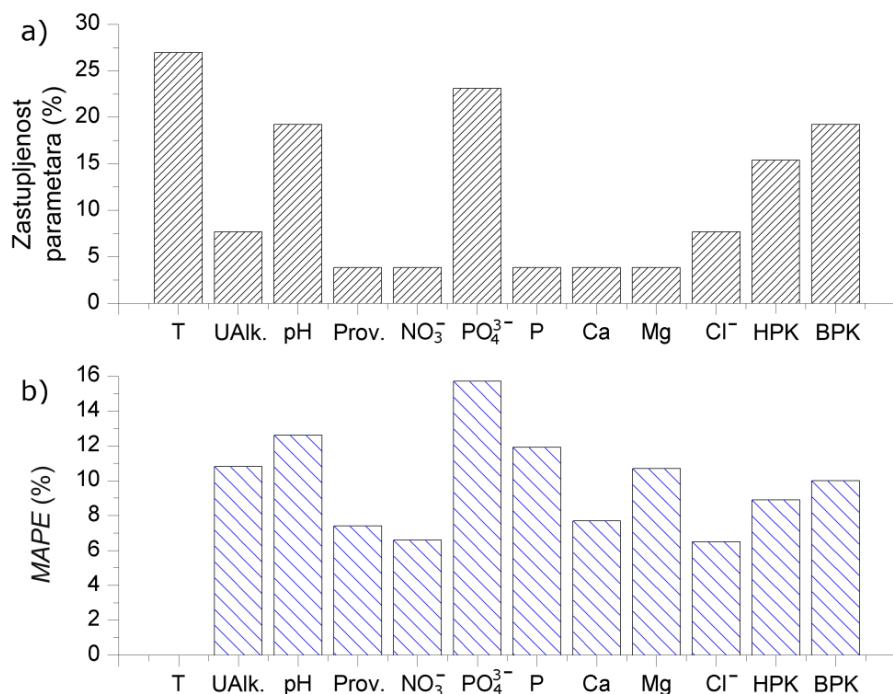
<sup>a</sup> podebljane vrednosti ukazuju na ekstremne vrednosti u skladu sa uslovima za ekstremne vrednosti date u Tabeli 17.

## **8.6. Procena značajnosti ulaza**

Na osnovu konstatovanog, može se očekivati da značaj pojedinačnog ulaza ima jak uticaj na vrednost greške u ekstremnim uslovima. Dodatna analiza povezanosti značajnosti ulaza i performanse modela u ekstremnim uslovima predstavljena je pojedinačno za slučaj nelinearnog i linearног PNN modela.

### **8.6.1. Procena značajnosti ulaza kod nelinearnog PNN modela**

Značaj 12 ulaza u slučaju nelinearnog PNN modela (jednačina 29.) se ne može direktno utvrditi preko njihovih koeficijenata, već se procenjuje pomoću delova polinoma koji sadrže taj pojedinačni ulaz, slično modelima koji primenjuju adaptivnu regresiju na više promenljivih (engl. *Multivariate Adaptive Regression Splines* models, [StatSoft Inc. 2010]). Zastupljenost monoma sa određenim ulazom u PNN modelu je predstavljena na Slici 21.a, sa koje se jasno vidi da su u regularnim uslovima najznačajniji ulazi (redosledom opadajućeg značaja):  $T$ ,  $\text{PO}_4^{3-}$ , pH, BPK, HPK, dok ostali učestvuju sa manje od 10%. Kako bi se verifikovala pretpostavka da procenjen značaj ulaza u regularnim uslovima određuje grešku predviđanja u ekstremnim uslovima, podaci monitoringa koji sadrže ekstremne vrednosti su grupisani prema svakom ulazu i izračunata je MAPE vrednost. Kao što se može primetiti na Slici 21.b, postoji očigledna korelacija između značaja ulaza i greške predviđanja. PNN model je u slučaju podataka monitoringa koji sadrže ekstremne vrednosti električne provodljivosti,  $\text{NO}_3^-$ , Ca i  $\text{Cl}^-$  pokazao visoke performanse kao i tokom testiranja ( $MAPE \approx 7,5\%$ ). Ovo ne važi za druge manje značajne ulaze, kao što su alkalitet, P i Mg, što se objašnjava postojanjem podataka monitoringa sa više ekstremnih vrednosti. Međutim, ukoliko se ova tri parametra nalaze u zajedničkom skupu ekstremnih posmatranih podataka, uticaj značajnih ulaza se uvećava, tako da je njihov realan uticaj veći nego što se to čini na osnovu modela (Tabela 21.).



**Slika 21.** a) Značaj ulaza za nelinealni PNN model, b) vrednost greške uzrokovane ekstremnim vrednostima pojedinačnog ulaza

**Tabela 21.** Zastupljenost podataka monitoringa (%) u kojima dva parametra imaju ekstremne vrednosti

	UAlk.	pH	Prov.	$\text{NO}_3^-$	$\text{PO}_4^{3-}$	P	Ca	Mg	$\text{Cl}^-$	HPK	BPK
Ualk.		1,7 <sup>a</sup>	32,1	0,0	4,8	4,4	30,0	6,3	15,4	0,0	1,9
<b>pH<sup>b</sup></b>	<b>3,1</b>		<b>0,0</b>	<b>0,0</b>	4,8	<b>4,4</b>	<b>0,0</b>	<b>6,3</b>	<b>3,1</b>	2,3	9,6
Prov.	28,1	0,0		0,0	0,0	1,1	25,0	15,2	26,2	2,3	1,9
$\text{NO}_3^-$	0,0	0,0	0,0		1,6	3,3	0,0	1,3	6,2	0,0	0,0
$\text{PO}_4^{3-}$	<b>9,4</b>	5,0	<b>0,0</b>	<b>4,5</b>		<b>32,2</b>	<b>0,0</b>	<b>6,3</b>	<b>1,5</b>	2,3	0,0
P	12,5	6,7	3,6	13,6	46,8		10,0	6,3	3,1	16,3	5,8
Ca	18,8	0,0	17,9	0,0	0,0	2,2		3,8	7,7	0,0	3,8
Mg	28,1	8,3	42,9	4,5	8,1	5,6	15,0		9,2	4,7	1,9
$\text{Cl}^-$	31,3	3,3	60,7	18,2	1,6	2,2	25,0	7,6		4,7	1,9
<b>HPK</b>	<b>0,0</b>	1,7	<b>3,6</b>	<b>0,0</b>	1,6	<b>7,8</b>	<b>0,0</b>	<b>2,5</b>	<b>3,1</b>		17,3
<b>BPK</b>	<b>3,1</b>	8,3	<b>3,6</b>	<b>0,0</b>	0,0	<b>3,3</b>	<b>10,0</b>	<b>1,3</b>	<b>1,5</b>	20,9	
$\Sigma^c$	15,6		7,2	4,5		47,8	10,0	16,5	9,2		

<sup>a</sup>Zastupljenost ekstremnih vrednosti alkaliteta u podskupu ekstremnih vrednosti pH

<sup>b</sup>Značajni ulazi su podebljani

<sup>c</sup>Zbir zajedničkih podataka monitoringa koji sadrže ekstremne vrednosti značajnih ulaza

### 8.6.2. Procena značajnosti ulaza kod linearног PNN modela

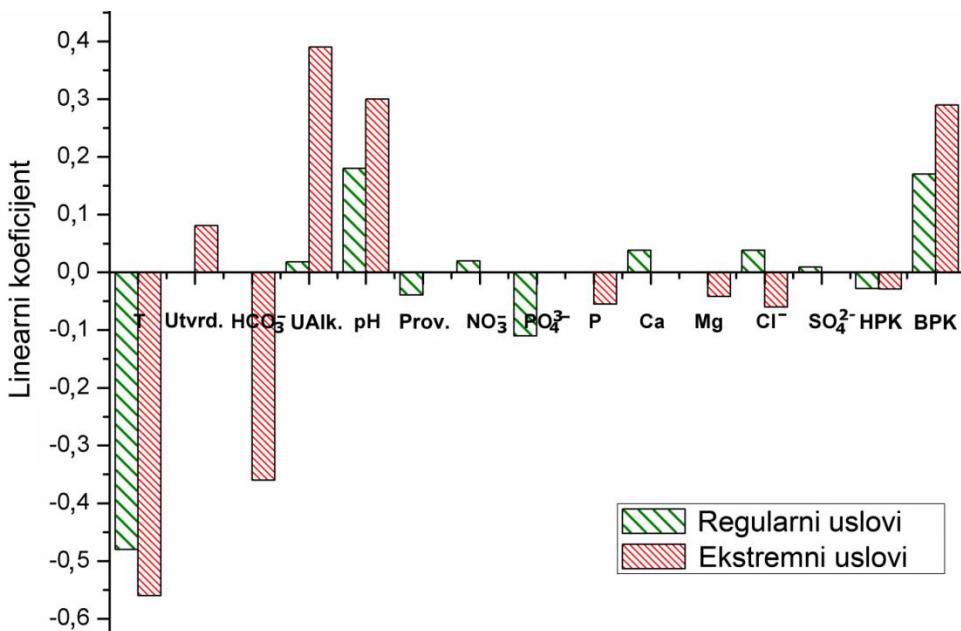
S obzirom na to da se u slučaju nelinearnog polinomalnog modela ne može napraviti detaljna analiza značaja ulaza, razvijen je dodatni linearni PNN model. Analiza značaja ulaza može dati više informacija o zagađenju koje uzrokuje smanjenje koncentracije rastvorenog kiseonika. Iz tog razloga se očekuje da linearni PNN model, kreiran sa skupom podataka bez ekstremnih vrednosti omogući utvrđivanje povezanosti sadržaja rastvorenog kiseonika i drugih parametara kvaliteta voda u regularnim uslovima, dok bi drugi linearni PNN model kreiran skupom podataka sa ekstremnim vrednostima trebao da opiše veze između sadržaja rastvorenog kiseonika i drugih parametara kvaliteta voda u ekstremnim uslovima.

Podešavanja za PNN linearne modele su bila identična podešavanjima za nelinearne modele, izuzev broja ulaza u članu polinoma i stepena polinoma, koji su podešeni na 1. Takođe, ulazi su skalirani na opseg od 0 do 1, tako da znak regresionih koeficijenata direktno ukazuje na uticaj pojedinačnog ulaza na vrednost rastvorenog kiseonika. Dakle, napravljena su dva PNN modela, jedan korišćenjem prilagođenog skupa podataka (jednačina 30.) i drugi korišćenjem skupa podataka koji sadrži ekstremne vrednosti ulaza (jednačina 31.):

$$\begin{aligned}
 R_{\text{kis.}} &= 0,59 - 0,48 \cdot T + 0,18 \cdot \text{pH} + 0,17 \cdot \text{BPK} - 0,11 \cdot (\text{PO}_4^{3-}) - 0,039 \cdot \\
 &\text{Prov.} + 0,038 \cdot (\text{Ca}^{2+}) + 0,038 \cdot (\text{Cl}^-) - 0,028 \cdot \text{HPK} + 0,02 \cdot (\text{NO}_3^-) + 0,018 \cdot \\
 &\text{Ualk.} + 0,0091 \cdot (\text{SO}_4^{2-})
 \end{aligned} \tag{30}$$

$$\begin{aligned}
 R_{\text{kis.}} &= 0,43 - 0,56 \cdot T + 0,39 \cdot \text{Ualk.} - 0,36 \cdot (\text{HCO}_3^-) + 0,30 \cdot \text{pH} + 0,29 \cdot \text{BPK} + \\
 &0,081 \cdot \text{Utvrđ.} - 0,06 \cdot (\text{Cl}^-) - 0,055 \cdot (\text{P}) - 0,042 \cdot (\text{Mg}^{2+}) - 0,029 \cdot \text{HPK}
 \end{aligned} \tag{31}$$

Pogodnost dobijenih linearnih PNN modela za analizu značajnosti je verifikovana poređenjem njihove performanse (Tabela 19.) sa odgovarajućim nelinearnim modelom. Međutim, grafici sa preostalim podacima i normalni QQ grafici (Slika P4.2 u Prilogu) ukazuju da linearni PNN model dobijen korišćenjem „regularnog“ podskupa tačnije predviđa vrednosti od PNN modela dobijenog korišćenjem „ekstremnog“ podskupa. Vrednost lineranih koeficijenata je prikazana na Slici 22.



Slika 22. Linearni koeficijenti PNN modela

U slučaju linearog PNN modela za regularne uslove, slično nelinearnom PNN modelu, vrednost rastvorenog kiseonika u reci Dunav zavisi od nekoliko parametara kvaliteta voda: temperature kao najznačajnijeg, pH i BPK koji dele drugo mesto po značaju, praćene koncentracijom PO<sub>4</sub><sup>3-</sup>. U slučaju linearog PNN modela za ekstremne uslove, broj značajnih ulaza raste sa dodatkom alkaliteta i koncentracije HCO<sub>3</sub><sup>-</sup> koji po značaju dolaze ispred pH i BPK. Ukoliko se koeficijenti manji od 0,10 smatraju malo značajnim i obeleže sa „drugi“, mogu se izvući sledeće zavisnosti (pri čemu strelica ukazuje na promenu koncentracije rastvorenog kiseonika sa rastom pojedinačnog ulaza):

- za regularne uslove: T(↓)>>pH(↑)≈BPK(↑)>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup>(↓)>>drugi, i
- za ekstremne uslove: T(↓)>UAlk.(↑)≈HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>(↓)>pH(↑)≈BPK(↑)>> drugi.

Kao što se moglo očekivati, temperatura ima negativan i, nezavisno od uslova, veliki uticaj na nivo rastvorenog kiseonika, s obzirom na to da ona određuje rastvorljivost kiseonika u vodi, koja se smanjuje sa povećanjem temperature. pH pozitivno doprinosi nivou rastvorenog kiseonika, što je u skladu sa oksidaciono-redukcionom reakcijom O<sub>2(g)</sub>+4H<sup>+</sup>+4e<sup>-</sup>↔2H<sub>2</sub>O prema kojoj povećanje pH vrednosti pomera reakciju uлево [Zang i saradnici, 2011].

Alkalitet i  $\text{HCO}_3^-$  imaju slično jak ali suprotan efekat na nivo rastvorenog kiseonika. Ovo se može pripisati fotosintetskoj aktivnosti fitoplanktona, koji karakteriše dominacija tipičnih diatomskih algi u reci Dunav [Đurković i Čađo, 2003]. Naime, alkalitet poboljšava produktivnost algi tako što povećava raspoloživost nutrijenata [Wurts i Durborow, 1992], što posledično dovodi do povećanja nivoa rastvorenog kiseonika.

Zatim, kako alge troše  $\text{CO}_2$ , tako se ravnoteža reakcije  $\text{HCO}_3^- \leftrightarrow \text{OH}^- + \text{CO}_2$  pomera ka razlaganju  $\text{HCO}_3^-$  [Zang i saradnici, 2011].

Zavisnost između BPK i rastvorenog kiseonika reflektuje značaj rastvorenog kiseonika za akvatični život, naime što je viša biološka potrošnja kiseonika, to je manji sadržaj rastvorenog kiseonika.

Činjenica da 65% reke Dunav usled zagađenja nutrijentima pripada rizičnoj kategoriji i da je emisija fosfora u Srbiji koja potiče iz poljoprivrede ( $>75 \text{ kg/km}^2/\text{god}$ ) među najvećim u slivu reke Dunav [Popovici, 2015], objašnjava značaj koji  $\text{PO}_4^{3-}$  ima kao ulazna promenljiva. Upotreba đubriva dovodi do izluživanja  $\text{PO}_4^{3-}$  sa poljoprivrednih površina, što dalje uzrokuje pojavu eutrofikacije koja ima negativan uticaj na nivo rastvorenog kiseonika [Grossman i saradnici, 2010].

## 8.7.Dobijeni modeli

Rezultati su pokazali da nelinearni PNN model ima dobru sposobnost interpolacije ( $R^2=0,82$ ), ali ne i ekstrapolacije ( $R^2=0,63$ ). Štaviše, nekoliko ekstremnih vrednosti se pojavilo tokom predviđanja u okviru testiranja ekstrapolacije, i njihova analiza je pokazala da je nesigurnost predviđanja prilikom ekstrapolacije u korelaciji sa značajem ulaza. Naime, ekstremne vrednosti ulaza sa malim značajem ne utiču bitno na performanse PNN modela, ali se njihov uticaj može uvećati prisustvom parametara koji sadrže više ekstremnih vrednosti.

Linearni PNN modeli koji su zasebno razvijeni za regularne i ekstremne uslove, pokazali su zadovoljavajuće performanse predviđanja i uspešno su primjenjeni za proučavanje efekata parametara kvaliteta voda i zagađenja na sadržaj rastvorenog kiseonika, i

omogućili su dobijanje polinomske jednačine koja opisuje zavisnost između rastvorenog kiseonika i drugih parametara.

## **9. Predviđanje rastvorenog kiseonika uz optimizaciju modela korišćenjem eksperimentalnog dizajna**

### **9.1. Skup podataka za modelovanje**

Skup podataka za modelovanje sastojao se od 18 parametara kvaliteta voda (prikazanih u Tabeli 8, osim procenta zasićenja kiseonikom) koji su praćeni mesečno ili dvonedeljno tokom perioda od 2002. do 2011. godine.

Kompletan skup podataka pripremljen za predviđanje koncentracije rastvorenog kiseonika u reci Dunav sastojao se od više od 30.000 pojedinačnih merenja. Podaci od 2002. do 2010. godine su uzeti za obučavanje modela (pri čemu je 20% izdvojeno za validaciju) dok su podaci iz 2011. godine korišćeni za testiranje modela.

### **9.2. Razvoj mreže**

Ovde je korišćena standardna troslojna arhitektura veštačke neuronske mreže sa propagacijom greške unazad (engl. *Back Propagation Neural Network, BPNN*), u okviru koje su ulazni i izlazni sloj imali onoliko neurona koliko je redom bilo ulaza i izlaza. Broj neurona u skrivenom sloju je proračunat kao polovina zbiru ulaznih i izlaznih neurona plus kvadratni koren broja serija za obučavanje mreže [Antanasijevic i saradnici, 2013c]. Uz to, korišćena je logistička funkcija aktivacije, dok su stopa učenja i inercija bili podešeni na vrednost 0,1. BP algoritam je zaustavljen kada je dostignut maksimalan broj u okviru milion ponavljanja bez poboljšanja performansi modela tokom validacije.

### 9.3.Parametri Boks-Benken eksperimentalnog dizajna i izbor ulaza

Eksperimentaln dizajn sa tri faktora na tri nivoa je korišćen u cilju određivanja veze između greške predviđanja rastvorenog kiseonika primenom ANN modela i broja stanica za monitoring, istorijskih podataka (predstavljenih u godinama) i broj ulaza modela. Iz tog razloga, broj monitoring stanica, broj godina kada je vršen monitoring (tj. period monitoringa) i broj parametara kvaliteta voda korišćenih u vidu ulaza, činili su nezavisne promenljive (faktore), dok je greška modela praćena preko korena srednje kvadratne greške (*RMSE*) i srednje apsolutne greške u procentima (*MAPE*).

U Tabeli 22 predstavljene su nezavisne promenljive i njihovi nivoi za Boks-Benken dizajn korišćeni u ovom istraživanju. Najmanji broj stanica je iznosio jedan, dok je najveći broj bio uslovлен veličinom mreže za monitoring. Imajući u vidu da je 20% podataka iz skupa za obuku izdvojeno radi validacije modela, za ekvivalent jednogodišnjeg skupa za validaciju bilo je potrebno onoliko izmerenih vrednosti koliko je prikupljeno u petogodišnjem periodu. Na kraju, najmanji broj ulaza je bio podešen na pet jer je prethodnim istraživanjem utvrđeno da je za predviđanje rastvorenog kiseonika za jednu stanicu potrebno najmanje četiri ulaza [Antanasijević i saradnici, 2013c].

**Tabela 22.** Prethodno definisane minimalne i maksimalne granice sistema, kao i srednja (centralna) tačka

Promenljiva	Kodirani nivo promenljivih		
	Minimum	Srednja vrednost	Maksimum
	-1	0	+1
(A) Broj stanica za monitoring	1 <sup>a</sup>	9 <sup>b</sup>	17 <sup>c</sup>
(B) Broj godina tokom kojih je vršen monitoring	5 <sup>d</sup>	7 <sup>e</sup>	9 <sup>f</sup>
(C) Broj ulaza	5	11	17

<sup>a</sup> Bezdan  
<sup>b</sup> Bezdan-Pančevo  
<sup>c</sup> Bezdan-Radujevac  
<sup>d</sup> period 2006.-2010.  
<sup>e</sup> period 2004.-2010.  
<sup>f</sup> period 2002.-2010.

Korišćenjem veza iz Tabele 22, specifična kombinacija vrednosti ovih promenljivih primenjena je za formiranje skupa podataka za svaki pojedinačni eksperiment (engl. *run*) modela (Tabela 23.).

**Tabela 23.** Vrednost faktora u Boks-Benken eksperimentalnom dizajnu i parametri arhitekture ANN

Eksperiment	Faktor u okviru Boks-Benken dizajna eksperimenta			Parametri arhitekture		
	Broj monitoring stanica	Period monitoringu (u godinama)	Broj ulaza	Ulagani neuroni	Skriveni neuroni	Dodatne napomene
1	1	5	11	11	14	Skriveni slojevi: 1
2	17	5	11	11	33	Funkcija
3	1	9	11	11	16	skaliranja:
4	17	9	11	11	41	linearna
5	1	7	5	5	12	Funkcija
6	17	7	5	5	34	aktivacije:
7	1	7	17	17	18	logistička
8	17	7	17	17	40	Algoritam BP:
9	9	5	5	5	23	momentum
10	9	9	5	5	29	Stopa učenja: 0,1
11	9	5	17	17	29	Inercija: 0,1
12	9	9	17	17	35	Početne težine:
13	9	7	11	11	29	0,3
14	9	7	11	11	29	Sprečavanje
15	9	7	11	11	29	pretreniranja: podskup za validaciju Kriterijum za zaustavljanje: nakon 1.000.000 ponavljanja bez poboljšanja performansi tokom validacije

Za svaki skup podataka bilo je potrebno odrediti najpodesnije ulaze, s obzirom na to da se skupovi podataka razlikuju u vidu korišćenih stanica za monitoring i godina monitoringa, kao i broja potrebnih ulaza. Odabir ulaza vršen je njihovim rangiranjem

korišćenjem „*feature selection*“ modula dostupnog u okviru Statistica [StatSoft. Inc., 2010] softvera, kojim se rangiranje parametara kvaliteta voda vrši prema njihovom značaju, i to na osnovu hi–kvadrat ( $\chi^2$ ) testa (Tabela 24.). Korelacija među ulazima takođe mora biti uzeta u obzir, imajući u vidu da korelisani podaci mogu uneti zabunu tokom procesa obučavanja mreže [Walczak i Cerpa, 1999]. Iz tog razloga, primenjena je korelaciona analiza kako bi se dobio skup međusobno nekorelisanih ulaza. Prag tolerancije koeficijenata korelacije  $r$  je iznosio 0,85, te su izdvojeni samo oni ulazi čiji je koeficijent bio manji od ove vrednosti (više detalja u odeljku P1 „Odabir ulaza korišćenjem *feature selection* modula“ u Prilogu).

Normalizovane vrednosti  $F$  za tri najznačajnija ulaza, kao i razlike u značaju ulaza zavisno od broja stanica za monitoring i godina monitoringa koje koristi ANN model, prikazani su na Slici 23. (konturni dijagrami za svaki ulaz su dati u odeljku P2 „Značaj parametara kvaliteta voda“ u Prilogu). Sa slike se može primetiti da za jednu stanicu (Bezdan) najznačajniji ulaz nije temperatura, što bi bilo očekivano, već sadržaj hlorida. Značaj sadržaja hlorida zatim opada sa porastom broja stanica i godina, pri čemu značaj temperature raste. Sagledavanje ovih promena dovodi do zaključka da ukoliko se ne uradi odgovarajuća prostorna, vremenska i parametarska optimizacija, performansa modela će biti ograničena, jer lokalni specifični uslovi neće biti očigledni, te samim tim ni uzeti u obzir.

**Tabela 24.** F i p vrednosti za ulaze korišćene u svakom eksperimentu

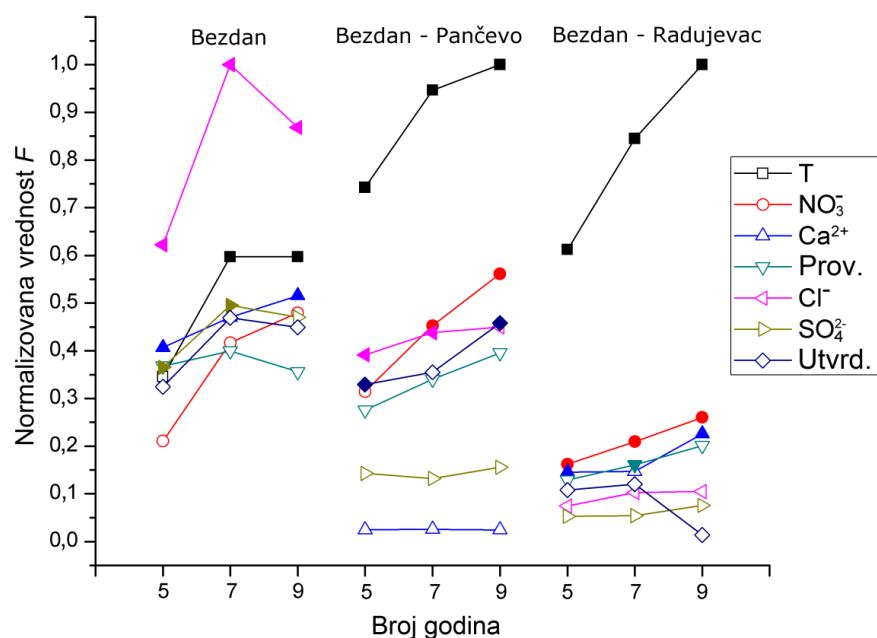
Broj MS	1	9	17
Godine	2006.- 2010.	2004.- 2010.	2002.- 2010.
Broj ulaza	11 5	11 5	17 5
Eksperiment	1 5/7 <sup>c</sup>	3 9/11 <sup>c</sup>	13 10/12 <sup>c</sup>
Parametar	Vrednosti F		
T	<b>4,59<sup>a</sup></b>	<b>7,93<sup>a</sup></b>	<b>7,93<sup>a</sup></b>
Smat.	<b>0,88</b>	1,35	1,48
HPK	<b>1,02</b>	1,11	1,19
BPK	<b>2,56<sup>b</sup></b>	2,46 <sup>b</sup>	3,10 <sup>a</sup>
Utvrd.	4,31 <sup>a</sup>	<b>6,23<sup>a</sup></b>	<b>5,96<sup>a</sup></b>
CO <sub>2</sub>	<b>1,17</b>	1,44	2,30 <sup>b</sup>
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	3,61 <sup>a</sup>	4,42 <sup>a</sup>	<b>3,75<sup>a</sup></b>
Ualk.	3,61 <sup>a</sup>	5,39 <sup>a</sup>	<b>4,85<sup>a</sup></b>
pH	<b>2,62<sup>b</sup></b>	3,10 <sup>a</sup>	3,47 <sup>a</sup>
Prov.	4,89 <sup>a</sup>	5,30 <sup>a</sup>	<b>4,73<sup>a</sup></b>
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	2,80 <sup>b</sup>	5,54 <sup>a</sup>	<b>6,37<sup>a</sup></b>
PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	<b>3,04<sup>a</sup></b>	3,83 <sup>a</sup>	<b>4,08<sup>a</sup></b>
P	0,68	0,16	0,16
Ca <sup>2+</sup>	<b>5,41<sup>a</sup></b>	<b>6,24<sup>a</sup></b>	<b>6,84<sup>a</sup></b>
Mg <sup>2+</sup>	<b>3,41<sup>a</sup></b>	3,99 <sup>a</sup>	<b>3,39<sup>a</sup></b>
Cl <sup>-</sup>	<b>8,26<sup>a</sup></b>	<b>13,28<sup>a</sup></b>	<b>11,53<sup>a</sup></b>
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	<b>4,85<sup>a</sup></b>	<b>6,58<sup>a</sup></b>	<b>6,24<sup>a</sup></b>

Napomena: Parametri sa zadebljanim F vrednostima su korišćeni kao ulazi u pojedinačnom eksperimentu.

<sup>a</sup> p < 0,01

<sup>b</sup> p < 0,05

<sup>c</sup> eksperimenti 7, 8, 11 i 12 koriste sve dostupne ulaze

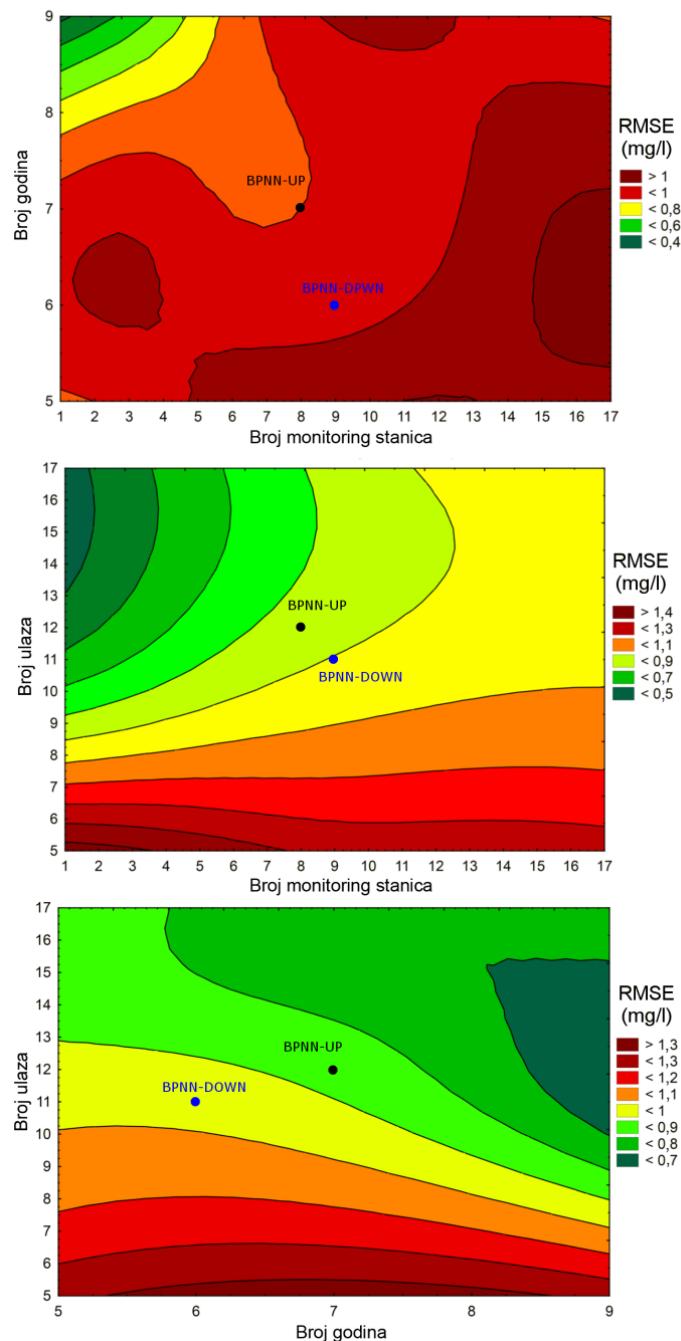


**Slika 23.** Normalizovane vrednosti F za tri najznačajnija ulaza zavisno od broja monitoring stanica i godina

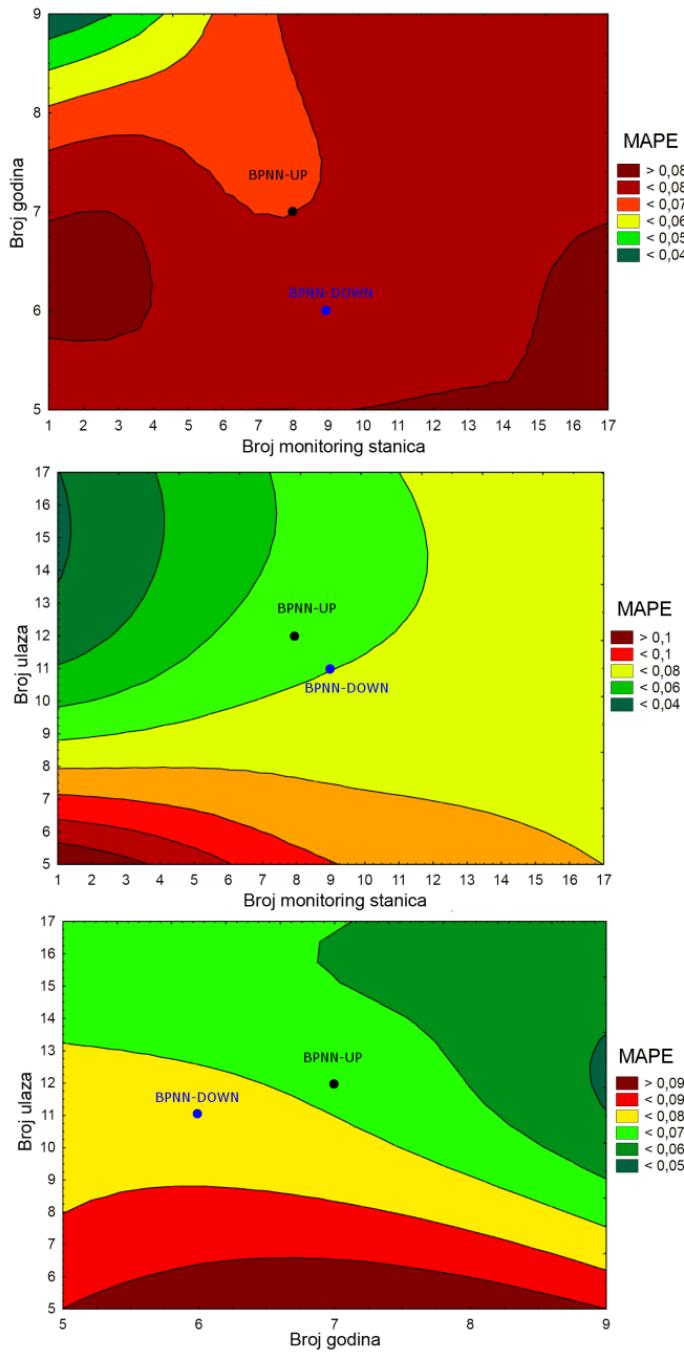
#### **9.4.Optimizacija modela**

Nakon kreiranja i testiranja svih 15 BPNN modela (eksperimenata), dobijene vrednosti greške su analizirane korišćenjem konturnih dijagrama RSM metodologije (engl. *Response Surface Methodology, RSM*) prikazanih na Slikama 24. i 25. S obzirom na to da ovakav prikaz jasno predstavlja vezu različitih promenljivih u odnosu na odgovor modela, pomoću njega je određen optimalan broj stanica za monitoring, period monitoringa i ulazi. Treba imati u vidu da je ovde cilj bio da se uzme što veći obuhvat mreže (u vidu broja stanica), uz korišćenje što manje podataka i ulaznih parametara.

Posmatranjem *RMSE* konturnih dijagrama (Slika 24.), može se videti da model visoke performanse može pokriti do 8 stanica za monitoring koristeći se podacima iz perioda poslednjih 7 godina. U ovom slučaju, najmanji broj ulaza bi trebao biti 12, kako bi se održao isti nivo *RMSE*, koji je manji od 0,9 mg/l. Identični optimalni uslovi se mogu postići korišćenjem *MAPE* konturnih dijagrama (Slika 25.) gde je očekivana *MAPE* vrednost manja od 7%.



**Slika 24.** Konturni dijagram prema vrednosti RMSE za optimizaciju ANN modela za predviđanje koncentracije rastvorenog kiseonika



**Slika 25.** Konturni dijagram prema vrednosti  $MAPE$  za optimizaciju ANN modela za predviđanje koncentracije rastvorenog kiseonika

Imajući u vidu da mreža za monitoring na reci Dunav kroz Srbiju broji ukupno 17 stanica za monitoring, i da optimalan model (obeležen sa BPNN-UP) uzima u obzir samo prvih 8 stanica u gornjem toku reke, razvijen je i ocenjen još jedan model (nazvan BPNN-

DOWN) za preostalih 9 stanica lociranih nizvodno od pomenutih osam. Kao što se može videti na Slikama 24. i 25, kod BPNN-DOWN modela, broj godina monitoringa se može smanjiti na 6, a broj ulaza na 11, bez negativnih posledica na performanse modela.

## 9.5.Dobijeni modeli

Iz procedure optimizacije primenom dizajna eksperimenta proistekla su sledeća dva modela:

- a) BPNN-UP koji pokriva 8 stanica (od Bezdana do Zemuna) i koristi 12 parametara kvaliteta voda praćenih u periodu od 7 godina (od 2004. do 2010.),
- b) BPNN-DOWN koji pokriva 9 stanica nizvodno od Zemuna (tačnije od Pančeva do Radujevca) i koristi 11 parametara kvaliteta voda praćenih u periodu od 6 godina (od 2005. do 2010.).

Kao što je to bio slučaj za 15 modela dobijenih dizajnom eksperimenta, i ovde je bilo potrebno odrediti skup ulaza specifičnih za BPNN-UP i BPNN-DOWN skupove podataka. Ovde je ponovo upotrebljena tehnika karakterne selekcije radi rangiranja ulaza u odnosu na njihov značaj, dok je korelaciona analiza primenjena za uklanjanje međusobno visoko korelisanih ulaza (Tabela 25. i odeljak P3 „Optimizacija“ u Prilogu). Može se primetiti da BPNN-UP koristi ulaze kao što su BPK, P i  $\text{PO}_4^{3-}$ , suprotno skupu ulaza korišćenih za razvoj BPNN-DOWN modela. Ovim se opisuje fundamentalna razlika dva dela toka reke Dunav kroz Srbiju, naime, na severnijem delu teritorije Srbije (AP Vojvodina) praktikuje se intenzivna poljoprivredna proizvodnja koja značajno doprinosi difuznom zagađenju okolnih vodotokova.

**Tabela 25.** *F i p* vrednosti ulaza korišćenih u optimizovanim modelima

Parametar	BPNN-UP	BPNN-DOWN
T	<b>66,93<sup>a</sup></b>	<b>113,24<sup>a</sup></b>
Smat.	1,39	1,33
HPK	1,14	0,66
BPK	<b>3,29<sup>b</sup></b>	1,52
Utvrd.	<b>27,17<sup>a</sup></b>	<b>10,10<sup>a</sup></b>
CO <sub>2</sub>	<b>4,30<sup>a</sup></b>	<b>1,90</b>
HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	19,71 <sup>a,c</sup>	10,59 <sup>d</sup>
Ualk.	23,07 <sup>a,c</sup>	<b>10,92<sup>a</sup></b>
pH	<b>6,34<sup>a</sup></b>	<b>4,49<sup>a</sup></b>
Prov.	<b>27,02<sup>a</sup></b>	<b>14,37<sup>a</sup></b>
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	<b>30,69<sup>a</sup></b>	<b>11,83<sup>a</sup></b>
PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	<b>10,20<sup>a</sup></b>	0,95
P	<b>1,46</b>	1,41
Ca <sup>2+</sup>	2,34 <sup>c</sup>	<b>11,23<sup>a</sup></b>
Mg <sup>2+</sup>	<b>13,50<sup>a</sup></b>	<b>3,93<sup>a</sup></b>
Cl <sup>-</sup>	<b>52,74<sup>a</sup></b>	<b>2,22<sup>b</sup></b>
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	<b>11,20<sup>a</sup></b>	<b>1,85<sup>b</sup></b>

Napomena: parametri sa podebljanim vrednostima *F* korišćeni su kao ulazi u pojedinačnom modelu.

<sup>a</sup> *p* < 0,01

<sup>b</sup> *p* < 0,05

<sup>c</sup> nije korišćen kao ulaz usled visoke korelacije sa Utvrd. (više detalja u Tabeli P3.2 u Prilogu)

<sup>d</sup> nije korišćen kao ulaz usled visoke korelacije sa Ualk. (više detalja u Tabeli P3.4 u Prilogu)

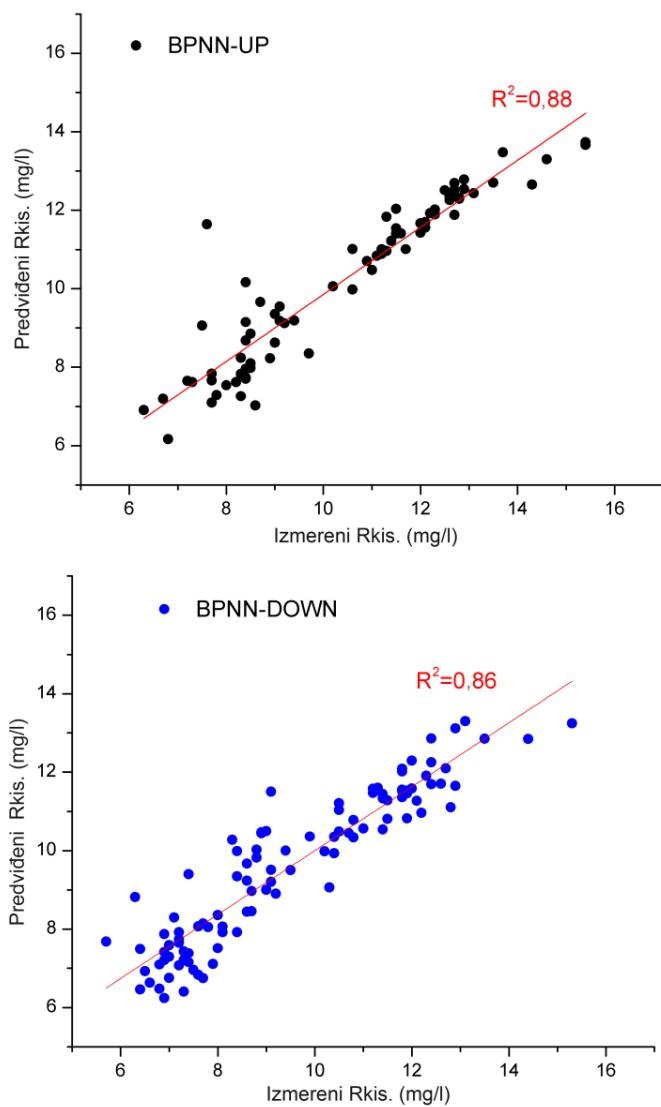
Novi razvijeni i optimizovani modeli BPNN-UP i BPNN-DOWN su korišćenjem statističkih mera performanse (Tabela 26.) upoređeni sa modelom baziranim na neuronskoj mreži sa opštom regresijom (engl. *General Regression Neural Network, GRNN*) dostupnim u literaturi, koji pokriva svih 17 stanica za monitoring na toku reke Dunav kroz Srbiju [Antanasijević i saradnici, 2014c]. Na osnovu dobijenih rezultata oba BPNN modela koji su prostorno, vremenski i parametarski optimizovana primenom metodologije dizajna eksperimenta, zaključeno je da su oba modela pokazala bolje performanse u odnosu na GRNN model. Dodatno, ovi modeli koriste sličan broj ulaznih parametara, ali su zato razvijeni samo sa polovinom podataka iz monitoringa korišćenih za razvoj GRNN modela.

**Tabela 26.** Rezultati indikatora performanse za svaki od modela

Parametri modela	BPNN-UP	BPNN-DOWN	GRNN [Antanasijević i saradnici, 2014c]
Broj monitoring stanica	8	9	17
Broj godina monitoringa	7	6	9
Broj ulaznih parametara	12	11	10
Broj podataka iz monitoringa po podskupu (obuka/validacija/test)	458/114/78	450/112/103	1.051/303/158
<i>Mere performanse</i>			
$R^2$	0,88	0,86	0,85
RMSE (mg/l)	0,81	0,84	0,87
MAE (mg/l)	0,57	0,63	0,64
MAPE (%)	5,8	7,0	-
FA1,1 (%)	87	78	82

BPNN-UP model je pokazao nešto bolje performanse od BPNN-DOWN modela, što je u saglasnosti sa performansama koje se mogu videti sa konturnih dijagrama (Slike 24. i 25.). Uz to, rezultati dobijeni za oba modela imaju *RMSE* i *MAPE* vrednosti koje odgovaraju onima na konturnim dijagramima za korišćen broj monitoring stanica, godina i promenljivih.

Grafički prikaz odnosa izmerenih i predviđenih vrednosti koncentracije rastvorenog kiseonika za BPNN-UP i BPNN-DOWN model prikazan je na Slici 26. Sa slike se može jasno videti da oba modela daju tačna predviđanja koncentracije rastvorenog kiseonika (sa  $R^2 \geq 0,86$ ).



**Slika 26.** Odnos izmerenih i predviđenih vrednosti koncentracije rastvorenog kiseonika (prilikom testiranja modela)

## ZAKLJUČAK

Osnovni cilj istraživanja opisanih u okviru ove doktorske disertacije jeste razvoj modela za predviđanje sadržaja kiseoničnih parametara, biološke potrošnje kiseonika i rastvorenog kiseonika, u svojstvu indikatora kvaliteta površinskih voda. Tokom istraživanja primjenjeni su modeli zasnovani na veštačkim neuronskim mrežama (ANN) koji su razvijeni korišćenjem široko dostupnih ekonomskih, industrijskih i indikatora održivog razvoja, kao i parametara kvaliteta voda koji se redovno prate na monitoring stanicama u okviru državne mreže za monitoring Republike Srbije. Ovakvim pristupom je prevaziđen problem nedostatka ulaznih podataka, koji je u mnogim slučajevima ograničavajući faktor za primenu modelovanja. Povišene vrednosti kiseoničnih parametara direktno ukazuju na stepen zagađenosti vodnih resursa, te služe da informišu donosioce odluka i navedu na pravovremeno reagovanje u slučaju pojave zagađenja. U cilju što efikasnijeg i ekonomičnijeg dolaženja do podataka, mnoga istraživanja sprovedena poslednjih decenija su fokusirana upravo na predviđanje parametara kvaliteta voda i to modelovanjem uz primenu veštačkih neuronskih mreža.

Polaznu hipotezu prilikom razvoja modela za predviđanje kiseoničnih parametara činila je prepostavka o nelinearnoj matematičkoj povezanosti nezavisnih parametara – ekonomskih, industrijskih i indikatora održivog razvoja, kao i parametara kvaliteta voda u vidu ulaznih primenljivih i kiseoničnih parametara u vidu izlaznih promenljivih modela. Imajući u vidu polaznu hipotezu, za modelovanje su odabране veštačke neuronske mreže koje imaju sposobnost da uspešno daju predviđanja vrednosti izlazne promenljive koja je nelinarno povezana sa ulaznim promenljivama. Performanse razvijenih modela su ocenjene korišćenjem statističkih pokazatelja, a rezultati su upoređeni sa odgovarajućim linearним modelima.

Predviđanje nivoa BPK na nacionalnom nivou izvršeno je korišćenjem neuronske mreže sa opštom regresijom (GRNN). Model je razvijen upotrebom prikupljenih podataka za 20 država koje su redovno izveštavale prema Evropskoj kancelariji za statistiku u periodu od 2000. do 2008. godine i optimizovan pomoću tehnike Monte Karlo simulacija. Dobijeni optimizovani GRNN model za predviđanje nivoa BPK na nacionalnom nivou uzima u

obzir 15 od početnih 20 ulaznih parametara. Ovaj model se može primeniti za predviđanje vrednosti BPK u slučajevima kada ovi podaci nedostaju, za predviđanje budućih vrednosti BPK, pa čak i za simulaciju mogućih posledica regulatornih, infrastrukturnih i industrijskih promena na nivo BPK u rekama, na taj način pružajući podršku u procesu donošenja odluka u oblasti održivog razvoja na regionalnom, nacionalnom i međunarodnom nivou.

GRNN model je takođe korišćen i za predviđanje nivoa BPK vrednosti na toku reke Dunav kroz Republiku Srbiju, pri čemu su kao ulazne promenljive korišćeni parametri kvaliteta voda koji su praćeni na 17 stanica za monitoring u periodu od 2002. do 2011. godine. Tokom ovog dela istraživanja, optimizacija modela je izvršena u tri faze: optimizacija u odnosu na prostorni obuhvat mernih stanica (na osnovu dobijene *RMSE* vrednosti modela), optimizacija u odnosu na vremenski period u kome su vršena merenja (na osnovu dobijene *RMSE* vrednosti modela), i na kraju optimizacija u odnosu na najznačajnije ulazne promenljive (na osnovu rezultata korelace analize). U daljem istraživanju, Boks-Benken eksperimentalni dizajn i metodologija rezultujućih površina (RSM) su primjenjeni za simultanu prostornu, vremensku i optimizaciju ulaznih parametara. Ovom prilikom korišćena je neuronska mreža sa propagacijom greške unazad (BPNN) a izlazna promenljiva je umesto BPK bio sadržaj rastvorenog kiseonika. U oba dela istraživanja, dobijena su dva modela sa visokim performansama kojima je tok reke podeljen na dva dela: u prvom slučaju GRNN-1 i GRNN-2 modeli, a u drugom BPNN-UP i BPNN-DOWN modeli. Dobijeni modeli se mogu primeniti za predviđanje ispitivanih kiseoničnih parametara u reci Dunav u realnom vremenu, prilikom pojave slučajnog zagađenja reke uzvodno, kao i za popunjavanje istorijskih praznina u izveštajima o monitoringu.

U ovoj doktorskoj disertaciji prikazan je i razvoj modela za predviđanje sadržaja rastvorenog kiseonika u reci Dunav, na kome je, pored interpolacije, ispitana njegova sposobnost za ekstrapolaciju, kao i ocenjena zavisnost između značaja ulaza i greške predviđanja prilikom korišćenja vrednosti koje odstupaju iz opsega obuke. U ovu svrhu korišćena je polinomijalna neuronska mreža (PNN). Rezultati su pokazali da nelinearni PNN model ima dobre interpolacione performanse i da ga je moguće primeniti za predviđanje kiseoničnih parametara u rekama, ali se savetuje obazrivost u primeni modela

imajući u vidu njegove ekstrapolacione performanse koje ukazuju na ograničenost modela prilikom predviđanja sadržaja rastvorenog kiseonika van regularnog opsega posmatranja. U skladu sa napomenama, bitno je uzeti u obzir značaj ulaznih parametara, kao i udeo izmerenih ekstremnih vrednosti u dostupnom skupu podataka za modelovanje.

## LITERATURA

[Alagumurthi i saradnici, 2006] N. Alagumurthi, K. Palaniradja, V. Soundararajan, *Optimization of Grinding Process Through Design of Experiment ( DOE )— A Comparative Study*. Materials and Manufacturing Processes 21 (2006) 19-21.

[Altun i saradnici, 2007] H. Altun, A. Bilgil, B.C. Fidan, *Treatment of multi-dimensional data to enhance neural network estimators in regression problems*. Expert Systems with Applications 32 (2007) 599–605.

[Anastasakis i Mort, 2001] L. Anastasakis, N. Mort, *The Development of Self-Organization Techniques in Modelling: A Review of the Group Method of Data Handling (GMDH)*. ACSE Research Report 813. Department of Automatic Control and Systems Engineering, The University of Sheffield, UK, 2001.

[Annadurai i Sheeja, 1998] G. Annadurai, R.Y. Sheeja, *Use of box-behnken design of experiments for the adsorption of vefofix red using biopolymer*. Bioprocess Engineering 18 (1998) 463-466.

[Antanasijević i saradnici, 2012] D. Antanasijević, V. Pocajt, I. Popović, N. Redžić, M. Ristić, *The forecasting of municipal waste generation using artificial neural networks and sustainability indicators*. Sustainability Science, 8 (2012) 37–46.

[Antanasijević i saradnici, 2013a] D. Antanasijević, V. Pocajt, D. Povrenović, M. Ristić, *PM 10 emission forecasting using artificial neural networks and genetic algorithm input variable optimization*. Science of the Total Environment 443 (2013) 511–519.

[Antanasijević i saradnici, 2013b] D. Antanasijević, M. Ristić, A. Perić-Grujić, V. Pocajt, *Forecasting human exposure to PM10 at the national level using an artificial neural network approach*. Journal of Chemometrics 27 (2013) 170–177.

[Antanasijević i saradnici, 2013c] D. Antanasijević, V. Pocajt, D. Povrenović, A. Perić-Grujić, M. Ristić, *Modelling of dissolved oxygen content using artificial neural networks: Danube River, North Serbia, case study*. Environmental Science and Pollution Research 20 (2013) 9006–9013.

[Antanasijević i saradnici, 2014a] D. Antanasijević, *Modelovanje indikatora kvaliteta životne sredine primenom veštačkih neuronskih mreža*, Doktorska disertacija. Tehnološko-metalurški fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, Srbija, 2014.

[Antanasijević i saradnici, 2014b] D. Antanasijević, M. Ristić, A. Perić-Grujić, V. Pocajt, *Forecasting GHG emissions using an optimized artificial neural network model based on correlation and principal component analysis*. International Journal of Greenhouse Gas Control 20 (2014) 244–253.

[Antanasijević i saradnici, 2014c] D. Antanasijević, V. Pocajt, A. Perić-Grujić, M. Ristić, *Modelling of dissolved oxygen in the Danube River using artificial neural networks and Monte Carlo Simulation uncertainty analysis*. Journal of Hydrology 519 (2014) 1895–1907.

[Antanasijević i saradnici, 2016] D. Antanasijević, J. Antanasijević, V. Pocajt, G. Ušćumlić, *A GMDH-type neural network with multi-filter feature selection for the prediction of transition temperatures of bent-core liquid crystals*. RSC Advances 6 (2016) 99676–99684.

[Antanasijević i saradnici, 2018] D. Antanasijević, J. Antanasijević, V. Pocajt, A. Perić-Grujić, M. Ristić, *A novel SON<sup>2</sup>-based similarity index and its application for the rationalization of river water quality monitoring network*. River Research and Applications 34 (2018) 144–152.

[Araoye, 2009] P.A. Araoye, *The seasonal variation of pH and dissolved oxygen (DO<sub>2</sub>) concentration in Asa lake Ilorin , Nigeria*. International Journal of Physical Sciences 4 (2009) 271–274.

[Arhami i saradnici, 2013] M. Arhami, N. Kamali, M. M. Rajabi, *Predicting hourly air pollutant levels using artificial neural networks coupled with uncertainty analysis by Monte Carlo simulations*. Environmental Science and Pollution Research 20 (2013) 4777–4789.

[Aslan i Cebeci, 2007] N. Aslan, Y. Cebeci, *Application of Box–Behnken design and response surface methodology for modeling of some Turkish coals*. Fuel 86 (2007) 90-97.

[Atomic Heritage Foundation, 2014] Computing and the Manhattan Project: <https://www.atomicheritage.org/history/computing-and-manhattan-project>

- [Aqil i saradnici, 2007] M. Aqil, I. Kita, A. Yano, S. Nishiyama, *A comparative study of artificial neural networks and neuro-fuzzy in continuous modeling of the daily and hourly behaviour of runoff*. Journal of Hydrology 337 (2007) 22–34.
- [Awchi, 2014] T.A. Awchi, *River Discharges Forecasting In Northern Iraq Using Different ANN Techniques*. Water Resources Management 28 (2014) 801–814.
- [Ay i Kisi, 2012] M. Ay, O. Kisi, *Modeling of Dissolved Oxygen Concentration Using Different Neural Network Techniques in Foundation Creek, El Paso County, Colorado*. Journal of Environmental Engineering 138 (2012) 654–663.
- [Balas i saradnici, 2010] C. E. Balas, M. L. Koç, R. Tür, *Artificial neural networks based on principal component analysis, fuzzy systems and fuzzy neural networks for preliminary design of rubble mound breakwaters*. Applied Ocean Research 32 (2010) 425–433.
- [Balestrassi i saradnici, 2009] P. P. Balestrassi, E. Popova, A. P. Paiva, J. W. Marangon Lima, *Design of experiments on neural network's training for nonlinear time series forecasting*. Neurocomputing 72 (2009) 1160-1178.
- [Barzegar i saradnici, 2016a] R. Barzegar, J. Adamowski, A. A. Moghaddam, *Application of wavelet-artificial intelligence hybrid models for water quality prediction: a case study in Aji-Chay River, Iran*. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment 30 (2016) 1797–1819.
- [Barzegar i saradnici, 2016b] R. Barzegar, A. Asghari Moghaddam, E. Tziritis, *Assessing the hydrogeochemistry and water quality of the Aji-Chay River, northwest of Iran*. Environmental Earth Sciences 75 (2016) 1–15.
- [Barzegar i saradnici, 2017a] R. Barzegar, A. Asghari Moghaddam, J. Adamowski, B. Ozga-Zielinski, *Multi-step water quality forecasting using a boosting ensemble multi-wavelet extreme learning machine model*. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment (2017) 1–15.
- [Barzegar i saradnici, 2017b] R. Barzegar, E. Fijani, A. A. Moghaddam, E. Tziritis, *Forecasting of groundwater level fluctuations using ensemble hybrid multi-wavelet neural network-based models*. Science of the Total Environment 599–600 (2017) 20–31.

[Basant i saradnici, 2010] N. Basant, S. Gupta, A. Malik, P. Kunwar, K. Singh, *Linear and nonlinear modeling for simultaneous prediction of dissolved oxygen and biochemical oxygen demand of the surface water — A case study*. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems 104 (2010) 172–180.

[Batalon i Madamba, 2001] J. T. Batalon, P. S. Madamba, *Optimization of Coir Dust Compaction using the Response Surface Methodology Approach*. Journal of Agriculture Engineering Research 78 (2001) 167-175.

[Bauer, 1958] W. F. Bauer, *The Monte Carlo Method*. Journal of the Society for Industrial and Applied Mathematics 6 (1958) 438-451.

[Benedini i Tsakiris, 2013] M. Benedini, G. Tsakiris, *Water Quality Modelling for Rivers and Streams*. Water Science and Technology Library, 70 (2013).

[Bezerra i saradnici, 2008] M. A. Bezerra, R. E. Santelli, E. P. Oliveira, L.S. Villar, L. A. Escaleira, *Response surface methodology (RSM) as a tool for optimization in analytical chemistry*. Talanta 76 (2008) 965-977.

[Bolanča i saradnici, 2008] T. Bolanča, Š. Cerjan-Stefanović, Š. Ukić, M. Rogošić, M. Luša, *Application of different training methodologies for the development of a back propagation artificial neural network retention model in ion chromatography*. Journal of Chemometrics 22 (2008) 106-113.

[Box i Behnken, 1960] G. E. P. Box, D. W. Behnken, *Some New Three Level Designs for the Study of Quantitative Variables*. Technometrics 2 (1960) 455-475.

[Box i Wilson, 1951] G. E. P. Box, K. B. Wilson, *On the Experimental Attainment of Optimum Conditions*. Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological) 13 (1951) 1-45.

[Can i saradnici, 2006] M. Y. Can, Y. Kaya, O. F. Algur, *Response surface optimization of the removal of nickel from aqueous solution by cone biomass of Pinus sylvestris*. Bioresource Technology 97 (2006) 1761-1765.

[Cardoso i saradnici, 2008] J. Cardoso, J. Almeida, J. Dias, P. Coelho, *Structural reliability analysis using Monte Carlo simulation and neural networks*. Advances in Engineering Software 39 (2008) 505-513.

[Carton i Olabi, 2010] J. G. Carton, A. G. Olabi, *Design of experiment study of the parameters that affect performance of three flow plate configurations of a proton exchange membrane fuel cell*. Energy 35 (2010) 2796-2806.

[Chitsazan i saradnici, 2015] N. Chitsazan, A. A. Nadiri, F. T.-C. Tsai, *Prediction and structural uncertainty analyses of artificial neural networks using hierarchical Bayesian model averaging*. Journal of Hydrology 528 (2015) 52–62.

[Cigizoglu i Alp, 2006] H. K. Cigizoglu, M. Alp, *Generalized regression neural network in modelling river sediment yield*. Advances in Engineering Software 37 (2006) 63–68.

[Cleophas i Zwinderman, 2013] T. J. Cleophas, A. H. Zwinderman, Artificial intelligence, Multilayer perceptor modeling, in: *Machine Learning in Medicine*. Springer Netherlands (2013) 145–154.

[Costa i Gonçalves, 2011] M. Costa, A. M. Gonçalves, *Clustering and forecasting of dissolved oxygen concentration on a river basin*. Stochastic Environmental Research and Risk Assessment 25 (2011) 151-163.

[Cox, 2003a] B. A. Cox, *A review of dissolved oxygen modelling techniques for lowland rivers*. The Science of the Total Environment, 316 (2003) 303–334.

[Cox, 2003b] B. A. Cox, *A review of currently available in-stream water-quality models and their applicability for simulating dissolved oxygen in lowland rivers*. The Science of the Total Environment, 316 (2003b) 335–377.

[Dehghani i saradnici, 2014] M. Dehghani, B. Saghafian, F. Nasiri Saleh, A. Farokhnia, R. Noori *Uncertainty analysis of streamflow drought forecast using artificial neural networks and Monte-Carlo simulation*. International Journal of Climatology 34 (2014) 1169-1180.

[Dogan i saradnici, 2009] E. Dogan, B. Sengorur, R. Koklu, *Modeling biological oxygen demand of the Melen River in Turkey using an artificial neural network technique*. Journal of Environmental Management 90 (2009) 1229–1235.

[Đurković i Čađo, 2003] A. Đurković, S. Čađo, *Phytoplankton analysis of the danube river and water quality assessment on the basis of saprobiological examination*, in: Proceedings of the 2nd Congress of Ecologists of Macedonia (2003) 231–237.

[EC, 1998] European Commission Directive 1998/15/EC amending Council Directive 91/271/EEC with respect to certain requirements established in Annex I, Official Journal of the European Communities 41 (1998) 29-30

[EC, 2000] European Commission Directive 2000/60/EC of the European Parliament and of the Council establishing a framework for the Community action in the field of water policy. [http://ec.europa.eu/environment/water/water-framework/index\\_en.html](http://ec.europa.eu/environment/water/water-framework/index_en.html), 2000.

[EEA, 2012a] European Environment Agency: *European waters – assessment of status and pressures* (EEA Report No 8/2012), Office for Official Publications of the European Union, Luxembourg, 2012.

[EEA, 2012b] European Environment Agency (EEA) (2012a) Oxygen consuming substance in rivers (CSI 019), <http://www.eea.europa.eu/data-and-maps/indicators/oxygen-consuming-substances-in-rivers/oxygen-consuming-substances-in-rivers-5> (pristupljeno 07.02.2014.)

[EEA, 2015] European Environment Agency: *Oxygen consuming substances in rivers - CSI 019.* <http://www.eea.europa.eu/data-and-maps/indicators/oxygen-consuming-substances-in-rivers/oxygen-consuming-substances-in-rivers-7>. (pristupljeno 22.3.2015.)

[EEC, 1991a] European Economic Community Council Directive 91/271/EEC concerning urban waste-water treatment, Official Journal of the European Communities 34 (1991) 40-52

[EEC, 1991b] European Economic Community Council Directive 91/676/EEC concerning the protection of waters against pollution caused by nitrates from agricultural sources, Official Journal of the European Communities 34 (1991) 1-8

[Ehret i saradnici, 2015] A. Ehret, D. Hochstuhl, D. Gianola, G. Thaller, *Application of neural networks with back-propagation to genome-enabled prediction of complex traits in Holstein-Friesian and German Fleckvieh cattle.* Genetics Selection Evolution 47 (2015) 22.

[Elhatip i Komur, 2008] H. Elhatip, M. A. Kömür, *Evaluation of water quality parameters for the Mamasin dam in Aksaray City in the central Anatolian part of Turkey by means of artificial neural networks.* Environmental Geology, 53 (2008) 1157–1164.

[El-Shafie i saradnici, 2014] A. El-Shafie, A. Najah, A. H. Mosad, H. Jahanbani, *Optimized Neural Network Prediction Model for Potential Evapotranspiration Utilizing Ensemble Procedure*. Water Resources Management 28 (2014) 947–967.

[Emamgholizadeh i saradnici, 2014] S. Emamgholizadeh, H. Kashi, I. Marofpoor, E. Zalaghi, *Prediction of water quality parameters of Karoon River (Iran) by artificial intelligence-based models*. International Journal of Environmental Science and Technology 11 (2014) 645–656.

[Eurostat, 2013a] Sustainable development indicators, Theme 8: Natural resources, <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/sdi/indicators/theme8> (pristupljeno 17.12.2013.)

[Eurostat, 2013b] Statistics, <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/statistics/themes> (pristupljeno 17.12.2013.)

[Farlow, 1981] S. J. Farlow, *The GMDH Algorithm of Ivakhnenko*. The American Statistician 35 (1981) 210–215.

[Farmaki i saradnici, 2010] E. G. Farmaki, N. S. Thomaidis, C. E. Efstathiou, *Artificial Neural Networks in water analysis: Theory and applications*. International Journal of Environmental Analytical Chemistry 90 (2010) 85–105.

[Ferreira i saradnici, 2007] S. L. C. Ferreira, R. E. Bruns, H. S. Ferreira, G. D. Matos, J. M. David, G. C. Brandão, E. G. P. da Silva, L. A. Portugal, P. S. dos Reis, A. S. Souza, W. N. L. dos Santos, *Box-Behnken design: An alternative for the optimization of analytical methods*. Analytica Chimica Acta 597 (2007) 179-186.

[Ghadge i Raheman, 2006] S. V. Ghadge, H. Raheman, *Process optimization for biodiesel production from mahua (*Madhuca indica*) oil using response surface methodology*. Bioresource Technology 97 (2006) 379-384.

[Gilmour, 2006] S. G. Gilmour, *Response Surface Designs for Experiments in Bioprocessing*. Biometrics 62 (2006) 323-331.

[Grossman i saradnici, 2010] A. R. Grossman, D. Gonzalez-Ballester, N. Shibagaki, W. Pootakham, J. Moseley, *Responses to Macronutrient Deprivation*, in: Pareek, A., Sopory, S.K., Bohnert, H.J., Govindjee (Eds.), *Abiotic Stress Adaptation in Plants*. Springer, Dordrecht, Netherlands, (2010) 307–348.

[Guh, 2002] R.-S. Guh, *Effects of Non-Normality on Artificial Neural Network Based Control Chart Pattern Recognizer*. Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers 19 (2002) 13–22.

[Gunst, 1996] R.F. Gunst, *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiments*. Technometrics 38 (1996) 284-286

[Hadzima-Nyarko i saradnici, 2014] M. Hadzima-Nyarko, A. Rabi, M. Šperac, *Implementation of Artificial Neural Networks in Modeling the Water-Air Temperature Relationship of the River Drava*. Water Resources Management 28 (2014) 1379-1394.

[Hanna i saradnici, 2007] A. M. Hanna, D. Ural, G. Saygili, *Neural network model for liquefaction potential in soil deposits using Turkey and Taiwan earthquake data*. Soil Dynamics and Earthquake Engineering 27 (2007) 521–540.

[Heddam, 2014a] S. Heddam, *Generalized regression neural network-based approach for modelling hourly dissolved oxygen concentration in the Upper Klamath River, Oregon, USA*. Environmental Technology 35 (2014) 1650–1657.

[Heddam, 2014b] S. Heddam, *Generalized regression neural network (GRNN)-based approach for colored dissolved organic matter (CDOM) retrieval: case study of Connecticut River at Middle Haddam Station, USA*. Environmental Monitoring and Assessment 186 (2014) 7837–7848.

[ICPDR, 2012] International Commission for the Protection of the Danube River: *Strategy on Adaptation to Climate Change..* [https://www.icpdr.org/flowpaper/viewer/default/files/nodes/documents/icpdr\\_climate-adaptation-strategy.pdf](https://www.icpdr.org/flowpaper/viewer/default/files/nodes/documents/icpdr_climate-adaptation-strategy.pdf) (pristupljeno 14.5.2017.)

[ICPDR, 2015a] International Commission for the Protection of the Danube River: *The Danube River Basin Facts and Figures*. <http://www.icpdr.org/main/danube-basin/river-basin> (pristupljeno 24.2.2015.)

[ICPDR, 2015b] International Commission for the Protection of the Danube River: *The Danube River Basin District Management Plan.* <https://www.icpdr.org/flowpaper/viewer/default/files/nodes/documents/drdbmp-update2015.pdf> (pristupljeno 14.5.2017.)

[Iglesias i saradnici, 2014] C. Iglesias, J. Martínez Torres, P. J. García Nieto, J. R. Alonso Fernández, C. Díaz Muñiz, J. I. Piñeiro, J. Taboada, *Turbidity Prediction in a River Basin by Using Artificial Neural Networks: A Case Study in Northern Spain.* Water Resources Management 28 (2014) 319–331.

[Ivakhnenko, 1970] A. G. Ivakhnenko, *Heuristic Self-Organization in Problems of Engineering Cybernetics.* Automatica 6 (1970) 207–219.

[Jahandideh i saradnici, 2009] S. Jahandideh, S. Jahandideh, E. B. Asadabadi, M. Askarian, M. M. Movahedi, S. Hosseini, M. Jahandideh, *The use of artificial neural networks and multiple linear regression to predict rate of medical waste generation.* Waste Management (New York, N.Y.) 29 (2009) 2874–9.

[Jayalakshmi i Santhakumaran, 2011] T. Jayalakshmi, A. Santhakumaran, *Statistical Normalization and Back Propagation for Classification.* International Journal of Computer Theory and Engineering, 3 (2011) 1793–8201.

[Jiang i saradnici, 2013] Y. Jiang, Z. Nan, S. Yang, *Risk assessment of water quality using Monte Carlo simulation and artificial neural network method.* Journal of Environmental Management 122 (2013) 130-136

[Kannel i saradnici, 2007] P. R. Kannel, S. Lee, S. R. Kanel, L. Young-S, K.-H. Ahn, *Application of QUAL2Kw for water quality modeling and dissolved oxygen control in the river Bagmati.* Environmental Monitoring and Assessment (2007) 201–217.

[Khaw i saradnici, 1995] J. F. C. Khaw, B. S. Lim, L. E. N. Lim, *Optimal design of neural networks using the Taguchi method.* Neurocomputing 7 (1995) 225-245.

[Kia i saradnici, 2012] M. B. Kia, S. Pirasteh, B. Pradhan, A. R. Mahmud, W. N. A. Sulaiman, a. Moradi, *An artificial neural network model for flood simulation using GIS: Johor River Basin, Malaysia.* Environmental Earth Sciences 67 (2012) 251–264.

[Kim i Kim, 2008] S. Kim, H. S. Kim, *Neural networks and genetic algorithm approach for nonlinear evaporation and evapotranspiration modeling*. Journal of Hydrology 351 (2008) 299–317.

[Kim i Yum, 2004] Y.-S. Kim, B.-J. Yum, *Robust design of multilayer feedforward neural networks: an experimental approach*. Engineering Applications of Artificial Intelligence 17 (2004) 249-263.

[Kotti i saradnici, 2005] M. E. Kotti, A. G. Vlessidis, N. C. Thanasoulas, N. P. Evmiridis, *Assessment of River Water Quality in Northwestern Greece*. Water Resources Management 19 (2005) 77–94.

[Kulkarni i Chellam 2010] P. Kulkarni, S. Chellam, *Disinfection by-product formation following chlorination of drinking water: artificial neural network models and changes in speciation with treatment*. Science of the Total Environment 408 (2010) 4202-4210.

[Kumar, 2005] U.A. Kumar, *Comparison of neural networks and regression analysis: A new insight*. Expert Systems with Applications 29 (2005) 424–430.

[Kuo i saradnici, 2007] J.-T. Kuo, M.-H. Hsieh, W.-S. Lung, N. She, *Using artificial neural network for reservoir eutrophication prediction*. Ecological Modelling 200 (2007) 171–177.

[Marcotullio 2007] P. J. Marcotullio, *Urban water-related environmental transitions in Southeast Asia*. Sustainability Science 2 (2007) 27–54

[McLaughlin i Flinders, 2016] D. B. McLaughlin, C. A. Flinders, *Quantifying Variability in Four US Streams Using a Long-Term Data Set: Patterns in Water Quality Endpoints*. Environmental Management 57 (2016) 368–388.

[Meals i Dressing, 2005] D. W. Meals, S. A. Dressing, *Monitoring data – exploring your data, the first step*. Developed for U.S. Environmental Protection Agency by Tetra Tech, Inc., Fairfax, VA, 14 p. Tech Notes 1 (2005) 1–14.

[Melesse i saradnici, 2011] A. M. Melesse, S. Ahmad, M. E. McClain, X. Wang, Y. H. Lim, *Suspended sediment load prediction of river systems: An artificial neural network approach*. Agricultural Water Management 98 (2011) 855–866.

[Metropolis i Ulam, 1949] N. Metropolis, S. Ulam, *The Monte Carlo method*. Journal of the American Statistical Association 44 (1949) 335–341

[Millie i saradnici, 2012] D. F. Millie, G. R. Weckman, W. A. Young, J. E. Ivey, H. J. Carrick, G. L. Fahnenstiel, *Modeling microalgal abundance with artificial neural networks: Demonstration of a heuristic “Grey-Box” to deconvolve and quantify environmental influences*. Environmental Modelling and Software 38 (2012) 27-39.

[Mjalli i saradnici, 2007] F. S. Mjalli, S. Al-Asheh, H. E. Alfadala, *Use of artificial neural network black-box modeling for the prediction of wastewater treatment plants performance*. Journal of Environmental Management 83 (2007) 329-338.

[Moosavi i saradnici, 2017] V. Moosavi, A. Talebi, M. R. Hadian, *Development of a Hybrid Wavelet Packet- Group Method of Data Handling (WPGMDH) Model for Runoff Forecasting*. Water Resources Management 31 (2017) 43–59.

[Moriasi i saradnici, 2007] D. N. Moriasi, J. G. Arnold, M. W. Van Liew, R. L. Bingner, R. D. Harmel, T. L. Veith, *Model Evaluation Guidelines for Systematic Quantification of Accuracy in Watershed Simulations*. Transactions of the ASABE/American Society of Agricultural and Biological Engineers 50 (2007) 885–900.

[Mustapha i saradnici, 2013] A. Mustapha, A. Zaharin Aris, H. Juahir, M. Firuz Ramli, N. Umar Kura, *River water quality assessment using environmetric techniques: case study of Jakara River Basin*. Environmental Science and Pollution Research 20 (2013) 5630-5644.

[Nadiri i saradnici, 2013] A. A. Nadiri, E. Fijani, T.-C. T. Frank, A. A. Moghaddam, *Supervised committee machine with artificial intelligence for prediction of fluoride concentration*. Journal of Hydroinformatics 15 (2013) 1474–1490.

[Nadiri i saradnici, 2017] A. A. Nadiri, M. Gharekhani, R. Khatibi, S. Sadeghfamid, A. A. Moghaddame, *Groundwater vulnerability indices conditioned by Supervised Intelligence Committee Machine (SICM)*. Science of the Total Environment 574 (2017) 691–706.

[Natchkov, 1997] Natchkov I, *A Guide to the Use of Water Quality Management Principles, Case Study IX - The Danube Basin*. Water Pollut Control, WHO/UNEP. [http://www.who.int/water\\_sanitation\\_health/resourcesquality/wpccasesstudy9.pdf](http://www.who.int/water_sanitation_health/resourcesquality/wpccasesstudy9.pdf), 1997.

[NIST/SEMATECH, 2012] NIST/SEMATECH: *e-Handbook of Statistical Methods*. <http://www.itl.nist.gov/div898/handbook/>, 2012. (pristupljeno 16.4.2017.)

[Noori i saradnici, 2012] R. Noori, A. Karbassi, K. Ashrafi, M. Ardestani, N. Mehrdadi, G.-R. Nabi Bidhendi, *Active and online prediction of BOD5 in river systems using reduced-order support vector machine*. Environmental Earth Sciences 67 (2012) 141–149.

[Oh i Pedrycz, 2002] S.-K. Oh, W. Pedrycz, *The design of self-organizing Polynomial Neural Networks*. Information Sciences (Ny) 141 (2002) 237–258.

[Olyaie i saradnici, 2017] E. Olyaie, H. Zare Abyaneh, A. Danandeh Mehr, *A comparative analysis among computational intelligence techniques for dissolved oxygen prediction in Delaware River*. Geoscience Frontiers 8 (2017) 517–527.

[Onkal-Engin i saradnici, 2005] G. Onkal-Engin, I. Demir, S. N. Engin, *Determination of the relationship between sewage odour and BOD by neural networks*. Environmental Modelling and Software 20 (2005) 843-850.

[Packianather i saradnici, 2000] M. S. Packianather, P. R. Drake, H. Rowlands, *Optimizing the parameters of multilayered feedforward neural networks through Taguchi design of experiments*. Quality and Reliability Engineering International 16 (2000) 461-473.

[Palani i saradnici, 2008] S. Palani, S.-Y. Lioung, P. Tkalich, *An ANN application for water quality forecasting*. Marine Pollution Bulletin, 56 (2008) 1586–97.

[Paschalidou i saradnici, 2011] A. K. Paschalidou, S. Karakitsios, S. Kleanthous, P. A. Kassomenos, *Forecasting hourly PM(10) concentration in Cyprus through artificial neural networks and multiple regression models: implications to local environmental management*. Environmental Science and Pollution Research 18 (2011) 316-27.

[Park i saradnici, 2015] Y. Park, K. H. Cho, J. Park, S. M. Cha, J. H. Kim, *Development of early-warning protocol for predicting chlorophyll-a concentration using machine learning models in freshwater and estuarine reservoirs, Korea*. Science of the Total Environment 502 (2015) 31–41.

[Pendashteh i saradnici, 2011] A. R. Pendashteh, A. Fakhru'l-Razi, N. Chaibakhsh, L. C. Abdullah, S. S. Madaeni, Z. Z. Abidin, *Modeling of membrane bioreactor treating hypersaline oily wastewater by artificial neural network*. Journal of Hazardous Materials 192 (2011) 568-575.

[Peterson i saradnici, 1995] G.E. Peterson, D.C. St. Clair, S.R. Aylward, W.E. Bond, *Using Taguchi's method for experimental design to control errors in layered perceptrons*. IEEE Transactions on Neural Networks 6 (1995) 949–961

[Pocajt, 1999] V. Pocajt, *Razvoj modela atmosferske disperzije primenom neuronskih mreža*,

doktorska disertacija, Tehnološko-metalurški fakultet Univerziteta u Beogradu, Beograd, Srbija, 1999.

[Popovici, 2015] M. Popovici, *Nutrient Management in the Danube River Basin*, in: Liska, I. (Ed.), *The Danube River Basin*. Springer-Verlag, Berlin, Germany, (2015) 23–38.

[Rahaman i Varis 2005] M. M. Rahaman, O. Varis, *Integrated water resources management: evolution, prospects and future challenges*. Sustainability: Science, Practice, and Policy 1 (2005) 15-21.

[Ranković i saradnici, 2010] V. Ranković, J. Radulović, I. Radojević, A. Ostojić, Lj. Čomić, *Neural network modeling of dissolved oxygen in the Gruza reservoir, Serbia*. Ecological Modelling 221 (2010) 1239–1244.

[Rene i Saidutta, 2008] E. R. Rene, M. B. Saidutta, *Prediction of Water Quality Indices by Regression Analysis and Artificial Neural Networks*. International Journal of Environmental Research 2 (2008) 183–188.

[Rumelhart i saradnici 1986] D. E. Rumelhart, G. E. Hinton, R. J. Williams, *Learning representations by back-propagating errors*. Nature 323 (1986) 533-536.

[SEPA, 2012] Serbian Environmental Protection Agency (SEPA): *Rezultati ispitivanja kvaliteta površinskih i podzemnih voda za 2011. godinu*. <http://www.sepa.gov.rs/index.php?menu=5000&id=13&akcija=showExternal>, 2012. (pristupljeno 14.8.2017.)

[SEPA, 2015] Serbian Environmental Protection Agency (SEPA): Status površinskih voda Srbije – analize i elementi za projektovanje monitoringa. <http://www.sepa.gov.rs/download/VodeSrbije>StatusPovrsinskihVodaSrbije.pdf>, 2015. (pristupljeno 19.3.2017.)

[Singh i saradnici, 2004] J. Singh, H. V. Knapp, M. Demissie, *Hydrologic Modeling of the Iroquois River Watershed Using HSPF and SWAT*. ISWS CR 2004-08. Champaign, IL.: Illinois State Water Survey. <http://www.isws.illinois.edu/pubdoc/CR/ISWSCR2004-08.pdf>, 2004. (pristupljeno 22.3.2015.)

[Singh i saradnici, 2009] K. Singh, A. Basant, A. Malik, G. Jain, *Artificial neural network modeling of the river water quality—A case study*. Ecological Modelling 220 (2009) 888–895.

[„Sl.glasnik RS“, br. 74/2011] *Pravilnik o parametrima ekološkog i hemijskog statusa površinskih voda i parametrima hemijskog i kvantitativnog statusa podzemnih voda*. Sluzbeni Glasnik Republike Srbije br. 74, 2011.

[„Sl.glasnik RS“, br. 30/2010 i 93/2012] *Zakon o vodama*. Sluzbeni Glasnik Republike Srbije br. 30, 2010 i br. 93, 2012.

[„Sl.glasnik RS“, br. 50/2012] *Uredba o graničnim vrednostima zagađujućih materija u površinskim i podzemnim vodama i sedimentu rokovima za njihovo dostizanje*. Sluzbeni Glasnik Republike Srbije br. 50, 2012.

[Sengorur i saradnici, 2006] B. Şengorur, E. Dogan, R. Koklu, A. Samandar, *Dissolved oxygen estimation using Artificial neural network for water quality control*. Fresenius Environmental Bulletin 15 (2006) 1064–1067.

[Shahin i saradnici, 2008] M. A. Shahin, M. B. Jaksa, H. R. Maier, *State of the art of artificial neural networks in geotechnical engineering*. Electronic Journal of Geotechnical Engineering 8 (2008) 1–26.

[Shrestha i saradnici, 2009] D. Shrestha, N. Kayastha, D. Solomatine, *A novel approach to parameter uncertainty analysis of hydrological models using neural networks*. Hydrology and Earth System Sciences 13 (2009) 1235–1248.

[Soyupak i saradnici, 2003] S. Soyupak, F. Karaer, H. Hasan Gürbüz, E. Kivrak, E. Sentürk, A. Yazici, *A neural network-based approach for calculating dissolved oxygen profiles in reservoirs*. Neural Computing & Applications 12 (2003) 166–172.

[Specht, 1991] D. Specht, *A General Regression Neural Network*. IEEE Transactions on Neural Networks 2 (1991) 568–576.

[StatSoft. Inc., 2010] StatSoft. Inc. Statistica (data analysis software system), version 10. Tulsa, USA. <http://statistica.io/>, 2010.

[Sukthomya i Tannock, 2005] W. Sukthomya, J. Tannock, *The optimisation of neural network parameters using Taguchi's design of experiments approach: An application in manufacturing process modelling*. Neural Computing and Applications 14 (2005) 337–344.

[Tayfur, 2011] G. Tayfur, *Soft Computing in Water Resources Engineering: Artificial Neural Networks, Fuzzy Logic and Genetic Algorithms*. WIT Press, Southampton, UK, 2011.

[Thwin i Quah, 2005] M. M. T. Thwin, T.-S. Quah, *Application of neural networks for software quality prediction using object-oriented metrics*. Journal of Systems and Software, 76 (2005) 147–156.

[Tsakiris i Alexakis, 2012] G. Tsakiris, D. Alexakis, *Water quality models: An overview*. European Water Resources Association, 37 (2012) 33-46

[UNDESA, 2014] United Nations Department of Economic and Social Affairs: *Integrated Water Resources Management (IWRM)*, <http://www.un.org/waterforlifedecade/iwrm.shtml>, 2014. (pristupljeno 30.03.2014.)

[US EPA, 2013] US Environmental Protection Agency: *River and Stream Water Quality Model (QUAL2K)*. <http://www.epa.gov/athens/wwqtsc/html/qual2k.html>, 2013.

[Vandenbergh i saradnici, 2007] V. Vandenberghe, W. Bauwens, P. A. Vanrolleghem, *Evaluation of uncertainty propagation into river water quality predictions to guide future monitoring campaigns*. Environmental Modelling and Software, 22 (2007) 725–732.

[Verma i Singh 2013] A. K. Verma, T. N. Singh, *Prediction of water quality from simple field parameters*. Environmental Earth Sciences 69 (2013) 821–829.

[Vieira i saradnici, 2012] J. Vieira, A. Fonseca, V. J. P. Vilar, R. A. R. Boaventura, C. M. S. Botelho, *Water quality modelling of Lis River, Portugal*. Environmental Science and Pollution Research, 20 (2012) 508–24.

[Vittori Antisari i saradnici, 2010] L. Vittori Antisari, C. Trivisano, C. Gessa, M. Gherardi, A. Simoni, G. Vianello, N. Zamboni, *Quality of municipal wastewater compared to surface waters of the river and artificial canal network in different areas of the eastern Po Valley (Italy)*. Water Quality Exposure and Health 2 (2010) 1–13

[Zang i saradnici, 2011] C. Zang, S. Huang, M. Wu, S. Du, M. Scholz, F. Gao, C. Lin, Y. Guo, Y. Dong, *Comparison of relationships between pH, dissolved oxygen and chlorophyll a for aquaculture and non-aquaculture waters*. Water, Air and Soil Pollution 219 (2011) 157–174.

[Zhang i saradnici, 1998] G. Zhang, B. E. Patuwo, M. Y. Hu, *Forecasting with artificial neural networks: The state of the art*. International Journal of Forecasting 14 (1998) 35–62.

[Zhao i saradnici, 2007] Y. Zhao, J. Nan, F. Cui, L. Guo, *Water quality forecast through application of BP neural network at Yuqiao reservoir*. Journal of Zhejiang University Science A 8 (2007) 1482–1487.

[Zinatizadeh i saradnici, 2006] A. A. L. Zinatizadeh, A. R. Mohamed, A. Z. Abdullah, M. D. Mashitah, M. Hasnain Isa, G. D. Najafpour, *Process modeling and analysis of palm oil mill effluent treatment in an up-flow anaerobic sludge fixed film bioreactor using response surface methodology (RSM)*. Water Research 40 (2006) 3193–3208.

[Walczak i Cerpa, 1999] S. Walczak, N. Cerpa, *Heuristic principles for the design of artificial neural networks*. Information and Software Technology 41 (1999) 107–117.

[Wang i saradnici, 2013] Q. Wang, S. Li, P. Jia, C. Qi, F. Ding, *A review of surface water quality models*. The ScientificWorld Journal, 2013 (2013) article ID 231768.

[Ward Systems Group, 2008a] Ward Systems Group Inc.: *Neuroshell 2 Help*. <http://www.wardsystems.com/manuals/neuroshell2/index.html?idxhowuse.htm>, 2008. (pristupljeno 10.02.2014.)

[Ward Systems Group, 2008b] Ward Systems Group Inc.: *GMDH Advanced Training Criteria.* *Neuroshell* 2 *Help.*  
<http://www.wardsystems.com/manuals/neuroshell2/index.html?idxhowuse.htm>, 2008.

[Weller i Liska, 2011] P. Weller, I. Liska, *A River Basin Management Plan for the Danube River*. Water Resources Management 1 (2011) 1–6.

[Wen i saradnici, 2012] X. Wen, J. Fang, M. Diao, C. Zhang, *Artificial neural network modeling of dissolved oxygen in the Heihe River, Northwestern China*. Environmental Monitoring and Assessment, 185 (2012) 4361–71.

[Whitehead i saradnici, 1997] P.G. Whitehead, R.J. Williams, D.R. Lewis. *Quality simulation along river systems (QUASAR): model theory and development*. The Science of the Total Environment 194/195 (1997) 447-456.

[Willmott i saradnici, 2012] C. J. Willmott, S. M. Robeson, K. Matsuura, *Short Communication - A refined index of model performance*. International Journal of Climatology 32 (2012) 2088–2094.

[Workineh i saradnici, 2012] A. Workineh, M. Dugda, A. Homaifar, G. Lebby, *GMDH and RBFGRNN Networks for Multi-Class Data Classification*, in: Proceedings of the 2012 International Conference on Artificial Intelligence, 1 (2012) 216–221.

[World Bank, 2013] World Bank: World DataBank.  
<http://databank.worldbank.org/data/databases.aspx>, 2013. (pristupljeno 17.12.2013.)

[Wurts i Durborow, 1992] W. A. Wurts, R. M. Durborow, *Interactions of pH, Carbon Dioxide, Alkalinity and Hardness in Fish Ponds*. SRAC Publication 464 (1992) 1–4.

[Yang i Lee, 1999] S. M. Yang, G. S. Lee, *Neural network design by using Taguchi method*. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control 121 (1999) 560-563.

[Yetilmezsoy i saradnici, 2009] K. Yetilmezsoy, S. Demirel, R. J. Vanderbei, *Response surface modeling of Pb(II) removal from aqueous solution by Pistacia vera L.: Box-Behnken experimental design*. Journal of Hazardous Materials 171 (2009) 551-562.

## PRILOG

### Spisak tabela

Tabela P1. 1 <i>F i p</i> vrednosti za skup podataka za 1. eksperiment	141
Tabela P1. 2 Rezultati korelaceone analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda (skup podataka za 1. eksperiment)	142
Tabela P1. 3 Rezultati korelaceone analize za 11 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 1. eksperimentu	142
Tabela P1. 4 <i>F i p vrednosti za skup podataka za 2. eksperiment</i>	143
Tabela P1. 5 Rezultati korelaceone analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda (skup podataka za 2. eksperiment)	144
Tabela P1. 6 Rezultati korelaceone analize za 11 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 2. eksperimentu	144
Tabela P1. 7 <i>F i p vrednosti za skup podataka za 3. eksperiment</i>	145
Tabela P1. 8 Rezultati korelaceine analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda (skup podataka za 3. eksperiment)	146
Tabela P1. 9 Rezultati korelaceone analize za 11 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 3. eksperimentu	146
Tabela P1. 10 <i>F i p vrednosti za skup podataka za 4. eksperiment</i>	147
Tabela P1. 11 Rezultati korelaceone analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda (skup podataka za 4. eksperiment)	148
Tabela P1. 12 Rezultati korelaceone analize za 11 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 4. eksperimentu	148
Tabela P1. 13 <i>F i p vrednosti za skup podataka za 5. eksperiment</i>	149
Tabela P1. 14 a) Rezultati korelaceone analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda, uključujući Utvrd. (skup podataka za 5. eksperiment)	149
Tabela P1. 15 Rezultati korelaceone analize za 5 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazni parametri u 5. eksperimentu	151
Tabela P1. 16 <i>F i p vrednosti za skup podataka za 6. eksperiment</i>	152

Tabela P1. 17 Rezultati korelace analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 6. eksperimentu	152
Tabela P1. 18 $F$ i $p$ vrednosti za skup podaka za 7. eksperiment	153
Tabela P1. 19 Rezultati korelace analize za svih 17 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 7. eksperimentu	154
Tabela P1. 20 $F$ i $p$ vrednosti za skup podataka za 8. eksperiment	155
Tabela P1. 21 Rezultati korelace analize za svih 17 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 8. eksperimentu	156
Tabela P1. 22 $F$ i $p$ vrednosti za skup podataka za 9. eksperiment	157
Tabela P1. 23 Rezultati korelace analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 9. eksperimentu	157
Tabela P1. 24 $F$ i $p$ vrednosti za skup podataka za 10. eksperiment	158
Tabela P1. 25 Rezultati korelace analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 10. eksperimentu	158
Tabela P1. 26 $F$ i $p$ vrednosti za skup podataka za 11. eksperiment	159
Tabela P1. 27 Rezultati korelace analize za svih 17 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 11. eksperimentu	160
Tabela P1. 28 $F$ i $p$ vrednosti za skup podataka za 12. eksperiment	161
Tabela P1. 29 Rezultati korelace analize za svih 17 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 12. eksperimentu	162
Tabela P1. 30 $F$ i $p$ vrednosti za skup podataka za 13., 14. i 15. eksperiment	163
Tabela P1. 31 Rezultati korelace analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda (skup podataka za 13., 14. i 15. eksperiment)	164
Tabela P1. 32 Rezultati korelace analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 13., 14. i 15. eksperimentu	164
Tabela P3. 1 $F$ i $p$ vrednosti za skup podataka za BPNN-UP model	174
Tabela P3. 2 Rezultati korelace analize za ulazne parametre BPNN-UP modela...	175
Tabela P3. 3 $F$ i $p$ vrednosti za skup podataka za BPNN-DOWN model	176
Tabela P3. 4 Rezultati korelace analize ulaznih parametara BPNN-DOWN modela	
.....	177

## **Spisak slika**

<i>Slika P2. 1 Vrednosti F koje se odnose na a) ukupnu tvrdoću i b) ukupni alkalitet, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)</i>	165
<i>Slika P2. 2 Vrednosti F koje se odnose na a) nivo BPK i b) sadržaj kalcijuma, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)</i>	166
<i>Slika P2. 3 Vrednosti F koje se odnose na a) sadržaj hlorida i b) koncentraciju ugljen-dioksida, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)</i>	167
<i>Slika P2. 4 Vrednosti F koje se odnose na a) nivo HPK i b) provodljivost, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)</i>	168
<i>Slika P2. 5 Vrednosti F koje se odnose na a) sadržaj bikarbonata i b) sadržaj magnezijuma, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)</i>	169
<i>Slika P2. 6 Vrednosti F koje se odnose na sadržaj a) nitrata i b) ukupnog fosfora, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)</i>	170
<i>Slika P2. 7 Vrednosti F koje se odnose na a) vrednost pH i b) sadržaj ortofosfata, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)</i>	171
<i>Slika P2. 8 Vrednosti F koje se odnose na sadržaj a) sulfata i b) suspendovanih materija, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)</i>	172
<i>Slika P2. 9 Vrednosti F koje se odnose na vrednost temperature u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)</i>	173

<i>Slika P4. 1</i> Prikaz preostalih podataka sa normalnim QQ prikazom za nelinearni PNN model koji je testiran sa a) regularnim skupom podataka, b) ekstremnim skupom podataka.....	179
<i>Slika P4. 2</i> Prikaz preostalih podataka sa normalnim QQ prikazom za linearne PNN modele koji su testirani sa a) regularnim skupom podataka, b) ekstremnim skupom podataka.....	181

## P1. ODABIR ULAZA KORIŠĆENJEM *FEATURE SELECTION MODULA*

### 1.1. *Eksperiment br. 1*

**Tabela P1. 1**  $F$  i  $p$  vrednosti za skup podataka za 1. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost $F$	Vrednost $p$
1.	Cl <sup>-</sup>	8,263017	0,000000
2.	Ca <sup>2+</sup>	5,406184	0,000033
3.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	4,850520	0,000062
4.	Prov.	4,887189	0,000098
5.	T	4,593080	0,000185
6.	Utvrd.	4,313507	0,000339
7.	Ualk.	3,608264	0,002415
8.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	3,608264	0,002415
9.	Mg <sup>2+</sup>	3,409445	0,002533
10.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	3,039361	0,005848
11.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	2,797613	0,013129
12.	BPK	2,563871	0,021399
13.	pH	2,615840	0,024567
14.	CO <sub>2</sub>	1,168905	0,333651
15.	HPK	1,021387	0,429340
16.	Smat	0,876224	0,530160
17.	P	0,676538	0,710291

**Tabela P1. 2** Rezultati korelace analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda (skup podataka za 1. eksperiment)

	T	Prov.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrđ.
<b>T</b>	1,00										
<b>Prov.</b>	-0,81	1,00									
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,73	0,88	1,00								
<b>Ualk.</b>	-0,73	0,88	1,00		1,00						
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,88	0,73	0,56	0,56	1,00						
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,75	0,88	0,75	0,75	0,76	1,00					
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,50	0,45	0,51	0,51	0,37	0,53	1,00				
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,69	0,57	0,50	0,50	0,65	0,48	0,17	1,00			
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,79	0,85	0,90	0,90	0,68	0,81	0,63	0,46	1,00		
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,56	0,73	0,74	0,74	0,44	0,66	0,37	0,41	0,58	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,73	0,82	0,87	0,87	0,61	0,80	0,47	0,44	0,88	0,73	1,00

Napomena: Visoko rangirani korelisani ulazi: Prov., HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>, Utvrđ., Ualk., i NO<sub>3</sub><sup>-</sup> su zamjenjeni sa ulazima nižeg ranga: BPK, pH, CO<sub>2</sub>, HPK i Smat. Korelaciona analiza je uspešno ponovljena bez primećene značajne korelacije među revidiranim skupom ulaznih promenljivih (Tabela P1.3)

**Tabela P1. 3** Rezultati korelace analize za 11 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 1. eksperimentu

	HPK	T	pH	CO <sub>2</sub>	BPK	Smat.	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>
<b>HPK</b>	1,00										
<b>T</b>	0,31	1,00									
<b>pH</b>	0,38	0,36	1,00								
<b>CO<sub>2</sub></b>	-0,19	-0,34	-0,81	1,00							
<b>BPK</b>	0,53	0,45	0,38	-0,29	1,00						
<b>Smat.</b>	0,34	0,28	0,09	-0,12	0,18	1,00					
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,11	-0,75	-0,15	0,10	-0,20	-0,19	1,00				
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,05	-0,50	-0,18	0,19	0,05	-0,40	0,53	1,00			
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,45	-0,69	-0,61	0,47	-0,63	-0,18	0,48	0,17	1,00		
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,23	-0,79	-0,18	0,17	-0,25	-0,39	0,81	0,63	0,46	1,00	
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,26	-0,56	-0,06	0,00	-0,25	-0,27	0,66	0,37	0,41	0,58	1,00

## 1.2. Eksperiment br. 2

**Tabela P1. 4** F i p vrednosti za skup podataka za 2. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost <i>F</i>	Vrednost <i>p</i>
1.	T	130,1801	0,000000
2.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	34,5083	0,000000
3.	Prov.	27,4164	0,000000
4.	Ca <sup>2+</sup>	30,9827	0,000000
5.	Utvrd.	22,9352	0,000000
6.	Ualk.	23,6052	0,000000
7.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	21,0450	0,000000
8.	Cl <sup>-</sup>	15,8113	0,000000
9.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	11,2476	0,000000
10.	pH	10,1846	0,000000
11.	Mg <sup>2+</sup>	9,3606	0,000000
12.	CO <sub>2</sub>	7,5212	0,000000
13.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	7,1524	0,000000
14.	BPK	5,6896	0,000000
15.	Smat.	2,9784	0,006926
16.	P	1,9121	0,064604
17.	HPK	1,4658	0,156032

**Tabela P1. 5** Rezultati korelace analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda (skup podataka za 2. eksperiment)

	T	pH	Prov.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrđ.
<b>T</b>	1,00										
<b>pH</b>	-0,02	1,00									
<b>Prov.</b>	-0,61	0,08	1,00								
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,44	-0,04	0,71	1,00							
<b>Ualk.</b>	-0,47	-0,03	0,74	0,93	1,00						
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,52	0,13	0,42	0,22	0,23	1,00					
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,38	0,09	0,57	0,29	0,32	0,30	1,00				
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,32	0,08	0,38	0,25	0,25	0,25	0,41	1,00			
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,24	-0,07	0,31	0,32	0,34	0,09	0,12	0,12	1,00		
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,29	0,01	0,49	0,54	0,57	0,15	0,22	0,20	0,16	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,53	-0,08	0,71	0,76	0,80	0,26	0,30	0,31	0,37	0,74	1,00

Napomena: HCO<sub>3</sub><sup>-</sup> kao niže rangiran u poređenju sa Ualk. sa kojim pokazuje visoku korelaciju, zamenjen je sa CO<sub>2</sub>. Korelaciona analiza je uspešno ponovljena bez primećene značajne korelacije u okviru revidiranog skupa ulaznih promenljivih (Tabela P1.6).

**Tabela P1. 6** Rezultati korelace analize za 11 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 2. eksperimentu

	T	pH	Prov.	CO <sub>2</sub>	Ualk.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrđ.
<b>T</b>	1,00										
<b>pH</b>	-0,02	1,00									
<b>Prov.</b>	-0,61	0,08	1,00								
<b>CO<sub>2</sub></b>	0,08	-0,59	-0,09	1,00							
<b>Ualk.</b>	-0,47	-0,03	0,74	0,11	1,00						
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,52	0,13	0,42	-0,28	0,23	1,00					
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,38	0,09	0,57	-0,10	0,32	0,30	1,00				
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,32	0,08	0,38	-0,19	0,25	0,25	0,41	1,00			
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,24	-0,07	0,31	0,13	0,34	0,09	0,12	0,12	1,00		
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,29	0,01	0,49	0,11	0,57	0,15	0,22	0,20	0,16	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,53	-0,08	0,71	0,18	0,80	0,26	0,30	0,31	0,37	0,74	1,00

### **1.3. Eksperiment br. 3**

**Tabela P1. 7** F i p vrednosti za skup podataka za 3. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost <i>F</i>	Vrednost <i>p</i>
1.	Cl <sup>-</sup>	11,53001	0,000000
2.	T	7,92908	0,000000
3.	Ca <sup>2+</sup>	6,84387	0,000000
4.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	6,24418	0,000000
5.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	6,37011	0,000001
6.	Utvrd.	5,96395	0,000001
7.	Ualk.	4,85000	0,000035
8.	Prov.	4,72826	0,000048
9.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	3,75493	0,000353
10.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	4,07790	0,000481
11.	Mg <sup>2+</sup>	3,38652	0,001001
12.	pH	3,46817	0,001260
13.	BPK	3,10328	0,003249
14.	CO <sub>2</sub>	2,30345	0,038570
15.	Smat.	1,48165	0,180208
16.	HPK	1,19399	0,308475
17.	P	0,15676	0,995799

**Tabela P1. 8** Rezultati korelacije analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda (skup podataka za 3. eksperiment)

	T	Prov.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrd.
<b>T</b>	1,00										
<b>Prov.</b>	-0,79	1,00									
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,67	0,77	1,00								
<b>Ualk.</b>	-0,71	0,83	0,95	1,00							
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,89	0,70	0,53	0,54	1,00						
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,75	0,83	0,69	0,73	0,73	1,00					
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,54	0,57	0,54	0,58	0,44	0,59	1,00				
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,67	0,54	0,49	0,43	0,65	0,45	0,22	1,00			
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,76	0,80	0,85	0,90	0,67	0,78	0,65	0,42	1,00		
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,55	0,70	0,71	0,74	0,40	0,61	0,48	0,33	0,54	1,00	
<b>Utvrd.</b>	-0,73	0,82	0,86	0,91	0,62	0,79	0,57	0,41	0,90	0,76	1,00

Napomena: Jako korelisani visoko rangirani ulazi Ualk., HCO<sub>3</sub><sup>-</sup>, Utvrd., NO<sub>3</sub><sup>-</sup> su zamjenjeni sa pH, BPK, CO<sub>2</sub> i Smat.. Korelaciona analiza je zatim uspešno ponovljena bez primećene značajne korelacije u okviru revidiranog skupa ulaznih promenlivih (Tabela P1.9).

**Tabela P1. 9** Rezultati korelace analize za 11 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 3. eksperimentu

	T	pH	Prov.	CO <sub>2</sub>	BPK	Smat.	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>
<b>T</b>	1,00										
<b>pH</b>	0,38	1,00									
<b>Prov.</b>	-0,79	-0,20	1,00								
<b>CO<sub>2</sub></b>	-0,34	-0,67	0,15	1,00							
<b>BPK</b>	0,36	0,46	-0,27	-0,22	1,00						
<b>Smat.</b>	0,35	0,13	-0,40	-0,10	0,18	1,00					
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,75	-0,16	0,83	0,16	-0,16	-0,29	1,00				
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,54	-0,11	0,57	0,02	-0,03	-0,43	0,59	1,00			
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,67	-0,67	0,54	0,50	-0,57	-0,25	0,45	0,22	1,00		
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,76	-0,17	0,80	0,14	-0,23	-0,35	0,78	0,65	0,42	1,00	
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,55	-0,05	0,70	-0,01	-0,15	-0,31	0,61	0,48	0,33	0,54	1,00

#### 1.4. Eksperiment br. 4

**Tabela P1. 10** F i p vrednosti za skup podataka za 4. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost <i>F</i>	Vrednost <i>p</i>
1.	T	212,6439	0,000000
2.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	55,3422	0,000000
3.	Ca <sup>2+</sup>	47,9989	0,000000
4.	Prov.	42,7846	0,000000
5.	Ualk.	32,8884	0,000000
6.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	31,9187	0,000000
7.	Cl <sup>-</sup>	22,3003	0,000000
8.	pH	16,6225	0,000000
9.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	16,0973	0,000000
10.	Mg <sup>2+</sup>	12,5960	0,000000
11.	BPK	12,4078	0,000000
12.	CO <sub>2</sub>	11,5693	0,000000
13.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	11,2553	0,000000
14.	HPK	2,2301	0,018012
15.	Smat.	2,5199	0,019766
16.	Utvrđ.	2,8976	0,034006
17.	P	0,8172	0,572893

**Tabela P1. 11** Rezultati korelace analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda (skup podataka za 4. eksperiment)

	T	pH	Prov.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	BPK	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>
<b>T</b>	1,00										
<b>pH</b>	0,03	1,00									
<b>Prov.</b>	-0,59	0,03	1,00								
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,49	-0,11	0,63	1,00							
<b>Ualk.</b>	-0,50	-0,03	0,67	0,94	1,00						
<b>BPK</b>	0,14	0,31	-0,08	-0,15	-0,11	1,00					
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,54	0,06	0,41	0,23	0,25	-0,04	1,00				
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,38	0,07	0,55	0,25	0,27	0,00	0,32	1,00			
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,30	0,08	0,36	0,19	0,20	0,03	0,23	0,45	1,00		
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,32	-0,06	0,34	0,38	0,40	-0,08	0,16	0,16	0,18	1,00	
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,24	0,03	0,46	0,46	0,48	-0,05	0,15	0,23	0,15	0,14	1,00

Napomena: HCO<sub>3</sub><sup>-</sup> kao niže rangiran u poređenju sa Ualk. sa kojim je pokazao visoku korelaciju, zamenjen je sa CO<sub>2</sub>. Korelaciona analiza je zatim uspešno ponovljena bez primećene značajne korelacije u okviru revidiranog skupa ulaznih promenljivih (Tabela P1.12).

**Tabela P1. 12** Rezultati korelace analize za 11 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 4. eksperimentu

	T	pH	Prov.	CO <sub>2</sub>	Ualk.	BPK	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>
<b>T</b>	1,00										
<b>pH</b>	0,03	1,00									
<b>Prov.</b>	-0,59	0,03	1,00								
<b>CO<sub>2</sub></b>	0,02	-0,59	-0,05	1,00							
<b>Ualk.</b>	-0,50	-0,03	0,67	0,11	1,00						
<b>BPK</b>	0,14	0,31	-0,08	-0,16	-0,11	1,00					
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,54	0,06	0,41	-0,16	0,25	-0,04	1,00				
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,38	0,07	0,55	-0,11	0,27	0,00	0,32	1,00			
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,30	0,08	0,36	-0,25	0,20	0,03	0,23	0,45	1,00		
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,32	-0,06	0,34	0,11	0,40	-0,08	0,16	0,16	0,18	1,00	
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,24	0,03	0,46	0,09	0,48	-0,05	0,15	0,23	0,15	0,14	1,00

### 1.5. Eksperiment br. 5

**Tabela P1. 13** F i p vrednosti za skup podataka za 5. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost F	Vrednost p
1.	Cl <sup>-</sup>	13,28056	0,000000
2.	T	7,93157	0,000000
3.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	6,57692	0,000000
4.	Ca <sup>2+</sup>	6,24368	0,000002
5.	Utvrđ.	6,23029	0,000002
6.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	5,53502	0,000010
7.	Prov.	5,30405	0,000017
8.	Ualk.	5,38982	0,000031
9.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	4,42153	0,000077
10.	Mg <sup>2+</sup>	3,99428	0,000406
11.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	3,83397	0,000604
12.	pH	3,10019	0,003753
13.	BPK	2,46137	0,018120
14.	CO <sub>2</sub>	1,44148	0,206742
15.	Smat.	1,35151	0,234910
16.	HPK	1,11467	0,360480
17.	P	0,15843	0,995570

**Tabela P1. 14 a)** Rezultati koreacione analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda, uključujući Utvrđ. (skup podataka za 5. eksperiment)

	T	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Utvrđ.
T	1,00				
Cl <sup>-</sup>	-0,78	1,00			
SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	-0,54	0,58	1,00		
Ca <sup>2+</sup>	-0,75	0,80	0,65	1,00	
Utvrđ.	-0,73	0,80	0,54	0,89	1,00

Napomena: Utvrđ. kao niže rangiran u poređenju sa Ca<sup>2+</sup> sa kojim pokazuje jaku korelaciju zamenjen je sa NO<sub>3</sub><sup>-</sup>. Koreaciona analiza je zatim ponovljena sa NO<sub>3</sub><sup>-</sup> (Tabela P1.14b)), koji je zatim zamenjen sa Prov. (Tabela P1.14c)), koji je zamenjen sa Ualk. (Tabela P1.14d)), koji je zamenjen sa HCO<sub>3</sub><sup>-</sup> (Tabela P1.14e)) i na kraju sa Mg<sup>2+</sup> (Tabela P1.15). Imajući u vidu da poslednja promena nije izazvala pojavu značajne

korelacije sa drugim ulaznim promenljivama, ovaj skup ulaznih promenljivih je izabran kao konačan skup za 5. eksperiment.

**Tabela P1.14b)** Rezultati korelacione analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda, uključujući  $\text{NO}_3^-$  (skup podataka za 5. eksperiment)

	T	$\text{NO}_3^-$	$\text{Cl}^-$	$\text{SO}_4^{2-}$	$\text{Ca}^{2+}$
T	1,00				
$\text{NO}_3^-$	-0,89	1,00			
$\text{Cl}^-$	-0,78	0,76	1,00		
$\text{SO}_4^{2-}$	-0,54	0,43	0,58	1,00	
$\text{Ca}^{2+}$	-0,75	0,65	0,80	0,65	1,00

**Tabela P1.14 c)** Rezultati korelacione analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda, uključujući Prov. (skup podataka za 5. eksperiment)

	T	Prov.	$\text{Cl}^-$	$\text{SO}_4^{2-}$	$\text{Ca}^{2+}$
T	1				
Prov.	-0,82	1,00			
$\text{Cl}^-$	-0,78	0,86	1,00		
$\text{SO}_4^{2-}$	-0,54	0,53	0,58	1,00	
$\text{Ca}^{2+}$	-0,75	0,82	0,80	0,65	1,00

**Tabela P1.14 d)** Rezultati korelacione analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda, uključujući Ualk. (skup podataka za 5. eksperiment)

	T	Ualk.	$\text{Cl}^-$	$\text{SO}_4^{2-}$	$\text{Ca}^{2+}$
T	1,00				
Ualk.	-0,70	1,00			
$\text{Cl}^-$	-0,78	0,73	1,00		
$\text{SO}_4^{2-}$	-0,54	0,55	0,58	1,00	
$\text{Ca}^{2+}$	-0,75	0,90	0,80	0,65	1,00

**Tabela P1.14 e)** Rezultati korelacione analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda, uključujući  $\text{HCO}_3^-$  (skup podataka za 5. eksperiment)

	<b>T</b>	<b><math>\text{HCO}_3^-</math></b>	<b><math>\text{Cl}^-</math></b>	<b><math>\text{SO}_4^{2-}</math></b>	<b><math>\text{Ca}^{2+}</math></b>
<b>T</b>	1,00				
<b><math>\text{HCO}_3^-</math></b>	-0,67	1,00			
<b><math>\text{Cl}^-</math></b>	-0,78	0,69	1,00		
<b><math>\text{SO}_4^{2-}</math></b>	-0,54	0,53	0,58	1,00	
<b><math>\text{Ca}^{2+}</math></b>	-0,75	0,87	0,80	0,65	1,00

**Tabela P1. 15** Rezultati korelacione analize za 5 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazni parametri u 5. eksperimentu

	<b>T</b>	<b><math>\text{Mg}^{2+}</math></b>	<b><math>\text{Cl}^-</math></b>	<b><math>\text{SO}_4^{2-}</math></b>	<b><math>\text{Ca}^{2+}</math></b>
<b>T</b>	1,00				
<b><math>\text{Mg}^{2+}</math></b>	-0,57	1,00			
<b><math>\text{Cl}^-</math></b>	-0,78	0,62	1,00		
<b><math>\text{SO}_4^{2-}</math></b>	-0,54	0,43	0,58	1,00	
<b><math>\text{Ca}^{2+}</math></b>	-0,75	0,55	0,80	0,65	1,00

### 1.6. Eksperiment br. 6

**Tabela P1. 16** F i p vrednosti za skup podataka za 6. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost F	Vrednost p
1.	T	179,6767	0,000000
2.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	44,5136	0,000000
3.	Prov.	34,1755	0,000000
4.	Ca <sup>2+</sup>	31,2686	0,000000
5.	Utvrđ.	25,5987	0,000000
6.	Cl <sup>-</sup>	21,9301	0,000000
7.	Ualk.	21,2077	0,000000
8.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	20,9533	0,000000
9.	pH	12,8103	0,000000
10.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	11,5434	0,000000
11.	Mg <sup>2+</sup>	11,4906	0,000000
12.	BPK	10,3690	0,000000
13.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	8,6089	0,000000
14.	CO <sub>2</sub>	7,0703	0,000000
15.	Smat.	2,4894	0,021300
16.	HPK	1,9113	0,046722
17.	P	1,0362	0,403686

**Tabela P1. 17** Rezultati korelace analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 6. eksperimentu

	T	Prov.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ca <sup>2+</sup>	Utvrđ.
T	1,00				
Prov.	-0,59	1,00			
NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	-0,54	0,45	1,00		
Ca <sup>2+</sup>	-0,26	0,33	0,12	1,00	
Utvrđ.	-0,51	0,69	0,26	0,41	1,00

### **1.7. Eksperiment br. 7**

**Tabela P1. 18**  $F$  i  $p$  vrednosti za skup podaka za 7. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost $F$	Vrednost $p$
1.	Cl <sup>-</sup>	13,28056	0,000000
2.	T	7,93157	0,000000
3.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	6,57692	0,000000
4.	Ca <sup>2+</sup>	6,24368	0,000002
5.	Utvrd.	6,23029	0,000002
6.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	5,53502	0,000010
7.	Prov.	5,30405	0,000017
8.	Ualk.	5,38982	0,000031
9.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	4,42153	0,000077
10.	Mg <sup>2+</sup>	3,99428	0,000406
11.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	3,83397	0,000604
12.	pH	3,10019	0,003753
13.	BPK	2,46137	0,018120
14.	CO <sub>2</sub>	1,44148	0,206742
15.	Smat.	1,35151	0,234910
16.	HPK	1,11467	0,360480
17.	P	0,15843	0,995570

**Tabela P1. 19** Rezultati korelacione analize za svih 17 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 7. eksperimentu

	T	pH	Prov.	CO <sub>2</sub>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	BPK	HPK	Smat.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	P	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrđ.
<b>T</b>	1,00																
<b>pH</b>	0,35	1,00															
<b>Prov.</b>	-0,82	-0,19	1,00														
<b>CO<sub>2</sub></b>	-0,41	-0,75	0,18	1,00													
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,67	-0,17	0,82	0,18	1,00												
<b>Ualk.</b>	-0,70	-0,10	<b>0,85</b>	0,13	<b>0,97</b>	1,00											
<b>BPK</b>	0,35	0,45	-0,28	-0,27	-0,24	-0,19	1,00										
<b>HPK</b>	0,34	0,40	-0,21	-0,22	-0,25	-0,26	0,50	1,00									
<b>Smat.</b>	0,38	0,19	-0,36	-0,20	-0,31	-0,34	0,20	0,39	1,00								
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,89	-0,37	0,72	0,42	0,51	0,52	-0,30	-0,22	-0,27	1,00							
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,78	-0,16	<b>0,86</b>	0,21	0,69	0,73	-0,15	-0,14	-0,27	0,76	1,00						
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,54	-0,15	0,53	0,17	0,53	0,55	0,02	-0,07	-0,41	0,43	0,58	1,00					
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,67	-0,66	0,59	0,53	0,47	0,44	-0,60	-0,47	-0,31	0,61	0,47	0,23	1,00				
<b>P</b>	-0,03	0,00	0,02	0,05	-0,09	-0,09	0,06	0,20	0,27	0,19	0,13	-0,13	0,16	1,00			
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,75	-0,16	0,82	0,18	<b>0,87</b>	<b>0,90</b>	-0,18	-0,21	-0,33	0,65	0,80	0,65	0,41	-0,03	1,00		
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,57	-0,11	0,72	0,09	0,74	0,75	-0,15	-0,23	-0,30	0,42	0,62	0,43	0,41	0,00	0,55	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,73	-0,10	0,82	0,13	<b>0,87</b>	<b>0,90</b>	-0,22	-0,24	-0,32	0,60	0,80	0,54	0,42	-0,01	<b>0,89</b>	0,75	1,00

### **1.8. Eksperiment br. 8**

**Tabela P1. 20**  $F$  i  $p$  vrednosti za skup podataka za 8. eksperiment

<b>Rang</b>	<b>Parametar</b>	<b>Vrednost <math>F</math></b>	<b>Vrednost <math>p</math></b>
1.	T	179,6767	0,000000
2.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	44,5136	0,000000
3.	Prov.	34,1755	0,000000
4.	Ca <sup>2+</sup>	31,2686	0,000000
5.	Utvrđ.	25,5987	0,000000
6.	Cl <sup>-</sup>	21,9301	0,000000
7.	Ualk.	21,2077	0,000000
8.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	20,9533	0,000000
9.	pH	12,8103	0,000000
10.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	11,5434	0,000000
11.	Mg <sup>2+</sup>	11,4906	0,000000
12.	BPK	10,3690	0,000000
13.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	8,6089	0,000000
14.	CO <sub>2</sub>	7,0703	0,000000
15.	Smat.	2,4894	0,021300
16.	HPK	1,9113	0,046722
17.	P	1,0362	0,403686

**Tabela P1. 21** Rezultati korelacione analize za svih 17 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 8. eksperimentu

	HPK	T	pH	Prov.	CO <sub>2</sub>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	BPK	Smat.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	P	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrđ.
<b>HPK</b>	1,00																
<b>T</b>	-0,08	1,00															
<b>pH</b>	0,28	0,36	1,00														
<b>Prov.</b>	0,28	-0,68	-0,25	1,00													
<b>CO<sub>2</sub></b>	-0,33	-0,40	-0,68	0,14	1,00												
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,43	-0,47	-0,60	0,41	0,59	1,00											
<b>Ualk.</b>	-0,37	-0,39	-0,28	0,41	0,37	0,90	1,00										
<b>BPK</b>	0,58	0,07	0,57	0,05	-0,34	-0,41	-0,23	1,00									
<b>Smat.</b>	0,45	-0,20	0,01	0,22	-0,13	-0,24	-0,28	0,12	1,00								
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	0,21	-0,70	-0,22	0,81	0,13	0,25	0,22	-0,01	0,31	1,00							
<b>Cl<sup>-</sup></b>	0,29	-0,54	-0,11	0,74	-0,06	0,12	0,12	0,03	0,36	0,69	1,00						
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	0,33	-0,32	0,09	0,49	-0,28	-0,05	-0,02	-0,03	0,40	0,60	0,64	1,00					
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,19	-0,48	-0,64	0,29	0,39	0,40	0,22	-0,46	0,10	0,43	0,37	0,24	1,00				
<b>P</b>	0,34	-0,33	-0,09	0,32	-0,16	-0,12	-0,17	-0,10	0,54	0,49	0,53	0,65	0,39	1,00			
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	0,00	-0,71	-0,24	0,62	0,21	0,53	0,60	-0,12	0,12	0,57	0,45	0,45	0,35	0,27	1,00		
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,26	-0,07	-0,04	0,11	0,07	0,22	0,19	-0,11	-0,18	0,06	0,08	-0,07	0,11	-0,16	-0,15	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,09	-0,65	-0,23	0,65	0,19	0,58	0,62	-0,16	0,04	0,59	0,53	0,44	0,40	0,24	0,82	0,40	1,00

### 1.9. Eksperiment br. 9

**Tabela P1. 22** F i p vrednosti za skup podataka za 9. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost F	Vrednost p
1.	T	61,73681	0,000000
2.	Cl <sup>-</sup>	32,54768	0,000000
3.	Utvrđ.	27,36556	0,000000
4.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	26,13397	0,000000
5.	Prov.	22,89930	0,000000
6.	Ualk.	24,69400	0,000000
7.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	23,04700	0,000000
8.	Mg <sup>2+</sup>	13,57593	0,000000
9.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	11,86728	0,000000
10.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	6,84707	0,000000
11.	pH	4,58977	0,000021
12.	BPK	3,04903	0,002334
13.	P	2,52180	0,007845
14.	Smat.	2,32052	0,032115
15.	CO <sub>2</sub>	2,11128	0,050601
16.	Ca <sup>2+</sup>	2,05129	0,129650
17.	HPK	0,75020	0,662767

**Tabela P1. 23** Rezultati korelace analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 9. eksperimentu

	T	Prov.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	Utvrđ.
<b>T</b>	1,00				
<b>Prov.</b>	-0,72	1,00			
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,68	0,52	1,00		
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,61	0,73	0,43	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,68	0,82	0,49	0,58	1,00

### 1.10. Eksperiment br. 10

**Tabela P1. 24** F i p vrednosti za skup podataka za 10. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost F	Vrednost p
1.	T	83,14186	0,000000
2.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	46,68788	0,000000
3.	Utvrđ.	38,07137	0,000000
4.	Cl <sup>-</sup>	37,41148	0,000000
5.	Prov.	32,88906	0,000000
6.	Ualk.	29,51658	0,000000
7.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	28,87456	0,000000
8.	Mg <sup>2+</sup>	15,97377	0,000000
9.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	12,95151	0,000000
10.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	13,11223	0,000000
11.	pH	9,23652	0,000000
12.	CO <sub>2</sub>	7,81772	0,000000
13.	BPK	5,09127	0,000003
14.	Smat.	1,97876	0,066204
15.	Ca <sup>2+</sup>	2,02607	0,108752
16.	HPK	1,38279	0,191485
17.	P	1,00634	0,433065

**Tabela P1. 25** Rezultati korelacione analize za 5 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 10. eksperimentu

	T	Prov.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	Utvrđ.
<b>T</b>	1,00				
<b>Prov.</b>	-0,71	1,00			
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,67	0,50	1,00		
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,58	0,71	0,41	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,69	0,75	0,53	0,55	1,00

### **1.11. Run 11**

**Tabela P1. 26**  $F$  i  $p$  vrednosti za skup podataka za 11. eksperiment

<b>Rang</b>	<b>Parametar</b>	<b>Vrednost <math>F</math></b>	<b>Vrednost <math>p</math></b>
1.	T	61,73681	0,000000
2.	Cl <sup>-</sup>	32,54768	0,000000
3.	Utvrd.	27,36556	0,000000
4.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	26,13397	0,000000
5.	Prov.	22,89930	0,000000
6.	Ualk.	24,69400	0,000000
7.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	23,04700	0,000000
8.	Mg <sup>2+</sup>	13,57593	0,000000
9.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	11,86728	0,000000
10.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	6,84707	0,000000
11.	pH	4,58977	0,000021
12.	BPK	3,04903	0,002334
13.	P	2,52180	0,007845
14.	Smat.	2,32052	0,032115
15.	CO <sub>2</sub>	2,11128	0,050601
16.	Ca <sup>2+</sup>	2,05129	0,129650
17.	HPK	0,75020	0,662767

**Tabela P1. 27** Rezultati korelacione analize za svih 17 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 11. eksperimentu

	T	pH	Prov.	CO <sub>2</sub>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	BPK	HPK	Smat.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	P	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrđ.
<b>T</b>	1,00																
<b>pH</b>	0,34	1,00															
<b>Prov.</b>	-0,83	-0,12	1,00														
<b>CO<sub>2</sub></b>	-0,34	-0,82	0,07	1,00													
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,77	-0,11	<b>0,89</b>	0,09	1,00												
<b>Ualk.</b>	-0,76	-0,11	<b>0,89</b>	0,09	<b>1,00</b>	1,00											
<b>BPK</b>	0,47	0,39	-0,34	-0,36	-0,34	-0,34	1,00										
<b>HPK</b>	0,33	0,37	-0,21	-0,22	-0,31	-0,31	0,60	1,00									
<b>Smat.</b>	0,21	0,07	-0,21	-0,09	-0,26	-0,26	0,22	0,29	1,00								
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,88	-0,37	0,74	0,34	0,61	0,61	-0,39	-0,20	-0,11	1,00							
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,75	-0,17	<b>0,88</b>	0,10	0,77	0,77	-0,22	-0,13	-0,11	0,77	1,00						
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,51	-0,25	0,45	0,25	0,53	0,53	-0,01	-0,04	-0,23	0,40	0,55	1,00					
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,68	-0,54	0,58	0,41	0,53	0,53	-0,63	-0,46	-0,17	0,64	0,48	0,19	1,00				
<b>P</b>	-0,05	-0,06	0,15	-0,01	-0,02	-0,02	-0,01	0,18	0,18	0,26	0,24	-0,10	0,28	1,00			
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,81	-0,19	<b>0,86</b>	0,17	<b>0,91</b>	<b>0,91</b>	-0,28	-0,24	-0,25	0,71	0,82	0,64	0,48	0,04	1,00		
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,57	-0,06	0,74	-0,03	0,75	0,75	-0,24	-0,29	-0,23	0,47	0,68	0,36	0,43	0,09	0,59	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,76	-0,11	<b>0,85</b>	0,07	<b>0,90</b>	<b>0,90</b>	-0,33	-0,29	-0,23	0,66	0,83	0,51	0,48	0,08	<b>0,90</b>	0,76	1,00

### **1.12. Eksperiment br. 12**

**Tabela P1. 28**  $F$  i  $p$  vrednosti za skup podataka za 12. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost $F$	Vrednost $p$
1.	T	83,14186	0,000000
2.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	46,68788	0,000000
3.	Utvrd.	38,07137	0,000000
4.	Cl <sup>-</sup>	37,41148	0,000000
5.	Prov.	32,88906	0,000000
6.	Ualk.	29,51658	0,000000
7.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	28,87456	0,000000
8.	Mg <sup>2+</sup>	15,97377	0,000000
9.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	12,95151	0,000000
10.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	13,11223	0,000000
11.	pH	9,23652	0,000000
12.	CO <sub>2</sub>	7,81772	0,000000
13.	BPK	5,09127	0,000003
14.	Smat.	1,97876	0,066204
15.	Ca <sup>2+</sup>	2,02607	0,108752
16.	HPK	1,38279	0,191485
17.	P	1,00634	0,433065

**Tabela P1. 29** Rezultati korelace analize za svih 17 parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 12. eksperimentu

	T	pH	Prov.	CO <sub>2</sub>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	BPK	HPK	Smat.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	P	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrđ.
<b>T</b>	1,00																
<b>pH</b>	0,27	1,00															
<b>Prov.</b>	-0,76	0,00	1,00														
<b>CO<sub>2</sub></b>	-0,25	-0,76	-0,03	1,00													
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,71	-0,18	0,76	0,17	1,00												
<b>Ualk.</b>	-0,74	-0,03	0,82	0,08	0,94	1,00											
<b>BPK</b>	0,42	0,39	-0,31	-0,23	-0,37	-0,30	1,00										
<b>HPK</b>	0,32	0,30	-0,17	-0,23	-0,22	-0,22	0,45	1,00									
<b>Smat.</b>	0,10	0,02	-0,03	-0,15	-0,10	-0,13	0,20	0,24	1,00								
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,90	-0,26	0,71	0,23	0,59	0,61	-0,41	-0,29	-0,02	1,00							
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,72	0,04	0,84	-0,07	0,64	0,72	-0,17	-0,14	0,07	0,71	1,00						
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,53	-0,17	0,53	0,06	0,54	0,56	-0,11	-0,13	-0,02	0,45	0,55	1,00					
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,52	-0,55	0,39	0,52	0,56	0,47	-0,42	-0,32	0,00	0,47	0,28	0,22	1,00				
<b>P</b>	-0,07	-0,23	0,05	0,19	0,11	0,05	0,13	0,22	0,37	0,08	0,11	-0,05	0,37	1,00			
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,82	-0,19	0,77	0,20	0,87	0,91	-0,31	-0,27	-0,15	0,73	0,72	0,65	0,46	0,06	1,00		
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,43	0,02	0,63	-0,02	0,61	0,65	-0,18	-0,15	-0,11	0,35	0,59	0,34	0,30	0,04	0,50	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,77	-0,12	0,82	0,13	0,88	0,93	-0,30	-0,26	-0,15	0,67	0,77	0,61	0,46	0,06	0,93	0,79	1,00

### **1.13. Eksperiment br. 13-15**

**Tabela P1. 30**  $F$  i  $p$  vrednosti za skup podataka za 13., 14. i 15. eksperiment

Rang	Parametar	Vrednost $F$	Vrednost $p$
1.	T	78,69461	0,000000
2.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	37,62048	0,000000
3.	Cl <sup>-</sup>	36,41031	0,000000
4.	Utvrd.	29,53947	0,000000
5.	Prov.	28,27997	0,000000
6.	Ualk.	23,28939	0,000000
7.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	22,54128	0,000000
8.	Mg <sup>2+</sup>	17,18642	0,000000
9.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	10,98400	0,000000
10.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	9,69085	0,000000
11.	pH	5,89330	0,000000
12.	BPK	4,27418	0,000051
13.	CO <sub>2</sub>	4,42238	0,000215
14.	Smat.	2,45687	0,023426
15.	P	1,69756	0,086083
16.	Ca <sup>2+</sup>	2,14392	0,118025
17.	HPK	0,84938	0,570732

**Tabela P1. 31** Rezultati korelace analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda (skup podataka za 13., 14. i 15. eksperiment)

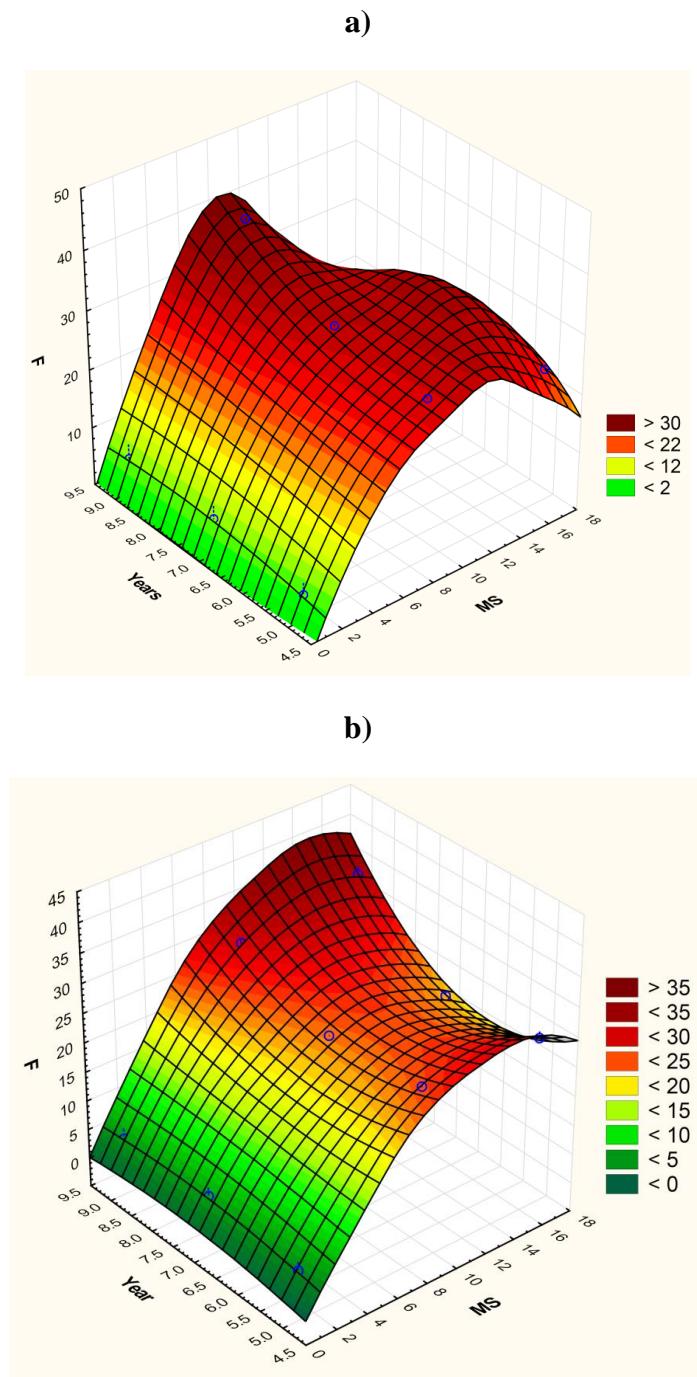
	T	pH	Prov.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrđ.
<b>T</b>	1,00										
<b>pH</b>	0,21	1,00									
<b>Prov.</b>	-0,72	-0,05	1,00								
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,60	-0,13	0,76	1,00							
<b>Ualk.</b>	-0,61	-0,07	0,78	0,98	1,00						
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,71	-0,13	0,56	0,39	0,41	1,00					
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,62	-0,04	0,73	0,50	0,53	0,47	1,00				
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,44	-0,12	0,48	0,46	0,46	0,28	0,53	1,00			
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,31	-0,38	0,26	0,24	0,23	0,25	0,20	0,11	1,00		
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,46	-0,03	0,62	0,67	0,69	0,32	0,41	0,36	0,18	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,68	-0,10	0,78	0,88	0,91	0,49	0,57	0,51	0,25	0,78	1,00

Napomena: Ualk. i HCO<sub>3</sub><sup>-</sup> kao niže rangirani ulazni u poređenju sa Utvrđ. sa kojim pokazuju jaku korelaciju, zamenjeni su sa BPK i CO<sub>2</sub>. Korelaciona analiza je zatim uspešno ponovljena bez primećene značajne korelacije u okviru revidiranog skupa ulaznih promenljivih (Tabela P1. 32).

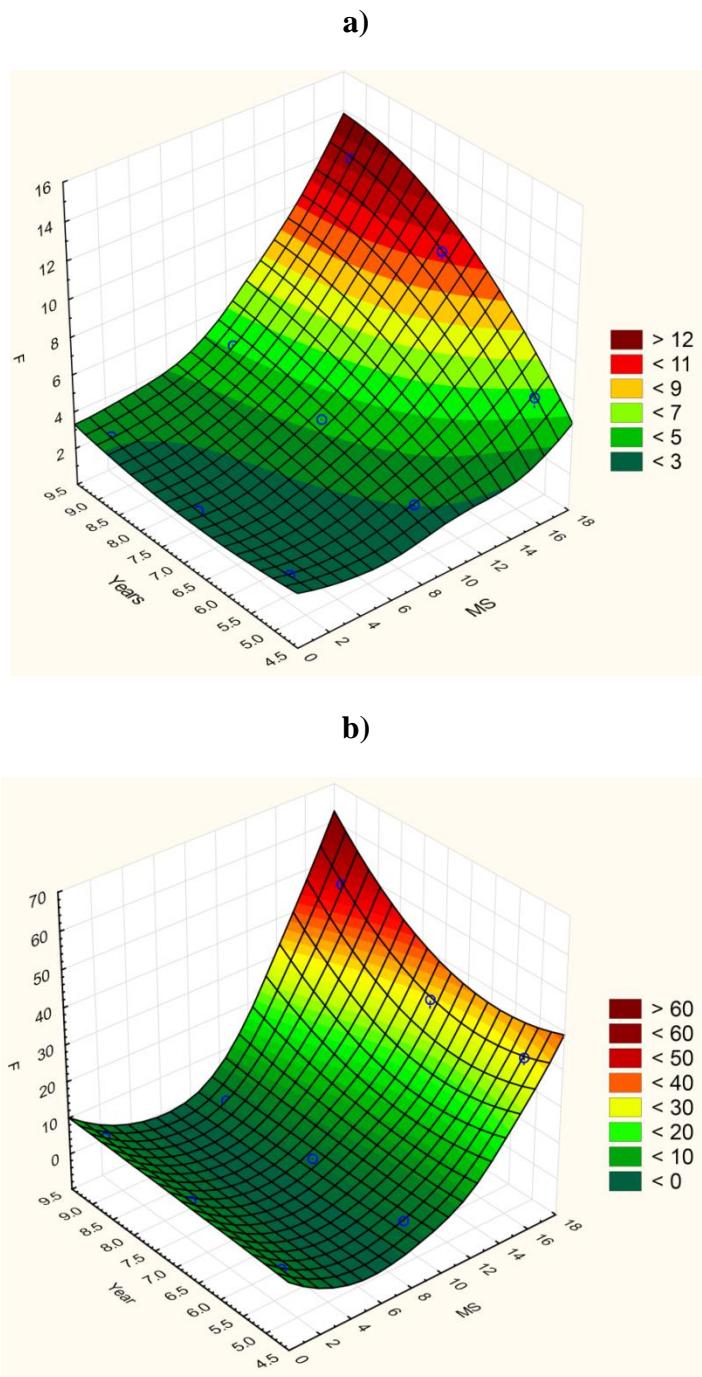
**Tabela P1. 32** Rezultati korelace analize za 11 visoko rangiranih parametara kvaliteta voda korišćenih kao ulazne promenljive u 13., 14. i 15. eksperimentu

	T	pH	Prov.	BPK	CO <sub>2</sub>	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrđ.
<b>T</b>	1,00										
<b>pH</b>	0,21	1,00									
<b>Prov.</b>	-0,72	-0,05	1,00								
<b>BPK</b>	0,26	0,38	-0,14	1,00							
<b>CO<sub>2</sub></b>	-0,15	-0,66	0,03	-0,20	1,00						
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,71	-0,13	0,56	-0,18	0,00	1,00					
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,62	-0,04	0,73	-0,04	0,06	0,47	1,00				
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,44	-0,12	0,48	0,03	-0,04	0,28	0,53	1,00			
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,31	-0,38	0,26	-0,29	0,29	0,25	0,20	0,11	1,00		
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,46	-0,03	0,62	-0,09	0,12	0,32	0,41	0,36	0,18	1,00	
<b>Utvrđ.</b>	-0,68	-0,10	0,78	-0,13	0,17	0,49	0,57	0,51	0,25	0,78	1,00

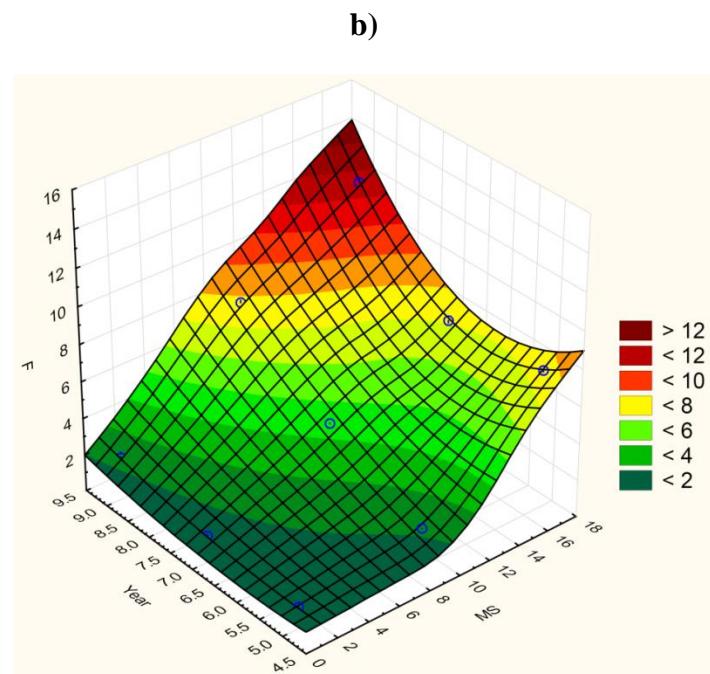
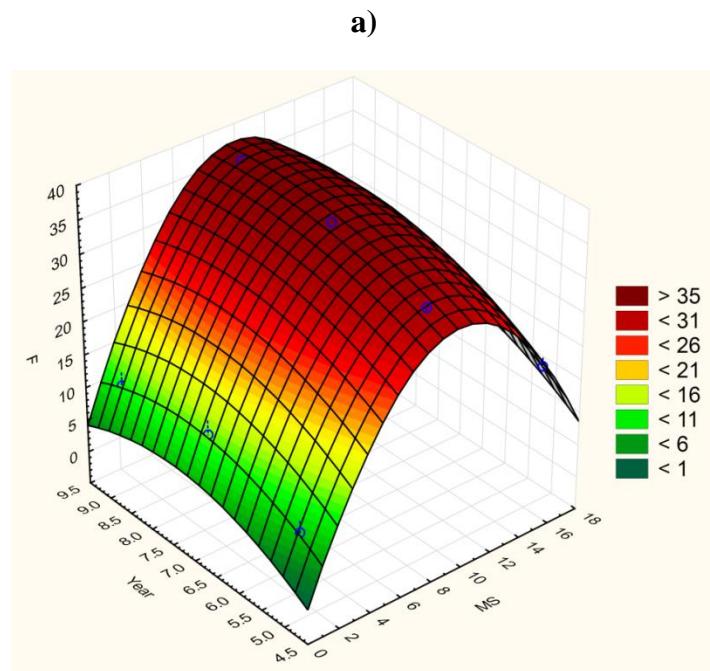
## P2. ZNAČAJ PARAMETARA KVALITETA VODA



**Slika P2. 1** Vrednosti  $F$  koje se odnose na a) ukupnu tvrdoću i b) ukupni alkalitet, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)

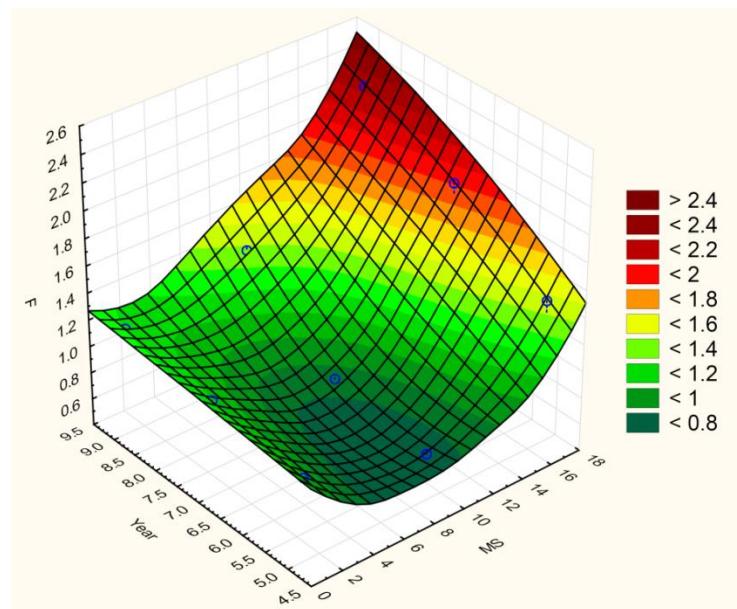


**Slika P2. 2** Vrednosti  $F$  koje se odnose na a) nivo BPK i b) sadržaj kalcijuma, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)

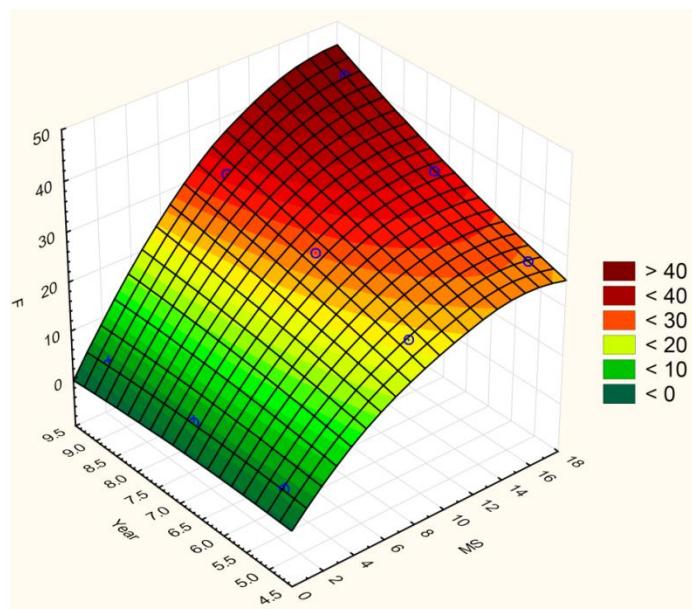


**Slika P2. 3** Vrednosti  $F$  koje se odnose na a) sadržaj hlorida i b) koncentraciju ugljen-dioksida, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)

a)

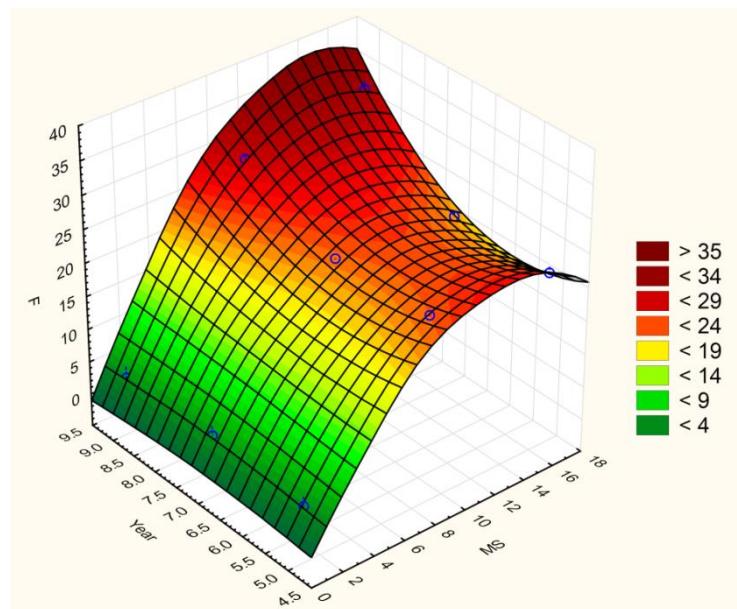


b)

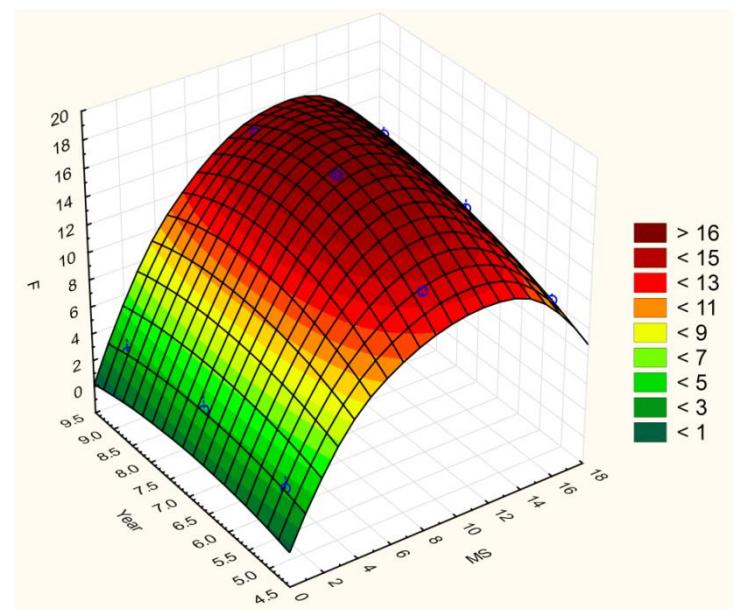


**Slika P2. 4** Vrednosti  $F$  koje se odnose na a) nivo HPK i b) provodljivost, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)

a)

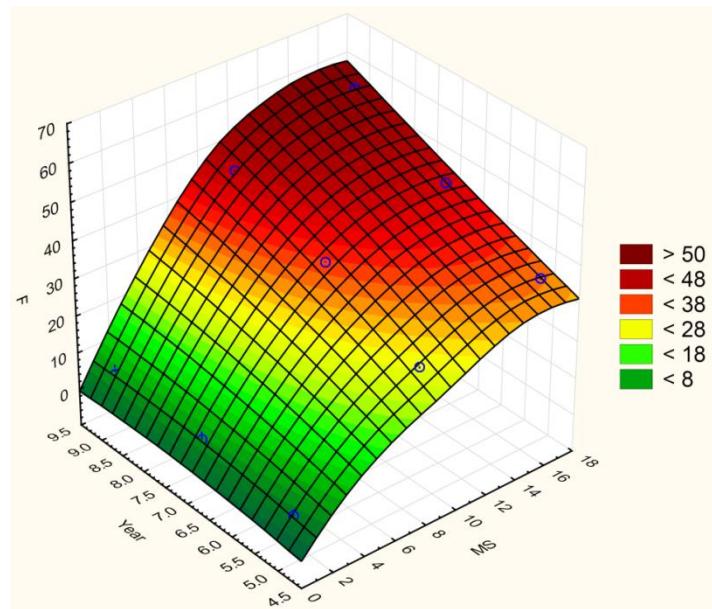


b)

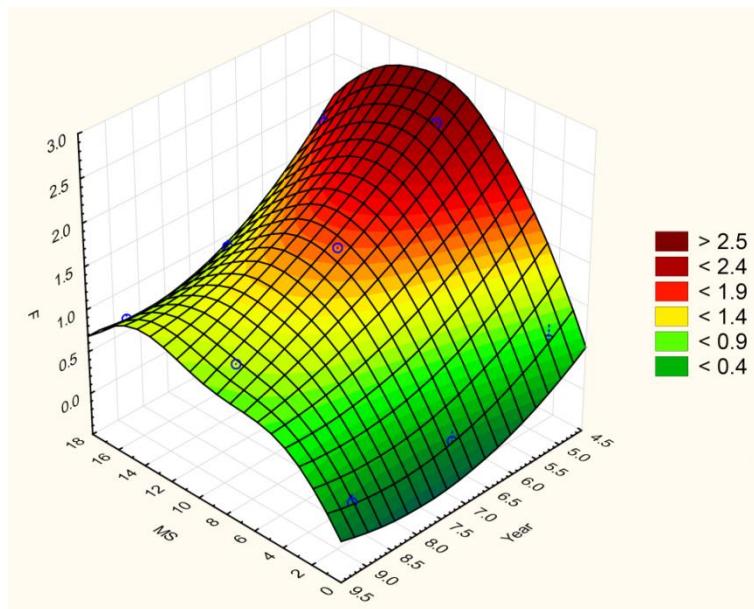


**Slika P2. 5** Vrednosti  $F$  koje se odnose na a) sadržaj bikarbonata i b) sadržaj magnezijuma, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)

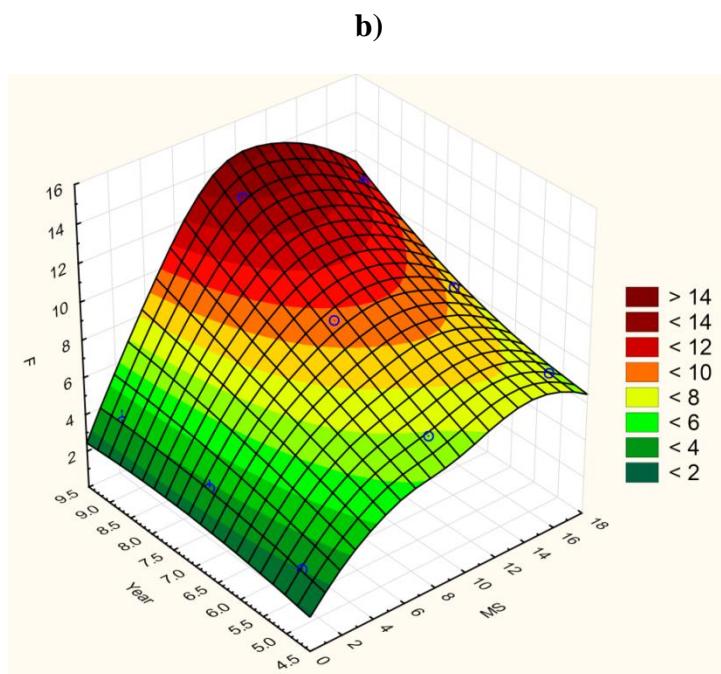
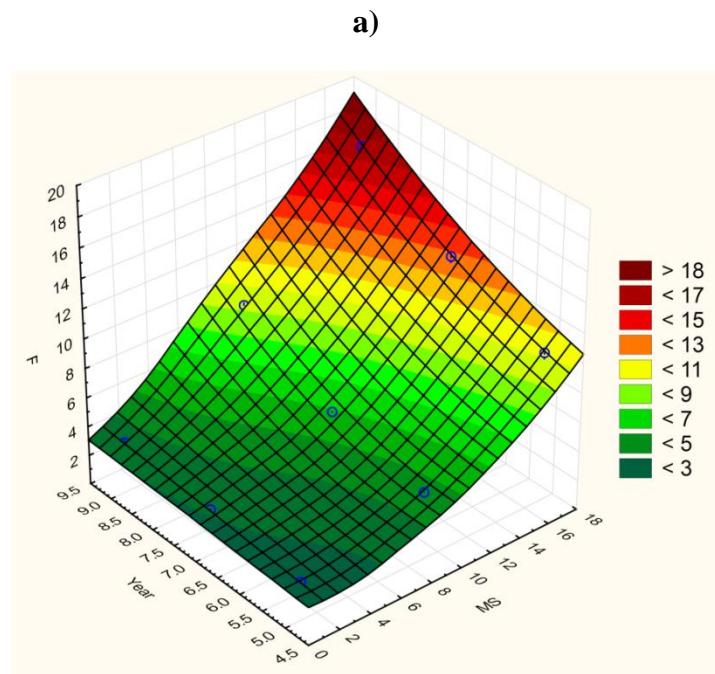
a)



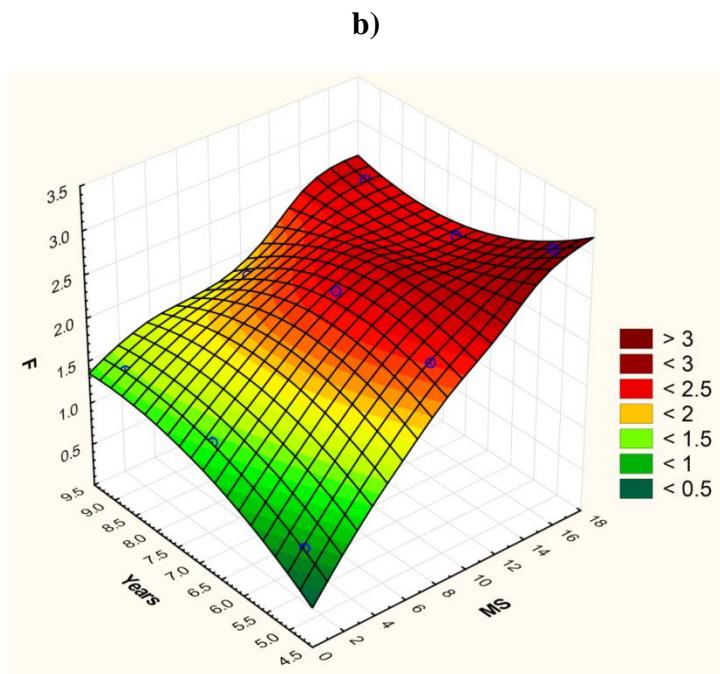
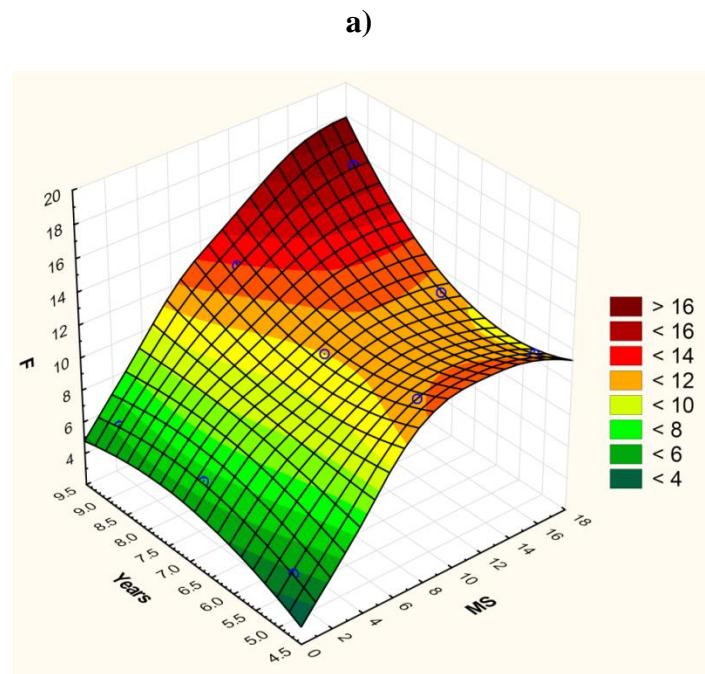
b)



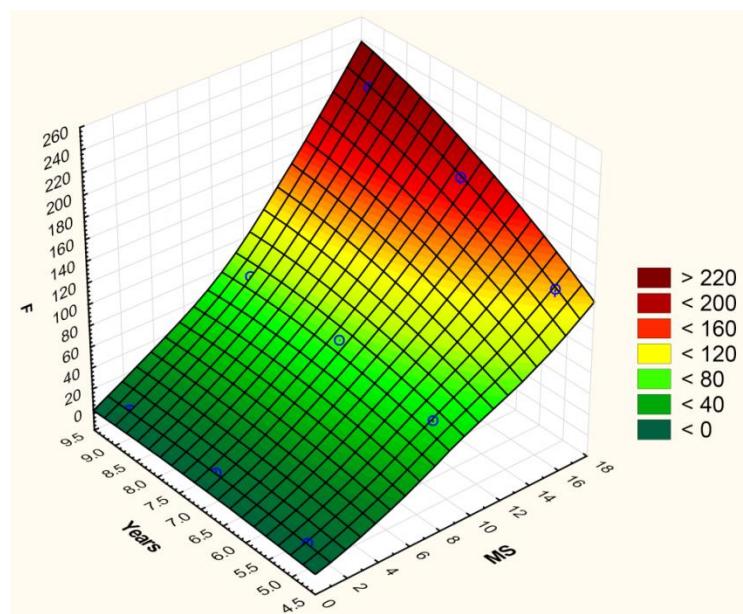
**Slika P2. 6** Vrednosti  $F$  koje se odnose na sadržaj a) nitrata i b) ukupnog fosfora, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)



**Slika P2. 7** Vrednosti  $F$  koje se odnose na a) vrednost pH i b) sadržaj ortofosfata, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)



**Slika P2. 8** Vrednosti  $F$  koje se odnose na sadržaj a) sulfata i b) suspendovanih materija, u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)



**Slika P2. 9** Vrednosti  $F$  koje se odnose na vrednost temperature u zavisnosti od broja stanica za monitoring („MS“) i podataka iz monitoringa izraženih u godinama („Year“)

### P3. OPTIMIZACIJA

**Tabela P3. 1**  $F$  i  $p$  vrednosti za skup podataka za BPNN-UP model

Rang	Parametar	Vrednost $F$	Vrednost $p$
1.	T	66,92961	0,000000
2.	Cl <sup>-</sup>	52,73970	0,000000
3.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	30,68571	0,000000
4.	Utvrd.	27,17184	0,000000
5.	Prov.	27,02480	0,000000
6.	Ualk.	23,06805	0,000000
7.	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	19,71015	0,000000
8.	Mg <sup>2+</sup>	13,49737	0,000000
9.	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	11,20134	0,000000
10.	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	10,19530	0,000000
11.	pH	6,34240	0,000000
12.	CO <sub>2</sub>	4,29921	0,000299
13.	BPK	3,29466	0,001094
14.	Ca <sup>2+</sup>	2,33644	0,097598
15.	P	1,46465	0,157670
16.	Smat.	1,39380	0,205250
17.	HPK	1,13706	0,334191

Napomena: U proceduri optimizacije i izbora ulaznih promenljivih, isključeni su jako korelisani parametri Ualk, HCO<sub>3</sub><sup>-</sup> i Ca<sup>2+</sup> (pogledati Tabelu P3.2) kako bi se zadovoljio ukupan broj ulaznih parametara (u ovom slučaju 12). Korelisani parametri su prilikom analize upoređivani na osnovu  $F$  vrednosti, tako da je isključen onaj korelisani parametar koji je imao manju  $F$  vrednost.

**Tabela P3. 2** Rezultati korelace analize za ulazne parametre BPNN-UP modela

	T	pH	Prov.	CO <sub>2</sub>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	BPK	HPK	Smat.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	P	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrd.	Rkis.
<b>T</b>	1,00																	
<b>pH</b>	0,21	1,00																
<b>Prov.</b>	-0,75	-0,06	1,00															
<b>CO<sub>2</sub></b>	-0,13	-0,66	0,02	1,00														
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,64	-0,17	0,77	0,14	1,00													
<b>Ualk.</b>	-0,66	-0,11	0,80	0,13	0,97	1,00												
<b>BPK</b>	0,27	0,38	-0,14	-0,20	-0,17	-0,14	1,00											
<b>HPK</b>	0,23	0,35	-0,08	-0,34	-0,21	-0,21	0,50	1,00										
<b>Smat.</b>	0,18	0,06	-0,14	-0,14	-0,12	-0,13	0,15	0,30	1,00									
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,72	-0,14	0,58	-0,01	0,38	0,41	-0,20	-0,08	-0,08	1,00								
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,68	-0,01	0,77	0,03	0,60	0,64	-0,02	-0,01	-0,03	0,59	1,00							
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,44	-0,10	0,49	-0,08	0,49	0,50	0,03	0,04	0,01	0,31	0,52	1,00						
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	-0,32	-0,37	0,26	0,29	0,24	0,23	-0,28	-0,28	-0,10	0,26	0,21	0,12	1,00					
<b>P</b>	0,01	-0,09	0,05	0,04	-0,01	-0,02	0,06	0,18	0,19	0,05	0,13	0,00	0,21	1,00				
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,72	-0,18	0,73	0,18	0,81	0,83	-0,15	-0,20	-0,13	0,50	0,64	0,53	0,25	0,00	1,00			
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,47	-0,06	0,63	0,12	0,65	0,67	-0,11	-0,17	-0,12	0,30	0,51	0,39	0,19	-0,04	0,50	1,00		
<b>Utvrd.</b>	-0,71	-0,13	0,80	0,17	0,87	0,90	-0,16	-0,22	-0,14	0,48	0,68	0,55	0,26	-0,02	0,88	0,77	1,00	
<b>Rkis.</b>	-0,68	0,29	0,55	-0,14	0,42	0,49	0,21	0,09	-0,10	0,53	0,62	0,38	0,00	-0,05	0,53	0,35	0,54	1,00

**Tabela P3. 3**  $F$  i  $p$  vrednosti za skup podataka za BPNN-DOWN model

Rang	Parametar	Vrednost $F$	Vrednost $p$
1.	T	113,24	0,000000
2.	Prov.	14,37	0,000000
3.	Ualk.	10,92	0,000000
4.	$\text{NO}_3^-$	11,83	0,000000
5.	Utvrd.	10,10	0,000000
6.	$\text{HCO}_3^-$	10,59	0,000000
7.	$\text{Ca}^{2+}$	11,23	0,000000
8.	pH	4,49	0,000010
9.	$\text{Mg}^{2+}$	3,93	0,000072
10.	$\text{Cl}^-$	2,22	0,019383
11.	$\text{SO}_4^{2-}$	1,85	0,056476
12.	$\text{CO}_2$	1,90	0,066957
13.	BPK	1,52	0,145615
14.	P	1,41	0,209956
15.	Smat.	1,33	0,243108
16.	$\text{PO}_4^{3-}$	0,95	0,458109
17.	HPK	0,66	0,746455

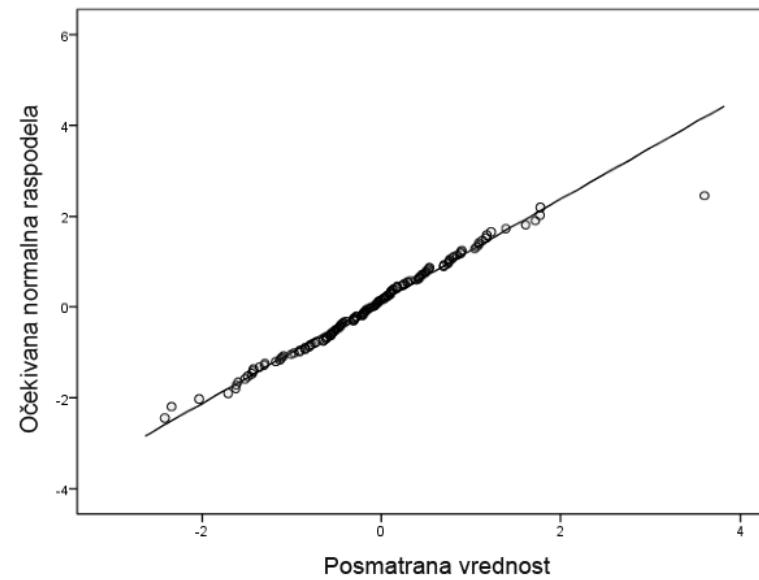
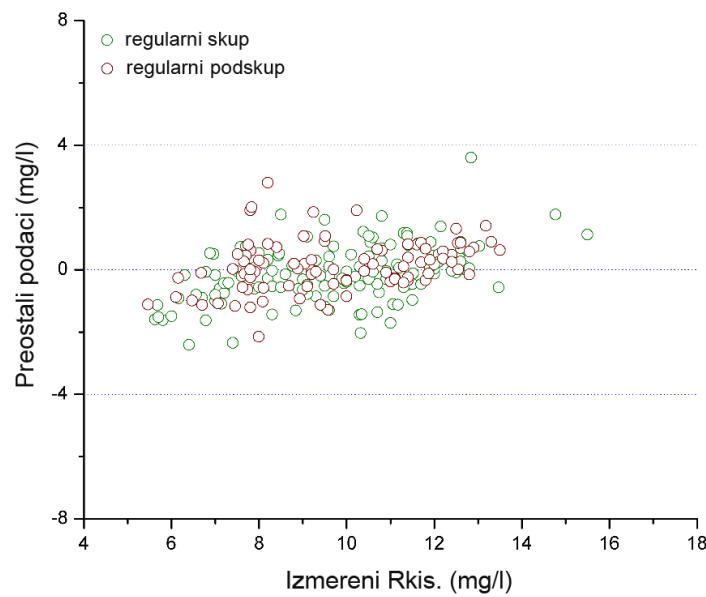
Napomena: U proceduri optimizacije i izbora ulaznih promenljivih, isključen je jako korelisan parametar  $\text{HCO}_3^-$  (pogledati Tabelu P3.4) kako bi se zadovoljio ukupan broj ulaznih parametara (u ovom slučaju 11). Korelirani parametri su prilikom analize upoređivani na osnovu  $F$  vrednosti, tako da je isključen onaj korelirani parametar koji je imao manju  $F$  vrednost.

**Tabela P3. 4** Rezultati korelace analize ulaznih parametara BPNN-DOWN modela

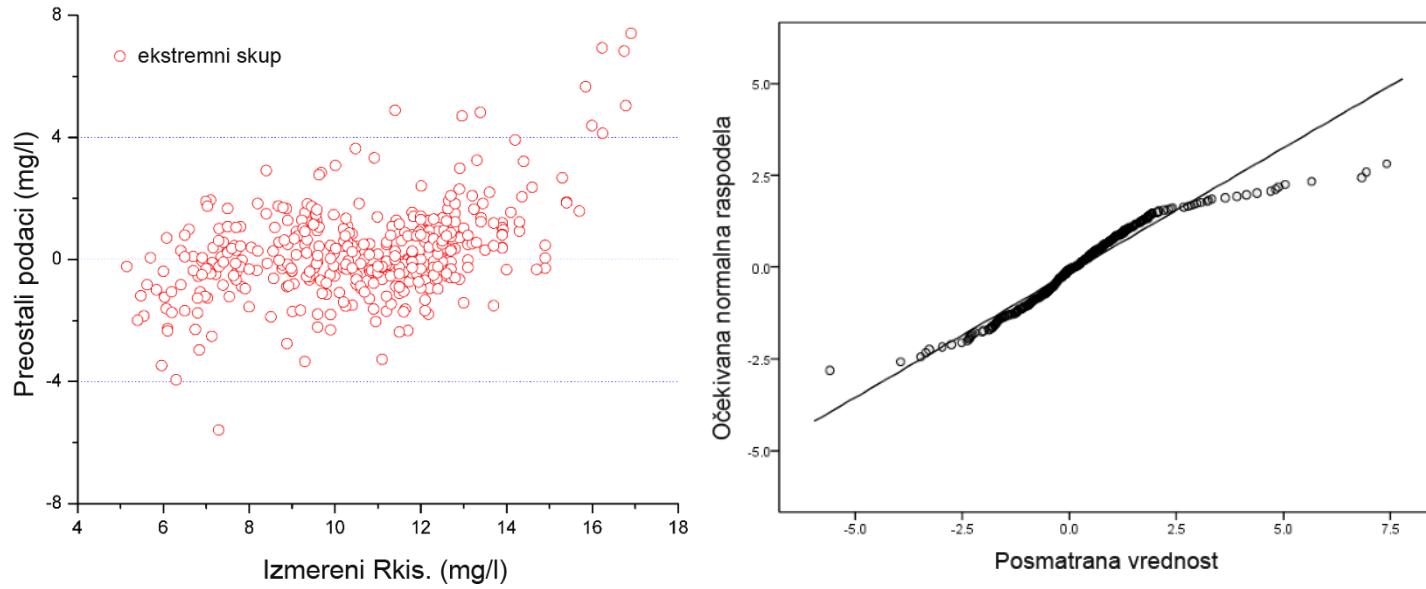
	T	pH	Prov.	CO <sub>2</sub>	HCO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Ualk.	BPK	HPK	Smat.	NO <sub>3</sub> <sup>-</sup>	Cl <sup>-</sup>	SO <sub>4</sub> <sup>2-</sup>	PO <sub>4</sub> <sup>3-</sup>	P	Ca <sup>2+</sup>	Mg <sup>2+</sup>	Utvrđ.	Rkis.
<b>T</b>	1,00																	
<b>pH</b>	-0,10	1,00																
<b>Prov.</b>	-0,42	0,12	1,00															
<b>CO<sub>2</sub></b>	0,08	-0,46	-0,08	1,00														
<b>HCO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,24	0,02	0,54	0,13	1,00													
<b>Ualk.</b>	-0,25	0,06	0,56	0,12	0,90	1,00												
<b>BPK</b>	-0,03	0,07	0,03	0,01	0,08	0,05	1,00											
<b>HPK</b>	-0,03	0,14	-0,05	-0,19	-0,18	-0,21	0,47	1,00										
<b>Smat.</b>	-0,12	0,12	-0,07	-0,14	-0,25	-0,28	0,04	0,49	1,00									
<b>NO<sub>3</sub><sup>-</sup></b>	-0,38	0,07	0,25	-0,17	0,03	0,01	0,07	0,14	0,17	1,00								
<b>Cl<sup>-</sup></b>	-0,14	0,03	0,31	-0,10	-0,04	-0,04	-0,02	0,12	0,16	0,02	1,00							
<b>SO<sub>4</sub><sup>2-</sup></b>	-0,15	-0,05	0,26	-0,07	-0,01	-0,05	-0,05	0,11	0,11	0,01	0,41	1,00						
<b>PO<sub>4</sub><sup>3-</sup></b>	0,01	-0,19	0,15	0,13	0,11	0,11	-0,04	-0,11	-0,04	0,03	0,04	0,17	1,00					
<b>P</b>	0,04	-0,09	0,10	0,02	0,00	-0,01	-0,05	0,07	0,16	0,04	0,12	0,22	0,81	1,00				
<b>Ca<sup>2+</sup></b>	-0,15	-0,04	0,24	0,12	0,23	0,25	0,00	-0,07	-0,01	0,02	0,01	0,07	0,06	0,03	1,00			
<b>Mg<sup>2+</sup></b>	-0,12	0,06	0,35	0,12	0,43	0,44	0,00	-0,16	-0,18	-0,02	0,00	0,05	0,08	0,03	0,07	1,00		
<b>Utvrđ.</b>	-0,34	-0,03	0,56	0,18	0,61	0,64	0,00	-0,23	-0,23	0,06	0,02	0,20	0,19	0,08	0,30	0,69	1,00	
<b>Rkis.</b>	-0,78	0,20	0,32	-0,07	0,23	0,26	0,17	0,01	0,09	0,31	0,06	0,05	-0,02	-0,05	0,13	0,13	0,28	1,00

#### P4. LINEARNO I NELINEARNO MODELOVANJE UZ UPOTREBU POLINOMALNIH NEURONSKIH MREŽA

a)

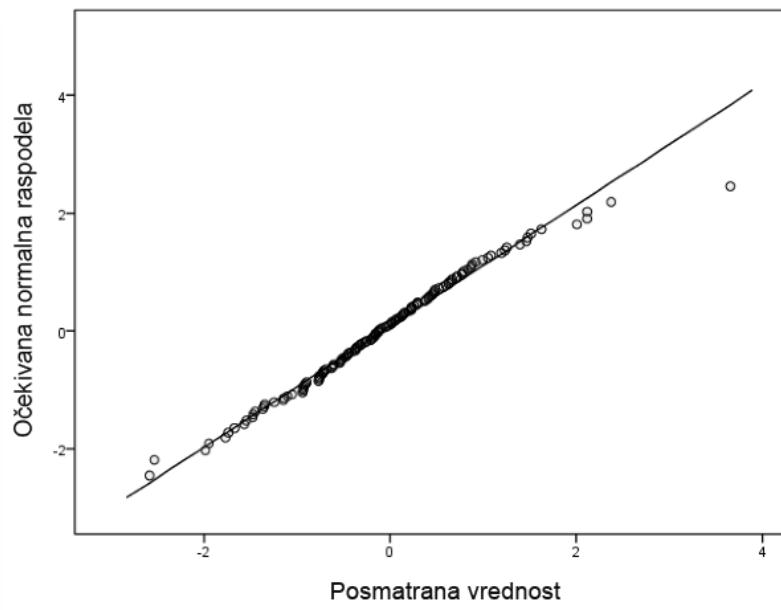
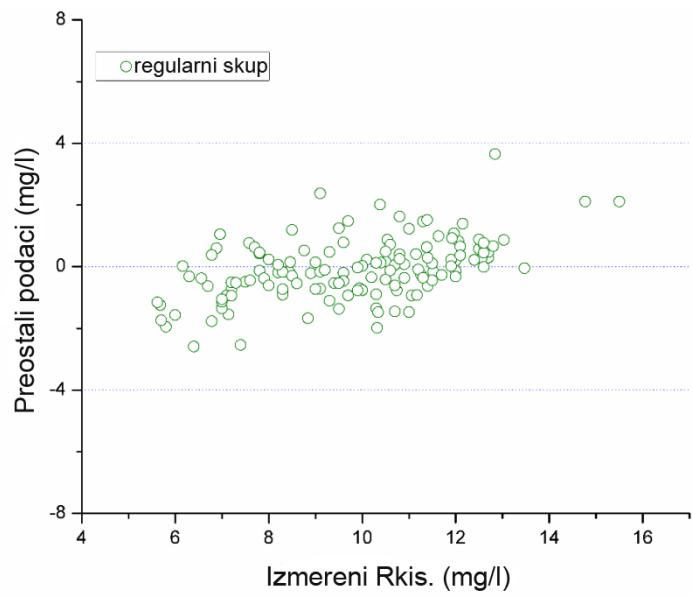


b)

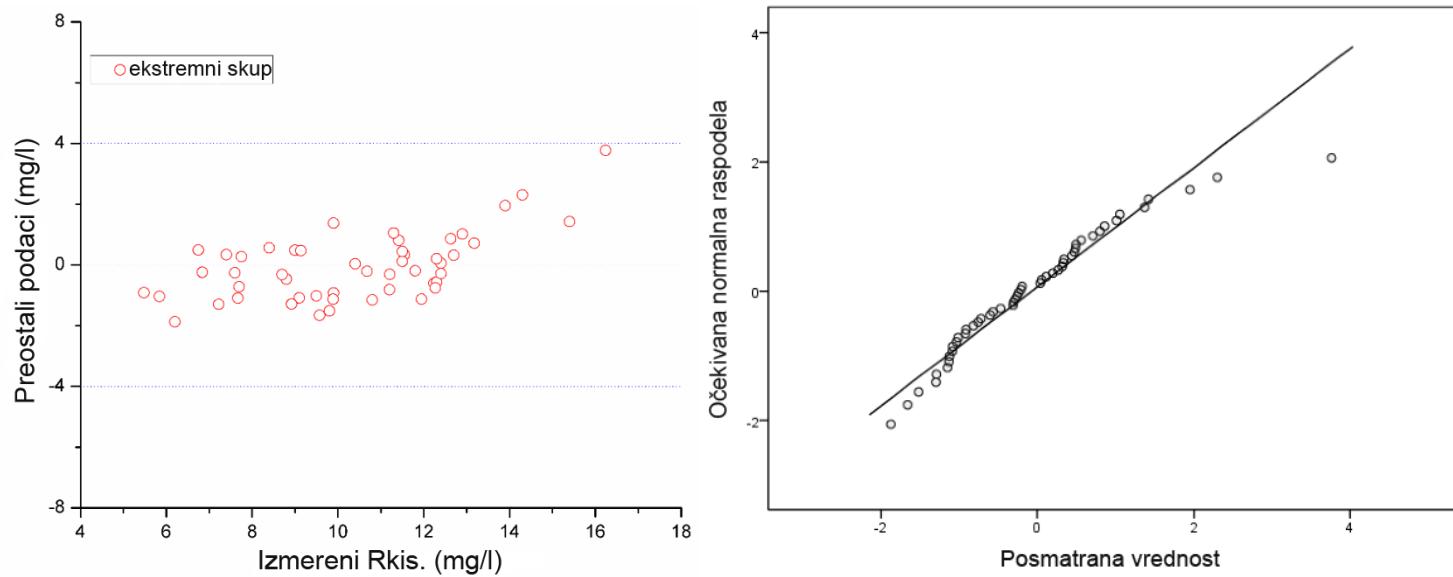


**Slika P4. 1** Prikaz preostalih podataka sa normalnim QQ prikazom za nelinearni PNN model koji je testiran sa a) regularnim skupom podataka, b) ekstremnim skupom podataka

a)



b)



**Slika P4.** 2 Prikaz preostalih podataka sa normalnim QQ prikazom za linearne PNN modele koji su testirani sa a) regularnim skupom podataka, b) ekstremnim skupom podataka

## BIOGRAFIJA AUTORA

Aleksandra N. Šiljić Tomić rođena je 18.11.1986. godine u Beogradu, gde je 2005. godine završila Petu beogradsku gimnaziju na prirodno-matematičkom smeru.

Iste godine upisala je Tehnološko-metalurški fakultet Univerziteta u Beogradu, studijski program hemijska tehnologija, studijsko područje Inženjerstvo zaštite životne sredine. Fakultet je završila 2010. godine sa prosečnom ocenom 8,79, a završni rad pod nazivom „*Optimizacija metode pripreme uzorka za simultanu detekciju ostataka pesticida i lekova u vodi*“ odbranila je sa ocenom 10,00. Stručnu praksu obavila je na Institutu za energetsku procesnu tehniku i hemijsko inženjerstvo, Fakulteta za mašinstvo, procesno i energetsко inženjerstvo, Tehničkog Univerziteta za resurse u Frajbergu, Nemačka (nem. Institut für Energieverfahrenstechnik und Chemieingenieurwesen, Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik, Technische Universität Bergakademie Freiberg, Deutschland) uz podršku IAESTE programa studentske razmene u periodu februar-mart 2010. godine, a zatim i na Odeljenju za međunarodne odnose, Agencije za životnu sredinu u Beču, Austrija (nem. Abteilung für Internationale Beziehungen, Umweltbundesamt, Wien, Österreich) uz podršku Fondacije dr Zoran Đindić u periodu septembar-decembar 2010. godine.

Školske 2010/2011. godine upisala je doktorske studije na Tehnološko-metalurškom fakultetu Univerziteta u Beogradu, na studijskom programu Inženjerstvo zaštite životne sredine. U okviru doktorskih studija položila je sve ispite predviđene studijskim programom, sa prosečnom ocenom 9,67. Završni ispit pod nazivom „*Razvoj modela za predviđanje kiseoničnih parametara kvaliteta površinskih voda primenom veštačkih neuronskih mreža*“ je odbranila u septembru 2014. godine sa ocenom 10.

Od februara do aprila 2011. godine bila je angažovana u Inovacionom centru Tehnološko-metalurškog fakulteta. 2011. godine angažovana je u međunarodnoj nevladinoj organizaciji Zoë Environment Network sa sedištem u Ženevi, gde je radila na razvoju indikatora u oblasti životne sredine za zemlje Zapadnog Balkana, po ugledu na indikatore

Evropske agencije za životnu sredinu. Imala je prilike da učestovuje u brojnim studijskim posetama i na regionalnim i međunarodnim radionicama. U periodu 2012-2014. godine bila je angažovana kao predavač na obukama predstavnika civilnog društva i lokalnih samouprava organizovanih od strane Organizacije za evropsku bezbednost i saradnju – OEBS (engl. Organization for Security and Co-operation in Europe, OSCE) u regionalnim Arhus centrima, sa ciljem unapređenja komunikacije i pristupa informacijama od značaja u oblasti zaštite životne sredine.

Od februara 2015. godine radi za Program Ujedinjenih nacija za životnu sredinu (engl. United Nations Environment Programme, UN Environment) na poziciji projekt-koordinatora za projekte i inicijative koji se sprovode u Republici Srbiji na lokalnom i nacionalnom nivou, a finansiraju se iz Svetskog fonda za životnu sredinu i drugih izvora.

U svom radu koristi se osnovnim i naprednim softverskim paketima. Tečno govori engleski jezik, služi se francuskim i nemačkim jezikom.

**Obrazac 5.**

**Izjava o autorstvu**

Ime i prezime autora Aleksandra N. Šiljić Tomić

Broj indeksa 4038/2010

**Izjavljujem**

da je doktorska disertacija pod naslovom

Modelovanje kiseoničnih parametara kvaliteta površinskih voda primenom veštačkih  
neuronskih mreža

- rezultat sopstvenog istraživačkog rada;
- da disertacija u celini ni u delovima nije bila predložena za sticanje druge diplome prema studijskim programima drugih visokoškolskih ustanova;
- da su rezultati korektno navedeni i
- da nisam kršila autorska prava i koristila intelektualnu svojinu drugih lica.

**Potpis autora**

U Beogradu, 22.06.2018.



**Obrazac 6.**

**Izjava o istovetnosti štampane i elektronske verzije doktorskog rada**

Ime i prezime autora Aleksandra N. Šiljić Tomić

Broj indeksa 4038/2010

Studijski program Inženjerstvo zaštite životne sredine

Naslov rada Modelovanje kiseoničnih parametara kvaliteta površinskih voda  
primenom veštačkih neuronskih mreža

Mentor dr Viktor Pocajt, vanredni profesor

Izjavljujem da je štampana verzija mog doktorskog rada istovetna elektronskoj verziji koju sam predala radi pohranjena u **Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu**.

Dozvoljavam da se objave moji lični podaci vezani za dobijanje akademskog naziva doktora nauka, kao što su ime i prezime, godina i mesto rođenja i datum odbrane rada.

Ovi lični podaci mogu se objaviti na mrežnim stranicama digitalne biblioteke, u elektronskom katalogu i u publikacijama Univerziteta u Beogradu.

**Potpis autora**

U Beogradu, 22.06.2018.



**Obrazac 7.**

### **Izjava o korišćenju**

Ovlašćujem Univerzitetsku biblioteku „Svetozar Marković“ da u Digitalni repozitorijum Univerziteta u Beogradu unese moju doktorsku disertaciju pod naslovom:

Modelovanje kiseoničnih parametara kvaliteta površinskih voda primenom veštačkih neuronskih mreža

koja je moje autorsko delo.

Disertaciju sa svim prilozima predala sam u elektronskom formatu pogodnom za trajno arhiviranje.

Moju doktorsku disertaciju pohranjenu u Digitalnom repozitorijumu Univerziteta u Beogradu i dostupnu u otvorenom pristupu mogu da koriste svi koji poštuju odredbe sadržane u odabranom tipu licence Kreativne zajednice (Creative Commons) za koju sam se odlučila.

1. Autorstvo (CC BY)

2. Autorstvo – nekomercijalno (CC BY-NC)

**3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada (CC BY-NC-ND)**

4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima (CC BY-NC-SA)

5. Autorstvo – bez prerada (CC BY-ND)

6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima (CC BY-SA)

(Molimo da zaokružite samo jednu od šest ponuđenih licenci.  
Kratak opis licenci je sastavni deo ove izjave).

**Potpis autora**

U Beogradu, 22.06.2018.



- 1. Autorstvo.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence, čak i u komercijalne svrhe. Ovo je najslobodnija od svih licenci.
- 2. Autorstvo – nekomercijalno.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
- 3. Autorstvo – nekomercijalno – bez prerada.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela. U odnosu na sve ostale licence, ovom licencom se ograničava najveći obim prava korišćenja dela.
- 4. Autorstvo – nekomercijalno – deliti pod istim uslovima.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca ne dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada.
- 5. Autorstvo – bez prerada.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, bez promena, preoblikovanja ili upotrebe dela u svom delu, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela.
- 6. Autorstvo – deliti pod istim uslovima.** Dozvoljavate umnožavanje, distribuciju i javno saopštavanje dela, i prerade, ako se navede ime autora na način određen od strane autora ili davaoca licence i ako se prerada distribuira pod istom ili sličnom licencom. Ova licenca dozvoljava komercijalnu upotrebu dela i prerada. Slična je softverskim licencama, odnosno licencama otvorenog koda.