

UNIVERZITET U BEOGRADU  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET

Filip Pantelić

**ANALIZA KORELACIJE IZMEĐU  
MEHANIČKIH I AKUSTIČKIH OSOBINA  
KONTRABASA**

doktorska disertacija

Beograd, 2017

UNIVERSITY OF BELGRADE  
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING

Filip Pantelić

**THE ANALYSIS OF THE CORRELATION  
BETWEEN THE MECHANICAL AND  
ACOUSTICAL PROPERTIES OF THE DOUBLE  
BASS**

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2017

**Mentor:**

dr Miomir Mijić, redovni profesor, Univerzitet u Beogradu,  
Elektrotehnički fakultet

**Članovi komisije:**

1. dr Dragana Šumarac Pavlović, vanredni profesor, Univerzitet u Beogradu,  
Elektrotehnički fakultet
2. mr Jelena Matić, vanredni profesor, Univerzitet u Beogradu, Šumarski fakultet
3. dr Jelena Čertić, docent, Univerzitet u Beogradu, Elektrotehnički fakultet

**Datum odbrane:**

# ANALIZA KORELACIJE IZMEĐU MEHANIČKIH I AKUSTIČKIH OSOBINA KONTRABASA

**Rezime** – U ovoj tezi predstavljene su i testirane metode za analizu zvuka i vibracija kontrabasa. Upotrebom numeričkih modela modelovani su rezonatorska kutija kontrabasa upotrebom metode konačnih elemenata, kao i interakcija između gudala i žice upotrebom metode konačnih razlika. Ponašanje ovih složenih vibroakustičkih sistema analizirano je u slučajevima različitih promena geometrije i njegovih mehaničkih karakteristika. Parametri koji su posmatrani su vibracije na telu instrumenta i gudalu ali i zvuk koji instrument zrači u prostor. Merenja vibracija akcelerometrom kao i snimanje modova oscilovanja skeniranjem u veoma bliskom polju vršena su na gudalu kontrabasa kako bi se identifikovali parametri koji mogu biti ocena kvaliteta nekog gudala. Skeniranje u veoma bliskom polju korišćeno je i u svrhe određivanja mehaničkih osobina drveta kao materijala za izradu muzičkih instrumenata. Ovom metodom ispitan je i uticaj dugotrajnih vibracija na vibroakustičke osobine drveta. Uticaj anizotropnosti drveta kao materijala na zračenje instrumenta kao i na formiranje modova na ploči takođe je analiziran u ovom radu.

**Ključne reči:** Muzička akustika, Kontrabas, Zvuk i vibracije, Gudalo, Veoma blisko polje

**Naučna oblast:** Elektrotehnika

**Uža naučna oblast:** Akustika

**UDK broj:** 621.3

# **THE ANALYSIS OF THE CORRELATION BETWEEN THE MECHANICAL AND ACOUSTICAL PROPERTIES OF THE DOUBLE BASS**

**Summary** – The methods for double bass sound and vibration analysis are presented and tested in this thesis. By using numerical models, double bass body is modeled with finite element method, as well as the interaction between the bow and the string, using the finite difference method. The behavior of these complex vibro-acoustical systems was analysed in the cases of various changes in geometry and its mechanical properties. The vibrations on the instrument body and bow are the parameters that were observed but also the sound that the instrument radiates into the space. Vibration measurements with an accelerometer and modes recording with very near field scanning were carried out on a double bass bow in order to identify the parameters that can be used for the quality evaluation of a bow. Very near field scanning is used to determine the mechanical properties of wood as a material for making musical instruments. This method was also used for the measurement of the impact of prolonged vibrations on the vibro-acoustic properties of wood. The influence of the anisotropy of wood on the radiation of the instrument as well as its influence on the mode shapes formed on the sound board was also analysed in this thesis.

**Keywords:** Musical acoustics, Double bass, Sound and vibrations, Bow, Very near field

**Scientific area:** Electrical engineering

**Scientific subarea:** Acoustics

**UDK code:** 621.3

# SADRŽAJ

1. UVOD .....	1
2. AKUSTIKA KONTRABASA.....	7
2.1. Delovi i osnovne karakteristike instrumenta .....	7
2.2. Zračenje instrumenta .....	9
2.3. Ulazna admitansa.....	11
2.4. Klasifikacija modova na osnovu merenja ulazne admitanse.....	12
2.5. Klasifikacija modova kontrabasa.....	14
2.6. Spregnuti rezonatori .....	16
2.7. Zračenje i admitansa.....	25
2.8. Otvori na prednjoj ploči instrumenta .....	26
2.9. Kobilica .....	28
2.10. Gudalo.....	29
2.11. Pozicija gudala .....	30
3. ANALIZA MATERIJALA ZA IZRADU INSTRUMENATA.....	33
3.1. Standardna metoda za proračunavanje modula elastičnosti na osnovu zvučne rezonance .....	33
3.2. Metode proračuna sopstvenih modova grede.....	35
3.3. Mehaničke karakteristike drveta.....	40
3.4. Uticaj karakteristika drveta na izgled modova.....	42
4. METODE ZA ANALIZU ZVUKA I VIBRACIJA KONTRABASA.....	44
4.1. Veoma blisko polje.....	45
4.2. Granica veoma bliskog polja .....	46
4.3. Brzina oscilovanja i zvučni pritisak u veoma bliskom polju .....	48
4.4. Zračenje ploče .....	51
4.5. Numeričko modelovanje .....	52
5. ANALIZA AKUSTIČKIH KARAKTERISTIKA KONTRABASA PRIMENOM METODE KONAČNIH ELEMENATA.....	56
5.1. Modelovanje kontrabasa .....	56
5.2. Analiza uticaja intervencija na $f$ -otvorima na akustički odziv kontrabasa .....	58

5.3. Analiza uticaja intervencija na bas gredi na akustički odziv kontrabasa.....	61
5.4. Analiza zračenja ploče instrumenta za različite frekvencije jednog moda .....	63
5.5. Zračenje kontrabasa u zavisnosti od njegovih dimenzija.....	67
6. ANALIZA KARAKTERISTIKA GUDALA KONTRABASA.....	72
6.1. Uticaj sviranja različitim gudalima na ton kontrabasa .....	73
6.2. Analiza vibracija gudala kontrabasa .....	75
6.3. Vizualizacija modova gudala kontrabasa.....	78
6.4. Uticaj napetosti struna na modove gudala kontrabasa .....	81
6.5. Vibracija gudala kontrabasa kao dodatna informacija muzičaru o generisanom tonu .....	84
6.6. Analiza uticaja položaja gudala kontrabasa na ton instrumenta .....	87
6.7. Nivoi harmonika u tonu kontrabasa u zavisnosti od pozicije gudala u odnosu na kobilicu .....	91
7. ANALIZA FIZIČKIH KARAKTERISTIKA DRVETA ZA IZRADU INSTRUMENTA.....	96
7.1. Analiza i vizualizacija modova oscilovanja uzorka upotrebom elektrodinamičkog pobuđivača .....	96
7.2. Uticaj dugotrajnih vibracija na karakteristike drveta.....	105
7.3. Analiza i vizualizacija modova oscilovanja uzorka pri slobodnim graničnim uslovima .....	113
7.4. Kritična frekvencija drveta .....	116
7.5. Kritična frekvencija za anizotropne materijale.....	119
7.6. Uticaj proporcija ploče instrumenta na njeno zračenje.....	123
8. ZAKLJUČAK.....	131
LITERATURA.....	135

# 1. UVOD

Procena kvaliteta jednog gudačkog instrumenta je veoma složen proces jer je to pitanje estetike zvuka. Iako je činjenica da estetske kriterijume odlikuje subjektivnost ocenjivača, postoji potreba da se instrumentima odredi objektivna vrednost. Taj zadatak nije lak jer figuriše puno parametara koji mogu da budu merilo kvaliteta ili da na neki način tome doprinose. Tonske karakteristike instrumenta od najvećeg su značaja sa stanovišta muzičara, ali na rezultat procene njegove vrednosti vrlo često mogu imati značajan uticaj neki sekundarni parametri kao što su starost, istorijska pozadina ili izgled.

Ako se isključe ovi sekundarni parametri i kao prioritet postave tonske karakteristike, postupak ocenjivanja kvaliteta gudačkih instrumenata ne postaje jednostavniji jer kod ocenjivača i dalje ostaje prisutna različitost u estetskim kriterijumima, navikama, očekivanjima, subjektivnim doživljajima i načinu upotrebe jednog instrumenta. Čak i pojedinac sa izdiferenciranim sopstvenim kriterijumima ne može doći do apsolutnog odgovora zato što se instrumenti ne mogu poređati linearno po kvalitetu od rastućeg ka opadajućem, već se stvar mora posmatrati višedimenziono. Tako se uvek mogu postaviti pitanja: da li se opredeliti za boju zvuka ili jačinu, lakoću sviranja gudalom ili udobnost pod prstima leve ruke, orkestarski ili solistički instrument, barokni ili moderniji zvuk? Postoje tonske osobine za koje se većina može složiti da su poželjne karakteristike jednog instrumenta. One ne moraju biti utemeljene u apsolutnim istinama, već mogu predstavljati ustaljene i očekivane društveno prihvaćene vrednosti ili trendove. Iza ovih osobina uvek stoje neki fizički parametri koji čine da instrument radi na određeni način.

Za bilo kakvu inovacije u dizajnu jednog instrumenta, koje kao proces zahtevaju veliki broj iteracija, potreban je dugačak vremenski period. Đuzepe Gvarneri, graditelj instrumenata iz Kremone, u svojoj najplodnijoj godini (1735.) napravio je šesnaest violina [1], dok je Antonio Stradivari tokom svog dugog radnog veka proizveo oko 1100 instrumenata [2]. Odatle se može zaključiti da oni nisu pravili



više od jednog do dva instrumenta mesečno. Produktivnost današnjih graditelja kvalitetnih instrumenata je na sličnom nivou. Činjenica da je zanat pravljenja instrumenta uglavnom bio porodična tradicija ukazuje na to da je bilo potrebno više generacija da se u nizu pokušaja, uspeha i neuspeha, usavrši model koji se danas prepoznaje kao instrument visokog kvaliteta. Iz tog razloga tajne zanata dobro su čuvane.

U muzičkoj akustici često se može sresti termin *reverse engineering* [3, 4, 5] što podrazumeva analizu „u nazad“, to jest proces utvrđivanja načina da se dizajn koji je već napravljen iskoristi u cilju nove proizvodnje. Svi zainteresovani žele repliku osvedočeno dobrih instrumenata, kao što je na primer Gvarnerijeva *del Gesù* violina [6], pa se primerci čuvenih graditelja iz muzejskih zbirki danas skeniraju primenom kompjuterizovane tomografije (X-ray CT) [7]. Preciznost ovakvih sofisticiranih uređaja omogućava detaljno skeniranje nepristupačnih delova instrumenta u njegovoj unutrašnjosti bez invazivnih postupaka. U te svrhe koristi se i lasersko skeniranje i *structured light* skeneri, koji omogućavaju brže skeniranje. Prednost te metode je mobilnost opreme koja je često od značaja kad su u pitanju muzejski eksponati koji se ne smeju iznositi. Prednost CT skenera je što može raditi i sa foto reflektivnim ili veoma tamnim površinama, što je uobičajeno za gudačke muzičke instrumente.

Rezultati skeniranja mogu se upotrebiti kao smernice u procesu proizvodnje novih instrumenata ili se iskoristiti za pravljenje kompjuterskih simulacija. Dodeljivanjem mehaničkih karakteristika utvrđenim geometrijama moguće je kreirati modele upotrebom metode konačnih elemenata (FEM - *Finite Element Method*) u odgovarajućim namenskim softverima pomoću kojih se mogu vršiti dalje analize, izmene ili kreiranje sasvim novih geometrija. Simulirani modeli nude mogućnost analize različitih relevantnih akustičkih parametara.

Upotreba računarskih simulacija u inženjerskom projektovanju muzičkih instrumenata omogućava testiranje projektovanog modela pre proizvodnje prototipa, što u velikoj meri štedi resurse: vreme i novac. Simulacija može dati odgovore i na neka akustička pitanja skraćujući iterativni proces ispitivanja promena performansi instrumenta, jer za kratko vreme mogu prikazati promenu

akustičkog odziva kao posledicu promene nekog od fizičkih parametara. Danas postoji veliki broj FEM softverskih paketa s kojima se mogu vršiti simulacije mehaničko-akustičkih procesa u instrumentu. Značajna činjenica je da mnogi od njih predstavljaju *open source* programe. Ipak, rezultati modelovanja u ovim softverima nikada ne mogu u potpunosti simulirati ponašanje instrumenta, jer u procesu generisanja tona figuriše mnogo fizičkih zakona i parametara, ali kao dodatni alat mogu dati neke opšte okvire i smernice.

Veoma značajna pomoć u procesu utvrđivanja vibroakustičkih osobina jednog instrumenta je vizualizacija njegovih modova oscilovanja. U muzičkoj akustici su za vizualizaciju modova korišćene brojne metode, a neke datiraju još iz osamnaestog veka [8]. Vibracije instrumenata imaju relativno male amplitude i kretanja su brza, pa ih ljudsko oko ne može opaziti. Kladnijske figure dobijene na vibrirajućim površinama grupisanjem praha na mestima gde se nalaze čvorovi transverzalnih talasa predstavljaju metod koji i danas koriste neki graditelji tokom procesa izrade.

Optička holografija je dala prve ozbiljnije rezultate u vizualizaciji ovih vibracija. Komparativna prednost optičkih merenja je u tome što nije potreban fizički kontakt sa merenim objektom, dakle vibracije se mogu posmatrati iz određene udaljenosti. Sredinom dvadesetog veka napravljeni su prvi holografski snimci vibrirajućih objekata. Godine 1965. Pauel i Stetson [9] objavljuju radove u kojima pokazuju kako je pomoću hologramske interferometrije moguće analizirati neravne vibrirajuće objekte. Hologram nastaje usled interferencije referentnog i objektnog (odbijenog) zraka. Ako objekat vibrira, ta metoda omogućava da se vidi šablon vibracija, to jest mogu se videti modovi oscilovanja. U literaturi su prikazana istraživanja sa primenom ove metode u muzičkoj akustici koja daju značajne rezultate i omogućavaju vizualizaciju modova oscilovanja tela instrumenata [10, 11, 12].

Sa napretkom tehnologije, a naročito ulaskom u digitalnu eru, otvaraju se različite mogućnosti za optoelektronska merenja. Osetljivi senzori i napredak u domenu digitalne obrade signala čine da merenja budu pristupačnija, jer ne zahtevaju skupu optičku opremu. Metode poput laserske doplerove vibrometrije dobro izlaze

na kraj i sa difuzno reflektujućim površinama, pa im nisu neophodni ravni i precizno definisani optički talasi na vibrirajućim površinama [13, 14, 15, 16, 17].

U poslednjih dvadesetak godina uvedene su neke nove tehnike za merenje indeksa refrakcije u transparentnim medijima kao što su vazduh i voda. Ove metode su dostigle osetljivost koja je dovoljna za snimanje prostorne raspodele zvučnog polja u vazduhu [18, 19]. Usled prostiranja zvučnih talasa kroz medijum promene zvučnog pritiska dovode do lokalnih promena gustine fluida, što rezultuje promenama indeksa refrakcije koji se može izmeriti. Današnje metode ne daju samo kvalitativnu sliku nekog događaja već pružaju i mogućnost kvantitativnog merenja.

I pored svih dobrih osobina, ovakvi uređaji nisu nešto što je u praksi lako dostupno ili što se može naći u svakoj radionica za izradu instrumenata. Kao posledicu toga neki graditelji instrumenata i danas u procesu izrade često koriste Kladnijske figure za proveru modova prednje ploče, jer im je za to potrebna samo šaka piljevine.

Za izradu dobrog instrumenta potrebno je poznavati fizičke zakonitosti koje određuju akustičke osobine i načine na koje se može na njih uticati. Svaki graditelj prepoznaće kvalitet, ali je potrebno to povezati sa nekim objektivnim parametrima. Merenja, kao i teorijska znanja, neophodna su u procesu pravljenja instrumenata ako se teži vrhunskim rezultatima. Nije retka pojava da su cenjeni i nagrađivani graditelji instrumenata aktivni na polju nauke, pa i zaslužni za neke naučne doprinose u oblasti muzičke akustike [20]. Do odgovora na ključna pitanja iz ove oblasti može se doći samo multidisciplinarnim pristupom problematici. Znanja, veštine, iskustva i merne metode moraju biti dostupni.

Ovaj rad je bazično orjentisan na analizu, testiranje, upotrebu i razvoj različitih metoda za ispitivanje i karakterizaciju muzičkih instrumenata u celini i drveta kao materijala za njihovu izradu. U većem delu rada akcenat je stavljen na ispitivanje akustičkih osobina instrumenta i materijala pomoću snimanja u veoma bliskom polju (VNF) kao i korišćenjem numeričkih simulacija (FEM). Ponuđena rešenja karakteriše jednostavnost, dostupnost i ekonomičnost, i zasnovana su na primeni elementarne merne opreme i računara. Eksperimenti, modelovanje i analize

prikazane u radu vršeni su na kontrabasu, instrumentu čije su akustičke performanse autoru ovog rada najbliže zahvaljujući višegodišnjem iskustvu kao muzičkom izvođaču. Iako će se u radu pominjati karakteristike specifične za ovaj instrument i ispitivati njegove određene akustičke osobine i fenomeni, to neće umanjiti univerzalnost ovih rezultata, već će voditi ka opštim zaključcima primenjivim i na druge gudačke instrumente.

Nakon ovog uvoda doktorska disertacija je organizovana u još sedam poglavlja. U drugom poglavlju dat je pregled sastavnih elemenata kontrabasa i njegovih osnovnih karakteristika. Ovo poglavlje daje opšte informacije o instrumentu i objašnjava ulogu njegovih sastavnih delova. U njemu se nalazi pregled literature i eksperimentalnih i teorijskih dostignuća današnje muzičke akustike. Takođe, opisane su i neke merne metode, pojmovi i fenomeni koji se tiču ove oblasti.

Treće poglavlje bavi se mehaničkim karakteristikama drveta i njihovim uticajem na vibroakustičke osobine instrumenta. U ovom poglavlju prikazane su metode za testiranje mehaničkih karakteristika uzoraka drveta i izvedena je analiza transferzalnih talasa koji se javljaju na pobuđenoj drvenoj gredi kao mogućem uzorku za ispitivanje karakteristika drveta.

U četvrtom poglavlju izložene su eksperimentalne metode koje su korišćene u ispitivanju vibroakustičkih osobina kontrabasa i drveta kao materijala za njegovu izradu. Ovde je objašnjen i analiziran pojam veoma bliskog polja. Prikazani su osnovni principi skeniranja uzorka mikrofonom kao sredstvo za vizualizaciju modova oscilovanja. U ovom poglavlju dati su i osnovni principi numeričkog modelovanja koje je korišćeno u analizama.

U sledećem, petom, poglavlju prikazani su rezultati analize akustičkih osobina kontrabasa koji su dobijeni korišćenjem numeričke simulacije. Primenom metode konačnih elemenata model rezonatorske kutije instrumenta analiziran je pri različitim promenama njegovih mehaničkih osobina. Ovde je analizirano i zračenje ploče kontrabasa pri različitim dimenzijama instrumenta.

U šestom poglavlju fokus je stavljen na gudalo kontrabasa. Analiziran je uticaj gudala na ton instrumenta kao i povratni uticaj njegovih vibracija na izvođača pri procesu generisanja tona. Predstavljena je metoda za snimanje modova gudala

njegovim skeniranjem u veoma bliskom polju. Izvršena je uporedna analiza zvuka kontrabasa i vibracija na gudalu koje se javljaju tokom sviranja. Takođe je primenom metode konačnih razlika analiziran uticaj koji ima položaja gudala u odnosu na kobilicu na ton instrumenta.

Sedmo poglavlje daje predlog za unapređenje mernih metoda za analizu uzorka drveta, uključujući u postupak i vizualizaciju modova oscilovanja. Ovde se analiziraju prednosti i mane različitih tipova pobude uzorka kao i prednosti i mane načina beleženja odziva drveta na pobudu pri merenju. Prikazani su i rezultati merenja uticaja dugotrajnih vibracija na vibroakustičke karakteristike drveta. Takođe, ovde je dat i predlog proračuna kritične frekvencije drveta za izotropni i ortotropni model kao i analiza korelacije proporcija ploče instrumenta i njegovih anizotropnih karakteristika.

U osmom poglavlju dat je pregled izvedenih zaključaka i najvažnijih rezultata ovog rada.

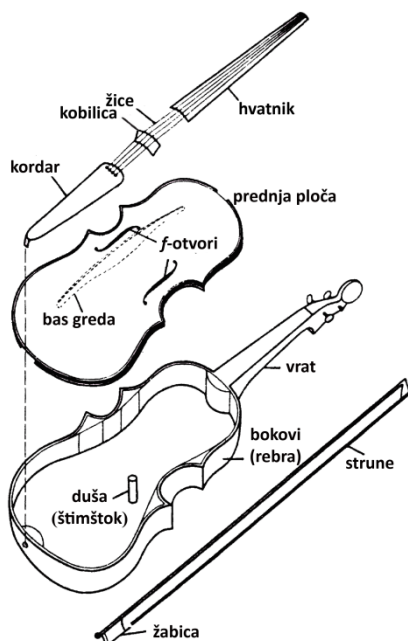
## 2. AKUSTIKA KONTRABASA

Najveći broj radova na temu gudačkih instrumenata za predmet svojih istraživanja ima violinu. Kontrabas kao instrument slabo je zastupljen u literaturi prvenstveno zbog mišljenja da je taj instrument u konstrukcijskom smislu samo uvećana violina. Kao manje atraktivan instrument uvek je u senci ostalih gudačkih instrumenata, kako u njemu posvećenim kompozicijama, tako i u studijama njegovih akustičkih performansi. Najveći kompozitori kroz istoriju muzike kao što su Mocart, Brams, Dvoržak, Čajkovski, Mendelson, Sibelius i Betoven oprobali su se u formi violinskog koncerta, a muzička literatura obiluje kompozicijama za ovaj instrument. Literatura za kontrabas obuhvata najčešće prerađena dela, originalno pisana za druge instrumente, ili su to kompozicije širem auditorijumu manje poznatih autora kao što su Kusevicki, Pihl, Vanhal, Dittersdorf, Dragoneti, Botesini. Tako i u muzičkoj akustici krucijalna dela Helmholca, Goga, Jensena, Bisindžera i Vudhausa tiču se „kraljice instrumenata“, a njihovi rezultati i zaključci moraju se preraditi za slučaj kontrabasa.

### 2.1. Delovi i osnovne karakteristike instrumenta

Kontrabas ima iste konstruktivne elemente kao i ostali gudački instrumenti. Na slici 2.1 predstavljeni su svi glavni sastavni delovi jednog takvog instrumenta. Tu su: prednja ploča, zadnja ploča, bokovi, vrat, bas greda,  $f$ -otvori, žice, kobilica, kordar i hvatnik. Svaki od ovih elemenata ima različitu ulogu u akustičkom odzivu instrumenta i u skladu sa tim izrađuje se od različitih vrsta drveta. Rezonatorsku kutiju čine gipke ploče spojene krućim bokovima [21]. Gornja ploča se uglavnom pravi od smreke, dok se bokovi, vrat i donja ploča najčešće prave od javora. Ploče su neuniformne debljine koja se kod kontrabasa može kretati u intervalu od 8 mm do 4,5 mm za prednju ploču i od 9 mm do 4,5 mm za zadnju ploču [22]. Generalno je pravilo da ploče imaju veću debljinu po obodima i smanjuje se ka središnjem delu instrumenta. Dimenzije ploča, širina i dužina, variraju od modela do modela, a za najčešće pravljen tročetvrtinski instrument dužina je oko 1110 mm. Ne toliko

retko sreću se i instrumenti manjih dimenzija, pa dužina može biti 1020 mm za polovinski model ili samo 940 mm za četvrtinski model. Širina gornjeg dela varira od 470 mm do 550 mm, a donjeg od 605 mm do 700 mm. U najužem, srednjem delu, dimenzije su od 310 mm do 390 mm. Značajni faktori su i zakrivljenost ploče, njena promenljiva debljina kao i varijacije u obliku i poziciji *f*-otvora.



**Slika 2.1.** Sastavni delovi gudačkog instrumenta [23]

Oblik prednje ploče i njene proporcije variraju od instrumenta do instrumenta. Iako veoma slični na prvi pogled, geometrijski gledano, kontrabase razlikuje niz detalja. Po pitanju forme mogu se primetiti različiti oblici, malo „izdužena“ geometrija, oborenije ivice ili različit odnos dimenzija gornjeg i donjeg dela prednje ploče.

Gornju i donju ploču pored bokova u unutrašnjosti spaja i stubić (štimštok, duša). On nije zalepljen za ploče, već je samo umetnut između njih. Na prednjoj ploči sa unutrašnje leve strane (bas strana) nalazi se zalepljena bas greda (*bas bar*). Četiri žice, za tročetvrtinski model uobičajeno efektivne dužine 1020-1060 mm, razapete su preko kobilice koja njihove vibracije prenosi na prednju ploču instrumenta.

Za razliku od drugih instrumenata iz porodice gudača kontrabas se štимуje tako da interval između susednih žica bude kvarta, a ne kvinta. Moguće objašnjenje za to su velike dimenzije instrumenta, pa se ovakvim načinom štimovanja omogućava

sviranje sa što manje promena pozicije leve ruke. Ova razlika utiče na drugačiji pristup u sviranju u odnosu na ostale gudačke instrumente. Postoje tvrdnje da je preteča kontrabasa bio bas viol [24] (*viola da gamba*) i da kao takav postoji još od kraja petnaestog veka [25]. To je sto godina pre nego što je violina zauzela poziciju najvažnijeg gudačkog instrumenta. Ovim bi se mogao objasniti štim u kvartama koji karakteriše violon. Interesantno je da kontrabas često ima ravnu zadnju dasku kao i oborenija ramena u odnosu na ostale instrumente iz porodice gudača, što su još neke sličnosti sa njegovom mogućom pretečom.

Kontrabas se u kompozicijama više sreće kao orkestarski instrument, gde mu je uloga da pokriva niske frekvencije u zvučnoj slici simfonijskog orkestra. Najniži ton na klasičnom orkestarskom kontrabasu je  $E_1$  na 41,2 Hz. U muzičkoj literaturi sreću se ponekad i do 10 Hz niži tonovi čije izvođenje zahteva preštimanje žice ili neka drugačija konstrukcijska rešenja instrumenta.

Kod kontrabasa osnovni harmonici padaju u opseg manje osetljivosti ljudskog čula sluha, pa se te komponente teško ističu u ukupnom tonu. Upravo one daju prepoznatljiv topli ton kontrabasu. Zato je u konstrukciji instrumenta ključno podesiti da on dobro radi u ovom opsegu. Pri povećavanju jačine tona pojačavanjem pobude gudalom menja se i njegov spektar. U tom slučaju kontrabas dobija svetliju boju jer se pri glasnom sviranju pojačavaju komponente viših harmonika. To se najviše primećuje kod solo sviranja kada drugi instrumenti ne maskiraju komponente njegovog tona na višim frekvencijama.

## 2.2. Zračenje instrumenta

Žica gudačkog instrumenta zrači zanemarljivo malo energije u okolni prostor jer joj je širina mnogo manja od talasne dužine za sve audio frekvencije [20]. Žica preko kobilice pobuđuje telo instrumenta koje zrači zvuk u prostor. Usled međusobno različitih fizičkih karakteristika svaki deo instrumenta ima mehaničke rezonance na različitim frekvencijama. Tako su različiti delovi gudačkog instrumenta zaduženi za zračenje u različitim frekvencijskim opsezima. Sopstveni modovi rezonatorske kutije u spregu sa ostalim delovima instrumenta, kao što su vrat,



hvatnik, kordar, kao i vazduh koji se nalazi u rezonatorskoj kutiji, čine jedan sistem sa velikim brojem rezonanci. Može se reći da je ceo sistem instrumenta jedan skup rezonatora spojenih u diskretnim tačkama u kojima se javljaju interakcije između njih.

Da bi kontrabas mogao da zrači niske frekvencije potrebno je da poseduje rezonance u tom opsegu frekvencija za šta je neophodna velika rezonatorska kutija. Veliki razmak između prednje i zadnje ploče instrumenta je još jedna odlika koja ga razlikuje od ostalih gudača [26]. Povećavanjem razmaka povećava se i zapremina rezonatorske kutije koja određuje frekvenciju vazdušne rezonance. Ova rezonanca je i najniža rezonanca tog instrumenta. Ona se kod kontrabasa uobičajeno nalazi u opsegu od 58 Hz do 68 Hz, što je iznad tonova u njegovoj najnižoj oktavi. Zbog toga je česta pojava da u zvuku instrumenta prvi harmonik bude i do 30 dB nižeg nivoa od drugog harmonika [27]. Kada bi se ova rezonanca postavila na neku znatno nižu frekvenciju nastala bi rupa u frekvenzijskom odzivu instrumenta, jer se prva sledeća rezonanca koja se javlja iznad ove rezonance nalazi uobičajeno tek na oko 100 Hz. Ta rezonanca je dominantno određena najnižom rezonancom prednje ploče instrumenta.

Velike dimenzije kontrabasa su potrebne da bi se modovi koji se javljaju na prednjoj ploči nalazili na dovoljno niskim frekvencijama. Za zračenje jedne ploče u prostor bitan je odnos talasnih dužina zvuka koji ona emituje i talasnih dužina fleksionih talasa koji se javljaju u ploči prilikom njenog oscilovanja [28]. Bolja propagacija se ostvaruje kada su talasne dužine u vazduhu manje od onih koje se javljaju u ploči. Kako se ključni opseg za kontrabas nalazi na niskim frekvencijama, gde zvuk u vazduhu ima velike talasne dužine, nemoguće je ispuniti ove zahteve ali je ipak poželjno da rezonatorska kutija ima velike dimenzije.

Za violinu je uobičajeno da se prvi sopstveni mod prednje ploče postavlja na 450 Hz, dok se u slučaju kontrabasa on nalazi na oko 100 Hz [26]. To odgovara talasnim dužinama od 0,76 m i 3,44 m, respektivno. Standardna dužina prednje ploče violine je 0,356 m a kontrabasa 1,110 m [22, 29]. Odnos talasne dužine prvog moda i dužine prednje ploče kod violine je 2,15, dok je kod kontrabasa 3,10. Da bi kontrabas imao taj odnos isti kao violina morao bi imati 1,6 m dugačku prednju

ploču, ili za standardne dimenzije kontrabasa rezonanca prednje ploče bi trebalo da bude postavljena na 144 Hz da bi se očuvala ova proporcija. Ako bi se dimenzije kontrabasa određivale prema violini vodeći se proporcijom talasnih dužina najnižih tonova ova dva instrumenta, dužina prednje ploče kod kontrabasa bila bi 1,7 m. Ovakva povećanja rezonatorske kutije bi rezultovala i povećanjem ostalih delova instrumenta, pa bi takav kontrabas bilo teže svirati nego instrument standardnih dimenzija. Iz tog razloga je tročetvrtinski instrument najzastupljeniji u upotrebi, jer je kod njega uspostavljen najbolji kompromis između tonskih i sviračko-tehničkih karakteristika instrumenta.

## 2.3. Ulazna admitansa

Efikasnost jednog instrumenta može se pretpostaviti na osnovu poznavanja njegove ulazne admitanse. To je mehanička admitansa koja se definiše i meri na kobilici instrumenta, na mestu gde se ona inače pobuđuje žicom pri procesu generisanja tona. Mehanička admitansa u nekoj tački sistema se, po definiciji, određuje kao odnos brzine odziva u toj tački i sile pobude u njoj.

$$Y = \frac{v}{F} \quad (2.1)$$

Merenje mehaničke admitansa je nešto što se vremenom iskristalisalo kao standardna tehnika koja se primenjuje u analizi žičanih instrumenata. Rezultati dobijeni ovom najzastupljenijom mernom metodom za analizu vibroakustičkih osobina smatraju se „ličnom kartom“ jednog instrumenta. Zasnovana na principima mehanizma generisanja tona, precizno definisana procedura nudi mogućnost merenja različitih žičanih instrumenata na isti način, u tački u kojoj se instrument pobuđuje žicom. To otvara mogućnost uporednih pregleda i analiza admitansi instrumenata različitih tonskih karakteristika, kao i različitih vrsta instrumenata koji funkcionišu po istim principima.

Merenja koja je na gudačkim instrumentim radio Erik Janson i njegovi saradnici na Kraljevskom institutu za tehnologiju u Stokholmu imaju jednostavnu metodologiju [26, 30, 31]. U istoj tački na vrhu kobilice pobuđuje se i meri odziv sistema. Sistem

se pobuđuje snažnim elektromagnetom u pravcu paralelnom sa pločom muzičkog instrumenta a u ravni kobilice, dok se u istoj tački meri odziv akcelerometrom. Na osnovu toga se izračunava brzina odziva. Modovi koji se prepoznaju u spektru ovako merene admitanse identifikovani su analizom instrumenta pomoću hologramske interferometrije [30].

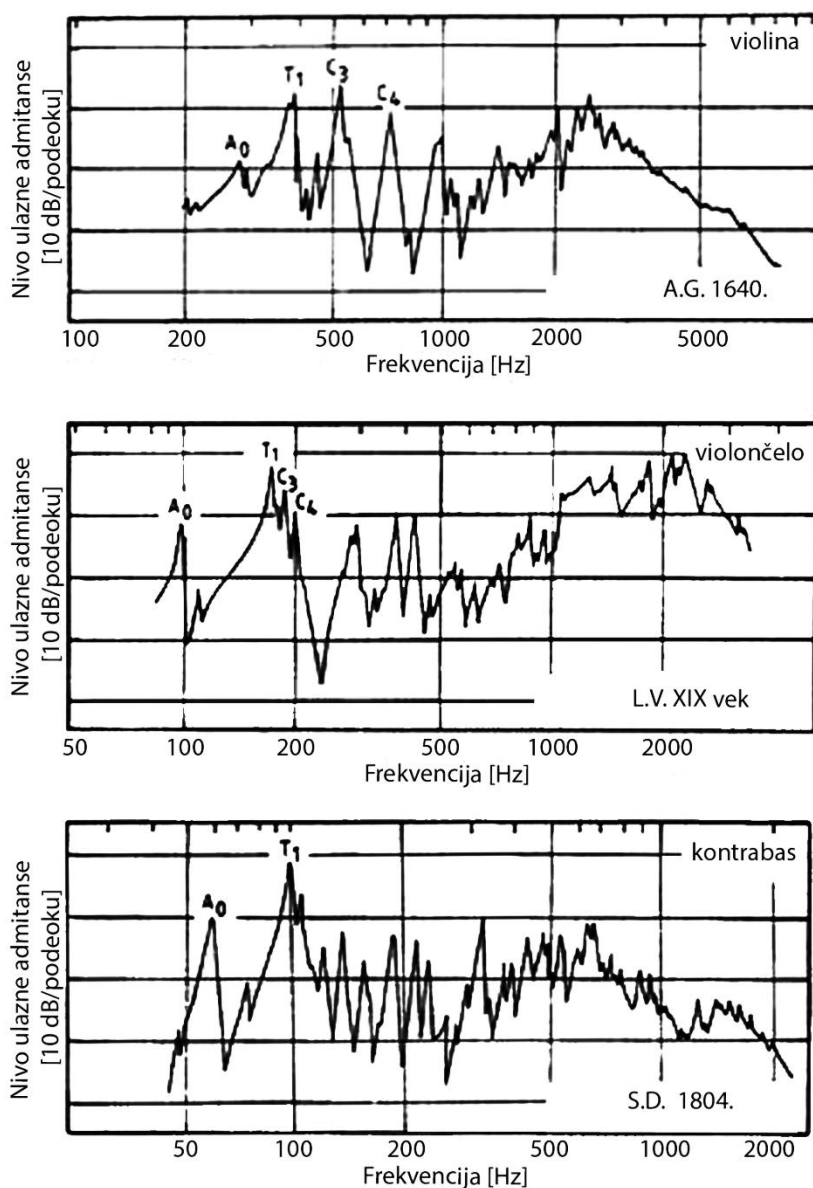
Ulazna admitansa se može meriti i tako što se sistem pobudi udarnim čekićem koji na sebi ima senzor za registrovanje sile, dok se odziv beleži akcelerometrom [32]. Takođe se koristi metoda pucanja žice, gde se tanka bakarna žica zamotana oko žice instrumenta koristi kao pobuda pri njenom pucanju. Metoda se zasniva na činjenici da tanka napeta bakarna žica uvek puca pri sličnoj zateznoj sili i na taj način ostvaruje poznatu i ponovljivu pobudu [33].

## 2.4. Klasifikacija modova na osnovu merenja ulazne admitanse

Rezultati klasifikacije modova koji se sreću u literaturi uglavnom se tiču violine, ali uz određena uopštavanja i modifikacije izvedeni zaključci, njihova sistematizacija i opšti principi mogu se primeniti na ostale gudačke instrumente, pa tako i na kontrabas. Na slici 2.2 prikazane su ulazne admitanse za violinu, violončelo i kontrabas. Da bi se lakše uočila sličnost među admitansama ova tri instrumenta frekvencijske ose na graficima prikazuju različite opsege, u skladu sa dimenzijama instrumenata i zvučnim opsezima u kojima se nalaze njihove karakteristične rezonance.

Prema Jansonu, u slučaju violine na frekvencijama ispod 800 Hz instrument vibrira kao da je napravljen od homogenog materijala. Modovi u ovom opsegu nazivaju se modovi tela ili modovi korpusa i označavaju se sa  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  itd. Slovo  $C$  potiče od reči *corpus*. U modu  $C_1$  violina vibrira jednodimenziono kao greda u prvom modu. Mod  $N$  (*neck*) potiče od vrata i hvatnika i takođe je jednodimenzioni mod. Njega takođe možemo smatrati modom korpusa, a identifikuje se tako što se vrat instrumenta optereti dodatnom masom pa se sa tako izmenjenim uslovima

ponovljenim merenjem admitanse registruje promena odziva. Za slučaj dodavanja mase rezonanca vrata  $N$  se pomera ka nižim frekvencijama.



**Slika 2.2.** Ulazna admitansa gudačkih instrumenata [26]

Modovi  $C_2$ ,  $C_3$  i  $C_4$  su dvodimenzioni. U literaturi se navodi da od svih ovih modova samo  $C_3$  i  $C_4$  mogu da zrače zvuk [26]. Na niskim frekvencijama najbitnija rezonanca je vazдушna rezonanca i označava se sa  $A_0$ . Pri ovoj rezonanci zadnja i prednja daska se kreću u protiv fazi, dok se vazduh u unutrašnjosti rezonatorske kutije skuplja i širi. Ova rezonance se ponekad naziva i Helmholtcova rezonanca. Taj pojam se u akustici uobičajeno koristi u slučaju kada je vazduh zatvoren u komori krutih zidova uz postojanje otvora kroz koji vazduh osciluje.

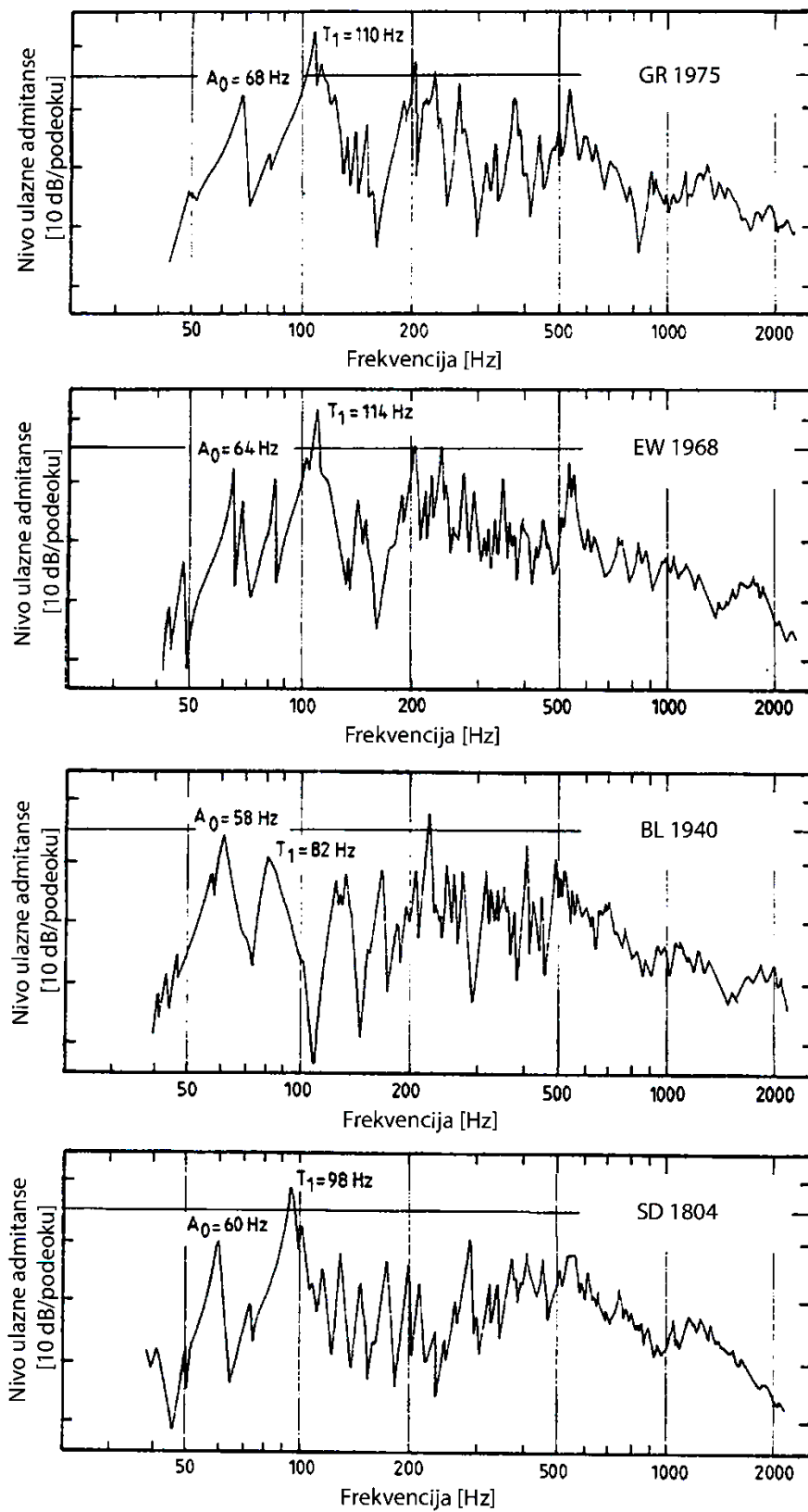
Kod žičanih muzičkih instrumenata najniža rezonanca se identifikuje i kao lokalni maksimum u spektru admitanse izmerene na kobilici, pa je očigledno da je u pitanju spregnutost zadnje i prednje ploče sa vazduhom unutar kutije. U slučaju potpuno krutih zidova može se govoriti o Helmholtcovo rezonanci, dok se vazдушna rezonanca  $A_0$  javlja na malo nižoj frekvenciji usled spregnutosti sa elastičnim zidovima instrumenta [24, 34]. Za violinu ova rezonanca se nalazi blizu rezonance vrata  $N$  pa se može očekivati i interakcija između ova dva moda [26]. Modovi koji primarno nastaju usled oscilovanja prednje ploče označavaju se akronimom  $T$ . Prvi mod prednje ploče  $T_1$ , pored moda  $A_0$ , najznačajnija je rezonanca koja utiče na odziv na niskim frekvencijama.

U literaturi se često sreću i drugačije oznake značajnih modova gudačkih instrumenata. Nomenklatura koja potiče od Karlin Hačins [24, 35] ima oznake  $B_{-1}$ ,  $B_0$ ,  $B_1^-$  i  $B_1^+$  za modove sa oznakama  $C_1$ ,  $N$ ,  $T_1$  i  $C_3$  po Jansonovom sistemu, respektivno. Vazdušne rezonance se po ovom sistemu takođe označavaju sa  $A_0$ ,  $A_1$  itd.

## 2.5. Klasifikacija modova kontrabasa

Kod violine postoje relativno ravnomerno raspoređene rezonance na niskim frekvencijama, dok se kod kontrabasa i violončela one preklapaju. U slučaju kontrabasa na dijagramu ulazne admitanse (slika 2.2) dominantni su modovi  $A_0$  i  $T_1$ . Prema rezultatima merenja na četiri kontrabasa čije su admitanse prikazane na slici 2.3 vazдушna rezonanca se nalazi u intervalu od 58 Hz do 68 Hz. Prva rezonanca prednje ploče  $T_1$  nalazi se na oko 100 Hz, a u njenoj okolini javljaju se vrhovi koji su najverovatnije modovi  $C_3$  i  $C_4$ . Sa obzirom da za kontrabas utvrđivanje ovih modova optičkim metodama nije prikazano u literaturi, ova pretpostavka se iznosi na osnovu sličnosti odziva kontrabasa sa odzivom violončela za koje je optičkom interferometrijom identifikovano da ovi vrhovi potiču od njegovog korpusa [31]. Svi modovi pored  $A_0$  i  $T_1$  koji se mogu sresti kod violine [36], znatno su slabiji, pa iz tog razloga nisu od velikog značaja u analizama zvuka kontrabasa. Po tom pitanju admitansa kontrabasa je sličnija violončelu nego

violini. Zbog visokih bokova (rebara) veza između prednje i zadnje ploče je kruća pa modovi korpusa ne dolaze do izražaja.



**Slika 2.3.** Ulazna admittance za četiri različita kontrabasa [26]

Svi pomenuti modovi violine, sa izuzetkom moda  $C_2$ , identifikovani su i kod violončela [31]. Modovi  $T_1$ ,  $C_3$  i  $C_4$  su kod kvalitetnih violončela grupisani oko jedne frekvencije, dok se kod dobrih violina pokazalo da je poželjno da oni budu ravnomerno raspoređeni u opsegu niskih frekvencija.

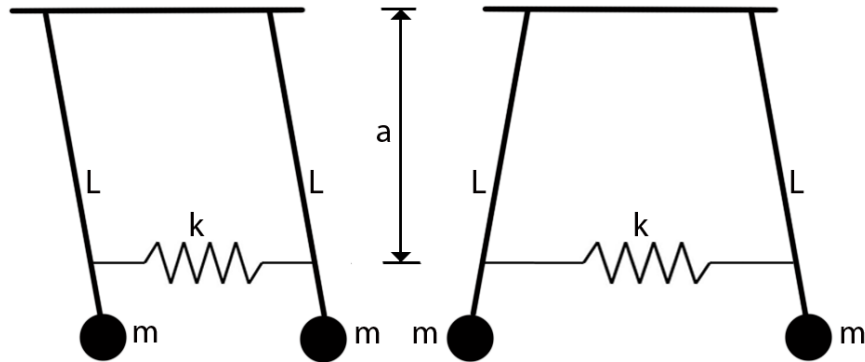
Sa slike 2.3 se može videti da se kod kontrabasa na frekvencijama između 150 Hz i 400 Hz nalaze vrhovi koji potiču od viših modova prednje ploče,  $T_2$ ,  $T_3$  itd. Rezonance ravnomerno raspoređene u zoni između 120 Hz i 220 Hz tonu kontrabasa daju efekat sličan onom kod češljastog filtriranja. Za vibracije koje potiču od pobuđene žice instrument zrači zvuk samo za harmonike koji se poklapaju sa frekvencijama ovih rezonanci [24].

Podšavanje rezonanci  $A_0$  i  $T_1$  je ključno za kontrabas kome su niske frekvencije glavna tonska karakteristika. Ove dve rezonance su međusobno povezane i konstrukcijska intervencija koja čini promenu na jednom od ova dva parametra neminovno će uticati i na drugu rezonancu. Instrumenti koji imaju nisku vazдушnu rezonancu  $A_0$  automatski imaju i nisku prvu rezonancu prednje ploče  $T_1$  [26]. Nisku rezonancu  $T_1$  daje tanka prednja ploča, a ona kao takva u sprezi sa vazduhom u rezonatorskoj kutiji instrumenta daje nisku vazдушnu rezonancu. U literaturi se takođe navodi spregnutost vazdušne rezonance  $A_0$  sa modom vrata  $N$ . Postoje pretpostavke da lakoća generisanja tona gudačkom može zavistiti od međusobnog odnosa ova dva moda.

## 2.6. Spregnuti rezonatori

Svi gudački instrumenti, pa tako i kontrabas, sastavljeni su iz više različitih rezonatora od kojih svaki ima svoju sopstvenu frekvenciju. Elementi tela instrumenta, zajedno sa kobilicom, žicama, gudačkom i strunama gudačkom međusobno su povezani krutim ili elastičnim vezama i na taj način utiču jedni na druge. Razumevanje mehanizma spregnutih rezonatora ključno je za razumevanje međusobnog dejstva pojedinih elemenata gudačkih instrumenata. Spregnutost rezonatora se može objasniti na jednostavnom primeru sistema koji se sastoji od dva spregnuta klatna, kao na slici 2.4. Za dva klatna istih karakteristika, dužine  $L$  i

mase  $m$ , važi da je  $\omega = \sqrt{g/L}$ . Ako se oni međusobno povežu jednom elastičnom oprugom čija je elastičnost  $k$ , dobija se sistem spregnutih rezonatora.



**Slika 2.4.** Spregnuta klatna

Ovakav sistem ima dve sopstvene frekvencije [37]:

$$\omega_1 = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{g}{L} + 2 \frac{ka^2}{mL^2}} \quad (2.2)$$

gde  $a$  definiše mesto pričvršćivanja opruge. U prvom modu ovog sistema ( $\omega_1$ ) klatna se kreću u fazi kao da nisu povezana oprugom, dok se u drugom modu ( $\omega_2$ ) kreću u protiv fazi. Ukupno kretanje klatna je superpozicija ova dva moda, pa tako za prvo i drugo klatno imamo da su njihovi otkloni:

$$\theta_1(t) = \frac{1}{2}\theta_0 \cos\omega_1 t + \frac{1}{2}\theta_0 \cos\omega_2 t = \theta_0 \cos \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \cos \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t \quad (2.3)$$

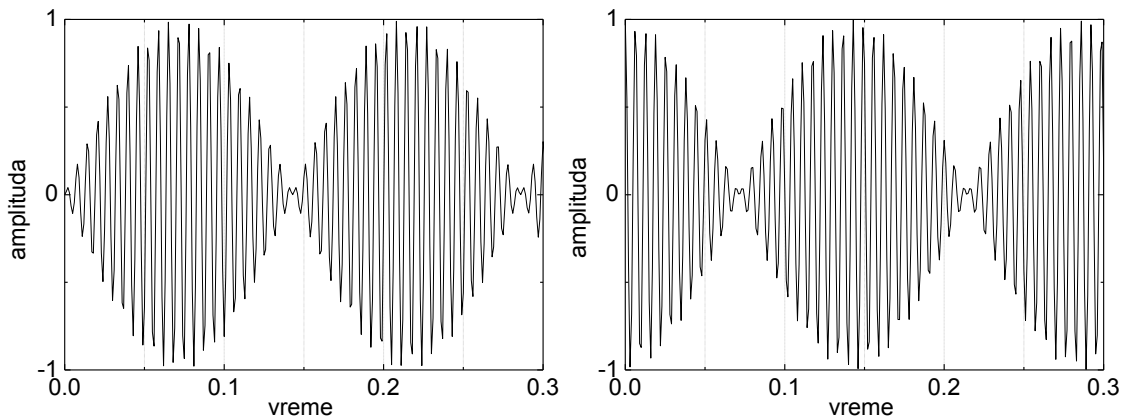
$$\theta_2(t) = \frac{1}{2}\theta_0 \cos\omega_1 t - \frac{1}{2}\theta_0 \cos\omega_2 t = \theta_0 \sin \frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t \sin \frac{\omega_2 + \omega_1}{2} t \quad (2.4)$$

Otkloni klatna  $\theta_1$  i  $\theta_2$  u funkciji vremena prikazani su na slici 2.5. Otklon je sinusna funkcija frekvencije koja je jednaka srednjoj vrednosti ova dva moda i koja je amplitudski modulirana. Promena amplitude ima frekvenciju  $(\omega_2 - \omega_1)/2$ . Energija prelazi sa jednog oscilatora na drugi – kada prvo klatno osciluje sa maksimalnom amplitudom drugo klatno osciluje sa minimalnom i obratno.

Ovakav tok mehaničke energije javlja se i u slučaju interakcije žice gudačkog instrumenta i rezonatorske kutije pri pojavi „zavijajućeg“, takozvanog *wolf* tona koji se najčešće pojavljuje kod violončela [24]. U literaturi se navodi da se do ove



pojave može doći ukoliko se rezonanca žice poklopi sa rezonancom tela instrumenta. Impedansa žice  $\mu c$ , gde je  $\mu$  podužna masa žice a  $c$  brzina prostiranja talasa duž žice, oko deset puta je manja od impedanse kobilice. Ova razlika je dovoljna da se talas reflektuje kad stigne do kobilice, što je neophodno da bi žica zadržala oscilatorno kretanje.



**Slika 2.5.** Talasni oblok oscilacija dva spregnuta klatna

Na jakim rezonancama tela instrumenta impedansa kobilice je mala, pa reflektovani talas nije dovoljnog intenziteta da se ostvari Helmholtcovo kretanje žice. Posledica ovoga je da za određene frekvencije nakon trenutka kad se uspostavi ton i pobudi rezonatorska kutija zvuk naglo oslabi jer kobilica postaje previše fleksibilna da bi se talas od nje reflektovao. Kada vibracije prestanu, žicu je moguće ponovo pobuditi. Kao rezultat dobija se da jačina tona varira sa uobičajenom frekvencijom 5 Hz. U tim slučajevima muzičaru je teško da održi konstantan ton. Kod violončela razlika između impedanse žice i kobilice je inače manja nego kod violine, pa se lakše stižu uslovi za uspostavljanje ovakvog zavijajućeg tona.

Ova interakcija može se modelovati na način prikazan na slici 2.6. Žica instrumeta je sa jedne strane pričvršćena krutom vezom, dok je veza sa rezonatorskom kutijom preko kobilice modelovana jednom masom  $M$  i oprugom krutosti  $k$  [38]. Transverzalni talas u žici može se opisati formulom:

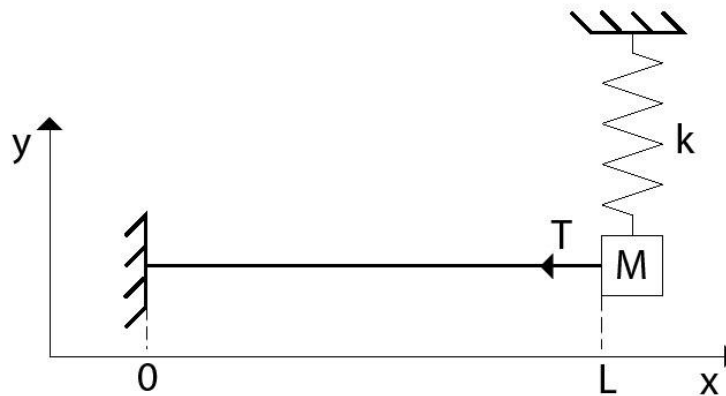
$$y(x, t) = y_0 \sin\left(\frac{\omega}{c_s} x\right) e^{j\omega t} \quad (2.5)$$

gde je  $\omega$  ugaona brzina, a  $c_s$  brzina talasa. Brzina talasa u žici je  $c_s = \sqrt{T/m'}$ , gde je  $T$  transferzalna sila, a  $m' = m/L$  podužna masa žice. Za  $x=L$  može se pisati sledeća jednačina:

$$M \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + ky = -T \frac{dy}{dx} \quad (2.6)$$

Zamenom  $y$  iz jednačine (2.4) u jednačinu (2.5) i uvođenjem smene  $z = \omega L/c_s$  dobija se sledeća karakteristična jednačina čija rešenja definišu rezonance ovog sistema

$$ctg(z) = \frac{Mz}{m'L} - \frac{kL}{Tz} \quad (2.7)$$



**Slika 2.6.** Modelovanje sistema žica-kobilica

Za prvi mod žice je  $\lambda = 2L$ , pa je ugaona učestanost pobuđene žice  $\omega_s = \pi c_s/L$ . Sopstvena kružna učestanost rezonatora koji predstavlja kobilicu je  $\omega_F = \sqrt{k/M}$ . U slučaju da se ove rezonance podudaraju, odnosno kada je  $\omega_F = \omega_s$  biće:

$$k = \frac{(\pi c_s)^2}{L^2} M \quad (2.8)$$

Ako se  $k$  uvrsti u karakterističnu jednačinu (2.6) dobija se izraz:

$$ctg(z) = \frac{M}{m} \left( z - \frac{\pi^2}{z} \right) \quad (2.9)$$

Kada  $M \rightarrow \infty$  ova jednačina se svodi na  $ctg(z) = \infty$ , pa su rešenja karakteristične jednačine (2.6)  $z = n\pi$ . Vraćajući ova rešenja u smenu  $z = \omega L/c_s$  dobija se:

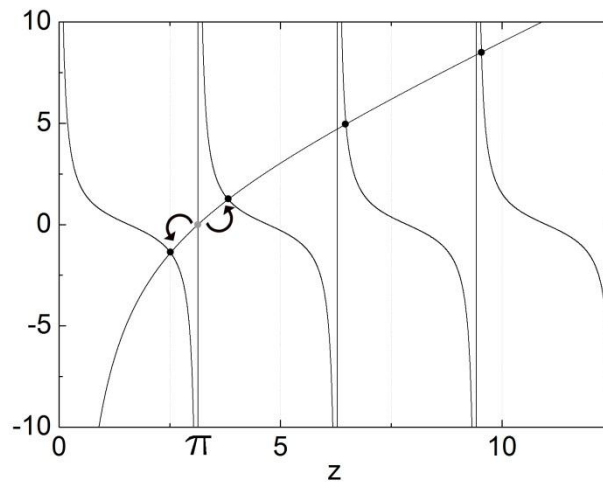
$$\omega = \frac{n\pi c_s}{L} \quad (2.10)$$

To su rešenja jednačine za slučaj krutih graničnih uslova na oba kraja žice. Isti rezultati se dobijaju i u slučaju kada  $K \rightarrow \infty$ . Kada je masa žice  $m$  mnogo manja od mase sa strane kobilice  $M$  može se smatrati da  $ctg(z) \rightarrow \infty$ , pa se dobijaju iste sopstvene frekvencije žice definisane jednačinom (2.9).

Ako je masa  $M$  jednaka masi žice  $m$ , onda karakteristična jednačina (2.6) postaje:

$$ctg(z) = \left( z - \frac{\pi^2}{z} \right) \quad (2.11)$$

Njena rešenja, odnosno  $z$  vrednosti za koje je ispunjen ovaj uslov, mogu se naći grafički kao presek krivih  $g(z) = ctg(z)$  i  $f(z) = (z - \pi^2/z)$  (slika 2.7).

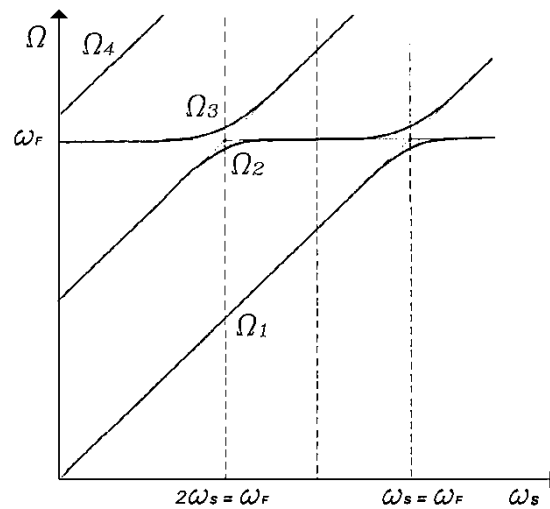


**Slika 2.7.** Grafičko rešavanje karakteristične jednačine

Rešenja ove jednačine ukazuju da postoji „cepanje“ prvog moda na dva moda koji su definisani tačkama preseka ove dve krive na dijagramu. Jedan mod je postavljen malo niže, a drugi malo više u odnosu na  $z = \pi$  za krute granične uslove. Ovo rezultuje pojavom dve rezonance bliskih frekvencija. Vremenski oblik promene zbira ovih komponenti sličan je onome prikazanom na slici 2.5. Javljaju se vibracije u prvom modu čija amplituda sporo varira u vremenu.

Kada se  $\omega_F$  i  $\omega_s$  udaljavaju jedna od druge njihov međusobni uticaj slabi, ali je i dalje prisutan, kao što je pokazano na slici 2.8. Efekat je izražen kada su ove

frekvencije dovoljno bliske jedna drugoj, ali i kada je na primer  $\omega_F = 2\omega_S$  gde dolazi do sprege sa drugim modom žice.

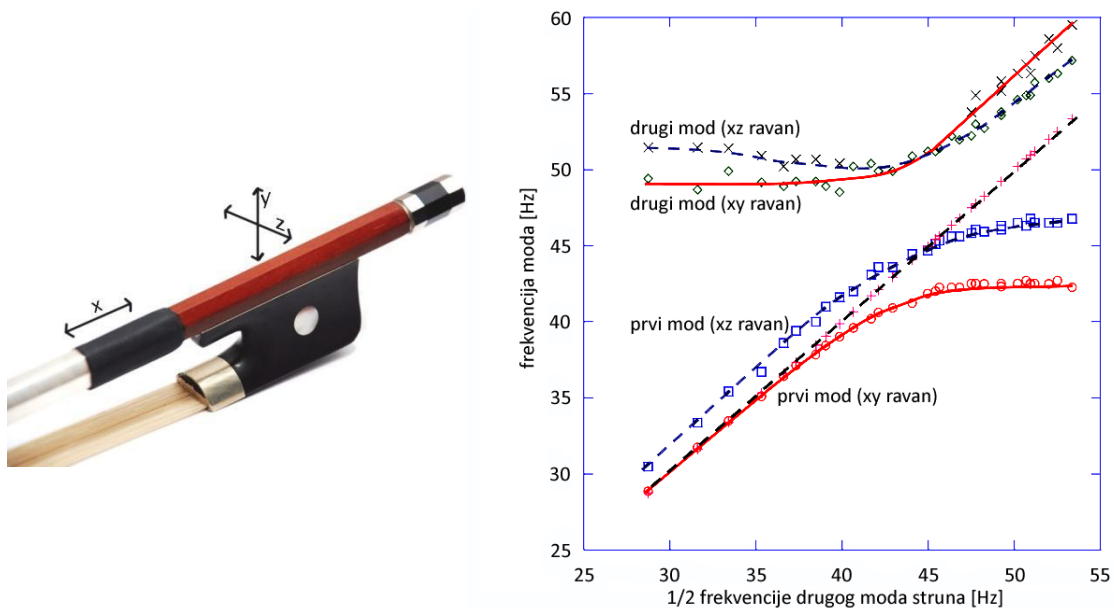


**Slika 2.8.** Promena rezonanci sistema žica-rezonatorska kutija usled promene sopstvene frekvencije žice [38]

U literaturi se spregnuti modovi pojavljuju i u interakciji štapa i struna gudala. U analizama koje je radio Gog [39] strune gudala su zamenjene žicom gitare sličnih mehaničkih karakteristika kako bi se otklonilo prigušenje koje se javlja usled trenja među strunama. Na ovakvom eksperimentalnom gudalu lakše je identifikovati modove i ustanoviti međusobni uticaj rezonanci štapa i struna gudala. Impulsni odziv gudala beležen je akcelerometrom u pravcu dve ose, pa je zabeleženo oscilovanje u dve ravni:  $xy$  - ravan gudala i  $xz$  - ravan u kojoj leže strune, što je prikazano na slici 2.9. Na desnoj strani slike 2.9 prikazano je ponašanje modova gudala u zavisnosti od napetosti struna. U pitanju su prvi transverzalni mod struna i štapa gudala. Njihova promena prikazana je u zavisnosti od napetosti struna koja je kvantifikovana polovinom frekvencije drugog moda struna. Drugi mod struna ne ulazi u interakciju sa prvim modom štapa gudala, pa se može koristiti kao merilo napetosti struna.

Na desnoj strani slike 2.9 za slabo zategnute strune gudala (leva strana grafika), najniži mod (donja crvena linija) je sopstvena učestanost struna. Gornja crvena linija pri slaboj zategnutosti struna predstavlja najniži mod štapa. Kada se strune natežu frekvencija najnižeg moda celog gudala raste dominantno određena

napetošću struna. Približavajući se frekvenciji najnižeg moda štapa najniži mod struna polako poprima njegov uticaj, pa mu frekvencija ne raste srazmerno napetošću struna već prerasta u rezonancu štapa gudala. Isto tako drugi mod celokupnog gudala pri zatezanju struna prelazi iz zone dominantnog uticaja štapa gudala u zonu dominantnog uticaja struna gudala. U zoni gde se rezonance ovih spojenih elemenata približe i poklope mod celokupnog gudala se podeli na dva moda. Pri koincidenciji napete strune i štap gudala istovremeno zajedno vibriraju u dva moda, u fazi i u protiv fazi [39], sa istom energijom i prigušenjem.

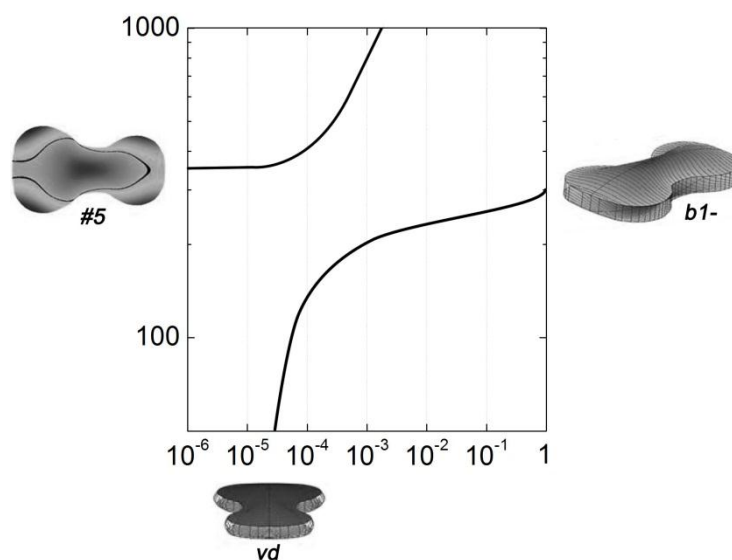


**Slika 2.9.** Spregnuti modovi: strune i štap gudala [39]

Još jedna značajna pojava je spregnutost između modova prednje ploče instrumenta sa modovima tela, a prvenstveno sa modovima zadnje ploče. Razumevanje ovoga mehanizma je veoma važno za predviđanje ponašanja svakog gudačkog instrumenta. U procesu njihove proizvodnje graditelj instrumenta može analizirati prednju i zadnju ploču i identifikovati njene rezonance, ali kada se one postave na telo instrumenta situacija se drastično menja, primarno usled promene graničnih uslova. Pre sklapanja instrumenta ploča se može analizirati ukrućena stegama kako bi se obezbedili približniji granični uslovi, ali uticaj sprege sa ostalim delovima instrumenta ne može se lako predvideti.

Ovom problematikom akustičari se bave skoro dvesta godina. Kompleksan sistem više povezanih rezonatora je teško modelovati, pa se podešavanje rezonanci

prednje i zadnje ploče vrši na osnovu iskustva. Brojna merenja na čuvenim violinama pokazala su da je dobro prednju i zadnju ploču “naštimovati” da budu pola ili ceo ton pomerene jedna u odnosu na drugu [40]. Prednja ploča se uobičajeno štимуje na višu frekvenciju, a graditelji visinu određuju na osnovu kuckanja po pločama. Karlin Hačins je u svojim radovima na osnovu svog graditeljskog iskustva i merenja koja je vršila dala detaljna uputstva kako podešavati modove prednje i zadnje ploče da bi se napravila violina dobrih akustičkih osobina [41]. Pored svih ovih saznanja prava priroda povezanosti modova prednje i zadnje ploče pre i nakon sklapanja nije objašnjena sve do momenta kada je postalo moguće numeričkim simulacijama ispitati njihovo ponašanje. U radovima u literaturi [20, 42] ispitivana je spregnutost između zadnje i prednje ploče tako što su varirani parametri bočnih strana violine. Analiza je izvršena metodom konačnih elemenata. Na slici 2.10 prikazana je spregnutost koja se javlja između dva moda violine. Kako Gog navodi, menjanjem Jangovog modula elastičnosti i gustine materijala bočnih strana violine jačina spregnutosti je povećavana za šest redova veličine od stanja slobodnih ploča (faktor skaliranja  $10^{-6}$ ) do stanja uobičajene spregnutosti za ploče sklopljene violine (faktor skaliranja 1).



**Slika 2.10.** Spregnuti modovi kod violine [20]

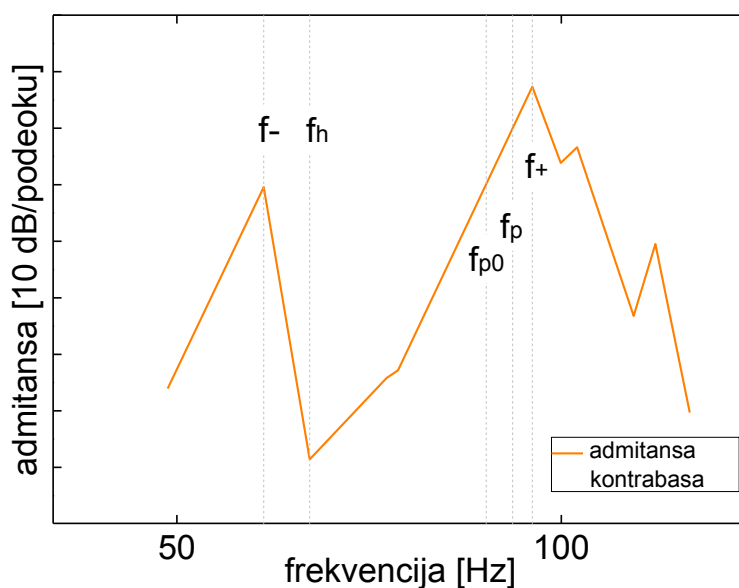
Na grafiku sa slike 2.10 prikazana je transformacija petog moda (#5) slobodne ploče pod dejstvom moda  $vd$  (*vertical displacement*) u veoma značajan mod tela instrumenta  $b1$ - (*breathing mode*). Pri slaboj spregnutosti (faktor skaliranja  $\sim 10^{-5}$ ) javlja se mod  $vd$  kod koga se bokovi violine izdužuju i skupljaju dok se prednja i zadnja ploča ponašaju kao potpuno kruta tela. Povećavanjem spregnutosti između ploča frekvencija ovog moda raste, i kako se približava frekvenciji koinkidencije poprima uticaj moda #5 (mod ploče pri slobodnim graničnim uslovima). Veoma je značajna frekvencija na koju se postavlja mod #5 jer se na taj način direktno utiče na mod  $b1$ -. Preporuka je da u ovom modu koji se javlja na nemontiranoj ploči instrumenta bude relativno velika amplituda [41].

Za kontrabas su od najvećeg značaja najniže dve rezonance koje se javljaju usled spregnutosti ploče i vazdušne rezonance instrumenta. Vrednosti ovih rezonanci mogu se očitati sa grafika ulazne admitanse kontrabasa prikazane na slici 2.3 i mogu se označiti sa  $f_-$  i  $f_+$ . Podaci očitani sa poslednjeg grafika na slici 2.3 prikazani su na slici 2.11 gde su na grafiku obeležene i ove dve rezonance. Antirezonanca koja se javlja između ove dve rezonance na grafiku admitanse nije prisutna u spektru zvučnog pritiska koji u polje zrači instrument [24] [43]. Antirezonanca se javlja na frekvenciji Helmholtcove vazdušne rezonance  $f_h$ . Rezonanca prednje ploče  $f_p$  u sprezi sa rezonancom  $f_h$  kao produkt stvara dve rezonance  $f_-$  i  $f_+$ . Formula, koja se u literaturi pojavljuje u analizama zračenja gitare na niskim učestanostima, ove frekvencije povezuje jednačinom

$$f_+^2 + f_-^2 = f_p^2 + f_h^2 \quad (2.12)$$

Pomoću podataka koji se dobijaju posmatranjem dijagrama admitanse na osnovu ove formule može se izračunati rezonancu prednje ploče  $f_p$  [43]. Ovaj model, detaljno prikazan u literaturi, sistem modeluje pomoću dva rezonatora. Prednja ploča modelovana je kao klip određene mase i elastičnosti, dok je Helmholtcov rezonator predstavljen masom vazduha prikačenom na oprugu koju definiše elastičnost vazduha u rezonatorskoj kutiji. U slučaju gudačkih instrumenata stvar je kompleksnija, jer u proračun mora ući i uticaj zadnje ploče instrumenta kao i štimštoka i kobilice pod čijim se uticajem mod na prednjoj ploči drugačije formira nego u slučaju gitare, ali se navedena kalkulacija i upotreba uprošćenog modela

ovde može primeniti. U citiranoj literaturu metoda se primenjuje i u analizama violine.



**Slika 2.11.** Grafički prikaz proračunatih rezonanci kontrabasa na osnovu modela dva oscilatora

Vodeći se izrazom 2.11 u slučaju kontrabasa proračun bi dao sledeće vrednosti: za  $f_+ = 96$  Hz,  $f_- = 58$  Hz i  $f_h = 62$  Hz dobija se da je  $f_p = 94$  Hz, dok se za rezonancu “slobodne” ploče (bez uticaja rezonatorske kutije ispunjene vazduhom) dobija vrednost  $f_{p0} = 91$  Hz. Vrednosti dobijene ovakvim proračunom ucrtane su na dijagram ulazne admitanse kontrabasa i prikazane su na slici 2.11.

## 2.7. Zračenje i admitansa

Postavlja se pitanje koliko se može informacija dobiti iz merenja odziva instrumenta u jednoj njegovoj tački. Što se zračenja zvuka u prostor tiče, a to je svakako najbitnija karakteristika i primarna uloga svakog instrumenta, visok nivo admitanse na nekoj frekvenciji ne mora nužno da rezultuje visokim intenzitetom zračenja. Zvuk koji ploča zrači na nekoj frekvenciji posledica je različitih amplituda i početnih faza oscilovanja pojedinih delova ploče čije uzajamno dejstvo rezultuje emitovanjem zvuka u prostor. To je određeno oblikom moda koji se javlja na ploči



instrumenta. Svaka složena figura jednog moda oscilovanja može se raščlaniti na proste elemente – membrane (klipove) – čije je akustičko zračenje detaljno opisano u literaturi [28]. Superpozicija zračenja svih elemenata dovodi do kompleksne karakteristike usmerenosti. Generalno gledano, usmerenost je veća u prednjoj polusferi instrumenta. U oblasti vazdušne rezonance, pa sve do 160 Hz, u prednjoj zoni postoji polukružna usmerenost [27]. Na učestanostima između 200 Hz i 250 Hz, kao i između 600 Hz i 800 Hz izračena energija je podeljena u dva dominantna smera. Odnos talasnih dužina zvuka koji se emituje i dimenzija elemenata instrumenta koji taj zvuk zrače utiće na nivo zvuka koji se zrači u prostor. Iz ovih razloga efikasnost zračenja nije ista za sve modove koji se vide na dijagramima admitanse. Korekcija koje se uvodi u odnosu na admitansu da bi se dobila predstava o karakteristici zračenja u prostor obično je podizanje spektra u zoni vazdušne rezonance i blago spuštanje karakteristike za zonu visokih učestanosti [26, 44].

Procena zvučne energije koju zrači jedan instrument, naročito u opsegu njegovih karakterističnih modova, može se napraviti korišćenjem prostih modela čije se karakteristike definišu na osnovu parametara dobijenih merenjem ulazne admitanse. Ovakvim modelovanjem za žičane instrumente, prikazanim u literaturi [43], moguće je postići zadovoljavajuću predikciju odziva sa svega par decibela odstupanja u odnosu na merenja u realnim fizičkim uslovima na instrumentima. Ovo odstupanje se javlja na višim frekvencijama gde realni instrument zrači malo više energije nego što to predviđa model.

## 2.8. Otvori na prednjoj ploči instrumenta

Instrumenti koji daju više energije u oblasti vazdušne rezonance okarakterisani su kao bolji. Otvori na prednoj ploči, zbog svog oblika nazvani  $f$ -otvori, značajni su za podešavanje ove rezonance. Modifikacijama se od kružnih otvora, koje su u desetom veku imale rane preteče, došlo do klasičnih  $f$ -otvora koji su se standardizovali između šesnaestog i osamnaestog veka i odlika su modernih instrumenata iz porodice violina. Analize akustičkih svojstava instrumenata iz

muzejskih i privatnih zbirki pokazale su da je porast zračenja na niskim frekvencijama u korelaciji sa promenom oblika otvora na prednjoj ploči [45]. Ova istraživanja ukazuju da je obim otvora ključan parametar za karakteristiku instrumenta u okolini vazdušne rezonance. Otvori istih površina, a različitih oblika imaju drugačiji uticaj na akustičke karakteristike instrumenta. U okolini frekvencije vazdušne rezonance instrumenti sa  $f$ -otvorima zrače dvostruko većom snagom nego instrumenti sa kružnim otvorima iste površine, dok je frekvencija vazdušne rezonance skoro za kvartu viša u slučaju  $f$ -otvora. Za ove promene zaslužno je povećanje konduktanse kroz otvore na ploči koja je direktno srazmerna obimu otvora a ne njegovoj površini. Zbog toga se može pisati:

$$C = \alpha L \quad (2.13)$$

gde je  $C$  konduktansa kroz  $f$ -otvore,  $\alpha$  konstanta i  $L$  obim otvora. Modifikacije koje su se dešavale kroz istorijski razvoj oblika otvora na prednjoj ploči instrumenta dovode do porasta konduktanse za oko 50%. U literaturi se navodi da se frekvencija vazdušne rezonance i snaga zračenja u zavisnosti od vrednosti konduktanse  $C$  menjaju prema sledećim izrazima:

$$f \approx kV^{-0,6}(h_b)^{0,1}(h_t)^{0,01}(h_a)^{0,2}C^{0,5} \quad (2.14)$$

$$W \approx \beta V^{-0,8}(h_b)^{0,6}(h_t)^{-0,2}(h_a)^{-0,9}C^{1,7} \quad (2.15)$$

gde su  $k$  i  $\beta$  empirijski utvrđene konstante a  $h_b$ ,  $h_t$  i  $h_a$  debljina zadnje ploče, debljina prednje ploče i prosečni razmak između dve ploče, respektivno. Variranjem samo oblika otvora na ploči, ne menjajući ostale parametre, snaga i frekvencija će se menjati prema funkcijama  $W \sim C^{1,7}$  i  $f \sim C^{0,5}$ . Zračenje i frekvencija vazdušne rezonance kod modernih instrumenata prema ovim izrazima povećaće se 2 odnosno 1,22 puta respektivno, samo usled promene oblika otvora.

Ako se violina uobičajene dužine prednje ploče od 0,356 m uveća 3,12 puta da bi se dobio instrument sličan dimenzijama standardnog kontrabasa (1,110 m dužina prednje ploče), obim  $f$ -otvora će se takođe povećati 3,12 puta [22] [29]. Akustička snaga i frekvencija vazdušne rezonance neće imati ovaj faktor povećenja, što se može zaključiti iz jednačina (2.13) i (2.14).

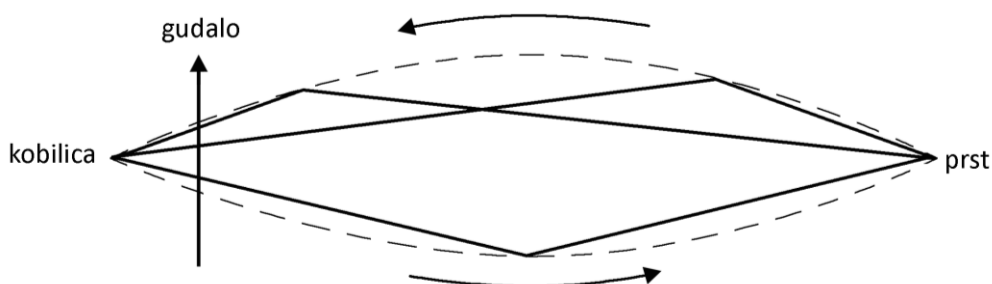
## 2.9. Kobilica

Na višim frekvencijama u spektru tona violine nalaze se zone u kojima je odziv povećan zahvaljujući rezonancama kobilice [46, 47]. Ova pojava je takođe prisutna kod violončela i kontrabasa, samo u drugim frekvencijskim opsezima. Kobilica kontrabasa pored toga što je veća od violinske ima i drugačiji oblik. Izduženija je u odnosu na kobilicu violine i po tome je sličnija kobilici koju ima violončelo [26]. U odzivu violine može se uočiti jedna zona u spektru između 2 kHz i 3 kHz u kojoj violina ima jači odziv [20, 46, 47]. Ova zona se u literaturi naziva *bridge hill*. Pojačanje je posledica rezonance kobilice koja je u interakciji sa pločom instrumenta na mestu kontakta sa njom. Pokazalo se da je kobilica veoma značajna za podešavanje impedanse između žice i tela violine i da je zaslužna za karakterističan prodoran ton gudača. Za razliku od gitare, kobilica na gudačkim instrumentima se ne lepi za ploču. To joj omogućava da se ljulja u sopstvenoj ravni. Pravac prevlačenja gudala stvara silu kojom žica deluje na kobilicu paralelno prednjoj ploči instrumenta. Ova sila čini da se kobilica klata sa nogice na nogicu, dok asimetričnost prednje ploče instrumenta postignuta bas gredom i štimštokom dodatno podstiče njeno ljuljanje. Ovakvo kretanje kobilice je dominantno za pobudu svih značajnih modova instrumenta.

U slučaju kontrabasa rezonance koje potiču od kobilice mogu se uočiti na frekvencijskoj karakteristici admitanse kontrabasa na frekvencijama iznad 400 Hz. Na slici 2.3 se mogu primetiti dva brega: jedan na oko 500-600 Hz a drugi na oko 1500 Hz. Ispitivanja admitanse kobilice pričvršćene za krutu podlogu pokazala su tri sopstvene frekvencije [26]. Za kobilice kontrabasa tri sopstvena moda nalaze se u sledećim frekvencijskim opsezima 600-900 Hz, 1000-1300 Hz i 1300-1800 Hz. One odgovaraju sopstvenim modovima merenim na kobilici violončela, obzirom da su istih proporcija. Frekvencije merene na kobilici violončela nalaze se na 985 Hz i 2100 Hz [48, 49, 50]. Veće dimenzije kobilice kontrabasa čine da ove frekvencije budu niže i da se kao takve uklapaju sa nižim rezonantnim frekvencijama tela kontrabasa. Kod dobro podešenih instrumenata, kontrabasa i violončela, za ploče sa nižim vrednostima rezonance  $T_1$  upotrebljavaju se kobilice sa nižim sopstvenim modovima upravo radi ovog uparivanja.

## 2.10. Gudalo

U osnovi generisanja tona gudaalom nalazi se stik-slip (*stick-slip*) efekat. Strune gudala premazane kalofonijumom poseduju sposobnost da se lepe za žicu instrumenta. Na taj način prevlačeći gudaalom žica se napinje, a kada sila postane dovoljno velika, žica se odlepljuje i nastavlja da kliza po strunama gudala. Faza lepljenja i faza klizanja žice po strunama gudala čine zajedno jedan ciklus koji se neprestano ponavlja prilikom sviranja kontinualnog tona gudaalom. Period tog ciklusa je period osnovne frekvencije žice. Kada se gudaalom svira na uobičajen način žica vibrira tako što se njenom dužinom kreće poremećaj ravnoteže žice generisan gudaalom. Vrh ovog poremećaja ravnoteže naziva se Helmholtcov vrh, prikazan na slici 2.12 Helmholtcov vrh se kreće dužinom žice, a sila koju on stvara na kobilici periodičan je signal i njegova učestanost jednaka je osnovnoj frekvenciji tona koji se generiše. Svaki puta kada ovaj vrh prođe tačku kontakta sa gudaalom postoji promena iz *stick* faze u *slip* fazu, i obrnuto.



**Slika 2.12.** Kretanje Helmholtcovog vrha duž žice pri procesu generisanja tona gudaalom

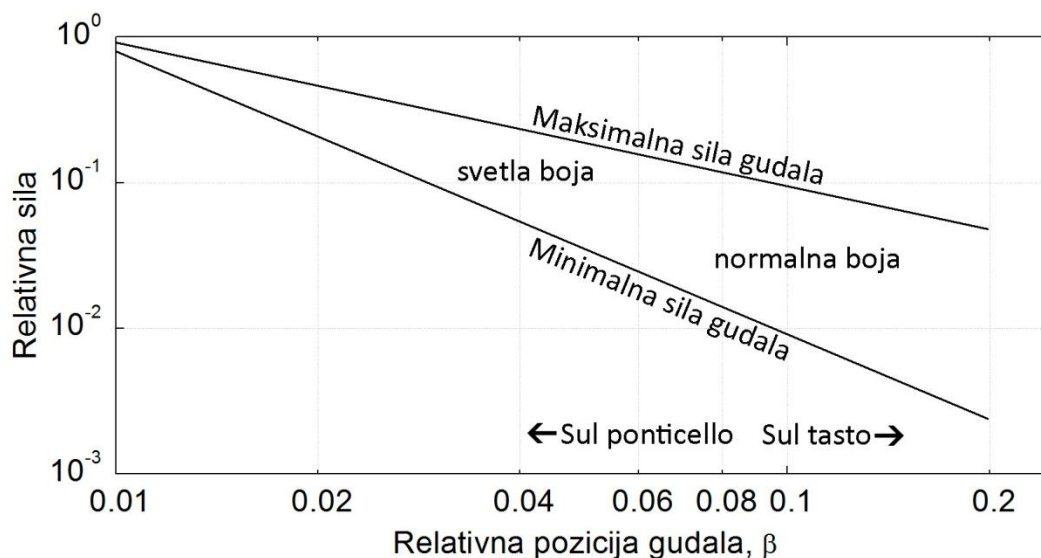
Drugim rečima, trenje između žice i gudala prelazi iz statičkog u dinamičko, i obrnuto. To znači da ako se svira ton frekvencije 100 Hz interakcija gudala i žice 100 puta pređe iz *stick* faze u *slip* fazu, i obrnuto. Strune pričvršćene na krajeve gudala pri ovom procesu se podužno rastežu i sabijaju. Štap gudala ima svoje sopstvene modove koji se preslikavaju na longitudinalni odziv struna, što najbolje prikazuje uporedna analiza karakteristike struna na gudaalu i struna prikačenih na potpuno krute krajeve [39].

Položaj gudala, vertikalna sila i brzina prevlačenja žice moraju biti usklađeni kako bi se dobio kvalitetan ton, odnosno dobro Helmholtcovo kretanje žice. Ako bi bila razapeta žica između potpuno krutih krajeva teže bi bilo proizvesti kvalitetan ton. Kod realnog instrumenta kobilica i vrat instrumenta „rade“ i ne pretstavljaju apsolutno krute granične uslove, pa samim tim olakšavaju generisanje tona [51, 52]. Krute granice otežavaju uspostavljenje tona, što se pokazalo kao problem i kod numeričkog modelovanja interakcije žice i gudala sa potpuno krutim graničnim uslovima [53]. Određena vrsta disipacije neophodna je da bi se suzbile subharmonijske modulacije koje se vremenom pojavljuju pri konstantnoj pobudi gudaalom [54]. U uobičajenim uslovima gubici koji se javljaju usled fleksibilnosti graničnih uslova i gubici koji nastaju usled kretanja Helmholtcovog impulsa duž žice dovoljno su veliki da se može ostvariti stabilan ton. Osnovni, prvi harmonici tonova sviranih na kontrabasu u najčešće korišćenom registru nalaza se u opsegu od 40 Hz do 200 Hz, pa tako i frekvencije Helmholtcovog impulsa zauzimaju te vrednosti. Mod vrata kontrabasa se uobičajeno nalazi u opsegu od 50 Hz do 100 Hz, pa je njegova pokretljivost najveća upravo u frekvencijskom osegu Helmholtcovih impulsa. U tom opsegu nalaze se i druge snažne rezonance tela instrumenta.

## 2.11. Pozicija gudala

Kod gudačkih instrumenata položaj gudala ima veliki uticaj na ton instrumenta. Uobičajeno je da se gudaalom svira na sredini, podjednako udaljeno od kobilice i hvatnika. Kad se želi postići svetliji i oštrij zvuk žica se pobuđuje bliže kobilici, dok se udaljavanjem od kobilice postiže mutniji, mekši i tiši zvuk. Sila kojom se pritiska žica gudaalom kao i brzina prevlačenja gudala preko žice moraju biti dobro prilagođeni poziciji pobude u cilju postizanja kontinualnog tona odnosno dobrog Helmholtcovog kretanja žice. Istraživanja koja je sprovodio Šeleng [55], predstavljena na slici 2.13, definisala su granice, minimum i maksimum sile pritiska gudaalom u funkciji položaja gudala za koje se postiže stabilan ton. Prilikom sviranja bliže kobilici razlika između minimuma i maksimuma sile je manja, pa je u

tim pozicijama teže ostvariti adekvatan nivo pritiska gudalom. Sviranje veoma blizu kobilice rezultuje teško kontrolisanim i neprijatnim zvukom.



**Slika 2.13.** Minimum i maksimum dozvoljene sile u zavisnosti od pozicije pobude žice gudalom [55]

Helmholcovo kretanje, režim koji se uspostavlja prilikom sviranja gudalom, karakterišu neprekidne promene faze lepljenja žice za gudalo i njenog klizanja po strunama (*stick-slip*) [56]. Ovo kao posledicu ima konstantno oscilovanje žice na osnovnoj frekvenciji slobodne “prazne” žice. Frekvencijski sadržaj rezultujućeg zvuka definisan je formom stojećih talasa koji se javljaju duž žice. Na sredini žice nalaze se čvorovi svih parnih harmonika. Analogno tome, ako se žica podeli na  $n$  jednakih delova definišu se čvorovi za  $n$ -ti harmonik. Gudalo je prilikom sviranja u manjoj ili većoj meri položeno u blizini tačke gde se nalaze čvorovi ili trbusi nekih harmonika. Raman je analizirao mehanizam generisanja tona za različite relativne pozicije gudala ( $\beta$ ) [57]. Pobuđivanjem žice u čvoru rezultuje pojavom lobova u spektrima brzine žice, ali se ovi lobovi ne pojavljuju u spektru sile koja deluje na kobilicu [58].

Zvuk gudačkih instrumenata je spektralno bogat. Postoji puno harmonika, pa samim tim i puno čvorova i trbuha pozicioniranih duž žice. Boja zvuka se može značajno promeniti za relativno malu varijaciju u poziciji pobude. Ove varijacije muzičari redovno koriste kako bi se postigle određene tonske nijanse. Ovakva kontrola boje tona predstavlja sastavni deo jedne muzičke interpretacije. U

muzičkoj literaturi se za sviranje blizu hvatnika koristi oznaka *sul tasto*, a za sviranje blizu kobilice *sul ponticello*.

Varijacije u boji tona pri različitim pozicijama gudala ispitivao je Sanders za slučajeve držanja gudala u ruci. Takođe, koristio je i mašinska gudala, specijalno konstruisane mehaničke sisteme za pobudu žice, koja su za cilj imala postizanje ravnomerne i kontrolabilne pobude žice [59]. Gatler je takođe koristio mašinska gudala kako bi eksperimentalne rezultate upoređivao sa rezultatima dobijenim numeričkom simulacijom. Ovaj fizički model uzimao je u obzir i torzione talase na žici. Korišćen je kvazi-plastični algoritam za modelovanje trenja između gudala i žice. Ovakve simulacije mogu omogućiti ponovljivost koju je teško postići u eksperimentalnim merenjima.

### 3. ANALIZA MATERIJALA ZA IZRADU INSTRUMENATA

Graditelji instrumenata polažu posebnu pažnju pri izboru drveta od koga će se praviti muzički instrument. Rasličite vrste drveta imaju različite mehaničke karakteristike, pa čak i u okviru jedne vrste postoje velike varijacije u kvalitetu. One mogu poticati od starosti drveta, geografskog podneblja, načina sušenja, klimatskih uslova i raznih drugih parametara.

Svaki sastavni deo instrumenta, u skladu sa svojom ulogom, zahteva drvo određenih mehaničkih osobina. Bokovi kod gudačkih instrumenta prave se od drveta čvršćeg od onog koje se koristi za izradu prednje ili zadnje ploče. Neki delovi instrumenta, kao što su čivije ili hvatnik, koji su izloženi mehaničkom habanju izrađuju se od tvrdog materijala. Dobra procena pri izboru drveta, koja je uglavnom zasnovana na iskustvu graditelja, rezultovaće kvalitetom instrumenta. Merenja parametara kao što su gustina, moduo elastičnosti i faktor gubitaka mogu pomoći pri izboru i klasifikaciji materijala za izradu instrumenata.

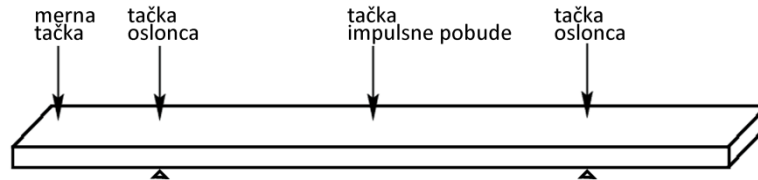
#### 3.1. Standardna metoda za proračunavanje modula elastičnosti na osnovu zvučne rezonance

Ako su poznati dimenzije i masa drvene grede, kao i njeni granični uslovi, moguće je merenjem odziva grede na neku pobudu odrediti njen Jangov moduo elastičnosti. Odziv uzorka se može zabeležiti akcelerometrom ili mikrofonom kako bi se u spektru snimljenih signala identifikovale frekvencije modova. Smenom svih poznatih veličina u jednačinu koja opisuje ponašanje posmatranog uzorka dobija se vrednost modula elastičnosti.

Pridržavajući se standardizovane procedure [60, 61] proračun karakteristika drvenog uzorka može se vršiti na osnovu snimanja impulsnog odziva. Postavka za takvo merenje prikazana je na slici 3.1. Test metoda je namenjena za utvrđivanje dinamičkih elastičnih karakteristika materijala na sobnoj temperaturi. Na osnovu



toga što uzorci poseduju mehaničke rezonance određene modulom elastičnosti, masom i geometrijskim karakteristikama, ovakvim merenjem mogu se ustanoviti karakteristike materijala.



**Slika 3.1.** Postavka za merenje Jangovog modula elastičnosti impulsnom eksitacijom

Rezonance se mogu identifikovati analizom spektra impulsnog odziva uzorka. Način oslanjanja uzorka, pozicija pobude impulsom, pozicija senzora ili mikrofona koji beleži impulsni odziv tako su definisani da se pobudi i zabeleži željeni mod vibracija. Ovakvom postavkom trebalo bi da se obezbedi da u spektru snimljenog signala najdominantnija komponenta bude prvi fleksioni mod. Identifikacijom frekvencije ovog moda Jangov moduo elastičnosti može se izračunati na osnovu formule

$$E = 0,9465 \left( \frac{mf_f^2}{l_z} \right) \left( \frac{l_x^3}{l_y^3} \right) T_1 \quad (3.1)$$

gde su  $l_x$ ,  $l_y$  i  $l_z$  dužina, debljina i širina grede respektivno izražene u milimetrima;  $m$  je masa u gramima; a  $f_f$  rezonantna frekvencija u hercima.  $T_1$  je korekcionni faktor koji je dat izrazom:

$$T_1 = 1 + 6,585(1 + 0,0752\mu + 0,8109\mu^2) \left( \frac{l_y}{l_x} \right)^2 - 0,868 \left( \frac{l_y}{l_x} \right)^4 - \left[ \frac{8,34(1 + 0,2023\mu + 2,173\mu^2) \left( \frac{l_y}{l_x} \right)^4}{1 + 6,338(1 + 0,1408\mu + 1,536\mu^2) \left( \frac{l_y}{l_x} \right)^2} \right] \quad (3.2)$$

gde je  $\mu$  Poasonov koeficijent. Kada je  $\frac{l_x}{l_y} > 20$  korekcionni faktor se može izračunati pomoću uprošćenog izraza:

$$T_1 = 1 + 6,585 \left( \frac{l_y}{l_x} \right)^2 \quad (3.3)$$

U tabeli 3.1 prikazane su moguće greške u proračunu Jangovog modula elastičnosti koje mogu nastati usled grešaka pri merenju pojedinih fizičkih veličina.

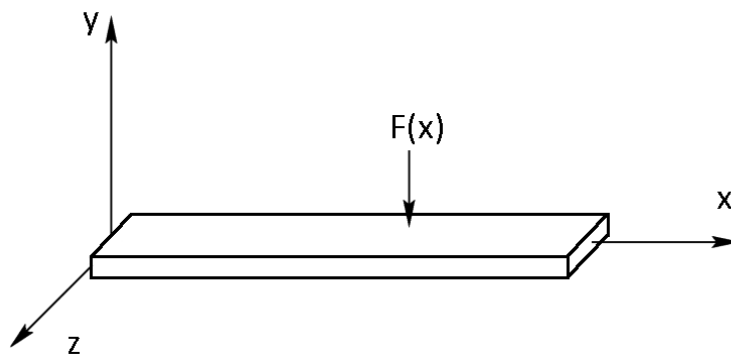
**Tabela 3.1.** Greške u proračunu kao posledica mernih grešaka

Merena veličina	Merna greška	Greška u proračunu
Frekvencija ( $f_f$ )	0,1%	0,2%
Dužina ( $l_x$ )	0,1%	0,3%
Masa ( $m$ )	0,1%	0,1%
Širina ( $l_z$ )	0,1%	0,1%
Debljina ( $l_y$ )	0,1%	0,3%

### 3.2. Metode proračuna sopstvenih modova grede

Uzorak drveta može se analizirati pri različitim graničnim uslovima, a ne samo onim propisanim standardom, pa je potrebno utvrditi dinamički odziv grede u opštem slučaju. Za gredu dimenzija  $l_x \times l_y \times l_z$  prikazanu na slici 3.2 za neku tačku duž  $x$ -ose može se definisati transversalni pomeraj  $y(x,t)$ . Ako se sa  $F(x)$  označi transversalna podužna sila, onda se za neku tačku može pisati diferencijalna jednačina koja opisuje fleksione vibracije grede [37]:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m'(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F(x) \quad (3.4)$$



**Slika 3.2.** Drvena greda – orijentacija osa

gde je

$$m'(x) = \frac{m}{l_x} \quad (3.5)$$

podužna masa grede. Za fleksionu krutost, proizvod Jangovog modula elastičnosti  $E$  i površinskog momenta inercije  $I$ , važi:

$$EI = const \quad (3.6)$$

Za Jangov moduo elastičnosti može se smatrati da je nepromenljiv po dužini uzorka, dok se površinski momenat inercije izračunava prema formuli

$$I = \iint y^2 dydz \quad (3.7)$$

Za slučaj grede prikazane na slici 3.2. izraz postaje

$$I = l_z \int_{-\frac{l_y}{2}}^{\frac{l_y}{2}} y^2 dz = \frac{l_z l_y^3}{12} \quad (3.8)$$

Ako nema spoljne sile koja deluje na gredu jednačina 3.4 postaje

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) + m'(x) \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0 \quad (3.9)$$

Za neku kružnu učestanost  $\omega$  transverzalni pomeraj može se predstaviti kao:

$$y = \phi(x) \sin(\omega t) \quad (3.10)$$

gde je  $\phi(x)$  funkcija koja opisuje oblik moda. Za ovako definisani pomeraj važi:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \sin(\omega t) \frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\phi(x) \omega^2 \sin(\omega t) \quad (3.12)$$

Smenjivanjem 3.11 i 3.12 u jednačinu 3.9 dobija se:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \sin(\omega t) \frac{\partial^2 \phi(x)}{\partial x^2} \right) - m'(x) \phi(x) \omega^2 \sin(\omega t) = 0 \quad (3.13)$$

Za konstantnu podužnu masu  $m'(x) = \text{const}$ , i konstantnu fleksionu krutost  $EI = \text{const}$  dobija se izraz:

$$\frac{\partial^4 \phi(x)}{\partial x^4} - \frac{m' \omega^2}{EI} \phi(x) = 0 \quad (3.14)$$

koji se uvođenjem smene:

$$a^4 = \frac{m' \omega^2}{EI} \quad (3.15)$$

svodi na izraz:

$$\frac{\partial^4 \phi(x)}{\partial x^4} - a^4 \phi(x) = 0 \quad (3.16)$$

Rešenje ove diferencijalne jednačine ima opšti oblik:

$$\phi(x) = A \sin(ax) + B \cos(ax) + C \sinh(ax) + D \cosh(ax) \quad (3.17)$$

Ova funkcija definiše oblik moda koji se javlja na gredi prilikom njenog oscilovanja. Za određene slučajeve, uzimajući u obzir granične uslove, određuju se konstante  $A$ ,  $B$ ,  $C$  i  $D$  pa se kao rezultat dobija karakteristična jednačina za dati uzorak.

Tako u slučaju grede pričvršćene samo sa jedne strane dok joj drugi kraj slobodno vibrira prvi granični uslovi je

$$\phi(0) = 0 \quad (3.18)$$

Ovaj granični uslov govori da nema izvijanja grede u poziciji  $x=0$  na mestu gde je greda pričvršćena. Kako je u tački u kojoj je uzorak pričvršćen on uvek horizontalan, prvi izvod ove funkcije mora biti jednak nuli.

$$\phi'(0) = 0 \quad (3.19)$$

Na drugom kraju uzorka, u tački  $x=L$ , ne postoji momenat savijanja i nema smicanja što je predstavljeno graničnim uslovima:

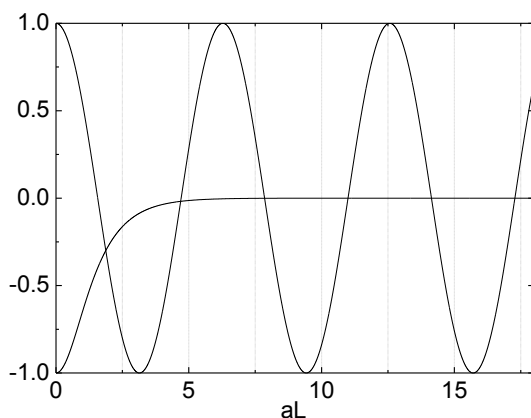
$$\phi''(L) = 0 \quad (3.20)$$

$$\phi'''(L) = 0 \quad (3.21)$$

respektivno. Uvodeći granične uslove za slučaj grede pričvršćene na samo jednom kraju, karakteristična jednačina postaje:

$$\cos(aL) \cosh(aL) + 1 = 0 \quad (3.22)$$

što predstavlja karakterističnu jednačinu za datu postavku. Parametar  $aL$  može se dobiti rešavanjem jednačine 3.22. Jednačina se najlakše može rešiti grafičkom metodom kao presečna tačka funkcija  $\cos(aL)$  i  $-1/\cosh(aL)$ , što je prikazano na slici 3.3.



**Slika 3.3.** Grafičko rešavanje karakteristične jednačine  $\cos(aL) \cosh(aL) + 1 = 0$  za slučaj grede pričvršćene na jednom kraju

Rešenja ove jednačine su  $aL = 1,8751; 4,6941; 7,8548; 10,9955; 14,1372; 17,2788; 20,4204$  itd. Kako je dužina grede  $L = l_x$  poznata veličina mogu se proračunati vrednosti parametra  $a$  za date granične uslove. Na osnovu jednačina 3.8 i 3.15 može se dobiti izraz za kružnu učestanost  $\omega$ :

$$\omega = \sqrt{\frac{EIa^4}{m'}} = a^2 l_y \sqrt{\frac{El_x l_y l_z}{12m}} \quad (3.23)$$

na osnovu koga se za gredu poznatih dimenzija, mase i Jangovog modula elastičnosti mogu izračunati vrednosti kružne učestanosti.

U slučaju grede koja je slobodna na oba kraja, analogno prethodno izloženom, granični uslovi su:

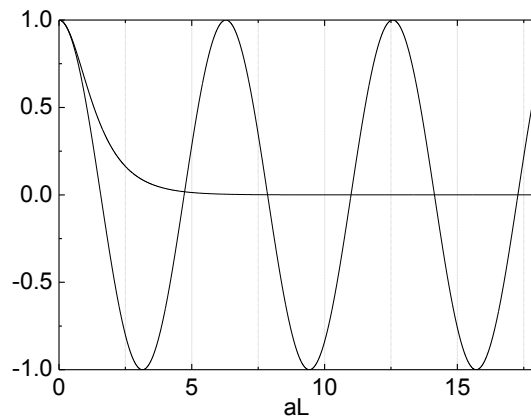
$$\phi''(0) = 0$$

$$\begin{aligned}\phi'''(0) &= 0 \\ \phi''(L) &= 0 \\ \phi'''(L) &= 0\end{aligned}\tag{3.24}$$

pa karakteristična jednačina glasi:

$$\cos(aL) \cosh(aL) - 1 = 0\tag{3.25}$$

Parametar  $aL$  može se dobiti rešavanjem jednačine 3.25 grafičkom metodom kao presečna tačka funkcija  $\cos(aL)$  i  $1/\cosh(aL)$  što je prikazano na slici 3.4.



**Slika 3.4.** Grafičko rešavanje karakteristične jednačine  $\cos(aL) \cosh(aL) - 1 = 0$  za slučaj grede sa oba slobodna kraja

Rešenja ove jednačine su  $aL = 0; 4,7300; 7,8532; 10,9956; 14,1372; 17,2788; 20,4204$  itd. Ako se odbaci nula kao trivijalno rešenje, prva sledeća vrednost (4,7300) približno se poklapa sa drugim modom vibracija u slučaju grede ukrućene sa jedne strane (4,6941). Upoređujući grafike na slikama 3.3 i 3.4 može se primetiti da će za oba slučaja greda imati rezonance na gotovo istim frekvencijama izuzev rezonance za  $aL = 1,8751$ , što je najniža rezonanca u slučaju grede ukrućene sa jedne strane.

U slučaju grede ukrućene na oba kraja granični uslovi su:

$$\begin{aligned}\phi(0) &= 0 \\ \phi'(0) &= 0\end{aligned}$$

$$\phi(L) = 0$$

$$\phi'(L) = 0 \quad (3.26)$$

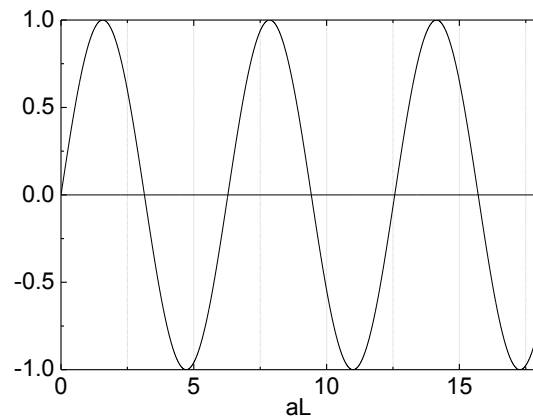
pa karakteristična jednačina ima oblik:

$$\sin(aL) = 0 \quad (3.27)$$

Rešenje jednačine imaju vrednosti definisane izrazom:

$$aL = n\pi, n = 1, 2 \dots \quad (3.28)$$

što je i grafički prikazano na slici 3.5.



**Slika 3.5.** Grafičko rešavanje karakteristične jednačine

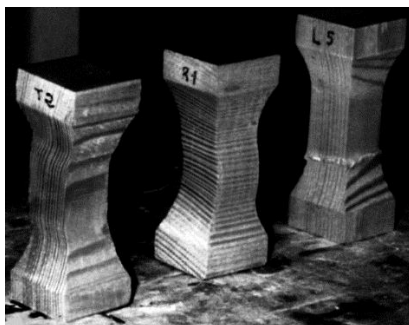
$\sin(aL) = 0$  za slučaj grede sa oba ukružena kraja

Na osnovu izraza 3.28 rešenja su u ovom slučaju  $aL = 0; 3,1416; 6,2832; 9,4248; 12,5664; 15,7080; 18,8496$  itd.

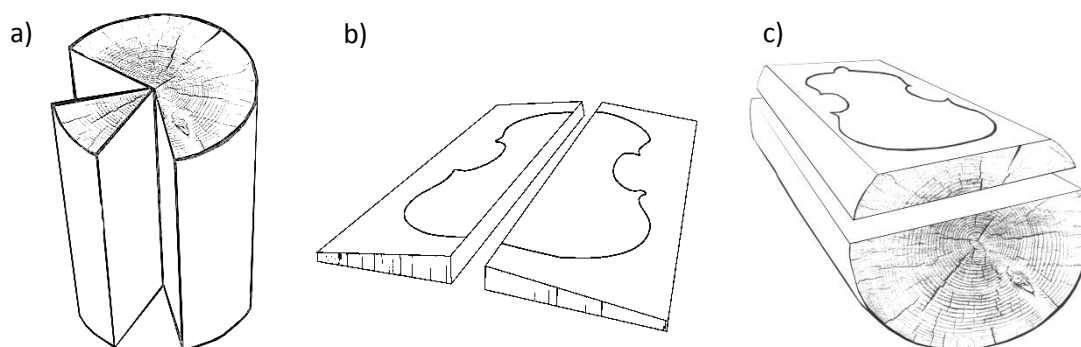
### 3.3. Mehaničke karakteristike drveta

Drvo kao materijal, usled svoje unutrašnje strukture, ima različite vrednosti modula elastičnosti za različite pravce orijentacije uzoraka. Zbog toga je drvo tipičan primer ortotropnog materijala, kod kojih se moduo elastičnosti razlikuje za pravce tri međusobno ortogonalne ose. Tako postoje tangencijalni, radijalni i longitudinalni moduo elastičnosti. Različiti pravci orijentacije drveta prikazani su

na primeru epruveta na slici 3.6. Za dvodimenzionu geometriju, kakav je slučaj kod ploča instrumenta, različiti moduli elastičnosti koji se javljaju za različite pravce utičaće na izgled modova koji se javljaju na prednjoj i zadnjoj ploči. Zbog toga određivanje orijentacije drveta od koga će se napraviti instrument precizno je definisano.



**Slika 3.6.** Epruvete za ispitivanje mehaničkih karakteristika drveta sečene u različitim pravcima. Sa leva na desno: tangencijalni pravac, radijalni pravac i longitudinalni pravac [62]



**Slika 3.7.** Pravci sečenja drveta za izradu gudačkih instrumenata. a) Pravac sečenje komada drveta za izradu ploče instrumenta b) Spajanje leve i desne polovine komada za izradu ploče c) Alternativni način sečenja drveta za izradu zadnje ploče instrumenta

Kod gudačkih instrumenata komadi drveta se tako orijentišu da duža dimenzija ploče instrumenta prati longitudinalni pravac debla dok se kraća dimenzija postavlja u radijalnom pravcu, kao na slici 3.7a. Na ovaj način se dobijaju leva i desna polovina komada drveta od koga se prave prednja i zadnja ploča instrumenta što je prikazano na slici 3.7b. Na slici 3.7c prikazan je još jedan način sečenja zadnje ploče, gde se iz dekorativnih razloga drvo tako seče da kraća



dimenzija ploče prati tangencijalni pravac, a duža longitudinalni. U ovom slučaju potrebno je imati dovoljno veliko deblo, jer se tada ploča pravi od jednog komada drveta.

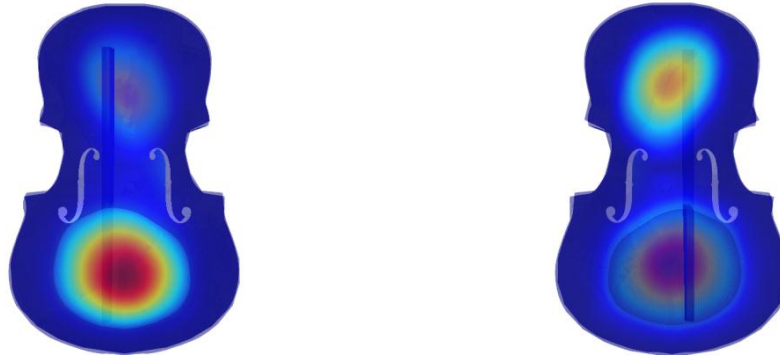
Kod drveta koje se koristi za izradu instrumenata razlike u vrednostima modula elastičnosti za različite pravce mogu da budu velike. Za smreku koja se koristi za izradu gitara moduo elastičnosti u longitudinalnom pravcu je 13,6 GPa dok je u radijalnom pravcu svega 0,24 GPa [21]. Za gudačke instrumente najveće razlike koje se sreću, a navedene su u literaturi, su 16 GPa i 0,5 GPa za longitudinalni i radijalni pravac respektivno.

Rezultati merenja prikazani u literaturi pokazuju da promena sadržaja vlage sa 8% na 13% u uzorku drveta prouzrokuje promenu vrednosti modula elastičnosti od 10% [63]. Varijacije u izmerenim modulima elastičnosti za dva drvena uzorka od istog komada drveta sa istom orijentacijom godova mogu biti 20%. Najveće variranje se javlja usled promene orijentacije uzorka drveta, pa tako Jangov moduo za javor iznosi 13 GPa i 0,38 GPa za longitudinalnu i radijalnu orijentaciju respektivno [21]. U zavisnosti od gustine drveta moduo elastičnosti kod javora varira u granicama od 11 do 15 GPa.

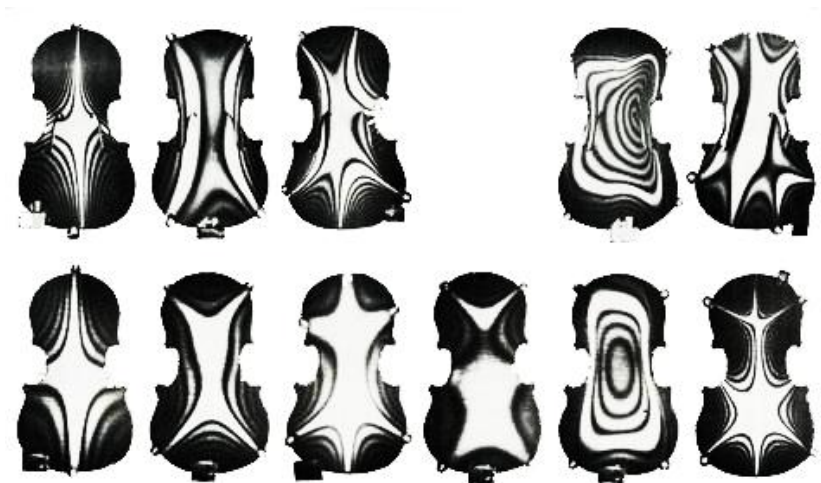
### 3.4. Uticaj karakteristika drveta na izgled modova

Figure modova, pozicije čvorova i trbuha, odnosno funkcije pomeraja  $\phi(x, y)$  koji se javljaju na pločama za pojedine frekvencije diktira geometrija instrumenta. Izgled funkcije moda  $\phi(x, y)$  koji se javlja na prednjoj i zadnjoj ploči kontrabasa dobijen numeričkom simulacijom prikazan je na slici 3.8. U pitanju je mod koji se javlja na frekvenciji najniže rezonance instrumenta.

Modovi na ovoj frekvenciji, kao i na frekvencijama ostalih karakterističnih modova gudačkih instrumenata, formiraju prepoznatljive oblike na površini stranica instrumenta koje se mogu zabeležiti laserskom holografijom [36]. Na slici 3.9 je prikazan izgled modova violine dobijen laserskom vibrometrijom.



**Slika 3.8.** Pomeraji koji se javljaju na prednjoj i zadnjoj ploči kontrabasa na frekvenciji najnižeg moda  $f$ - dobijeni numeričkom simulacijom



**Slika 3.9.** Vizualizacija modova violine primenom laserske vibrometrije [41]

Drvo i njegove karakteristike imaju značajnu ulogu u ukupnom zvuku kontrabasa. Jangov moduo elastičnosti, specifična masa i faktor prigušenja su parametri koji imaju najveći uticaj na akustički odziv instrumenta. Za dva instrumenta potpuno istih dimenzija i proporcija, koji bi bili napravljeni od različitih vrsta drveta, tonske karakteristike bile bi različite. Karakteristični modovi prikazani na slici 3.9 javljaju se na svim violinama u sličnim formama. Ono što će činiti glavnu razliku između njih su frekvencije na kojima se nalaze ti modovi. Pod uslovom nepromenjene geometrije to je direktno određeno Jangovim modulom elastičnosti i specifičnom masom materijala. Damping faktor, koji je po pravilu frekvencijski zavistan, učiniće da ovako definisani modovi budu manje ili više prisutni u odzivu instrumenta.

## 4. METODE ZA ANALIZU ZVUKA I VIBRACIJA KONTRABASA

Zvuk koji zrači jedan instrument zavisi od odziva rezonatora na pobudu žicom preko kobilice. Vibracije koje se javljaju u strukturi instrumenta čine da on osciluje emitujući zvučnu energiju u prostor. Modovi oscilovanja koji se javljaju na instrumentu, njihov oblik, intenzitet i frekvencija, direktno su povezani sa onim što instrument zrači. Zato je jedan od najvažnijih alata u muzičkoj akustici vizualizacija modova oscilovanja tela instrumenata. Njihova kvantifikacija veoma je bitna u procesu pravljenja i procenjivanja instrumenata. Različite metode su prisutne u praksi, ali je za sve karakteristično da zahtevaju skupu i sofisticiranu opremu.

Da bi se razumele vibracije nekog sistema potrebno je ostvariti vizualizaciju odziva sistema na poznati test signal. Pri tome se mogu primenjivati različite metode, kao što su merenje vibracija kontaktnim senzorom, laserska vibrometrija ili near field holografija (NFH, Near Field Holography). NFH je dobro poznat metod, ali se u praksi veoma retko koristi zbog ustaljenog mišljenja da merenje u bliskom polju ima lošu ponovljivost i veliku mernu nesigurnost. To je donekle tačno zbog toga što iznad složene strukture koja vibrira postoji veliki broj minimuma i maksimuma, pa će pozicija u kojoj se postavlja mikrofoni imati veći uticaj na izmereni signal nego sam posmatrani zvučni izvor.

U akustičkoj holografiji mikrofonski niz se postavlja veoma blizu, pa se za neki tipični izvor čije su dimenzije reda veličine 1 m mikrofonski niz od 3 m pozicionira na udaljenost od 2 cm, što obezbeđuje veliki prostorni ugao pod kojim se objekat vidi [64]. U literaturi se za ovakvu udaljenost od izvora pojavljuje sintagma „ekstremno blisko bolje“ (*extreme nearfield*).

Međutim, snimanje mikrofonom u veoma bliskom polju (*Very Near Field*) je metoda koja nije zahtevna po pitanju potrebnog hardvera, a ostvaruje dobre rezultate kao mnogo sofisticiranije i skuplje metode.

## 4.1. Veoma blisko polje

U akustici su veoma dobro poznati termini blisko i daleko polje. Za tačkasti zvučni izvor specifična akustička impedansa je:

$$Z = \frac{p}{u} = \rho c \frac{jkr}{1 + jkr} \quad (3.29)$$

gde je  $k = \omega/c$  talasni broj, a  $r$  udaljenost od zvučnog izvora. Kada važi  $kr > 1$  impedansa se svodi na realnu komponentu  $\rho c$ , pa su u tom slučaju pritisak i brzina u fazi i može se smatrati da se tačka nalazi u dalekom polju. Za slučaj kada je  $kr < 1$  impedansa ima imaginarnu vrednost, dakle postoji fazni pomeraj između brzine i pritiska. U ovom slučaju može se reći da se tačka nalazi u bliskom polju zvučnog izvora.

Ako je  $kr$  beskonačno malo impedansa takođe teži nuli, što implicira da za ove vrednosti pritisak mora biti jednak nuli, što u praksi nije slučaj. U slučaju da zvučni izvor nije beskonačno mali tačkasti izvor i da je udaljenost tačke posmatranja manja od dimenzija izvora zvuka može se govoriti o veoma bliskom polju (Very Near Field).

Ako se mernim mikrofonom registruje zvuk u veoma bliskom polju (Very Near Field), na samo 3 mm od vibrirajuće površine, ponovljivost ovakvih merenja će se povećati u odnosu na merenja u bliskom polju. Pri takvoj postavci pritisak iznad posmatrane površine direktno je srazmeran brzini oscilovanja vibrirajuće površine. Veoma blisko polje je ograničeno temperaturnim graničnim slojem i viskoznošću vazduha, geometrijom izvora, talasnom dužinom emitovanog zvuka i funkcijom opadanja zvučnog pritiska u zavisnosti od rastojanja od posmatrane površine. Granice veoma bliskog polja određene su opadanjem nivoa zvučnog pritiska za 1 dB u odnosu na nivo zvučnog pritiska na vibrirajućoj površini [65, 66].

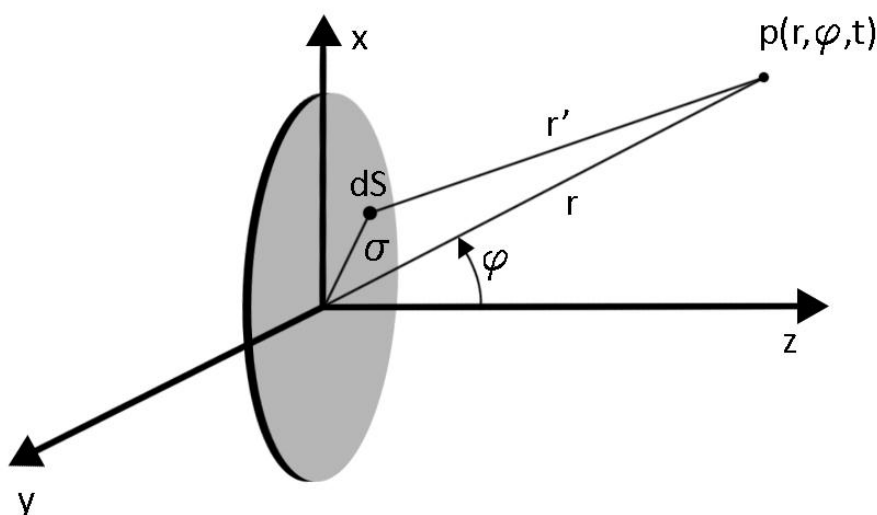
## 4.2. Granica veoma bliskog polja

U slučaju klipa poluprečnika  $a$  prikazanog na slici 4.1 primenom Rejljevog integrala

$$p(r) = \frac{jk\rho_0cu_0}{2\pi} \int_S \frac{e^{-jkr'}}{r'} dS \quad (4.1)$$

za klip površine  $S$  dobija se integral kojim je određen zvučni pritisak u osi klipa [67]

$$p(r) = \frac{jk\rho_0cu_0}{2\pi} \int_0^a \frac{e^{jk\sqrt{r^2+\sigma^2}}}{\sqrt{r^2+\sigma^2}} 2\pi\sigma d\sigma \quad (4.2)$$



**Slika 4.1.** Ilustracija uz objašnjenje zračenja klipa

Uvođenjem smene  $a^2 = r^2 + \sigma^2$  dalje sledi da je:

$$p(r) = \rho_0cu_0(e^{jk\sqrt{r^2+a^2}} - e^{jkr}) \quad (4.3)$$

Korišćenjem Ojlerove formule izraz se može razviti kao:

$$p(r) = \rho_0cu_0[\cos(k\sqrt{r^2+a^2}) + jsin(k\sqrt{r^2+a^2}) - \cos(kr) - jsin(kr)] \quad (4.4)$$

što uz elementarne trigonometrijske transformacije postaje:

$$p(r) = \rho_0 c u_0 \left[ -2 \sin \frac{k\sqrt{r^2+a^2}+kr}{2} \sin \frac{k\sqrt{r^2+a^2}-kr}{2} + j 2 \cos \frac{k\sqrt{r^2+a^2}+kr}{2} \sin \frac{k\sqrt{r^2+a^2}-kr}{2} \right] \quad (4.5)$$

Ako se ponovo primeni Ojlerova transformacija dobija se izraz:

$$p(r) = 2j\rho_0 c u_0 \sin \frac{k\sqrt{r^2+a^2}-kr}{2} e^{j\left(\frac{k\sqrt{r^2+a^2}+kr}{2}\right)} \quad (4.6)$$

pa je amplituda pritiska:

$$P(r) = 2\rho_0 c u_0 \sin \left[ \frac{k}{2} (\sqrt{r^2+a^2} - r) \right] \quad (4.7)$$

ili drugačije:

$$P(r) = 2\rho_0 c u_0 \sin \left[ \frac{k}{2} \frac{a^2}{(\sqrt{r^2+a^2} + r)} \right] \quad (4.8)$$

Kada je  $r \gg a$ , za slučaj niskih frekvencija ( $ka < 1$ ), može se pisati [66]:

$$P(r) = \frac{\rho_0 c u_0 k a^2}{(\sqrt{r^2+a^2} + r)} \quad (4.9)$$

pa je amplituda pritiska u dalekom polju ( $r \gg a$ ):

$$P_{FF}(r) = \frac{\rho_0 c u_0 k a^2}{2r} \quad (4.10)$$

Na osnovu jednačine 4.8 za tačku koja je veoma blizu centra klipa ( $r \ll a$ ) može se pisati:

$$P_{VNF}(r) = 2\rho_0 c u_0 \sin \frac{ka}{2} \quad (4.11)$$

Za niske frekvencije ( $ka < 1$ ) važi:

$$P_{VNF}(r) = \rho_0 c u_0 k a \quad (4.12)$$

pa se iz jednačina 4.10 i 4.12 dobija:

$$P_{VNF}(r) = \frac{2r}{a} P_{FF}(r) \quad (4.13)$$

Iz ovoga se vidi da je amplituda pritiska u dalekom polju direktno proporcionalna amplitudi pritiska u veoma bliskom polju. Ako se podele jednačine 4.7 i 4.12 uz smenu

$$\sin \left[ \frac{k}{2} (\sqrt{r^2 + a^2} - r) \right] \approx \frac{k}{2} (\sqrt{r^2 + a^2} - r) \quad (4.14)$$

koja važi kada je  $ka < 1$ , dobija se izraz koji pokazuje zavisnost pritiska na niskim frekvencijama u funkciji udaljenosti pozicije merenja od posmatranog klipa:

$$\frac{p_{axis}}{P_{VNF}} = \sqrt{\left(\frac{h}{a}\right)^2 + 1} - \frac{h}{a} \quad (4.15)$$

Na osnovu ovog izraza može se odrediti granica veoma bliskog polja kao udaljenost od ploče na kojoj u osi nivo zvuka opadne za 1 dB. Granica veoma bliskog polja se procenjuje izrazom [65]

$$h = 0,11a \quad (4.16)$$

U opštem slučaju kompleksnih vibrirajućih struktura svaki antinod (trbuh) može se modelovati klipom, pa je granica veoma bliskog polja određena širinom antinoda  $a$  (razmakom između dva čvora na vibrirajućoj površini), kao i oblikom vibrirajuće površine. Ako je ispoštovan ovaj uslov zvučni pritisak u tački između vibrirajuće površine i membrane mikrofona direktno je proporcionalan brzini oscilacija analizirane površine.

### 4.3. Brzina oscilovanja i zvučni pritisak u veoma bliskom polju

Neka je  $\varphi$  akustički potencijal iznad neke površine koja vibrira. Za bilo koju tačku u prostoru važi Helmholtzova jednačina [68]:

$$\nabla^2 \varphi + k^2 \varphi = 0 \quad (4.17)$$

U neposrednoj blizini površine funkcija  $\varphi$  može se razviti kao Tejlorov polinom:

$$\varphi(x, y, z) \approx \varphi(z=0) + \left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|^{z=0} \cdot z + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \right|^{z=0} \cdot z^2 \quad (4.18)$$

Prvi izvod funkcije potencijala po  $z$  daje normalnu komponentu brzine:

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right|^{z=0} = v_z(x, y, 0) = v_{z0} \quad (4.19)$$

koja je na graničnoj površi jednaka brzini oscilovanja ploče  $v_{z0}$ . Uvodeći  $v_{z0}$  u jednačinu 4.18 dobija se:

$$\varphi(x, y, z) \approx \varphi(z=0) + v_{z0}z + \frac{1}{2} \frac{\partial v_{z0}}{\partial z} z^2 \quad (4.20)$$

Helmholcova jednačina može se predstaviti u sledećem obliku:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi + k^2 \varphi = 0 \quad (4.21)$$

pa se smenom izraza za  $\varphi$  iz jednačine 4.20 dobija:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varphi + k^2 \varphi(z=0) + k^2 v_{z0}z + \frac{1}{2} k^2 \frac{\partial v_{z0}}{\partial z} z^2 = 0 \quad (4.22)$$

Za slučaj kada  $z \rightarrow 0$  dobija se:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi + k^2 \varphi(z=0) + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (4.23)$$

Potencijal  $\varphi$  na posmatranoj površini može se predstaviti pomoću sinusne funkcije u zavisnosti od prostornih kordinata  $x$  i  $y$ :

$$\sin\left(\frac{2\pi x}{L}\right) ; \sin\left(\frac{2\pi y}{L}\right) \quad (4.24)$$

gde je  $L$  prostorna talasna dužina talasa koji se javljaju na vibrirajućoj ploči. Onda se prvi član iz jednačine 4.23 može aproksimirati kao:

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \varphi \sim \left( \frac{2\pi}{L} \right)^2 \varphi \quad (4.25)$$

Za emitovan zvuk u vazduhu važi:



$$k^2 \varphi = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \varphi \quad (4.26)$$

pa jednačina 4.23. postaje:

$$\left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \varphi + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \varphi + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0 \quad (4.27)$$

Kada je  $\lambda \gg L$ , što je uglavnom zadovoljeno, drugi član u jednačini može se zanemariti. Helmholtcova jednačina postaje Laplasova jednačina:

$$\nabla^2 \varphi = 0 \quad (4.28)$$

Izraz 4.28 predstavlja jednačinu nestišljivog fluida. Zvučni talasi su kompresiono-dekompresioni talasi, pa zvučni pritisak ne bi ni postojao ako bi ova formula važila [68]. Kao što je pokazano, do ove formule se dolazi uz određene aproksimacije. U realnosti to nije slučaj, pa pritisak uz površinu ima neku malu vrednost koja se može aproksimirati. Uz površinu sve komponente brzine su istog reda veličine. Na osnovu pretpostavke iskazane u jednačina 4.24 može se pisati da je:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} \sim \left(\frac{2\pi}{L}\right) \varphi \quad (4.29)$$

što se može proglasiti nekom brzinom  $v_0$ . Tako se može dobiti relacija:

$$\varphi \sim \frac{L}{2\pi} v_0 \quad (4.30)$$

pa se na osnovu jednačine:

$$p = -j\omega\rho\varphi \quad (4.31)$$

može pisati da je:

$$p \sim -j\omega\rho \frac{L}{2\pi} v_0 = -jc\rho \frac{L}{\lambda} v_0 \quad (4.32)$$

U blizini ploče zvučni pritisak zavisi od odnosa talasne dužine i prostorne talasne dužine koja se javlja na ploči koja osciluje. Fazna razlika između brzine i pritiska je u ovom slučaju oko  $90^\circ$ . U tabeli 4.1 navedene su relacije koje važe za brzinu i pritisak u bliskom polju, dalekom polju i u veoma bliskom polju.

**Tabela 4.1.** Pritisak i brzina oscilovanja čestice u zavisnosti od udaljenosti od izvora zvuka [68]

Naziv	Uslov	$v$ [m/s]	$p$ [Pa]	Faza
Veoma blisko polje	$r_n \ll \frac{L}{2\pi} \ll \frac{\lambda}{2\pi}$	$u(r_n) \approx constant$ $u(f) = constant$	$p(r_n) \approx constant$ $p(f) \sim f$	$80^\circ-90^\circ$
Blisko polje	$\frac{L}{2\pi} \ll r_n \ll \frac{\lambda}{2\pi}$	$u(r_n) \sim r^{-2}$	$p(r_n) \sim r^{-1}$	$80^\circ-10^\circ$
Daleko polje	$r_n \gg \frac{\lambda}{2\pi}$	$u(r_n) \sim r^{-1}$	$p(r_n) \sim r^{-1}$	$0^\circ-10^\circ$

#### 4.4. Zračenje ploče

Za zvučni pritisak u okolini ploče može se uopšteno pisati:

$$p(x, y, z, t) = \hat{p}(x, y, z)e^{-j\omega t} \quad (4.33)$$

gde je:

$$\hat{p}(x, y, z) = \hat{p}_0 e^{jk_x x} e^{jk_y y} e^{jk_z z} \quad (4.34)$$

Ovaj izraz mora zadovoljiti talasnu jednačinu:

$$\nabla^2 \hat{p} + k^2 \hat{p} = 0 \quad (4.35)$$

Kao posledica dobija se izraz koji važi u okolnom vazduhu:

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (4.36)$$

U vazduhu pri samoj površini ploče koja osciluje talasni brojevi  $k_x$  i  $k_y$  određeni su talasnim brojevima transverzalnih talasa koji se javljaju na ploči, pa su:

$$k_x = \frac{n\pi}{l_x}; \quad k_y = \frac{m\pi}{l_y} \quad (4.37)$$

gde su  $l_x$  i  $l_y$  dimenzije ploče, a  $n$  i  $m$  prirodni brojevi koji definišu izgled moda ploče. Na osnovu jednačine 4.36 za talasni broj  $k_z$  može se pisati da je:

$$k_z^2 = k^2 - (k_x^2 + k_y^2) \quad (4.38)$$

Prostiranje talasa, odnosno zračenje ploče u prostor definisano je članom  $e^{jk_z z}$ . U slučaju kada su talasni brojevi koji se javljaju na vibrirajućoj ploči ( $k_x$  i  $k_y$ ) veći nego talasni broj u vazduhu ( $k$ ), odnosno kada važi relacija:

$$(k_x^2 + k_y^2) > k^2 \quad (4.39)$$

$k_z$  je imaginaran broj, pa se može pisati:

$$k_z = j|\alpha| \quad (4.40)$$

gde je  $\alpha$  pozitivan realan broj. Kada se ova vrednost zameni u izraz  $e^{jk_z z}$  dobija se:

$$e^{-|\alpha|z} \quad (4.41)$$

Iz gornjeg izraza se vidi da ovakav talas eksponencijalno opada sa povećavanjem rastojanja od ploče. U slučaju kada su talasni brojevi koji se javljaju na vibrirajućoj ploči ( $k_x$  i  $k_y$ ) manji nego talasni broj u vazduhu ( $k$ ), to jest kada važi relacija:

$$(k_x^2 + k_y^2) < k^2 \quad (4.42)$$

rešenje jednačini je realan broj:

$$k_z = |\alpha| \quad (4.43)$$

Nakon smene u izraz  $e^{jk_z z}$  dobija se

$$e^{j|\alpha|z} \quad (4.44)$$

U tom slučaju javlja se prostiranje talasa u z pravcu. Za niske frekvencije talasne dužine zvuka u vazduhu mnogo su veće od onih koje se javljaju na ploči, što kao posledicu ima slabije zračenje ploče u tom opsegu.

## 4.5. Numeričko modelovanje

Za rešavanje problema u polju zvučnog pritiska pored analitičkih mogu se koristiti i razna numerička rešenja. Za akustički pritisak  $p(x,y,z)$  u nekom domenu važi Helmholtcova jednačina drugog reda [69]:

$$\nabla^2 p(x, y, z) + k^2 p(x, y, z) = -j\rho\omega q(x, y, z) \quad (4.45)$$

Rešenje ovog problema bila bi neka funkcija  $p(x, y, z)$  koja pored jednačine (4.45) mora ispuniti i zadate granične uslove. Dve najpopularnije metode za rešavanje ovih i sličnih problema koji se mogu sresti u oblasti akustike su metoda konačnih razlika (Finite Difference Method) i metoda konačnih elemenata (Finite Element Method).

Jedan od načina za rešavanje problema je da se umesto izvoda u kontinualnoj diferencijalnoj jednačini stave razlike između dva diskretna stanja. Ovakav pristup koristi se u metodi konačnih razlika [70]. Diferencijalna jednačina mora postati diskretna i definisana sa konačnim brojem elemenata kako bi je računar mogao rešiti.

Kontinualna funkcija koja, na primer, opisuje izgled talasnog oblika koji se javlja na žici pri njenom oscilovanju može se diskretizovati na  $m$  prostornih segmenata. Kontinualni otklon žice sada je predstavljen vrednostima niza od  $m$  elemenata. Za određeni vremenski trenutak ovaj niz se može označiti sa  $y^n$ . Talasni oblik žice se kontinualno menja pa se može definisati vremenski korak  $k$  kako bi se ove promene diskretizovale u vremenu. Koeficijent  $k$  se može posmatrati i kao recipročna vrednost frekvencije odabiranja:

$$k = 1/f_s \quad (4.46)$$

Nakon vremenskog intervala  $k$  niz zauzima druge vrednosti, što se može označiti sa  $y^{n+1}$ . Ove vrednosti određene su diferencijalnim jednačinama koje opisuju talasno kretanje žice. U slučaju analitičkog rešavanja diferencijalnih jednačina potrebni su početni uslovi, u ovom slučaju pomeraj i brzina. Za slučaju ovako diskretizovanih veličina početni uslovi se mogu definisati kao:

$$y^0 = y_0 \quad (4.47)$$

$$\delta_{t+} y^0 = v_0 \quad (4.48)$$

gde su  $y_0$  i  $v_0$  početni pomeraj i brzina respektivno,  $y^0$  je početna vrednost niza, dok je  $\delta_{t+}$  uobičajena oznaka za operator diferenciranja koji je po definiciji:

$$\delta_{t+}y^n = \frac{1}{k}(y^{n+1} - y^n) \quad (4.49)$$

Dakle, sistem se inicira sa dve vrednosti, uobičajeno  $y^0$  i  $y^1$ , gde se vrednosti niza  $y^1$  izračunavaju kao

$$y^1 = y_0 + kv_0 \quad (4.50)$$

Znajući vrednosti niza u trenucima  $t=0$  i  $t=k$  ( $y^0$  i  $y^1$ ) definisani su početni pomeraj i početna brzina.

Metoda konačnih elemenata jedan je od najčešće korišćenih alata za numeričko modelovanje. Pri rešavanju problema ovom metodom koriste se test funkcije čija kombinacija može dati rezultat koji je približan tačnom rešenju [71]. Rešavanje svakog problema ovom metodom može se principijelno podeliti na tri dela. Prvo je potrebno problem predstaviti pronalaženjem slabog rešenja diferencijalne jednačine [72]. Tome sledi diskretizacija ovog izraza, nakon čega dolazi pronalaženje efektivnog rešenja FEM jednačine.

Helmholcova jednačina za jednodimenzioni slučaj može se pisati u opštem obliku kao:

$$\frac{d^2p}{dx^2} + k^2p(x) = l(x) \quad (4.51)$$

gde je  $l(x)$  funkcija u jednodimenzionom intervalu  $[0,1]$  u posmatranom domenu koji se može označiti sa  $\Omega$ . Granični uslovi, primera radi, mogu se definisati kao

$$\begin{aligned} p(0) &= 0 \\ p(1) &= 0 \end{aligned} \quad (4.52)$$

Prvo je potrebno pronaći slabo rešenje jednačine 4.51. Neka postoji neka test funkcija  $w$  koja zadovoljava iste granične uslove kao  $p$ . Ako se tom test funkcijom pomnoži jednačina 4.51 i integrali u granicama definisanog intervala dobija se izraz:

$$\int_0^1 w \frac{d^2p}{dx^2} dx + k^2 \int_0^1 wp dx = \int_0^1 w l dx \quad (4.53)$$

Ovaj izraz nakon parcijalne integracije postaje:

$$\left[ w \frac{dp}{dx} \right]_0^1 - \int_0^1 \frac{dw}{dx} \frac{dp}{dx} dx + k^2 \int_0^1 w p dx = \int_0^1 w l dx \quad (4.54)$$

Jednačina 4.54 predstavlja slabo rešenje jednačine 4.51 [73]. U domenu  $\Omega$  može postojati mogućnost formiranja baze funkcija kojima se mogu predstaviti  $w$  i  $p$  kao suma elemenata te baze. Za ovo se mogu koristiti *hat* (šesir) funkcije, koje se nakon diskretizacije intervala  $[0,1]$  na  $n$  elemenata mogu definisati kao

$$N_A(x) = \begin{cases} \frac{x - x_A}{h}, & x_A \leq x \leq x_{A+1} \\ \frac{x_{A+2} - x}{h}, & x_A \leq x \leq x_{A+1} \\ 0, & \text{za ostale tačke} \end{cases} \quad (4.55)$$

gde je  $h = 1/n$  dužina jednog elementa, a  $x_1, x_2, x_3 \dots x_n$  početne tačke definisanih elemenata. Za neku definisanu bazu funkcija mora da važi:

$$\begin{cases} w \approx w^h = \sum_{A=1}^n c_A N_A \\ p \approx p^h = \sum_{B=1}^n d_B N_B \\ N_A(0) = N_A(1) = 0 \\ N_B(0) = N_B(1) = 0 \end{cases} \quad (4.56)$$

pa se smenom u jednačinu 4.54 dobija da je:

$$\sum_{B=1}^n d_B \left[ \int_0^1 N_A' N_B' dx - k^2 \int_0^1 N_A N_B dx \right] = - \int_0^1 N_A l dx \quad (4.57)$$

što daje njen diskretizovani oblik.

Metodom konačnih elemenata ne dobija se tačno rešenje jednačine, već se kombinacijom jednostavnih test funkcija dobija rešenje približno tačnom rešenju. Korišćenjem računara moguće je rešenje formirati pomoću par stotina hiljada jednostavnih *hat* funkcija. Nepoznate veličine su u tom slučaju koeficijenti koji množe ove test funkcije. Oni određuju kolikim udelom će pojedina funkcija doprinositi ukupnom rešenju.

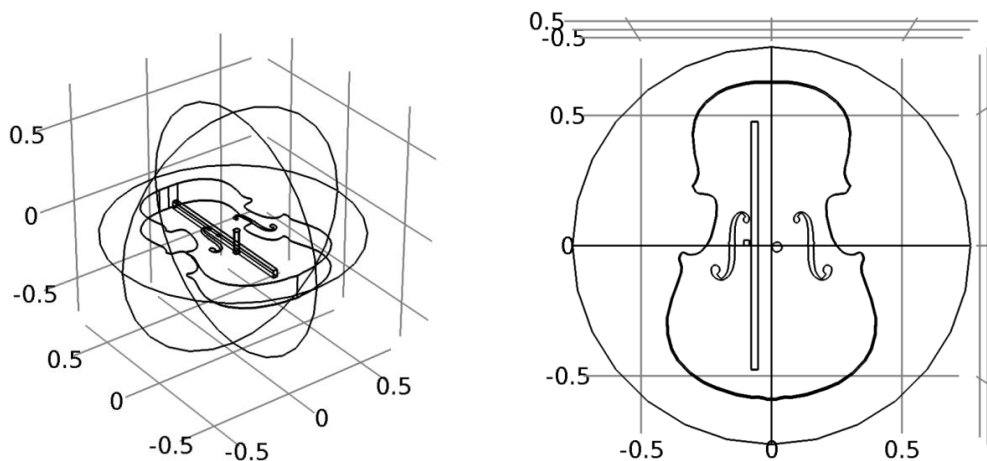
## 5. ANALIZA AKUSTIČKIH KARAKTERISTIKA KONTRABASA PRIMENOM METODE KONAČNIH ELEMENATA

Da bi se ispitivali mogući dometi akustičkih intervencija na telu kontrabasa radi postizanja boljeg odziva na niskim frekvencijama primenjeno je numeričko modelovanje vibroakustičkih osobina kontrabasa. Analizirana je rezonatorska kutija instrumenta i uticaj vazdušne rezonance i najniže rezonance ploče na akustički odziv instrumenta. Primenom softvera za numeričko modelovanje vršene su intervencije na  $f$ -otvorima, bas gredi, dimenzijama i proporcijama kontrabasa.

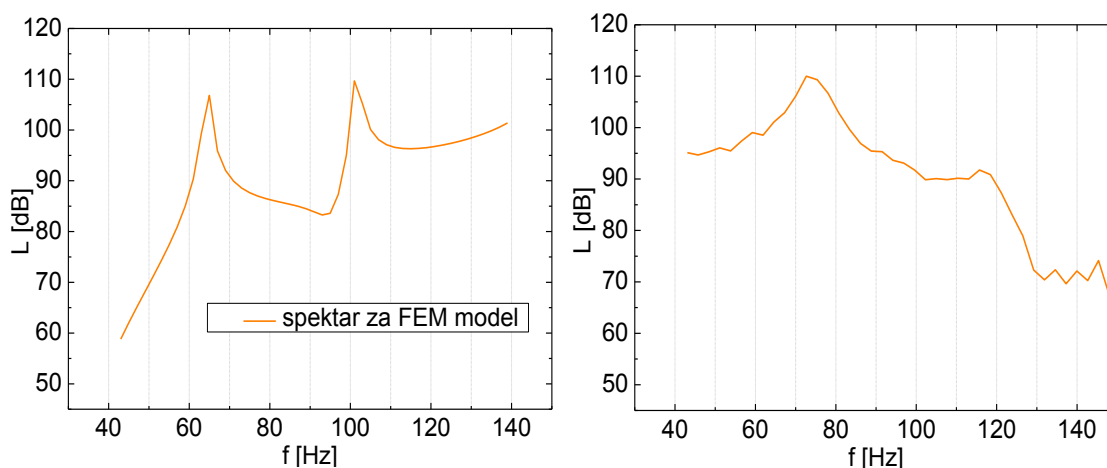
### 5.1. Modelovanje kontrabasa

Da bi se ispitao odziv rezonatorske kutije na niskim frekvencijama napravljen je FEM model prikazan na slici 5.1. Dve ravne, paralelne ploče debljine 2,5 mm (prednja ploča) i 3 mm (zadnja ploča) spojene krutim bokovima čine rezonatorsku kutiju instrumenta. Ploče su definisane kao izotropni materijal modula elastičnosti 10 GPa. Dužina prednje ploče je 116 cm, a razmak između prednje i zadnje ploče je 13,5 cm. Model obuhvata štimštok, bas gredu dimenzija 90 x 2,5 x 6,13 cm, kao i dva  $f$ -otvora. Kobilica sa žicama i vrat instrumenta izostali su iz ovog modela, pa je istraživanje dominantno usmereno na ispitivanje interakcije između vazdušne rezonance i rezonance ploče.

Na mestu gde bi trebalo da se nalazi leva nožica kobilice, u zoni iznad bas grede, definisana je mala površina u kojoj deluje pobuda u pravcu normalnom na prednju ploču instrumenta. Amplituda zadate pobude bila je 0,1 mm. Ploča je pobuđivana u opsegu od 40 do 140 Hz. U tački udaljenoj 0,5 m od prednje ploče instrumenta posmatran je nivo zvučnog pritiska. Izračunati odziv na tako definisanu pobudu predstavljen je na slici 5.2 levo. Na slici 5.2 desno predstavljen je impulsni odziv realnog kontrabasa meren sa istom mikrofonskom postavkom kao u simuliranom modelu. Mesto pobude impulsom pri ovom merenju bila je kobilica kontrabasa.



**Slika 5.1** FEM model kontrabasa - geometrija



**Slika 5.2.** Dve najniže rezonance kontrabasa: FEM model (levo); realni instrument (desno)

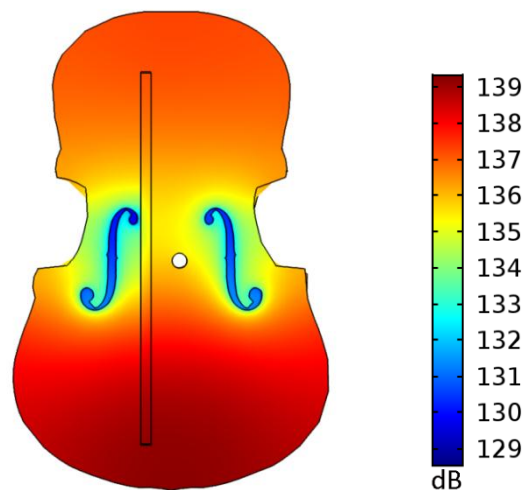
Na slikama 5.2 mogu se identifikovati dve rezonance: niža  $A_0$  ( $f^-$ ) dominantno određena Helmholtcovom vazдушnom rezonancom, i viša  $T_1$  ( $f^+$ ) dominantno određena rezonancom prednje ploče. Vrednosti dobijene simulacijom usklađene su podešavanjem fizičkih parametara sistema prema vrednostima frekvencija ova dva moda dobijenih merenjima ulazne admitanse kontrabasa [26]. U simuliranom modelu ove rezonance se nalaze na malo nižoj frekvenciji nego kod realnog kontrabasa sa odzivom kao na slici 5.2 desno. Razlike su uočljive i u  $Q$  faktoru ovih rezonanci, što se može podešavati povećavanjem gubitaka u modelu. Takođe mogu se primetiti i različiti nagibi u frekvencijskim karakteristikama. U modelu karakteristika raste sa frekvencijom, dok u slučaju realnog instrumenta ona opada. Ova razlika se javlja zbog toga što je kod modela u tački pobude definisan



konstantni pomeraj koji važi za sve frekvencije, pa je kao posledica sistem na višim frekvecijama pobuđen relativno većom silom nego što je to u realnosti.

## 5.2. Analiza uticaja intervencija na $f$ -otvorima na akustički odziv kontrabasa

Za model kontrabasa koji je prikazan na slici 5.1 izračunat je nivo zvučnog pritiska unutar njegove rezonatorske kutije. Rezultat toga na najnižoj rezonanci, koja se nalazi na oko 65 Hz, izgleda kao na slici 5.3. Elastičnost vazduha unutar kutije i masa vazduha koji se nalazi unutar  $f$ -otvora mogu se modelovati jednostavnim mehaničkim sistemom koji je sastavljen od mase i opruge. Promenom zapremine instrumenta ili intervencijama na  $f$ -otvorima može se uticati na ovu rezonancu.

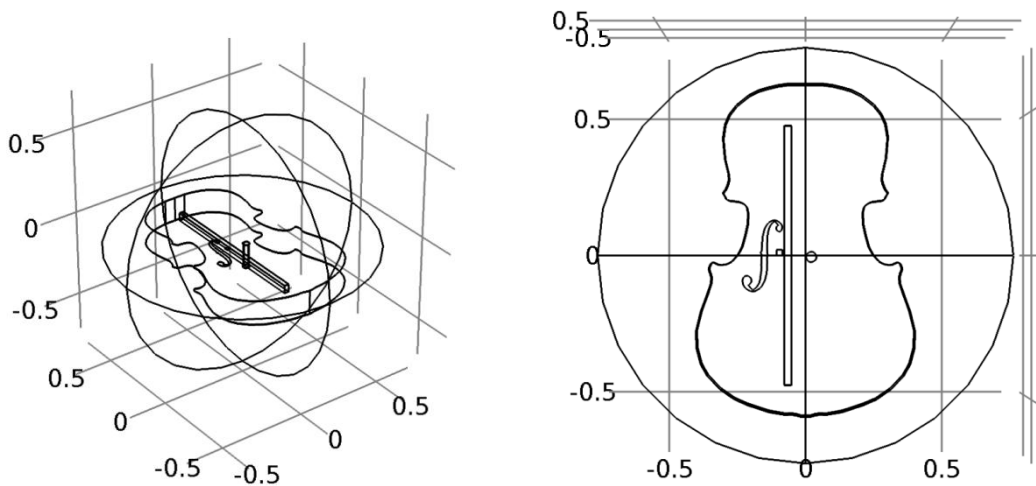


**Slika 5.3.** Nivo zvučnog pritiska u rezonatorskoj kutiji na frekvenciji pobude koja odgovara najnižoj rezonanci kontrabasa A0 ( $f^-$ )

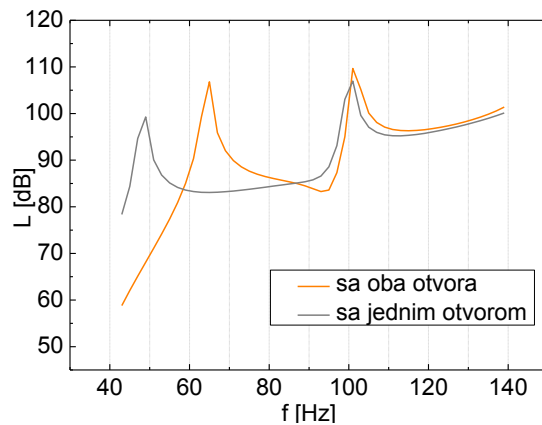
Da bi se ispitaio uticaj  $f$ -otvora izvršen je eksperiment na podešenom FEM modelu instrumenta. Desni  $f$ -otvor uklonjen je sa prednje ploče instrumenta, kao što je prikazano na slici 5.4. Ovom intervencijom najniža rezonanca se spustila na vrednost ispod 50 Hz što je prikazano na slici 5.5. U opštem slučaju izraz za izračunavanje Helmholtcove rezonance je:

$$f_H = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\frac{A}{V_0 L_{eff}}} \quad (5.1)$$

gde su  $c$  brzina zvuka,  $A$  površina otvora,  $V_0$  zapremina vazduha u rezonatorskoj kutiji i  $L_{eff}$  efektivna dubina  $f$ -otvora. Nakon zatvaranja jednog otvora na prednjoj ploči ukupna površina otvora se smanjila na pola, pa se frekvencija smanjuje za  $\sqrt{2}$  puta. Isto smanjenje dobija se na osnovu jednačine 2.13. Rezonanca  $A_0$  ( $f$ -) koja je prikazana na slici 5.5 nije se smanjila za vrednost koju predviđa izraz 5.1 jer je ova rezonanca posledica sprege između Helmholtcove rezonance i rezonance prednje ploče čiji uticaj nije predviđen ovom jednačinom.

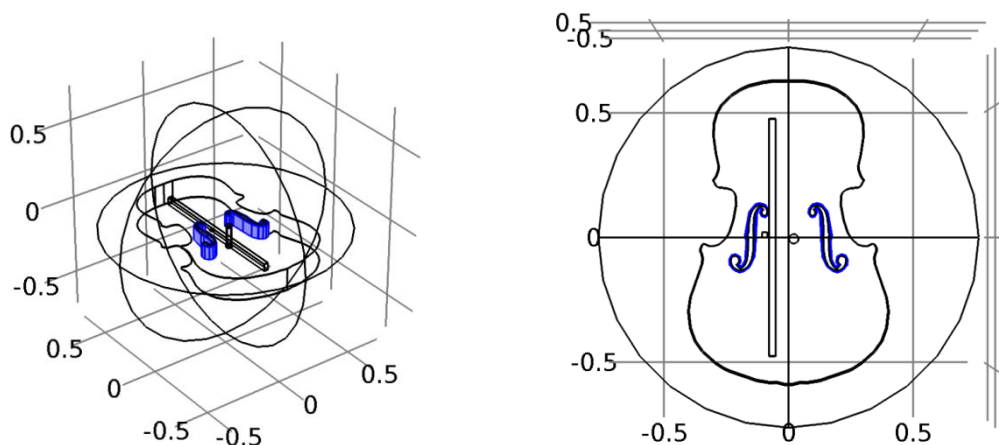


**Slika 5.4.** Skica kontrabasa sa jednim  $f$ -otvorom za koji je napravljen FEM model

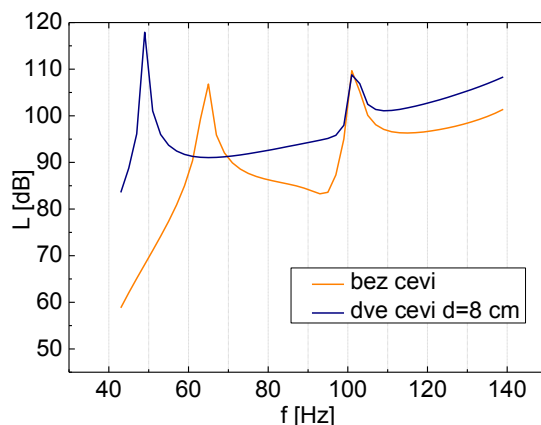


**Slika 5.5.** Izračunata promena odziva kontrabasa usled zatvaranja jednog  $f$ -otvora  
Sledeći eksperiment izvršen je tako što su na instrumentu, u produžetku  $f$ -otvora, postavljene dve tube, kao što je prikazano na slici 5.6. Tube prate oblik otvora i dubine su 8 cm. Sistem je konstruisan po uzoru na zvučničke bas-refleks sisteme koji se koriste kako bi se promenio odziv zvučnika na niskim frekvencijama.

Izračunati odziv kontrabasa ovako izmenjenih karakteristika prikazan je na slici 5.7. Na istom dijagramu je uporedno prikazan izračunati odziv kontrabasa bez implementiranih tuba. Povećavanjem efektivne dubine otvora rezonanca  $A_0$  ( $f$ -) se snižava. Takođe, može se primetiti pojačan odziv rezonatorske kutije na niskim frekvencijama, za razliku od slučaja kada se do snižavanja frekvencije došlo zatvaranjem jednog  $f$ -otvora.



**Slika 5.6.** FEM model kontrabasa sa dodatim tubama ispod  $f$ -otvora



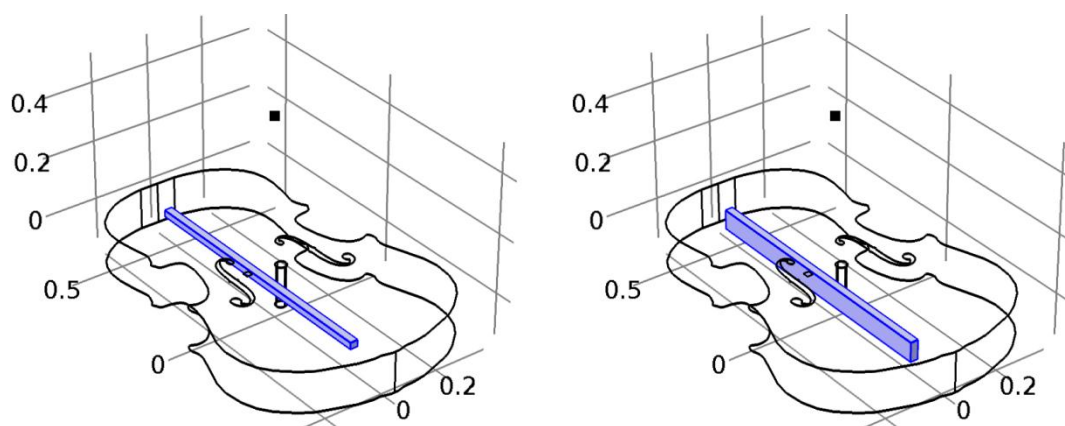
**Slika 5.7.** Izračunati odziv kontrabasa nakon dodavanja tuba ispod  $f$ -otvora; uporedno je prikazan izračunati odziv kontrabasa bez implementiranih tuba

U ispitivanju odziva rezonatorske kutije u opsegu od 40 Hz do 140 Hz sistem je ispitivan u skokovima od po 1 Hz. Zbog toga je očekivano da se prave rezonance sistema javljaju i između vrednosti u kojima se ispitivalo. Iz tog razloga vršne vrednosti prikazane na graficima mogu dati lažnu sliku, jer zbog velikog Q-faktora

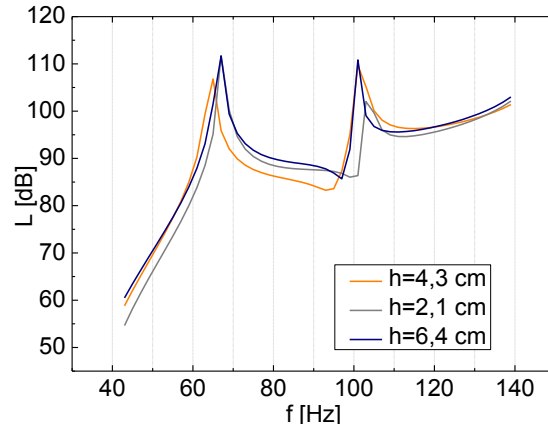
mala odstupanja od rezonance mogu prikazati značajno niži nivo. U slučaju implementacije tuba ispod  $f$ -otvora dijagram pokazuje da se vršna vrednost posmatrane rezonance povećala za preko 10 dB, što ne mora biti relevantan parametar. Ono što je u ovom slučaju relevantno jeste da se odziv rezonatorske kutije povećao u čitavoj zoni na niskim frekvencijama.

### 5.3. Analiza uticaja intervencija na bas gredi na akustički odziv kontrabasa

Bas greda, pozicionirana bliže levom  $f$ -otvoru, pruža se dužinom skoro celog instrumenta, kao što je prikazano na slici 5.8. U eksperimentima je simulacijom analiziran uticaj promene fizičkih parametara grede na odziv rezonatorske kutije. Dimenzije bas grede posmatranog kontrabasa su 2,5 x 90 x 4,3 cm i odziv takvog instrumenta ranije je prikazan na slici 5.2 levo. U sledećem eksperimentu analiziran je odziv instrumenta sa gredom veće (6,4 cm) i manje (2,1 cm) debljine, što je prikazano na slikama 5.8 desno i 5.8.levo, respektivno. Merna tačka, prikazana na slici 5.8, nalazi se ispred prednje ploče instrumenta. Promena nivoa zvučnog pritiska u posmatranoj tački u zavisnosti od frekvencije prikazana je na slici 5.9.

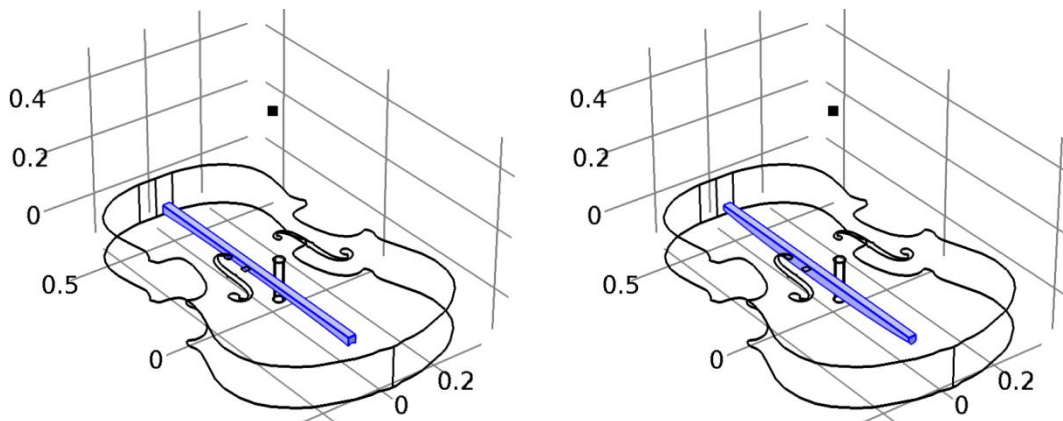


**Slika 5.8.** FEM model kontrabasa sa tankom (levo) i debelom (desno) bas gredom

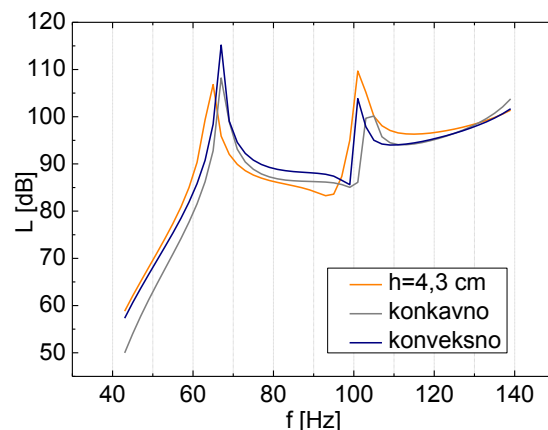


**Slika 5.9.** Promena odziva kontrabasa usled promene debljine bas grede

Bas greda ukrućuje prednju ploču ali povećava njenu masu. Povećavanje krutosti generalno vodi do povišenja rezonantne frekvencije, dok povećanja mase prouzrokuje njeno snižavanje. U analiziranim slučajevima za visinu grede od 2,1 cm dolazi do malog povišenja frekvencije rezonance prednje ploče  $T_1$ .



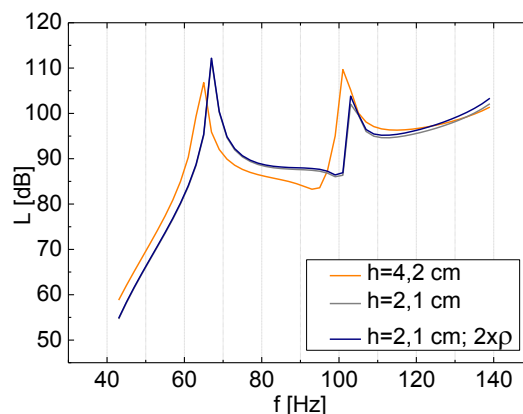
**Slika 5.10.** FEM model kontrabasa sa konkavnom (levo) i konveksnom (desno) bas gredom



**Slika 5.11.** Promena odziva kontrabasa usled promene oblika bas grede

U daljoj analizi uticaja grede simuliran je slučaj grede neuniformne visine. Posmatrana su dva oblika bas grede, konkavne i konveksne forme koji su prikazani na slici 5.10. Simulacijom je izvršena analiza odziva rezonatorske kutije kontrabasa za takva dva tipa bas grede. Rezultati eksperimenta prikazani su na slici 5.11. Na grafiku se može primetiti da u slučaju konkavne grede rezonanca  $T_1$  se malo pomerila ka višim frekvencijama.

Kako se u svim ovim merenjima promenom debljine grede menja i njena masa ne može se utvrditi da li visina, oblik ili ukupna masa grede imaju veći uticaj na odziv sistema. Iz tog razloga izvršen je test u kome je visina grede smanjena na polovinu inicijalne visine, ali je pri tome njena specifična masa povećana dva puta. Na taj način očuvana je ista masa grede iako je različite debljine. Rezultati izvedenih simulacija, prikazani na slici 5.12, pokazuju da rezonatorske kutije sa gredama iste debljine imaju slične odzive.



**Slika 5.12.** Promena odziva kontrabasa usled promene debljine i mase bas grede

## 5.4. Analiza zračenja ploče instrumenta za različite frekvencije jednog moda

Oblik modova koji se javljaju na ploči instrumenta prilikom njenih vibracija zavisi od geometrije ploče i odnosa modula elastičnosti za njen longitudinalni i radijalni pravac. U slučaju izotropnih materijala oblik modova zavisice samo od geometrije. U tom slučaju vrednost modula elastičnosti ne utiče na oblik moda, već samo određuje frekvenciju na kojoj će se taj mod formirati. Geometrijska forma definiše

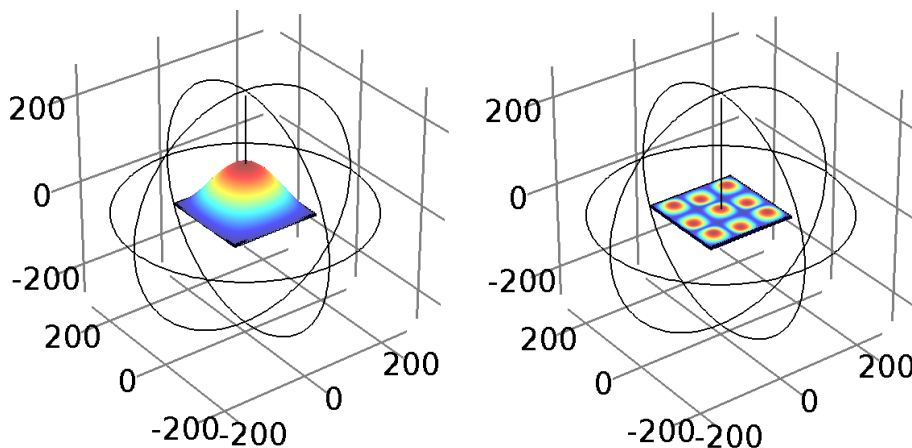
izgled svih modova, a moduo elastičnosti određuje na kojim frekvencijama će oni biti formirani.

Vrednosti modula elastičnosti za drvo variraju u zavisnosti od vrste, sadržaja vlage i pravca sečenja, pa se vrednosti frekvencija rezonanci na kojima se formiraju određeni modovi na ploči mogu značajno razlikovati. Podešavanjem debljine ploče može se uticati na vrednosti ovih frekvencija, pa se tako one izborom debljine mogu postavljati u željene opsege. Kod gudačkih instrumenata precizno su definisane dimenzije i pravac sečenja ploča, a pri izboru materijala biraju se određene vrste drveta sa očekivanim mehaničkim karakteristikama. U takvim okolnostima se frekvencije na kojima se nalaze modovi uvek kreću u nekom relativno uskom opsegu.

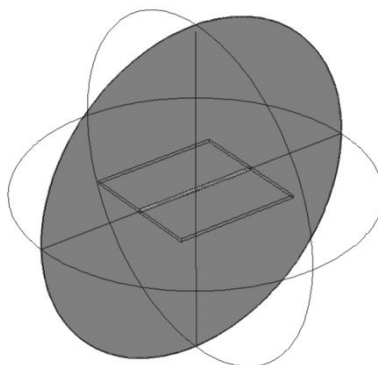
U poglavlju 4.4. pokazano je da je za zračenje neke ploče bitan odnos talasnih dužina koje se formiraju na ploči i talasne dužine emitovanog zvuka u vazduhu. Za različite module elastičnosti ploče napravljene od izotropnog materijala javljaju se različite frekvencije njenih modova dok njihov oblik na ploči ostaje isti. Talasne dužine koje se javljaju na ploči ostaju nepromenjene dok se talasne dužine koje se javljaju u vazduhu menjaju, pa se tako i zračenja na različitim frekvencijama jednog moda u nekoj meri razlikuju.

Ove razlike u zračenjima ploče instrumenta mogu se kvalitativno sagledati posmatranjem prostog numeričkog modela jednostavne geometrije. Metodom konačnih elemenata simuliran je slučaj ploče dimenzija 200 x 200 x 5 mm koja je ukružena po svom obodu. U eksperimentu je posmatran njen odziv pri pobudi vibracijama. U zavisnosti od Jangovog modula elastičnosti koji je dodeljen ploči modovi prikazani na slici 5.13 će se formirati na različitim frekvencijama. Tako za Jangov moduo elastičnosti  $E_y = 15 \text{ MPa}$  prvi mod ploče prikazan na slici 5.13 levo nalazi se na  $f_0 = 19 \text{ Hz}$ . Mod na slici 5.13. desno formira se na frekvenciji od 172 Hz ( $9f_0$ ). Za moduo elastičnosti  $E_y = 1,5 \text{ GPa}$  prvi mod, identičnog izgleda kao mod na slici 5.13. levo, javlja se na frekvenciji 190 Hz. U ovom slučaju mod oblika kao na slici 5.13. desno javlja se na 1725 Hz. Za 100 puta veći moduo elastičnosti izgled modova ostaje isti, ali se 10 puta povećavaju vrednosti frekvencija na kojima se oni nalaze. Da bi se frekvencija moda povećala  $n$  puta Jangov moduo elastičnosti

mora se povećati  $n^2$  puta. Mala odstupanja od ovog odnosa koja postoje u prikazanim rezultatima potiču usled diskretizacije prostora i načina proračunavanja u korišćenom programskom paketu za numeričku analizu.



**Slika 5.13.** Dva moda koja se javljaju na kvadratnoj ploči dobijena numeričkom simulacijom za frekvencije  $f_0$  (levo) i  $9f_0$  (desno)

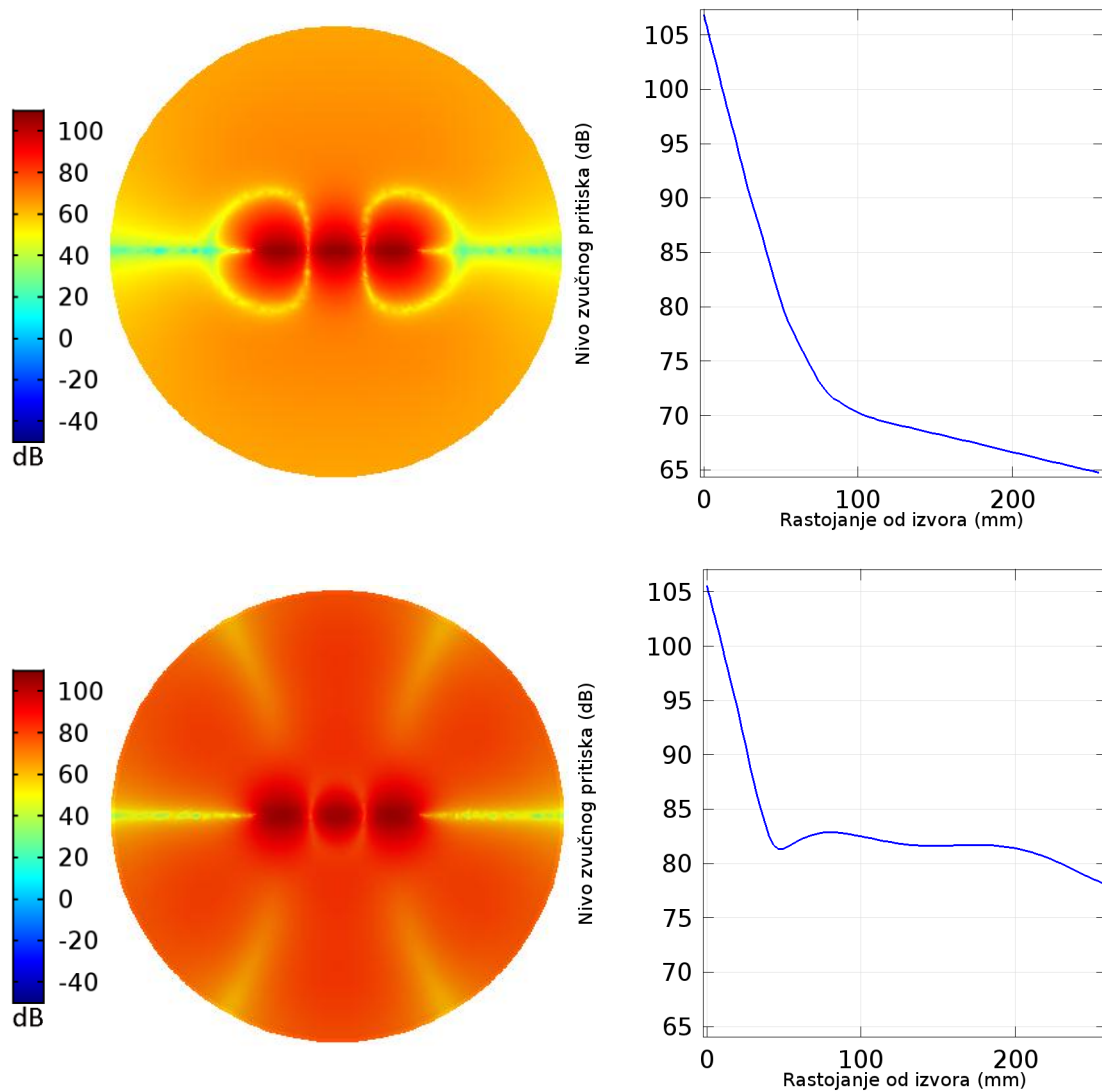


**Slika 5.14.** Ravan u kojoj se posmatra karakteristika zračenja ploče

Zračenje ploče za mod prikazan na slici 5.13 desno ispitano je u zavisnosti od frekvencije na kojoj je mod formiran. Na slici 5.14 prikazana je ravan u kojoj je posmatrano zračenje ploče. Karakteristike zračenja ploče za dve vrednosti Jangovog modula elastičnosti (15 MPa i 1,5 GPa) prikazane su na slici 5.15. Razlike koje se mogu uočiti sa grafika potiču od različitih odnosa talasnih dužina koji se javljaju u ploči i u vazduhu za ova dva slučaja. Za oba slučaja u ploči imamo iste talasne dužine fleksionih talasa dok u vazduhu imamo vrednosti talasnih dužina od 2 m kada je moduo elastičnosti 15 MPa a frekvencija 172 Hz, i 0,2 m za slučaja kada je moduo elastičnosti 1,5 GPa a frekvencija 1725 Hz. Sa desne strane ovih grafika



prikazano je opadanje nivoa zvučnog pritiska u zavisnosti od udaljenosti od instrumenta. Osa na kojoj se posmatrao nivo zvuka prolazi kroz centar posmatranih ploča pod uglom od 90 stepeni, kao što je prikazano na slici 5.13. Usled ograničenosti procesorskih resursa, kalkulacije su vršene samo do rastojanja od 250 mm od analiziranih ploča. Grafici pokazuju da zvučni pritisak brže opada u slučaju kada je talasna dužina u vazduhu veća.



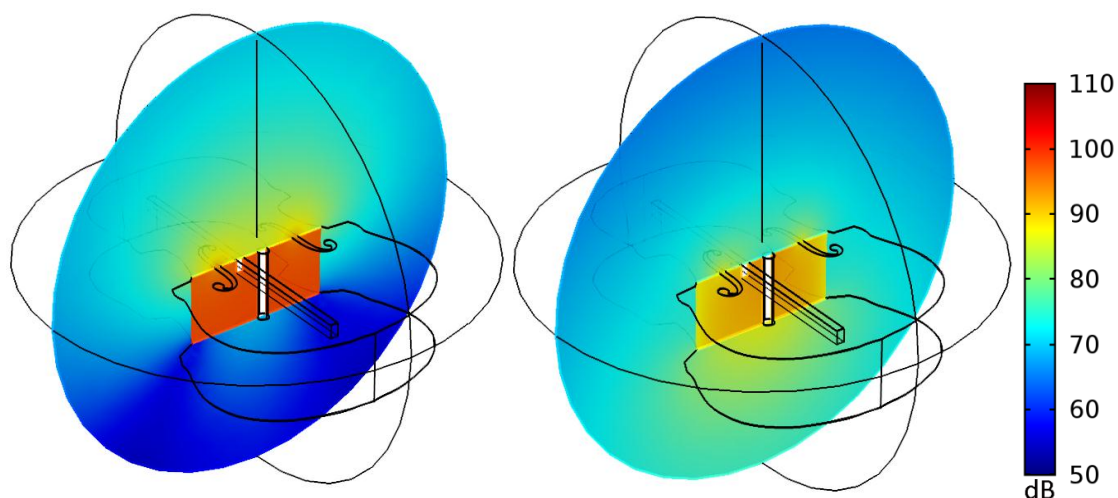
**Slika 5.15.** Zračenje ploče u slučaju kada ploča osciluje u modu prikazanom na slici 5.13 desno: nivo zvučnog pritiska u prostoru na 172 Hz (gore levo); nivo zvučnog pritiska u prostoru na 1725 Hz (dole levo); opadanje nivoa zvučnog pritiska sa udaljenošću od ploče na 172 Hz (gore desno); opadanje nivoa zvučnog pritiska sa udaljenošću od ploče na 1725 Hz (dole desno)

## 5.5. Zračenje kontrabasa u zavisnosti od njegovih dimenzija

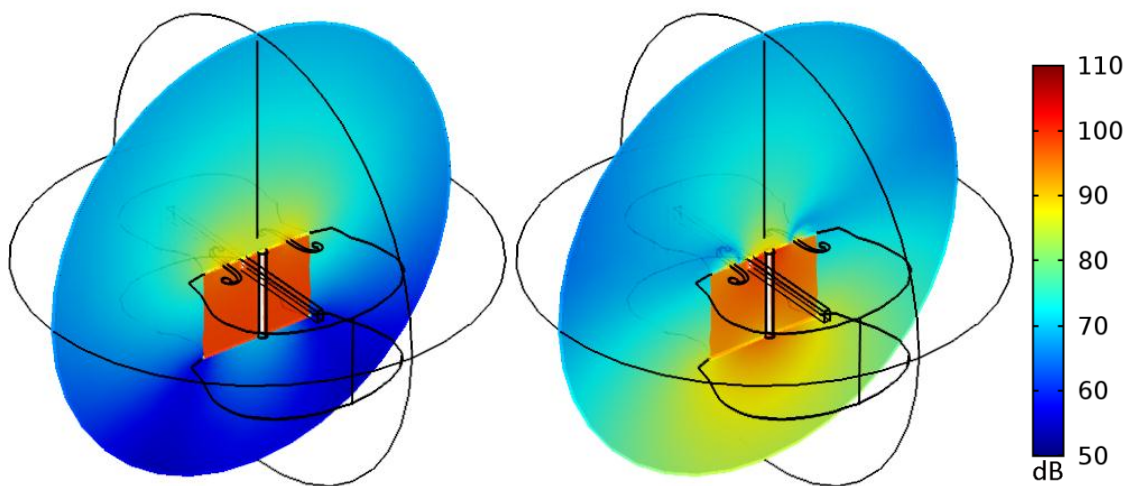
Kontrabasi mogu imati različite dimenzije i oblik. Najčešće se sreću instrumenti čija je rezonatorska kutija dužine oko 111 cm (3/4 model). Takođe postoje i modeli drugih dimenzija, pa se dužina rezonatorske kutije može kretati u granicama od 94 cm do 116 cm [22]. Način na koji dimenzije kontrabasa utiču na zvuk koji on emituje u prostor ispitan je u posebno organizovanom eksperimentu koristeći numeričku simulaciju. Korišćena je metoda konačnih elemenata kojom su modelovana dva instrumenta sa dužinom prednje ploče 94 cm i 116 cm. Kontrabasi različitih dimenzija uobičajeno imaju i rezonance na različitim frekvencijama, ali su za potrebe ovog ispitivanja modeli ova dva instrumenta podešeni da im se prve dve rezonance približno poklapaju. To je postignuto podešavanjem zapremine rezonatorske kutije (razmakom između prednje i zadnje ploče) i podešavanjem modula elastičnosti drveta od koga je napravljen instrument. Parametri su proračunati na osnovu analitičkog modela dva spregnuta rezonatora [43] [24], nakon čega su izvršena dodatna trimovanja numeričkog modela variranjem zapremine i modula elastičnosti. Kontrabasu dužine 94 cm dodeljen je Jangov moduo elastičnosti 5 GPa, dok je kontrabasu većih dimenzija (116 cm) dodeljen moduo elastičnosti 7 Gpa. Time je postignuto da modeli oba instrumenta imaju rezonance na istim frekvencijama sa zadatim dimenzijama. Kao rezultat postignute su rezonance ova dva instrumenta na vrednostima 59,2 Hz i 104,6 Hz u slučaju modela dužine 116 cm i 60,1 Hz i 104,4 Hz u slučaju modela dužine 94 cm.

Zvučno polje koje instrument zrači u horizontalnoj ravni na frekvencijama dva najniža moda prikazano je na slici 5.16 za veći, a na slici 5.17 za manji kontrabas. Proračunate karakteristike usmerenosti zračenja energije u prostor se razlikuju za ova dva kontrabasa. Na slikama 5.18 i 5.19 prikazani su dijagrami opadanja nivoa zvučnog pritiska sa porastom rastojanja od prednje ploče instrumenta za veliki i mali instrument, respektivno. Na najnižoj rezonanci  $A_0$  karakteristike usmerenosti i opadanja zvučne energije sa rastojanjem od instrumenta za oba slučaja izgledaju isto, s tim što za kontrabas manjih dimenzija nivo zvuka brže opada sa povećanjem

rastojanja od prednje ploče. Za slučaj moda  $T_1$  kontrabas manjih dimenzija ima viši nivo zvuka neposredno uz ploču za oko 7 dB u odnosu na veći model instrumenta. Na 0,6 m od ploče ova razlika se smanjuje na 4 dB.



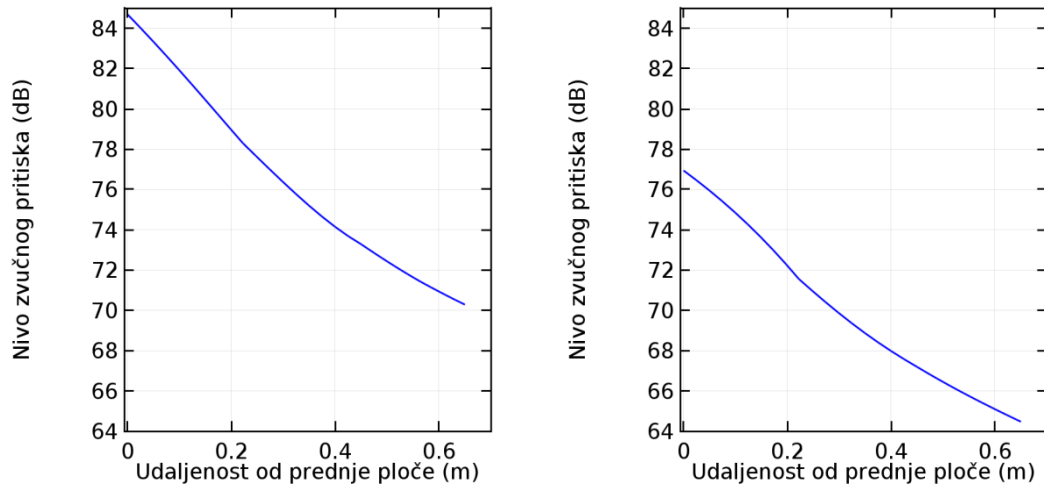
**Slika 5.16.** Zračenje u horizontalnoj ravni kontrabasa dužine prednje ploče 116 cm za dve najniže rezonance:  $A_0 = 59,2$  Hz (levo) i  $T_1 = 104,6$  Hz (desno)



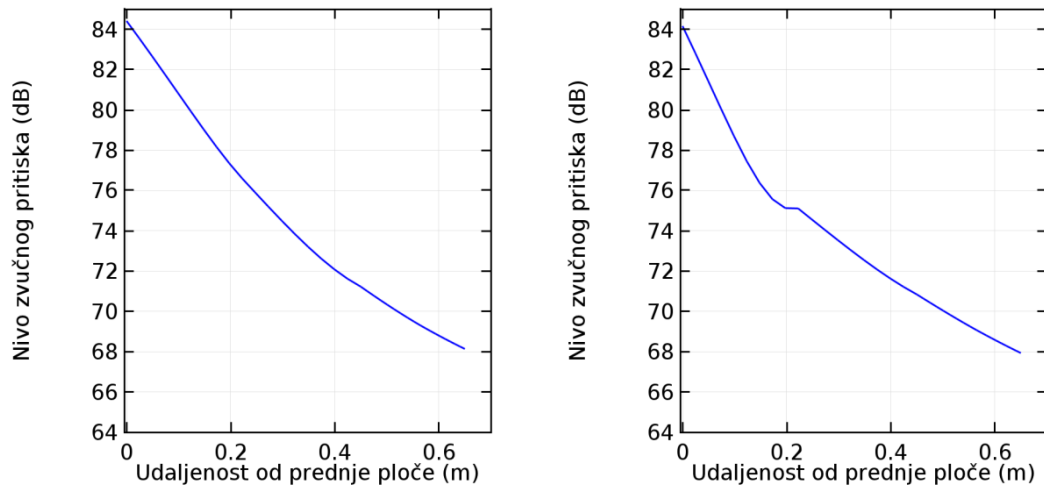
**Slika 5.17.** Zračenje u horizontalnoj ravni kontrabasa dužine prednje ploče 94 cm za dve najniže rezonance:  $A_0 = 60,1$  Hz (levo) i  $T_1 = 104,4$  Hz (desno)

U posebnom eksperimentu, koristeći istu metodologiju, analizirano je kako opada nivo zvučnog pritiska sa rastojanjem od ploče instrumenta za dva instrumenta istih dimenzija, ali različitih modula elastičnosti. Oba analizirana kontrabasa imala su dužinu prednje ploče od 116 cm. U slučaju prvog kontrabasa moduo elastičnosti

bio je 7 GPa (isti instrument kao u prethodnom eksperimentu) dok je uslučaju drugog instrumenta moduo elastičnosti bio 5 GPa (isti moduo elastičnosti koji je imao manji kontrabas u prethodnom eksperimentu).

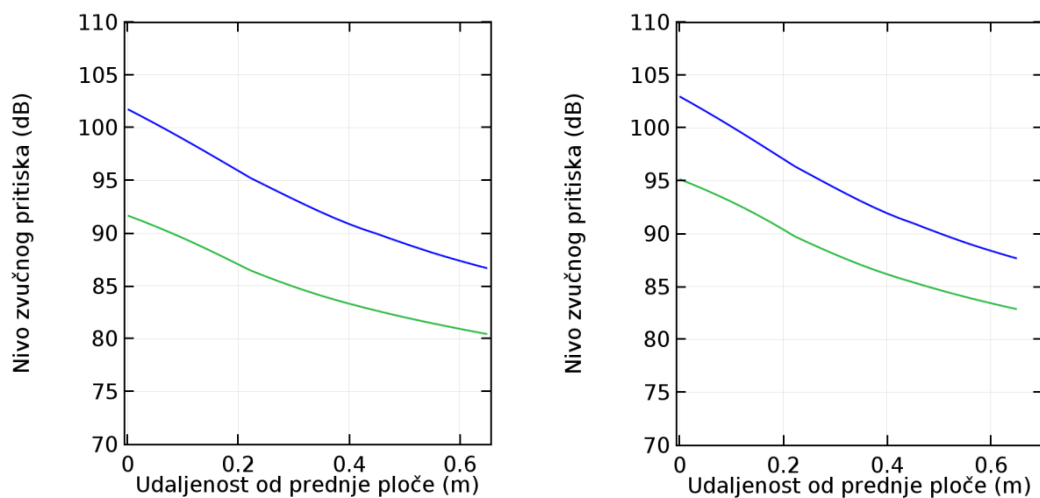


**Slika 5.18.** Opadanje nivoa zvučnog pritiska sa udaljenošću od prednje ploče kontrabasa u horizontalnoj ravni u pravcu normalnom na instrument (4/4 kontrabas, dužina prednje ploče 116 cm): za  $A_0 = 59,2$  Hz (levo) i  $T_1 = 104,6$  Hz (desno)



**Slika 5.19.** Opadanje nivoa zvučnog pritiska sa udaljenošću od prednje ploče kontrabasa u horizontalnoj ravni u pravcu normalnom na instrument (1/4 kontrabas, dužina prednje ploče 94 cm): za  $A_0 = 60,1$  Hz (levo) i  $T_1 = 104,4$  Hz (desno)

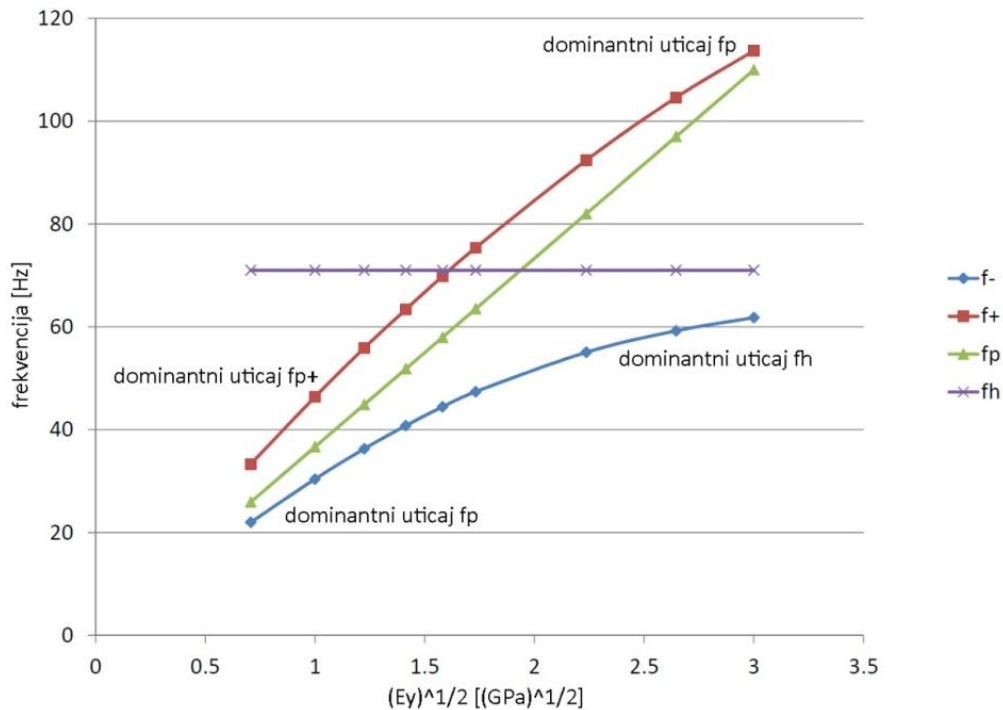
Opadanje nivoa zvučnog pritiska sa povećanjem rastojanja od prednje ploče za ova dva instrumenta prikazano je na slici 5.20. Za kontrabas većeg modula elastičnosti (7 GPa) rezonance su  $A_0 = 59,2$  Hz i  $T_1 = 104,6$  Hz, dok su za slučaj kontrabasa modula elastičnosti 5 GPa rezonance na frekvencijama  $A_0 = 55$  Hz i  $T_1 = 92$  Hz. Može se primetiti da smanjenjem modula elastičnosti opada frekvencija prednje ploče  $f_p$ , pa samim tim i rezonanca  $T_1$ . Pošto je rezonanca prednje ploče spregnuta sa Helmholtcovom rezonancom  $f_h$  smanjenje rezonance  $f_p$  sniziće i vrednost rezonance  $A_0$ .



**Slika 5.20.** Opadanje nivoa zvučnog pritiska sa udaljenošću od prednje ploče kontrabasa u horizontalnoj ravni u pravcu normalnom na instrument (plava  $A_0$ , zelena  $T_1$ ): za moduo elastičnosti drveta 7 GPa (levo); za moduo elastičnosti drveta 5 GP (desno)

Na slici 5.21 prikazan je uticaj Jangovog modula elastičnosti drveta ( $E_y$ ) od koga se pravi kontrabas na najniže rezonance  $A_0$  i  $T_1$  koje su na dijagramu označene sa  $f^-$  i  $f^+$  respektivno. Ovakva nomenklatura ovde je uvedena kako bi se referisalo na model spregnutih rezonatora koji se javlja u literaturi [43] a naveden je i u poglavlju 2.6. Vrednost rezonantne frekvencije ploče srazmerna je korenu modula elastičnosti koji se iz tog razloga našao na x-osi grafika. Vrednosti frekvencija  $f^+$  i  $f^-$  za kontrabas dužine prednje ploče 116 cm dobijene su iz FEM modela variranjem modula elastičnosti. Helmholtcova rezonanca ne menja se tokom eksperimenta i predstavljena je paralelnom linijom sa x-osom. Njena vrednost dobijena je numeričkom simulacijom za potpuno krute ploče instrumenta ( $E_y = 700$  GPa). Tada je  $f_h = f^-$  i iznosi  $f_h = 71$  Hz. Na osnovu jednačine 2.12 za vrednosti modula

elastičnosti 7 GPa proračunata je rezonanca ploče  $f_p$ . Vrednosti za rezonancu ploče koje su ucrtane na grafiku dalje su izračunate vodeći se njenom srazmernošću sa korenom Jangovog modula elatičnosti.



**Slika 5.21.** Uticaj Jangovog modula elastičnosti drveta na dve najniže rezonance ploče kontrabasa  $f_- (A_0)$  i  $f_+(T_1)$

Sa dijagrama se vidi da najniža rezonanca sistema  $f_-$  za visoke vrednosti modula elastičnosti konvergira ka Helmholcovo rezonanci. Za male vrednosti modula elastičnosti ( $E_y < 4$  GPa) najniža rezonanca ploče  $f_p$  pala bi ispod vrednosti Helmholcove rezonance, što se retko dešava kod muzičkih instrumenata. U tom slučaju najniža rezonanca sistema  $f_-$  konvergira ka najnižoj rezonanci ploče  $f_p$ . Uobičajeno je da rezonanca prednje ploče bude iznad Helmholcove rezonance, pa u tom slučaju druga rezonanca sistema  $f_+$  teži rezonanci  $f_p$  sa povećanjem modula elastičnosti. Prema teoriji spregnutih rezonatora za male vrednosti modula elastičnosti  $f_+$  prerasta u Helmholcovu rezonancu, ali to ovde nije slučaj jer se smanjivanjem modula elastičnosti pojavljuju viši modovi prednje ploče čije se frekvencije približavaju i spuštaju ispod Helmholcove rezonance i sa njom ulaze u interakciju.

## 6. ANALIZA KARAKTERISTIKA GUDALA KONTRABASA

U poređenju sa brojem radova koji se bave akustikom gudačkih instrumenata malo je radova čija je tema gudalo. Uz to, u tim malobrojnim radovima gudalo kontrabasa nije bilo tema detaljnije analize iako ima značajne konstrukcijske razlike u odnosu na violinsko gudalo. U poređenju sa gudalom koje se koristi sa ostalim instrumentima ono konstrukcijski ima drugačiji oblik, znatno je kraće i masivnije. Po obliku žabice izdvajaju se dve vrste gudala za kontrabas. Kod francuskog tipa gudala žabica ima sličan oblik kao kod violinskog, dok nemačko gudalo ima veću žabicu. Različite vrste gudala podrazumevaju različite tehnike sviranja.

Po mišljenju muzičara gudalo ima jednaku važnost u procesu generisanja tona kao i instrument. Ono omogućava veliki spektar različitih načina sviranja, od dugih i ravnih detaše (*detache*) poteza, do kratkih i oštih stakato (*staccato*) ili spikato (*spiccato*) poteza. U toku jednog veoma kratkog muzičkog segmenta može se upotrebiti veliki broj različitih poteza, a kvalitetna muzička interpretacija podrazumeva da se svaki ton odsvira na adekvatan način. Često važi da je za izvođača veći problem prilagođavanje na novo gudalo nego na novi instrument.

Dugogodišnjim sviranjem muzičar se navikava na mehaničke parametre gudala i prilagođava svoje motoričke aktivnosti u skladu sa informacijama koje povratno dobija čulima. Prvenstveno je to čulo sluha, ali i ostale senzacije utiču na izvođača. Odgovor na pritisak ruke, lakoća klizanja po žici, vibracije koje oseća svojom šakom neki su od parametara koje izvođač povratno dobija direktno sa gudala. U skladu sa ovim informacijama izvođač povratno deluje na instrument kako bi postigao željeni ton.

Gudalo mora da poseduje adekvatne fizičke parametre. Pre svega, bitna je masa i izbalansiranost gudala kao i njegova ergonomičnost. Dužina, masa i zakrivljenost precizno su definisani i izučeni parametri kroz niz godina evolucije gudala sa ciljem optimizacije njegovih performansi. Dobrim gudalom moguće je lakše ostvariti sve ono što izvođač želi da postigne.

## 6.1. Uticaj sviranja različitim gудalima na ton kontrabasa

Pitanje koje se postavlja kada se razmatra gудalo kao integralni deo instrumenta je kako osobine gудala utiču na boju tona kod kontrabasa. Da bi se to ispitalo organizovan je poseban eksperiment čiji je cilj bio objektivna analiza proizvedenog zvuka. Na fiksiranom rastojanju od kontrabasa, za koje je usvojeno da bude 10 cm od prednje ploče, postavljen je merni mikrofون kojim je registrovan zvuk kontrabasa dok se sviralo sa različitim vrstama gудala. Svirano je na unapred određenoj poziciji na žici udaljenoj 10 cm od kobilice. Na instrumentu su svirani dugi i ravni tonovi. Ujednačenost u načinu sviranja tokom snimanja bazirala se na subjektivnom doživljaju muzičara. Svakim gудalom isti ton je sviran više puta, tako da je za analizu na raspolaganju bio zvučni uzorak sastavljen od više ponovljenih tonova.

Tonovi zabeleženi različitim gудalima analizirani su neuniformnom komplementarnom bankom filtara [74, 75]. Filtarske banke koje se projektuju za obradu audio signala najčešće se definišu za oktavnu ili tercnu analizu prema graničnim frekvencijama definisanim odgovarajućim standardima [76]. Za objektivnu analizu kvaliteta tona kontrabasa u eksperimentu je bila potrebna banka prilagođena konkretnom signalu da bi se iz njega izdvajali određeni harmonici signala instrumenta pri različitim visinama tonova i različitim načinima sviranja. Zbog toga standardna rešenja nisu bila primenjiva.

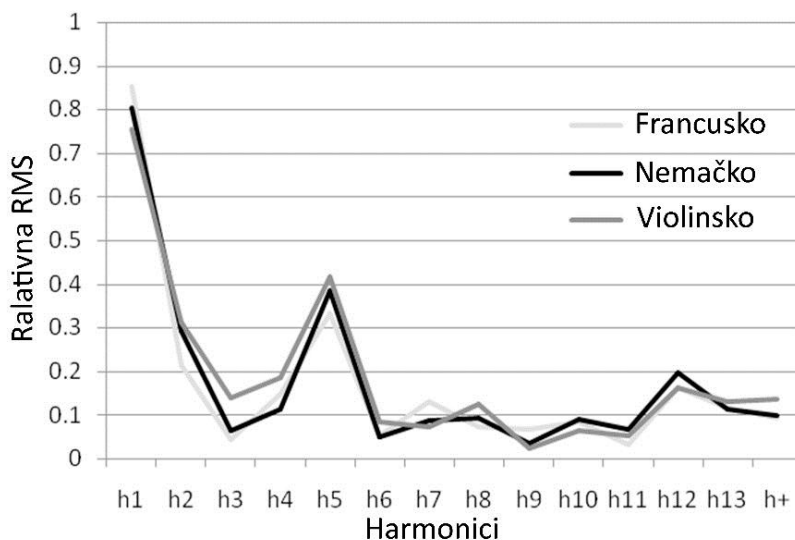
Filtarska banka koja je ovde korišćena [74] projektovana je na osnovu graničnih frekvencija koje zavise od konkretnog signala i menjaju se od signala do signala, odnosno nisu unapred definisane. U programskom paketu implementirana je banka koja se zasniva na komplementarnim filtarskim parovima proizvoljne granične frekvencije. Parametri banke se interaktivno zadaju prema spektru ulaznog signala. Tako je audio signal razdvajan na zasebne kanale. S obzirom na to da je projektovana banka *allpass* komplementarna, signali dobijeni na pojedinim izlazima mogu se sabrati, čime se dobija signal jednak onom koji bi se dobio filtriranjem ulaznog signala kroz *allpass* filter. Takva filtarska banka omogućava da



se iz spektra izdvoje bitne komponente signala, a da se onda pojedine komponente nezavisno analiziraju.

Kao rezultat takvog filtriranja dobijeno je po četrnaest signala za svaki snimljeni uzorak. Trinaest izdvojenih signala (h1-h13) predstavljaju prvih trinaest harmonika tonova sadržanih u analiziranom zvučnom uzorku, dok je četrnaesti signal sadržao sve ostale više harmonike (h+). Signal svakog pojedinog harmonika kvantifikovan je svojom efektivnom vrednošću. Da bi se rezultati objektivnije predstavili svaka od ovih efektivnih vrednosti normalizovana je sa efektivnom vrednošću kompletnog zvučnog uzorka. Tako dobijene vrednosti predstavljaju udeo pojedinih harmonika u ukupnom tonu.

Rezultat ovakve analize prikazan je na slici 6.1. Na apscisi se nalaze redni brojevi harmonika, dok se na ordinati čita relativan odnos efektivne vrednosti zvučnog pritiska pojedinog harmonika i efektivne vrednosti zvučnog pritiska ukupnog signala.



**Slika 6.1.** Frekvencijski sadržaj tona G odsviranog na kontrabasu sa različitim vrstama gudala: svetlo siva – gudalo sa francuskom žabicom; crna – gudalo sa nemačkom žabicom; tamno siva - violinsko gudalo

Razlike koje se vide na grafiku sa slike 6.1 nisu velike, što je potvrđeno i preslušavanjem snimljenih tonova. Sa slike se vidi da su komponente koje su dominantne u slučaju ovih tonova prvi, drugi i peti harmonik. Razlika između nivoa

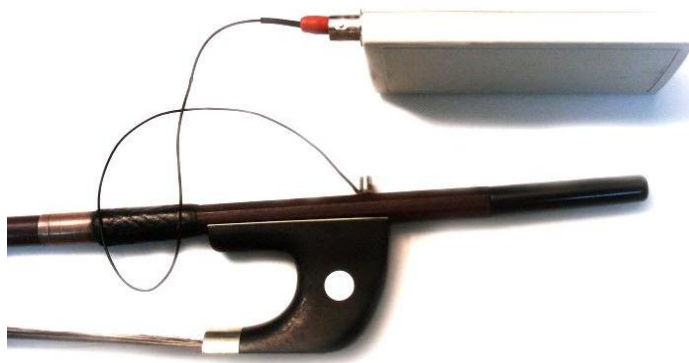
$h_1$  za nemačko i francusko gudalo je svega 0.5 dB. Za  $h_5$  njihova razlika je 1.2 dB dok je za  $h_2$  njihova razlika 2.7 dB. Razlika između nivoa  $h_1$  i  $h_2$  za francusko gudalo je 12 dB. Svi ostali harmonici znatno su nižeg nivoa u odnosu na  $h_1$ ,  $h_2$  i  $h_5$  pa njihove eventualne razlike veoma malo utiču na boju tona. Eksperiment je pokazao da u realnim slučajevima, kada muzičar povlači ton gudalom, nema velike razlike između dugih ravnih tonova odsviranih različitim vrstama gudala.

## 6.2. Analiza vibracija gudala kontrabasa

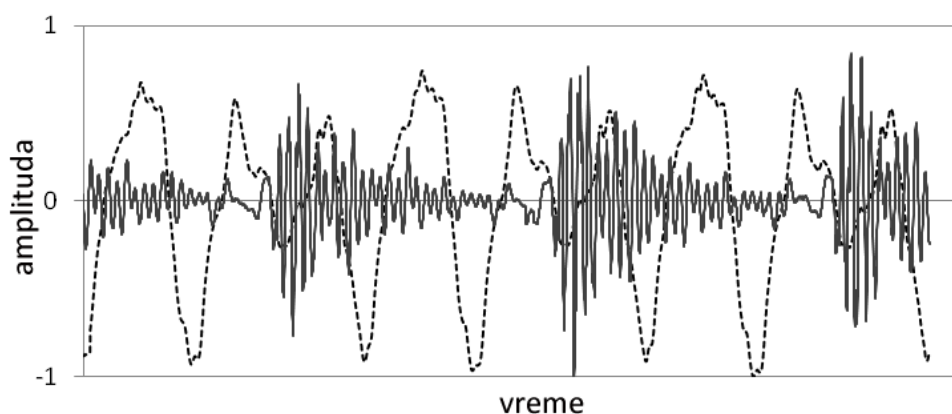
U analizama je teško uočiti razlike između pojedinih gudala ako se posmatra zvuk koji se njima proizvodi. Muzičar kao cilj ima uspostavljanje kvalitetnog tona, pa eventualne nedostatke gudala kompenzuje promenom načina pobude žice. Eventualne razlike u gudalima najbolje se mogu primetiti pri sviranju zahtevnijih i pokretljivijih poteza, za koje je ponovljivost i uniformnost pobude neizvodljiva. U daljoj analizi uticaja gudala pored zvuka posmatrane su i vibracije na štapu u cilju detektovanja potencijalnog uticaja ovih parametara kako na ton instrumenta, tako i na izvođača. Kao i u slučaju analize čiji su rezultati prikazani na slici 6.1 korišćeni su dugi i ravni detaše potezi, ali su posmatrani zvuk i vibracije koje potiču od gudala i kontrabasa. Glavni motiv ovakvog eksperimenta je da se utvrdi ponašanje gudala u realnim okolnostima.

U analizi je kontrabas posmatran kao izvor mehaničke pobude gudala. Prilikom njihove interakcije vibracije koje se javljaju posredstvom struna prenose se na štap gudala. Usled veoma niske učestanosti osnovnog tona vibracije žice kontrabasa sadrže veliki broj harmonika koji su gusto raspoređeni u spektru. Ovakva pobuda je pogodna, jer spektralne komponente kontrabasa veoma niskog osnovnog tona dovoljno gusto pokrivaju frekvencijski opseg. Da bi se dobio signal vibracija gudala akcelerometar je postavljen u blizini njegove žabice. Pozicioniran je na štapu sa njegove gornje strane kao što se vidi na slici 6.2. Istovremeno, merni mikrofoni su postavljeni ispred prednje ploče kontrabasa na rastojanju od 1 m da bi se registrovao zvuk koji instrument zrači. Signal sa akcelerometra i signal sa mernog mikrofona snimani su na dva odvojena kanala. Na kontrabasu su izvođeni i snimani

dugi ravni tonovi sa osnovnom frekvencijom 43 Hz. Eksperiment je ponovljen sa tri različita gudala. Kao u prethodnom eksperimentu, svirano je gudalom sa nemačkom žabicom, gudalom sa francuskom žabicom i jednim violinskim gudalom.



**Slika 6.2.** Pozicija senzora za merenje vibracija (akcelerometar) postavljenog na štap gudala; kutija pored gudala je pretpojačavač senzora.

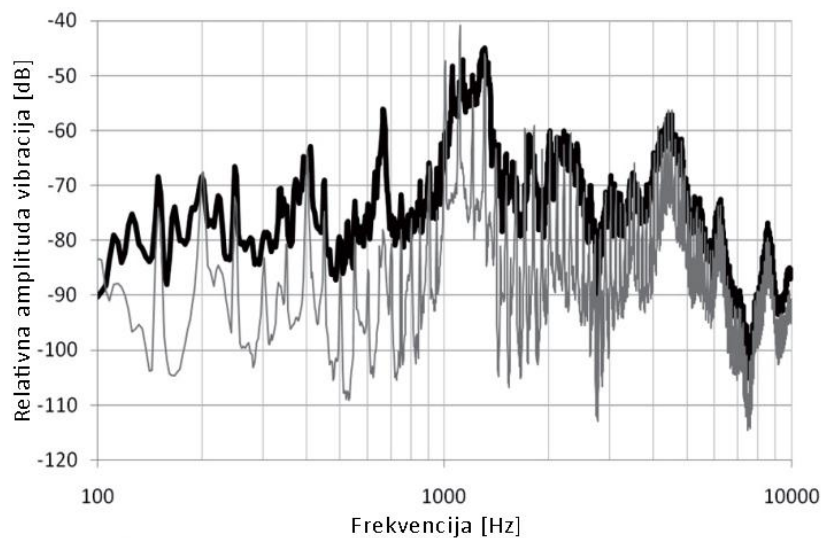


**Slika 6.3.** Zvuk kontrabasa i vibracije na gudalu pri procesu generisanja tona:  
isprekidana linija – zvuk; puna linija - vibracije

Kratak segment talasnog oblika signala iz mikrofona i akcelerometra prikazan je na slici 6.3. Signali su dobijeni pri sviranju najnižeg tona frekvencije 43 Hz. Na slici se vidi da se zvuk i vibracije jasno razlikuju. I bez detaljnije analize vidi se da u signalu vibracija dominiraju više učestanosti, ali njegova obvojnica ima periodu pobuđivanog tona na kontrabasu.

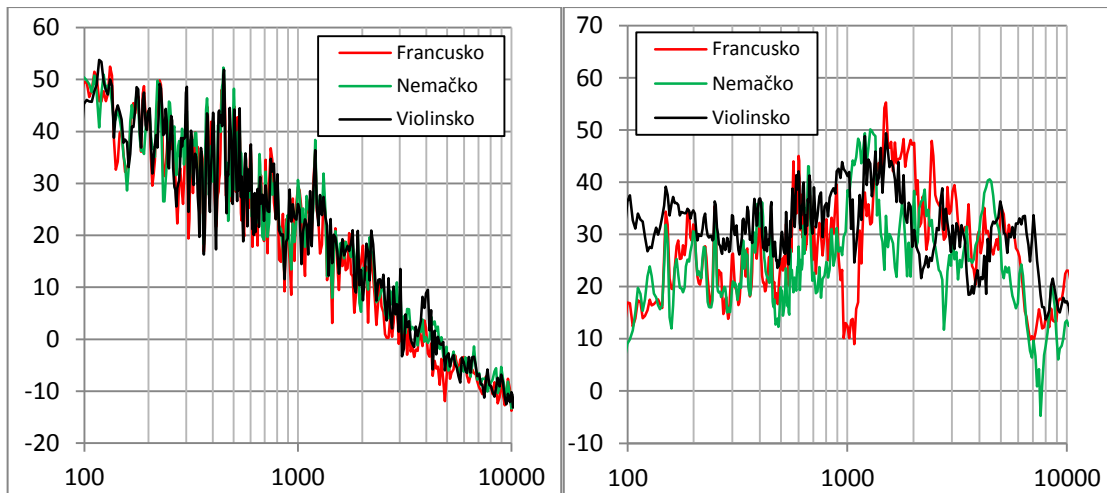
Za ilustraciju je na slici 6.4 prikazan spektar signala vibracija za gudalo sa nemačkom žabicom za najdublji mogući ton 43 Hz (tanki linija). Na istom

dijagramu je debelom linijom prikazan i spektar vibracija tokom sviranja hromatske skale. Hromatska skala upotrebljena je radi ravnopravnijeg prisustva svih frekvencija u analiziranom zvučnom uzorku. U slučaju pojedinačnih tonova, kao i u slučaju sviranja tonske skale, vidi se da su u signalu vibracija dominantne učestanosti u opsegu iznad 1000 Hz. U signalu vibracija dominantni su harmonici tona koji pripadaju tom opsegu. U slučaju kada je sviran samo jedan ton frekvencije 43 Hz u ovom delu spektra prepoznaju se komponente koje su međusobno razmaknute za frekvenciju tog tona. Zbir harmonika iz ovog opsega, koji čine dominantnu komponentu signala vibracija, zaslužan je za obvojnici signala prikazanih vibracija na slici 6.3.



**Slika 6.4.** Spektar vibracija na gudala prilikom sviranja: najdubljeg tona na kontrbasu (tanka linija); hromatske skale (puna linija)

Na slici 6.5 prikazani su spektri signala zvuka i signala vibracija za sve tri vrste gudala pri sviranju dugih i ravnih tonova. Sa dijagrama se može primetiti da ne postoji bitna razlika u spektrima snimljenih uzoraka pri sviranju različitim vrstama gudala uprkos činjenici da izvođač pri tome ima različite doživljaje tona. Nasuprot ovom podudaranju zvuka signali vibracija snimljeni na štapu gudala pri procesu generisanja tona značajno se razlikuju. Iz toga se može zaključiti da se razlike u gudalima pre mogu detektovati u spektrima njihovih vibracija, nego u spektrima tonova koje proizvode.



**Slika 6.5.** Spektri signala dobijenih sviranjem sa tri različite vrste gudala: levo - spektar zvuka; desno - spektar vibracija

### 6.3. Vizualizacija modova gudala kontrabasa

Izraženi deo spektra koji se može primetiti kod sve tri vrste gudala na frekvencijama između 1 kHz do 2 kHz može poticati od longitudinalnih rezonanci struna gudala [39]. Taj mehanizam interakcije između štapa i struna gudala do izražaja dolazi pri stick-slip efektu kada se strune neprestano podužno napinju i relaksiraju. Longitudinalni modovi struna gudala preslikavaju se na štap, kao što se i modovi štapa preslikavaju na longitudinalne karakteristike struna. Tako i modovi štapa preslikani na strune mogu uticati na stick-slip efekat, odnosno na mehanizam generisanja tona.

Analizu gudala violine sa merenjima u VNF sprovodio je Bisindžer [77] koristeći snimanja vibracija struna u veoma bliskom polju uzorka pobuđivanog impulsnim čekićem. Za merenje modova štapa koristio je fiksno postavljeni akcelerometar dok se pobuđivalo impulsnim čekićem celom dužinom gudala. Na ovaj način moguće je registrovati samo transversalne vibracije struna, za razliku od longitudinalnih koje su po svemu sudeći važnije kada govorimo o njihovom uticaju na modove štapa gudala [39].

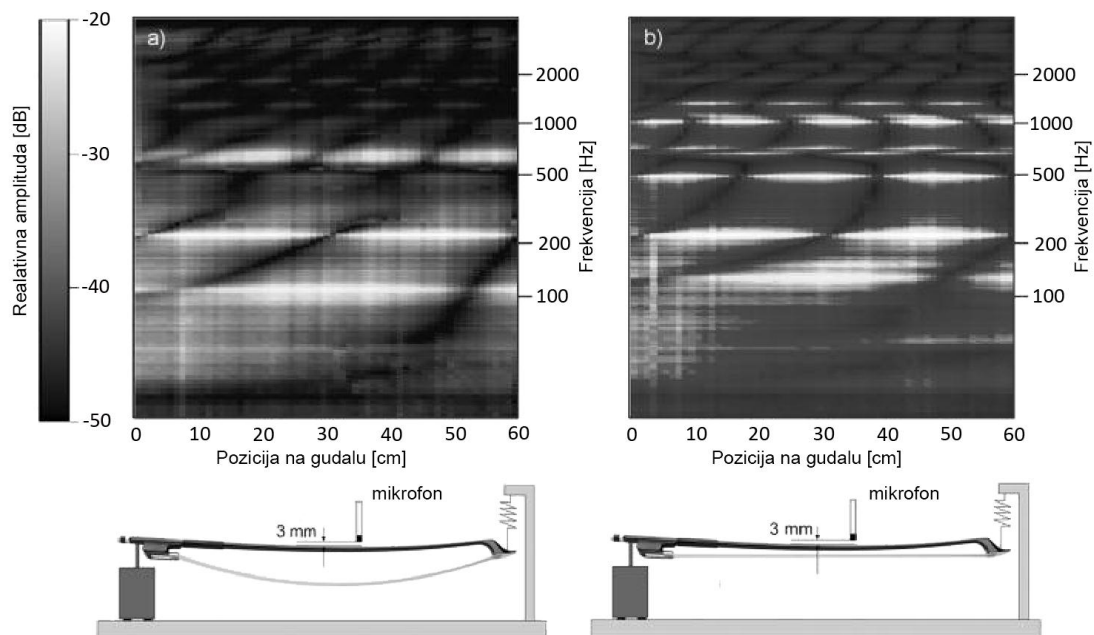
O modovima gudala za kontrabas malo se toga pisalo. U literaturi postoje analize modova violinskog gudala koje su uglavnom zasnovane na modelima dobijenim metodom konačnih elemenata [39]. Da bi se okarakterisale vibroakustičke karakteristike gudala potrebno je pobuditi ga nekom kontrolisanom i ponovljivom pobudom i zabeležiti njegov odziv. U tom smislu je organizovan eksperiment u kome je gudalo pobuđivano elektrodinamičkim pobuđivačem. Signal pobude koji je korišćen bio je beli šum.

Snimanjem u veoma bliskom polju (VNF) zvuka koji emituje gudalo pobuđeno vibracijama moguće je ostvariti vizualizaciju modova, uz ograničenja po pitanju frekvencijskog opsega. U ovom eksperimentu modovi vibracija gudala sa nemačkom žabicom skenirani su pomoću VNF metode. Skeniranje gudala je veliki izazov za VNF skeniranje jer je površina koja zrači zvuk veoma mala. Vizualizacija modova vibracija je izvršena za slučaj opuštenih i zategnutih struna. U slučaju kada su strune olabavljene štap gudala ima dominantnu ulogu, dok u slučaju zatezanja strune zajedno sa štapom gudala čine sistem dva spregnuta rezonatora. Sa jedne strane gudalo je bilo pričvršćeno za elektrodinamički pobuđivač (Brüel & Kjær 4810) dok je sa druge strane bilo obešeno elastičnom vezom, kao što je prikazano na slici 6.6. Ovakvo vešanje gudala ima za cilj da simulira slobodne granične uslove.

Za potrebe ovog eksperimenta korišćen je mali omnidirekcionni mikrofon. Mikrofon je postavljen iznad gudala. Razdaljina između mikrofona i štapa gudala bila je konstantnih 3 mm. Dužina merenog segmenta gudala, od žabice do vrha štapa, je 60 cm. Počevši od žabice, merne pozicije su definisane na svakih 1 cm sve do vrha gudala. Tako je definisano ukupno 60 mernih tačaka. Zvuk koji je generisan vibracijama štapa gudala sniman je u svakoj od ovih tačaka. Da bi se omogućila provera pouzdanosti ovakvog metoda analize eksperiment je ponavljen pet puta. Vizualizacija modova oscilovanja gudala, korišćenjem VNF skeniranja, izvršena je za sve modove koji se nalaze ispod 4000 Hz.

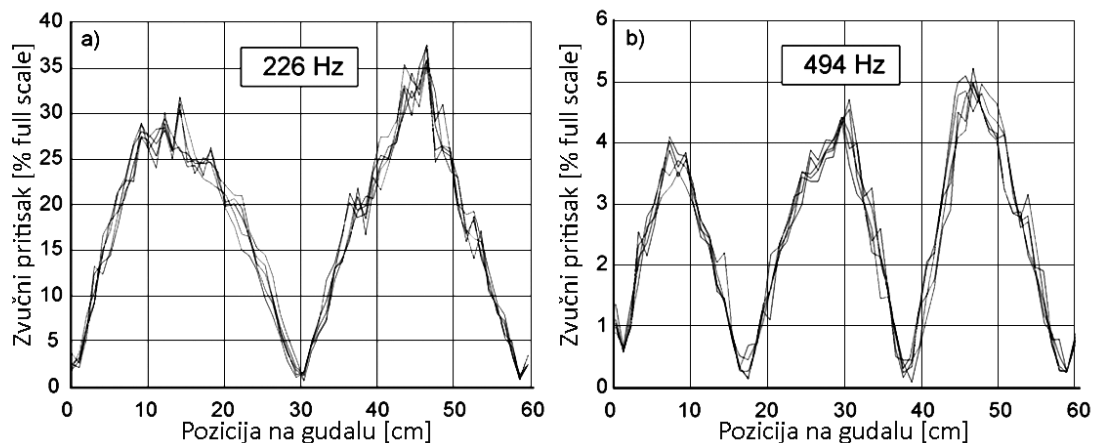
Za svaku mernu tačku izračunat je spektar signala. Tako su formirane dve matrice za dva slučaja različite napetosti gudala sa informacijama o poziciji merenja i podacima o spektralnom sadržaju za pet ponovljenih merenja. Na slici 6.6 prikazana je grafička predstava ovih matrica koja pokazuje prostornu raspodelu

modova vibracija za olabavljene strune (levo) i za napete strune (desno). Skeniranjem tačku po tačku, zabeležen je prostorni odziv gudala, uticaj slučajnih grešaka je smanjen, a precizan položaj tačke na gudalu može se očitati na x-osi. Porast nivoa zvučnog pritiska za različite pozicije i frekvencije predstavljen je tonskim razlikama - svetlija mesta predstavljaju zone gde je odziv gudala na vibracije velikog intenziteta. Početna tačka ovog prostornog spektrograma odnosi se na poziciju kod žabice gudala. Skeniranje se završava na vrhu gudala pa se sa x-ose mogu očitavati pozicije mikrofona. Uređena struktura na grafiku potiče od pravilne prostorne distribucije čvorova i trbuha koji se nalaze duž gudala. Sopstveni modovi gudala se jasno mogu videti na slici 6.6. Oni se pojavljuju na grafiku u vidu horizontalnih linija koje formiraju svetle tačke - pozicije na kojima je odziv gudala visok.



**Slika 6.6.** Vizualizacija modova gudala dobijena skeniranjem uzorka u veoma bliskom polju: olabavljene strune (levo); napete strune (desno)

Učitavanjem podataka iz snimljenih matrica može se prikazati prostorna raspodela modova oscilovanja gudala kontrabasa na željenoj frekvenciji. Na slici 6.7 prostorna raspodela odziva gudala za dve frekvencije 226 Hz (levo) i 494 Hz (desno) je prikazana za pet ponovljenih merenja. Relativna standardna devijacija, odnos standardne devijacije i srednje vrednosti, za pet ponovljenih merenja ima prosečnu vrednost od 0,09.



**Slika 6.7.** Modovi vibracija gudala sa zategnutim strunama za pet ponovljenih merenja mikrofonom u veoma bliskom polju a) 226 Hz (b) 494 Hz.

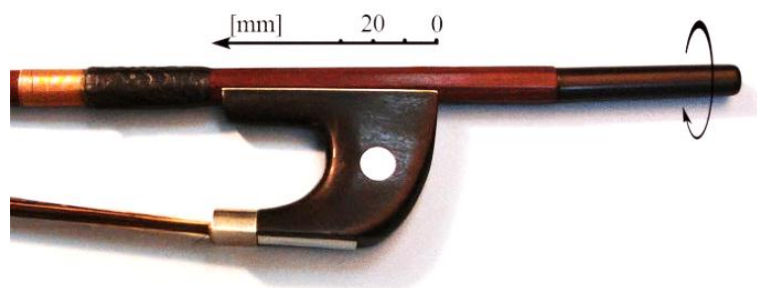
Blaga asimetričnost u distribuciji čvorova i trbuha na grafiku potiče od neuniformnosti podužnih fizičkih osobina gudala (koničnost i zakrivljenost) [78, 79]. Nehomogena distribucija mase duž štapa gudala, kao i pozicija na kojoj je prikāčen elektrodinamički pobuđivač, utiču na oblik modova i izgled grafika na slici 6.7. [39] Amplituda vibracija je za oko 20 % veća na kraju gde je štap tanji i gde postoji dodatna masa vrha gudala.

## 6.4. Uticaj napetosti struna na modove gudala kontrabasa

Naredni eksperiment tiče se uticaja napetosti struna na modove vibracija gudala kontrabasa. Napetost struna muzičar podešava prema subjektivnoj proceni. Pri tome, napetost struna se neprestano menja tokom sviranja instrumenta. Kada se tokom sviranja povećava sila pritiska gudala napetost struna se povećava što kao posledicu ima promenu modova vibracija gudala. Da bi se analizirale promene u ponašanju štapa gudala sa promenama napetosti struna organizovan je poseban eksperiment. Merenjem modova štapa gudala uz neprestano zatezanje struna moguće je utvrditi koji je longitudinalni ili transverzalni mod struna prisutan u spektru vibracija usled spregnutosti sa modovima štapa.

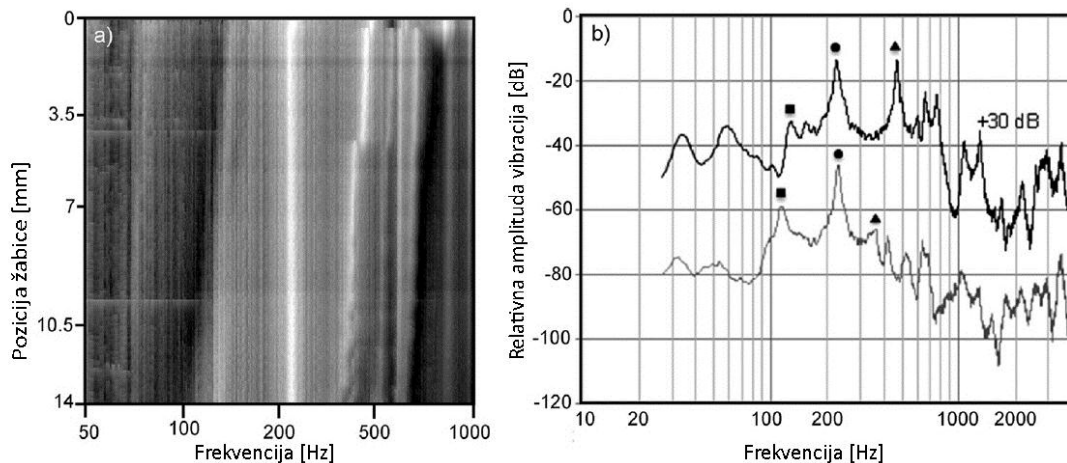


Eksperimentalna postavka ista je kao i u slučaju analiza VNF metodom. Odziv je meren mikrofonom na rastojanju od 3 mm iznad štapa gudala. Merenje je vršeno samo u jednoj tački na gudalu udaljenoj između 40 i 45 cm od žabice. Merna tačka je tako odabrana da mereni signal u njoj sadrži najveći mogući odziv za komponente tri najniže rezonance gudala. Izbegavanjem čvorova za modove koji se formiraju na ove tri rezonance omogućeno je posmatranje modova gudala pri zatezanju i popuštanju struna. Odvrtanjem šrafa na gudalu u koracima od po pola kruga, pozicija žabice se menja prouzrokujući promenu napetosti struna kao što je prikazano na slici 6.8. Jedan korak prouzrokuje pomeraj kobilice od oko 0,35 mm, i vodi potpunoj opuštenosti struna gudala. U 42 koraka gudalo prelazi iz stanja potpuno zategnutih struna u stanje njihove relaksiranosti. Pri ovom procesu žabica se ukupno pomera za 14,35 mm. Za svaku od ovih pozicija mikrofonom je snimljen zvučni uzorak u trajanju od 10 s. Ovi uzorci opisuju uticaj zategnutosti struna na modove vibracija gudala. Promena vibroakustičkih karakteristika usled promene zategnutosti struna je prikazana na slici 6.9 desno. Dve krive na slici 6.9 desno prikazuju odziv za slučaj ekstremne napetosti struna i slučaj njihove potpune relaksacije.



**Slika 6.8.** Pravać pomeranja žabice usled popuštanja šrafa na gudalu

Spektar za slučaj napetih struna, prikazan crnom linijom, podignut je za 30 dB radi bolje preglednosti grafika. Spektar za slučaj popuštenih struna prikazan je sivom bojom. Uticaj struna na modove gudala kontrabasa ne postoji kada su strune potpuno olabavljene, pa donja kriva na slici 6.9 desno predstavlja vibroakustičke karakteristike štapa gudala. Tri karakteristična moda označeni su kvadratom, krugom i trouglom na slici 6.9 desno.

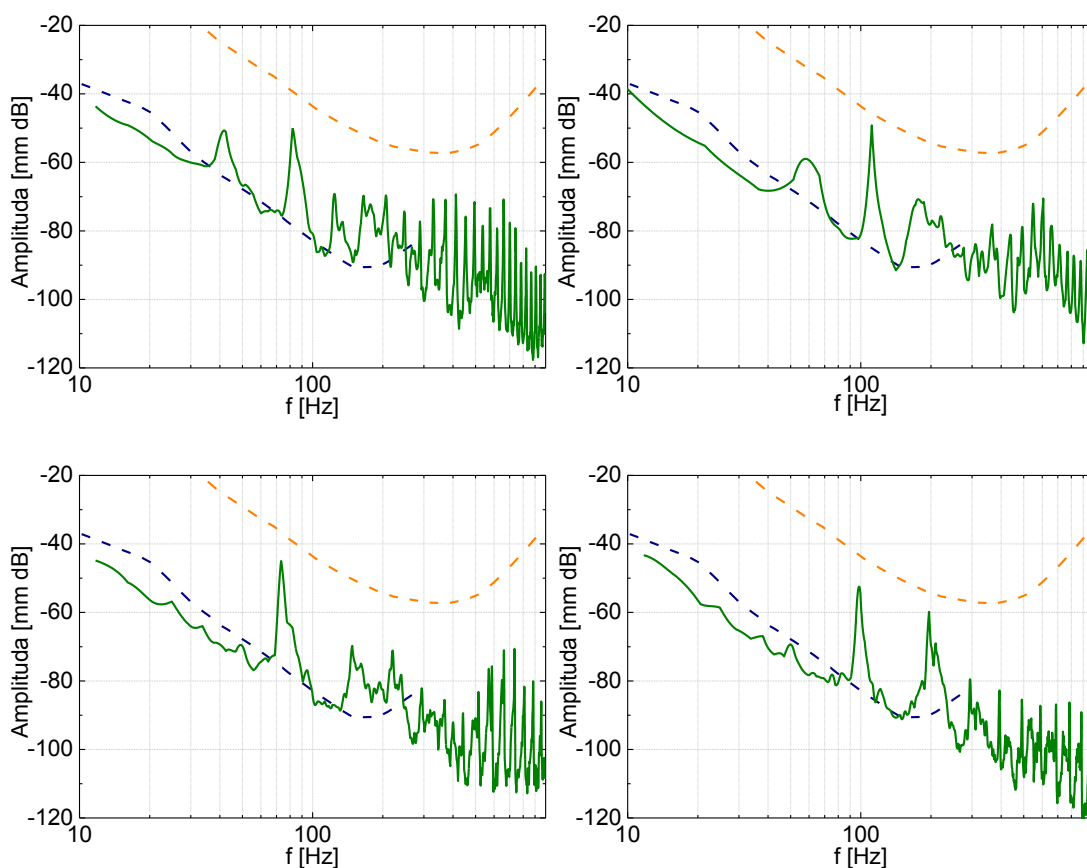


**Slika 6.9.** levo: Promene vibroakustičkih karakteristika gudala usled napinjanja struna; desno: Spektar vibracija na gudalu. Siva linija – popuštene strune, crna linija – zategnute strune (spektar za zategnute strune podignut je za 30 dB zbog bolje preglednosti rezultata).

Prikazani rezultati pokazuju da u slučaju opuštenih struna neke rezonance nisu prisutne u spektru kao i da je odziv na višim učestanostima generalno slabiji u poređenju sa rezultatima u slučaju napetih struna. Prilikom naprezanja struna stvara se kompleksniji mehanički sistem u kojem se rezonance struna preslikavaju na karakteristiku štapa gudala. Modovi vidljivi u spektru na slici 6.9 desno, koji se pojavljuju u slučaju napetih struna, nastaju kada dolazi do sprege između struna i štapa gudala. Njihova frekvencija raste sa porastom napetosti struna. Zatezanjem struna na gudalu frekvencija raste samo određenim modovima, dok se ona u slučaju drugih modova ne menja. Ovo se može uočiti na slici 6.9 levo posmatrajući promenu frekvencije modova usled smanjivanja napetosti struna. Frekvencija drugog moda (226 Hz) nije pod uticajem napetosti struna. Karakteristike nekih modova se menjaju usled promena fizičkih parametara sistema. Zatezanjem gudala stvara se dodatna sila na njegovim krajevima. Povećavajući napetost struna zakrivljenost gudala se smanjuje što može rezultovati opadanjem krutosti štapa gudala [80]. Mod na grafiku označen krugom se ne menja usled zatezanja struna. Frekvencija moda označenog kvadratom raste zajedno sa porastom napetosti ali u tom procesu on postaje prigušen. Mod označen trouglom je rezonanca struna koja se prenosi na štap gudala i pojavljuje se samo kada su strune zategnute.

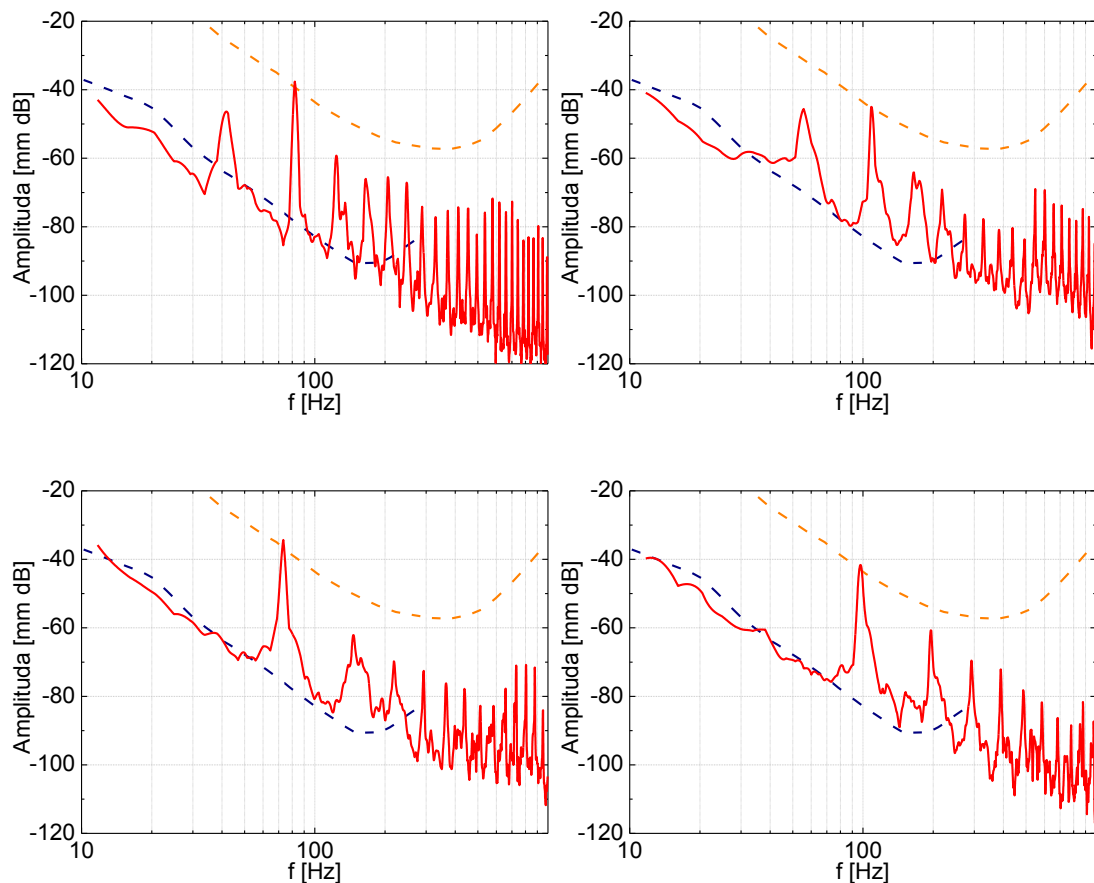
## 6.5. Vibracija gudala kontrabasa kao dodatna informacija muzičaru o generisanom tonu

Percepcija muzičara i subjektivni doživljaj tona, usled višegodišnjeg sviranja instrumenta, donekle je povezan sa osećajem vibracija u šaci. Ne može se reći u kojoj meri ove vibracije povratno utiču na interpretaciju, ali je u literaturi pokazano da postoji njihov uticaj na muzičara [81]. Na ljudskoj šaci nalaze se receptori za vibracije koji služe za opažanje teksture čulom dodira [82, 83]. U koži se nalaze Majnsnerova i Pačinijeva korpuskula koje su odgovorne za registrovanje vibracija. Pačinijeva korpuskula ima niži prag osetljivosti u frekvencijskom opsegu u kome se kreću vibracije na gudalu kontrabasa. Njena karakteristika prikazana je na graficima na slici 6.10 narandžastom isprekidanom linijom.



**Slika 6.10.** Spektar vibracija na gudalu srednje klase za tonove četiri prazne žice kontrabasa (E, A, D, G)

Sa grafika se vidi da se najveća osetljivost ovog senzora vibracija nalazi u frekvencijskom opsegu od 300 do 400 Hz. Povećavanjem kontaktne površine između šake i vibrirajućeg objekta snižava se prag osetljivosti na vibracije. Za objekat koji se drži blago stisnut celom šakom granica osetljivosti prikazana je na graficima isprekidanom plavom linijom [84]. Pravac sile koja deluje na kožu takođe ima uticaja na osetljivost pa tako za normalnu silu osetljivost može biti 30 % veća nego kada su vibracije paralelne površini kože. Variranje kontaktne sile u granicama od 0,05 do 1 N ne doprinosi promeni praga osetljivosti Pačinijevih korpuskula. U zavisnosti od načina držanja gudala osetljivost na vibracije može se kretati u granicama definisanim ovim isprekidanim linijama.



**Slika 6.11.** Spektar vibracija na gudalu niže klase za tonove četiri prazne žice kontrabasa (E, A, D, G)

Do šake izvođača dospevaju vibracije određene prenosnom karakteristikom gudala. Kako bi se izvršilo merenje vibracija tokom procesa sviranja na gudalo je postavljen akcelerometar kao što je prikazano na slici 6.2. Vibracije na gudalu su

merene u pravcu normalnom na kontaknu površinu. Merni sistem, koji čine akcelerometar, predpojačavač i interfejs koji se koristio za akviziciju signala kalibrisani su poznatom mehaničkom pobudom. Izmerene vrednosti pomeraja koje se javljaju na gudalu u procesu generisanja tona predstavljaju apsolutne veličine pa se kao takve mogu upoređivati sa granicama osetljivosti receptora u ljudskoj koži koje se mogu pronaći u literaturi.

U prvom slučaju prikazanom na slici 6.10 svirano je sa gudalom srednje klase. Svirani su forte tonovi na svim praznim žicama (41, 55, 73 i 98 Hz) dok su snimane vibracije na gudalu koje nastaju pri procesu generisanja tona. Za sve odsvirane tonove maksimalne vrednosti u spektru vibracija prelaze granicu definisanu donjom isprekidanom linijom.

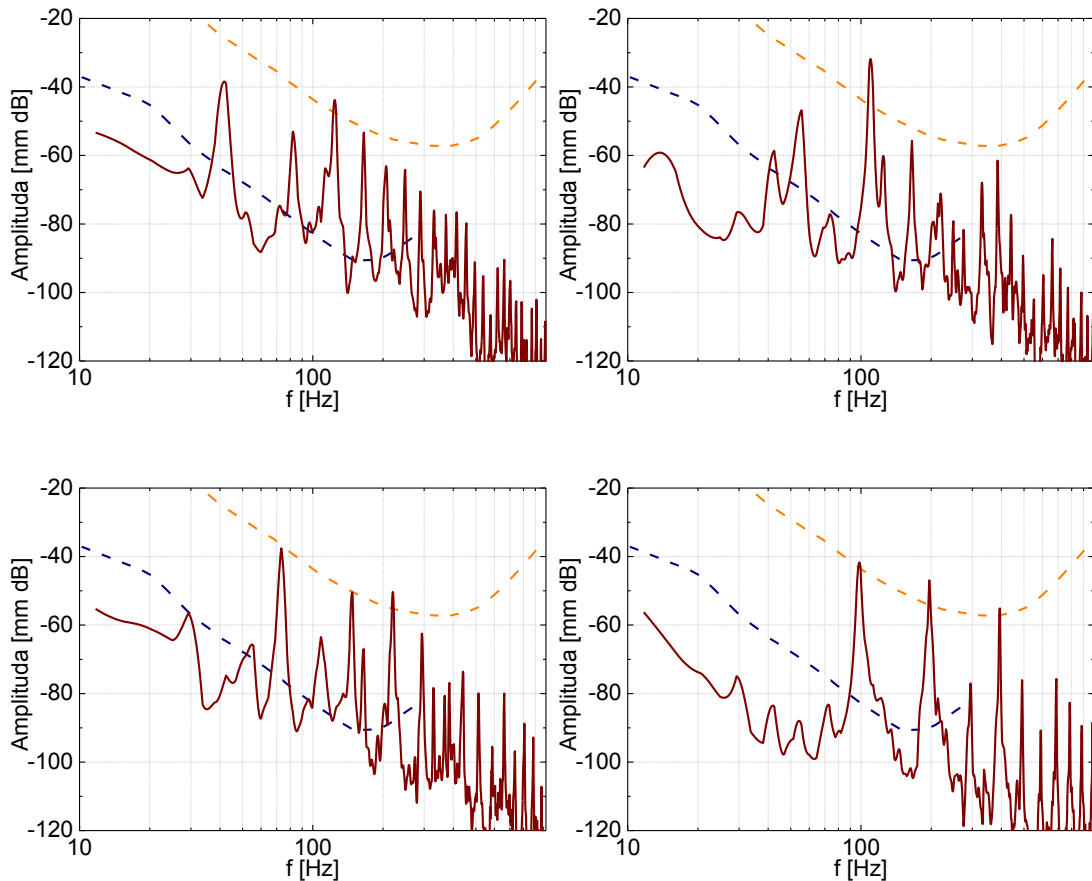
U sledećem eksperimentu ponovljeno je snimanje vibracija sa drugim gudalom niže klase, a njihov spektar prikazan je na slici 6.11. Gudalo niže klase pri procesu generisanja tona stvara jače vibracije, koje se lakše mogu osetiti šakom u procesu sviranja. Jedan od mogućih razloga za ovo je manja masa ovog gudala.



**Slika 6.12.** Pozicija akcelerometra za merenje vibracija na zadnjoj ploči kontrabasa

Receptore na koži moguće je pobuditi i telom instrumenta, pa su u sledećem eksperimentu analizirane vibracije na rezonatorskoj kutiji kontrabasa. Akcelerometar je postavljen na zadnju ploču instrumenta, kao što je prikazano na slici 6.12. On se nalazi u tački u kojoj se najčešće ostvaruje kontakt instrumenta sa telom izvođača. Spektar vibracija prikazan je na slici 6.13. Granice prikazane

isprekidanim linijama odnose se na prag čujnosti receptora u ljudskoj šaci, ali su prikazane kao referentne vrednosti kako bi se nivo vibracija na telu instrumenta uporedio sa nivoom vibracija na gudalu. Merenja su pokazala da su vibracije na telu instrumenta višeg intenziteta.



**Slika 6.13.** Spektar vibracija na zadnjoj ploči instrumenta za tonove četiri prazne žice kontrabasa (E, A, D, G)

## 6.6. Analiza uticaja položaja gudala kontrabasa na ton instrumenta

Nakon okidanja žice kod bilo kog žičanog instrumenta nakon samo jedne periode, usled disipacije, spektar signala će se promeniti i viši harmonici će biti potisnuti. U slučaju sviranja sa gudalom signal ne izgleda kao u slučaju *pizzicato* tona. Usled *stick-slip* efekta svake periode žica se dodatno pobuđuje pa su iz tog razloga u slučaju ovakve pobude prisutniji viši harmonici. Takođe, kada žica dospe u *slip* fazu ona ne vibrira slobodno u prostoru, već klizi po strunama gudala. Usled trenja

između gudala i žice ostvaruju se dodatni gubitci. Gudalo na taj način prigušuje žicu koja vibrira. Može se reći da gudalo u jednoj istoj tački pobuđuje i prigušuje žicu pri procesu generisanja tona. Elastične karakteristike struna i gudala pri ovom procesu mogu imati uticaja na ovo prigušenje.

Kako bi se ispitao uticaj položaja gudala na ton instrumenta potrebno je imati tačnu poziciju pobude žice. U analizama zvuka gudačkih instrumenata za postizanja konstantne i precizne pobude ponekad se koriste mašinska gudala (*machine bowing*) [58, 59] pa je tako moguće vršiti sistematska ispitivanja ili analizirati i upoređivati različite instrumente. Za muzičara je teško da održi poziciju pobude konstantnom pa su mala odstupanja reda veličine 1 mm neizbežna. Precizno kontrolisanje pozicije pobude žice naročito je problematično kada su u pitanju manji instrumenti, kao što je violina, jer i najmanja odstupanja predstavljaju značajnu varijaciju u odnosu na malu dužinu žice. Mesto kontakta gudala i žice nije jedna tačka već čitav jedan segment žice, pa iz ovog razloga eksperimentalna merenja, kako za mašinska gudala tako i za sviranje rukom, ne mogu postići pobudu žice u jasno definisanoj tački.

Eksperimenti vršeni na kontrabasu, najvećem gudačkom instrumentu, minimizuju efekat promenljivog mesta pobude jer u tom slučaju varijacije pozicije predstavljaju mali procenat ukupne dužine žice. Takođe, moguće je ostvariti veći broj mernih tačaka u kojima prilikom pobude ne dolazi do preklapanja susednih mernih pozicija usled konačne širine gudala.

U ovim eksperimentima merenja su vršena na G žici kontrabasa a rezultati su upoređivani sa rezultatima numeričke simulacije. Za snimanje zvuka kontrabasa merni mikrofon postavljen je na 1 m od instrumenta ispred levog  $f$ -otvora. Prazan G žica, frekvencije oko 98 Hz, pobuđivana je gudačkom iz ruke muzičara sa različitom udaljenošću od kobilice instrumenta. Uniformnost pobude kontrolisana je subjektivnim doživljajem muzičara. Petnaest signala snimljeno je duž žice u pozicijama koje su definisane tako da totalna dužina žice bude celobrojni umnožak rastojanja od kobilice na kojem se ona pobuđuje. Efektivna dužina žice bila je 104 cm, što je tipična dužina za tročetvrtinski model kontrabasa.

Žica je pobuđivana u zoni između kobilice i hvatnika, gde se mogu pronaći čvorovi pojedinih harmonika. Granica do koje su sezale merne tačke u zoni veoma blizu kobilice određena je pozicijom na kojoj je moguće proizvesti održiv i kvalitetan ton. Pozicija najbliže kobilici nalazi se na  $1/26$  dužine žice. U zoni u kojoj je pobuđivana žica ne nalaze se čvorovi prvih pet harmonika (h1-h5). Najudaljenija merna tačka od kobilice nalazi se na  $1/6$  dužine žice, gde se nalazi čvor šestog i trbuh trećeg harmonika.

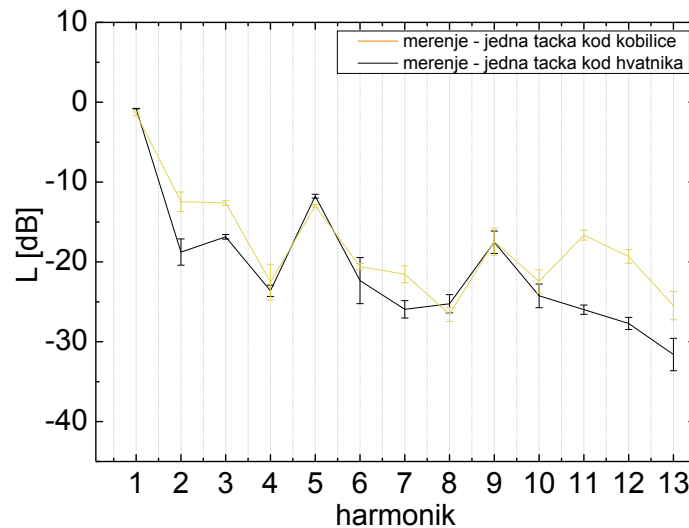
Sintetički audio signali generisani su upotrebom algoritma za fizičko modelovanje. Metodom konačnih razlika modelovano je kretanje žice usled pobude gudalom. Ojler-Bernulijev model žice nalazi se u osnovi korišćenog algoritma. U modelu je žica prikačena na pokretno gudalo sa mogućnošću kretanja u dve polarizacije [85]. Sa jedne strane sila pritiska struna na gudalo modelovana je korišćenjem nelinearnog prigušenog modela sudara (*nonlinear damped collision model*), dok je sa druge strane transverzalna brzina gudala određena transverzalnom silom koja deluje na gudalo. Sila trenja između struna gudala i žice određena je krivom eksponencijalne zavisnosti trenja od brzine [86]. Ovde se mora naglasiti da je ovo model izolovane žice fiksirane na dva kraja. Korišćena simulacija ne koristi model kobilice i rezonatorske kutije, pa pokretljivost kobilice ne utiče na ishod simulacije.

Žica je podeljena na konačni broj elemenata koji su međusobno udaljeni par milimetara. Sve vremenski promenljive veličine predstavljene su kao nizovi brojeva, koji su semplovani sa rezolucijom od 192 kHz. Sistem parcijalnih diferencijalnih jednačina koje opisuju žicu i gudalo aproksimirani su diskretnim vrednostima. Ulazni parametri u ovoj simulaciji su udaljenost gudala od kobilice i normalna i transferzalna sila pritiska na gudalo. Ovim parametrima posredno je određena brzina prevlačenja gudala preko žice.

U trenutku  $t = 0$  normalna sila primenjena je na gudalo koje stupa u kontakt sa žicom. Posle ostavljanja dovoljno vremena da se normalne rezidualne vibracije žice primire transverzalna sila počinje da deluje i zauzima konstantnu vrednost započinjući vibracije žice. Kada se uspostavi stabilno stanje, iz niza koji opisuje kretanje žice, izdvaja se tri sekunde Helmholtsovog kretanja (3 x 192.000 odbiraka) koje se kao signal koriste u analizama u frekvencijskom domenu.



Neuniformna komplementarna filtarska banka korišćena je za obradu dobijenih audio signala [75, 74]. Kao rezultat ovog filtriranja za svaku poziciju gudala dobijeno je po trinaest signala. Oni predstavljaju prvih trinaest harmonika (h1-h13) za svaki uzorak zvuka kontrabasa. Filtriranje je vršeno kako za snimljene tako i za simulirane signale. Nivo svakog harmonika normalizovan je sa nivoom ukupnog signala.

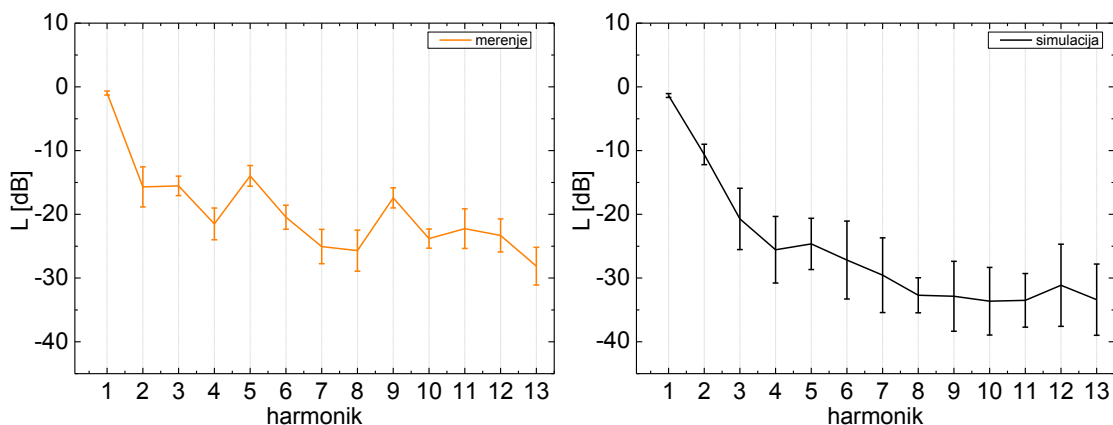


**Slika 6.14.** Harmoniska struktura tona sviranog blizu kobilice i blizu hvatnika

Harmonijska struktura signala snimljenih na kontrabasu prikazana je na slici 6.14. Prikazane su komponente alikvotnog niza jednog tona sviranog sa dve razlicite pozicije gudala. Tamnom linijom prikazan je ton odsviran kod hvatnika, dok je svetlom linijom prikazan ton odsviran kod kobilice. Na apscisi nalaze se redni brojevi harmonika, dok se na ordinati mogu očitati nivoi zvučnog pritiska. Za obe krive na ovoj slici prikazana je srednja vrednost i standardna devijacija svakog harmonika za četiri ponovljena merenja, za tonove odsvirane sa istom pozicijom gudala na isti način po subjektivnom osećaju muzičara. Može se primetiti viši nivo zvučnog pritiska za neke harmonike u slučaju kada se gudalo nalazi blizu kobilice što rezultuje oštrijim tonom instrumenta. Ravnomernost u sviranju održavana je po subjektivnom osećaju muzičara, a vrednosti standardne devijacije prikazuju variranje za ponovljene tonove.

Na slici 6.15 levo prikazano je do koje mere pozicija gudala može uticati na boju zvuka u slučaju gudala vođenog rukom. Srednja vrednost i standardna devijacija

svakog harmonika prikazana je za sve pozicije pobude žice. Signali dobijeni pomoću numeričke simulacije analizirani su na isti način a rezultati su predstavljeni na slici 6.15 dole. Kod simulacije prisutna su veća variranja u boji zvuka usled promene pozicije.



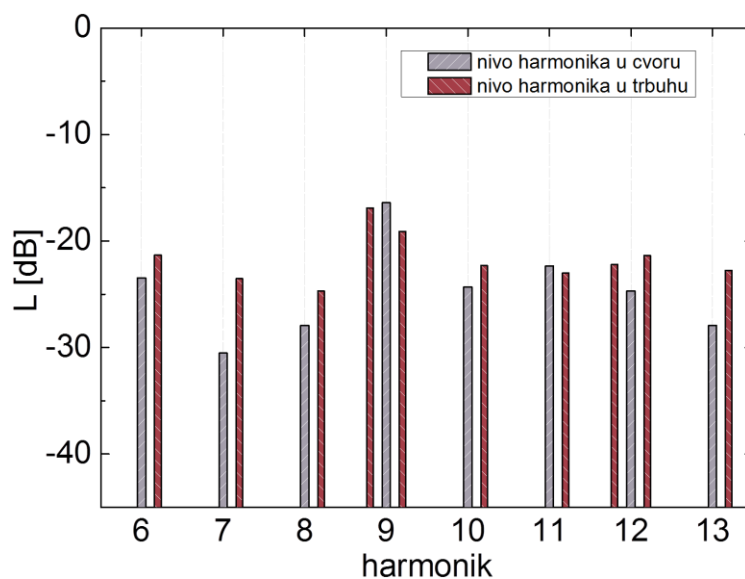
**Slika 6.15.** Varijacije boje zvuka usled različitih pozicija pobude za: ručno vođeno gudalo (levo); simulaciju (desno)

## 6.7. Nivoi harmonika u tonu kontrabasa u zavisnosti od pozicije gudala u odnosu na kobilicu

U ovom eksperimentu žica je pobuđivana u tačkama u kojima se nalaze trbusi i čvorovi harmonika. Opseg pozicija u kojima je pobuđivana žica ograničen je sa jedne strane hvatnikom preko koga se ne može prevlačiti gudalom, a sa druge strane nemogućnošću da se generiše kvalitetan ton neposredno uz kobilicu. U zoni u kojoj je moguće svirati gudalom na analiziranom kontrabasu se ne nalaze čvorovi nižih harmonika (h1-h5). Tačka koja je najviše udaljena od kobilice je na  $1/6$  dužine žice i odgovara čvoru šestog ili trbuha trećeg harmonika. Tačka najbliža kobilici nalazi se na  $1/26$  dužine žice. Za harmonike h6 do h13 žica je pobuđivana i u čvoru i u trbuha pa je moguće uporediti njihove vrednosti za ta dva slučaja.

Rezultati prikazani na slici 6.16. prikazuju nivoe zvučnog pritiska za harmonike (h6-h13) u slučaju pobude žice gudalom na mestu čvora i trbuha tog harmonika. Za slučajeve h9 i h12 žica je pobuđivana u dva trbuha pa su zato na grafiku prikazane i

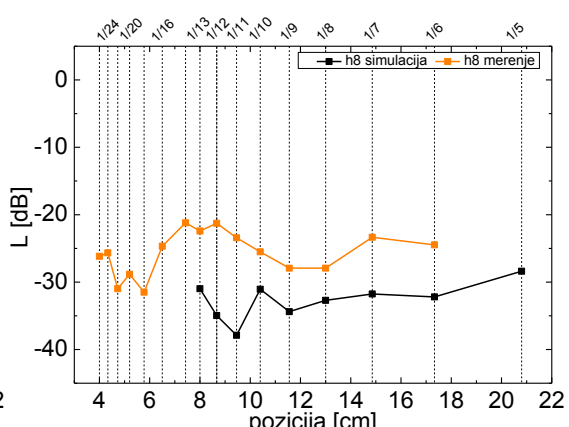
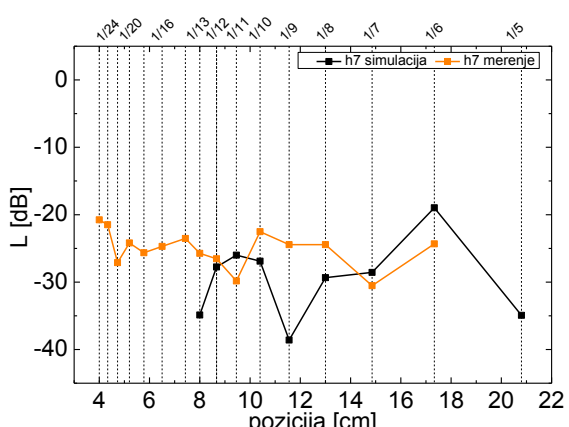
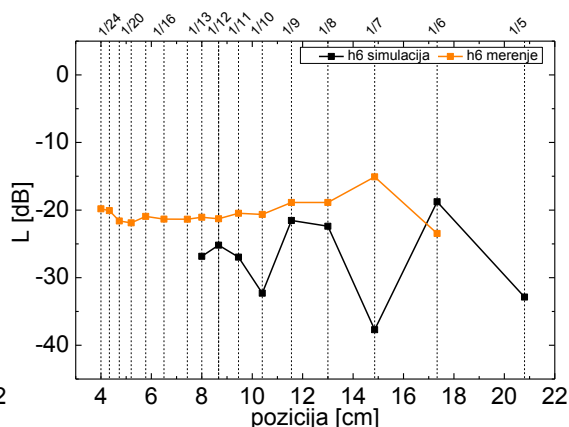
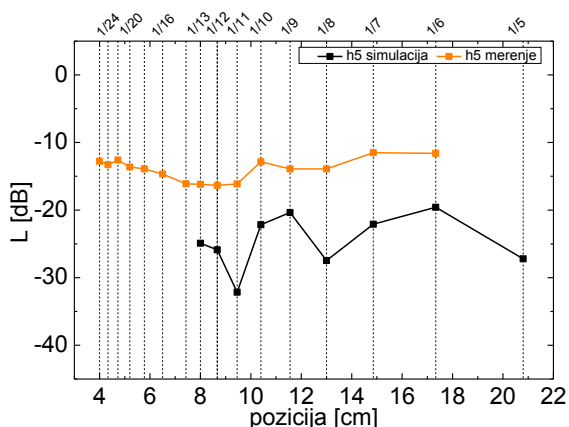
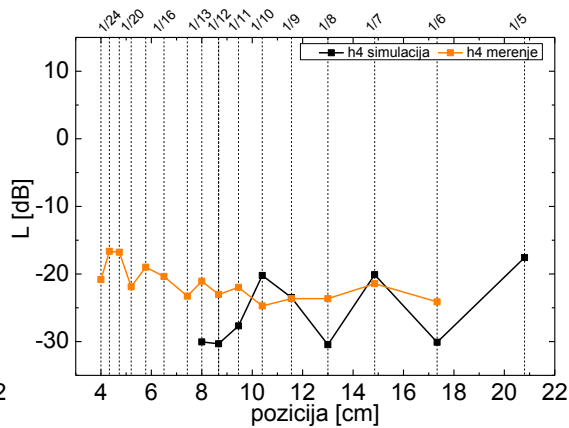
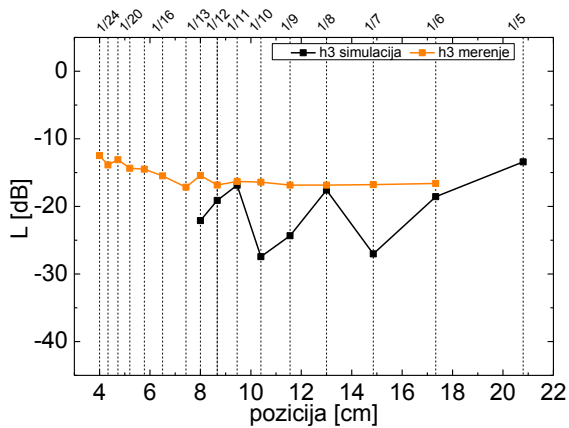
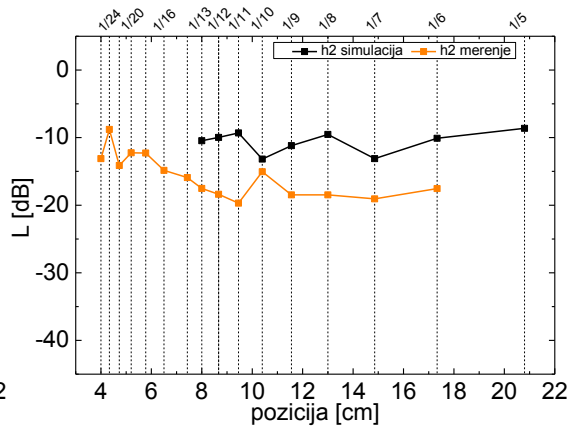
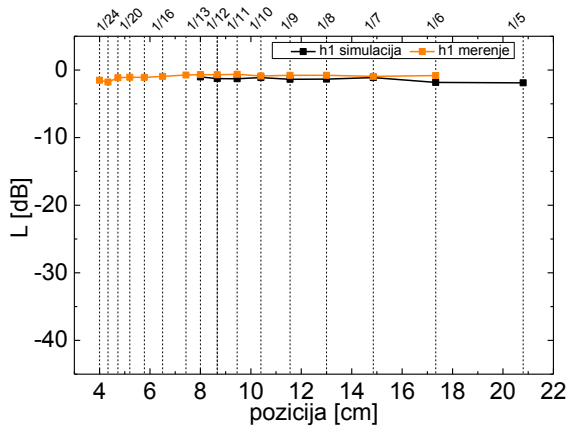
dve vrednosti. Može se primetiti, za veći broj slučajeva, da je harmonik prisutniji u tonu kada se gudalo nalazi na poziciji gde mu je trbuh.

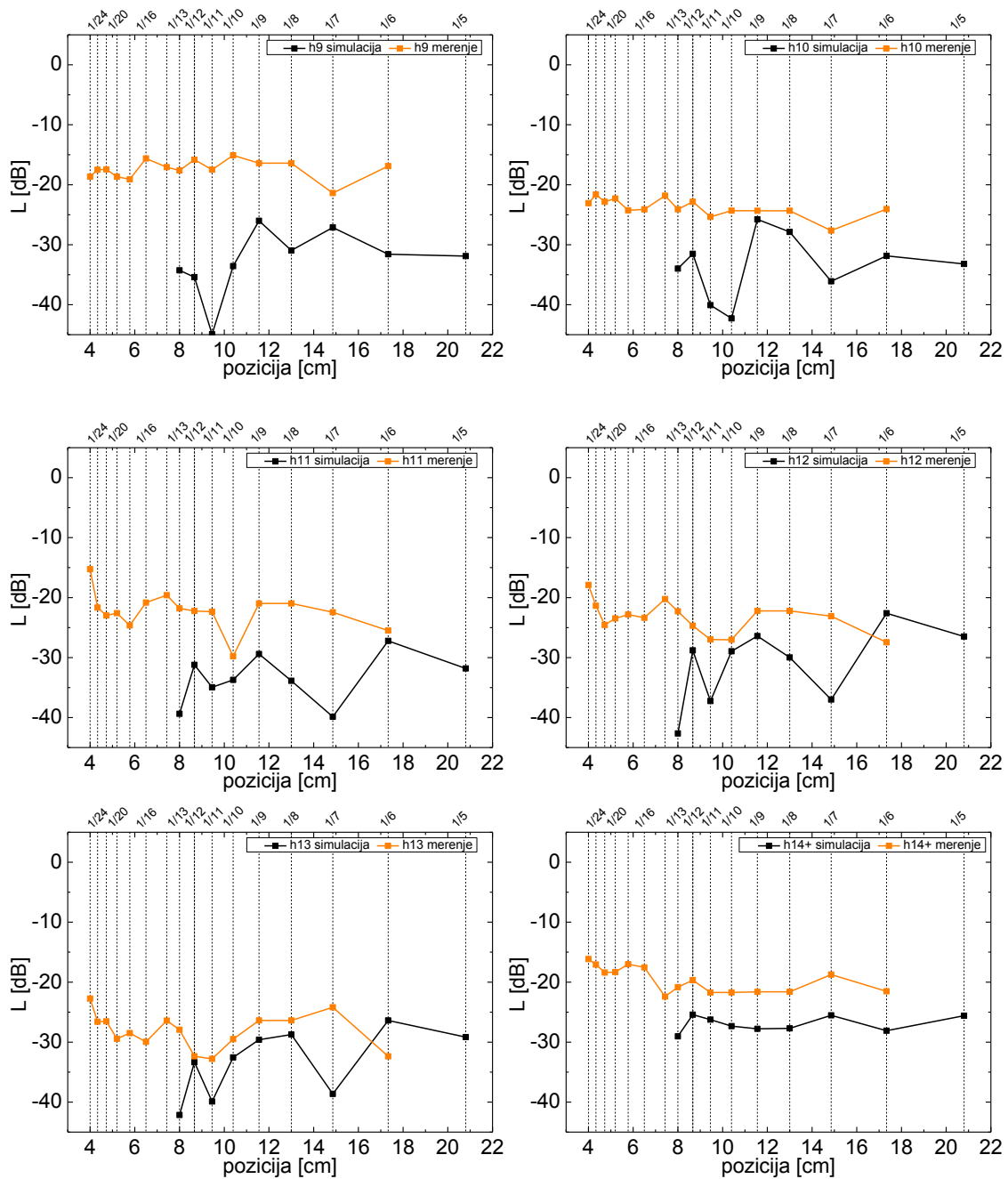


**Slika 6.16.** Upoređivanje nivoa zvučnog pritiska harmonika pobuđivanih u čvoru i trbuhu

Na slici 6.17 prikazana je zavisnost nivoa jednog harmonika od mesta pobude žice. Na svakom grafiku predstavljen je jedan harmonik. Narandžastom linijom su predstavljeni nivoi harmonika za gudalo vođeno rukom, dok su crnom linijom prikazani rezultati numeričke simulacije. Na apscisi je data udaljenost gudala od kobilice, dok je na ordinati predstavljen nivo zvučnog pritiska određenog harmonika za sve različite pozicije pobude. Pored prikaza u centimetrima, udaljenost mesta pobude od kobilice data je i kao odnos ovog rastojanja i ukupne dužine žice. Ovaj odnos se u literaturi uobičajeno označava sa  $\beta$ . Posmatrajući ove grafike može se zaključiti da minimum ili maksimum, u slučaju ovde analiziranih signala, najčešće nisu ni u čvoru ni u trbuhu određenog harmonika.

Varijacije u pritisku gudala su neizbežne u slučaju sviranja rukom. Takođe je i u simulaciji nemoguće održati konstantan pritisak u velikom broju pozicija gudala jer se granice minimalnog i maksimalnog dozvoljenog pritiska menjaju od pozicije do pozicije [55]. Samo za pozicije koje su blizu jedna drugoj ( $\beta = 1/9, 1/10, 1/11$ ) moguće je u simulaciji ostvariti istu pobudu. Pored toga što se ostvaruje ista popuda u ovim pozicijama spektralni sadržaji generisanih signala se razlikuju što je prikazano na slici 6.18.

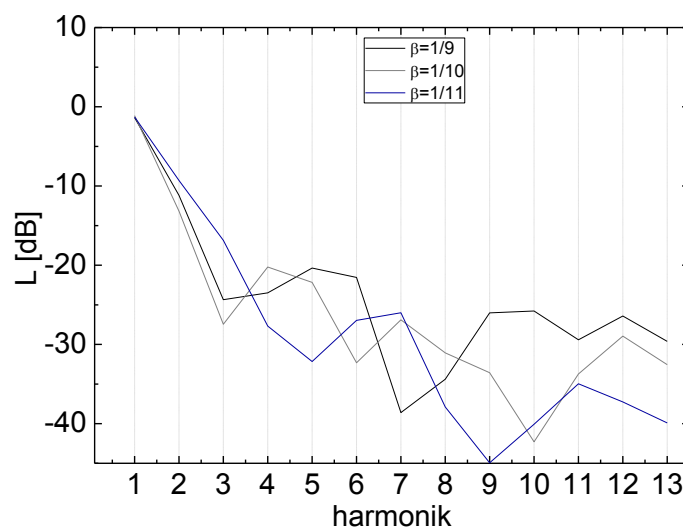




**Slika 6.17.** Nivo harmonika u zavisnosti od pozicije pobude za gudalo vođeno rukom (narandžasta) i simulaciju (crna)

Na osnovu svih predstavljenih rezultata može se zaključiti da spektar odsviranih signala trpi manje varijacije prilikom promene mesta pobude u odnosu na spektar simuliranih signala. Ovo može biti usled tendencija muzičara da održi konstantan i nepromenljiv ton pa eventualne varijacije u odzivu instrumenta kompenzuje promenom pobude.

Razlike između merenja i simulacije mogu biti objašnjene velikim brojem faktora. Diskretizacija žice, odnosno konačni broj elemenata koji se pojavljuje u simulaciji može uticati na krajnji ishod rešenja. Takođe, simulirana žica je u modelu pričvršćena za krute krajeve što kao rezultat ima odsustvo uticaja ljuljanja kobilice na proces generisanja tona. Kod realnog instrumenta fleksibilna kobilica zajedno sa rezonatorskom kutijom su u sprezi sa žicom. Ovakav sistem omogućava lakše postizanje kvalitetnog tona u zoni blizu kobilice [54]. Iz ovog razloga bilo je nemoguće simulacijom generisati dobro Helmholtcovo kretanja u pozicijama bližim kobilici od 1/13 žice.



**Slika 6.18.** Sadržaj harmonika u tonu za tri bliske pozicije gudala

Sa druge strana kobilica i rezonator imaju veliki uticaj na spektralni sadržaj tona instrumenta. Frekvencijski zavisna admitansa kontrabasa čini da neke komponente tona generisanog žicom budu veoma pojačane, dok neke druge bivaju prigušene. Pored toga što ovaj sistem filtrira zvuka, povratna sprega između rezonatorske kutije i žice utiče na zvuk instrumenta [87]. Da bi se simulirao uticaj svih ovih komponenti potrebno je napraviti model kobilice i rezonatorske kutije koji bi kao spregnuti rezonator bio prikačen na jedan kraj žice.

Modelovanje gubitaka u korišćenoj simulaciji je uprošćeno. Korišćeno frekvencijski zavisno prigušenje ne podudara se u potpunosti sa gubicima u realnoj žici. Model koji detaljnije obuhvata fizičke parametre žice razvijen je i eksperimentalno proveren u literaturi [88] pa bi se pomoću njega mogla ostvariti realističnija simulacija.

## 7. ANALIZA FIZIČKIH KARAKTERISTIKA DRVETA ZA IZRADU INSTRUMENTA

Pri izradi kontrabasa od velikog je značaja mogućnost da se unapred predvidi kako će se neki komad drveta ponašati kao deo složene mehaničke strukture instrumenta. Jedan od načina da se dobiju objektivne informacije o vibroakustičkim osobinama nekog odabranog drvenog uzorka je prikazivanje njegovih modova oscilovanja. Na njih primarno utiče geometrijska forma uzorka, pa se tako podešavanjem oblika može uticati na akustički odziv koji bi se mogao sagledati. Uticaj imaju i fizičke karakteristike materijala od koga je posmatrani uzorak napravljen. Sa stanovišta muzičke akustike najvažniji su Jangov moduo elastičnost, masa i faktor gubitaka. Jangov moduo povezuje se sa krutošću drveta, dok faktor gubitaka kvantifikuje proces smirivanja oscilacija, to jest pokazuje koliko dugo će drvo oscilovati nakon pobude. Ovaj parametar direktno je povezan sa onim što se u muzičkoj literaturi naziva *sustain*. Zbog toga je pri izradi novih i klasifikaciji starih, osvedočeno dobrih instrumenata značajno poznavati ove fizičke parametre.

### 7.1. Analiza i vizualizacija modova oscilovanja uzorka upotrebom elektrodinamičkog pobuđivača

Standard ASTM E 1876 [61] propisuje merenje modula elastičnosti pri slobodnim graničnim uslovima procedurom opisanom u poglavlju 3.1. Vrednost modula elastičnosti se tako dobija za frekvenciju prvog moda grede. U slučaju pobude elektrodinamičkim pobuđivačem nužno je pobuđivač pričvrstiti za gredu, što kao posledicu ima promenu njenih graničnih uslova. Kada se pobuda pričvrsti na kraj grede, kao što je predstavljeno u poglavlju 3.2, rezonance takvog sistema se skoro idealno poklapaju sa rezonancama koje nastaju pri slobodnim graničnim uslovima, izuzev još jedne najniže rezonance koja se javlja u slučaju grede ukrućene sa jedne strane. Ovo se najbolje može uočiti upoređivanjem grafičkih rešenja karakterističnih jednačina ova dva sistema koja su prikazana na slici 3.3 i slici 3.4.

Iz ovog razloga ovakav način pričvršćivanja uzorka najkompatibilniji je sa standardom jer se na osnovu identifikacija rezonanci takvog sistema mogu utvrditi vrednosti modula elastičnosti za istu frekvenciju koja se javlja pri merenjima prema navedenom standardu.

Kada se uzorak pobuđuje elektrodinamičkim pobuđivačem javljaju se prinudne oscilacije uz neminovno drugačije granične uslove. Za drvenu gredu prikačenu na jednom kraju za pobuđivač modovi koji se javljaju na gredi mogu se analitički predstaviti izrazom:

$$\phi(x) = A\sin(ax) + B\cos(ax) + C\sinh(ax) + D\cosh(ax) \quad (7.1.)$$

gde je  $\phi(x)$  funkcija koja definiše oblik moda duž uzorka. Ako je pobuđivač pričvršćen u tački  $x = 0$  granični uslovi u slučaju sopstvenih modova, predstavljeni izrazima od 3.18 do 3.21, isti su i u slučaju prinudnih oscilacija izuzev graničnog uslova predstavljenog izrazom 3.18. U ovom slučaju u tački  $x = 0$  ostvaruje se pomeraj  $\phi_m$  diktiran amplitudom pobude, pa su novi granični uslovi:

$$\phi(0) = \phi_m; \quad \phi'(0) = 0; \quad \phi''(L) = 0; \quad \phi'''(L) = 0 \quad (7.2.)$$

Uvođenjem prvog graničnog uslova u jednačinu 7.1. dobija se:

$$B + D = \phi_m \quad (7.3.)$$

Iz graničnog uslova  $\phi'(0) = 0$  dobija se:

$$A + C = 0 \quad (7.4.)$$

Za granične uslove  $\phi''(L) = 0$  i  $\phi'''(L) = 0$  uz smenu  $D = \phi_m - B$  i  $A = -C$  dobija se

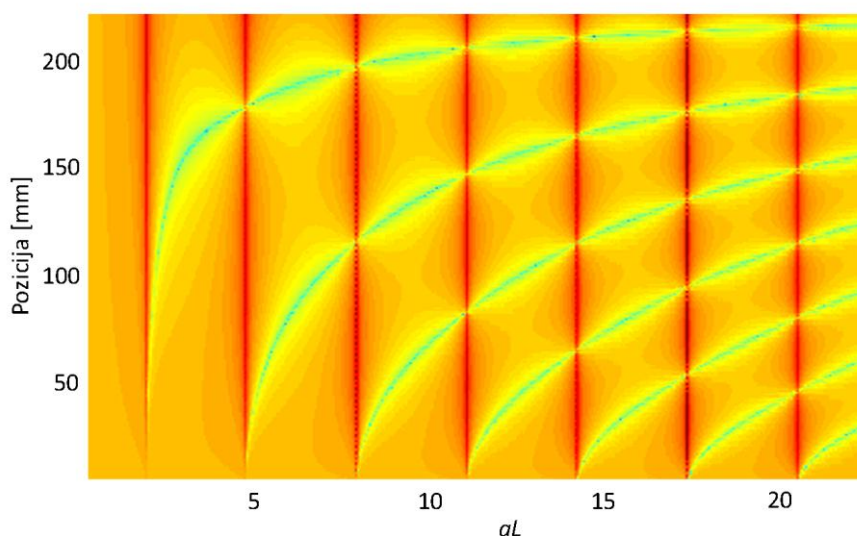
$$\begin{aligned} -A\sin(aL) - B\cos(aL) - A\sinh(aL) + (\phi_m - B)\cosh(aL) &= 0 \\ -A\cos(aL) + B\sin(aL) - A\cosh(aL) + (\phi_m - B)\sinh(aL) &= 0 \end{aligned} \quad (7.5.)$$

Pa se nakon sređivanja izraza 7.5 dobijaju vrednosti za konstante A, B, C i D.

$$B = \phi_m \frac{1 + \cos(aL)\cosh(aL) - \sin(aL)\sinh(aL)}{2 + 2\cos(aL)\cosh(aL)}$$



$$\begin{aligned}
A &= \phi_m \left( \frac{1 + \cos(aL) \cosh(aL) - \sin(aL) \sinh(aL)}{2 + 2\cos(aL) \cosh(aL)} \frac{(\sin(aL) - \sinh(aL))}{\cos(aL) + \cosh(aL)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\sinh(aL)}{\cos(aL) + \cosh(aL)} \right) \\
C &= -\phi_m \left( \frac{1 + \cos(aL) \cosh(aL) - \sin(aL) \sinh(aL)}{2 + 2\cos(aL) \cosh(aL)} \frac{(\sin(aL) - \sinh(aL))}{\cos(aL) + \cosh(aL)} \right. \\
&\quad \left. + \frac{\sinh(aL)}{\cos(aL) + \cosh(aL)} \right) \\
D &= \phi_m \frac{1 + \cos(aL) \cosh(aL) + \sin(aL) \sinh(aL)}{2 + 2\cos(aL) \cosh(aL)} \tag{7.6.}
\end{aligned}$$



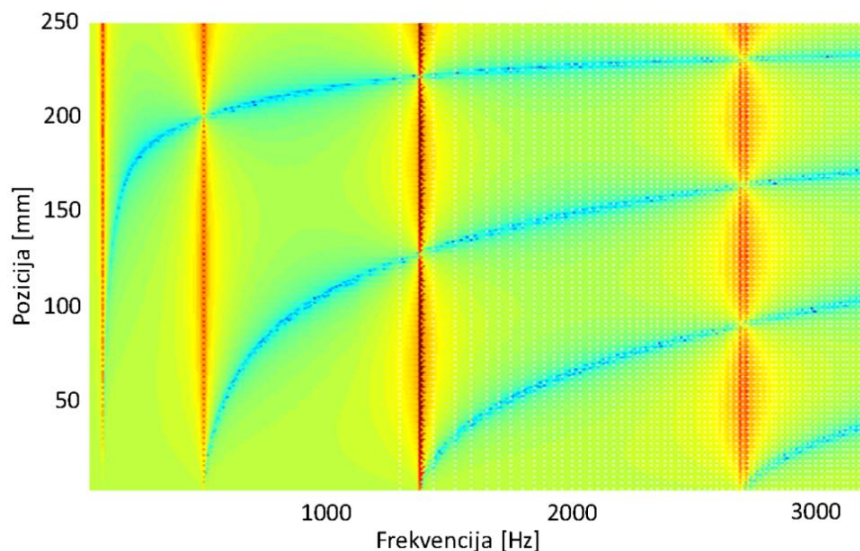
**Slika 7.1.** Modovi na gredi usled prinudnih oscilacija – opšte analitičko rešenje

Smenom proračunatih parametara u jednačinu 7.1 dobija se funkcija moda za pobudu na svim frekvencijama. Modovi se mogu predstaviti grafički kao na slici 7.1 u funkciji od parametra  $aL$ . Na horizontalnoj osi ne nalazi se frekvencija već ovaj parametar, pa grafik predstavlja opšte rešenje koje obuhvata grede različitih fizičkih karakteristika (dimenzija, mase i modula elastičnosti). Izraženi modovi iscrtani crvenom bojom na slici 7.1 odgovaraju sopstvenim modovima uzorka.

Ako je poznata dužina grede  $L = l_x$  posredstvom parametra  $a$  i na osnovu formule:

$$f = \frac{a^2 l_y}{2\pi} \sqrt{\frac{El_x l_y l_z}{12m}} \tag{7.7.}$$

moгу se izračunati vrednosti frekvencija za svaki konkretni slučaj. Za jedan set vrednosti fizičkih parametara grede, koji figurišu u jednačini 7.7, grafik se može predstaviti kao na slici 7.2.



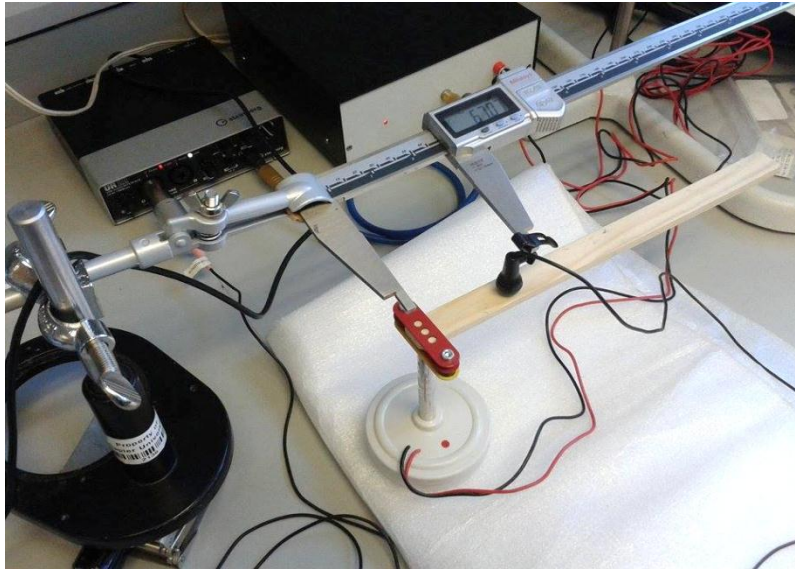
**Slika 7.2.** Modovi na gredi dimenzija (247 x 17 x 6 mm) usled prinudnih oscilacija – analitičko rešenje (frekvencije modova: 76 Hz, 487 Hz, 1364 Hz, 2670 Hz)

Eksperimentalna postavka koja je prikazana na slici 7.3. predstavlja aparaturu za snimanje odziva uzorka drveta u veoma bliskom polju. Uzorak je kruto učvršćen za elektrodinamički pretvarač na kraju uzorka sa kojim se drvo pobuđuje vibracijama. Pri ovim merenjima način pričvršćivanja pobude za uzorak dizajniran je tako da se ostvaruje minimalna kontaktna površina sa testiranom gredom.

Da bi se mikrofoni pozicionirali u veoma bliskom polju potrebno je da se nalaze na udaljenosti od samo par milimetara iznad analiziranog uzorka. U slučaju kada je ispunjen uslov da je  $d < 0,11a$ , gde su  $d$  udaljenost mikrofona od površine i  $a$  širina antinoda, odnosno rastojanje između dva susedna čvora koji se formiraju na gredi, može se govoriti o veoma bliskom polju [65]. Zvučni pritisak koji beleži mikrofoni u ovim granicama ne varira više od 1 dB i srazmeran je sa brzinom oscilovanja posmatrane površine.

Ono što je u velikoj meri doprinelo skraćivanju postupka merenja, u poređenju sa merenjima koja su korišćena za snimanje karakteristika gudala kontrabasa a navedena su u poglavlju 6.3, bilo je skraćivanje signala pobude. Umesto sekvence od

60 s roze šuma, koja je korišćena pri merenjima [81], upotrebljen je *sine sweep* signal u trajanju od 2 s. Ovakva vrsta pobude ispostavila se u merenjima kao bolja. Osim toga što štedi vreme, ona omogućava bolju vizualizaciju pošto se modovi uzorka pobuđeni na ovaj način jasnije izdiferenciraju u spektrima snimljenih signala.



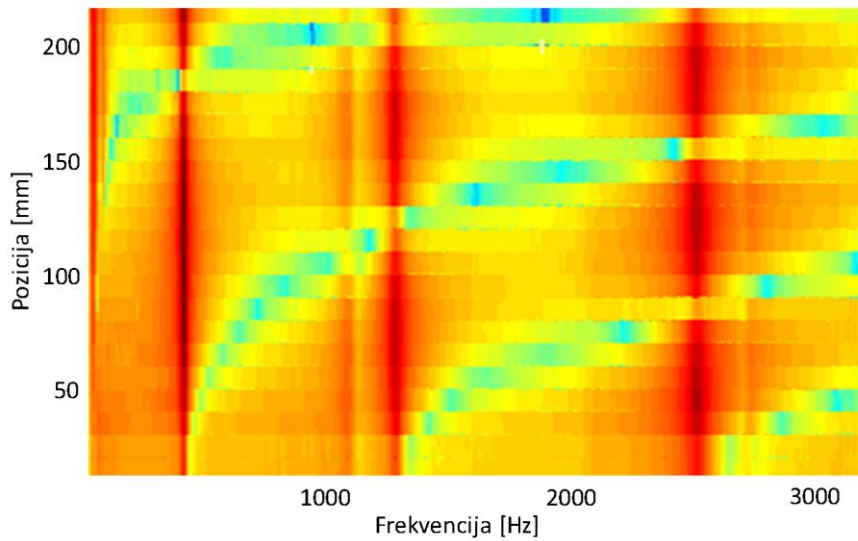
**Slika 7.3.** Eksperimentalna postavka za snimanje modova oscilovanja drvenog uzorka skeniranjem u veoma bliskom polju



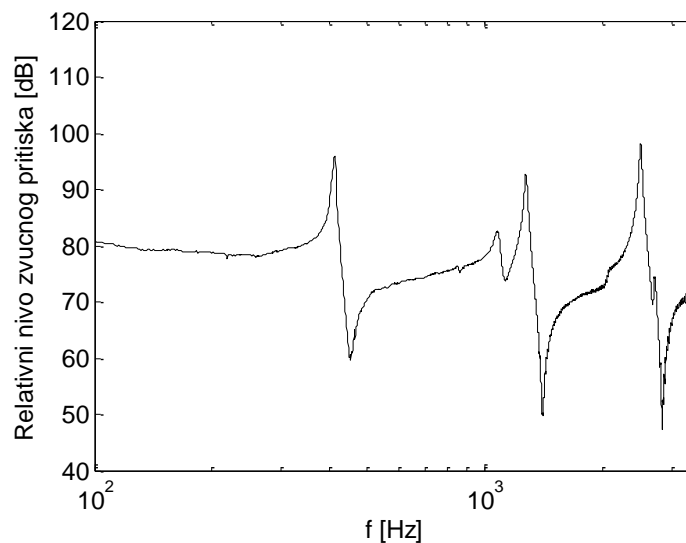
**Slika 7.4.** Karakteristike uzorka drveta koje je korišćeno u eksperimentu snimanja modova oscilovanja upotrebom elektrodinamičkog pobuđivača

Za gredu dužine 225 mm, prikazanu na slici 7.4 u  $N = 23$  tačaka po dužini uzoraka snimani su odzivi mikrofonom u veoma bliskom polju. Za signal u svakoj snimljenoj tački računat je spektar sa frekvencijskom rezolucijom od 1 Hz u frekvencijskom opsegu od 1 Hz do 3200 Hz i rezultati su smešteni u matricu

3200 x N x P, gde N predstavlja broj tačaka u kojima se meri dok je P broj ponovljenih merenja.



**Slika 7.5.** Snimanje odziva pri pobudi elektrodinamičkim pobuđivačem uzorka dimenzija 225 x 15 x 6 mm u veoma bliskom polju - modovi formirani na gredi



**Slika 7.6.** Snimanje odziva pri pobudi elektrodinamičkim pobuđivačem uzorka dimenzija 225 x 15 x 6 mm u veoma bliskom polju - rezonance u spektru odziva zabeleženog u jednoj mernoj tački (410 Hz, 1286 Hz, 2512 Hz)

Grafički prikaz ove matrice na slici 7.5 predstavlja modove oscilovanja testiranog uzorka. Grafik prikazuje nivo zvučnog pritiska koji se javlja na površini grede u zavisnosti od frekvencije i pozicije merenja. Na slici 7.6 prikazan je spektar signala

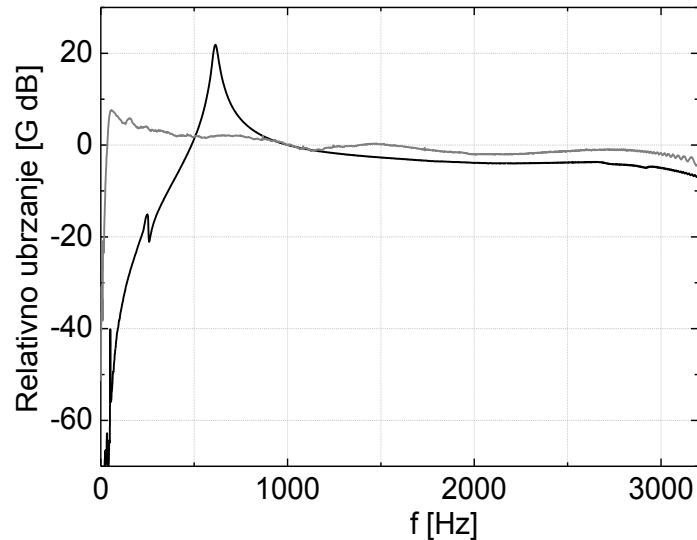
snimljenog mikrofonom u jednoj mernoj tački. Modovi koji se mogu identifikovati na pomenutim slikama predstavljaju sopstvene frekvencije posmatranog sistema i na grafiku sa slike 7.5 prikazani su tamno crvenom bojom. Sa grafika se jasno mogu očitati frekvencije na kojima se javljaju modovi. Njihova identifikacija je moguća jer se vrednosti rezonantnih frekvencija poklapaju sa teoretskim očekivanjima. Na 415 Hz može se identifikovati drugi mod, na 1286 Hz treći i na 2512 Hz četvrti mod. Frekvencije iznad 3,5 kHz nisu analizirane. Najniži mod za ovakvu postavku, koji se prema položaju ostalih modova očekuje na frekvenciji ispod 100 Hz, nije identifikovan na ovom grafiku.

Na frekvencijama ispod 100 Hz na slici 7.5 vidi se mod koji potiče od elektrodinamičkog pretvarača kojim je pobuđivan uzorak. Da bi se to dokazalo izvršeno je merenje akcelerometrom pričvršćenim na neopterećene pobuđivače, a rezultati su prikazani na slici 7.7. U specifikaciji korišćenog elektrodinamičkog pobuđivača (Brüel & Kjær 4810) prva rezonanca pobude nalazi se van posmatranog opsega [89]. Rezultat merenja na ovom pobuđivaču prikazan je sivom linijom. Vidi se da se na oko 50 Hz javlja vrh za oko 7 dB višeg nivoa u odnosu na odziv na 1 kHz. Iznad 50 Hz njegova karakteristika je ravna, ali na frekvencijama ispod 50 Hz odziv pobude opada za oko 20 dB po oktavi. Ovakva frekvencijska karakteristika pobude preslikava se i na snimljenu karakteristiku drvene grede. Karakteristika ovde korišćenog pobuđivača ima dosta ujednačen odziv u analiziranom frekvencijskom opsegu, pa se na graficima na višim frekvencijama ne ističu modovi koji potiču od pobude.

Frekvencijska karakteristika drugog tipa pobuđivača (Visaton BS 76) prikazana je na slici 7.7 crnom linijom. Ona ima izraženu rezonancu, pa se modovi u slučaju upotrebe ove pobude preslikavaju na ukupni odziv uzorka. Pobuda sa svojim rezonancama utiče na odziv sistema, pa se mora imati u vidu njen radni frekvencijski opseg pri analizama dobijenih rezultata.

Za očitane vrednosti rezonanci posmatrane grede sa grafika 7.5. na osnovu izraza 7.7 može se izračunati Jangov moduo elastičnosti drvenog uzorka za ove frekvencije. U tabeli 7.1 su prikazane fizičke karakteristike analiziranog uzorka, kao rezultati merenja na osnovu kojih su proračunate vrednosti Jangovog modula

elastičnosti. Na osnovu tabele 7.1 promena vrednosti modula elastičnosti u zavisnosti od posmatrane frekvencije prikazana je na slici 7.8. Moduo elastičnosti računat na osnovu rezonance drugog moda znatno je niži od modula elatičnosti koji su računati na osnovu rezonance trećeg i četvrtog moda.

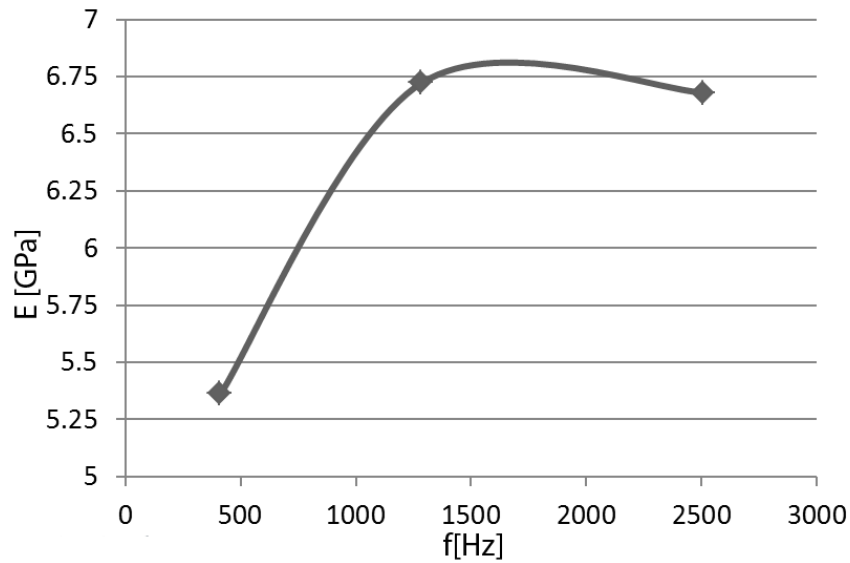


**Slika 7.7.** Frekvencijska karakteristika neopterećenih elektrodinamičkih pobuđivača korišćenih u ovom radu za pobudu uzorka drveta : Visaton BS 76 (crna linija); Brüel & Kjær 4810 (siva linija)

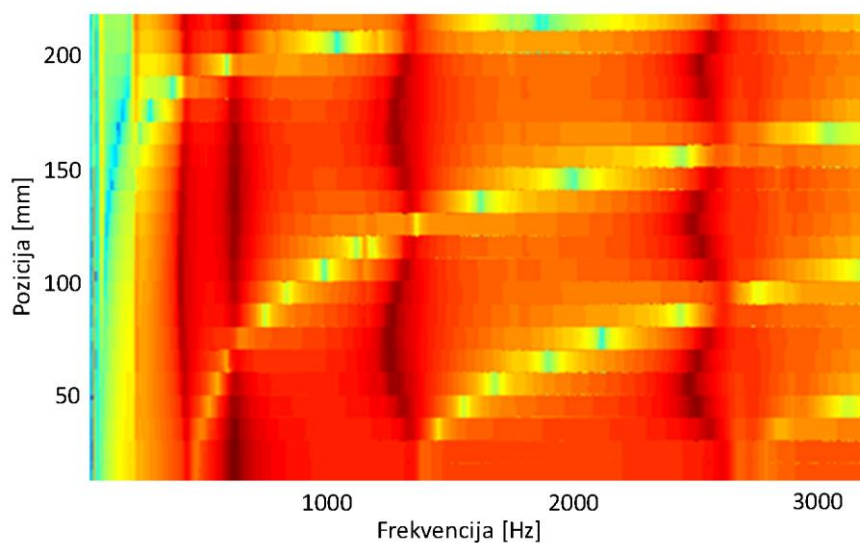
**Tabela 7.1.** Izmerene fizičke karakteristike i proračunate vrednosti modula elastičnosti za uzorak pobuđivan elektrodinamičkom pobudom

<i>Nº</i>	<i>lx·a</i>	<i>ly[m]</i>	<i>lz[m]</i>	<i>lx[m]</i>	<i>m[kg]</i>	<i>f[Hz]</i>	<i>a</i>	<i>I[m^4]</i>	<i>E[GPa]</i>
1	1.8751	0.006	0.015	0.225	0.0093		8.334	2.7E-10	
2	4.6941	0.006	0.015	0.225	0.0093	410	20.86	2.7E-10	5.357281
3	7.8548	0.006	0.015	0.225	0.0093	1286	34.91	2.7E-10	6.722448
4	10.9955	0.006	0.015	0.225	0.0093	2512	48.87	2.7E-10	6.679829
5	14.1372	0.006	0.015	0.225	0.0093		62.83	2.7E-10	

Metoda snimanja modova u veoma bliskom polju pokazala se kao dobar izbor pri akviziciji odziva uzorka, pružajući dobru ponovljivost merenja. Bezkontaktnost je prednost koju pruža ova metoda što je od značaja kada je potrebno minimizirati uticaj na rezultate svih spoljnih uticaja, kao što je recimo uticaj dodatne mase kontaktnog senzora koji se postavlja na gredu radi merenja.



**Slika 7.8.** Modulo elastičnosti u zavisnosti od frekvencije za koju se radi proračun (uzorak pobuđivan elektrodinamičkim pobuđivačem)



**Slika 7.9.** Vizualizacija modova oscilovanja snimanjem odziva akcelerometrom vezanim direktno na uzorak

Kao ilustracija, na slici 7.9 predstavljeni su rezultati skeniranja modova uzorka snimani akcelerometrom. Drvena greda, pričvršćena na njenom kraju za pobuđivač, skenirana je u  $N = 23$  merne tačke. Procedura je ista kao i u slučaju skeniranja u veoma bliskom polju, sa tim što je signal vibracija beležen akcelerometrom a ne mikrofonom. Akcelerometar je postavljan direktno na uzorak u tačkama po dužini analizirane grede. Masa korišćenog akcelerometra je 0,9 g. Sa

prikazanog grafika se vidi da dodatna masa pričvršćenog akcelerometra, u zavisnosti od njegove pozicije montiranja na uzorak, utiče na frekvencijski odziv uzorka menjajući frekvencije njegovih rezonanci.

Generalno posmatrano, snimanje modova merenjem u veoma bliskom polju uz pobudu elektrodinamičkim pobuđivačem pokazalo se kao metoda koja je upotrebljiva u analizi vibroakustičkih karakteristika drveta. Beskontaktnost merenja, dobra ponovljivost i jednostavnost su prednosti ovakvog postupka merenja. Sa druge strane, uticaj rezonanci pobude, načina pričvršćivanja elektrodinamičkog pobuđivača za uzorak i različite vrste nelinearnosti čine ovakav sistem kompleksnim i nepredvidivim, što su glavne mane ovakvog postupka.

## 7.2. Uticaj dugotrajnih vibracija na karakteristike drveta

Vibroakustičke osobine drveta mogu se menjati različitim hemijskim postupcima i industrijskim sušenjem. U današnjoj industriji muzičkih instrumenata uobičajeno se primenjuju procesi ubrzanog sušenja sa ciljem da se skрати period potreban da se od sveže posečenog stabla dobije komad drveta spreman za izradu instrumenta. U literaturi je pokazano da način i brzina sušenja drveta utiču na njegove fizičke karakteristike, pre svega na njegovu krutost, što dokazuje činjenicu da vreme kao parametar u procesu pripreme sirovine ima značajnu ulogu [21].

Na tržištu muzičkih instrumenata stare majstorske violine su najcenjenije. Pored izbora drveta, načina sušenja ili vrste laka koji su stari graditelji instrumenata koristili, po mišljenju mnogih muzičara, konzervatora i graditelja instrumenata, ukupnom kvalitetu instrumenta može doprineti dugogodišnja izloženost vibracijama koje su izazvane njegovom upotrebom.

Da bi se sagledala veza između izloženosti drveta dugotrajnim vibracijama i njegovih fizičkih karakteristika organizovano je eksperimentalno istraživanje. Cilj eksperimenta je da se utvrdi eventualna povezanost između različitih pripremnih tretmana drveta i efekata koje ima izloženost dugotrajnim vibracijama na njegov



vibracioni odziv. Analiza je vršena snimanjem zvuka u veoma bliskom polju uzoraka koji su bili izloženi dugotrajnim vibracijama posredstvom elektrodinamičkog pobuđivača.

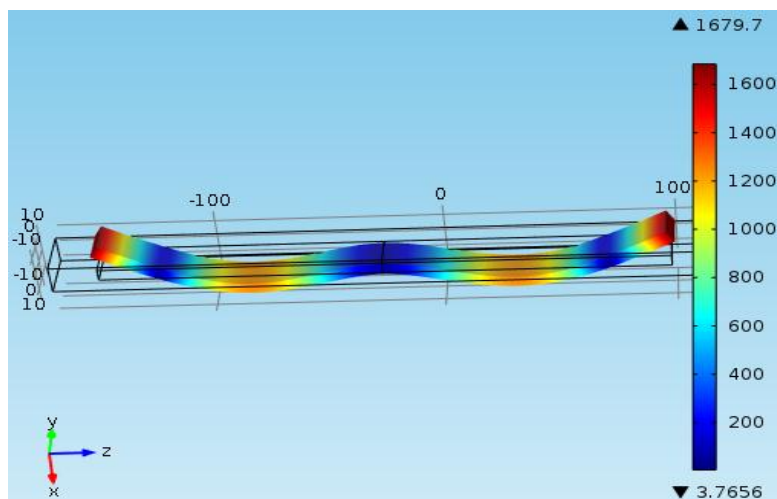
U ovom eksperimentu korišćeni su uzorci drveta vrste beli bor, *Pinus sylvestris*. U literaturi se navodi da je uobičajena vrednost Jangovog modula elastičnosti ove vrste drveta od 6 do 16 kN/mm<sup>2</sup>, a njegova gustina od 330 do 520 kg/m<sup>3</sup>, mereno pri 12% vlage u uzorku [90]. Za potrebe eksperimenta svi uzorci su sečeni od istog komada drveta u njegovom longitudinalnom pravcu. Drvo kao materijal, sa obzirom na njegovu hidroskopnost, veoma je osetljivo na promene atmosferskih uslova. Promene vlažnosti drveta utiču prvenstveno na njegovu masu i dimenzije, ali takođe i na Jangov moduo elastičnosti i faktor gubitaka. Pre početka merenja uzorci su četiri nedelje stajali u klima komori, prikazanoj na slici 7.10, na temperaturi 20°C pri relativnoj vlažnosti vazduha 65%. Na taj način je izvršena stabilizacija sadržaja vlage u uzorcima. Pri ovakvim klimatskim uslovima za većinu sorti drveta uspostavlja se ravnotežno stanje sa 12% vlage, što se u praksi smatra referentnim nivoom vlažnosti.



**Slika 7.10.** Uzorci drveta u klima komori

Za određivanje dimenzija kao i mesta i načina pobude uzorka, napravljen je FEM model eksperimentalne postavke. Uzorak je potrebno pobuditi na nekoj od njegovih rezonantnih frekvencija kako bi se ostvarile najveće amplitude oscilovanja i na taj način potencirao eventualni uticaj vibracija na karakteristike drveta. Kriterijumi koji su ključni pri utvrđivanju dimenzija su da se frekvencije

modova koji se javljaju na gredi nalaze u frekvencijskom opsegu u kojem je moguće pobuđivati uzorak vibracijama, što se prvenstveno odnosi na sposobnost elektrodinamičkog pobuđivača da pobudi donju granicu ovog opsega.



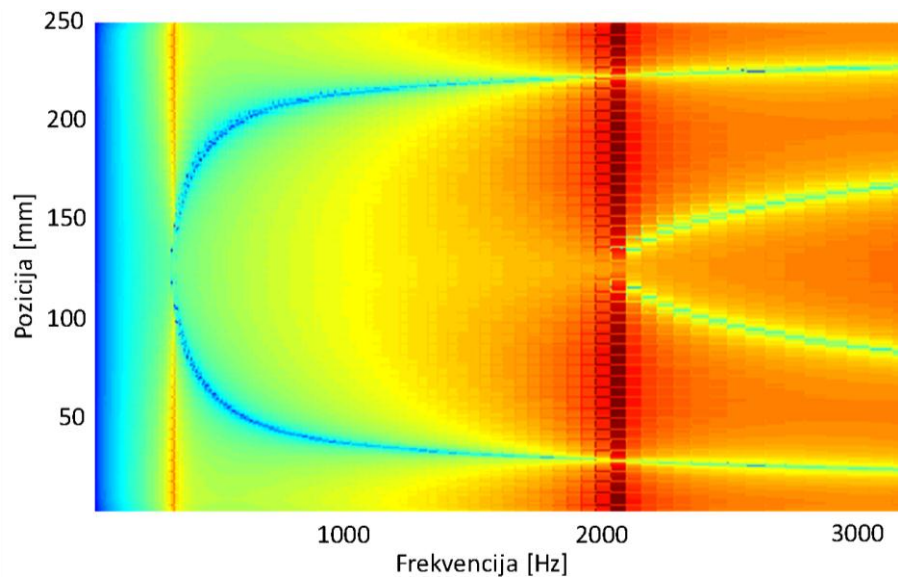
**Slika 7.11.** Formiranje moda na gredi usled mehaničke pobude prikazane na sredini uzorka – numerički model

Na slici 7.11 prikazan je izgled jednog moda oscilovanja FEM modela uzorka za slučaj kada je pobuda pričvršćena na sredini dužine analizirane drvene grede. Za takav način pobude nivo zvučnog pritiska na površini grede u zavisnosti od frekvencije pobude i pozicije prikazan je na slici 7.12. Na prikazu se mogu uočiti modovi posmatranog uzorka. Mod koji se javlja na oko 2 kHz, predstavljen tamnocrvenom bojom na slici 7.12, prikazuje mod koji je trodimenziono predstavljen na slici 7.11.

Za simulacijom utvrđene dimenzije uzorka, koje su 247 x 17 x 6 mm, u slučaju da se uzorak pobuđuje na sredini svoje dužine, frekvencije prva dva moda su oko 320 Hz i 2000 Hz. Ipak, jedan ispitivani uzorak pobuđivan je dugotrajnim vibracijama na 537 Hz a drugi na 2887 Hz. Ove frekvencije su rezonance uzorka koje se javljaju u slobodnim graničnim uslovima.

Tokom pripremnog perioda u klima komori svakodnevno je merena masa uzorka koja je direktno povezana sa sadržajem vlage. Praćen je i Jangov moduo elastičnosti da bi se pronašli i uparili uzorci koji imaju što sličnije karakteristike kako bi se mogli vršiti uporedni testovi na uzorcima. Do vrednosti modula

elastičnosti došlo se posredstvom identifikacije njegove zvučne rezonance u slobodnim graničnim uslovima. Ova metoda, detaljno opisana u poglavlju 3.1, kao pobudu podrazumeva impuls, nakon koga se na osnovu snimljenog odziva, za test uzorak poznatih dimenzija, putem utvrđivanja frekvencija rezonanci može proračunati traženi parametar [60, 61]. Zvučni signal se registruje mikrofonom postavljenim u blizini površine uzorka. U spektru snimljenog signala identifikuje se prvi fleksioni mod na osnovu koga se proračunava moduo elastičnosti.

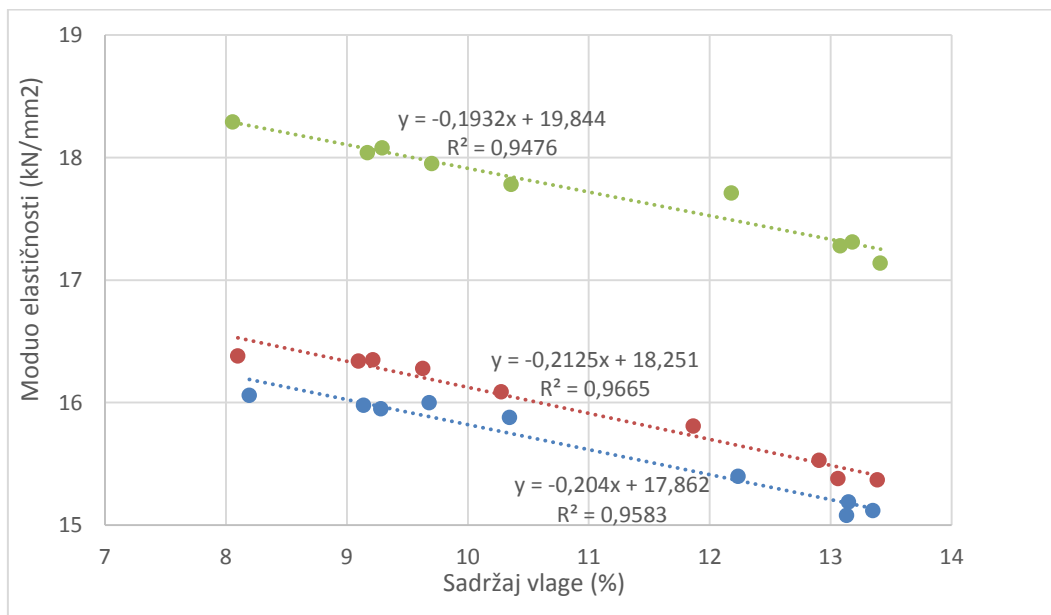


**Slika 7.12.** Modovi na gredi (247 x 17 x 6 mm) usled prinudnih oscilacija na sredini uzorka- numerička simulacija

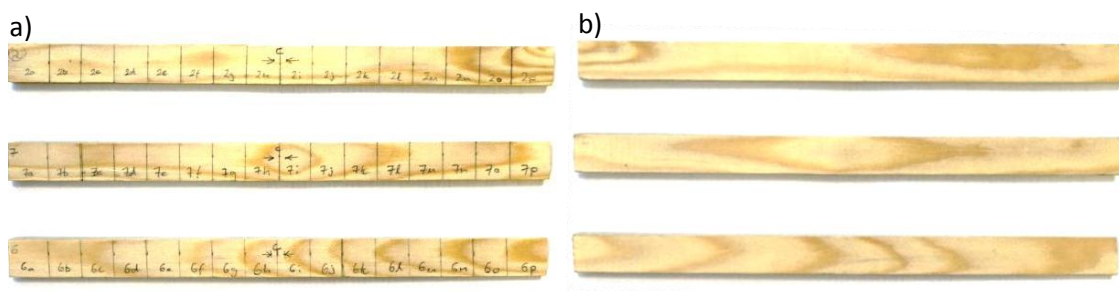
Rezultati prikazani na slici 7.13. prikazuju Jangov moduo elastičnosti tri uzorka sečenih od istog komada drveta u zavisnosti od njihovog sadržaja vlage. Izmerene vrednosi za ova tri uzorka su prikazane zelenim, crvenim i plavim tačkama na grafiku. Kroz tačke su provučene regresione linije čije su jednačine takođe prikazane na slici. Ove jednačine aproksimiraju promenu merenih modula elastičnosti u zavisnosti od sadržaja vlage u uzorku pri merenju. Visoka vrednost koeficijenta determinacije  $R^2$  ukazuje da su ove regresione linije dobro predstavile izmerene podatke. Promene dimenzija uzoraka koje su posledica promene sadržaja vlage uzete su u obzir pri proračunu modula elastičnosti, i pri svakom merenju praćene su njihove promene.

Sa ovih grafika se može primetiti da uzorci čije su osobine predstavljene crvenom i plavom bojom imaju sličnije karakteristike u odnosu na uzorak predstavljen

zelenom bojom. Ukupno osam uzoraka istih dimenzija, obeleženih rednim brojevima od 1 do 8, praćeno je tokom pripremnog perioda. Identifikovana su tri uzorka koji imaju najpribližnije karakteristike, pa su se na njima vršila dalja ispitivanja. U pitanju su uzorci sa rednim brojevima 2, 6 i 7, u ispitivanjima oznaćeni sa S2, S6 i S7 respektivno. Prednje i zadnje strane ovih uzoraka su prikazane na slici 7.14. Njihovi poprećni preseći prikazani su na slici 7.15.



**Slika 7.13.** Jangov modulo elastićnosti za tri uzorka sećena od istog komada drveta u zavisnosti od sadržaja vlage u uzorcima



**Slika 7.14.** Uzorci na kojima su se vršila ispitivanja uticaja dugotrajnih vibracija na mehanićke karakteristike drveta (odozgo na dole: S2, S7, S6) a) prednja strana; b) zadnja strana

Ovi uzorci su pobuđivani vibracijama unutar klima komore elektrodinamićkim pobuđivaćima za koje su bili prićvršćeni na sredini njihove dućine. Pri procesu merenja svi uzorci su prićvršćivani na isti naćin. Uzorak S6 je pobuđivan sa 537 Hz

a uzorak S7 sa 2887 Hz. Uzorak S2 bio je kontrolni uzorak i nalazio se u klima komori sa ostalim uzorcima, ali nije bio pobuđivan vibracijama. Uzorci su kontinualno pobuđivani vibracijama osam dana a promene u karakteristikama su praćene tokom ovog perioda snimanjem odziva na pobudu u veoma bliskom polju.

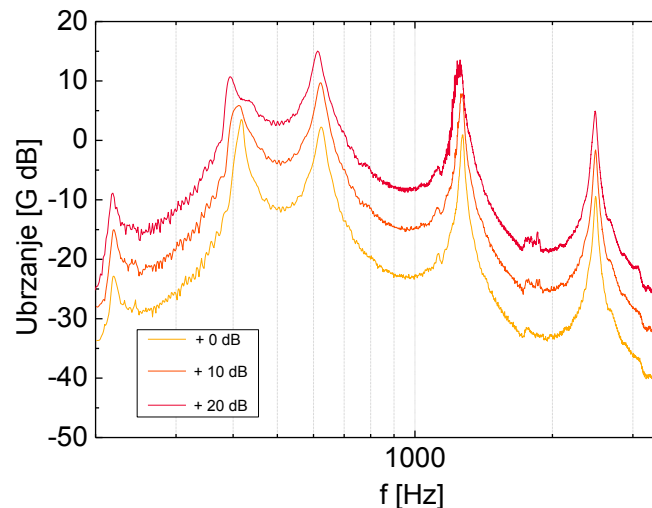


**Slika 7.15.** Poprečni preseki uzoraka na kojima su vršena ispitivanja uticaja dugotrajnih vibracija na mehaničke karakteristike drveta: a) S2; b) S6; c) S7

Pri ovom ispitivanju bilo je potrebno ostvariti potpuno istu pobudu i atmosferske uslove za svako ponovljeno merenje kako bi se zabeležile eventualne promene u vibroakustičkim karakteristikama drveta. Problem kod snimanja u veoma bliskom polju je taj da proces traje relativno dugo, naročito ako se snima u velikom broju tačaka po dužini uzorka. Ispitivanje akustičkih osobina drveta i identifikacija modova skeniranjem uzorka u veoma bliskom polju može biti loše rešenje ako se mereni parametri brzo menjaju. U slučaju ovakvog posmatranja karakteristika drveta potrebno je imati nepromenjive ili barem ponovljive atmosferske uslove. Iz ovog razloga uzorci su čuvani i pobuđivani vibracijama u kontrolisanim uslovima vlažnosti vazduha u klimatskoj komori i iz nje su vađeni samo neposredno pre merenja. Na osnovu merenja mase pre i posle sprovedenih analiza vršena je kontrola promene sadržaja vlage uzorka tokom merenja. Vreme merenja poželjno je maksimalno skratiti i pridržavati se iste procedure kako bi uslovi merenja bili uvek isti. Upotrebom rukavica tokom operisanja sa drvetom sprečeno je prenošenje vlage sa kože ruku na uzorke.

Eksperimentalna postavka, korišćena za snimanje modova i praćenje promena ispitivanih uzoraka, prikazana je na slici 7.3, s tom razlikom što je u ovim istraživanjima pobuda vršena na sredini analiziranog uzorka. Tokom svih izvršenih merenja na visini od 2 mm iznad uzorka nalazio se mikروفon koji je bio pričvršćen za digitalni nonijus na čijem se klizaču mogao slobodno kretati dužinom celog uzorka. Klizanjem mikrofona menja se njegov položaj, dok se očitavanjem sa displeja digitalnog nonijusa može uvek znati njegova tačna pozicija. Ovo omogućava brzo i precizno kretanja od tačke do tačke prilikom merenja.

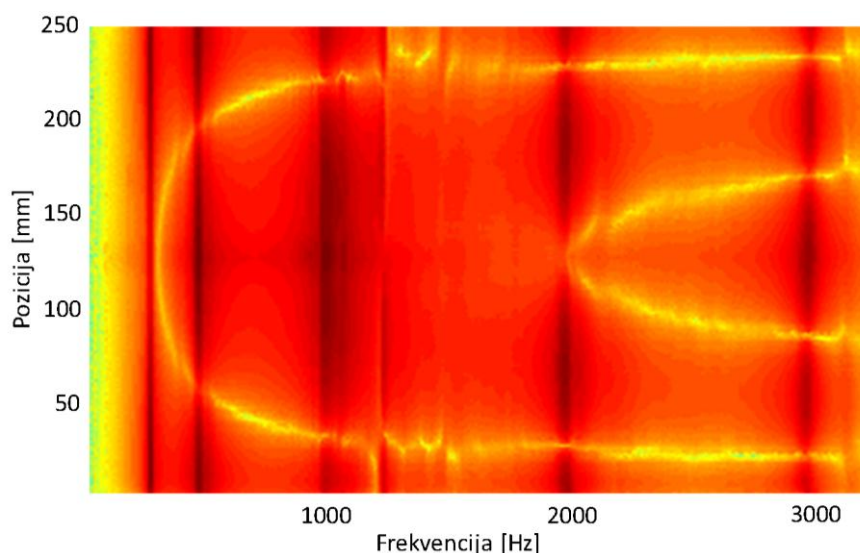
Zabeleženo je da različiti nivoi pobude daju različite odzive uzorka. Pored očekivane razlike u intenzitetima odziva javljaju se i promene rezonantnih frekvencija modova oscilovanja, što je prikazano na slici 7.16. Na ovoj slici prikazan je odziv za tri različita nivoa pobude sniman akcelerometrom pričvršćenim za uzorak. Za jače nivoe može se primetiti da se rezonance pomeraju ka nižim učestanostima.



**Slika 7.16.** Promena odziva drvene grede u zavisnosti od nivoa pobude elektrodinamičkim pobuđivačem

Iz ovog razloga signal pojačavača, koji pobuđuje elektrodinamički pobuđivač, podešen je tako da za pobudu na 200 Hz sinusnog signala na svom izlazu da napon od 8 V, što na neopterećenom pobuđivaču kao rezultat daje pomeraj od 32  $\mu\text{m}$ . Ovakva pobuda korišćena je za sva izvršena merenja. Ovim je obezbeđeno da svi uzorci tokom eksperimenta uvek budu pobuđivani istom količinom energije kako bi se dobijeni rezultati mogli upoređivati.

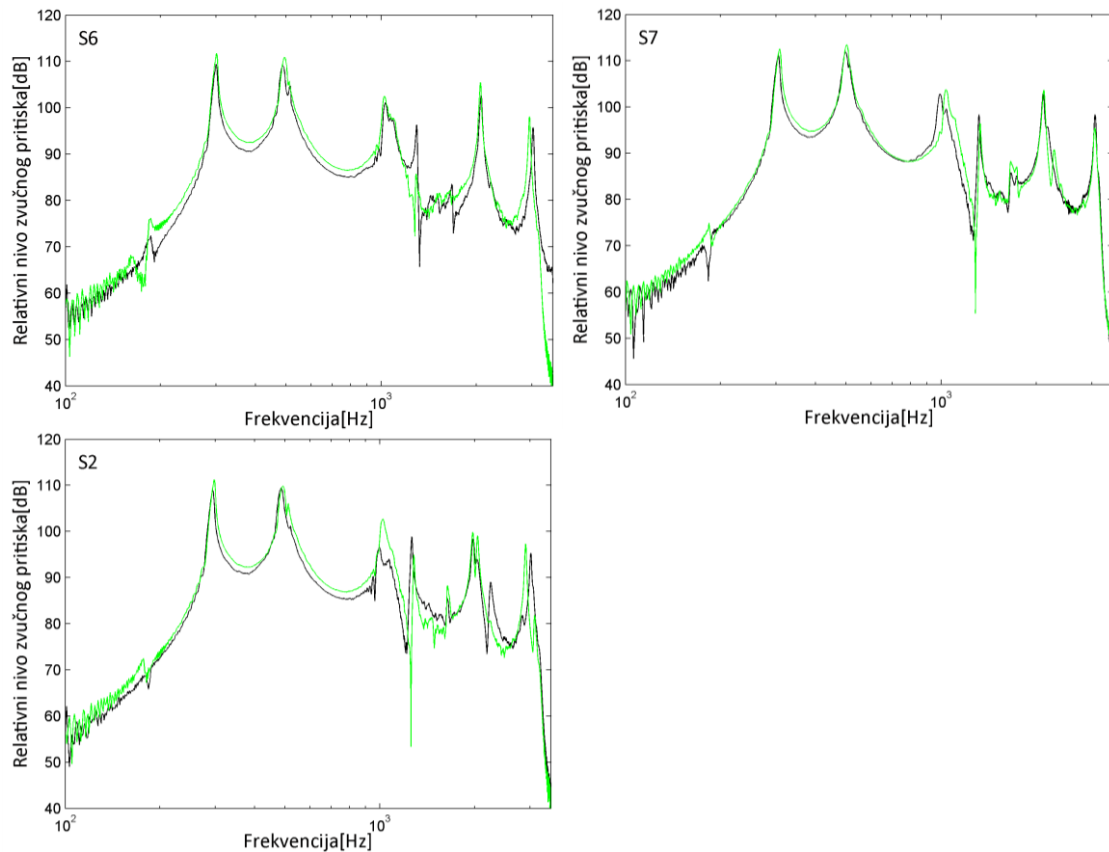
Za prostornu rezoluciju od 1 mm mora se izvršiti snimanje u  $N = 248$  tačaka duž uzorka. Rezultati ovog skeniranja mogu se predstaviti grafički kao na slici 7.17. Tamnocrvenom bojom prikazani su maksimumi, dok su žutom predstavljani minimumi, odnosno čvorovi stojećih talasa koji se javljaju na pobuđenom uzorku. Preciznost pozicioniranja mikrofona, zahvaljujući preciznom očitavanju njegove pozicije na displeju digitalnog nonijusa, omogućila je snimanje odziva grede u velikom broju tačaka.



**Slika 7.17.** Modovi formirani na gredi koja je pobuđivana elektrodinamičkim pobuđivačem pričvršćenim za njenu sredinu - merenje u veoma bliskom polju

Neke od promena koje su se javile na uzorcima prikazane su na slici 7.18. U pitanju su spektri odziva snimani u jednoj tački na površini uzoraka u veoma bliskom polju. Zelenom bojom prikazan je spektar odziva na pobudu elektrodinamičkim pobuđivačem uzoraka merenim u veoma bliskom polju nakon tri dana neprestanih vibracija, dok je crnom bojom prikazan spektar odziva pre početka pobude vibracijama. Promene koje su registrovane na pobuđivanim uzorcima takođe su primećene i na kontrolnom uzorku. Na frekvencijama pobude (537 Hz i 2887 Hz) nisu primećene promene koje bi se mogle pripisati uticaju dugotrajnih vibracija. U okviru eksperimenta analizirani su i uzorci koji su tretirani uljima za drvo. I kod ovih uzoraka nije se pokazalo da vibracije menjaju vibroakustičke karakteristike uzoraka.

U navedenim merenjima cilj je bio da se identifikuju promene u vibroakustičkim karakteristikama drveta. Eksperimentalna procedura, usled specifičnih uslova eksperimenata, morala je biti prilagođena datim okolnostima. Ova merenja nisu se pokazala kao najpogodniji način za proračun modula elastičnosti drveta usled loše korelisanosti rezultata merenja, numeričke simulacije i teorijskih predviđanja. Razlog za ovo su problemi koji potiču od načina pričvršćivanja analizirane drvene grede i vrste pobude.



**Slika 7.18.** Spektar odziva na pobudu elektromehaničkim pobuđivačem –pre početka pobuđivanja (crna); nakon tri dana neprestanih vibracija (zelena): uzorak pobuđivan frekvencijom 537 Hz (S6); uzorak pobuđivan frekvencijom 2887 Hz (S7); kontrolni (nepobuđivani) uzorak (S2)

### 7.3. Analiza i vizualizacija modova oscilovanja uzorka pri slobodnim graničnim uslovima

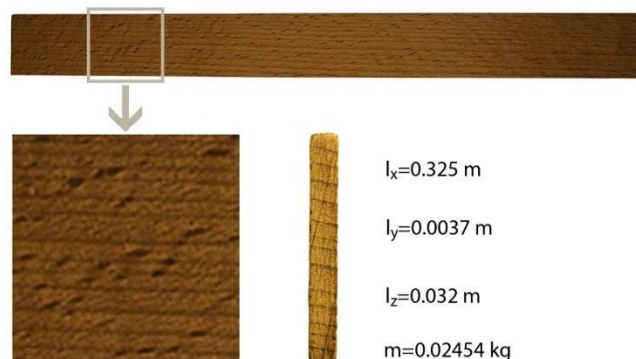
Metoda koja podrazumeva upotrebu elektrodinamičkog pobuđivača za pobudu test uzorka menja granične uslove, a ponašanje ovako složenog mehaničkog sistema koji čine pobuda i uzorak nije lako predvideti. Dobra okolnost je da se vizualizacija modova može ostvariti snimanjem u veoma bliskom polju i kada se greda nalazi u slobodnim graničnim uslovima. Za to se koristi postavka prikazana na slici 7.19. U tom slučaju kao pobuda se koristiti impuls proizveden udarom čekića.





**Slika 7.19.** Drvena greda u slobodnim graničnim uslovima

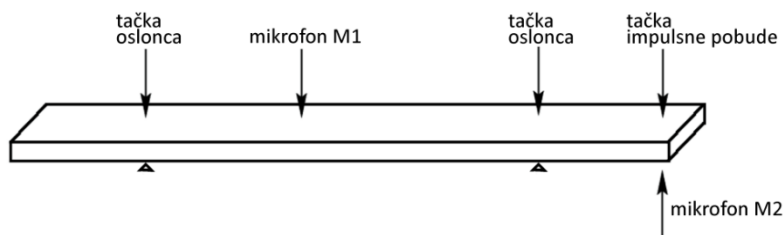
Vizualizacija modova oscilovanja grede olakšava proces njihove identifikacije, što može biti korisno pri standardnoj proceduri merenja modula elastičnosti opisanoj u glavi 3.1, a naročito kada se ispituje materijal kod koga se ne može pouzdano predvideti vrednost ovog parametra ili ako se zahvaljujući geometriji uzorka u okolini prvog fleksionog nalazi još neki mod sa kojim ga je moguće pomešati. Iz ovog razloga značajno je ostvariti vizualizaciju u slobodnim graničnim uslovima.



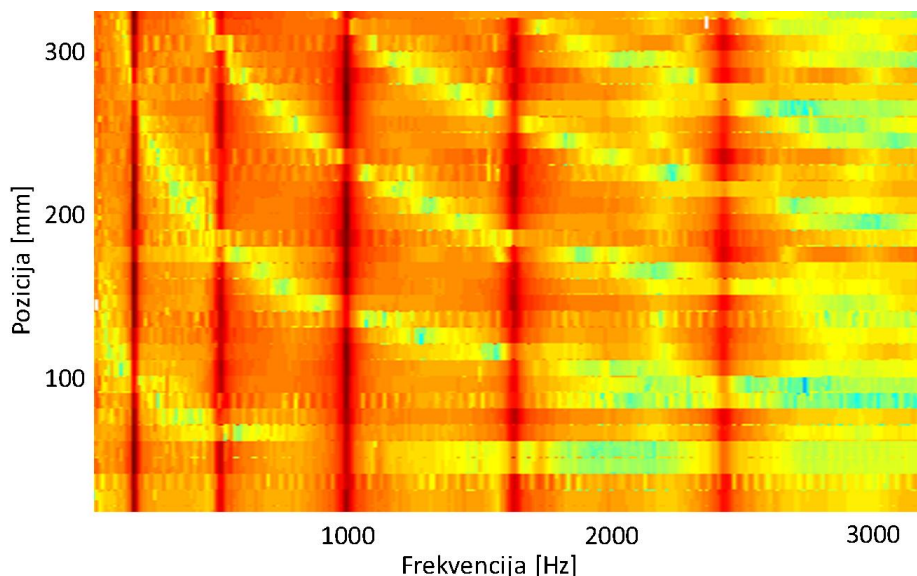
**Slika 7.20.** Karakteristike uzorka drveta koji je korišćen u eksperimentu snimanja modova oscilovanja u slobodnim graničnim uslovima

Karakteristike uzorka koji je analiziran u ovom eksperimentu prikazane su na slici 7.20. Eksperimentalna postavka pored uzorka u slobodnim graničnim uslovima podrazumeva i dva mikrofona kojima se beleži odziv grede. Postavka mikrofona prikazana je na slici 7.21. Mikrofon M1 koristi se, kao i u prethodno navedenim primerima, za snimanje odziva grede u konačnom broju tačaka raspoređenim po dužini uzorka, dok se mikrofon M2 ne pomera iz jedne tačke. Njegova uloga je da zabeleži različite nivoe zvučnog pritiska koje su posledica

neuniformne pobude udarom čekića, pa se signali zabeleženi mikrofonom M1 pojačavaju ili slabe u skladu sa varijacijama pobude zabeležne mikrofonom M2.



**Slika 7.21.** Eksperimentalna postavka za snimanje modova oscilovanja grede skeniranjem odziva uzorka u veoma bliskom polju korišćenjem impulsne eksitacije. Na slici 7.22 prikazani su rezultati merenja za ovakvu eksperimentalnu postavku. Dobra vizualizacija modova ostvorena je za sve modove do 2500 Hz. Na osnovu identifikovanih modova i njihovih frekvencija može se proračunati Jangov moduo elastičnosti na osnovu formule 3.1.

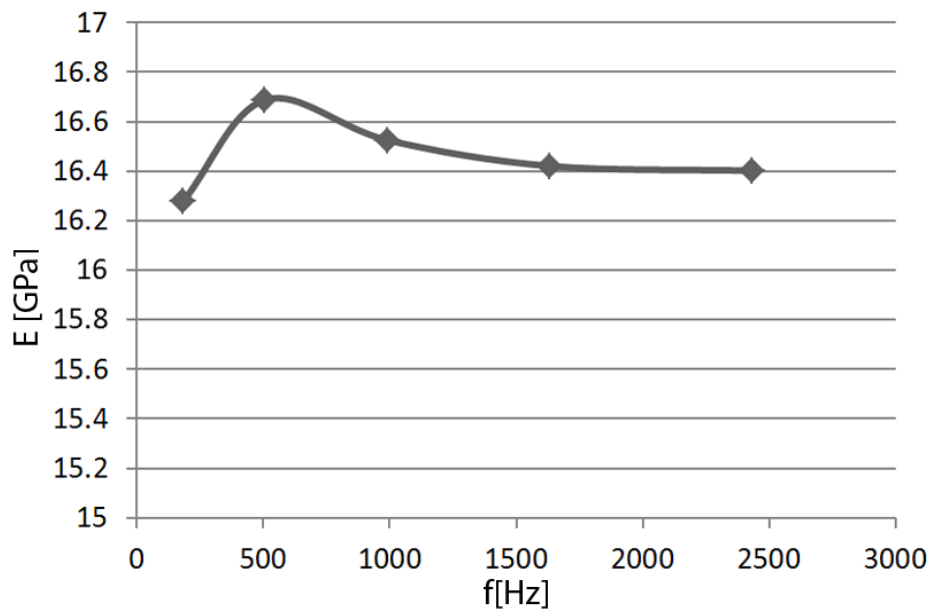


**Slika 7.22.** Vizualizacija modova oscilovanja snimanjem u veoma bliskom polju uzorka pobuđenog impulsom

U tabeli 7.2 su prikazane fizičke karakteristike analiziranog uzorka, kao i rezultati merenja na osnovu kojih su proračunate vrednosti Jangovog modula elastičnosti. Na osnovu tabele 7.2 promena vrednosti modula elastičnosti u funkciji frekvencije prikazana je na slici 7.23. Na svim analiziranim frekvencijama moduo elastičnosti ima približno istu vrednost.

**Tabela 7.2.** Izmerene fizičke karakteristike i proračunata vrednost modula elastičnosti za uzorak pobuđivan impulsom

<i>N<sup>o</sup></i>	<i>lx·a</i>	<i>ly[m]</i>	<i>lz[m]</i>	<i>lx[m]</i>	<i>m[kg]</i>	<i>f[Hz]</i>	<i>a</i>	<i>I[m<sup>4</sup>]</i>	<i>E[GPa]</i>
1	4.73	0.0037	0.032	0.325	0.02454	182	14.55	1.35E-10	16.27677
2	7.8532	0.0037	0.032	0.325	0.02454	508	24.16	1.35E-10	16.68825
3	10.9956	0.0037	0.032	0.325	0.02454	991	33.83	1.35E-10	16.52501
4	14.1372	0.0037	0.032	0.325	0.02454	1633	43.5	1.35E-10	16.42059
5	17.2788	0.0037	0.032	0.325	0.02454	2438	53.17	1.35E-10	16.40148



**Slika 7.23.** Moduo elastičnosti u zavisnosti od frekvencije na kojoj se proračunava (uzorak pobuđivan impulsom)

## 7.4. Kritična frekvencija drveta

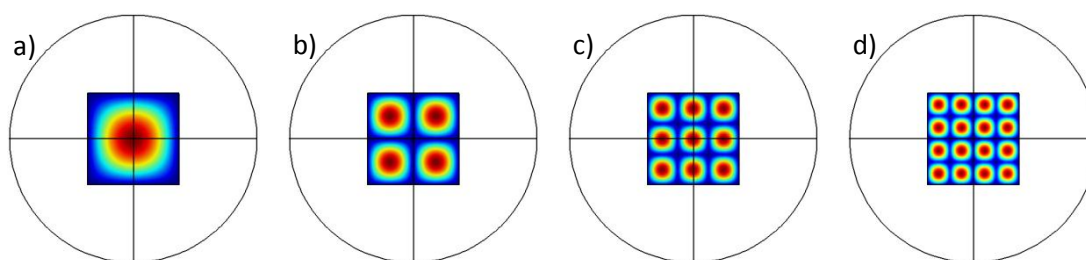
Kada je reč o zvučnoj energiji koju neka ploča zrači u prostor kritična frekvencija predstavlja onu frekvenciju iznad koje zvučni talas ostvaruje dobru propagaciju u pravcu normalnom na ravan ploče [28]. Kritična frekvencija je parametar kojim se može okarakterisati drvo kao materijal za izradu instrumenata. U literaturi se navodi da procenjena kritična frekvencija za prednju ploču violine debljine 2,5 mm analizirano za longitudinalni pravac iznosi 4870 Hz, dok za radijalni pravac iznosi 18420 Hz. Za 4,4 mm debelu ploču violončela kritična frekvencija je 2800 Hz

analizirano za longitudinalni pravac [24]. U literaturi nisu navedene vrednosti kritične frekvencije ploče kotrabasa.

Analize modova ploče u ovom radu vršene su variranjem Jangovog modula elastičnosti u FEM modelu kvadratne ploče. Frekvencija  $f_0$  na kojoj će se formirati mod sa slike 7.24a zavisi od dimenzija, specifične težine materijala i modula elastičnosti ploče. Formula koja opisuje ovu zavisnost data je sledećom jednačinom

$$f_0 = C \frac{d}{l^2} \sqrt{\frac{E_y}{\rho}} \quad (7.8)$$

Gde su  $d$  – debljina ploče u milimetrima,  $l$  – širina odnosno dužina ploče u metrima,  $E_y$  moduo elastičnosti u GPa,  $\rho$  specifična težina u  $\text{kg/m}^3$  i  $C$  konstanta koja iznosi 29,68 Hz.



**Slika 7.24.** Modovi vibracija koji se javljaju na kvadratnoj ploči na frekvencijama:

a)  $f_0$  b)  $4f_0$  c)  $9f_0$  d)  $16f_0$

Za četiri puta veću frekvenciju ( $4f_0$ ) dobija se mod sa slike 7.24b, dok se za devet ( $9f_0$ ) odnosno šesnaest ( $16f_0$ ) puta veću frekvenciju dobijaju modovi predstavljeni na slikama 7.24c i 7.24d respektivno. Iz navedenog može se zaključiti da kada se dupliraju talasni brojevi na ploči ( $k_x$  i  $k_y$ ) talasni broj u vazduhu  $k$  se učetvorostruči. Neminovno je da će se za neku kritičnu frekvenciju  $f_k$  ispuniti uslov

$$(k_x^2 + k_y^2) < k^2 \quad (7.9)$$

koji je detaljnije obrazložen u poglavlju 4.4. Iznad te frekvencije zračenje ploče trebalo bi dramatično da poraste [28]. Za određivanje kritične frekvencije predlaže se sledeći proračun. Potrebno je odrediti na kojoj frekvenciji  $f_k$  će biti ispunjen uslov

$$(k_x^2 + k_y^2) = k^2 \quad (7.10)$$

Neka je ovaj uslov ispunjen na frekvenciji

$$f_k = n^2 f_0 \quad (7.11)$$

gde je  $n$  neki prirodni broj. Za tu frekvenciju talasni brojevi na ploči ( $k_x$  i  $k_y$ ) biće uvećani  $n$  puta, dok će se talasni broj u vazduhu  $k$  uvećati  $n^2$  puta u odnosu na talasne brojeve na frekvenciji  $f_0$ , pa se može pisati

$$k_x = nk_{x0} ; k_y = nk_{y0} ; k = n^2 k_0 \quad (7.12)$$

Gde su  $k_{x0}$ ,  $k_{y0}$  i  $k_0$  talasni brojevi za frekvenciju  $f_0$ . Smenom ovih izraza u jednačinu 7.10 dobija se

$$(nk_{x0})^2 + (nk_{y0})^2 = (n^2 k_0)^2 \quad (7.13)$$

Na frekvenciji  $f_0$  talasni brojevi za talase koji se javljaju na ploči koji su prikazani na slici 7.24a, mogu biti definisani kao

$$k_{x0} = \frac{\pi}{l_x} ; k_{y0} = \frac{\pi}{l_y} \quad (7.14)$$

pa je dalje

$$n^2 \left[ \left( \frac{\pi}{l_x} \right)^2 + \left( \frac{\pi}{l_y} \right)^2 \right] = n^4 \left( \frac{2\pi f_0}{c} \right)^2 \quad (7.15)$$

nakon uvođenja  $l_y = l_x$  (za slučaj kvadratne ploče) iz jednačine 7.15 može se izraziti  $n$

$$n = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{c}{l_x f_0} \quad (7.16)$$

pa kritična frekvencija može biti predstavljena kao

$$f_k = n^2 f_0 = \frac{1}{2} \frac{c^2}{l_x^2 f_0} \quad (7.17)$$

Ako se u jednačini 7.17  $f_0$  zameni izrazom predstavljenim jednačinom 7.8. dobija se

$$f_k = \frac{c^2}{2d} C \sqrt{\frac{\rho}{E_y}} \quad (7.18)$$

pa se nakon smene konstanti dobija

$$f_k = 1993 \frac{1}{d} \sqrt{\frac{\rho}{E_y}} \quad (7.19)$$

Gde je  $d$  – debljina uzorka u milimetrima,  $E_y$  moduo elastičnosti u GPa,  $\rho$  specifična težina u  $\text{kg/m}^3$ . Na osnovu ove formule vidi se da kritična frekvencija ne zavisi od dimenzija ploče već samo od njene debljine i osobina materijala od koje je napravljena.

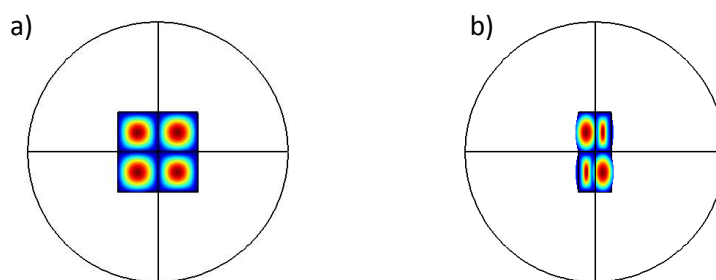
Prema ovde izloženoj kalkulaciji za izotropni materijal debljine 2,5 mm (debljina ploče violine) specifične težine  $480 \text{ kg/m}^3$ , modula elastičnosti 13 GPa, što odgovara modulu elastičnosti u longitudinalnom pravcu drveta za izradu gudačkih instrumenata, dobija se vrednos kritične frekvencije od 4844 Hz. Za moduo elastičnosti od 0,5 GPa što odgovara vrednostima za radijalni pravac dobija se vrednost od 24700 Hz. Za debljinu ploče od 4,4 mm (debljina ploče violončela) kritične frekvencije bi bile 2752 Hz i 14304 Hz za module elastičnosti od 13 GPa i 0,5 GPa respektivno.

U prikazanom proračunu smatra se da su osobine materijala od koga je sačinjena ploča jednake za sve njegove pravce. Takve materijali mogu se modelovati izotropnim modelom koji je korišćen u analizama. Za anizotropne materijale mora se uvesti korekcija pri proračunu kritične frekvencije.

## 7.5. Kritična frekvencija za anizotropne materijale

Za anizotropne materijale elastične karakteristike se razlikuju u zavisnosti od pravca posmatranja. Drvo, zbog svoje unutrašnje strukture, spada u ortotropne materijale, podgrupu anizotropnih materijala. Tako za drvo postoji longitudinalni, radijalni i tangencijalni moduo elastičnosti [21].

Za kvadratnu ploču napravljenu od izotropnog materijala modovi će se formirati kao oni prikazani na slici 7.24. Za ortotropne materijale izgled modova zavisice od odnosa modula elastičnosti za  $x$  i  $y$  pravac ploče. Da bi se za ovakav materijal na ploči dobio mod iste frekvencije i sličnog oblika kao na kvadratnoj ploči napravljenoj od izotropnog materijala potrebno je promeniti proporcije ploče. Usled manjeg modula elastičnosti po jednoj osi dolazi do pojave manjih talasnih dužina fleksionih talasa u tom pravcu pa se, primera radi, mod 2x2 može formirati samo ako se ploča skрати po toj osi u skladu sa manjom vrednošću modula elastičnosti u tom pravcu, kao što je prikazano na slici 7.25.



**Slika 7.25.** Podašavanje dimenzija FEM modela ploče kako bi se formirao "2x2" mod na: a) izotropnoj ploči b) ortotropnoj ploči

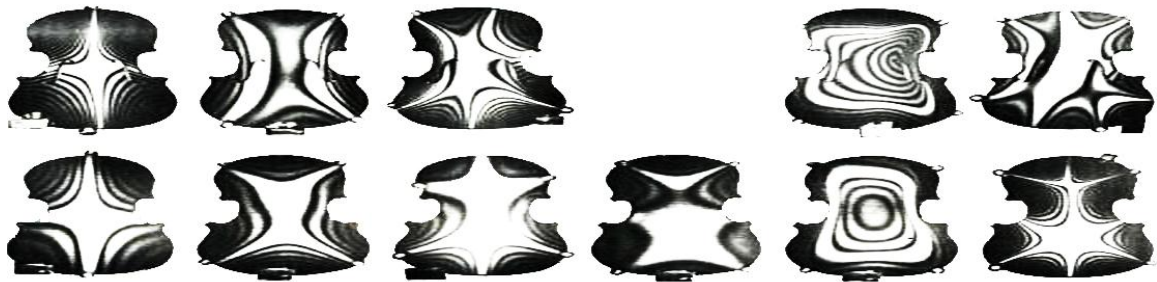
Razlike u modulima elastičnosti za dva ortogonalna pravca za drvo od koga se prave muzički instrumenti mogu biti velike. U literaturi se sreće i do 34 puta manji moduo elastičnosti za radijalni pravac u odnosu na moduo elastičnosti za longitudinalni pravac [21]. Numerička simulacija pokazala je da smanjivanje modula elastičnosti po  $x$ -osi za 34 puta, mora dovesti do smanjenja ploče 2,41 puta ( $\sqrt[4]{34}$ ) u tom pravcu kako bi se najniži mod ploče našao na istoj frekvenciji kao za slučaj kvadratne ploče, što potvrđuju i teorijske pretpostavke. Na osnovu ovoga i u skladu sa jednačinom 7.8. može se definisati faktor skaliranja kao

$$R = \frac{l_{x2}}{l_x} = \sqrt[4]{\frac{E_y}{E_x}} \quad (7.20)$$

Gde su  $l_x$  – širina ploče u pravcu  $x$ -ose,  $l_{x2}$  skalirana širina u pravcu  $x$ -ose,  $E_y$  – Jangov moduo elastičnosti u pravcu  $y$ -ose i  $E_x$  – Jangov moduo elastičnosti u pravcu  $x$ -ose. Analogno tome ploča instrumenta koja po  $x$ -osi ima manji moduo

elastičnosti mora pretrpeti širenje u pravcu ove ose kako bi se dobio ekvivalent od izotropnog materijala na kojem se formiraju isti modovi na istim frekvencijama.

Na slici 7.26. prikazano je kako bi izgledali modovi koji su prikazani na slici 3.9. da se nalaze na ekvivalentnim pločama od izotropnog materijala. Slika 7.26. je dobijena širenjem slike 3.9. po  $x$ -osi sa faktorom 2,41. Može se primetiti da kod novodobijene geometrije širina postaje približno jednaka visini ploče.



**Slika 7.26.** Širenje geometrije ploča koje je potrebno ostvariti kako bi se isti oblici modova koji se javljaju na pločama violina (ortotropni materijal) javili na pločama od nekog izotropnog materijala. Slika je dobijena širenjem slike vizualizacije modova violine primenom laserske vibrometrije [41]

Proračun kritične frekvencije zračenja materijala, rađen za izotropni model, mora se korigovati u skladu sa navedenim činjenicama. Za 34 puta manji moduo elastičnosti po jednom pravcu ostvaruje se 2,41 puta veći talasni broj. U opštem slučaju jednačina 7.15. se može korigovati kao

$$n^2 \left[ \left( \frac{\pi}{l_x} \right)^2 + R \left( \frac{\pi}{l_x} \right)^2 \right] = n^4 \left( \frac{2\pi f_0}{c} \right)^2 \quad (7.21)$$

gde je faktor skaliranja  $R$  dat jednačinom 7.20. Iz ove jednačine može se izraziti  $n$ .

$$n = \sqrt{\frac{1 + R^2}{4}} \frac{c}{l_x f_0} \quad (7.22)$$

Kritična frekvencija postaje

$$f_k = n^2 f_0 = \frac{(1 + R^2) c^2}{l_x^2 4 f_0} \quad (7.23)$$



pa se nakon smene konstanti dobija

$$f_k = 997(1 + R^2) \frac{1}{d} \sqrt{\frac{\rho}{E_y}} \quad (7.24)$$

gde je  $d$  – debljina uzorka u milimetrima,  $E_y$  moduo elastičnosti u GPa,  $\rho$  specifična težina u  $kg/m^3$ , a  $R = \sqrt[4]{E_y/E_x}$ .

Za ortotropni materijal vrednosti modula elastičnosti 13 GPa i 0,5 GPa kritične frekvencije bi bile 8397 Hz i 14779 Hz za 4,4 mm i 2,5 mm debeo uzorak respektivno. Kritične frekvencije za debljinu ozorka od 7 mm proračunate su i prikazane u tabeli 7.3. na osnovu podataka pronađenih u literaturi za različite vrste drveta od kojeg se prave muzički instrumenti [21, 91, 92, 93]. Procenjeno je da debljina uzorka od 7 mm predstavlja srednju vrednost debljine prednje ploče kotrabasa pa se podaci u tabeli 7.3. odnose na njenu kritičnu frekvenciju.

**Tabela 7.3.** Karakteristike drveta za izradu muzičkih instrumenata i kritična frekvencija

vrsta	$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	d[mm]	E <sub>y</sub> [GPa]	E <sub>x</sub> [GPa]	R	f <sub>k</sub> [Hz]
smreka	480	7	15	0.74	2.12	4433.151
smreka	440	7	16	0.5	2.37	4972.016
sitkanska smreka	480	7	13	1.3	1.77	3602.277
sitkanska smreka	460	7	13	1.1	1.85	3759.828
bela smreka	480	7	9	0.48	2.08	5544.138
bela smreka	450	7	15	0.79	2.08	4179.416
crvena smreka	480	7	13	1.2	1.81	3714.03
crvena smreka	460	7	15	1.2	1.88	3577.329
smreka	420	7	13.16	0.73	2.06	4220.96
smreka	420	7	12.94	0.77	2.02	4137.851
smreka	400	7	13.82	0.8	2.03	3951.054
smreka	400	7	8.56	0.81	1.80	4138.701
smreka	490	7	13.4	0.86	1.98	4261.019
smreka	420	7	12.04	0.85	1.94	4007.228
smreka	440	7	18.94	0.7	2.28	4257.362
smreka	380	7	12.64	0.91	1.93	3691.44
smreka	450	7	14.65	1.14	1.89	3619.146
mleč	750	7	11	2	1.53	3934.183
srebrnolisni javor	760	7	11	2.6	1.43	3618.982
obični javor	630	7	8.7	1.6	1.52	4038.244
obični javor	580	7	11.7	1.38	1.70	3922.733

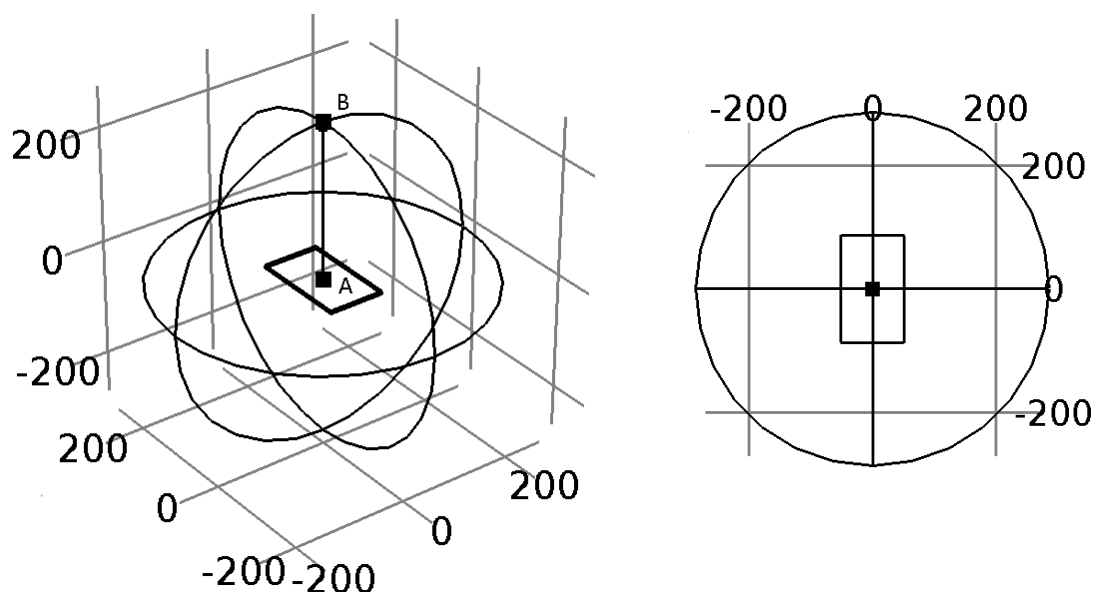
Kritična frekvencija nekog drveta mogla bi uticati na boju zvuka napravljenog instrumenta. Zbog relativno velikih deformacija dobijenih savijanjem i smicanjem koje se javlja u procesu vibriranja ploče gubici na frekvencijama iznad 2 KHz postaju veliki [94] pa su frekvencije iznad kritične frekvencije na taj način oslabljene. Ovi gubici, posebno izraženi kod smreke, stvaraju efekat filtriranja slabeći frekvencije iznad 2 kHz, pa takvo drvo zrači plemenitiji i tamniji zvuk.

## 7.6. Uticaj proporcija ploče instrumenta na njeno zračenje

Interesantno je da se proporcije violine, odnos dužine i širine rezonatorske kutije, u izvesnoj meri poklapaju sa parametrom R datim u tabeli 7.3. Za uzorak od 32 izmerene Stradivarijeve violine prosečne proporcije su 19:10,95, najverovatnije inicijalno 19:11 [95]. Tako je odnos širine i visine prosečno 1,74 što se, primera radi, poklapa sa vrednostima koeficijenta R datim za sitkansku smreku specifične mase 480 kg/m<sup>3</sup>. Ovde se može postaviti pitanje da li su dimenzije violine optimizovane prema anizotropnim osobinama drveta, odnosno da li usklađivanje odnosa modula elastičnosti i dimenzija prednje ploče može dovesti do većeg zračenja instrumenta.

Kako bi se ovo ispitalo izvršena je sledeća simulacija. U programskom paketu za numeričku analizu upotrebom metode konačnih elemenata definisana je ploča dimenzija 95,5 x 165 x 5 mm. Ove proporcije odgovaraju odnosu širine i dužine kod Stradivarijevih violina (9:11). Ploča je ukrućena po svom obodu a pobuđivana je u centralnoj tački A promenljivom silom normalnom na ravan ploče kao što je prikazano na slici 7.27. Ploča je modelovana kao ortotropni materijal. Vrednost modula elastičnosti po dužini ploče iznosio je 16 MPa, dok je po širini variran u granicama od 0,5 do 3,7 MPa. Ovaj opseg vrednosti modula elastičnosti korišćen u ovoj simulaciji uzet je kako bi se pokrili svi slučajevi odnosa između modula elastičnosti u longitudinalnom i radijalnom pravcusu za sve vrste drveta čije su vrednosti prikazane u tabeli 7.3. Za ove vrednosti modula elastičnosti frekvencija najniže rezonance posmatrane ploče kreće se u opsegu od oko 65 do 95 Hz pa je u

tom osegu sistem i analiziran. Posmatran je nivo zvučnog pritiska u tački B u zavisnosti od frekvencije i promene modula elastičnosti.

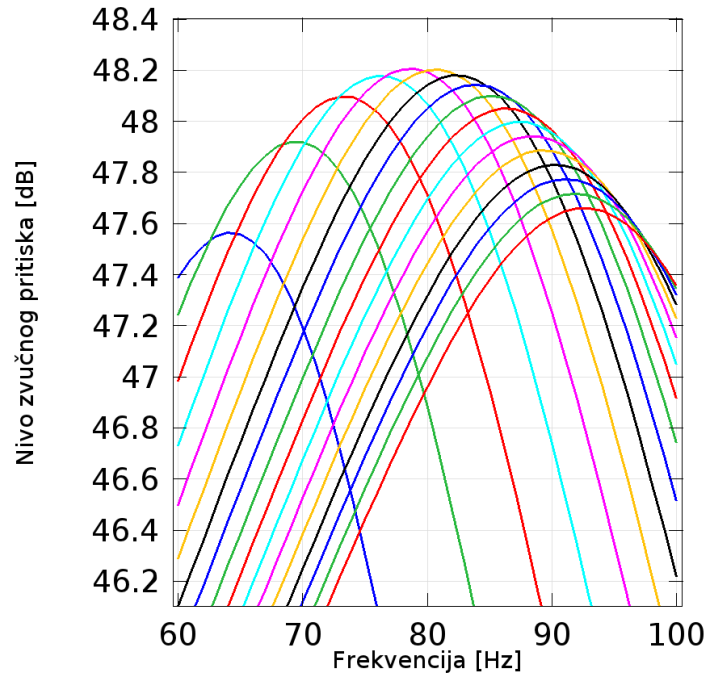


**Slika 7.27.** Model ploče koja odgovara proporcijama violine (95,5 x 165 x 5 mm)

Različite krive na slici 7.28. dobijene su za različite radijalne module elastičnosti. Najniža rezonanca koja se nalazi na oko 65 Hz, postiže se za najmanju vrednost radijalnog modula elastičnosti od 0,5 MPa, dok je najviša rezonanca, na oko 93 Hz, postignuta za radijalni moduo elastičnosti od 3,7 MPa. Najbolji odziv postiže se kada je radijalni moduo elastičnosti 1,3 MPa, odnosno kada su transverzalni i radijalni moduo elastičnosti u odnosu 12,3:1. Najlošiji odziv postiže se za vrednost radijalnog modula elastičnosti od 0,5 MPa. Razlika između minimalnog i maksimalnog odziva za dati opseg modula elastičnosti je ispod jednog decibela, tako da razlike u zračenjima, u slučaju analiziranog modela, na najnižem modu ove ploče nisu značajne. Ovde treba dodati da ovoj ujednačenosti odziva doprinose i gubitci u ploči koji su obuhvaćeni ovim modelom.

Ono što razlikuje ploče sa ovakvim proporcijama modula elastičnosti u dva pravca je broj rezonanci koji se javlja na niskim frekvencijama. Simulacija je pokazala da u slučaju kada je Jangov moduo elastičnosti po širini 1,3 MPa na frekvencijama do 300 Hz se na ploči formira 15 različitih modova, dok se u slučaju modula elastičnosti od 0,5 MPa formira čak 20 modova. U oba slučaja moduo elastičnosti po dužini iznosio je 16 MPa. U tabeli 7.4 su paralelno prikazani modovi za ova dva

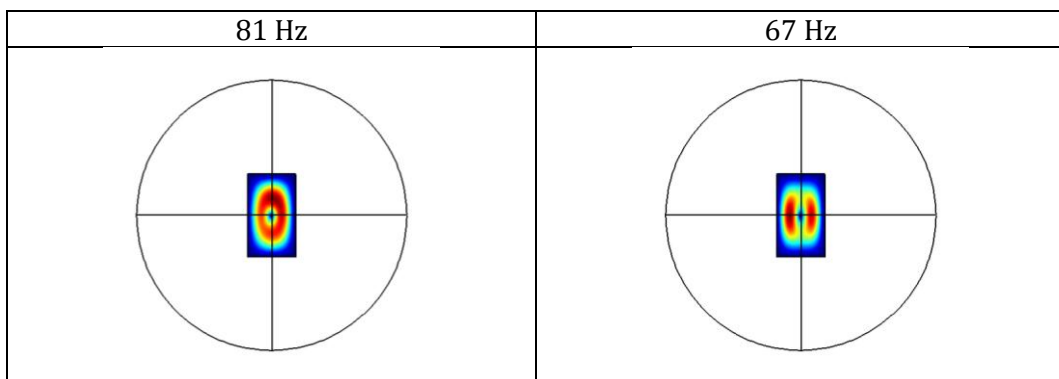
slučaja, u levoj koloni za 1,3 MPa, a u desnoj za 0,5 MPa. Rezonantne frekvencije za slučaj modula elastičnosti od 0,5 MPa imaju malo niže vrednosti što je još jedan podatak koji čini razliku u ova dva posmatrana slučaja.

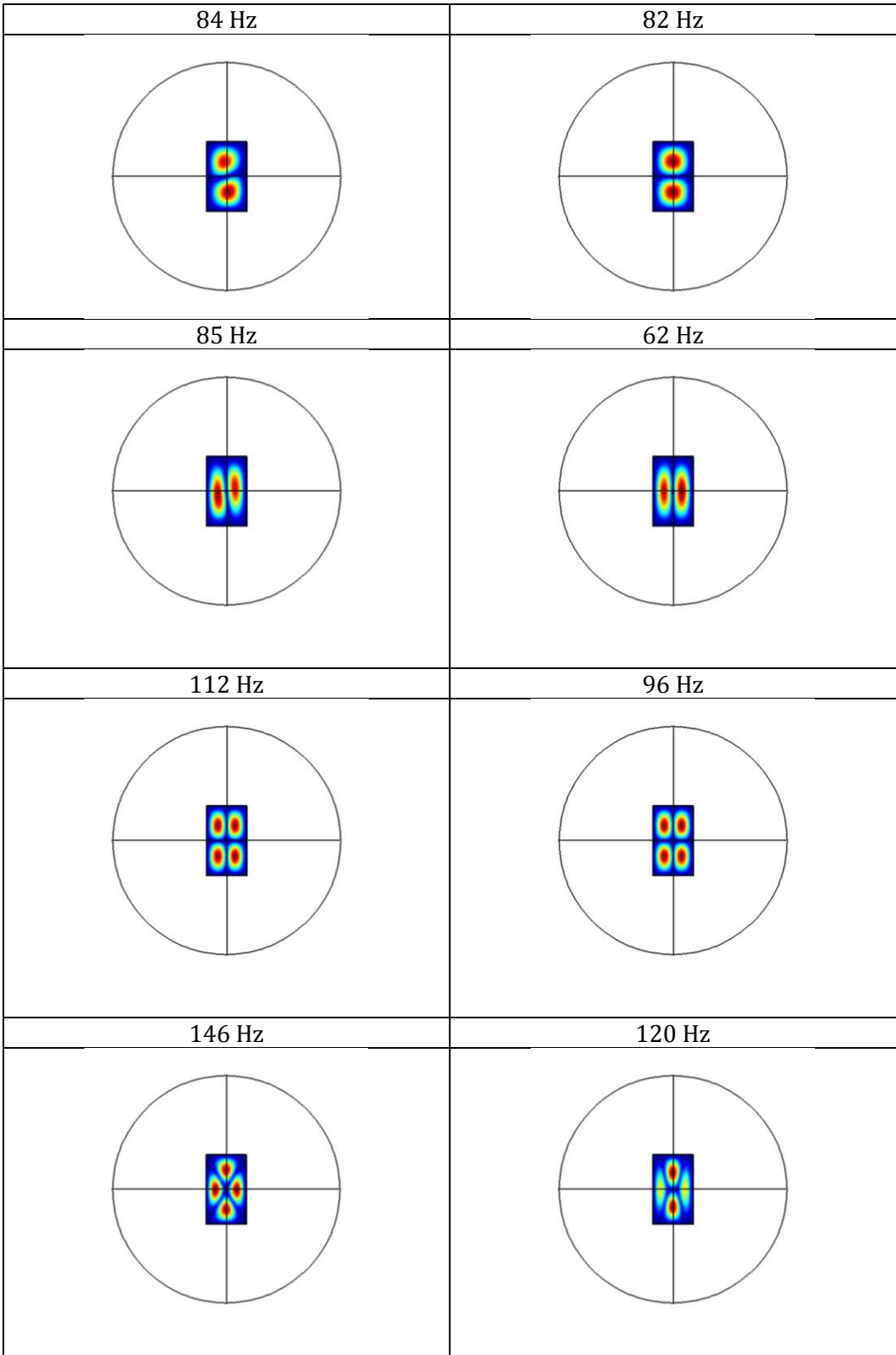


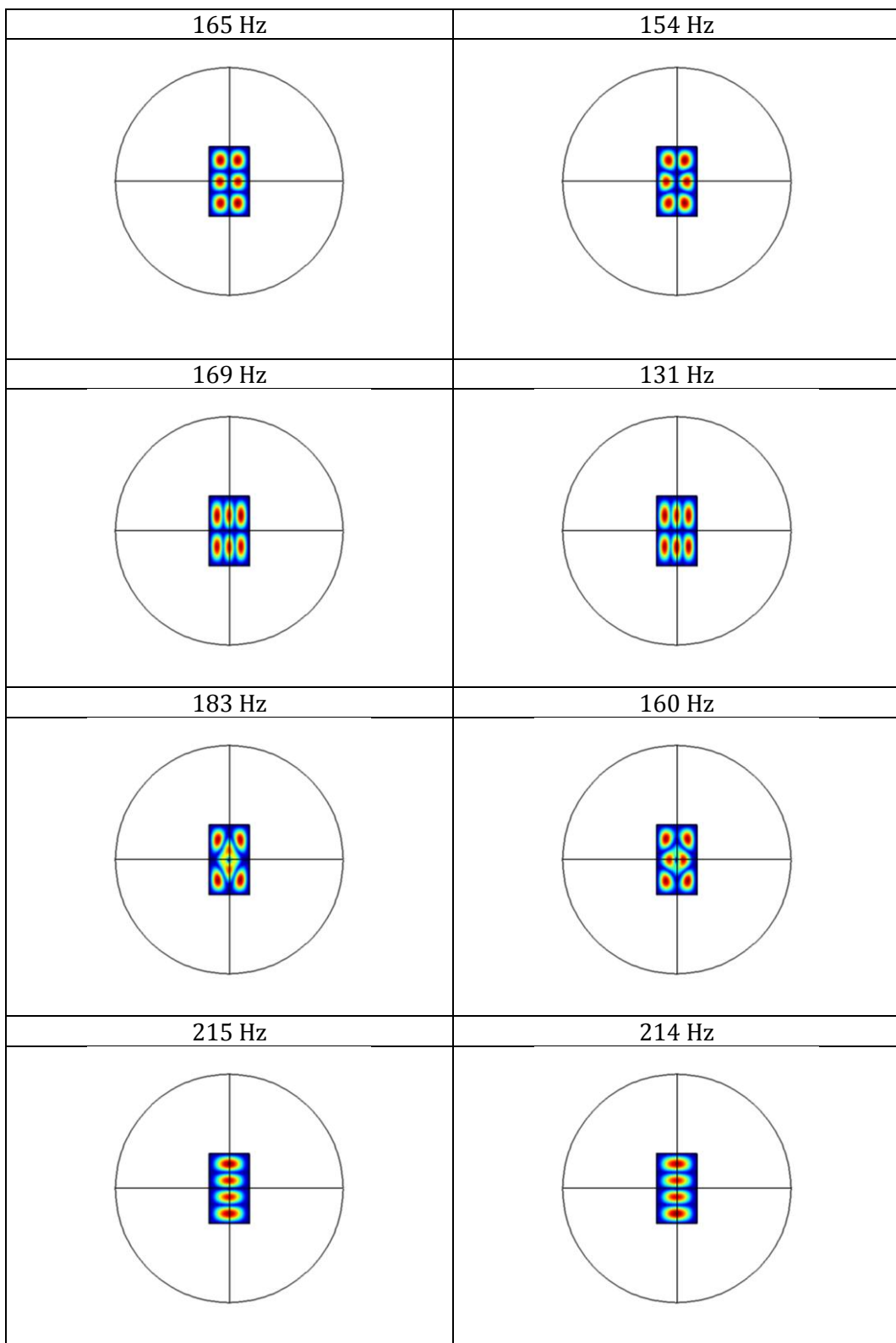
**Slika 7.28.** Nivo zvučnog pritiska najniže rezonance ploče za različite radijalne module elastičnosti

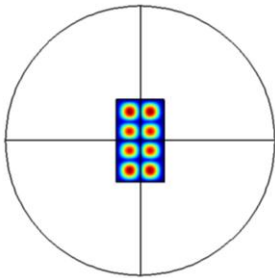
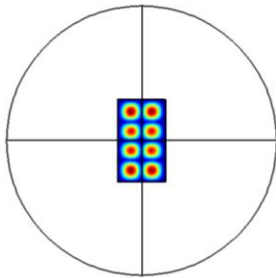
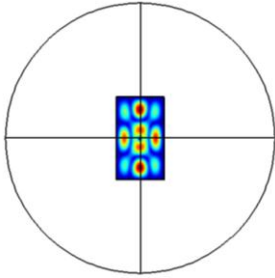
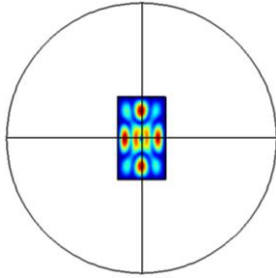
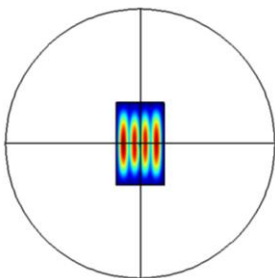
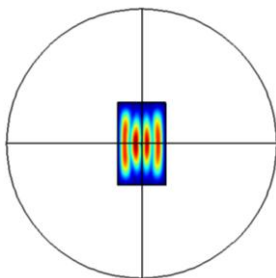
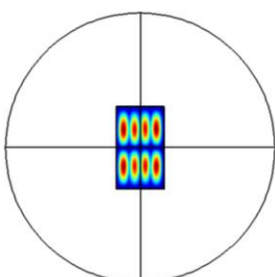
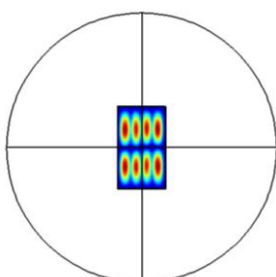
Za frekvencije do 300Hz, u slučaju modula elastičnosti od 0,5 MPa po širini, na ploči se javlja još pet modova koji se u ovom opsegu ne pojavljuju za slučaj kada je moduo 1,3 MPa. Izgled ovih modova prikazan je u tabeli 7.5.

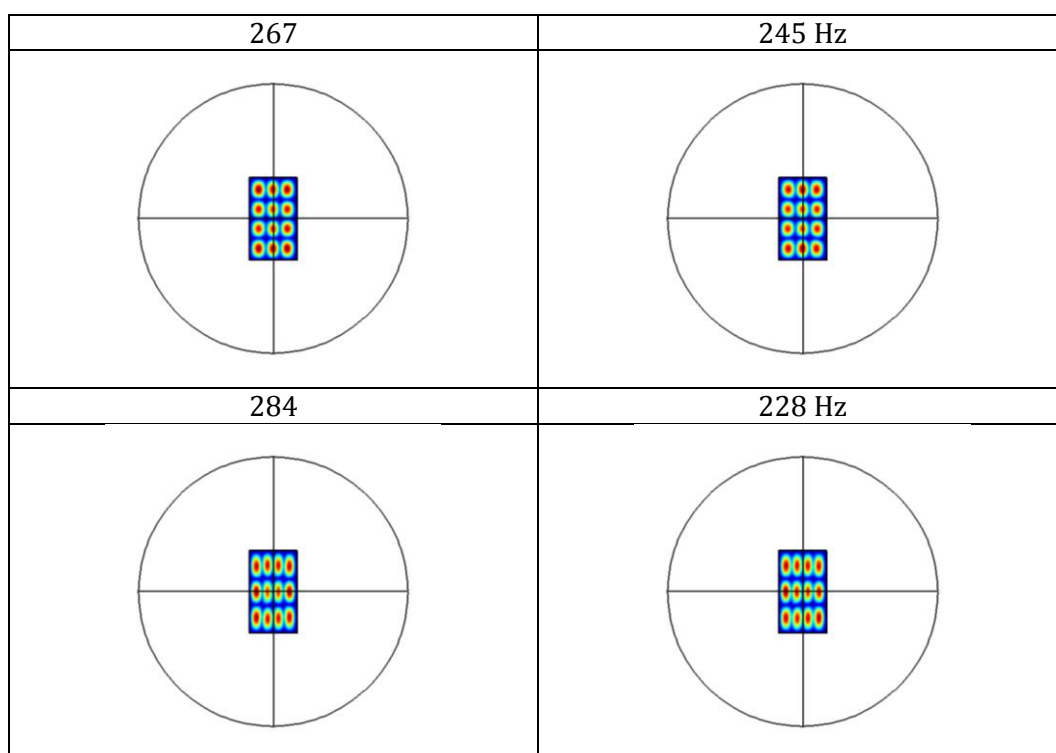
**Tabela 7.4.** Modovi koji se formiraju na ploči za dva različita modula elastičnosti po širini uzorka: levo: 1,3 MPa; desno: 0,5 MPa (moduo elastičnosti po dužini u oba slučaja iznosi 16 MPa)



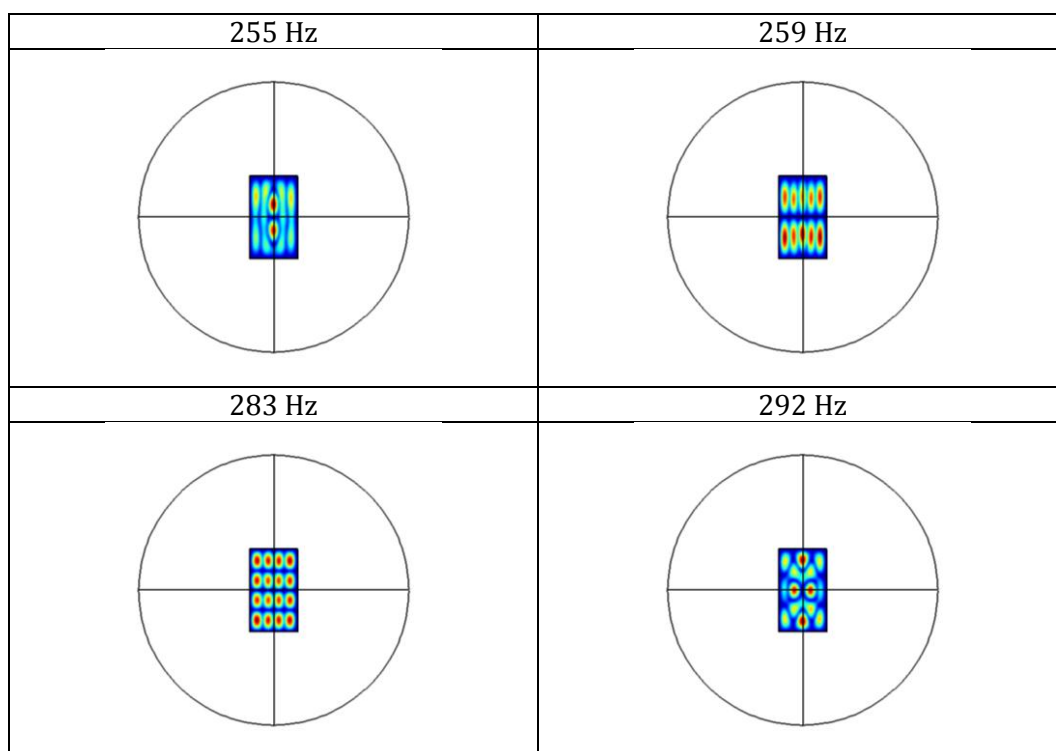




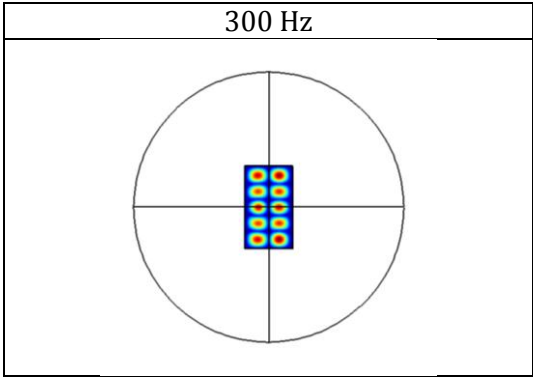
230 Hz	223 Hz
	
234	203
	
239	167
	
252 Hz	185 Hz
	



**Tabela 7.5.** Modovi koji se formiraju na ploči na frekvencijama ispod 300 Hz za slučaju modula elastičnosti od 0,5 MPa po širini uzorka, koji se ne javljaju u ovom opsegu u slučaju modula elastičnosti od 1,3 MPa







## 8. ZAKLJUČAK

U ovoj disertaciji analizirane su akustičke osobine kontrabasa i uticaj različitih faktora koji određuju njegov akustički odziv. Za razliku od drugih gudačkih instrumenata o kojima postoji obimna literatura, kontrabas je veoma retko bio tema istraživanja u oblasti muzičke akustike. Zbog toga su u ovom radu predmet analize bili geometrija i proporcija kontrabasa, analize fizičkih svojstava drveta kao materijala za izradu instrumenta i njegovi osnovni akustički mehanizmi proizvodnje zvuka. Analize su izvršene eksperimentalno i pomoću numeričkih i analitičkih modela. Cilj toga je bio da se ispituju mogućnosti intervencija na telu kontrabasa, da se objasni uticaj različitih fizičkih svojstava drveta od koga je ovaj instrument napravljen, kao i analizira kompleksan uticaj gudala na zvuk koji se proizvodi.

Dometi akustičkih intervencija koje se mogu ostvariti na telu kontrabasa ispitani su upotrebom numeričkih simulacija. Pokazano je da intervencije na bas gredi koje su testirane ne menjaju bitno odziv instrumenta, dok se intervencijama na  $f$ -otvorima mogu postići značajne promene u odzivu. Simulacija je pokazala da se dodavanjem namenski dizajniranih cevi ispod  $f$ -otvora može pojačati odziv instrumenta na niskim frekvencijama. Rezonance koje se javljaju u simuliranim modelima poklapaju se sa teoretskim predviđanjima, pa se analitički model dva spregnuta rezonatora, inače preuzet iz literature za modelovanje akustične gitare, pokazao kao dobar u modelovanju interakcije Helmholtzove rezonance i prve rezonance prednje ploče.

Jedan deo istraživanja u radu bio je usmeren ka ispitivanju karakteristika gudala kao posebnog mehaničkog sistema. Rezultati merenja su pokazali da sviranje sa različitim gudačima ima veoma mali uticaj na boju tona kontrabasa kod dugih i ravnih tonova. Pokazano je kako gudalo, istovremeno pobuđujući i prigušujući ton, svojim položajem utiče na boju tona kod kontrabasa, što pokazuje da uticaj gudala nije zanemarljiv u procesu sviranja. Numeričkom simulacijom ispitan je uticaj udaljenosti pozicije pobude gudačom u odnosu na kobilicu. Rezultati dobijeni numeričkim modelom napravljenim upotrebom metode konačnih razlika ne mogu

do kraja utvrditi pravilnost u zavisnosti generisane boje tona od položaja gudala. Simulacija je pokazala da postoji uticaj udaljenosti mesta pobude gudaalom na boju zvuka pri konstantnoj brzini kretanja i konstantnoj vertikalnoj sili kojom ono deluje na žicu. Način diskretizacije prostora koji se koristio pri ovoj simulaciji, kao i pojednostavljen model gudala i žice može uticati na ishod izvedenih eksperimenata kada je u pitanju utvrđivanje finesa u akustičkom odzivu, to jest kvalitetu proizvedenog zvuka.

Neosporno je da kvalitet gudala utiče na interpretaciju, ali se razlike u gudalima ne mogu lako sagledati prostim analizama proizvedenog tona. Merenje vibracija na gudaalu tokom sviranja pokazalo je da različita gudala imaju različite emisije vibracija iako su proizvodila tonove iste boje. Posmatrajući neke druge parametre pokazano je da razlike u gudalima mogu da se izmere. U radu je uvedena metoda za snimanje modalnih karakteristika gudala merenjem emitovanog zvuka u veoma bliskom polju gudala kada se njegovo telo pobuđuje šumom. Upotreba ove metode pokazala se kao korisna u vizualizaciji modova oscilovanja. Uzajamni uticaj štapa gudala i razapetih struna eksperimentalno je ispitan. Raspored modova i odziv pri pobudi šumom parametri su koji oslikavaju karakteristike jednog gudala i mogu se koristiti pri klasifikaciji gudala na osnovu objektivnih parametara. Razvijena metoda analize može se šire primeniti i na druge instrumente iz porodice gudača.

Snimanje u veoma bliskom polju korišćeno je i za analize uzoraka drveta od kojih se prave instrumenti. Ova eksperimentalna metoda pokazala se kao dobar način za analiziranje vibroakustičkih osobina materijala. Merenje impulsnog odziva duž uzorka u njegovom veoma bliskom polju pri potpuno slobodnim graničnim uslovima je metoda koja od merne opreme zahteva samo dva elektret mikrofona. Iako jednostavna po pitanju instrumentacije, ova metoda daje mogućnost korisne vizualizacije i identifikacije modova oscilovanja testiranog uzorka drveta. Merenje u veoma bliskom polju korišćeno je i pri analizama promena u ponašanju uzoraka drveta pri produženom dejstvu vibracija. Na analiziranim uzorcima, sečenim u longitudinalnom pravcu, pokazalo se da dejstvo ovih vibracija ne menja vibroakustičke osobine materijala.

Još jedan analizirani parametar koji može biti od značaja za drvo kao materijala za izradu gudačkih instrumentata je njegova kritična frekvencija. U radu je prikazan predlog proračuna kritične frekvencije za izotropne i anizotropne materijale. Anizotropnost drveta kao jedna od njegovih karakteristika takođe je analizirana. Usled različitih odnosa modula elastičnosti za longitudinalni, radijalni i tangencijalni pravac, na ploči jednog instrumenta formiraju se različite figure u odnosu na one koje bi se formirale u slučaju izotropnog materijala. Formirani modovi razlikuju se u zavisnosti od vrste drveta koje se koristi za njegovu izradu. Broj rezonanci koji se javlja na niskim frekvencijama veći je u slučaju kada je veća razlika u Jangovom modulu elastičnosti po osama korišćenog drveta za izradu ploče instrumenta. Rezultati analize su pokazali da se usklađenost proporcija ploče instrumenta sa ovim odnosom modula elastičnosti za dva pravca nije pokazala kao bitan parametar za zračenje zvučne energije u prostor. U radu je uveden faktor  $R$  koji je definisan kao odnos modula elastičnosti za dva ortogonalna pravca. Pokazano je da ovaj parametar utiče na vrednost kritične frekvencije ploče instrumenta.

U daljim istraživanjima koja bi proizašla iz rezultata svih izvršenih analiza mogle bi se eksperimentalno proveriti modifikacije na rezonatorskoj kutiji instrumenta koje su u ovom radu ispitivane samo pomoću numeričkih modela. Specijalno dizajnirana tuba, koja se postavlja ispod  $f$ -otvora, u simulacijama se pokazala kao dobro rešenje za povećavanje odziva instrumenta na niskim učestanostima. Ovo rešenje bi trebalo i eksperimentalno ispitati, što podrazumeva saradnju sa nekim graditeljem instrumenata.

Snimanje u veoma bliskom polju, ovde korišćeno za analizu karakteristika drvene grede i gudala, moglo bi se primeniti i na slučajevima dvodimenzione geometrije kao što su ploče rezonatorskih kutija instrumenata. Snimanje karakteristika drveta direktno sa instrumenta upotrebom skeniranja u veoma bliskom polju još jedna je tema koja bi se mogla obraditi. Posebna pažnja ovde bi se trebala posvetiti ortotropnosti drveta, odnosno beleženju različitosti u modulima elastičnosti za različite pravce posmatranja. Uticaj ove osobine drveta kao materijala za izradu gudačkih instrumenata na zračenje i optimizaciju dimenzija ploče takođe je tema koja bi se mogla detaljnije obraditi u daljim istraživanjima.

Vršeni eksperimenti dali su odgovore na neka pitanja ali su i otvorili nove teme za dalja ispitivanja. Pitanja muzičke akustike, koliko god bila stara, i dalje su aktuelna u istraživanjima i literaturi. Multidisciplinarni pristup problematici kao i dostupnost informacija i tehnologije, koji je omogućio razvoj računara, otvorio je mogućnost sagledavanja problema iz nekih novih uglova.

## LITERATURA

- [1] W. H. Hill, A. F. Hill and A. E. Hill, *The Violin-makers of the Guarneri Family, 1626-1762*, London: W.E. Hill & Sons, 1931.
- [2] M. H. Ross and S. Zondervan, "CAPITAL GAINS AND THE RATE OF RETURN ON A STRADIVARIUS," *Economic Inquiry*, vol. XXVII, pp. 529-540, 1989.
- [3] M. Pyrkosz, C. V. Karsen and G. Bissinger, "Converting CT Scans of a Stradivari Violin to a FEM," in *IMAC XXVIII a conference and exposition on structural dynamics*, Jacksonville, Florida USA, 2010.
- [4] M. Pyrkosz and C. V. Karsen, "Comparative Modal Tests of a Violin," *Experimental Techniques*, vol. 37, no. 4, pp. 47-62, 2012.
- [5] K. Murakami, "Designing and making musical instruments to form sounds," *Acoust. Sci. & Tech.*, vol. 26, no. 3, pp. 285-288, 2005.
- [6] M. Fioravanti, G. Goli and B. Carlson, "Structural assessment and measurement of the elastic deformation of historical violins: The case study of the Guarneri 'del Gesù' violin (1743) known as the 'Cannone'," *Journal of Cultural Heritage*, vol. 13, pp. 145-153, 2012.
- [7] F. Piasentini, A. Scanavini, S. Carmignato, V. Aloisi and M. Rigodanza, "Evaluating the use of industrial X-ray CT for the reverse engineering of wood string instruments," in *Annual conference COST FP1302 WoodMusICK*, Barcelona, pp. 137-141, 2016.
- [8] E. Chladni, *Entdeckungen über die Theorie des Klanges*, Leipzig: bey Weidmanns Erben und Reich, 1787.
- [9] R. L. Powell and K. A. Stetson, "Interferometric Hologram Evaluation and Real-Time Vibration Analysis of Diffuse Objects," *J. Opt. Soc. Amer.*, vol. 55, pp. 1694-1695, 1965.
- [10] E. Jansson, N.-E. Molin and H. Sundin, "Resonances of a Violin Body Studied by Hologram Interferometry and Acoustical Methods," *Physica Scripta*, vol. 2, pp. 243-256, 1970.
- [11] E. Jansson, N.-E. Molin and H. Sundin, "On vibration modes of a violin top plate. A study by hologram interferometry," *Quarterly Progress and Status Report*, vol. 11, no. 2-3, pp. 50-54, 1970.
- [12] E. Jansson, "A Study of Acoustical and Hologram Interferometric Measurements of the Top Plate Vibrations of a Guitar," *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 25, no. 2, pp. 95-

100, 1971.

- [13] A. Svoboda, K. Tatar, P. Norman and M. Backstrom, "Integrated Approach for Prediction of Stability Limits for Machining with Large Volumes of Material Removal," *International Journal of Production Research*, vol. 46, no. 12, pp. 3207-3222, 2010.
- [14] K. Tatar, "Machine tool vibrations and violin sound fields studied using laser vibrometry," Luleå tekniska universitet, Luleå, 2006.
- [15] G. Bissinger and D. Oliver, "3-D Laser Vibrometry on Legendary Old Italian Violins," *SOUND AND VIBRATION*, pp. 10-14, 2007.
- [16] D. Oliver, V. Palan, G. Bissinger and D. Rowe, "3-Dimensional Laser Doppler Vibration Analysis of Stradivarius Violins," in *Modal Analysis Conference*, Orlando, Florida, USA, 2007.
- [17] C. Kalkert and J. Kayser, "Laser Doppler Velocimetry," Biophysics Laboratory, University of California, San Diego.
- [18] L. Zipser, H. Franke, E. Olsson, N.-E. Molin and M. Sjudahl, "Reconstructing two-dimensional acoustic object fields by use of digital phase conjugation of scanning laser vibrometry recordings," *APPLIED OPTICS*, pp. 5831-5838, 2003.
- [19] P. Gren, K. Tatar, J. Granstrom, N.-E. Molin and E. V. Jansson, "Laser vibrometry measurements of vibration and sound fields of a bowed violin," *Meas. Sci. Technol.*, no. 17, p. 635-644, 2006.
- [20] C. E. Gough, "Violin Acoustics," *Acoustics Today*, vol. 12, no. 2, pp. 22-30, 2016.
- [21] V. Bucur, *Acoustics of Wood*, Berlin: Springer-Verlag, 2006.
- [22] A. Goldblatt, "<http://www.alangoldblatt.com>," [Online]. Available: <http://alangoldblatt.com/specs/Bass.pdf>. [Accessed 17 February 2017].
- [23] T. Rossing, *The Science of Sound*, Massachusetts: Addison-Wesley, 1981.
- [24] N. H. Fletcher and T. D. Rossing, *The Physics of Musical Instruments*, New York: Springer, 2005.
- [25] B. J. Siemers, *The History and Development of the Double Bass*, Cincinnati: University of Cincinnati, 2001.
- [26] A. Askenfelt, "Eigenmodes and tone quality of the double bass," *STL-QPSR*, vol. 23, no. 4, pp. 149-174, 1982.
- [27] J. Meyer, *Acoustics and the performance of music*, Frankfurt/Main: Verlag das

musikinstrument, 1978.

- [28] Y.-H. Kim and J.-W. Choi, *Sound visualization and manipulation*, Singapore: Wiley, 2013.
- [29] A. Goldblatt, "<http://www.alangoldblatt.com/>," [Online]. Available: <http://www.alangoldblatt.com/specs/Violin.pdf>. [Accessed 24 2 2017].
- [30] A. Moral and E. V. Jansson, "Input admittance, eigenmodes, and quality of violins," *STL-QPSR*, vol. 23, no. 2-3, pp. 060-075, 1982.
- [31] G. Lundberg, *The container-cello project*, Stockholm: Thesis work, Royal Inst. of Technology, 1982.
- [32] A. Zhang and J. Woodhouse, "Reliability of the input admittance of bowed-string instruments measured by the hammer method," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 137, no. 6, p. 3371–3381, 2014.
- [33] G. Paiva, F. Ablitzer, F. Gautier, M. Secail-Geraud and J. Dos Santos, "Measuring mobility matrix at the Bridge of Stringed Instruments by the Wire Breaking Method," in *Congrès Français d'Acoustique*, le Mans, pp. 384-389, 2016.
- [34] L. Andersson, "Comsol," Comsol, Inc., 15 March 2016. [Online]. Available: <https://www.comsol.com/blogs/analyze-violin-tone-and-volume-with-multiphysics-modeling/>. [Accessed 23 1 2017].
- [35] C. Hutchins and D. Voskuil, "Mode Tuning for the Violin Maker," *Catgut Acoust Soc*, vol. 2, no. 4, pp. 5-9, 1993.
- [36] E. V. Jansson, N. Molin and H. O. Saldner, "On eigenmodes of the violin - Electronic holography and admittance measurements," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 95, no. 2, pp. 1110-1105, 1994.
- [37] L. Meirovitch, *Elements of vibration analysis*, Boston: McGraw-Hill, 1986.
- [38] H. Dünwald, "Versuche zur Entstehung des Wolfs bei Violininstrumenten," *Acustica*, vol. 41, no. 4, pp. 238-245, 1979.
- [39] C. Gough, "Violin bow vibrations," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 131, no. 5, p. 4152–4163, May 2012.
- [40] C. Hutchins, "A history of violin research," *Catgut Acoustical Society*, vol. 73, no. 5, pp. 1421-1440, 1983.
- [41] C. Hutchins, "The Acoustics of violin plates," *Scientific American*, vol. 242, no. 4, pp. 126-135, 1981.



- [42] C. Gough, "Supplementary Text Violin Acoustics," *Acoustics Today*, 2016.
- [43] O. Christensen and B. B. Vistisen, "Simple model for low-frequency guitar function," *Journal of Acoustical Society of America*, vol. 68, no. 3, pp. 758-766, 1980.
- [44] E. Jansson, "Tone characteristic of the violin," in *Catgut Acoustical Society, International Conference on Musical Acoustics*, DeKalb, Illinois, pp. 83-105, 1978.
- [45] H. Nia, A. Jain, Y. Liu, M.-R. Alam, R. Barnas and N. Makris, "The evolution of air resonance power efficiency in the violin and its ancestors," *Proc. R. Soc. A*, vol. 471, pp. 1-26, 2015.
- [46] E. Jansson and F. Durup, "The Quest of the Violin Bridge-Hill," *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 91, no. 2, pp. 206-213, 2005.
- [47] J. Woodhouse, "On the "Bridge Hill" of the Violin," *Acta acustica united with acustica*, vol. 91, pp. 155-165, 2005.
- [48] W. Reinecke, "Übertragungseigenschaften des Streichinstrumentestegs," *Catgut acoustical society newsletter*, vol. 19, pp. 26-34, 1973.
- [49] W. Reinicke, *Die Übertragungseigenschaften des Streichinstrumentenstegs*, Berlin: Doctoral dissertation, Technical University of Berlin, 1973.
- [50] S. Yoshikawa, M. Shinoduka and T. Senda, "A comparison of string instruments based on wood properties: Biwa vs. cello," *The Acoustical Society of Japan*, vol. 29, no. 1, pp. 41-50, 2008.
- [51] J. B. Keller, "Bowing of Violin Strings," *COMMUNICATIONS ON PURE AND APPLIED MATHEMATICS*, vol. VI, pp. 483-495, 1953.
- [52] F. G. Friedlander, "On the oscillations of a bowed string," *Mathematical Proceedings of the Cambridge*, vol. 49, pp. 516-530, 1953.
- [53] F. Pantelić, C. Desvages, J. Prezelj and D. Šumarac-Pavlović, "Influence of bow-bridge distance on strings timbre," in *7th AAAA Congress on Sound and Vibration*, Ljubljana, 2016.
- [54] J. Woodhouse and P. M. Galluccio, "The Bowed String As We Know It Today," *Acta acustica united with acustica*, vol. 9, pp. 579-589, 2004.
- [55] J. C. Schelleng, "The bowed string and the player," *Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 53, pp. 26-41, 1973.
- [56] H. L. F. Helmholtz, *On the sensations of tone*, London: Longmans, Green and co., 1895.
- [57] C. V. Raman, "On the mechanical theory of the vibrations of bowed strings and of musical instruments of the violin family, with experimental verification of the results – part I," *Bull.*

*Indian Assoc. Cultiv. Sci.*, pp. 151-158, 1918.

- [58] K. Guettler, S. E. and A. A., "Bow speed or bowing position-Which one influences spectrum the most?," in *Proceedings of the Stockholm Music Acoustics Conference*, Stockholm, Sweden, 2003.
- [59] F. Saunders, "The Mechanical Action of Violins," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 7, no. 2, pp. 81-98, 1935.
- [60] *Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Sonic Resonance*, ASTM International, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959. United States, 2009.
- [61] *Standard Test Method for Dynamic Young's Modulus, Shear Modulus, and Poisson's Ratio by Impulse Excitation of Vibration*, ASTM International, 100 Barr Harbor Drive, PO Box C700, West Conshohocken, PA 19428-2959, United States., 2002.
- [62] V. Bucur, *Nondestructive Characterization and Imaging of Wood*, Berlin: Springer, 2003.
- [63] M. Libeau, "Impact of Vibration on Scots Pine for Musical Instruments," de Bordeaux Sciences Agro, Bordeaux, 2016.
- [64] J. D. Maynar, E. G. William and Y. Lee, "Nearfield acoustic holography: I. Theory of generalized holography and the development of NAH," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 78, no. 4, pp. 1395-1413, 1985.
- [65] J. Prezelj, P. Lipar, A. Belšak and M. Čudina, "On acoustic very near field measurements," *Mech.Syst. Signal Processing*, vol. 40, p. 194–207, 2013.
- [66] D. E. Keele, "Low-Frequency Loudspeaker Assessment by Nearfield Sound-Pressure Measurement," *JOURNAL OF THE AUDIO ENGINEERING SOCIETY*, vol. 22, no. 3, pp. 154-162, 1974.
- [67] L. Kinsler, A. Frey, A. Coppens and J. Sanders, *Fundamentals of acoustics*, New York: Wiley, 1999.
- [68] H.-E. de Bree, V. Svetovoy, R. Raangs and R. Visser, "THE VERY NEAR FIELD, THEORY, SIMULATIONS AND MEASUREMENTS OF SOUND PRESSURE AND PARTICLE VELOCITY IN THE VERY NEAR FIELD," in *ICSV-11*, Petersburg, 2004.
- [69] W. Desmet and D. Vandepitte, *Finite Element Modeling for Acoustics*, Leuven: LMS International, 2005.
- [70] S. Bilbao, *Finite Difference Schemes and Simulation in Musical Acoustics*, Chichester: Wiley, 2009.

- [71] E. Barkanov, INTRODUCTION TO THE FINITE ELEMENT METHOD, Riga: Institute of Materials and Structures Faculty of Civil Engineering Riga Technical University, 2001.
- [72] M. Nedeljkov, Parcijalne diferencijalne jednačine, Novi Sad: Univerzitet u Novom Sadu, Prirodno-matematički fakultet, Departman za matematiku i informatiku, 2004.
- [73] Y. Jiang, FINITE ELEMENT ANALYSIS OF A ONE-DIMENSIONAL HELMHOLTZ EQUATION, State College: Department of Mathematics, Penn State University, 2014.
- [74] J. Čertić, D. Šumarac Pavlović and I. Salom, "Softverski paket za obradu i analizu audio signala," in *18. Telekomunikacioni forum TELFOR 2010*, Beograd, pp. 1029-1032, 2010.
- [75] R. Cassidy and J. Smith, "A tunable, nonsubsampling, non-uniform filter bank for multi-band audition and level modification of audio signals," in *Conf. Rec. of the Thirty-Eight Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, Pacific Grove, CA, USA, pp. 2228-2232, 2004.
- [76] Z. Cvetković and J. Johnston, "Nonuniform Oversampled Filter Banks for Audio Applications," *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing*, vol. 11, no. 5, pp. 393-399, 2003.
- [77] G. Bissinger, "Merging microphone and accelerometer hammer-impact modal analysis measurements:," in *Proc. 11th International Modal Analysis Conference*, Greenville, NC, pp. 850-854, 1993.
- [78] F. Ablitzer, J. Dalmont and N. Dauchet, "Static model of a violin bow: Influence of camber and hairtension on mechanical behavior," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 131, no. 1, p. 773-782, 2012.
- [79] C. Gough, "The violin bow: Taper, camber and flexibility," *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 130, p. 4105-4116, 2011.
- [80] A. Askenfelt, "Observations on the violin bow and the interaction with the string," *STL-QPSR*, vol. 36, p. 23-42, 1995.
- [81] F. Pantelić and J. Prezelj, "Uticaj vibracija gudala kontrabasa na percepciju zvuka kod muzičara," in *Etran*, Zlatibor, 2013.
- [82] J. Wu, K. Krajnak, D. Welcome and R. Dong, "Analysis of the dynamic strains in a fingertip exposed to vibrations: Correlation to the mechanical stimuli on mechanoreceptors," *Journal of Biomechanics*, vol. 39, no. 13, p. 2445-2456, 2006.
- [83] G. Gescheider, S. Bolanowski and R. Verrillo, "Some characteristics of tactile channels," *Behavioural Brain Research*, vol. 148, p. 35-40, 2004.
- [84] A. Brisben, S. Hsiao and K. Johnson, "Detection of Vibration Transmitted Through an

- Object Grasped in the Hand," *Journal of Neurophysiology*, vol. 81, pp. 1548-1558, 1999.
- [85] C. Desvages and S. Bilbao, "Two-Polarisation Physical Model of Bowed Strings with Nonlinear Contact and Friction Friction Forces, and Application to Gesture-Based Sound Synthesis," *Applied Sciences*, vol. 6, no. 135, pp. 1-32, 2016.
- [86] J. Smith and J. Woodhouse, "The tribology of rosin," *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 48, pp. 1633-1681, 2000.
- [87] E. Jansson, "Experiments with the Violin String and Bridge," *Applied Acoustics*, vol. 30, pp. 133-146, 1990.
- [88] C. Cuesta and C. Valette, "Evolution temporelle de la vibration des cordes de clavecin," *Acustica*, vol. 66, no. 1, pp. 37-45, 1988.
- [89] "Product Data, Mini-shaker Type 4810," Brüel & Kjær, Denmark.
- [90] A. Ranta-Maunus, J. Denzler and P. Stapel, Strength of European Timber, Part 2. Properties of spruce and pine tested in Gradewood project, Helsinki: VTT Technical Research Centre of Finland, 2011.
- [91] D. Haines, "On musical instrument wood," *Catgut Acoust Soc Newsl*, vol. 1, no. 31, pp. 23-32, 1979.
- [92] F. Rocaboy and V. Bucur, "About the physical properties of wood of twentieth century violins," *Journal of the Catgut Acoustical Society*, vol. 1, no. 6, pp. 21-28, 1990.
- [93] N. Ghelmeziu and I. Beldie, "On the characteristics of resonance spruce wood," *Catgut Acoust Soc Newsl*, vol. 17, pp. 10-16, 1972.
- [94] S. Yoshikawa and C. Waltham, "Woods for Wooden Musical Instruments," in *International Symposium on Musical Acoustics (ISMA)*, Le Mans, pp. 281-286, 2014.
- [95] S. R. Zopf, "A New Approach to the Design of Cremonese Violins, Using the Roman Oncia," in *Making Wooden Musical Instruments - An Integration of Different Forms of Knowledge*, Barcelona, pp. 171-176, 2016.

## **BIOGRAFIJA AUTORA**

Filip Pantelić rođen je 20.12.1978. godine u Beogradu. Na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu završio je osnovne studije na smeru Nuklearna i medicinska tehnika, i master studije na smeru Audio i video tehnologije. Na Fiziološko-umetničkom fakultetu u Kragujevcu stiče zvanje diplomirani muzičar, kontrabasista. Kao nastavnik u srednjim i osnovnim muzičkim školama radi od 2002. i predaje kontrabas, audio-vizuelnu tehniku i fiziku. Od 2016. do danas radi na Visokoj školi elektrotehnike i računarstva kao asistent na predmetima Elektroakustika, Audioelektronika, Akustički dizajn prostorija i Primenjena akustika.

Od 2013. godine Filip Pantelić je student doktorskih studija na modulu Telekomunikacije, Elektrotehničkog fakulteta u Beogradu. Njegovo područje istraživačkog rada obuhvata muzičku akustiku, akustiku prostorija, zvuk i vibracije. Tokom diplomskih i postdiplomskih studija objavio je ukupno 19 naučnih radova iz pomenutih oblasti. Dobitnik je nagrada za najbolje radove iz oblasti akustike na 58. i 59. ETRAN konferenciji u 2014. i 2015. godini.

## Изјава о ауторству

Име и презиме аутора ФИЛИП ПАНТЕЈИЋ

Број индекса 5041/2013

### Изјављујем

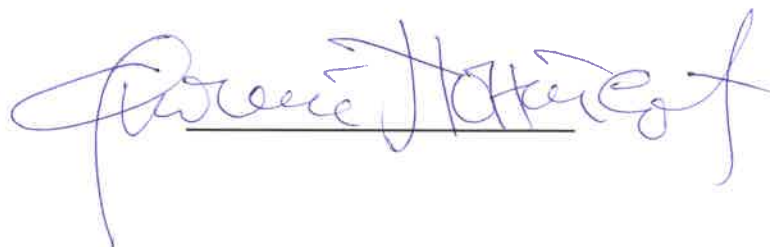
да је докторска дисертација под насловом

АНАЛИЗА КОРЕЛАЦИЈЕ ИЗМЕЂУ МЕХАНИЧКИХ  
И АКУСТИЧКИХ ОСОБИНА КОМПАБИТА

- резултат сопственог истраживачког рада;
- да дисертација у целини ни у деловима није била предложена за стицање друге дипломе према студијским програмима других високошколских установа;
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио/ла интелектуалну својину других лица.

Потпис аутора

У Београду, 31. 8. 2017.



**Изјава о истоветности штампане и електронске верзије  
докторског рада**

Име и презиме аутора ФИЛИП ГАНГЕВИЋ  
Број индекса 5041/2013  
Студијски програм ТЕЛЕКОМУНИКАЦИЈЕ  
Наслов рада АНАЛИЗА КОРЕЛАЦИЈЕ ИЗМЕЂУ МЕХАНИЧКИХ  
И АКУСТИЧКИХ СВОЈИНА КОНТРАБАСА  
Ментор ПРОФ ДР МИОМИР МИЉИЋ

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла ради похрањена у **Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског назива доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис аутора

У Београду, 31.8.2017.



## Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

АНАЛИЗА КОРЕЛАЦИЈЕ ИЗМЕЂУ МЕХАНИЧКИХ  
И АКУСТИЧКИХ ОСОБИНА КОНТРАБАСА

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

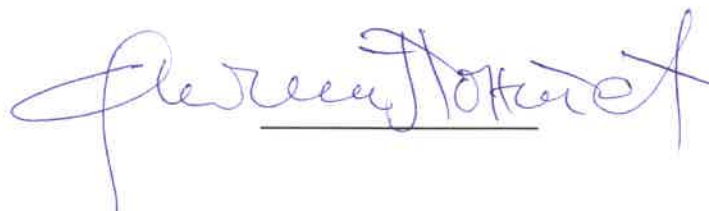
Моју докторску дисертацију похрањену у Дигиталном репозиторијуму Универзитета у Београду и доступну у отвореном приступу могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство (CC BY)
2. Ауторство – некомерцијално (CC BY-NC)
3. Ауторство – некомерцијално – без прерада (CC BY-NC-ND)
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима (CC BY-NC-SA)
5. Ауторство – без прерада (CC BY-ND)
6. Ауторство – делити под истим условима (CC BY-SA)

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци.  
Кратак опис лиценци је саставни део ове изјаве).

Потпис аутора

У Београду, 31. 8. 2017.





1. **Ауторство.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. **Ауторство – некомерцијално.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. **Ауторство – некомерцијално – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. **Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.
5. **Ауторство – без прерада.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. **Ауторство – делити под истим условима.** Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.