

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
МАШИНСКИ ФАКУЛТЕТ

Александра А. Сретеновић

ПРЕДВИЂАЊЕ ПОТРОШЊЕ КГХ
СИСТЕМА ПРИМЕНОМ МЕТОДА
ВЕШТАЧКЕ ИНТЕЛИГЕНЦИЈЕ

ДОКТОРСКА ДИСЕРТАЦИЈА

Београд 2016.

UNIVERSITY OF BELGRADE
FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING

Aleksandra A. Sretenović

PREDICTION OF ENERGY USE FOR
HVAC SYSTEMS USING ARTIFICIAL
INTELLIGENCE METHODS

DOCTORAL DISSERTATION

Belgrade 2016.

МЕНТОРИ:

Проф. др Бранислав Живковић, редовни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

Доц. др Радиша Јовановић, доцент
Универзитет у Београду, Машински факултет

ЧЛАНОВИ КОМИСИЈЕ:

Проф. др Зоран Миљковић, редовни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

Проф. др Александар Јововић, редовни професор
Универзитет у Београду, Машински факултет

Проф. др Милица Јовановић Поповић, редовни професор
Универзитет у Београду, Архитектонски факултет

Датум одбране докторске дисертације:

Захвалност аутора

Највећу захвалност дугујем својим менторима, професору Браниславу Живковићу на дугогодишњој свесрдној подршци и доценту Радиши Јовановићу, који ме је несебично увео у област примене вештачке интелигенције.

Подаци неопходни за израду ове дисертације су прикупљени током студијског боравка на Норвешком Универзитету за Науку и Технологију у Трондахјму, Норвешка. Боравак је реализован у оквиру пројекта сарадње под називом „Sustainable Energy and Environment in Western Balkans”, којим је руководио проф. др Војислав Новаковић. Пројекат је финансиран од стране програма „Norwegian Programme in Higher Education, Research and Development in the Western Balkans, Programme 3: Energy Sector (HERD Energy)“ у периоду од 2011-2013.

Посебно се захваљујем својој породици на несебичној подршци и, пре свега, великом разумевању које су показали током мог рада на дисертацији.

ПРЕДВИЂАЊЕ ПОТРОШЊЕ КГХ СИСТЕМА ПРИМЕНОМ МЕТОДА ВЕШТАЧКЕ ИНТЕЛИГЕНЦИЈЕ

Резиме:

С обзиром да је сектор зградарства у Европи одговоран за 40% укупне потрошње енергије, као и за 36% укупне емисије CO₂, енергетска ефикасност, а самим тим и анализа потрошње енергије су теме од великог значаја. Предвиђање потрошње енергије је област истраживања која залази у велики број различитих научних дисциплина. Идеја докторске дисертације је да покаже могућност примене метода вештачке интелигенције у области предвиђања потрошње енергије КГХ система. Ове методе, засноване на анализи већег скупа измерених података, припадају групи "црних кутија". Како се показало да некалибрисани модели не успевају довољно успешно да предвиде потрошњу енергије зграде, све је веће интересовање за примену вештачке интелигенције у овој области. У овој дисертацији анализирана је потрошња енергије КГХ система на два објекта: моделу типичне пословне зграде у Београду (база података добијена симулацијом) и универзитетском кампусу у Норвешкој (стварни, мерени подаци). Након извршених симулација потрошње енергије за хлађење модел зграде, спроведена је једнопараметарска анализа, на основу које су изабране три карактеристике зграде као улазне величине за моделе које примењују методе вештачке интелигенције за предвиђање. Развијен је вишеструки линеарни регресиони модел, као најједноставнији, неуронска мрежа са повратним простирањем грешке, неуронска мрежа радијалних базисних функција и модел применом методе потпорних вектора, при чему су модели испитани на скупу података одвојеном за тестирање. Резултати показују да предвиђања предложених модела применом метода вештачке интелигенције показују изузетно поклапање са симулираним вредностима потрошње (средња апсолутна процентуална грешка у тест периоду се креће у опсегу од 0,29% за модел применом методе потпорних вектора до 2,11 % за неуронску мрежу радијалних базисних функција). База података за универзитетски кампус у Норвешкој добијена је на основу мерених вредности потрошње топлоте из система даљинског грејања и метеоролошких података. За предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса развијено је више модела, при чему су сви обучавани на најхладнијем периоду 2009-2011 године (318 узорака)

и тестирани на истом периоду 2012 године (100 примера). Посебно се истиче примена методе потпорних вектора, која у области предвиђања потрошње енергије није много заступљена у литератури, при чему овај модел остварује најбоље резултате на експерименталним подацима, постижући грешку од 3,5498% у периоду обучавања и 5,3084% приликом валидације модела. У циљу побољшања тачности предвиђања предложене су технике комбиновања излаза појединачних модела формирањем ансамбла и раздвајање проблема на линеарни и нелинеарни део (хибридни модели). За комбиновање излаза појединачних модела, осим конвенционалних метода осредњавања, развијени су и иновативни, вишестепени ансамбли, код којих се као интегратор, у другом ступњу користи неки од модела применом метода вештачке интелигенције. У дисертацији су приказани различити начини за избор чланова ансамбла: k-means кластеризација на улазним подацима, k-means кластеризација групе претходно успешно обучених неуронских мрежа, као и комбиновање различитих модела. Резултати показују да се применом ансамбла постиже побољшање квалитета предвиђања, при чему се за овај случај најбољи резултати постижу вишестепеним ансамблом са неуронском мрежом у другом ступњу, при чему су чланови ансамбла неуронска мрежа са повратним простирањем грешке, мрежа са радијалном базисном функцијом и модел применом методе потпорних вектора (грешка 4,8644% приликом валидације модела).

Хибридни модели користе предности раздвајања предвиђања на линеарни део, чији се резидуали затим предвиђају неким нелинеарним моделом. Хибридни модели у готово свим случајевима доводе до побољшања тачности предвиђања основног модела, при чему се најбољи резултати постижу хибридним моделом са неуронском мрежом са повратним простирањем грешке (грешка је 5,5137%).

Анализирана је и часовна потрошња топлоте кампуса, при чему су развијени "статички" модели, а побољшање тачности је испитано увођењем претходних вредности потрошње као додатних улазних величина. С обзиром на већи број узорака који се анализира посматрањем часовних вредности (7416 за обучавање и 2452 за тестирање) смањен је број улазних величина за креирање модела. Приказани су и модели неуронских мрежа који као излазну величину имају

дневни профил потрошње. Резултати показују да се и мрежа са 24 излазне вредности може веома успешно користити за предвиђања, а квалитет предвиђања је значајно побољшан увођењем потрошњи од претходног дана. Вештачка интелигенција се показала веома успешном у савладавању сложених вишепараметарских проблема предвиђања потрошње енергије зграда.

Кључне речи: енергетска ефикасност, предвиђање потрошње енергије зграда, вештачка интелигенција, вештачке неуронске мреже, метода потпорних вектора, вишестепени ансамбли, хибридни модели

Научна област: Техничке науке - машинство

Ужа научна област: Термотехника

УДК број: 621.56:620.9:004.8.032.26(043.3)

621.81/.83:697(043.3)

PREDICTION OF ENERGY USE FOR HVAC SYSTEMS USING ARTIFICIAL INTELLIGENCE METHODS

Abstract:

Due to the fact that in Europe buildings account for 40% of total energy use and 36% of total CO₂ emission estimation or prediction of building energy consumption is lately topic of greatest interest. This research field involves various scientific domains. The main idea of this dissertation is to investigate application of artificial intelligence in building energy use prediction. In the statistical (data-driven) approach it is required that the input and output variables are known and measured, and the development of the “black box” model consists in determination of a mathematical description of the relationship between the independent variables and the dependent one. Since it has been shown that non-calibrated models cannot predict building energy use with high accuracy, considerable attention has been given to these methods. HVAC system energy use has been analyzed on two case studies: model building (simulated data) and University campus in Norway (measured data). After performing energy use simulations, the one-parameter study has been performed in order to choose the three input variables for the prediction models. The Multiple Linear Regression model, Feedforward Neural Network, Radial Basis Function Network and Support Vector Machine are developed and tested on the simulated data. The artificial intelligence models achieve great accuracy in the prediction of yearly cooling consumption (Mean Absolute Percentage Error is 0.29% for the Support Vector Machine and 2.11% for the Radial Basis Function Network). The database for the University campus in Norway is created based on the measured district heating consumption and meteorological data. All models are trained on the coldest period in years 2009-2011 (318 samples) and tested on the same period in 2012 (100 samples). The special attention has been given to the Support Vector Machine, since the use of this model is still rare in the energy use predictions. This model achieves best prediction results on the experimental data (the mean absolute percentage error is 3.5498% and 5.3084% for the training and testing period, respectively). In order to improve the prediction accuracy the ensemble and hybrid techniques are developed. For the combining of the individual models, besides the

conventional averaging methods, using the neural network or Support Vector Machine in the second stage (multistage ensemble) is proposed. Various methods for selecting the ensemble members are analyzed: k-means clustering of the input data, k-means clustering of the previously trained neural networks and using different artificial intelligence models. The results show that the ensembles provide improvement in the prediction accuracy, while the smallest error is achieved with multistage ensemble using Feedforward Neural Network, Radial Basis Function Network and Support Vector Machine as ensemble members, while the Feedforward Neural Network is in the second stage (error is 4.8644% for the testing period). The hybrid models separate the prediction problem on linear and non-linear part, using the advantages and overcoming the deficiencies of both linear and non-linear models. In most of the cases the hybrid models show improvement in the prediction accuracy of the base model, while the best results are achieved with Feedforward Neural Network hybrid model (the error for the testing period is 5.5137%). For the prediction of hourly heating energy use, the "statical" models have been developed, while the prediction accuracy has been significantly improved by adding previous consumptions as input variables. Considering that the database for the hourly consumption is significantly higher (7416 samples for training and 2452 for testing), the number of input meteorological variables is decreased. The neural networks that have daily consumption profile as output are also presented. It has been shown that the neural network with 24 outputs can also be successfully used for the prediction, while the accuracy is significantly improved by introducing previous hourly consumptions as input variables. It has been shown that the artificial intelligence methods can be very successful in solving the complex problems of building energy use prediction.

Keywords: energy efficiency, energy consumption prediction, artificial intelligence, artificial neural networks, support vector machine, multistage ensemble, hybrid models

Scientific field: Technical science, Mechanical Engineering

Narrow science field: Thermal science

UDC number: 621.56:620.9:004.8.032.26(043.3)

621.81/.83:697(043.3)

Садржај

1	Увод	1
1.1	Предмет и циљ истраживања	4
1.2	Научне методе истраживања	6
1.3	Полазне хипотезе	8
1.4	Научни допринос	9
1.5	План истраживања и структура рада	11
2	Преглед постојећих резултата и достигнућа у научној области	14
3	Вештачка интелигенција	21
3.1	Регресиона анализа	21
3.2	Показатељи квалитета модела за предвиђање	22
3.3	Вештачка интелигенција	24
3.4	Основе неуронских мрежа	28
3.5	Алгоритам повратног простирања грешке	37
3.5.1	Генерализовано делта правило	40
3.6	Неуронска мрежа радијалних базисних функција	45
3.7	Метода потпорних вектора	46
3.7.1	Метода потпорних вектора за класификацију	48
3.7.2	Метода потпорних вектора за регресију	49
3.7.3	Параметри регресије методом потпорних вектора	55
4	Предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде	58
4.1	Метода преносних функција	59
4.2	Модел зграда	62
4.3	Једнопараметарска анализа потрошње енергије за хлађење модел зграде	64
4.3.1	Изолација спољашњег зида и крова	65
4.3.2	Инсталисана снага осветљења	67
4.3.3	Интензитет вентилације	69

4.3.4	Удео прозора у спољашњој фасади	70
4.3.5	Коефицијент пролаза топлоте прозора	72
4.3.6	Коефицијент пропустљивости прозора за сунчево зрачење .	73
4.4	Вишеструки линеарни модел за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде	77
4.5	FFNN модел за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде	80
4.6	RBFN модел за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде	83
4.7	SVM модел за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде	85
5	Предвиђање дневне потрошње енергије за грејање универзитетског кампуса	90
5.1	Предпроцесирање мерених података	91
5.2	Вишеструки линеарни модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса	94
5.3	FFNN модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса . .	98
5.4	RBFN модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса . .	102
5.5	SVM модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса . . .	106
6	Побољшања тачности предвиђања модела	111
6.1	Ансамбл креираних модела	111
6.1.1	Вишестепени ансамбл	114
6.1.2	Формирање скупа података за обучавање у циљу креирања ансамбла	114
6.1.3	Комбиновање мрежа/модела различитих топологија	116
6.1.4	K-means кластеризација за избор чланица ансамбла	122
6.2	Хибридни модели за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса	128
6.2.1	Хибридни SVM модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса	130

6.2.2	Хибридни RBFN модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса	130
6.2.3	Хибридни FFNN модел за предвиђање дневне потрошње грејања кампуса	133
7	Предвиђање часовне потрошње енергије за грејање универзитетског кампуса	138
7.1	Избор улазних променљивих за предвиђање часовних вредности потрошње енергије за грејање кампуса	138
7.1.1	Модели вештачке интелигенције за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса са 1 излазом	141
7.2	Побољшање SVM модела за предвиђање часовне потрошње топлоте увођењем претходних потрошњи као улазних величина	143
7.3	Побољшање RBFN модела за предвиђање часовне потрошње топлоте увођењем претходних потрошњи као улазних величина	144
7.4	Побољшање FFNN модела за предвиђање часовне потрошње топлоте увођењем претходних потрошњи као улазних величина - 1 излаз	144
7.5	Ансамбли динамичких модела за предвиђање часовне потрошње топлоте (са 1 претходном потрошњом) - 1 излаз	149
7.6	Хибриди динамичких модела за предвиђање часовне потрошње топлоте (са 1 претходном потрошњом) - 1 излаз	149
7.7	Модели за предвиђање часовне потрошње топлоте са 24 излаза - дневни профил потрошње	151
7.8	Поређење одабраних модела за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса	157
7.9	Предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса за више дана унапред (са нагомилавањем грешке)	159
8	Закључак	165

Списак слика

1	Величине које утичу на укупну потрошњу енергије	1
2	Дијаграм базе података у зависности од величине узорка	3
3	Модел неурона	30
4	Блок дијаграм неурона	31
5	Вишеслојна неуронска мрежа са једним скривеним слојем	33
6	Креирање улазног сигнала за активациону функцију а) сигмоидална активациона функција б) RBF активациона функција	35
7	Једнослојна неуронска мрежа са нелинеарном активационом функцијом	37
8	Тежински коефицијент w_{kj} између j -тог неурона у скривеном слоју и k -тог неурона у излазном слоју и промена тежинског коефицијента	40
9	а) Оптимална хипер-раван раздвајања б) Линеарно нераздвојиви подаци	48
10	Линеарна регресија методом потпорних вектора	51
11	Различите функције губитка	52
12	Нелинеарна регресија применом методе потпорних вектора (SVM)	55
13	Модел зграда	63
14	Потрошња енергије за хлађење у зависности од дебљине изолације зида и крова	67
15	Потрошња енергије за хлађење у зависности од инсталисане снаге осветљења	69
16	Потрошња енергије за хлађење у зависности од интензитета вентилације	70
17	Потрошња енергије за хлађење у зависности од удела прозора у спољашњој фасади	71
18	Потрошња енергије за хлађење у зависности од коефицијента пролаза топлоте кроз прозор	73
19	Потрошња енергије за хлађење у зависности од коефицијента пропустљивости прозора	74

20	Резултати предвиђања годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде линеарним моделом	78
21	Поређење симулираних потрошњи и предвиђања линеарног модела	79
22	Резултати предвиђања потрошње за хлађење модел зграде FFNN	81
23	Поређење симулираних потрошњи и предвиђања FFNN	82
24	Резултати предвиђања потрошње енергије за хлађење модел зграде RBFN моделом	84
25	Поређење симулираних потрошњи енергије за хлађење модел зграде и предвиђања RBFN	84
26	Резултати предвиђања потрошње за хлађење модел зграде SVM моделом	86
27	Поређење симулираних потрошњи и предвиђања SVM	87
28	Универзитетски кампус Норвешког Универзитета за Науку и Технологију Глосхауген	91
29	Средња дневна спољна температура за период 2006-2014 године .	92
30	Анализа потрошње топлоте по данима	93
31	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте вишеструким линеарним моделом за период обучавања	96
32	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте вишеструким линеарним моделом за период тестирања	96
33	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања линеарног модела за период обучавања	97
34	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања линеарног модела за тест период	98
35	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања FFNN моделом за период обучавања	100
36	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања FFNN моделом за тест период	100
37	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте FFNN моделом за период обучавања	101

38	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте FFNN моделом за тест период	102
39	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања RBFN моделом за период обучавања	104
40	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања RBFN моделом за тест период	104
41	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте RBFN моделом за период обучавања	105
42	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте RBFN моделом за тест период	105
43	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања SVM моделом за период за обучавање	107
44	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања SVM моделом за тест период	107
45	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте SVM моделом за период за обучавање	108
46	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте SVM моделом за тест период	109
47	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте развијеним моделима за тест период	110
48	Алгоритам коришћења кластеризације на улазу	115
49	Део базе података на којој модели праве различите грешке	117
50	Увећан приказ дела резултата предвиђања ансамбла ТО у тест периоду	118
51	Алгоритам креирања ансамбла	118
52	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања вишестепеним FFNN моделом за период обучавања	120
53	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања вишестепеним FFNN моделом за тест период	120
54	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте вишестепеним FFNN моделом за период обучавања	121

55	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте вишестепеним FFNN моделом за тест период	121
56	Резултати предвиђања најбољих ансамбла за тест период	122
57	Утицај броја кластера на тачност различитих ансамбла (MAPE) .	126
58	Утицај броја кластера на тачност различитих ансамбла (R^2) . . .	127
59	Утицај броја кластера на тачност различитих ансамбла (RMSE) .	128
60	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте кампуса и предвиђања хибридном RBFN моделом за период обучавања . .	131
61	Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте кампуса и предвиђања хибридном RBFN моделом за период тестирања . .	132
62	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса хибридном RBFN моделом за тест период	132
63	Поређење мерених дневних вредности потрошње топлоте и предвиђања хибридног FFNN модела за период обучавања	134
64	Поређење мерених дневних вредности потрошње топлоте и предвиђања хибридном FFNN моделом за период тестирања	134
65	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса хибридном FFNN моделом за тест период	135
66	FFNN модел за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса са 4 улаза и 1 излазом	142
67	FFNN модел за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса са 28 улаза и 1 излазом	146
68	Утицај броја претходних часовних вредности потрошње на тачност FFNN модела са 1 излазом (MAPE)	147
69	Утицај броја претходних часовних вредности потрошње на тачност FFNN модела са 1 излазом (R^2)	147
70	Утицај броја претходних часовних вредности потрошње на тачност FFNN модела са 1 излазом (RMSE)	148
71	FFNN модел за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса са 26 улаза и 24 излаза	151

72	FFNN модел за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса са 50 улаза и 24 излаза	152
73	Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 6)	153
74	Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 21)	153
75	Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 22)	154
76	Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 37)	155
77	Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 83)	155
78	Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 87)	156
79	Грешке предвиђања часовне потрошње одабраним моделима по сатима за период обучавања	158
80	Грешке предвиђања часовне потрошње одабраним моделима по сатима за период тестирања	159
81	Грешка при предвиђању унапред за период обучавања- 24 излаза	160
82	Грешка при предвиђању унапред за тест период - 24 излаза	160
83	Грешка при предвиђању 3 дана унапред за период обучавања - 24 излаза	161
84	Грешка при предвиђању 3 дана унапред за тест период - 24 излаза	162
85	Грешка при предвиђању 10 дана унапред за период обучавања - 24 излаза	163
86	Грешка при предвиђању 10 дана унапред за тест период - 24 излаза	163

Списак табела

2	Варијације параметара за симулацију потрошње енергије за хлађење модел зграде	65
3	Коефицијенти пролаза топлоте за различите дебљине изолације .	65
4	Коефицијенти пролаза топлоте за различите дебљине изолације (додатне симулације)	66
5	Резултати једнопараметарске регресионе анализе модел зграде . .	75
6	Избор улазних величина за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде	76
7	Показатељи квалитета линеарног модела за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде	79
8	Показатељи квалитета предвиђања потрошње енергије за хлађење модел зграде моделом FFNN	82
9	Показатељи квалитета предвиђања годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде моделом RBFN	85
10	Показатељи квалитета предвиђања потрошње енергије за хлађење модел зграде моделом SVM	87
11	Преглед показатеља квалитета предвиђања годишње потрошње енергије за хлађење за развијене моделе	88
12	Резултати вишеструког линеарног модела за предвиђање потрошње топлоте кампуса	95
13	Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса FFNN моделом	99
14	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте RBFN моделом .	103
15	Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса SVM моделом	106
16	Показатељи квалитета предвиђања применом k-means кластеризације на улазним подацима	116
17	Показатељи квалитета различитих ансамбла за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса	119

18	Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте ансамбла за различит број кластера за период обучавања	124
19	Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте ансамбла за различит број кластера за тест период	125
20	Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса хибридном SVM моделом	130
21	Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса хибридном RBFN моделом	131
22	Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса хибридном FFNN моделом	133
23	Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте најбољих модела	136
24	Резултати избора променљивих унапред за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса	139
25	Тачност предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса FFNN моделом за различит број улазних променљивих	140
26	Резултати предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса (статички модели) - 4 улаза 1 излаз	143
27	Утицај претходних вредности на предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса SVM моделом	143
28	Утицај претходних вредности на предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса RBFN моделом	144
29	Показатељи тачности предвиђања часовне потрошње топлоте FFNN моделима	145
30	Показатељи квалитета предвиђања ансамбла модела за предвиђање часовне потрошње топлоте - 5 улаза 1 излаз	149
31	Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте хибридном SVM моделом (1 претходна часовна вредност)	150
32	Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте хибридном RBFN моделом (1 претходна часовна вредност)	150

33	Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте хибридным FFNN моделом (1 претходна часовна вредност)	150
34	Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса FFNN моделима са 24 излаза	152
35	Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте различитих FFNN модела	157

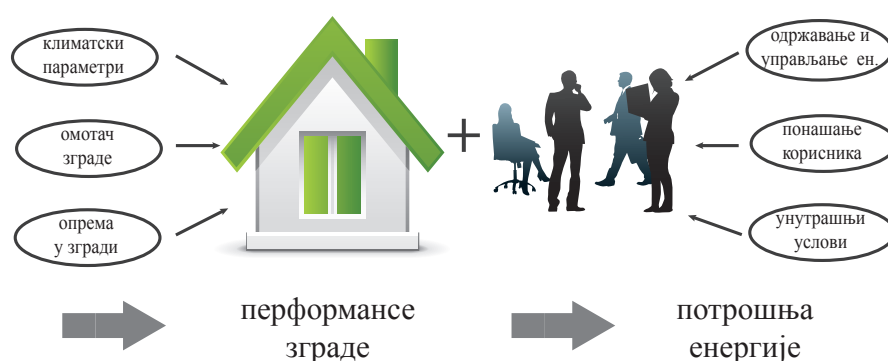
Номенклатура

Симбол	Јединица	Опис
UP	%	Удео прозора у спољашњем омотачу
p	W/m ²	Специфична инсталисана снага осветљења
b	—	Коефицијент пропустљивости прозора за сунчево зрачење
U_z	W/m ² K	Коефицијент пролаза топлоте зида
U_p	W/m ² K	Коефицијент пролаза топлоте прозора
M	—	Месец у години
D	—	Дан у недељи
h	—	Сат у дану
t	[°C]	Средња часовна температура
t_{sr}	[°C]	Средња дневна температура
t_{max}	[°C]	Максимална дневна температура
t_{min}	[°C]	Минимална дневна температура
w_{sr}	m/s	Средња дневна брзина ветра
φ_d	%	Средња дневна релативна влажност
φ	%	Средња часовна релативна влажност
HC_d	kWh	Дневна потрошња топлоте кампуса
HC_1	kWh	Потрошња топлоте кампуса од претходног сата
HC_{24}	kWh	Потрошња топлоте кампуса од пре 24 сата
C	—	Константа грешке SVM (параметар SVM модела)
ϵ	—	Ширина ϵ -неосетљиве области (параметар SVM модела)
γ	—	Параметар Кернел функције (параметар SVM модела)
ξ_i, ξ_i^*	—	Помоћне променљиве
v	—	Активациона вредност неурона
$\mathbf{V}$	—	Вектор тежинских коефицијената неурона у скривеном слоју

$\mathbf{w}$	—	Вектор тежинских коефицијената неурона у излазном слоју
$\mathbf{x}$	—	Вектор улаза у модел
b	—	Праг осетљивости неурона
σ	—	Активациона функција
c	—	Центар радијалне базисне функције
y	—	Излаз из модела
E	—	Функција грешке
δ_{ok}	—	Сигнал грешке излазног слоја
δ_{yj}	—	Сигнал грешке скривеног слоја
Δw_{kj}	—	Инкремент промене тежинског коефицијента за неуроне у скривеном слоју током обучавања
η	—	Коефицијент обучавања
$\phi(\cdot)$	—	Радијална функција
R^2	—	Коефицијент детерминације
RMSE	kWh	Корен средње квадратне грешке
MAPE	%	Средња апсолутна процентуална грешка

1 Увод

Циљ докторске дисертације је да покаже могућност примене метода вештачке интелигенције у области предвиђања потрошње енергије КГХ система. С обзиром да је сектор зградарства у Европи одговоран за 40% укупне потрошње енергије, као и за 36% укупне емисије CO₂ [1], енергетска ефикасност је тема од великог значаја. Пре саме анализе могућих начина за уштеду енергије, прво је неопходно добро познавати потрошњу енергије зграда на шта упућује и позната изрека да "није могуће унапредити оно што се не може измерити". Поставља се питање величина које је неопходно мерити, као и временског интервала самих мерења. Одређивање потрошње енергије зграде је веома сложен задатак, пре свега због великог броја утицајних параметара, од којих је неке веома тешко прецизно одредити. Величине које утичу на укупну потрошњу енергије (утицајни фактори) се могу поделити у 6 основних категорија (слика 1).



Слика 1: Величине које утичу на укупну потрошњу енергије

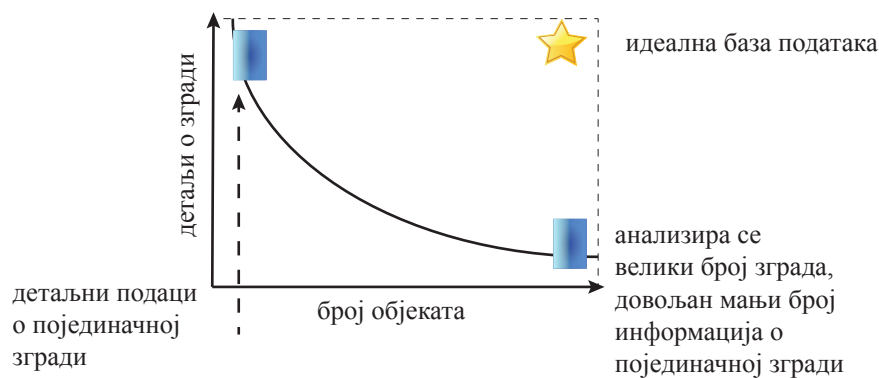
Предвиђање потрошње енергије је област истраживања која залази у велики број различитих научних дисциплина. У новијој литератури могу се наћи бројни приступи класификацији метода за процену и предвиђање потрошње енергије [2], [3], [4]. Један од начина је подела модела у три категорије: "бела кутија" ("white box"), "црна кутија" ("black box") и "сива кутија" ("grey box"). Методе које спадају у категорију "белих кутија" се базирају на решавању једначина преношења топлоте како би се моделовало енергетско понашање зграде.

У ту сврху су развијени бројни софтверски алати, као што су DOE-2, Energy-Plus, TRNSYS, BLAST, ESP-r, HAP, IES APPACHE итд. Преглед и поређење тренутно доступних програма за моделирање зграда може се наћи у [5], [6] и [7]. Коришћење ових програма захтева детаљно познавање великог броја параметара зграде (конструкција, састав зидова, карактеристике прозора), унутрашњих извора (осветљење, машине, људи), система (капацитети, регулисање) као и података о заузетости зграде и понашању корисника. Како је веома тешко прикупити све неопходне информације (а неке је и немогуће прецизно одредити), бројни су покушаји аутора да се креирају поједностављени модели [8]. Осим тога што је неопходан велики број података који најчешће нису доступни, тачност модела зависи и од тачности једначина које се примењују. Те једначине су често емпиријске, па и сами модели захтевају накнадну калибрацију како би резултати одговарали стварној потрошњи енергије. С обзиром на ове недостатке модела који спадају у приступ "беле кутије", посебна пажња научника и инжењера је последњих година окренута према статистичким методама, које не захтевају познавање физичких карактеристика зграде. Такав приступ, заснован на подацима, у литератури се може наћи и под називима "data driven" [9], "black box", "inverse modeling", тј. метод "црне кутије". Суштина ових метода је да је неопходно познавање (и мерење) улазних и излазних величина, при чему се моделовање своди на одређивање везе између зависних и независних променљивих. Једна од главних предности је то што за развој самог модела није потребно детаљно познавање карактеристика зграде и система, али захтева прикупљање велике количине мерених података. Такво моделовање подразумева примену различитих статистичких техника чији је основни задатак откривање математичке зависности између зависно променљиве (у овом случају потрошње енергије) и независно променљивих (утицајних фактора). Како не постоји дефинисана једначина која везује променљиве (као што је то случај код линеарне регресије), често је тешко физички интерпретирати сам процес развијања модела. Унутар сваке категорије утицајних фактора потребно је одредити које величине се узимају у обзир, и онда потврдити да постоји веза између потрошње енергије и изабране величине (једнопараметарска или вишепараметарска анали-

за). Први задатак приликом примене статистичких модела је креирање одговарајуће базе података, па је одређивање њене структуре кључни корак. На самом почетку истраживања, неопходно је да је објекат који се анализира јасно дефинисан. Објекат статистичке анализе тако може бити:

- Појединачна зграда: анализа се спроводи на једној згради или на мањој групи појединачних зграда
- Већа група зграда: анализира се група статистички репрезентативних зграда, које обично имају сличну употребу (стамбени објекти, канцеларије, школе)
- Анализа на регионалном/националном нивоу: статистичка анализа на националној бази података која обухвата велики број зграда.

Однос између броја испитиваних зграда и минималне количине података за описивање сваке зграде како би се спровела успешна анализа приказан је на слици 2.



Слика 2: Дијаграм базе података у зависности од величине узорка

Када се анализира једна зграда потребан је велики број параметара како би се описало њено понашање. С друге стране, током анализе на националном нивоу, испитује се већи број зграда, али су оне описане мањим бројем параметара. У зависности од анализираног објекта база података може имати различите карактеристике и структуру (које категорије утицајних фактора ће се узети

у обзир, које величине унутар сваке категорије), као и временски интервал мерења променљивих (од мерења на годишњем нивоу, до интервала од 5 минута).

Поменуће статистичке методе имају проблем са великом количином мерених вредности које треба прикупити, као и са интерпретацијом функција унутар самог модела, док је основни недостатак методе "белих кутија" (применом симулационог софтвера) прецизност одређивања свих неопходних параметера, као и тачност примењиваних једначина. Покушај да се превазиђу недостаци ових категорија модела, уз задржавање предности, је њихово комбиновање у методе "сиве кутије". То су хибридни (комбиновани) модели који имају за циљ да повежу физикалност зграде са статистичким методама. Сидарт и аутори су у [10] применили генетички алгоритам за генерисање неколико скупова параметара, који су затим коришћени у програму DOE-2 за израчунавање годишње потрошње енергије. Ксу и аутори су комбиновали вештачке неуронске мреже и софтвер EnergyPlus [11].

1.1 Предмет и циљ истраживања

Предмет истраживања представља развој модела за предвиђање потрошње енергије КГХ система у зградама применом различитих метода вештачке интелигенције. Ове методе засноване на анализи већег скупа измерених података припадају групи "црних кутија". Како се показало да некалибрисани модели не успевају довољно успешно да предвиде потрошњу енергије зграде, све је веће интересовање за примену вештачке интелигенције у овој области.

Применом инверзне методе, која је главни предмет истраживања ове дисертације, анализира се енергетско понашање зграде и одређују везе са једним или више утицајних параметара.

У овој докторској дисертацији анализирана је потрошња енергије КГХ система на два објекта: моделу типичне пословне зграде у Београду (база података добијена симулацијом) и универзитетском кампусу у Норвешкој (стварни, мерени подаци).

У првој фази рада испитана је могућност примене и успешност модела применом метода вештачке интелигенције за предвиђање потрошње енергије

добијене симулацијом. Симулације су урађене коришћењем софтвера НАР (Hourly Analysis Program). НАР примењује методу трансфер функција усвојену од стране ASHRAE за прорачун топлотног оптерећења и часовну енергетску симулацију (8760 часова у „типичној метеоролошкој“ години). Програм пружа неопходне информације за избор елемената КГХ система и симулира рад пројектоване опреме током целе године. Након формирања базе података добијене симулацијом, креирани су различити модели за предвиђање потрошње енергије пројектованих система. Као улазне променљиве коришћене су карактеристике зграде, док је предвиђана величина потрошња енергије КГХ система за хлађење. С обзиром да је потрошња (у овом случају добијена симулацијом) резултат математичких прорачуна на основу термодинамичких једначина, очекивано је да су и модели применом вештачке интелигенције веома успешни у предвиђању (откривању математичке везе између улазних и излазних променљивих).

У реалним условима, тешко је узети у обзир све параметре који утичу на потрошњу енергије (тачно понашање корисника, различите метеоролошке податке, итд.), па самим тим некалибрисан модел направљен у софтверском пакету не може са довољном прецизношћу да предвиди реалну потрошњу енергије. Посебно је интересантно анализирати потрошњу групе зграда различитих намена. Универзитетски кампус Глосхауген је као мањи град – састоји се из 35 зграда, чије су намене разноврсне (канцеларије, учионице, кухиње, спортски објекти, итд) и има укупну површину од око 300.000 m². Управо због тога је одличан пример на коме се може анализирати потрошња енергије комплексне групе зграда. За креирање базе података коришћене су мерене вредности потрошње топлоте из система даљинског грејања прикупљене током студијског боравка на Универзитету у Трондхајму. Метеоролошки подаци су преузети из локалне метеоролошке станице. Прво је било неопходно извршити улазну обраду података како би се отклонили подаци са очигледним грешкама у мерењу и уочили типични режими рада енергетског постројења и термотехничких инсталација у кампусу (режими рада викендом, празницима, радно време). Тако припремљена експериментална база података искоришћена је за креирање и тестирање различитих модела предвиђања применом вештачке интелигенције.

Прво су моделоване дневне вредности потрошње, а касније је анализа проширена на часовне вредности. Осим основних модела, предложена су и унапређења тачности предвиђања применом иновативних метода: ансамбли и хибридни модели. Очекује се да ансамбли, као својеврсне комбинације развијених модела, могу да компензују грешке појединачних модела чланова и тако остваре боље резултате предвиђања. У дисертацији су приказани различити начини формирања конвенционалних ансамбла, као и вишестепени ансамбл.

Побољшања су затим испитана развијањем хибридних модела, који комбинују предности линеарних и нелинеарних модела. Притом се проблем дели на линеарни (који се решава вишеструким линеарним моделом) и нелинеарни (где се резидуали уводе у нелинеарни модел).

1.2 Научне методе истраживања

За креирање модела користи се велики број статистичких техника, међу којима су најчешће примењиване једнопараметарска и вишепараметарска линеарна регресија (као најједноставније методе) и у новије време методе вештачке интелигенције, од којих су најпопуларније вештачке неуронске мреже (Artificial Neural Networks - NN), метода потпорних вектора (Support Vector Machines - SVM), фази логички системи (fuzzy logic). Статистички регресиони модели налазе једноставну корелацију између потрошње енергије и утицајних параметара. Многи истраживачи су показали да се регресиони модели могу успешно користити за процену потрошње енергије зграда. Вештачка неуронска мрежа је најчешће примењивана техника вештачке интелигенције за предвиђање потрошње енергије зграда. NN представљају рачунарску структуру инспирисану биолошким неуронским системом, који се састоји из великог броја једноставних и међусобно повезаних процесора (неурона). Главна предност модела са неуронском мрежом је способност „учења“, као и могућност апроксимације нелинеарних веза између улазних и излазних променљивих у веома сложеним системима. Преглед примена неуронских мрежа за ту врсту предвиђања може се наћи у [12]. Метода потпорних вектора (SVM) је метода машинског учења која тек добија на популарности. За разлику од NN, метода потпорних вектора

је развијена из теорије и до скоро је било распрострањено мишљење да нема значајну практичну примену. Чешће се користи за класификацију и препознавање образаца, а у литератури су ређи примери примена за предвиђање потрошње енергије, због чега се акценат у овој дисертацији ставља управо на примену овог модела. Њихова предност је што су решења јединствена, за разлику од неуронских мрежа које у неким случајевима имају проблем са „преобучавањем“ (overfitting) и заглављивањем у локалном минимуму.

Осим основних модела, предложена су и унапређења тачности предвиђања применом иновативних метода: ансамбли и хибридни модели. Показало се да су многи реални инжењерски проблеми, посебно у области предвиђања, превише сложени за једну неуронску мрежу, па се јавила идеја креирања ансамбла. Резултати истраживања објављени у новијој литератури показују да се комбиновањем излаза различитих модела може побољшати тачност предвиђања. Претпоставка је да различити модели (SVM, неуронске мреже различитих архитектура) праве грешке на различитим скуповима података, па тако ансамбл као комбинација излаза из појединачних модела чланица постиже боље резултате. У дисертацији је анализирано и побољшање тачности креирањем вишестепеног ансамбла, код кога је интегратор појединачних модела неуронска мрежа у другом ступњу.

Идеја хибридних модела се заснива на чињеница да су линеарни модели веома успешни приликом решавања чисто линеарних проблема, док је њихово ограничење то што не могу да се примене на нелинеарне проблеме, док су нелинеарни модели знатно бољи када је веза између улазних и излазних променљивих строго нелинеарна, али нису тако успешни за линеарне случајеве. С обзиром да у реалним ситуацијама проблем најчешће не припада строго једној категорији, идеја је да се предвиђање подели на линеарни део (који ће бити решаван линеарним моделом) и нелинеарни (код кога ће се резидуали предвиђати неком нелинеарном методом). Резултати показују да збирно предвиђање даље боље резултате од појединачних модела.

1.3 Полазне хипотезе

Основна хипотеза ове дисертације је да се статистички модели применом метода вештачке интелигенције могу успешно користити за предвиђање потрошње енергије КГХ система. Успешност ових модела је испитана на два примера: потрошња енергије за хлађење, чије су вредности добијене симулацијом и мерене потрошње енергије за грејање универзитетског кампуса.

Приликом прорачуна топлотног оптерећења и симулације рада система у софтверу коришћене су следеће претпоставке:

- једнодимензионо провођење топлоте кроз грађевински омотач зграде
- динамички модел преноса топлоте у згради
- све физичке величине (ρ , λ , c_p) су непроменљиве током времена

Колико год да је детаљан прорачун топлотног оптерећења и симулација рада система за КГХ, многи утицајни параметри нижег реда се занемарују, као и понашање корисника, које је тешко реално проценити. У овом случају, модел применом метода вештачке интелигенције се обучава и тестира на бази израчунатих вредности потрошње енергије за хлађење типичне пословне зграде. Такав модел ће такође подразумевати утицај свих апроксимација и претпоставки које су узете приликом симулација у софтверу. Када се једном креира и обучи модел применом вештачке интелигенције, он се даље независно може користити за предвиђање потрошње енергије за хлађење користећи друге вредности улазних променљивих. Такав модел могу користити инжењери или запослени других струка, без потребе за познавањем рада у симулационим софтверима. Модели се касније могу проширити и обучавати користећи већи број улазних променљивих, чиме би њихова примена постала општија.

Када се анализирају вредности мерене на објекту, тада потрошња енергије за грејање зграде обухвата утицај свих релевантних параметара, иако они нису или не могу бити узети у обзир приликом прорачуна губитака топлоте или процене потрошње конвенционалним методама. У овом случају, модел креиран применом метода вештачке интелигенције се обучава на реалним, мереним вред-

ностима потрошње енергије, а затим се његова тачност предвиђања утврђује поређењем са мереним вредностима у другом периоду (скупу података одвојеном за тестирање). Резултати су показали способност модела применом вештачке интелигенције да се прилагоде стварним вредностима, узимајући као улазне променљиве само неке од најутицајнијих параметара (чије су вредности такође мерене). Обучавањем на довољно великом скупу експерименталних података модели су у стању да препознају уобичајене режиме рада система даљинског грејања објекта. Исправно обучен и тестиран модел се може користити у предвиђању потрошње за друге вредности улазних променљивих.

Приликом испитивања побољшања тачности предвиђања применом технике ансамбла, претпоставка је да различити модели (SVM, неуронске мреже различитих архитектура, топологија) праве грешке на различитим скуповима података. Тако је хипотеза да ансамбл, својеврсним комбиновањем излаза из појединачних модела чланова, постиже боље резултате предвиђања.

С обзиром да у реалним инжењерски проблемима зависно променљива (у овом случају потрошња) показује и линеарну и нелинеарну везу са независним променљивама, јавила се идеја поделе предвиђања на линеарни и нелинеарни део. Основна претпоставка је да је у резидуалима, као разлици између стварних вредности и предвиђања линеарним моделом сачувана нелинеарност проблема. Хипотеза је да на тај начин збирно предвиђање хибрида задржава предности појединачних модела, превазилази њихова ограничења и тако постиже боље резултате предвиђања од појединачних модела.

1.4 Научни допринос

- Развијени су модели за предвиђање потрошње енергије КГХ система за хлађење на бази података часовне енергетске симулације модела пословне зграде применом класичних и метода вештачке интелигенције. Резултати показују да вишеструки линеарни модел постиже задовољавајућу тачност приликом предвиђања, која може бити довољна у раној фази пројектовања. Модели неуронских мрежа и методе потпорних вектора показују готово идеално поклапање са симулираним вредностима потрошње.

- Развијени су модели за предвиђање дневне потрошње топлоте на основу експерименталне базе података применом вишеструке линеарне регресије, неуронске мреже са повратним простирањем грешке, методе потпорних вектора и неуронске мреже радијалних базисних функција. Ови модели могу да се успешно користе и за дугорочно предвиђање дневне потрошње.
- Креирани су иновативни начини побољшања квалитета предвиђања појединачних модела применом технике вишестепених ансамбла и хибридних модела. За формирање ансамбла, чији су чланови модели различитих структура, поред конвенционалних метода осредњавања, као интегратор излаза из појединачних модела, користи се нелинеарни модел у другом ступњу (неуронска мрежа са повратним простирањем грешке, метода потпорних вектора или мрежа радијалних базисних функција). Истражени су и други начини избора елемената ансамбла применом k-means кластеризације на улазном скупу података, као и на скупу претходно обучених неуронских мрежа са повратним простирањем грешке (кластеризација на излазу).
- Развијена су три хибридна модела, као комбинације линеарног (вишеструка линеарна регресија) и нелинеарног модела (неуронска мрежа са повратним простирањем грешке, метода потпорних вектора и неуронска мрежа радијалних базисних функција). Линеарним моделом се издваја линеарна зависност потрошње од улазних величина, док се нелинеарности садржане у резидуалима моделују нелинеарним моделима.
- Развијени су модели са једном излазном величином за предвиђање часовне потрошње топлоте, и то: неуронска мрежа са повратним простирањем грешке, метода потпорних вектора и неуронска мрежа радијалних базисних функција уз анализу побољшања тачности увођењем претходних вредности потрошње као додатних улазних величина.
- Развијени су модели неуронске мреже са повратним простирањем грешке и мреже радијалних базисних функција који на излазу дају дневни профил

потрошње (24 излазне величине), уз анализу краткорочног и дугорочног предвиђања (више дана унапред).

Део доприноса докторске дисертације верификован је радовима који су публиковани у међународним часописима који су на SCI листи ([13], [14] и [15]).

1.5 План истраживања и структура рада

С обзиром на сложеност динамичког процеса преношења топлоте у нестационарним условима, за анализу у првом делу дисертације је изабрана потрошња енергије за хлађење модела пословне зграде. Први задатак се састоји у формирању релевантне базе података која је основа за развој и тестирање статистичких модела. Та база је добијена математичким моделовањем потрошње модела пословне зграде у летњем периоду за типичну метеоролошку годину. Било је неопходно изабрати и овладати софтвером за симулацију. Развијени су различити модели за предвиђање потрошње енергије КГХ система за хлађење на бази добијеној симулацијом. Као улазне променљиве коришћене су карактеристике зграде. Даљим проширивањем базе података и увођењем нових улазних променљивих, примена модела може бити проширена. Предвиђања модела су упоређена са израчунатим вредностима потрошње енергије добијене детаљним математичким моделом за модел зграду. Друга, експериментална база података се састоји из стварних, мерених вредности потрошње топлоте из система даљинског грејања универзитетског кампуса и метеоролошких података прикупљених у локалној метеоролошкој станици. На реалним подацима испитана је способност предвиђања модела вештачке интелигенције (вештачке неуронске мреже и метода потпорних вектора). Приказана су поређења различитих метода и побољшање тачности предвиђања кроз иновативни приступ.

Дисертација се састоји из следећих поглавља:

- Увод
- Стање науке и технике у области предвиђања потрошње енергије у зградама
- Симулација потрошње енергије КГХ система типичне пословне зграде у

Београду применом софтверског алата НАР и једнопараметарска анализа утицаја различитих карактеристика зграде на потрошњу енергије за хлађење

- Креирање модела вештачке интелигенције за предвиђање потрошње користећи базу података добијену симулацијом. Модели за улазне променљиве користе одабране карактеристике зграде, док је излаз потрошња енергије КГХ система за хлађење
- Анализа дневне потрошње топлоте из система даљинског грејања универзитетског кампуса Глосхауген и креирање модела за предвиђање потрошње применом метода вештачке интелигенције
- Побољшања тачности развијених модела применом иновативних приступа
- Анализа часовне потрошње даљинског грејања универзитетског кампуса Норвешког Универзитета за Науку и Технологију - Глосхауген (NTNU) и креирање модела за предвиђање
- Закључна разматрања

У првом поглављу разматрана је мотивација истраживања, истакнута је важност и савременост теме. Укратко је представљен предмет и циљ докторске дисертације. Приказане су научне методе које се користе, као и основне хипотезе.

У другом поглављу приказан је преглед новије релевантне стручне литературе које су имале највећи утицај на дисертацију. Истакнути су најважнији резултати и приказани најчешће примењивани модели у области предвиђања потрошње енергије. Дат је критички осврт на избор променљивих и начине формирања базе података, као и на тачност предвиђања модела од најједноставнијих (линеарна регресија) до сложенијих модела применом вештачке интелигенције (неуронске мреже и примена методе потпорних вектора)

Кратак преглед теоретских основа и историја развоја примењиваних метода вештачке интелигенције дат је у трећем одељку.

У четвртом поглављу анализирана је потрошња енергије за хлађење модела пословне зграде у Београду која је добијена симулацијом у софтверу НАР.

Након једнопараметарске анализе изабране су карактеристике зграде које у највећој мери утичу на потрошњу КГХ система за хлађење. Формирана је одговарајућа база података и коришћењем одабраних карактеристика зграде развијени су модели применом метода вештачке интелигенције за предвиђање потрошње енергије за хлађење.

У петом поглављу испитана је могућност примене модела вештачке интелигенције за предвиђање дневне потрошње топлоте из система даљинског грејања универзитетског кампуса НТНУ Глосхауген. База података је креирана коришћењем мерених вредности преузетих са главног мерача кампуса и метеоролошких података. Тачност предвиђања модела је верификована на подацима који нису коришћени током обучавања модела.

У шестом поглављу предложено је побољшање квалитета предвиђања модела применом иновативних метода: креирање ансамбла развијених модела и примена хибридних модела. Приказани су различити начини избора елемената ансамбла и њихових комбиновања у јединствено предвиђање.

У седмом поглављу је анализирано предвиђање часовне потрошње топлоте универзитетског кампуса. Представљени су модели који имају за излаз 1 часовну потрошњу, као и модели који дају дневни профил потрошње на излазу (24 вредности).

У закључку су истакнути најважнији резултати, као и идеје за даље истраживање. Посебно је истакнут модел применом методе потпорних вектора, који се доста ређе јавља у литератури, као и иновативним методама које су допринеле побољшању тачности појединачних модела при предвиђању потрошње енергије КГХ система.

2 Преглед постојећих резултата и достигнућа у научној области

У овом одељку дат је преглед литературе у области предвиђања потрошње енергије. Најједноставнија статистичка метода за предвиђање неке величине је линеарна регресија. Аутори су у [16] развили регресиони модел за предвиђање топлотног оптерећења и губитака топлоте, узимајући у обзир добитке топлоте од осветљења и сунчевог зрачења. Catalina и коаутори [17] су представили модел за одређивање месечне потрошње за грејање једнопородичне куће. Они су користили резултате симулација урађених у софтверу TRNSYS за креирање базе података за вишепараметарску регресиону анализу. Циљ је био да се предвиди вредност зависно променљиве (потреба за грејањем) у функцији независно променљивих (фактор облика зграде, просечна вредност коефицијента пролаза топлоте, временска константа зграде, средња месечна спољна температура и средњи месечни интензитет сунчевог зрачења). У поређењу са неуронским мрежама, које се најчешће примењују за овај тип предвиђања, вишеструка линеарна регресија може бити једноставније и практичније решење за многе проблеме који прате неки уобичајени (стационарни) режим рада система. Када постоји велика база података, регресиона техника може бити успешно примењена постижући добре вредности корелације између модела и реалних вредности. Приликом развијања корелационог модела кључно је формирати велику базу података на основу бројних параметарских студија, након чега се формулише једноставна једначина добијена регресионом анализом. За проблем приказан у овом раду испитивани су бројни модели и показало се да најбоље резултате даје полином другог реда. Полиноми су веома флексибилни и могу да фитују велики број кривих, али њихов недостатак је то што се не могу применити ван области посматраних података (проблем са нетипичним подацима, подацима који значајно одступају).

У студији [18] развијени су регресиони модели за предвиђање годишње потрошње енергије за грејање и хлађење пословне зграде. Коришћено је укупно 3840 модела зграда за формирање статистички значајне базе података. Те

зграде су затим комбиноване са неким од 5 различитих типова КГХ система и оптерећењима, па је тако дефинисано 23040 различитих сценарија који су симулирани у софтверу EnergyPlus. За анализу је коришћена специфична потрошња енергије за грејање и хлађење. Приликом једнопараметарске анализе испитивани су линеарни модели и степена функција. За вишепараметарску анализу изабран је полином другог реда, при чему су једначине формиране за сваку примењену врсту КГХ система одвојено. Најнижи коефицијенти детерминације код једнопараметарских модела за специфичну потрошњу енергије за хлађење ($R^2=0,952$) и за грејање ($R^2=0,975$) су добијени за централни једноканални систем, док се за све остале системе та вредност креће изнад 0,99. Код вишепараметарске анализе најнижа постигнута вредност је изнад 0,98, што се сматра одличним резултатима. Једино потрошња енергије расхладних панела са вредношћу $R^2=0,87$ показује лошије резултате од претходно анализираних система. Притом се овим моделима код 99,5% анализираних података грешка предвиђања налази унутар опсега $\pm 20\%$ релативне грешке, за више од 80% испитаних вредности потрошње та грешка је унутар интервала $\pm 10\%$, а за више од 50% података грешка се креће у опсегу $\pm 5\%$. Посматрајући коефицијент детерминације и релативну грешку показано је да се поједностављени регресиони модели могу успешно користити за одређивање потрошње енергије КГХ система зграда, замењујући временски захтевно понављање симулација у софтверу.

Лам и аутори су у [19] анализирали потрошњу електричне енергије система за климатизацију на моделу пословне зграде уобичајене за сектор зградарства у Хонг Конгу. За симулације потрошње енергије коришћен је програм DOE-2. Пре него што је спроведена регресиона анализа било је неопходно одлучити које улазне параметре треба узети у обзир. У раду су приказани резултати појединачне параметарске анализе за 28 најугицајнијих параметара, као и вредности коефицијената регресије за линеарни и нелинеарни модел другог реда. Регресиони модел је креиран коришћењем 12 параметара. Како би избегли велики број симулација који је потребан за све комбинације параметара у више величина, насумично су изабрани улази за укупно 100 симулација. Након обучавања модела на 100 резултата симулација, тестирани су на 20 вредности

годишње потрошње електричне енергије добијене симулацијама са насумично изабраним параметрима. Креирани су линеарни и нелинеарни модел, при чему се на тестирању постижу задовољавајући резултати (RMSE 7,8%). Овакви модели могу да се користе за испитавање потрошње различитих пројектних решења у раној фази пројектовања. Њихова главна предност је једноставност примене, па уколико се не захтева висока тачност предвиђања регресиони модели представљају адекватно решење.

У раду [20] дато је поређење детаљног физичког модела симулираног у софтверу EnergyPlus са једноставним моделом заснованим на NN. Резултати предвиђања су поређени са мереним вредностима потрошње једне зграде унутар универзитетског кампуса у Сао Паолу. Модел у EnergyPlus је валидиран на мереним вредности потрошње за радне дане у периоду јануар-март 2005 (54 дана). Притом на 80% базе података грешка се креће у распону $\pm 13\%$. За улаз у неуронску мрежу коришћене су максимална (T_{max} [°C]) и минимална дневна температура (T_{min} [°C]), док је излаз дневна потрошња енергије. Прва мрежа је креирана за све дане (и радне дане и викенд), при чему је додатна улазна величина тип дана. Затим су одвојено обучаване неуронске мреже за радне дане и викенд. Резултати показују, да неуронска мрежа која узима у обзир све дане, има лошије резултате предвиђања од модела који се независно развијају за радни дан и дане викенда. Затим су модели усложњени додавањем релативне влажности (U_{rel} [%]), интензитета глобалног сунчевог зрачења (R_{glo} [W/m²]) и интензитета дифузног зрачења (R_{dif} [W/m²]) као улазних величина, при чему је уместо максималних и минималних дневних температура коришћена средња дневна температура (T [°C]). Сви модели су обучавани на периоду август 2003-децембар 2004, а тестирани на периоду јануар-март 2005. И код сложенијих мрежа, бољи резултати се постижу раздвајањем базе података на радне дане (грешка на тест периоду 9,5%) и викенд (грешка на тест периоду 9,7%) у поређењу са коришћењем једне мреже за све дане (грешка на тест периоду 16,5%). Резултати су показали да се и симулациони програм и модели применом вештачких неуронских мрежа могу успешно користити за предвиђање, при чему се бољи резултати постижу неуронским мрежама. С обзиром на

благи пораст тачности модела неуронских мрежа увођењем нових променљивих, сматра се да утицај релативне влажности и интензитета сунчевог зрачења на потрошњу енергије није велики.

У студији [21] циљ је био да се испита могућност предвиђања потрошње енергије за грејање зграде неуронском мрежом узимајући у обзир оријентацију зграде, дебљину изолације и удео прозора у спољашњем зиду. Потрошња енергије је израчуната помоћу софтвера написаног у програмском језику FORTRAN и база података добијена симулацијом је коришћена за обучавање и тестирање мрежа. Симулације су спроведене за три различита фактора облика зграде, и за сваки облик су развијане појединачне мреже. За обучавање мрежа је коришћен алгоритам Levenberg-Marquardt (LM), који је варијанта алгоритма са повратним простирањем грешке (backpropagation algorithm). Мреже се састоје из улазног, скривеног и излазног слоја, при чему су испитани различити бројеви неурона у скривеном слоју. Поређењем резултата добијених симулацијом и излаза из мрежа, постигнута је тачност између 94,8 и 98,5 % за различите облике зграде. Показано је да је неуронска мрежа успешна алатка коју могу користити инжењери у фази пројектовања зграде, како би проценили потрошњу енергије различитих решења.

Часовне вредности потрошње топлоте за модел кућу израчунате помоћу методе степен-сата су коришћене за обучавање (26310 тачака) и тестирање NN (8760 узорака) у раду [22]. Као улаз у NN узете су следеће променљиве: месец, дан у месецу, сат у дану, као и потрошња енергије од претходног сата, док је излаз из модела часовна потрошња енергије. Све улазне и излазне вредности су нормализоване у интервалима $[-1,1]$ и $[0,1]$. Мрежа је трослојна, са LM алгоритмом обучавања, док су активационе функције у скривеном и излазном слоју тангентна сигмоиодална (TANSIG) и линеарна (PURELIN), следствено. Одабрани показатељи тачности су корен средње квадратне грешке (RMSE), коефицијент детерминације (R^2) и средња апсолутна процентуална грешка (MAPE). Испитан је утицај различитог броја неурона у скривеном слоју и најбољи резултати су добијени са 29 неурона, и то за период обучавања $R^2=0,9907$ и $MAPE=0,2091\%$, док је на скупу података за тестирање $R^2=0,9880$ и грешка

MAPE=0,2081%.

За базе података добијене симулацијом вештачке неуронске мреже постижу високу тачност предвиђања и на дневном и на часовном нивоу. Уколико се за улазне величине узимају карактеристике зграде, у раним фазама пројектовања, неуронске мреже могу бити алат који помаже у одабиру оптималних параметара како би се постигла што мања потрошња енергије зграде.

У раду [23] анализирана је укупна годишња потрошња енергије у Грчкој. За креирање, обучавање и тестирање модела коришћена су мерења за период 2005-2008, 2010, 2012 и 2015 година. Улазне величине за развијене моделе су: средња годишња спољна температура, инсталисана снага, годишња потрошња електричне енергије по становнику и бруто доходак по домаћинству (EURO-STAT [24]). Излази из NN модела су упоређени са резултатима добијеним линеарном регресијом и методом потпорних вектора и показали су најбоље поклапање са стварним мереним вредностима, остварујући грешку од 3,52% у тест периоду. Број скривених слојева је вариран од 1 до 5, а испитан је и утицај различитог броја неурона у скривеном слоју (2 до 100), при чему је оптимална комбинација 2 скривена слоја са по 20 и 17 неурона, следствено.

У поређењу са веома заступљеним моделима вештачких неуронских мрежа, у новијој литератури није пронађен велики број радова у којима се SVM користи за предвиђање потрошње енергије зграда. Метода потпорних вектора се показала успешном у области хидрологије, за предвиђање нивоа воде [25]. За предвиђање временске серије, као улазне величине могу се узимати само претходне вредности предвиђане величине. Модел вишеслојног перцептрона и SVM модела за предвиђање дневне брзине ветра на основу претходних вредности је приказан у раду [26]. Модели су испитивани коришћењем 1 до 11 претходних вредности на улазу и резултати су показали да се у свим случајевима мања грешка постиже са SVM моделом. У раду [27] предвиђана је максимална дневна температура на бази мерених вредности у изабраних 10 метеоролошких станица током 10 година. Предвиђање је рађено за 24 часа унапред, а за улазне величине, осим претходних вредности температура коришћене су и други доступни метеоролошки параметри: минимална дневна температура, падавине, притисак ваз-

духа на нивоу мора и релативна влажност ваздуха. SVM модел је упоређен са вишеслојним перцептроном и другим моделима машинског учења (Extreme Learning Machine - ELM), при чему SVM постиже најбоље резултате предвиђања.

У радовима [28] и [29] аутори су поредили моделе добијене различитим неуронским мрежама и методом потпорних вектора за предвиђање топлотног оптерећења зграде. За улаз у модел SVM у раду [29] коришћени су: спољашња температура посматраног сата (t_τ), спољашња температура претходног сата ($t_{\tau-1}$), спољашња температура пре два сата ($t_{\tau-2}$), релативна влажност спољашњег ваздуха у посматраном сату (d_τ), интензитет сунчевог зрачења у посматраном сату (I_τ) и интензитет сунчевог зрачења у претходном сату ($I_{\tau-1}$), док је излаз топлотно оптерећење у сату τ . Прорачун топлотног оптерећења је урађен у софтверу DeST. С обзиром да летњи период за посматрани град у Кини траје од маја до октобра, за обучавање модела коришћена је база података за јул (31 дан), а за тестирање 4 базе: за мај(30 дана), јун (30 дана), август (31 дан) и октобар (31 дан). Параметри који одређују SVM модел су параметар грешке C , радијус ϵ -неосетљиве хипер-околин ϵ и параметар кернела. За кернел функцију изабрана је Гаусова функција, која је одређена само једним параметром, ширином функције (δ^2). За одређивање оптималне комбинације параметара коришћено је претраживање "корак по корак" (stepwise). Најпре је фиксирана вредност параметра ϵ на 0,1, а варирана је вредност параметра у опсегу C $[2^{-5}, 2^5]$ приликом обучавања модела, и тако је изабрана вредност параметра $C = 8$. Затим је фиксирана вредност $C = 8$, а ϵ је вариран у опсегу $[2^{-10}, 2^{-1}]$ током обучавања на истом скупу података, па је изабрана вредност ϵ којом се остварује компромис између најмањег броја потпорних вектора и најмање грешке обучавања. За претходно одређен пар параметара (C, ϵ), ширина Гаусове функције се варира у одређеном опсегу. У раду је испитан и утицај претходних величина улазних параметара на квалитет модела. Притом су за показатеље квалитета изабрани корен средње квадратне грешке (RMSE) и средња релативна грешка (MSE) Узимајући у обзир и тачност и једноставност модела, оптималан избор су спољашња температура до два сата уназад и интензитет сунчевог зрачења од претходног сата. За исте базе података

развијена је и трослојна неуронска мрежа са повратним простирањем грешке и бољи резултати предвиђања су постигнути са SVM моделом на све 4 базе података за тестирање.

У раду [28] предложени SVM модел је упоређен са RBFN мрежом, регресионом неуронском мрежом (general regression neural network GRNN) и мрежом са повратним простирањем грешке (BPNN). Оптимални параметри SVM модела су претходно одређени [29]. Код BPNN кључан је број скривених слојева и број неурона у њима, чија се оптимална вредност најчешће одређује методом покушаја и погрешке (trial and error) или методом "корак по корак". За RBFN и GRNN моделе кључни параметар је ширина Гаусове функције δ^2 . Оптимална вредност је одређена методом "корак по корак", тако што је фиксирана почетна вредност параметра δ^2 , а затим је коришћен генетички алгоритам како би се спречило преобучавање модела, као што је приказано у раду [30]. Резултати су показали да се сви предложени модели применом вештачке интелигенције могу успешно применити за предвиђање топлотног оптерећења модел зграде. Најмању грешку на свим подскуповима за тестирање показује SVM модел (средња релативна грешка се креће у опсегу од 1,001% до 1,016%), док се са GRNN мрежом постижу нешто слабији резултати (1,064% до 1,082%), затим следи RBFN (1,277% до 1,429%) и на крају BPNN (2,008% до 2,024%).

У раду [31] представљен је SVM модел за предвиђање месечне потрошње енергије зграде, при чему су улазне величине средња месечна спољашња температура, релативна влажност и глобално сунчево зрачење. Оптималне вредности параметара су добијене претрагом корак по корак, при чему је за кернел функцију изабрана RBF. Случајним узорком изабране су 4 зграде и информације из рачуна су коришћене за формирање базе података за обучавање (октобар 1996-октобар 1998 и 2000 година) и валидацију модела (2001 година). Процентуална грешка за предвиђање потрошње различитих зграда се креће у опсегу од 0,68% до 3,44%. У раду је анализиран мали скуп података (месечни рачуни током 4 године), и то на свакој згради понаособ, па и раштрканост података није велика.

У [32] се може пронаћи опширнији преглед примене NN и SVM за предвиђање потрошње електричне енергије.

3 Вештачка интелигенција

Пре развијања модела вештачке интелигенције, чија је примена у области предвиђања потрошње енергије главни циљ ове дисертације, даје се кратак осврт на линеарну регресију као једноставнију технику и теоретске основе примењених метода вештачке интелигенције. Резултати добијени регресионом анализом су коришћени као основа за поређење са касније развијеним, напреднијим моделима, као и за избор улазних променљивих.

3.1 Регресиона анализа

Регресиона анализа укључује многе технике за моделовање и анализу променљивих, где је фокус интересовања однос између зависне и једне или више независних променљивих. Регресиона анализа се често користи за предвиђање, као и за одређивање веза између променљивих и испитивање облика тих веза. Најранији облик регресије је метода најмањих квадрата коју су објавили Легендре 1805. и Гаус 1809. године [33]. Легендре и Гаус су применили ову методу на проблем кретања тела око Сунца. Појам "регресије" и метода за испитивање односа између две променљиве је први пут увео Франсис Галтон, британски биолог, примењујући је у својој студији о наслеђу. Он је нашао везу између висине деце и висине њихових родитеља. Најједноставнији тип је линеарна регресија, која се користи за моделовање линеарне везе између две променљиве. Једноставан (једнопараметарски) модел линеарне регресије се може записати у следећем облику:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon, \quad (1)$$

где је Y зависно променљива, β_0 је слободан члан, β_1 је градијент или нагиб регресионе линије, X је независно променљива, и ϵ је стохастичка променљива (грешка). За оцењивање вредности β_0 и β_1 користи се метода најмањег квадрата, која се заснива на минимизацији квадрата одступања свих емпиријских тачака од регресионе линије.

Други тип регресије је вишеструка (вишепараметарска) линеарна регресија,

која представља линеарни модел са једном зависном и више независно променљивих. Вишеструка регресија претпоставља да је зависно променљива линеарно зависна од параметара модела и да постоји више од једне независно променљиве у моделу. Општи облик вишеструког линеарног модела је:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \cdots + \beta_p X_p + \epsilon, \quad (2)$$

где је Y зависно променљива, $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \cdots, \beta_p$ регресиони коефицијенти, $X_1, X_2, \cdots, X_p$ зависно променљиве, и ϵ је стохастички члан. Трећи тип регресије је нелинеарна регресија, која претпоставља да везе између зависне и независних променљивих нису линеарне. Нелинеарни регресиони модел је знатно сложенији од линеарног регресионог модела у погледу избора променљивих, одређивања облика модела (реда чланова полинома), процене параметара, дијагностике, обрађивања тачака које доста одступају.

Регресиона анализа је једна од најчешће примењиваних статистичких метода у пракси и њени циљеви су:

1. Одређивање везе између зависно променљиве Y и независних $X_1, X_2, \cdots, X_n$
2. Предвиђање Y на основу скупа вредности $X_1, X_2, \cdots, X_n$
3. Анализа променљивих $X_1, X_2, \cdots, X_n$ како би се одредило које су променљиве утицајније од других у циљу што ефикаснијег и тачнијег одређивања релације.

3.2 Показатељи квалитета модела за предвиђање

Како би се проценио квалитет модела (тачност), најчешће се користе статистичке методе и њихови индикатори. На основу препорука ASHRAE [34], за оцену нивоа тачности у овој дисертацији користе се следећи показатељи :

- Коефицијент детерминације (Coefficient of Determination R^2)

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{k=1}^N (y_k - \bar{y})^2}{\sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2} \quad (3)$$

- Корен средње квадратне грешке (Root Mean Squared Error - RMSE)

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y_k - \hat{y}_k)^2} \quad (4)$$

- Средња апсолутна релативна грешка (Mean Absolute Percentage Error - MAPE)

$$MAPE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=1}^N \frac{|y_k - \hat{y}_k|}{y_k}} \cdot 100 \quad (5)$$

где су y_k мерена (тачна), $\bar{y}$ средња вредност излазне величине (зависно променљиве), $\hat{y}_k$ вредност добијена предвиђањем модела (излаз) и N је број узорака (тачака, примера).

Коефицијент детерминације показује јачину линеарне везе између две променљиве и представља удео објашњеног варијабилитета у укупном варијабилитету. Овај показатељ квалитета у регресионој анализи даје одговор на питање који део варијације зависно променљиве је објашњен моделом, односно варијацијама независне променљиве. Вредности су $0 \leq R^2 \leq 1$.

Индикатор RMSE се често користи у пракси за одређивање разлике у резултатима добијеним мерењем (стварним вредностима) и вредностима добијеним предвиђањем. RMSE показује колико нека серија података одступа у односу на другу серију података. Вредност RMSE је увек позитивна, а за идеално поклапање мерених и предвиђаних вредности има вредност једнаку нули. Овај показатељ указује на величину просечног одступања (грешке) и степен флукуирања података, али директно не даје информације о релативној величини просечне разлике предвиђене и измерене вредности, због чега се посматра и показатељ средње апсолутне процентуалне грешке (MAPE).

Уобичајена процедура је да се пре развијања модела све улазне и излазне величине нормализују у интервалу $[0, 1]$. На тај начин се елиминише могућност да променљива већег нумеричког распона "надјача" променљиве са мањим бројним вредностима. Други разлог је да се избегну потешкоће приликом математичких прорачуна код статистичких модела. Код линеарних модела, тај процес није неопходан, док је за примену модела вештачке интелигенције нормализација обавезна. Нормализација променљивих се врши линеарним скалирањем на следећи начин:

$$x'_i = \frac{x_i - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}, \quad i = 1, \dots, N \quad (6)$$

где су x_{max} и x_{min} очекиване максималне и минималне вредности посматране променљиве, а N је број елемената за сваку величину. Важно је напоменути да се променљиве и за обучавање и за тестирање морају нормализовати на исти начин (коришћењем истих максималних и минималних вредности).

3.3 Вештачка интелигенција

Сматра се да је вештачка интелигенција као информатичка дисциплина установљена на конференцији "The Dartmouth Summer Research Conference on Artificial Intelligence" у Дармуту (САД), 1956. године [35]. Том приликом је Џон Макарти предложио и само име дисциплине, које је на жалост често изазивало недоумице и подозрење. Конференција је била усмерена пре свега на профилисање нове области у повоју. Вештачка интелигенција је једна од области рачунарства која се последњих деценија најинтензивније развија. Паралелно са тим бурним развојем расту и сама очекивања од ове дисциплине. Док се за неке области рачунарства сматра да су заокружене и да се у њима не очекују нови значајни продори, од вештачке интелигенције се резултати тек очекују, упркос томе што су развијени многи "интелигентни" системи који функционишу изузетно добро. Ово може да се објасни тиме што ти "интелигентни" системи функционишу на принципима које најчешће не можемо сматрати интелигентним. Тиме, наравно, вештачка интелигенција само добија на

атрактивности, а нови експерименти и теоријска истраживања представљају пут ка новим применама у најразличитијим областима. Како је развој вештачке интелигенције увек био заснован на комплементарном повезивању теорије и експеримената, тако и будући развој захтева проширивање и учвршћивање теоријских знања, пре свега математичких, али и знања о специфичним областима примене, као и њихову адекватну формализацију.

Обично се под интелигенцијом подразумева способност усвајања, памћења и обраде одређених знања. Ипак, ниједна дефиниција вештачке интелигенције није општеприхваћена. Сматра се да интелигенција подразумева бар две способности: способност памћења, складиштења знања и могућност његове обраде. Особа (или машина) без икаквог знања не може се сматрати интелигентном. Такође, интелигентном се не може сматрати ни особа (машина) са огромном количином "статичког" знања односно података, али без способности да то знање обрађује и да решава проблеме у вези са њим. Постоје и други аспекти интелигенције, као што су брзина обраде знања, способност решавања проблема, способност комуникације са другим интелигентним бићима (машинама). Способност учења - усвајања нових знања је један од кључних аспеката интелигенције, иако се може уврстити у способност решавања проблема. Сматра се, дакле, да биће или машина имају атрибуте интелигентног, ако имају наведена својства. Ако се ради о машини, односно уређају било које врсте са наведеним својствима, говори се о вештачкој интелигенцији. За појам интелигенције суштинска су два питања: питање знања и питање закључивања, која када говоримо о рачунарима одговарају појмовима базе знања (података) и компоненте закључивања.

Машинско учење је област вештачке интелигенције која се може дефинисати на различите начине [36]. Једна дефиниција би могла бити да је то дисциплина која се бави изградњом прилагодљивих рачунарских система који су способни да побољшавају своје перформансе користећи информације из искуства. Машинско учење би се могло дефинисати и као дисциплина која се бави проучавањем генерализације и анализом алгоритама који генерализују. Незахвално је тражити прецизну дефиницију, како због честог преклапања са другим дисциплинама,

тако и због чињенице да се ради о области која је настала из неvezаних разматрања проблема учења у различитим доменима, без заједничке теоријске основе. Иако су се прва теоријска разматрања појавила још касних 60-их у радовима Голда, теоријске основе су се почеле учвршћивати тек двадесетак година касније.

Крајем 80-тих година прошлог века дошло је до интензивног истраживања у области неуронских мрежа, методе потпорних вектора и фази логике. Упоредо са развојем нових алгоритама дошло је и до масовне примене модела вештачке интелигенције у бројним реалним проблемима. Данас, ова област је толико сазрела да се у новијој литератури може наћи велики број успешних примена у различитим областима. Неуронске мреже (Artificial Neural Networks - NN) и метода потпорних вектора (Support Vector Machine - SVM) су основни алати који имају способност учења. Ови модели откривају зависност између задатих улаза и излаза коришћењем скупа података за обучавање. Након обучавања, и NN и SVM представљају вишедимензионе нелинеарне функције. То су математички модели добијени експерименталним путем. Да би моделовање коришћењем NN или SVM било могуће, неопходно је прикупити одређен број података (примера, образаца, мерења). Област проблема који се могу решавати методама вештачке интелигенције је веома широк, али се сви могу сврстати у две главне категорије: препознавање образаца (класификација) и апроксимација функције (регресија).

NN и SVM решавају проблеме регресије и класификације модификовањем (променом, прилагођавањем) параметара који контролишу процес учења на основу података за обучавање. Ови параметри, који се обично зову тежински фактори утичу на квалитет обученог модела. Ови модели су нелинеарни апроксиматори, с обзиром да је функција грешке нелинеарно зависна од тежинских фактора. Стога налажење оптималног скупа параметара припада групи нелинеарних оптимизационих проблема, за које не постоји општи (генерални, заједнички) метод оптимизације. Најједноставнија метода учења је метода градијента. Упркос својој једноставности, метода градијента првог реда (позната и као алгоритама са повратним простирањем грешке) је прва процедура обучавања чија примена представља преломни моменат у обучавању вишеслојних неурон-

ских мрежа. Једноставност овог алгоритма има своју последицу: процес обучавања је дуготрајан и не гарантује проналажење најбољег скупа тежинских коефицијената за задату структуру неуронске мреже. Једина разлика између модела NN и SVM је у начину на који модели уче. Након фазе обучавања ови модели су суштински исти.

Иако су методе NN и SVM још увек у раној фази развоја, ови савремени софтверски алати су већ нашли примену у решавању бројних реалних проблема. Практично не постоји област људских активности са којима ови модели немају додира. Најважније области примене су [36]:

- Препознавање образаца (визуелних, звучних, мириса, додира), тј класификација
- Предвиђање временских серија (финансије, метеорологија, инжењерство)
- Дијагностика (медицина и инжењерство)
- Роботика (управљање [37], навигација [38], [39], координација, препознавање објеката)
- Управљање процесима (нелинеарно и вишепараметарско управљање хемијским постројењима, електранама, возилима, пројектилима)
- Обрада сигнала, препознавање речи и говора
- Машинско препознавање грешака у производњи, препознавање мете
- Предвиђање у области финансија (каматне стопе, берза, валуте)

Услед недостатака појединачних модела вештачке интелигенције све је популарнија примена комбиновања модела, као и других иновативних приступа, попут вишестепених ансамбла или хибридних модела. Сем тога, веома сложени реални проблеми захтевају комплекснија решења од оних које може да пружи једнострука неуронска мрежа.

3.4 Основе неуронских мрежа

Конструсање прве машине која је имала способност учења, перцептрона, (Rosenblatt, 1960) је свакако прекретница у историји развоја неуронских мрежа. Перцептрон је представљао прву машину која је учила на основу експерименталних података, и за овај догађај се везује и почетак математичке анализе процеса учења. У раним фазама развоја перцептрон се користио за решавање проблема препознавања образаца, тј. класификације.

У истом периоду, V. Vapnik и A. Chervonenkis су крајем шездесетих година двадесетог века развили филозофију теорије статистичког учења. За разлику од експерименталног приступа који је имао Rosenblatt, њихов рад се чврсто заснивао на теоретским концептима: ентропија Vapnik-Chervonenkis и димензија Vapnik-Chervonenkis, које су 1974-е резултирале новим индуктивним принципом који се назива минимизација структуралног ризика (structural risk minimization). У раној фази и ови алати су коришћени за класификацију.

До средине 80-тих остварен је значајан напредак у развоју специјализованих софтвера и хардвера неопходних за решавање реалних проблема, али без примене релевантних теоретских концепта (углавном експериментални развој машина које примењују учење са надзором). У истом периоду дошло је и до великог искорака у обучавању на основу података и самом развоју неуронских мрежа од стране неколико аутора (Le Cun 1985, Parker 1985, Rumelhart, Hinton и Williams 1986) који су независно развили градијентни метод, назван алгоритам са повратним простирањем грешке, које се користи за обучавање тежинских фактора неурона у скривеном слоју.

Независно од њих Vapnik и Chervonenkis су 1989 настављајући истраживање у области теорије статистичког учења пронашли потребне и довољне услове за доследност принципа минимизације емпиријског ризика. Тако је установљена сва теорија неопходна за развој моћне машине за учење и почетком 90-тих су Vapnik и коаутори развили метод (машину) потпорних вектора која се може користити за нелинеарну класификацију и регресију. Увођење кернел метода (метода језгра) које врше пресликавање вектора улаза у вишедимензиони простор је омогућило примену моћних линеарних алата за решавање нелинеарних

проблема без опасности од преобучавања и заглављивања у локалном минимуму.

Крајем 80-тих се доста радило на развоју тзв. регуларизационих мрежа, познатих и као мреже радијалних базисних функција (Radial Basis Function Networks), за шта су највише заслужни Powell 1987, Broomhead и Lowe 1988, Poggio и Girosi 1989.

У наставку се даје кратак приказ теоретских основа неуронских мрежа, који се углавном заснива на литератури [36], [40] и [41]

Вештачке неуронске мреже су модели инспирисани структуром и понашањем биолошких неурона и нервног система. Осим саме инспирације за развој модела, свака даља сличност са стварним нервним системом нестаје. Данас постоји око 50 различитих типова мрежа у употреби. Вишеслојна мрежа без повратних спрега (Feedforward Neural Network - FFNN) се најчешће користи за нелинеарну класификацију и регресију. Вештачке неуронске мреже се састоје из великог броја елемената који се називају неурони (слика 3). Неурони су међусобно повезани међунеуронским (синаптичким везама). Јачине тих веза (њихови тежински фактори) су параметри модела који се одређују кроз процес обучавања мреже.

Улаз у неурон је

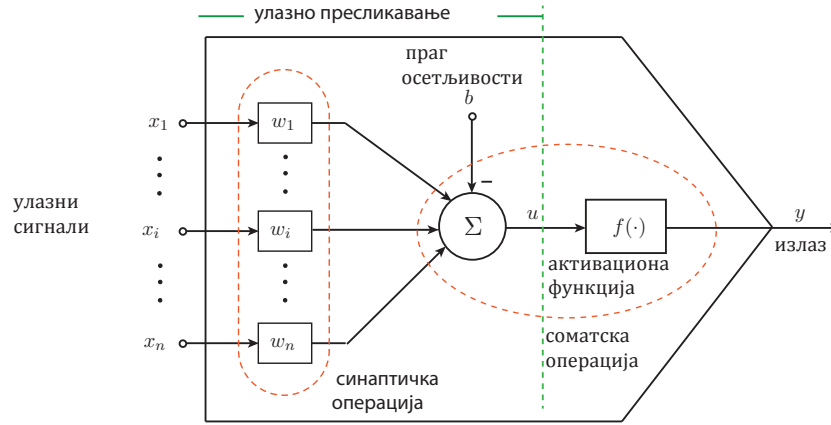
$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix}^T \quad (7)$$

док је излаз из неурона скалар y . Величина излаза који посматрани неурон добија од других неурона (излаз из другог неурона је улаз у посматрани неурон) зависи од јачине веза, које су дефинисане одређеним тежинским фактором (вредност која се придружује свакој вези), па је вектор тежинских фактора дефинисан са:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix}^T \quad (8)$$

Са математичке тачке гледишта обрада сигнала у вештачком неурону се одвија кроз две одвојене операције [40]:

1. синаптичка операција: даје одређену тежину сваком улазном сигналу у неурон
2. соматска операција: прикупља све пондерисане улазне сигнале, па ако је



Слика 3: Модел неурона

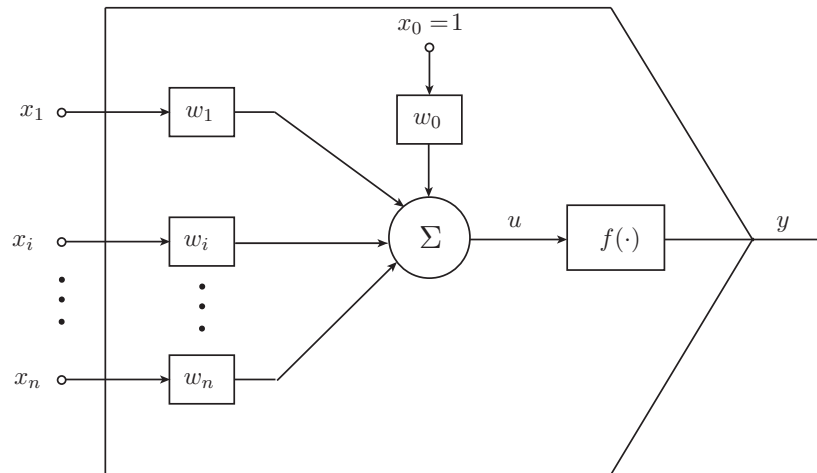
њихова кумулативна вредност већа од прага осетливости неурона (биаса, bias, threshold) генерише импулсе које шаље према другим неуронима. У њој су садржане различите математичке операције: агрегација, нелинеарна активација и динамичко процесирање синаптичких улаза.

Способност обраде информација у неурону се може представити као нелинеарно пресликавање Γ , где се улазни вектор $x \in \mathfrak{R}^n$ пресликава у скалар $y \in \mathfrak{R}$ ($\Gamma : x \in \mathfrak{R}^n \rightarrow y \in \mathfrak{R}$). Нелинеарно пресликавање се може поделити на улазно пресликавање (скаларни производ вектора $\mathbf{x}$ и $\mathbf{w}$) и операцију нелинеарне активације. Величина u се назива и активациона вредност неурона и одређена је са:

$$u = \mathbf{w}^T \mathbf{x} - b = \sum_{i=1}^n w_i x_i - b \quad (9)$$

Након улазног пресликавања коришћењем активационе функције добија се излаз из неурона. Активациона функција трансформише вредност добијену улазним пресликавањем у вредност погодну за други неурон. Како би математички опис био једноставнији, вектор улаза се може проширити једним чланом $x_{n+1} = 1$, а вектор тежинских фактора одговарајућим чланом w_{n+1} , па се добија

блок дијаграм као на слици 4 [40].



Слика 4: Блок дијаграм неурона

Архитектура или топологија мреже одређује начин на који су неурони међусобно повезани. Неурони су обично организовани у слојеве, при чему сви неурони у једном слоју користе исту активациону функцију. Најчешће примењиване вештачке неуронске мреже се састоје из улазног слоја, једног или више скривених слојева и излазног слоја. У улазном слоју нема процесорских јединица (рачунања), па иако је графички приказан као слој, у њему нема неурона који процесуирају податке. У суштини, то је само улазни вектор (евентуално допуњен прагом осетљивости) који прослеђује улазне сигнале до следећег слоја (скривеног за случај вишеслојне мреже или излазног код једнослојних мрежа). Неурони у скривеном слоју примењују нелинеарну, непрекидну и диференцијабилну активациону функцију. Управо су нелинеарне активационе функције у неуронима скривеног слоја оне које омогућавају неуронској мрежи да буде универзални апроксиматор. Како би се решио проблем нелинеарног учења, неопходно је да је активациона функција диференцијабилна.

Вишеслојна неуронска мрежа се у општем случају састоји из једног улазног, једног излазног и једног или више скривених слојева. Без губитка у општости, даља анализа је спроведена на неуронској мрежи која има један скривени слој, па тако тежински коефицијенти које је неопходно одредити представљају елемен-

те матрица $\mathbf{V}$ и $\mathbf{w}$. При томе је $\mathbf{V}$ матрица тежинских фактора скривеног слоја, а $\mathbf{w}$ је вектор тежинских фактора излазног слоја (за случај када постоји само један неурон у излазном слоју). Неурони у излазном слоју могу бити линеарни (најчешће се примењују за регресију), или могу користити сигмоидалну активациону функцију (за проблеме класификације и препознавања образаца). С обзиром да се у овој дисертацији неуронске мреже користе за предвиђање (регресију), тако се у теоретском уводу разматра случај линеарних неурона у излазном слоју. На слици 5 је приказан модел вишеслојне мреже без повратних спрега (Feedforward Neural Network - FFNN), чији се излаз може написати на следећи начин:

$$o(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \mathbf{w}, \mathbf{b}) = F(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \mathbf{w}, \mathbf{b}) = \sum_{j=1}^J w_j \sigma_j(\mathbf{v}_j^T \mathbf{x} + b_j), \quad (10)$$

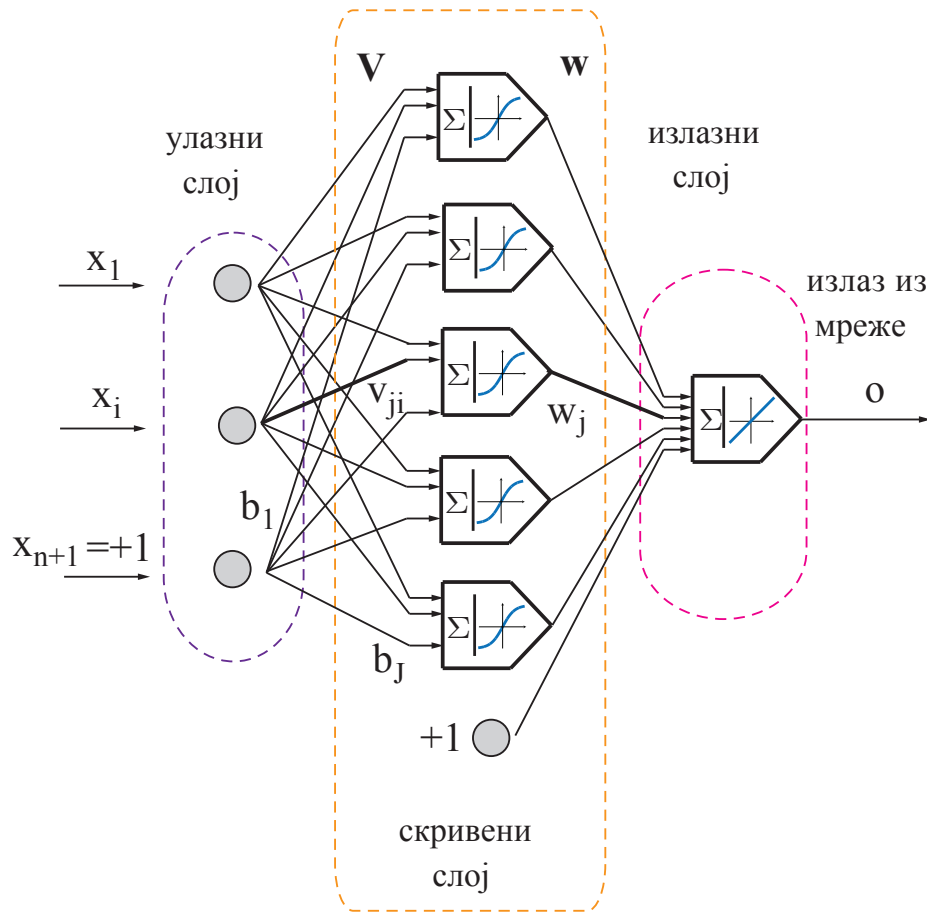
где је σ_j сигмоидална активациона функција у неуронима скривеног слоја, а J је број неурона у скривеном слоју. Неурони у излазном слоју примењују линеарну активациону функцију. Експлицитним изразом $o = o(\mathbf{x}, \mathbf{V}, \mathbf{w}, \mathbf{b})$ показује се да излаз неуронске мреже зависи од тежинских фактора (који су непознати пре обучавања) садржаних у $\mathbf{V}$ и $\mathbf{w}$ и прага осетљивости $\mathbf{b}$. Улазни вектор $\mathbf{x}$, праг осетљивости $\mathbf{b}$, матрица тежинских коефицијената скривеног слоја $\mathbf{V}$ и вектор тежинских фактора излазног слоја $\mathbf{w}$ су:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \end{bmatrix}^T \quad (11)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1i} & \dots & v_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v_{j1} & \dots & v_{ji} & \dots & v_{jn} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v_{J1} & \dots & v_{Ji} & \dots & v_{Jn} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} b_1 & b_2 & \dots & b_J \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & \dots & w_{J+1} \end{bmatrix}^T \quad (14)$$



Слика 5: Вишеслојна неуронска мрежа са једним скривеним слојем

Структура приказана на слици (5) важи и за вишеслојни перцептрон и неуронску мрежу радијалних базисних функција (Radial basis function network - RBFN). У случају вишеслојног перцептрона, члан x_{n+1} ће бити константа једнака 1, односно праг осетљивости. Вектор прага осетљивости $\mathbf{b}$ се може једноставно додати као последња колона матрици тежинских фактора скривеног слоја $\mathbf{V}$. Након тога се једначина 10 може једноставније написати као $o = \mathbf{w}^T \sigma(\mathbf{V}\mathbf{x})^2$. За мрежу RBFN $x_{n+1} = 0$ што значи да се праг осетљивости не доводи на улаз, али се може појавити у излазном слоју. Основни прорачуни који се одвијају у неуронској мрежи су једноставни. Након што се одређени улазни вектор уведе у мрежу, улазни сигнал до j -тог неурона у скривеном слоју u_j се рачуна било као скаларни (унутрашњи) производ тежинских фактора $\mathbf{v}_j$

и $\mathbf{x}$ (за линеарну или сигмоидалну активациону функцију) или као Еуклидско растојање између центра $\mathbf{c}_j$ радијалне базисне функције и $\mathbf{x}$ (код RBFN мрежа). Радијална базисна активациона функција је одређена са две групе параметара: центром $\mathbf{c}$ (којим се одређује положај) и параметром којим се одређује облик (ширина) радијалне базисне функције (spread). Уопштено, односи тежине прага осетљивости скривеног слоја и осталих тежинских фактора сигмоидалних функција у скривеном слоју су аналогни центрима радијалне базисне функције, док тежински фактори v_{ji} који одређују нагиб сигмоидалне функције одговарају параметру ширине RBF. Тако су улази у скривени неурон за сигмоидалне активационе функције одређени са:

$$u_j = \mathbf{v}_j^T \mathbf{x}, j = 1, \dots, J \quad (15)$$

при чему је вектор $\mathbf{v}_j$ вектор колоне тежинских коефицијената j -тог неурона у скривеном слоју, односно

$$\mathbf{v}_j = \begin{bmatrix} v_{j1} & v_{j2} & \dots & v_{jn} \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

За RBF растојања се рачунају као:

$$r_j = \sqrt{(\mathbf{x} - \mathbf{c}_j)^T (\mathbf{x} - \mathbf{c}_j)}, u = f(r, \sigma). \quad (17)$$

Израз из сваког неурона у скривеном слоју зависи од типа активационе функције. Најчешће коришћене активационе функције за вишеслојне перцептроне су сигмоидалне функције, и то:

- униполарна логистичка функција

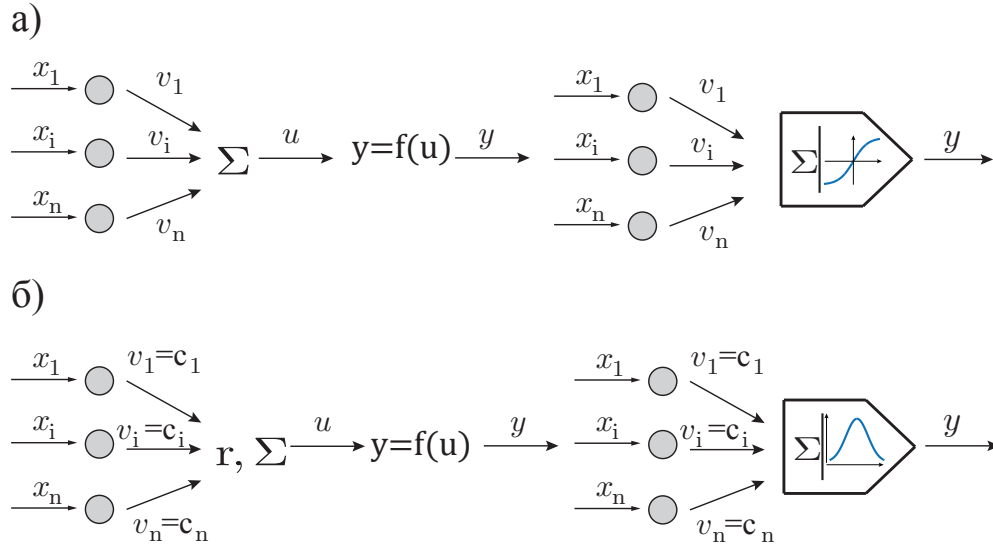
$$y = \frac{1}{1 + e^{-u}} \quad (18)$$

- биполарна сигмоидална функција типа тангенса хиперболичког:

$$y = \tanh \frac{u}{2} = \frac{2}{1 + e^{-u}} - 1 \quad (19)$$

На слици 6 приказана је основна разлика у креирању улазног сигнала u за активациону функцију вишеслојног перцептрона и RBF неурона. На слици 6

а) је сигмоидална активациона функција, код које је улаз скаларни производ $u = \mathbf{v}^T \mathbf{x}$, док је на слици б) радијална базисна активациона функција код које је улаз растојање r између $\mathbf{x}$ и центра радијалне базисне функције $\mathbf{c}$ ($r = \|\mathbf{x} - \mathbf{c}\| = \|\mathbf{x} - \mathbf{v}\|$).



Слика 6: Креирање улазног сигнала за активациону функцију а) сигмоидална активациона функција б) RBF активациона функција

Три најмоћнија нелинеарна модела: вишеслојни перцептрон, мрежа радијалних базисних функција (RBFN) и SVM имају исту структуру. Тако су, након успешног обучавања, њихове могућности исте или веома сличне. Сва три модела се обучавају на одређеном скупу података и покушавају да буду што успешнији у моделовању података који су углавном разбацани и пуни шума. При одређивању најбољег модела неопходно је мерити тачност или учинак модела, а за то је потребно дефинисати меру квалитета модела. Управо се ту налази разлика међу овим методама. Свака од њих користи различиту норму (грешку, ризик, функцију коштања (cost function)) којом се мери квалитет модела. Коришћење различитих норми води ка различитим процедурама обучавања (оптимизација параметара).

За случај вишеслојног перцептрона функција грешке је:

$$E = \sum_{i=1}^P \underbrace{(d_i - f(\mathbf{x}_i, \mathbf{w}))^2}_{\text{близина података}} \quad (20)$$

Типичан инжењерски задатак је интерполација или апроксимација групе P разбацаних парова података са шумом. Задатак NN или SVM је да моделира пресликавање коначног скупа података за обучавање који се састоји од P n -димензионих улазних образаца $\mathbf{x}$ који одговарају скупу од P m -димензионих излазних образаца y . Другим речима, ови модели треба да открију зависност (функцију) $f : \mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m$. Обучавање модела се своди на линеарну или нелинеарну оптимизацију засновану на познавању одговарајућих парова улаза-излаза за обучавање. Интерполација подразумева да функција интерполације пролази кроз све тачке у $\mathfrak{R}^n \times \mathfrak{R}^m$ простору. Ако се посматра група од P мерених података $X = \{\mathbf{x}_p, \mathbf{d}_p\}, p = 1, \dots, P$ које се састоје из улазног скупа података $\mathbf{x} \in \mathfrak{R}^n$ и одговарајућих излаза (мерених вредности) $\mathbf{d} \in \mathfrak{R}^m$, функција интерполације је:

$$f_a(\mathbf{x}_p) = \mathbf{d}_p, p = 1, \dots, P \quad (21)$$

С обзиром да је неопходно да функција прође кроз сваку тачку жељеног излаза $\mathbf{d}_p$, функција грешке (индекс перформансе) којом се мери квалитет модела (у овом случају сума квадратних грешака) мора бити једнака нули.

$$E = \sum_{i=1}^P \mathbf{e}_p^2 = \sum_{i=1}^P [\mathbf{d}_p - f_a(\mathbf{x}_p)]^2 = 0 \quad (22)$$

Реални подаци су углавном пуни шума, па је интерполација таквих података лоша идеја, јер доводи до проблема преобучавања (overfitting). Оно што је у ствари циљ је да се моделује зависност између улазних и излазних променљивих и да се издвоји шум у подацима за обучавање.

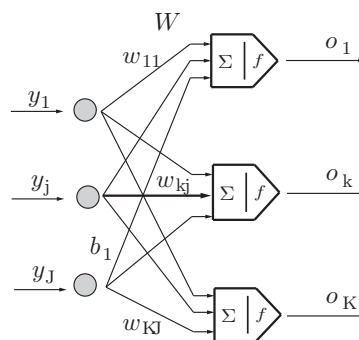
У случају апроксимације, не захтева се да функција грешке буде једнака нули, већ да је

$$E = \sum_{i=1}^P \mathbf{e}_p^2 = \sum_{i=1}^P [\mathbf{d}_p - f_a(\mathbf{x}_p)]^2 \quad (23)$$

што мања и да је што више шума исфилтрирано. Тако је апроксимација повезана са интерполацијом, али с олакшавајућим условом да функција апроксимације $f_a(\mathbf{x}_p)$ не мора да прође кроз све тачке за обучавање. Уместо тога, треба да приђе подацима што је могуће ближе, минимизирајући притом одређену меру грешке, односно неслагања између апроксимираних тачке $f_a(\mathbf{x}_p)$ и мерене вредности $\mathbf{d}$.

3.5 Алгоритам повратног простирања грешке

Основна идеја алгоритма повратног простирања грешке (Error Backpropagation Algorithm) је да се сигнал грешке за неуроне у скривеном слоју δ_{yj} рачуна на основу повратног простирања сигнала грешке неурона у излазном слоју δ_o . Овај алгоритам је још увек најчешће примењивана процедура учења. Сам алгоритам је одавно познат, и пре него што је нашао примену у обучавању неуронских мрежа, коришћен је у области управљања. Ради илустрације методе у овом одељку је приказано прилагођавање тежинских коефицијената неурона излазног слоја (на примеру једнослојне неуронске мреже), који у општем случају може да примењује и нелинеарну активациону функцију.



Слика 7: Једнослојна неуронска мрежа са нелинеарном активационом функцијом

Једнослојна неуронска мрежа је приказана на слици 7, при чему се ознака y користи за улазни сигнал за излазни слој, како би се ознака x задржала за улаз у целу мрежу која се састоји из улазног, скривеног и излазног слоја.

Ова нотација се задржава у теоретским основама мрежа, док је у одељку који приказује резултате предвиђања излаз из мреже означен са y без улажења у детаље око излаза из неурона скривеног слоја. Функција грешке, тј сума квадратних грешака за ову неуронску мрежу која има K неурона у излазном слоју и P парова података за обучавање је:

$$E = \frac{1}{2} \sum_{p=1}^P \sum_{k=1}^K (d_{pk} - o_{pk})^2 \quad (24)$$

Једначина (24) представља укупну грешку на свим узорцима за обучавање (прво сумирање) за све неуроне у скривеном слоју (друга сума). Алгоритам повратног простирања грешке је метода оптимизације првог реда која користи градијентну технику за подешавање тежинских коефицијената. Тако ће промена одређена тежинског коефицијента бити у правцу негативног градијента (највећег смањења грешке), а у сваком кораку итерације се рачуна као:

$$\Delta w_{kj} = \eta \frac{\partial E}{\partial w_{kj}} \quad (25)$$

где је η позитивна константа која одређује брзину учења (коефицијент обучавања, learning rate). Избор вредности овог параметра је важан за стабилност и конвергенцију итеративног процеса учења. Притом мала вредност η даје стабилност, али је учење споро, док велика вредност η убрзава учење, али доноси ризик нестабилности.

Улазни сигнал u_k за сваки неурон у излазном слоју ($k = 1, \dots, K$) је:

$$u_k = \sum_{j=1}^J w_{kj} y_j \quad (26)$$

Сигнал грешке за k -ти неурон δ_{ok} се дефинише као:

$$\delta_{ok} = - \frac{\partial E}{\partial u_k} \quad (27)$$

где индекс o означава излазни слој (output). Узимајући у обзир ланчано правило, градијент функције грешке у односу на тежински фактор w_{kj} је:

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial E}{\partial u_k} \frac{\partial u_k}{\partial w_{kj}} \quad (28)$$

и

$$\frac{\partial u_k}{\partial w_{kj}} = \frac{\partial(w_{k1}y_1 + w_{k2}y_2 + \dots + w_{kj}y_j + \dots + w_{kJ}y_J)}{\partial w_{kj}} = y_j \quad (29)$$

Комбиновањем последње три једначине добија се

$$\frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = -\delta_{ok}y_j \quad (30)$$

Промена тежинског коефицијента из једначине (25) се може написати као:

$$\Delta w_{kj} = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{kj}} = \eta \delta_{ok}y_j, \quad k = 1, \dots, K, j = 1, \dots, J \quad (31)$$

Примењујући ланчано правило, израз за сигнал грешке δ_{ok} постаје:

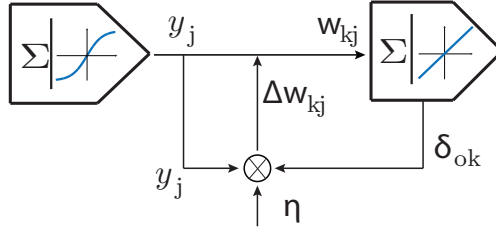
$$\delta_{ok} = -\frac{\partial E}{\partial u_k} = -\frac{\partial E}{\partial o_k} \frac{\partial o_k}{\partial u_k} = \underbrace{(d_k - o_k)}_{e_k} f'(u_k), \quad k = 1, \dots, K, \quad (32)$$

где је $f'(u_k)$ нагиб $\partial o_k / \partial u_k$ активационе функције k -тог неурона. Дакле, делта грешка која одговара неурону у излазном слоју δ_{ok} је једнака производу грешке излаза e_k и диференцијалног сигнала нелинеарне активационе функције. Коначно, подешавање тежине се може израчунати као:

$$w_{kj} = w_{kj} + \Delta w_{kj} = w_{kj} + \eta(d_k + o_k)f'(u_k)y_j = w_{kj} + \eta\delta_{ok}y_j, \quad k = 1, \dots, K, \quad (33)$$

Ово је најопштији израз за закон адаптације (промене) вектора тежинских коефицијената за излазни слој. Ова једначина важи ако је функција грешке сума квадратних грешака и ако је улаз у k -ти излазни неурон скаларни производ вектора $\mathbf{u}$ и одговарајућег вектора тежинских коефицијената $\mathbf{w}_k$. Графички приказ једначине (33) за прилагођавање тежинских фактора између j -тог неурона у скривеном слоју и k -тог неурона у излазном слоју је дат на слици 8.

Промена тежинског коефицијента Δw_{kj} је пропорционална улазном вектору $\mathbf{u}$ и сигналу грешке δ_{ok} и не зависи директно од активационе функције наредног неурона. Најчешће коришћене функције су униполарна логистичка сигмоидална функција и биполарна функција типа тангенса хиперболичког. Уместо сигмоидалне функције, може се користити било која нелинеарна, глатка, диференцијална



Слика 8: Тежински коефицијент w_{kj} између j -тог неурона у скривеном слоју и k -тог неурона у излазном слоју и промена тежинског коефицијента

билна и по могућству неоппадајућа функција. У векторској нотацији градијентни закон учења се може написати као

$$\mathbf{W} = \mathbf{W} + \eta \boldsymbol{\delta}_o \mathbf{y}^T \quad (34)$$

где је $\mathbf{W}$ матрица димензије $(K \times J)$, а $\mathbf{y}$ и $\boldsymbol{\delta}_o$ су вектори димензија $(J \times 1)$ и $(K \times 1)$, следствено.

3.5.1 Генерализовано делта правило

Када неуронска мрежа има више скривених слојева сваки слој се састоји из неурона који примају сигнале из претходног слоја и шаљу излазне сигнале неуронима у наредном слоју. Нема повратних веза ни веза унутар слоја. Најједноставнија и најраспрострањенија структура је са једним скривеним слојем, приказана на слици 5.

Промена тежина за ма који неурон у скривеном слоју, као и за неуроне у излазном слоју, је градијентна процедура првог реда:

$$\Delta v_{ji} = -\eta \frac{\partial E}{\partial v_{ji}}, \quad j = 1, \dots, J-1, i = 1, \dots, I. \quad (35)$$

Притом је J -ти чвор придодати члан, праг осетљивости ($y_J = +1$), и нема тежинских коефицијената који се везују уз овај члан, због чега се индекс j завршава са $J-1$.

Као и у једначини (28)

$$\frac{\partial E}{\partial v_{ji}} = \frac{\partial E}{\partial u_j} \frac{\partial u_j}{\partial v_{ji}} \quad (36)$$

Улази у неуроне скривеног слоја су x_i , а други члан на десној страни једначине (36) је једнак x_i . Сада су промене тежинских коефицијената скривеног слоја из једначине 35:

$$\Delta v_{ji} = -\eta \frac{\partial E}{\partial v_{ji}} = \eta \delta_{yj} x_i, \quad j = 1, \dots, J-1, i = 1, \dots, I \quad (37)$$

Сигнал грешке за скривени слој је:

$$\delta_{yj} = -\frac{\partial E}{\partial u_j}, \quad j = 1, \dots, J-1 \quad (38)$$

Одређивање сигнала грешке δ_{yj} је кључни корак у примени генерализованг делта правила.

$$\delta_{yj} = -\frac{\partial E}{\partial y_j} \frac{\partial y_j}{\partial u_j} \quad (39)$$

$$\frac{\partial y_j}{\partial u_j} = f'_j(u_j). \quad (40)$$

Грешка E је дата у једначини (24), па се први члан на десној страни једначине (39) може написати као:

$$\frac{\partial E}{\partial y_j} = \frac{\partial}{\partial y_j} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K [d_k - f(u_k(\mathbf{y}))]^2 \right\}, \quad (41)$$

$$\frac{\partial E}{\partial y_j} = - \sum_{k=1}^K (d_k - o_k) \frac{\partial}{\partial y_j} \{ f[u_k(\mathbf{y})] \}. \quad (42)$$

Након израчунавања парцијалних извода у заградама добија се:

$$\frac{\partial E}{\partial y_j} = - \sum_{k=1}^K (d_k - o_k) \underbrace{(d_k - o_k) f'(u_k)}_{\delta_{ok} \text{ из j-не (32)}} \frac{\partial u_k}{\partial y_j} \quad (43)$$

Коришћењем $u_k = w_{k1}y_1 + w_{k2}y_2 + \dots + w_{kj}y_j + \dots + w_{kJ}y_J$ парцијални члан у једначини (43) је једнак w_{kj} , и

$$\frac{\partial E}{\partial y_j} = - \sum_{k=1}^K (d_k - o_k) \delta_{ok} w_{kj}. \quad (44)$$

Комбиновањем једначина (39), (40) и (44),

$$\delta_{yj} = f'_j(u_j) \sum_{k=1}^K \delta_{ok} w_{kj} \quad (45)$$

Коначно, подешавање тежинских коефицијената скривеног слоја је дато са:

$$\Delta v_{ji} = \eta f'_j(u_j) x_i \sum_{k=1}^K \delta_{ok} w_{kj}, \quad j = 1, \dots, J-1, i = 1, \dots, I. \quad (46)$$

Једначина (46) је најважнија једначина генерализованог делта правила. Она објашњава како се подешавају тежински коефицијенти неурона у скривеном слоју. У сваком итеративном кораку, нови тежински коефицијент v_{ji} ће бити одређен применом једначине:

$$v_{ji} = v_{ji} + \Delta v_{ji} = v_{ji} + \eta f'_j(u_j) x_i \sum_{k=1}^K \delta_{ok} w_{kj}, \quad j = 1, \dots, J-1, i = 1, \dots, I. \quad (47)$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{V} + \eta \boldsymbol{\delta}_y \mathbf{x}^T, \quad (48)$$

где је $\mathbf{V}$ матрица димензија $(J-1 \times I)$, а $\mathbf{x}$ и $\boldsymbol{\delta}_y$ вектори димензија $(I \times 1)$ и $(J-1 \times 1)$ респективно.

Преглед алгоритма простирања грешке уназад:

Посматрајући скуп од P мерених парова података коришћених за обучавање

$$X = \{\mathbf{x}_p, \mathbf{d}_p\}, p = 1, \dots, P \quad (49)$$

који се састоје из улазног вектора

$$\mathbf{x} = [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_n \quad +1]^T \quad (50)$$

и жељених излаза

$$\mathbf{d} = [d_1 \quad d_2 \quad \dots \quad d_p]^T \quad (51)$$

Прва фаза - простирање улазног сигнала (Feedforward)

Корак 1: Изабрати коефицијент обучавања η и одредити максималну дозвољену грешку E_{des} .

Корак 2: Одредити иницијалне вредности матрице $\mathbf{V}_p(J - 1 \times I)$ и $\mathbf{W}_p(K \times J)$

Корак 3: Извршити обучавање (тежински коефицијенти се подешавају након увођења сваког новог пара за обучавање), $p = 1, \dots, P$. Увођење нових парова за обучавање $(\mathbf{x}_p, d_p)$ до неурона у скривеном слоју је или насумично или по редоследу.

Корак 4: Сходно томе рачунати излазе неурона у скривеном и излазном слоју:

$$y_{jp} = f_h(u_{jp}), \quad o_{kp} = f_o(u_{kp}) \quad (52)$$

Корак 5: Пронаћи вредност функције грешке E_p (суме квадратних грешака) за задате парове и одређене матрице $\mathbf{V}_p$ и $\mathbf{W}_p$ (у првом кораку $E = [-]$)

$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K (d_{kp} - o_{kp})^2 + E_p \quad (53)$$

Вредност функције грешке се акумулира за све вредности података.

Друга фаза: Простирање грешке уназад (Backpropagation)

Корак 6: Израчунати сигнал грешке неурона излазног слоја δ_{okp}

$$\delta_{okp} = \underbrace{(d_{kp} - o_{kp})}_{e_{kp}} f'_{ok}(u_{kp}), \quad k = 1, \dots, K. \quad (54)$$

Корак 7: Израчунати сигнал грешке неурона скривеног слоја δ_{yjp}

$$\delta_{yjp} = f'_{hj}(u_{jp}) \sum_{k=1}^K \delta_{okp} w_{kjp}, \quad j = 1, \dots, J - 1. \quad (55)$$

Корак 8: Израчунати измењене тежинске коефицијенте излазног слоја $w_{kj,p+1}$

$$w_{kj,p+1} = w_{kjp} + \eta \delta_{okp} y_{jp}. \quad (56)$$

Корак 9: Израчунати измењене тежинске коефицијенте неурона скривеног слоја $v_{ji,p+1}$

$$v_{ji,p+1} = v_{jip} + \eta \delta_{yjp} x_{ip}. \quad (57)$$

Корак 10: Ако је $p < P$ вратити се на корак 3. У супротном прећи на корак 11.

Корак 11: Обучавање на свим подацима је завршено $p = P$. Ако је $E_p < E_{des}$ завршити обучавање. У супротном отићи на корак 3 и покренути нови процес обучавања $p = 1$.

Претходна анализа је, без губитака у општости, дата за неуронску мрежу са једним скривеним слојем. Она се лако може проширити и на мреже са више слојева, али таква теоријска разматрања превазилазе оквире ових излагања.

Вишеслојне неуронске мреже су од великог значаја због чврстих теоретских основа. Оне су универзални апроксиматори функција са више променљивих у смислу да могу да апроксимирају било коју континуалну функцију са задатом тачношћу, уколико имају довољан број неурона у мрежи. Не умањујући озбиљну теоретску основу, као и успешност алгорита са повратним простирањем грешке, и даље постоје многи практични недостаци овог алгорита. Најкритичније је то што сам процес обучавања може да буде дуготрајан, и да притом не гарантује да ће бити пронађен апсолутни минимум функције грешке (најефикаснија мрежа). Алгоритам се може заглавити у локалном минимуму, што би довело до решења које је оптимално у одређеном делу функције, не на целом скупу, па је неопходно понављати процес обучавања након промене структуре или неких параметара. Као што је случај са многим научним и инжењерским дисциплинама, тако је и у области вештачких неуронских мрежа теорија развијана тек након одређеног броја успешних практичних примена. Многа питања везана за примену су и даље отворена, и за широки спектар инжењерских проблема сам развој модела неуронске мреже и одређивање оптималних параметара је у категорији емпиријског испитивања. Практични аспекти које је потребно размотрити приликом обучавања неуронских мрежа је број скривених слојева, број неурона у скривеном слоју, тип активационе функције, избор

почетних вредности тежинских коефицијената, одређивање коефицијента обучавања, избор заустављања обучавања при достизању одређене грешке и додавање моментног (инерционог) члана. Момент је параметар обучавања који се користи како би се убрзао и стабилизовао процес обучавања. Велика вредност момента смањује ризик од заглављивања у локалном минимуму, а мање вредности омогућавају да се решење прескочи. Вредности почетних тежинских коефицијената су један од најважнијих аспеката који утичу на процедуру обучавања. Те вредности се обично иницијализују случајно, при чему се конвергенција процедуре обучавања неће достићи уколико је почетна тачка исувише далеко од минимума, а постоји и опасност заглављивања у локалном минимуму. Претраживање методом негативног градијента није у стању да након заглављивања у локални минимум настави ка глобалном минимуму током обучавања. Уобичајено је да се обучавање мреже изврши више пута, са новим избором случајних почетних вредности тежинских коефицијената.

3.6 Неуронска мрежа радијалних базисних функција

Неуронска мрежа радијалних базисних функција (Radial Basis Function Network, скраћено RBFN), као врста вишеслојне мреже без повратних спрега, се састоји од једног улазног, једног скривеног и једног излазног слоја. Улазни чворови мреже су директно повезани са скривеним слојем, у коме се као активациона функција користи нелинеарна, радијално симетрична функција (Гаусова функција). Код RBFN мреже елементи улазног вектора се не множе тежинским коефицијентима, већ се одређује вектор растојања између вектора тежина и улазног вектора. Генерално, за једну RBF мрежу са n -димензионалним улазом $x \in \mathcal{R}^n$, излаз j -тог скривеног неурона дат је са:

$$y_j(x) = f_j(\|x - c_j\|), \quad j = 1, 2, \dots, J \quad (58)$$

где је c_j центар (вектор) j -тог неурона, J је број неурона у скривеном слоју и $f(\cdot)$ је радијална функција.

Вредност RBF преносне функције расте са смањивањем растојања између

улазног вектора и вектора тежина. Неурони у улазном и излазном слоју имају линеарну активациону функцију. Излаз из неурона у скривеном слоју зависи од разлике између улазног вектора и вектора тежинских коефицијената, односно центара неурона. Ако је ова разлика велика, излаз из неурона ће бити близак нули и имаће занемарљив ефекат на линеарне неуроне у излазном слоју. Ако је улазни вектор близак вектору тежина, излаз неурона у скривеном слоју је близак јединици и има значајан утицај на неуроне у излазном слоју.

На крају, k -ти излаз мреже се добија тежинским сумирањем излаза свих скривених неурона који су повезани са датим излазним неуроном:

$$o_k(x) = \sum_{j=1}^J w_{kj}y_j(x) + w_{k0} \quad (59)$$

где је w_{kj} тежински коефицијент између j -тог скривеног неурона и k -тог излазног, w_{k0} је праг осетљивости, а J је број неурона у скривеном слоју. Обучавање мреже подразумева подешавање параметара Гаусове функције (центар и ширина) и тежинских коефицијената између скривеног и излазног слоја. На пример, центри се могу бирати неким алгоритмом кластеризације, док се тежински коефицијенти излазног слоја могу подешавати градијентном методом, методом најмањих квадрата, или неком другом. Оптимизација центара је нелинеаран процес и он представља најкритичнији део процеса обучавања.

3.7 Метода потпорних вектора

Метода потпорних вектора (Support Vector Machines - SVM) је техника којом се постиже универзално апроксимирање било које вишепараметарске функције са жељеном тачношћу [42], слично као са вештачком неуронском мрежом. Интересантно је поређење развоја ове две најчешће примењиване методе. Метода потпорних вектора је првенствено развијена из теорије, а до практичне примене је дошло касније, док су неуронске мреже прешле другачији пут: од експерименталне примене ка развоју теорије. Основе SVM методе поставили су Валник и коаутори [43] још 1964/65 године, али до скоро је владало мишљење да овај алгоритам није погодан за практичну примену. Данас, SVM показује боље

(или макар упоредиве) резултате као и NN и друге статистичке методе, што је доказано бројним примерима у новијој литератури у областима препознавања узорака, категоризације текста, итд. Класичан приступ NN наилази на потешкоће приликом генерализације, јер може да доведе до "превише прилагођеног модела" [44]. Такав модел добро ради са подацима на којима је обучаван, али лоше резултате показује са непознатим (тест) подацима. То је последица алгорита оптимизације који се користи приликом избора параметара, као и статистичких мера за избор оптималног модела. SVM се називају и "беспараметарским" моделима. То не значи да немају параметре, већ да ти параметри нису унапред дефинисани и у великој мери зависе од коришћеног скупа података за обучавање. То је основна парадигма принципа минимизације структуралног ризика (Structural Risk Minimization-SRM) коју су увели Вепник и коаутори. Она се показала супериорнијом у односу на традиционалну методу минимизације емпиријског ризика (Empirical Risk Minimization-ERM) која се примењује код неуронских мрежа. Постоје два основна приступа при креирању модела који има добру способност генерализације:

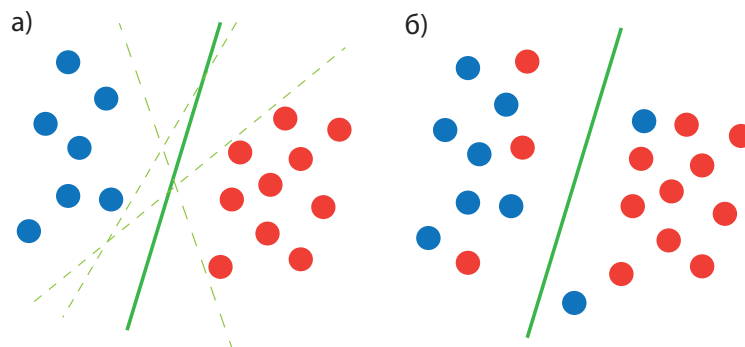
1. Изабрати одговарајућу структуру модела (ред полинома, број неурона у скривеном слоју, број правила у фази логичком моделу) и задржавајући константну грешку процене (варијансу модела), минимизирати грешку обучавања (емпиријски ризик)
2. Задржавати константну вредност грешке обучавања (емпиријски ризик) на нули (или на некој задатој вредности, тачности) и минимизирати интервал поузданости

Неуронске мреже имплементирају први приступ, док SVM примењује другу стратегију. Принцип SRM минимизира горњу границу очекиваног ризика, на супрот ERM принципа, који минимизира грешку обучавања. Још једна кључна карактеристика SVM је та што је решење проблема јединствено и глобално оптимално, за разлику од неуронских мрежа, код којих због нелинеарне оптимизације постоји опасност од заглављивања у локалном минимуму. Код SVM решење проблема зависи само од подскупа података за обучавање, који се зову

"потпорни вектори" ("support vectors"). Коришћењем само потпорних вектора добија се исто решење као и када би се користио цео скуп података за обучавање. SVM је првенствено развијен за решавање проблема класификације, али је примена у скорије време проширена и на област регресије [45].

3.7.1 Метода потпорних вектора за класификацију

Проблем класификације се може појаснити на једноставном примеру поделе на класе [44]. Циљ је раздвојити две класе функцијом која произилази из доступних примера. Притом треба креирати класификатор који ће успешно радити и на новим, непознатим подацима, тј. има добру способност генерализације. Анализирањем примера приказаног на слици 9 а) види се да постоји велики број линеарних класификатора који раздвајају две класе података, али само је једна са максималном маргином - највећим растојањем између најближих тачака различитих класа. Такав линеарни класификатор се назива оптимална хипер-раван раздвајања. Интуитивни је осећај да је овакав начин раздвајања бољи од осталих. Једначина те хипер-равни представља модел по ком се врши класификација.



Слика 9: а) Оптимална хипер-раван раздвајања

б) Линеарно нераздвојиви подаци

Претпоставља се да је дат скуп података за обучавање $\{(x_1, z_1), \dots, (x_l, z_l)\} \subset \mathcal{X} \times \mathbb{R}$, где је $\mathcal{X}$ скуп улазних података, $\mathbb{R}^d$. Једначина хипер-равни је дата са:

$$\langle \omega, x \rangle + b = 0 \text{ где } \omega \in \mathcal{X}, b \in \mathbb{R} \quad (60)$$

и она је потпуно одређена параметрима ω и b . Сматра се да су подаци оптимално раздвојени том хипер-равни уколико не постоји грешка раздвајања (подаци који припадају различитим класама су на различитим странама хипер-равни) и растојање између вектора који су најближи хипер-равни је максимално. Хипер-раван која оптимално раздваја податке је она која испуњава услов максималне маргине, тј. минимализације

$$\frac{1}{2} \| \omega \|^2 \quad (61)$$

Овај проблем је квадратни оптимизациони проблем уз линеарне услове и за његово решавање се примењују Лагранжеви множиоци.

Уколико податке за обучавање није могуће линеарно раздвојити (слика 9 б)), један од начина је да се уведу променљиве којима би се толерисале "мале" грешке приликом обучавања и класификације нових података ("soft margin"). Други начин је да се прибегне пресликавању основног векторског простора у вишедимензиони простор у коме је скуп података за обучавање линеарно раздвојив.

С обзиром да се метода потпорних вектора у овом раду користи за регресију, детаљније објашњење примењених метода је приказано у наредном одељку.

3.7.2 Метода потпорних вектора за регресију

Посматра се скуп података за обучавање $\{(x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l)\} \subset \mathcal{X} \times \mathbb{R}$, где је $\mathcal{X}$ простор улазних вектора димензије $\mathbb{R}^d$, а y_i представља жељени излаз. Циљ регресије за линеарни случај је одређивање функције $f(x)$, која ће најбоље апроксимирати стварну вредност излаза y , имати највише ϵ одступање од стварних вредности y_i за све податке за обучавање, и у исто време је што је више могуће глатка. Регресија помоћу методе потпорних вектора (Support Vector Regression-SVR) се своди на апроксимацију ове функције постављањем оптимизационог проблема који има за циљ да пронађе најужу околину око површине,

уз услов минимизирања грешке предвиђања, тј. растојања између предвиђене и стварне вредности. Тражена функција се може написати у облику:

$$f(x) = \langle \omega, x \rangle + b \text{ with } \omega \in \mathcal{X}, b \in \mathbb{R} \quad (62)$$

где $\langle \cdot, \cdot \rangle$ представља унутрашњи (скаларни) производ у $\mathcal{X}$. Услов да је функција глатка подразумева тражење што мањег ω , минимизирањем Еуклидске норме $\| \omega \|^2$. Ови захтеви се свODE на проблем условне оптимизације (тражи се да функција има минимум уз одређене услове) (конвексни оптимизациони проблем са ограничењем, convex optimization problem):

$$\begin{aligned} \text{минимизирати} \quad & \frac{1}{2} \| \omega \|^2 \\ \text{уз услов} \quad & y_i - \langle \omega, x_i \rangle - b \leq \epsilon \\ & \langle \omega, x_i \rangle + b - y_i \leq \epsilon \end{aligned} \quad (63)$$

Претпоставка је да постоји таква функција која апроксимира све парове (x_i, y_i) са ϵ прецизношћу, тј. проблем везаног екстрема је решив. С обзиром да то није увек могуће, или се дозвољава одређена грешка у апроксимирању, уводе се помоћне променљиве ξ_i, ξ_i^* (slack variables), којима се у одређеној мери дозвољавају "мале грешке", како би оптимизациони проблем био успешно решен. Нова формулација проблема [46] је:

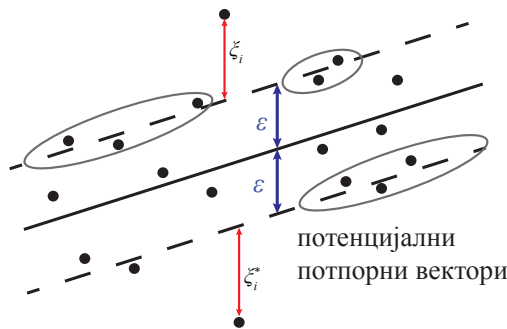
$$\begin{aligned} \text{минимизирати} \quad & \frac{1}{2} \| \omega \|^2 + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) \\ \text{уз услов} \quad & y_i - \langle \omega, x_i \rangle - b \leq \epsilon + \xi_i \\ & \langle \omega, x_i \rangle + b - y_i \leq \epsilon + \xi_i^* \\ & \xi_i, \xi_i^* \geq 0 \end{aligned} \quad (64)$$

Регуларизациони параметар, константа $C > 0$ представља "балансирање" између глаткоће (равноће) функције апроксимације f и броја података за које може да се толерише одступање веће од ϵ . Минимизирање првог члана је у ствари минимизирање интервала поузданости (confidence interval), док други члан одговара минимизирању емпиријског ризика. Критеријум за оцену грешке апроксимације се дефинише критеријумском функцијом (функцијом губитка,

loss function) која мери величину одступања стварних од процењених вредности. SVR усваја ϵ -неосетљиву функцију губитка, описану са:

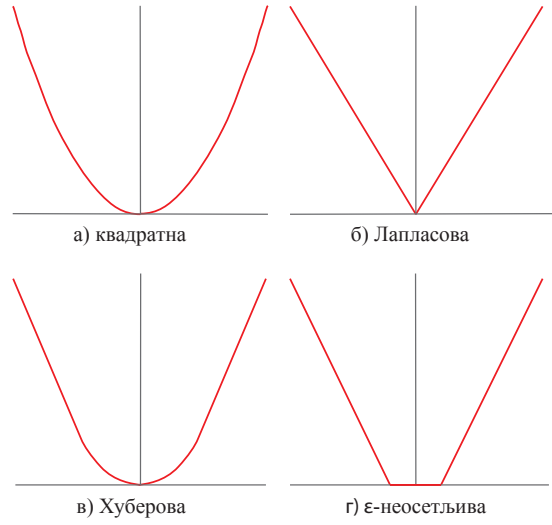
$$\xi|_{\epsilon} := \begin{cases} 0 & \text{if } |\xi| \leq \epsilon \\ |\xi| - \epsilon & \text{у осталим случајевима} \end{cases} \quad (65)$$

која санкционише предвиђања која су више од ϵ удаљена од стварне вредности. Уколико се подаци за обучавање налазе унутар ϵ -неосетљиве хипер-окоLINE, вредности допунских променљивих ξ_i, ξ_i^* су једнаке нули. Вредност ϵ одређује величину растојања око функције: мања вредност подразумева мање толерисање грешке, а такође утиче и на број потпорних вектора, а самим тим и на разбацаност (sparsity). Проблем је графички представљен на слици 10. Уколико се смањује ϵ област се сужава. Самим тим више тачака се налази око границе, што значи већи број потпорних вектора. Слично, повећавањем ϵ вредности, мањи број тачака ће се налазити око граница. Друге функције губитка које се могу применити: линеарна, квадратна и Хубер функција, приказане су на слици 11.



Слика 10: Линеарна регресија методом потпорних вектора

Оптимизациони проблем описан једначином 64 се може лакше решити у дуалном облику, који је кључан за проширивање примене SVM на нелинеарне функције. Стандардни метод дуализације примењује Лагранжеве множитеље, при чему је основна идеја креирање Лагранжеве функције за оптимизациони проблем (заједно са условима) увођењем дуалних променљивих. Оптимално решење се добија кроз одређивање тачке превоја (saddle point) Лагранжеве



Слика 11: Различите функције губитка

функције. Лагранжијан (Лагранжова примарна функција) је једнак:

$$\begin{aligned}
 L = \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) - \sum_{i=1}^l \alpha_i (\epsilon + \xi_i - y_i + \langle \omega, x_i \rangle + b) - \\
 - \sum_{i=1}^l \alpha_i^* (\epsilon + \xi_i^* + y_i - \langle \omega, x_i \rangle - b) - \sum_{i=1}^l (\eta_i \xi_i + \eta_i^* \xi_i^*)
 \end{aligned} \tag{66}$$

где су $\omega, b, \xi_i, \xi_i^*$ примарне променљиве, а $\alpha_i, \alpha_i^*, \beta_i, \beta_i^*$ дуалне променљиве.

Дуалне променљиве у једначини (66) морају да задовоље услове $\alpha_i, \alpha_i^*, \eta_i, \eta_i^* \geq 0$. То произилази из услова да су парцијални изводи Лагранжеве примарне функције L по примарним променљивима $(\omega, b, \xi_i, \xi_i^*)$ једнаки нули (нестају).

$$\partial_b L = \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) = 0 \tag{67}$$

$$\partial_\omega L = \omega - \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) x_i = 0 \tag{68}$$

$$\partial_{\xi_i^*} L = C - \alpha_i^* - \eta_i^* = 0 \tag{69}$$

Заменом једначина (67), (68) и (69) у једначину (66) добија се дуални оптимизациони проблем.

$$\begin{aligned}
& \text{максимизирати} && -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) \langle x_i, x_j \rangle \\
& && -\epsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) \\
& \text{уз услов} && \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\
& && \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C]
\end{aligned}$$

Само одређени број коефицијената α_i и α_i^* ће бити различити од нуле, и тачке придружене њима се називају потпорни вектори (support vectors). Једначина (68) се може другачије написати као:

$$\omega = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) x_i \text{ па је } f(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) \langle x_i, x \rangle + b \quad (70)$$

Овај израз се назива и развој потпорних вектора, где је ω потпуно описана као линеарна комбинација подскупа података за обучавање x_i . На неки начин, сложеност функције добијене методом потпорних вектора је независна од димензије улазног простора $\mathcal{X}$ и зависи само од броја потпорних вектора. Сем тога, целокупан алгоритам је описан помоћу скаларног производа вектора. Чак и када се одређује функција $f(x)$ нема потребе да се експлицитно рачуна ω . Како би се алгоритам потпорних вектора применио на нелинеарни случај, идеја је да се скуп података за обучавање x_i преслика помоћу $\phi : \mathcal{X} \rightarrow \mathfrak{F}$ у неки вишедимензиони простор у коме је тај проблем линеаран (простор карактеристика, feature space). Међутим, овакав приступ (који подразумева најпре пресликавање у простор карактеристика, а затим срачунавање скаларних производа) постаје неприменљив (рачунски неисплатив) за случај велике димензионалности простора. С обзиром да алгоритам потпорних вектора зависи само од скаларног производа вектора $\langle x_i, x \rangle$, намеће се коришћење $K(x, x') := \langle \phi(x), \phi(x') \rangle$ уместо $\phi(\cdot)$ експлицитно. Функција $K(x, x')$, која одговара скаларном производу вектора скупа података за обучавање у неком вишедимензионом простору (feature

спрсе) се назива Кернел функција. Функцијом Кернела се избегава директно пресликавање, при чему за одређивање скаларног производа није неопходно познавање облика пресликавања. Увођење Кернел методе (методе језгра) у област статистичког учења је омогућило да се примене моћни линеарни алати за решавање нелинеарних проблема без опасности од преобучавања и заглављивања у локалном минимуму. Тако се алгоритам потпорних вектора може написати као:

$$\begin{aligned}
& \text{максимизирати} && -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*)K(x_i, x_j) - \\
& && -\epsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i(\alpha_i - \alpha_i^*) \\
& \text{уз услов} && \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0 \\
& && \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C]
\end{aligned} \tag{71}$$

Разлика у односу на линеарни случај је та да ω није експлицитно изражена. Сем тога, у нелинеарном случају оптимизациони проблем се своди на тражење оптималне функције у вишедимензионом простору, не у улазном простору. Коришћењем Кернел методе, сви неопходни прорачуни се врше у улазном простору, без потребе да се рачуна пресликавање. Најчешће примењиван Кернел је радијално базисни (Radial Basis Function - RBF):

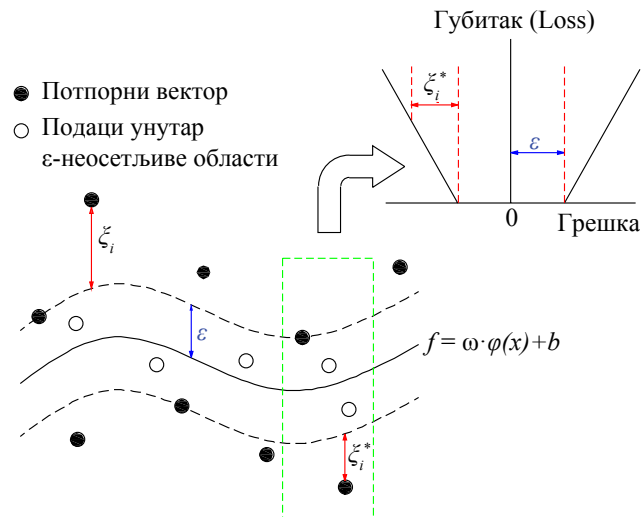
$$K(x_i, x_j) = \exp(-\gamma \|x_i - x_j\|^2) \tag{72}$$

Поред RBF Кернела, примењују се и:

- линеарни $K(x_i, x_j) = (x_i^T x_j)$
- полиномалини $K(x_i, x_j) = (x_i^T x_j)^d$
- сигмоид $K(x_i, x_j) = \tanh(\gamma x_i^T x_j + r)$

Нелинеарна регресија методом потпорних вектора је графички приказана на слици 12, при чему се област на растојању ϵ од регресионе линије назива ϵ -неосетљива зона. Вредности са највећим позитивним и негативним одступањем

су приказани са ξ_i и ξ_i^* ("slack variables"). Оптимизациони критеријум санкционише тачке чије су вредности y на удаљености већој од ϵ у односу на функцију $f(x)$. Ако се предвиђена вредност налази унутар ϵ -неосетљиве околине, губитак је нула, док ако је предвиђена вредност ван те зоне, губитак је једнак разлици између предвиђене вредности и пречника околине ϵ .



Слика 12: Нелинеарна регресија применом методе потпорних вектора (SVM)

3.7.3 Параметри регресије методом потпорних вектора

Параметри који одређују нелинеарну регресију методом потпорних вектора су регуларизациони параметар C , радијус неосетљиве околине ϵ и параметри Кернела (за RBF Кернел параметар γ) [25]. Ови параметри су међусобно зависни, тако да се променом једног параметра мењају други. Параметар C контролише колико је глатка функција апроксимације. Што је већа вредност C , грешка је више санкционисана, што значи да је циљ само да се минимизира емпиријски ризик, чиме је машинско учење комплексније и може имати за последицу да је модел превише добро прилагођен подацима за обучавање (а да лоше резултате показује са новим подацима, тј. преобучен је). Мање вредности C могу довести до превелике толеранције грешака, доводећи до тога да је модел

лош апроксиматор (underfitting). Ако су подаци са доста шума препоручљивије су мање вредности C , чиме је грешка мање санкционисана. Параметар ϵ такође утиче на равноћу, односно на сложеност функције. Још важније, ϵ утиче на број потпорних вектора, управљајући тако тачношћу функције апроксимације. Мале вредности ϵ могу довести до великог броја потпорних вектора, што резултира превише комплексним моделом. Веће вредности ϵ могу имати за последицу да ϵ -неосетљива област обухвата превише података који остају невидљиви за машину која учи, па неке важне информације скривене у тим подацима могу остати изгубљене. Тако може доћи до превеликог "заравњања" регресионе функције. Налажење оптималних вредности параметара C и ϵ , које могу драстично да варирају у зависности од случаја, је најчешће дуготрајан истраживачки процес коришћењем методе "покушаја и грешке". Често се примењује "мрежна претрага" (grid search) како би се што ефикасније и систематичније одредили параметри и превазишли недостаци методе "покушаја и грешке". Овакав метод може бити временски веома захтеван, па су неки аутори [47] предложили примену двостепеног мрежног претраживања. Прво се претражују шире области комбинација параметара, користећи већи корак, а затим се финија претрага врши у области која је показала најмању грешку приликом обучавања. Неки аутори предлажу хеуристички приступ и предлажу следеће обрасце за одређивање параметара SVM модела [48]:

$$C = y_{max} - y_{min} \quad (73)$$

при чему су y_{max} и y_{min} максималне и минималне вредности излаза.

У случају података са доста шума и нетипичним подацима (који много одступају, outliers):

$$C = \max(|\bar{y} + 3\sigma_y|, |\bar{y} - 3\sigma_y|) \quad (74)$$

при чему је $\bar{y}$ средња вредност, а σ_y стандардно одступање излаза за обучавање (y). Теоријска истраживања показују да вредност ϵ треба да буде у опсегу $(0,6 - 0,8)\gamma$ за случај са великим скупом података за обучавање, док се у практичним применама може користити [48]:

$$\epsilon = 3\sigma\sqrt{\frac{\ln n}{n}}b \quad (75)$$

где је σ стандардна девијација шума у излазним подацима за обучавање (y)

4 Предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде

Испитана је могућност примене статистичких метода за предвиђање потрошње енергије на једној модел згради. За примену било ког модела који припада групи метода "црне кутије" неопходно је формирати одговарајућу базу података. Прва база података је формирана на основу резултата енергетских симулација спроведених у програмском пакету Hourly Analysis Program (HAP). HAP [49] је софтверски алат који помаже инжењерима у пројектовању КГХ система у зградама. Он се може користити за прорачун топлотног оптерећења и губитака топлоте, димензионисање елемената система, као и за симулацију потрошње енергије зграде. Приликом прорачуна примењује се метода преносних (трансфер) функција, за одређивање топлотног оптерећења и часовне потрошње енергије (8760 часова у години). Напомиње се да преносне функције за прорачун топлотног оптерећења треба разликовати од преносних функција које се јављају у другом контексту у области аутоматског управљања. Програм пружа неопходне информације за избор и димензионисање опреме. Као главни недостатак наводи се то што је код програма затворен, што донекле ограничава научно истраживање, као и немогућност анализе пролаза влаге кроз конструкцију [7].

Процес прорачуна топлотног оптерећења пословних зграда је сложен и изазован задатак јер узима у обзир:

1. Три механизма преношења топлоте који су међусобно повезани: конвекцију, кондукцију и зрачење
2. Велики број топлотних извора чије је одавање топлоте променљиво током времена и то најчешће према различитим законитостима
3. Акумулисање и накнадно одавање топлоте код масивних елемената зграде, као што су зидови, кров, под, због чега је процес преношења топлоте нестационаран.

Најтачнија, али и најсложенија метода прорачуна је одређивање топлотног биланса. Ова метода процењује процесе конвекције, кондукције, зрачења и

акумулације топлоте који се одвијају у просторији користећи фундаменталне законе термодинамике и преношења топлоте. Једначине се пишу за сваки "чвор" у просторији, где "чвор" представља површински или запремински елемент просторије.

Разматрају се процеси конвекције, кондукције и зрачења, како би се дефинисао топлотни проток на улазу и излазу из сваког чвора. То се обично своди на решавање диференцијалних једначина преношења топлоте или њихових линеаризованих облика. Када се једном формулишу једначине, неопходно је да се оне решавају истовремено како би се одредио топлотни флуks кроз просторију. При том, треба истаћи да сви ови процеси нису изоловани. Свака површина у просторији добија топлоту и од других извора, као што су људи, машине, сунчево зрачење, итд. Како би се одредило укупно топлотно оптерећење (количина топлоте која се конвекцијом преноси на ваздух у просторији) неопходно је да се сви процеси истовремено обрађују. Резултати овакве анализе могу постићи веома високу тачност, колико то дозвољава познавање физичких и геометријских карактеристика просторије. Иако рачунски веома сложен и захтеван, такав свеобухватни приступ моделирању стварног преноса топлоте је пожељан. Метода преносних функција, која је примењена у програмском алату НАР, користи кључне поставке методе топлотног биланса, али скраћује време прорачуна. Овакав приступ омогућава софистицирано, прецизно одређивање топлотног оптерећења зграде.

4.1 Метода преносних функција

За прорачун преноса топлоте приликом симулације потрошње зграде примењују се метода преносних функција (Transfer Function Method) [50] и принцип фактора одзива (Response Factor Principle) [51]. Фактори одзива повезују излаз из линеарног система са временском серијом тренутних и претходних вредности улазних величина. Преносне функције додатно повезују тренутни излаз са претходним вредностима излазима, чиме се смањује време прорачуна. Притом важи да је за одређену просторију понашање топлотног одзива (тј. начин на који се добитак топлоте претвара у топлотно оптерећење током времена) за

одређени тип добитка топлоте увек исти. Интензитет топлотног оптерећења ће се разликовати али сам начин претварања добитка топлоте у топлотно оптерећење ће бити исти. Принцип фактора одзива се заснива на три додатна принципа:

1. Принцип суперпозиције: укупно топлотно оптерећење је једнако суми топлотних оптерећења од сваког извора топлоте понаособ
2. Принцип линеарности: интензитет топлотног одзива је линеарно сразмеран интензитету извора топлоте.
3. Принцип стационарности: два извора топлоте једнаког интензитета која се јављају у различитом тренутку времена имаће исти топлотни одзив у просторији.

Посматрано заједно, ови принципи омогућавају поједностављење методе топлотног биланса, тако што:

1. Принцип суперпозиције омогућава да се проблем преношења топлоте раздвоји на елементе које је лакше израчунати, пошто дозвољава да се топлотно оптерећење од сваког појединачног извора топлоте засебно посматра. На пример, топлотна оптерећења кроз спољашњи зид и од осветљења се рачунају одвојено и касније се сабирају како би се одредило укупно топлотно оптерећење просторије. Ту се разликује од методе топлотног биланса која захтева да се истовремено посматрају сви добици топлоте.
2. Принцип суперпозиције такође дозвољава да се утицај добитака топлоте сваког сата посматра одвојено. На пример, добици топлоте од осветљења ће изазвати топлотно оптерећење у одређеном сату, као и у наредним сатима. То се дешава због тога што се део топлоте коју сијалица одаје зрачењем акумулира у зидовима, поду, плафону и намештају у просторији, након чега се та топлота конвекцијом предаје ваздуху у просторији. Када је светло укључено неколико сати, топлотно оптерећење у одређеном сату је последица добитака топлоте у том сату, као и добитака топлоте у претходним сатима. Примењујући принцип суперпозиције, топлотно оптереће-

ње изазвано добитком топлоте по часовима се може рачунати посебно, а затим сабрати за сваки сат.

3. Принципи линеарности и стационарности омогућавају значајно смањење неопходног броја прорачуна. С обзиром да је топлотно оптерећење одређеног топлотног извора инваријантно, довољно је израчунати га само једном применом методе топлотног биланса. Затим, како је интензитет топлотног оптерећења линеарно сразмеран интензитету добитка топлоте, часовне вредности топлотног оптерећења се могу одредити једноставним алгебарским једначинама. Код примене методе топлотног биланса серије билансних једначина се паралелно рачунају.

Код методе трансфер функција одређује се општа математичка зависност топлотног оптерећења од добитка топлоте и времена за сваки извор топлоте у просторији. Те математичке везе, које се називају "једначинама трансфер функције за просторију" се користе да се топлотно оптерећење брзо одреди за сваки сат. Тако је топлотно оптерећење у одређеном сату одређено као функција добитка топлоте тренутног сата, као и добитка и топлотног оптерећења претходних сати.

Прорачун топлотног оптерећења у НАР-у се врши у две фазе. У првој фази се примењује метода трансфер функција, а затим се израчунато топлотно оптерећење "коригује", тј. рачуна се стварна количина топлоте коју је неопходно одвести из просторије. Метода преносних функција омогућава и прорачун начина на који одређени систем климатизације одводи топлоту из просторије. У првој фази прорачуна претпоставка је да се температура у просторији одржава константном. Међутим, у пракси та температура варира унутар опсега мерења (осетљивости) термометра, као и услед различитих унутрашњих пројектних температура за дневни и ноћни рад система. Промена температуре у просторији има велики утицај на рад система климатизације. Ова разматрања су кључна за израчунавање оптерећења приликом узгревања и потхлађивања просторије након ноћног рада система (потпуног искључивања или рада у другачијем режиму). Процедуре које се спроводе приликом анализе процеса у системима

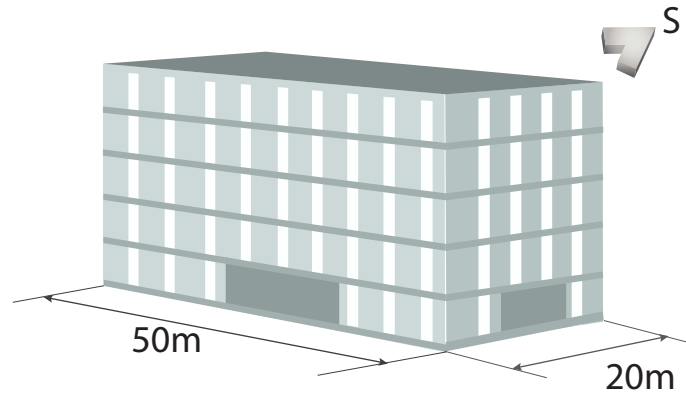
за климатизацију су:

1. Топлотно оптерећење се одређује у зависности од добитака топлоте применом трансфер функција. Претпоставка је да систем за климатизацију ради 24 часа дневно, као и да је температура у просторији константна. Ови резултати се називају "зонским топлотним оперећењем" и они се користе за одређивање потребног протока ваздуха.
2. Рад система за климатизацију се затим симулира коришћењем претходно израчунатог топлотног оптерећења зоне уз примену алгоритма за одређивање стварне количине топлоте коју је потребно одвести из просторије. Тада се одређује на који начин КГХ опрема реагује на топлотно оптерећење и да ли утиче на повећање или смањење топлотног оптерећења израчунатог у првој фази (уколико је систем предимензионисан или поддимензионисан). Ове симулације се користе за одређивање укупне количине топлоте коју је неопходно одвести системом за климатизацију и дефинишу се капацитети потребних уређаја.

4.2 Модел зграда

С обзиром на представљену сложеност и нестационарност проблема прорачуна топлотног оптерећења и енергетске симулације, анализирана је годишња потрошње енергије за хлађење модел зграде. Први корак је добро познавање објекта истраживања. За студију случаја изабрана је типична пословна зграда у Београду која се састоји из приземља и четири спрата (слика 13). Димензије основе зграде су 50 x 20 m, а оријентација је север-југ дуж веће димензије. Објекат је зониран тако што је сваки спрат подељен на 9 зона (4 у угловима зграде, 4 по различитим оријентацијама и 1 централна зона). Изабран је четвороцевни систем за климатизацију са вентилатор-конвекторима и централном припремом свежег ваздуха. С обзиром на специфичност централне зоне (ходници, доминантни унутрашњи добици топлоте, без спољашњих зидова и прозора) једна клима комора припрема свеж ваздух за унутрашње зоне, док главна комора припрема ваздух за вентилацију свих осталих зона. Као извор топлоте

користи се топловодни котао на природни гас, док се хладна вода обезбеђује из расхладног агрегата са ваздухом хлађеним кондензатором.



Слика 13: Модел зграда

Спољашњи зид и кров се састоје из следећих слојева:

- бетон дебљине 102 mm
- гипс дебљине 19 mm
- термичка изолација од стиропора

За референтни модел усвојена је дебљина изолације од 10 cm, при чему је вредност коефицијента пролаза топлоте за референтни зид и кров $0,597 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Унутрашњи добици топлоте референтне модел зграде су:

- инсталисана снага осветљења: 10 W/m^2 (у ходницима 5 W/m^2)
- инсталисана снага машина и канцеларијске опреме: 10 W/m^2 (у ходницима 5 W/m^2)
- заузетост људима: $15 \text{ m}^2/\text{човек}$ (у ходницима $30 \text{ m}^2/\text{човек}$)

За потребе вентилације усвојена је количина свежег ваздуха од $50 \text{ m}^3/\text{h}$ по човеку. Главна клима комора припрема свеж ваздух за вентилацију зими на убацну температуру од 22°C , а лети 24°C . Топлотно оптерећење и губитке топлоте надокнађују четвороцевни вентилатор конвектори у свакој зони. С

обзиром да се у централним зонама (ходницима и степеништу) које немају спољашње зидове и прозоре, услед сталних унутрашњих добитака топлоте јавља честа потреба за хлађењем током целе године, усвојено је да се ваздух за вентилацију припрема на 16°C , док се губици и топлотно оптерећење елиминишу радом вентилатор конвектора. Потрошачи електричне енергије за хлађење су: вентилатори у клима коморама, вентилатори у вентилатор конвекторима, компресор расхладног агрегата и примарна и секундарна пумпа хладне воде.

4.3 Једнопараметарска анализа потрошње енергије за хлађење модел зграде

Како би се испитао утицај појединих карактеристика зграде на годишњу потрошњу енергије за хлађење, прво је спроведена једнопараметарска анализа. На основу тога је одлучено које променљиве представљају улазне величине неопходне за креирање базе података. Свака симулација је извршена тако што је промењена вредност испитиваног параметра, задржавајући остале величине на вредностима референтног модела. Преглед свих урађених симулација за ову преданализу дата је у табели 2.

За сваку појединачну променљиву испитан је коефицијент детерминације за линеарну регресију и полином другог реда. Притом се полиномна регресија може посматрати на исти начин као и линеарна регресија посматрајући X^2 као засебну независну променљиву. Коефицијент детерминације показује колики удео варијабилитета зависно променљиве (у овом случају потрошње енергије за хлађење) је објашњен варијабилитетом улазне променљиве. Вредност R^2 ближа јединици указује да модел успешније одређује потрошњу енергије за хлађење посматрајући дату улазну променљиву.

Табела 2: Варијације параметара за симулацију потрошње енергије за хлађење модел зграде

Улазни параметри	Јединица	Референтна величина	Анализиране величине
Инсталисана снага осветљења p	W/m ²	10	5; 20; 30
Интензитет вентилације (оброк по човеку) v	l/s	14	6; 8,5; 10; 11; 12; 13; 15; 17; 19,5; 22
Дебљина изолације (зида и крова d_{iz})	cm	10	0; 5; 15
Удео прозора у спољашњем зиду UP	%	30	20; 40; 50; 60
Коефицијент пропустљивости прозора b_p	[-]	0,5	0,15; 0,3; 0,7; 0,9
Коефицијент пролаза топлоте прозора U_p	W/m ² K	1,5	1,0; 1,2; 1,7; 1,9; 2,3

4.3.1 Изолација спољашњег зида и крова

Анализиран је утицај дебљине изолације спољашњег зида и крова на топлотно оптерећење. Као изолациони материјал изабран је стиропор, а његова дебљина је варирана у опсегу [0, 15] cm, са кораком од 5 cm. Одговарајући коефицијенти пролаза топлоте су дати у табели 3. Максимални дозвољени коефицијент пролаза топлоте кроз спољашњи зид према важећем Правилнику о енергетској ефикасности је $U_{max} = 0,40$ W/m²K за постојеће зграде, док је за нове зграде $U_{max} = 0,30$ W/m²K, што би за ову конструкцију зида захтевало најмање 10 cm изолације.

Табела 3: Коефицијенти пролаза топлоте за различите дебљине изолације

Дебљина изолације [cm]	0	5	10	15
Коефицијент пролаза топлоте [W/m ² K]	2,121	0,597	0,345	0,243

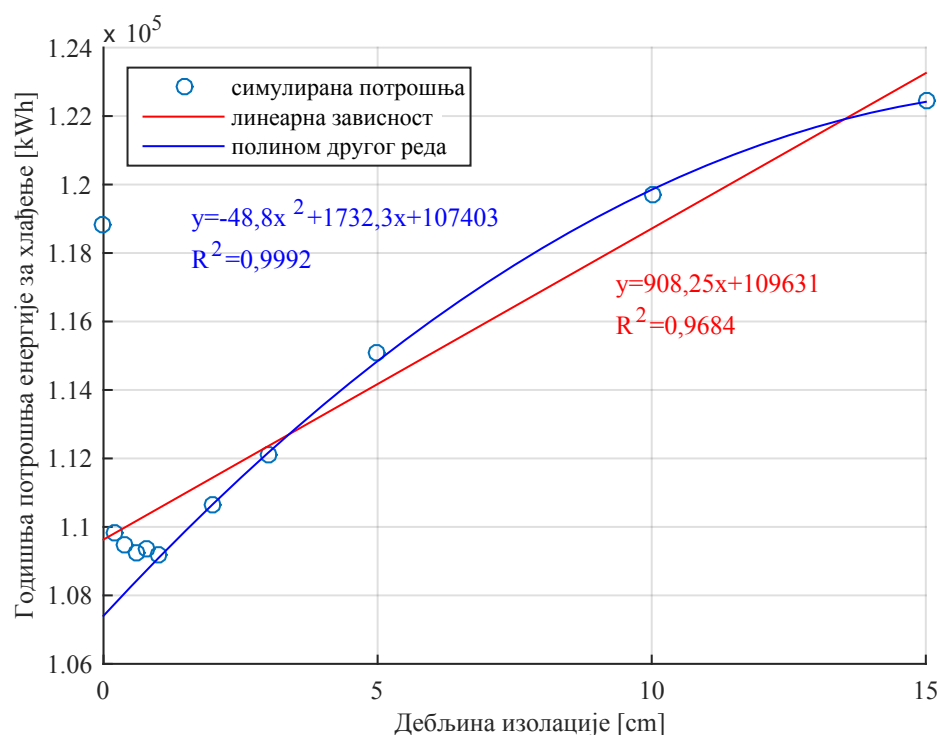
Након што је уочена појава да топлотно оптерећење са додавањем изолације

најпре опада, а затим расте, симулације су урађене и за дебљине изолације мање од 5 cm. Притом су анализиране дебљине изолације са ситнијим кораком како би се детаљније испитао примећени феномен. Симулације су спроведене са нестандартним дебљинама изолације од 0,2 до 3 cm и одговарајући коефицијенти пролаза топлоте за те зидове су приказани у табели 4. Резултати симулације показују да за ову модел зграду годишња потрошња енергије за хлађење нагло опада додавањем 0,2 cm изолације, затим је тај пад све блажи до дебљине изолације од 0,8 cm. Даљим додавањем слојева стиропора годишња потрошња енергије за хлађење се повећава.

Табела 4: Коефицијенти пролаза топлоте за различите дебљине изолације
(додатне симулације)

Дебљина изолације [cm]	0,2	0,4	0,6	0,8	1	2	3
Коефицијент пролаза топлоте [W/m^2K]	1,978	1,804	1,658	1,534	1,427	1,059	0,842

Слично понашање су приметили и аутори Masoso и Grobler у свом раду [52]. Они су испитивали утицај различите дебљине изолације на потрошњу енергије зграде коју су симулирали у програму EnergyPlus. Дошли су до закључка да додавање изолације не доводи увек до смањења потрошње енергије. Код одређених комбинација карактеристика зграде, пре свега унутрашњих добитака топлоте и жељене температуре у простору, показује се да додавање изолације повећава потрошњу система за климатизацију у летњем периоду. Аутори су у свом раду анализирали критичну тачку модел зграде, након које додавање изолације само повећава трошкове хлађења. Појава неповољног утицаја додавања изолације (повећање потрошње) је посебно изражена код пословних зграда, где су унутрашњи извори топлоте доминантни (осветљење, рачунари, итд). С обзиром на временске услове у Београду додавањем изолације потрошња енергије за грејање у много већој мери опада него што потрошња за хлађење расте. Тако због значајног удела потрошње за грејање у укупном енергетском билансу зграде, додавање изолације доводи до смањења годишње потрошње КГХ система.



Слика 14: Потрошња енергије за хлађење у зависности од дебљине изолације зида и крова

Како су дебљине изолације мање од 2 cm неуобичајене у грађевинској пракси, узете су обзир само годишње потрошње енергије за хлађење добијене симулацијама за вредности дебљине стиропора од 2, 5, 10 и 15 cm, па су и за регресиону анализу, чији су резултати приказани у табели 5, коришћене само те вредности.

4.3.2 Инсталисана снага осветљења

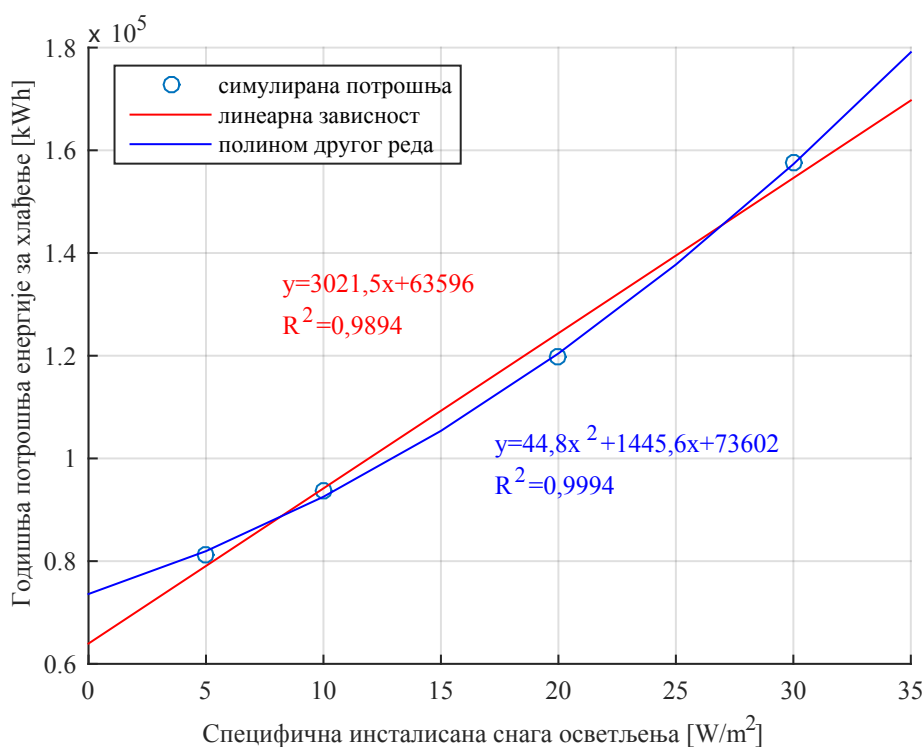
Стандард SRPS EN 12464-1:2012 утврђује захтеве за осветљењем за људе на радним местима у затвореном простору који задовољавају потребе за визуелним комфором. Захтеви за осветљењем се мере у потребном осветљају простора који се изражава у јединици lux. Ранији захтеви за нивоом осветљења у простору су се кретали око 100-300 lux у зависности од активности. Данас се те препоруке крећу углавном око 500-1000 lux, при чему су захтеви за лак канцеларијски рад 250 lux, за умерен канцеларијски рад 500 lux, супермаркете 750 lux, док се рад са

цртежима захтева 1000 lux. У зависности од квалитета примењеног осветљења различита је инсталисана снага светиљке која се изражава у $[(W/m^2)/100 \text{ lux}]$. LED осветљење има најмање вредности инсталисане снаге по јединици lux (око $1 (W/m^2)/100 \text{ lux}$), док се код халогеног осветљења те вредности крећу око 6 и више $(W/m^2)/100 \text{ lux}$. Према ASHRAE стандарду дефинише се вредност фактора LPD (Light Power Density), односно инсталисане снаге осветљења по m^2 површине простора у зависности од намене. LEED прописује препоручену инсталисану снагу осветљења уз граничну вредност дату у загради и то:

- канцеларије 8,5 (12) W/m^2
- сала за састанке 10 (14) W/m^2
- ходници 4 (5) W/m^2
- степениште 6 (9) W/m^2

Инсталисана снага осветљења директно утиче на потрошњу електричне енергије у згради, али и на потрошњу енергије КГХ система. У летњем периоду, већа инсталисана снага утиче на повећање топлотног оптерећења простора, што је посебно изражено код пословних зграда код којих је осветљење укључено већи део дана. За анализу у овој дисертацији специфична инсталисана снага осветљења је варирана у опсегу $[5, 30] W/m^2$.

Годишња потрошња енергије за хлађење модел зграде показује квадратну зависност од специфичне инсталисане снаге осветљења (слика 15).



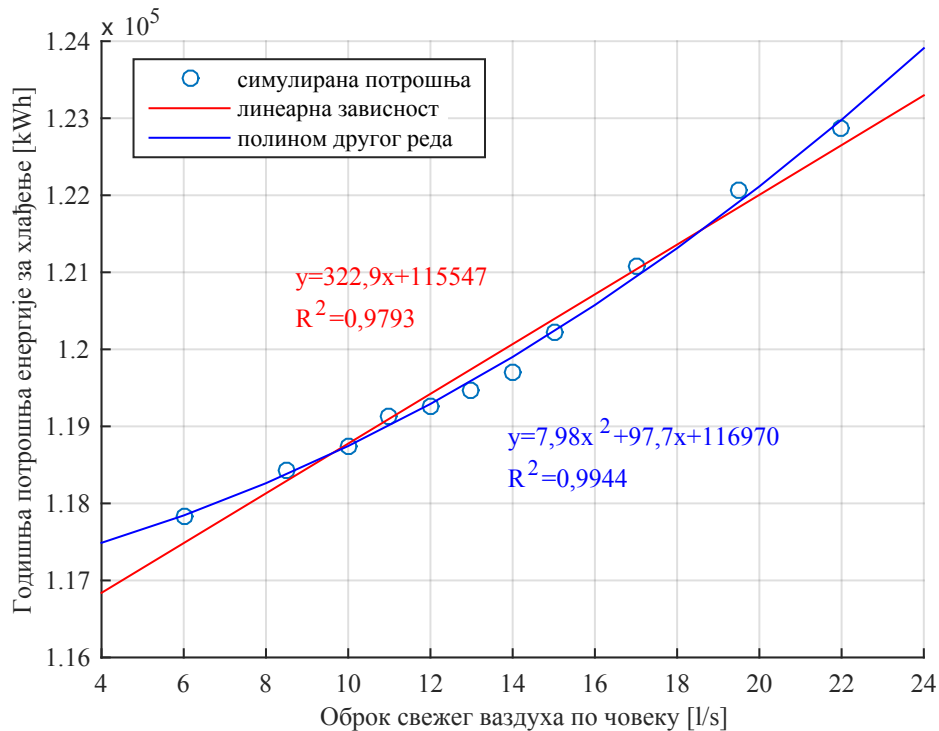
Слика 15: Потрошња енергије за хлађење у зависности од инсталисане снаге осветљења

4.3.3 Интензитет вентилације

Према Правилнику о превентивним мерама за безбедан и здрав рад на радном месту (Службени гласник РС, бр. 101/05) "на радним местима у затвореном простору мора да буде обезбеђена довољна количина свежег ваздуха, узимајући у обзир радне методе и активности, односно послове који се обављају у процесу рада и физичке напоре који се захтевају од запослених". Према препорукама ASHRAE [53] количина свежег ваздуха по човеку се креће од 5,5 l/s за ходнике, 8,5 l/s за канцеларије, 10 l/s за собе за рачунаре, а у зависности од захтеваног нивоа комфора од стране инвеститора може бити и већа.

Према Правилнику о енергетској ефикасности ("Службени гласник РС", бр. 61/2011) препоручене вредности су 14 m³/h свежег ваздуха по човеку за пословне зграде, 28 m³/h за стамбене јединице са више станова и 42 m³/h за стамбене јединице са једним станом (SRPS EN ISO 13790).

Како би се испитао утицај интензитета вентилације на потрошњу енергије за хлађење, оброк свежег ваздуха је у овој анализи вариран у опсегу од 6 до 22 l/s (20 до 80 m³/h) по човеку (слика 16). На дијаграму се види да је зависност претежно квадратна ($R^2=0,9944$).

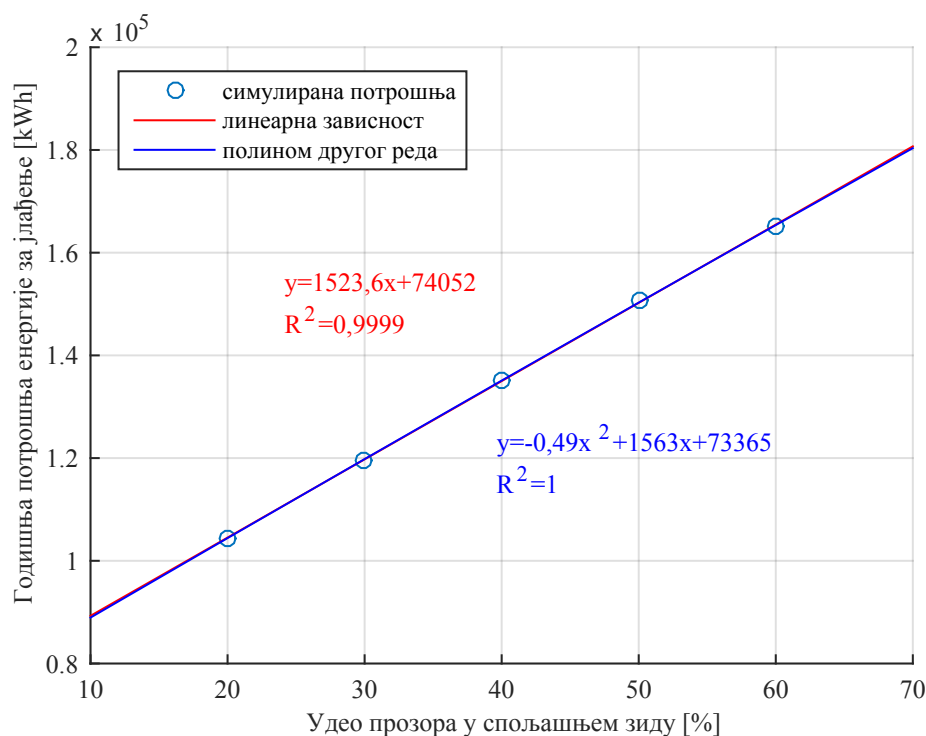


Слика 16: Потрошња енергије за хлађење у зависности од интензитета вентилације

4.3.4 Удео прозора у спољашњој фасади

Удео прозора у спољашњој фасади је дефинисан архитектонским решењем. Аспект осветљења је од посебног значаја у пројектима комерцијалних објеката, као што су пословне зграде, у којима треба одредити оптималну комбинацију дневног и вештачког осветљења како би се постигла што мања потрошња енергије зграде, а задржали услови комфора. У овим објектима периоди у току дана у којима је зграда у употреби се у великој мери поклапају са периодима када је дневна светлост доступна и довољна за осветљење простора, па је пожељна употреба дневне светлости у што већој мери. У обзир треба узети и чињеницу да

се људи много пријатније осећају у простору који је осветљен дневном светлошћу у поређењу са вештачким осветљењем. Удео транспарентних површина у омотачу, осим што утиче на количину природног осветљења има велики утицај на потрошњу енергије за климатизацију зграде. У овој дисертацији анализиран је удео прозора у омотачу зграде у опсегу од 20% до 60%. Приликом једнопараметарске анализе, вариран је само удео транспарентне површине у омотачу, при чему су вредности коефицијента пролаза топлоте прозора веће од коефицијента пролаза топлоте спољашњег зида, што свакако значи да добици топлоте трансмисијом расту са повећањем површине прозора. Пораст удела прозора у омотачу утиче на повећање потрошње енергије за хлађење зграде (слика 17). Овај утицај треба посматрати спрегнуто са карактеристикама прозора (коефицијентом пролаза топлоте и коефицијентом пропустљивости сунчевог зрачења), што је учињено у вишепараметарској анализи.

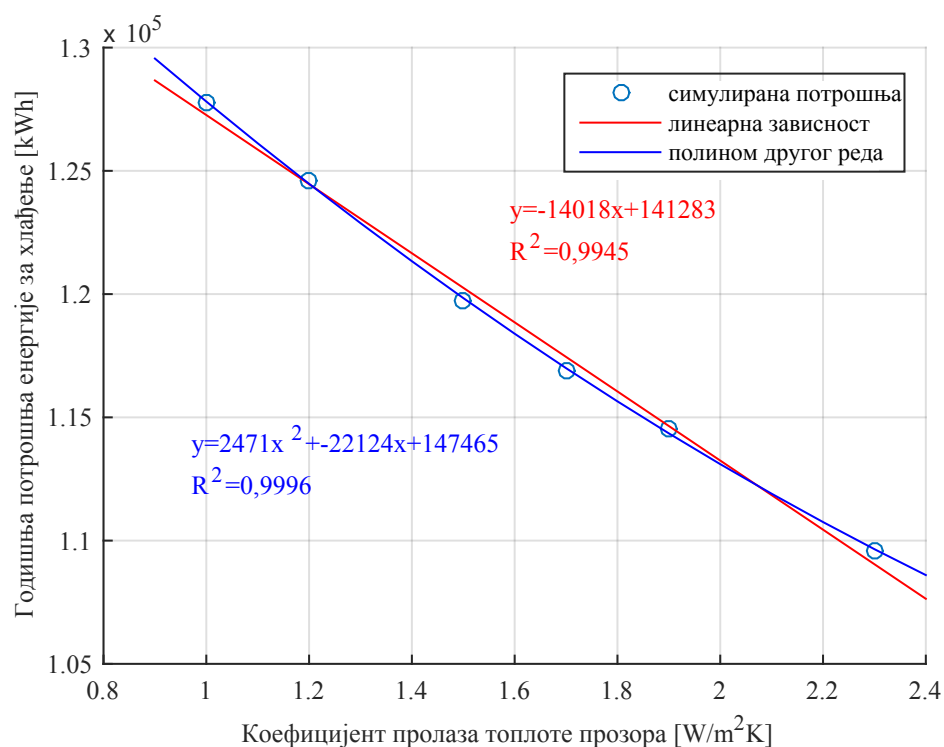


Слика 17: Потрошња енергије за хлађење у зависности од удела прозора у спољашњој фасади

4.3.5 Коефицијент пролаза топлоте прозора

На основу Правилника о енергетској ефикасности, прорачун коефицијента пролаза топлоте прозора се спроводи према стандарду SRPS EN ISO 10077-1 и 2. Коефицијент пролаза топлоте кроз прозор зависи од карактеристика стакла и рама прозора, при чему прорачун узима у обзир и топлотне мостове. Максимални дозвољени коефицијент пролаза топлоте кроз прозор, према важећем Правилнику о енергетској ефикасности, је $U_{max} = 1,50 \text{ W/m}^2\text{K}$. Коефицијент пролаза топлоте кроз двоструко застакљени прозор са испуном од инертних гасова (аргона или криптона) се креће у распону од $U_{max} = 1,10 - 1,6 \text{ W/m}^2\text{K}$, у зависности од дебљине стакла и дебљине и врсте испуне, док се за троструко застакљене прозоре та вредност креће око 1, а за пасивне куће се захтева вредност нижа од $0,8 \text{ W/m}^2\text{K}$. Према важећем Правилнику о енергетској ефикасности за прозоре без термоизолационог стакла усваја се вредност $3,5 \text{ W/m}^2\text{K}$. Приликом једнопараметарске анализе приказане у овој дисертацији вредности коефицијента пролаза топлоте су вариране у опсегу од 1 до $2,3 \text{ W/m}^2\text{K}$.

Повећање коефицијента пролаза топлоте доводи до веће потрошње енергије за грејање, док се годишња потрошња енергије КГХ система за хлађење зграде смањује. С обзиром да су за ову модел зграду доминантни унутрашњи добици топлоте, док је топлотно оптерећење трансмисијом кроз прозоре мало, мањи коефицијент пролаза топлоте кроз прозор у летњем периоду доводи до смањења одавања топлоте зграде у случајевима када је спољашња температура нижа од температуре ваздуха у просторији, па је тако потрошња енергије већа.



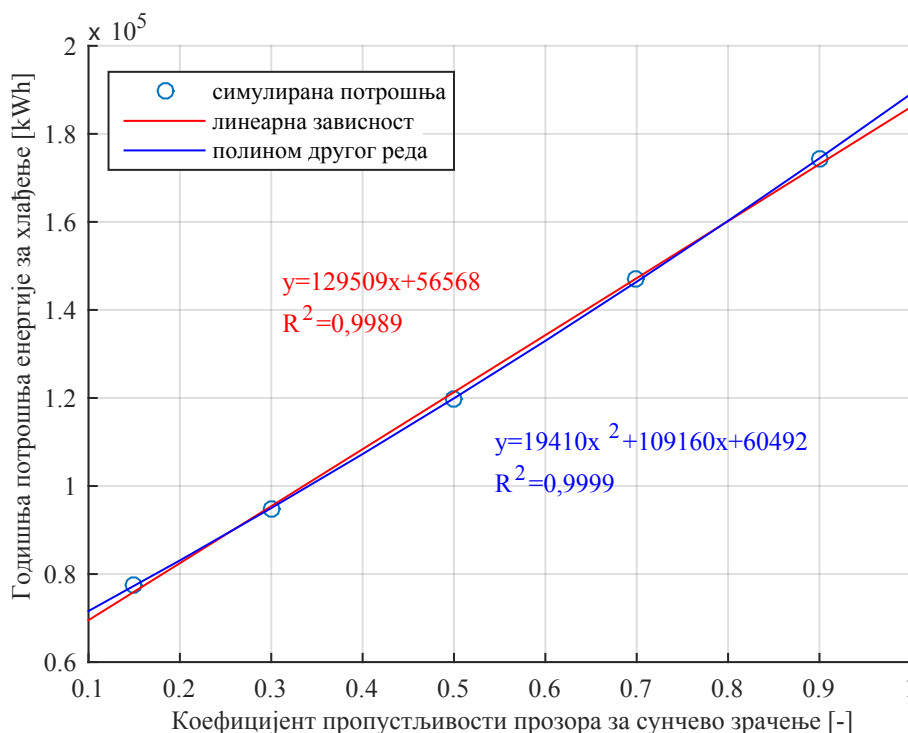
Слика 18: Потрошња енергије за хлађење у зависности од коефицијента пролаза топлоте кроз прозор

Полином другог реда и линеарна зависност годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде од коефицијента пролаза топлоте кроз прозор приказани су на слици 18.

4.3.6 Коефицијент пропустљивости прозора за сунчево зрачење

Укупан коефицијент пропустљивости сунчевог зрачења зависи од карактеристика стакла прозора и од примењених застора са унутрашње или спољашње стране стакла. Ова бездимензиона величина показује однос између количине сунчевог зрачења пропуштеног кроз посматрани прозор и количине зрачења пропуштеног кроз једноструко обично стакло. С обзиром да мања вредност овог коефицијента указује на мањи добитак топлоте услед сунчевог зрачења који доспева у просторију, тако је мања потрошња енергије за хлађење, али већа потрошња енергије за грејање зграде. Притом је утицај на потрошњу енергије

за хлађење значајно већи од утицаја на потрошњу за грејање. У зависности од врсте стакла и врсте примењених застора вредности су вариране у опсегу од 0,15 до 0,9. Вредност коефицијента пропустљивости од 0,15 би одговарала двоструко застакљеном апсорпционом прозору са жалузинама између стакала, док је вредност 0,9 за обичан двоструки прозор без застора. На слици 19 приказана је зависност потрошње енергије за хлађење модел зграде од коефицијента пропустљивости сунчевог зрачења, при чему су током израде симулација све остале карактеристике зграде и система заджане на вредностима референтног модела. Показује се да је зависност претежно линеарна, са коефицијентом детерминације од $R^2=0,9989$.



Слика 19: Потрошња енергије за хлађење у зависности од коефицијента пропустљивости прозора

Табела 5: Резултати једнопараметарске регресионе анализе модел зграде

Параметар	Линеарна регресија			Полином другог реда			
	$y = a + bx$			$y = c + dx + ex^2$			
	a	b	R ²	c	d	e	R ²
Интензитет осветљења	63.956	3.021,5	0,9894	73.602	1.446	44,8	0,9994
Интензитет вентилације	115.547	322,9	0,9793	116.970	98	8,0	0,9944
Удео прозора	74.052	1.523,6	0,9999	73365	1.563	-0,5	1,0000
Коеф. пропуст. прозора	56.568	129.509,0	0,9989	60492	109.160	19.410,0	0,9999
Коеф. пролаза топл. прозора	141.283	-14.018,0	0,9945	147465	-22.124	2.471,1	0,9996
Дебљина изол. зида и крова	109.631	908,2	0,9684	107403	1.732	-48,8	0,9992

Циљ регресије је да се утврди природа везе, тј облик зависности међу посматраним појавама. У свим испитиваним случајевим полином другог реда показује већу вредност коефицијента детерминације него линеарни модел, што је очекивано, поготово за мали број тачака које су доступне у овој анализи. Међутим, уколико линеарна регресија даје задовољавајуће резултате коефицијента детерминације, зависност се може сматрати линеарном. Тако потрошња енергије за хлађење зграде показује претежно линеарну зависност од удела прозора у спољашњем зиду (UP), коефицијента пролаза топлоте прозора (U_p) и коефицијента пропустљивости прозора (b_p), док се полином другог реда може успешније применити за инсталисану снагу осветљења (p), интензитет вентилације (v) и коефицијент пролаза топлоте кроз зид и кров (U_z).

Након једнопараметарске анализе, за креирање базе података за статистичке моделе, изабране су три променљиве које у највећој мери утичу на потрошњу енергије за хлађење објекта. У табели 6 приказана је промена потрошње у зависности од промене параметара.

Табела 6: Избор улазних величина за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде

Улазни параметри	Опсег варирања	Промена потрошње [kWh]	Процентуална промена
Инсталисана снага осветљења p	$5 \div 30 \text{ W/m}^2$	$81.362 \div 157.519$	+93,6%
Интензитет вентилације (оброк по човеку) v	$6 \div 22 \text{ l/s}$	$117.830 \div 122.862$	+4,3%
Дебљина изолације зида и крова d_{iz}	$2 \div 15 \text{ cm}$	$110.629 \div 122.460$	+10,7%
Удео прозора у спољашњем зиду UP	$20 \div 60\%$	$104.499 \div 165.257$	+58,1%
Коефицијент пропустљ. прозора b_p	$0,15 \div 0,9 \text{ [-]}$	$77.555 \div 174.210$	+124,6%
Коефицијент пролаза топлоте прозора U_p	$1,0 \div 2,3 \text{ W/m}^2\text{K}$	$127.790 \div 109.603$	-14,2%

Вредности изабраних променљивих су вариране у више величина (уз задржавање осталих параметара на вредностима референтног модела), и то:

- удео прозора у спољашњем зиду UP (20%, 30%, 40%, 50% и 60%)
- инсталисана снага осветљења p (5, 10, 15, 20, 25, 30 и 35 W/m^2)
- коефицијент пропустљивости прозора за сунчево зрачење b_p (0,15; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6; 0,7 и 0,9)

Као улаз за све моделе за предвиђање коришћене су одабране карактеристике зграде, док је излаз годишња потрошња енергије за хлађење. Укупно је спроведено 245 симулација (комбиновањем вредности улазних променљивих), од којих је 200 симулација одвојено за обучавање модела, а 45 за тестирање.

4.4 Вишеструки линеарни модел за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде

Развијање вишеструког (вишепараметарског) линеарног модела се своди на одређивање математичке зависности, која, за 3 улазне величине, има општи облик:

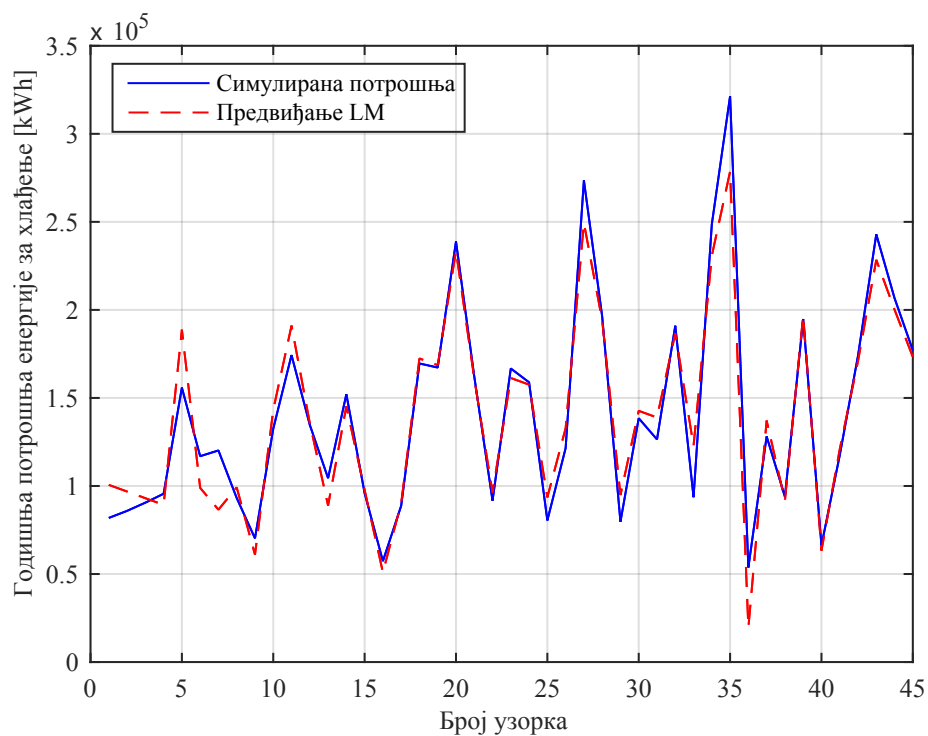
$$Y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 + a_3X_3 + \epsilon \quad (76)$$

где је зависно променљива Y , независно променљиве су X_1 , X_2 и X_3 и ϵ стохастички члан. Потребно је одредити вредности непознатих параметара a_0 , a_1 , a_2 и a_3 .

Након регресионе анализе добијена је зависност:

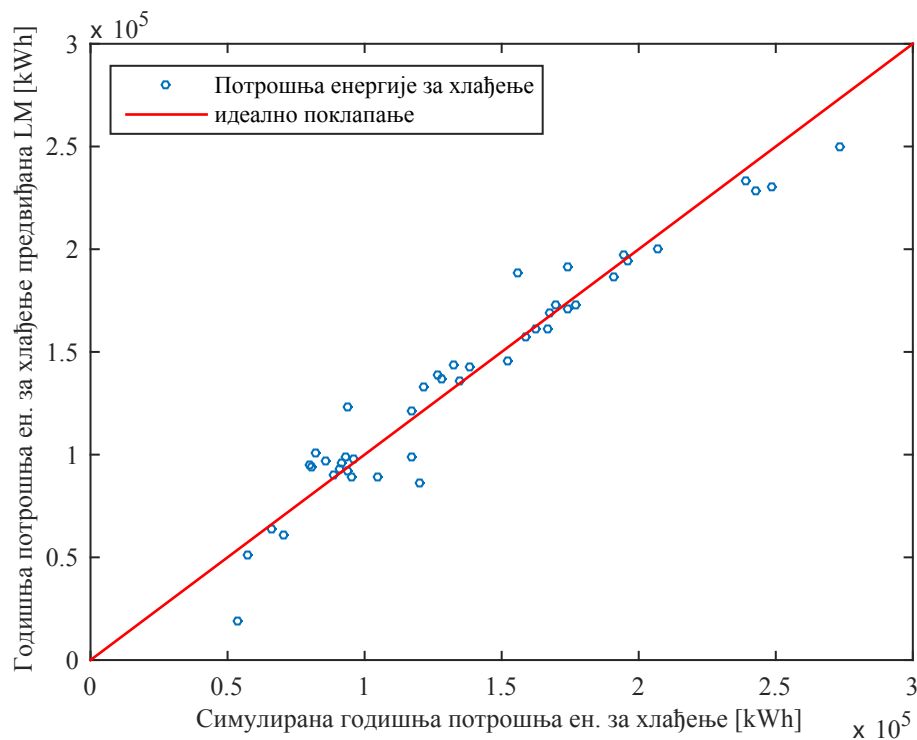
$$Y = -64.722,31 + 1.575,85 \cdot X_1 + 2.684,45 \cdot X_2 + 172.016 \cdot X_3 \quad (77)$$

где је Y годишња потрошња енергије за хлађење у [kWh], X_1 удео прозора у спољашњем зиду у [%], X_2 инсталисана снага осветљења у [W/m^2], X_3 коефицијент пропустљивости прозора [—]. Добијена једначина се може користити за одређивање потрошње енергије за хлађење. Тачност предвиђања је испитана на скупу података који је одвојен за тестирање модела (45 симулација). Поређења симулираних и предвиђаних вредности за скуп података одвојен за тестирање дата су на сликама 20 и 21



Слика 20: Резултати предвиђања годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде линеарним моделом

Приликом предвиђања малих вредности годишње потрошње за хлађење, вишеструки линеарни модел прави највећу грешку. Видљиво је и нагомилавање предвиђања око вредности 100.000 kWh годишње (слика 21). Линеарни модел је за велики број тачака чије су потрошње у опсегу 70.000-120.000 kWh предвидео готово исту вредност потрошње, где је и највидљивије одступање.



Слика 21: Поређење симулираних потрошњи и предвиђања линеарног модела

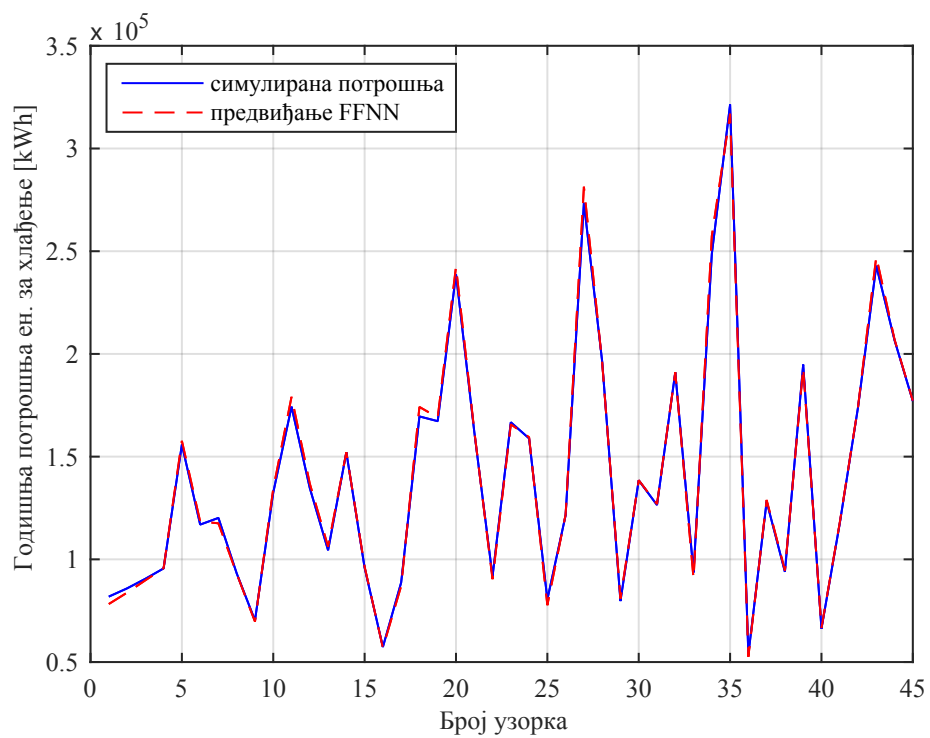
Табела 7: Показатељи квалитета линеарног модела за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Вишеструки линеарни модел LM	0,9285	0,9408	14.558	14.801	9,4918	9,1534

Показатељи квалитета линеарног модела за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде су приказани у табели 7. С обзиром да је једнопараметарска анализа показала да је зависност потрошње енергије за хлађење од удела прозора у спољашњем зиду (PP) и коефицијента пропустљивости прозора за сунчево зрачење (b_p) линеарна, док је веза са специфичном инсталисаном снагом осветљења (p) квадратна, очекивано је да и вишепараметарски линеарни регресиони модел даје задовољавајуће резултате. Грешка MAPE=9,1534% на скупу података одвојеном за тестирање се може сматрати задовољавајућом за потребе предвиђања потрошње у раним фазама пројектовања.

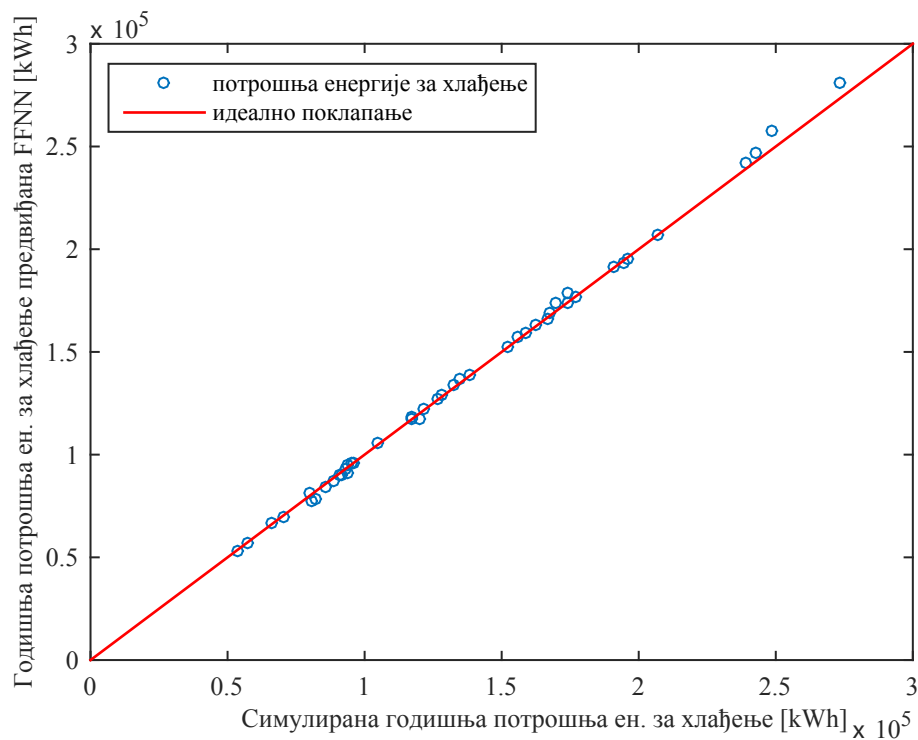
4.5 FFNN модел за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде

Све улазне и излазне величине су пре развијања модела применом метода вештачке интелигенције нормализоване у интервалу $[0, 1]$ применом једначине (6), при чему су за базе података за обучавање и тестирање коришћене исте минималне и максималне вредности за сваку променљиву. За предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде развијен је модел вишеслојне неуронске мреже без повратних спрега (Feedforward Neural Network - FFNN). Мрежа је трослојна и састоји из једног улазног, једног излазног и једног скривеног слоја. У улазном слоју нема процесуирања података, већ он служи само за увођење улазних променљивих и пропагацију до скривеног слоја. У овом случају улазне променљиве су удео прозора у спољашњем зиду (UP), коефицијент пропустљивости прозора за сунчево зрачење (b_p) и специфична инсталисана снага осветљења (p). За обучавање је примењена метода са повратним простирањем грешке (error backpropagation), тј њена варијанта Levenberg–Marquardt (LM) алгоритам учења. Коришћена је сигмоидална активациона функција типа тангенс хиперболички у неуронима у скривеном слоју и линеарна активациона функција у излазном слоју. Нелинеарна активациона функција скривеног слоја је та која омогућава мрежи да буде универзални апроксиматор. Током обучавања мреже вариран је број неурона у скривеном слоју, а најбољи резултати су добијени са 12 неурона. Обучавање неуронске мреже се своди на одређивање тежинских фактора у излазном и скривеном слоју, па иницијалне вредности тежинских коефицијената имају утицај на процес обучавања, а самим тим и на резултате предвиђања мреже. С обзиром да се те вредности бирају насумично, креиран је већи број мрежа и изабрана је она која је дала најбоље резултате. Како би се избегло преобучавање, и током самог обучавања мреже основни скуп података се дели на подскупове за обучавање, валидацију и тестирање. Изабрано је да је њихов однос 70%/15%/15%. Предвиђање FFNN мреже за скуп података за тестирање је упоређено са вредностима добијеним симулацијом на сликама 22 и 23.



Слика 22: Резултати предвиђања потрошње за хлађење модел зграде FFNN

Слика 22 показује готово идеално поклапање предвиђања са мерењем. Нека видљива одступања се могу приметити за предвиђања већих вредности потрошње (изнад 250.000 kWh) на слици 23.



Слика 23: Поређење симулираних потрошњи и предвиђања FFNN

Изабрани показатељи квалитета предвиђања енергије за хлађење модел зграде FFNN моделом су приказани у табели 8. Средње апсолутне процентуалне грешке за скуп података за обучавање $MAPE=1,2947\%$ и за скуп одвојен за тестирање $MAPE=1,2358\%$ се могу сматрати изузетно добрим резултатима. Коефицијент детерминација за оба скупа је близу 0,999 што показује одлично поклапање између симулације и предвиђања.

Табела 8: Показатељи квалитета предвиђања потрошње енергије за хлађење модел зграде моделом FFNN

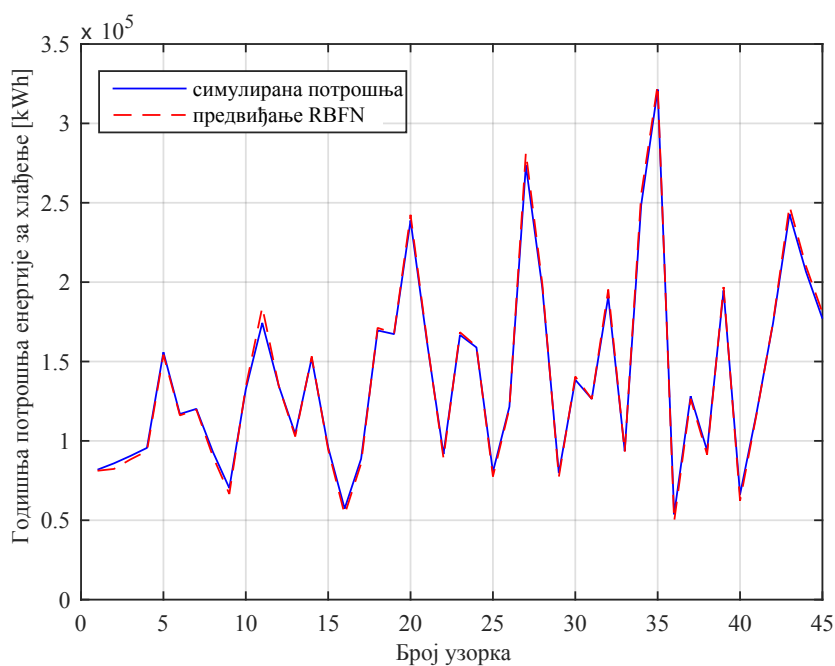
Модел	$R^2[-]$		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Вештачка неуронска мрежа FFNN	0,9988	0,9986	2.176	2.619	1,2947	1,2358

4.6 RBFN модел за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде

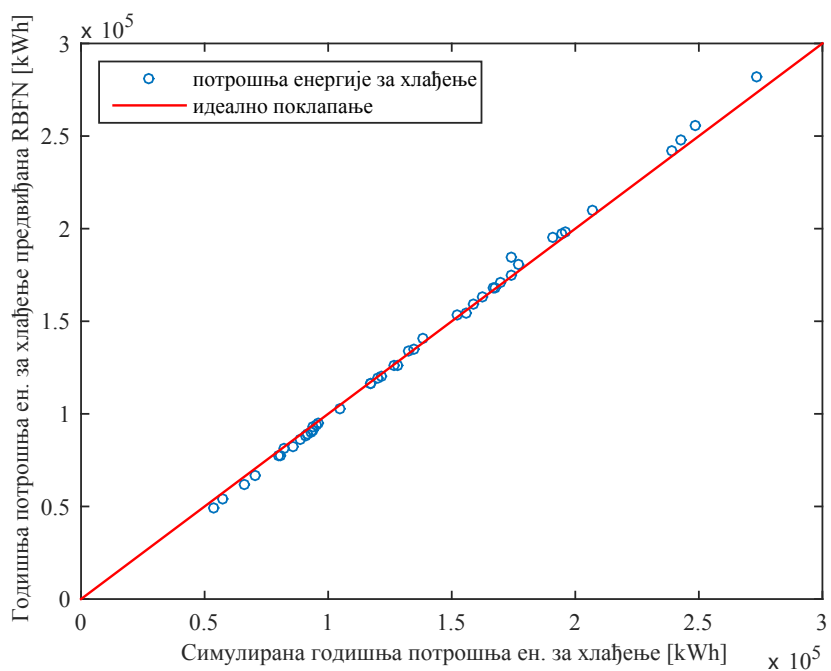
RBFN мрежа је развијена коришћењем уграђене функције (`newrb`) у Матлабу која итеративно додаје по један неурон у скривеном слоју док се не достигне задата грешка или максимални број неурона. Параметри које треба одредити за примену функције `newrb` су: вредност грешке након које се обучавање зауставља, ширина Гаусове функције (`spread`) и максималан број неурона у скривеном слоју. За обучавање је кључна ширина Гаусове функције, чија оптимална вредност није унапред позната. Најчешће се та величина одређује методом покушаја и грешке: развијањем више модела за различите вредности параметра и поређењем перформанси креираних модела бира се најтачнији. Ова метода је примењена приликом обучавања овог RBFN модела и оптимална вредност ширине Гаусове функције је 2,8.

Резултати предвиђања годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде на скупу података за тестирање су приказани на слици 24. И RBFN модел показује готово идеално поклапање са вредностима добијеним симулацијом у програму НАР.

Поређење између симулираних вредности и предвиђања RBFN мреже на бази за тестирање показује неколико видљивих одступања за веома мале вредности потрошње (испод 50.000 kWh) и већу потрошњу (изнад 240.000 kWh).



Слика 24: Резултати предвиђања потрошње енергије за хлађење модел зграде RBFN моделом



Слика 25: Поређење симулираних потрошњи енергије за хлађење модел зграде и предвиђања RBFN

Показатељи квалитета RBFN модела за предвиђање потрошње енергије за хлађење модел зграде су приказани у табели 9. Коефицијент детерминације и за обучавање и за тестирање модела је већи од 0,999, што показује изузетно поклапање. Грешке на скупу података за обучавање модела $MAPE=2,0539\%$ и $MAPE=2,1111\%$ на скупу за тестирање су нешто више него код FFNN модела, али се и даље могу сматрати одличним резултатом.

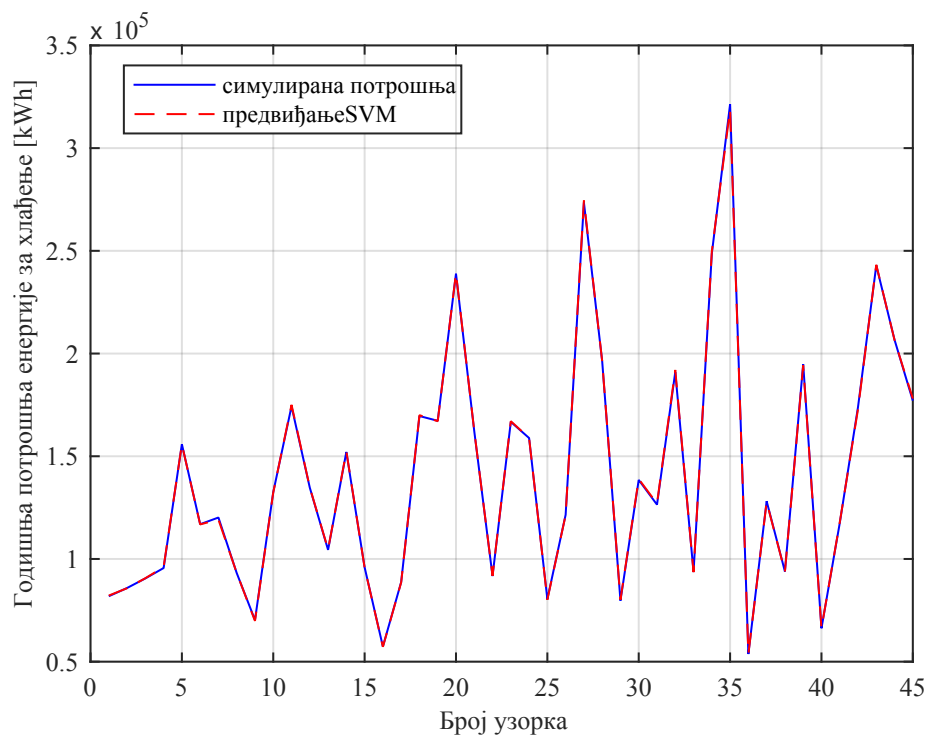
Табела 9: Показатељи квалитета предвиђања годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде моделом RBFN

Модел	R ² [–]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Вештачка неуронска мрежа RBFN	0.9997	0.9992	2.893	3.248	2,0539	2,1111

4.7 SVM модел за предвиђање годишње потрошње енергије за хлађење модел зграде

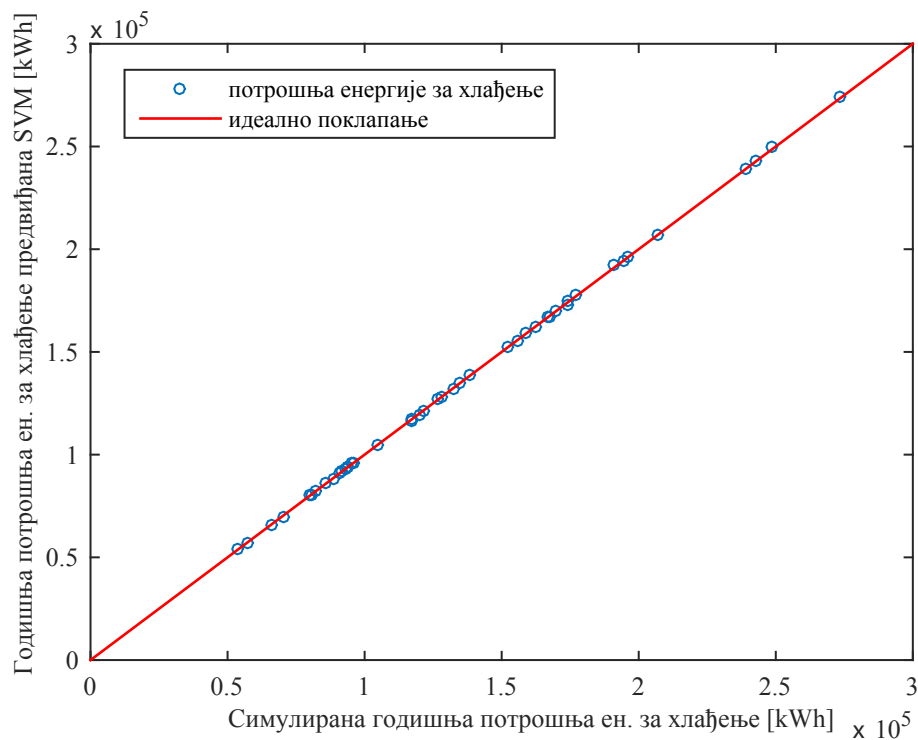
Модел применом методе потпорних вектора (Support Vector Machine - SVM) је развијен у пакету LibSVM (A Library for Support Vector Machines) [54]. Једна од предности примене методе потпорних вектора је та да се оптимална вредност параметара модела може добити "мрежном претрагом" ("grid search"). Три параметра која одређују нелинеарну регресију овом методом су константа C , пречник неосетљиве цеви ϵ и параметар кернела γ . Ови параметри су међусобно зависни, па промена једног параметра утиче на избор оптималне вредности других параметара. За оптимизацију параметара може се користити "gridregression.py" алат, који је доступан у пакету LibSVM. Приликом мрежне претраге, дефинисан је опсег вредности за сваки параметар и вредност корака. Након тога се испитују резултати добијени сваком комбинацијом ова три параметра и бира се комбинација којом се постиже најмања грешка обучавања. Како би се избегла могућност преобучавања модела, када модел даје одличне резултате на подацима за обучавање, а лоше на подацима за тестирање, тј има лошу способност генерализације, користи се унакрсна валидација са k преклапања (k -fold cross-validation). При спровођењу методе унакрсне валидације расположиви

узорак се подели на k међусобно различитих партиција исте величине. Затим се модел обучава на $(k - 1)$ партицији, а тестира на преосталој једној. Поступак се понавља k пута тако да је сваки подскуп по једном у улози партиције на којој се модел тестира. Након претраге свих комбинација параметара, оптималне вредности су: $(C; \epsilon; \gamma) = (32; 0, 0009765625; 1)$. Модел је затим обучаван коришћењем тих параметара, а резултати предвиђања за базу за тестирање су приказани на слици 26. И на овој слици је готово немогуће видети разлику између вредности симулације и излаза из SVM модела.



Слика 26: Резултати предвиђања потрошње за хлађење модел зграде SVM моделом

На слици 27 је приказано поређење симулираних вредности потрошње и предвиђања SVM моделом, при чему није могуће уочити било какво одступање.



Слика 27: Поређење симулираних потрошњи и предвиђања SVM

Показатељи квалитета предвиђања SVM моделом су дати у табели 10. Коефицијент детерминације на скупу података за тестирање од $R^2=0,9999$ и грешка $MAPE=0,26\%$ су готово идеални резултати. Овај модел би приликом предвиђања годишње потрошње енергије за хлађење погрешно само за 593 kWh.

Табела 10: Показатељи квалитета предвиђања потрошње енергије за хлађење модел зграде моделом SVM

Модел	$R^2[-]$		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Метода потпорних вектора SVM	0,9994	0,9999	1.306	593	0,2926	0,2605

Преглед свих резултата добијених за креиране моделе сумиран је у табели 11.

Табела 11: Преглед показатеља квалитета предвиђања годишње потрошње енергије за хлађење за развијене моделе

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Вишеструки линеарни модел LM	0,9285	0,9408	14.558	14.801	9,4918	9,1534
Вештачка неуронска мрежа FFNN	0,9988	0,9986	2.176	2.619	1,2947	1,2358
Вештачка неуронска мрежа RBFN	0.9997	0,9992	2.893	3.248	2,0539	2,1111
Метода потпорних вектора SVM	0,9994	0,9999	1.306	593	0,2926	0,2605

Једино модел вишеструке линеарне регресије показује одступање од симулираних вредности потрошње, док се предвиђања осталих модела готово потпуно поклапају са резултатима симулације. Понека видљива одступања се јављају једино при екстремним вредностима потрошње (веома малим и веома великим). Очигледно је да је избор скупа података за обучавање свих модела веома важан. Уколико скуп података нема довољно примера са сличним вредностима потрошње и улазним променљивама, модели неће бити исправно обучени и неће се показати довољно успешним приликом предвиђања. Због тога се приликом формирања скупа података за обучавање водило рачуна да су довољно заступљене комбинације у којима су граничне вредности улазних променљивих (и минималне и максималне), како би развијени модел имао довољно широку слику о анализираном проблему.

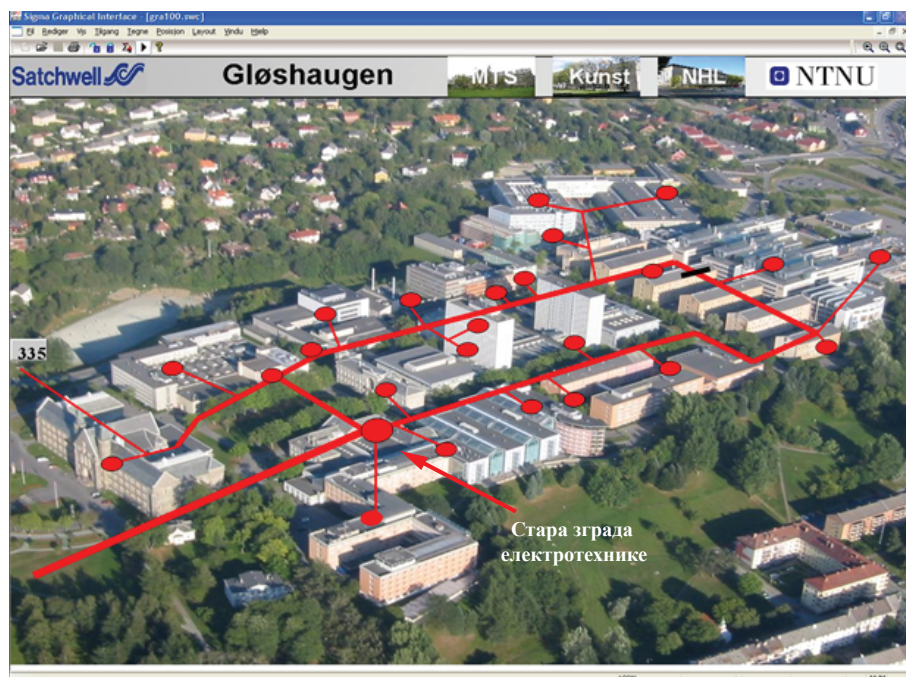
Циљ ове анализе није да се покаже супериорност одређене врсте модела, већ да се испита могућност примене статистичких метода за предвиђање потрошње енергије зграде. Овако велика тачност предвиђања, са готово идеалним поклапањем са вредностима добијеним симулацијом (најмања грешка MAPE=0,29% постигнута са SVM моделом) је била донекле и очекивана, с обзиром да се и резултати симулације добијају решавањем математичких једначина. Ма колико биле сложене једначине за одређивање потрошње енергије, ови модели успевају да открију математичку везу између улазних и излазних променљивих и да са великом прецизношћу примене те релације на вредностима променљивих (комбинацијама улазних величина) које нису коришћене приликом обучавања.

Ови модели се могу веома успешно користити за процену уштеде приликом

увођења неке мере енергетске ефикасности. Може се испитати утицај промене неке од карактеристика зграде на потрошњу, па тако овакав модел може помоћи у одлучивању која мера унапређења је најповољнија у датом тренутку. Једна од предности је да када се модели једном креирају и обуче, за њихову даљу примену није неопходно познавање софтверских алата или израда нових симулација, већ је могуће применити постојеће статистичке моделе као алат техно-економске анализе. У даљем раду они могу бити проширени додатним улазним променљивима, чиме њихова примена постаје уопштенија. Успешност ових модела приликом решавања реалних проблема је затим испитана на другој бази података добијеној мерењем.

5 Предвиђање дневне потрошње енергије за грејање универзитетског кампуса

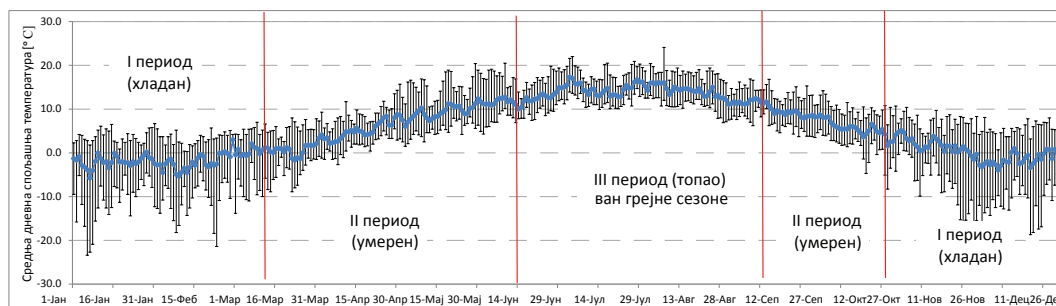
Подаци неопходни за формирање базе података прикупљени су током студijsког боравка на Норвешком Универзитету за Науку и Технологију у Трондхајму (Norwegian University of Science and Technology (NTNU) Trondheim). С обзиром да се универзитетски кампуси састоје од великог броја зграда различите намене, са значајном потрошњом енергије, представљају одличан узорак на коме се може анализирати потрошња групе објеката, попут мањег града. Универзитетски кампус Глосхауген (Gløshaugen) се састоји из 35 зграда, укупне површине око 300.000 m² (слика 28). Заступљени су различити типови објеката: канцеларије, учионице, лабораторије, радне просторије, менза и спортски објекат. Укупна потрошња топлоте за 2012. годину је износила 27.853 MWh, док је потрошња електричне енергије била 62.405 MWh. Систем за контролу и праћење система (Building and Energy Management System - BEMS), као и систем за праћење потрошње енергије (Energy Remote Monitoring – ERM) су доступни на NTNU. У кампусу су инсталисана 46 мерача топлоте. Часовне вредности потрошње електричне енергије и топлоте су доступне и може им се приступити преко сервера, који је повезан са ERM. Систем даљинског грејања кампуса је организован у облику прстена, при чему се главни мерач налази у Старој згради електротехнике. С обзиром да је главни мерач инсталисан од стране дистрибутера даљинског грејања, он је узет као меродаван, па су све анализе вршене са подацима преузетим са тог уређаја. У првој фази анализира на је дневна потрошња енергије за грејање. Осим тога што се модели могу користити за предвиђање потрошње уз задате улазне величине, они могу указати и на грешке на мерачу (неочекиване вредности мерења).



Слика 28: Универзитетски кампус Норвешког Универзитета за Науку и Технологију Глосхауген

5.1 Предпроцесирање мерених података

Сви метеролошки подаци су прикупљени у најближој метеоролошкој станици Сјкетлеин (Skjetlein) која има најсличније временске услове као посматрани кампус. Узевши у обзир да највећи утицај на потрошњу топлоте из система даљинског грејања има спољашња температура, анализиране су вредности средње дневне спољне температуре у периоду од 2006 до 2014 године (слика 29). С обзиром да се јавља велики распон дневне потрошње топлоте из система даљинског грејања током целе године, циљ је поделити годину на периоде у којима се очекује слична динамика потрошње. Стубови на дијаграму представљају максималну и минималну средњу дневну температуру за одређени датум.

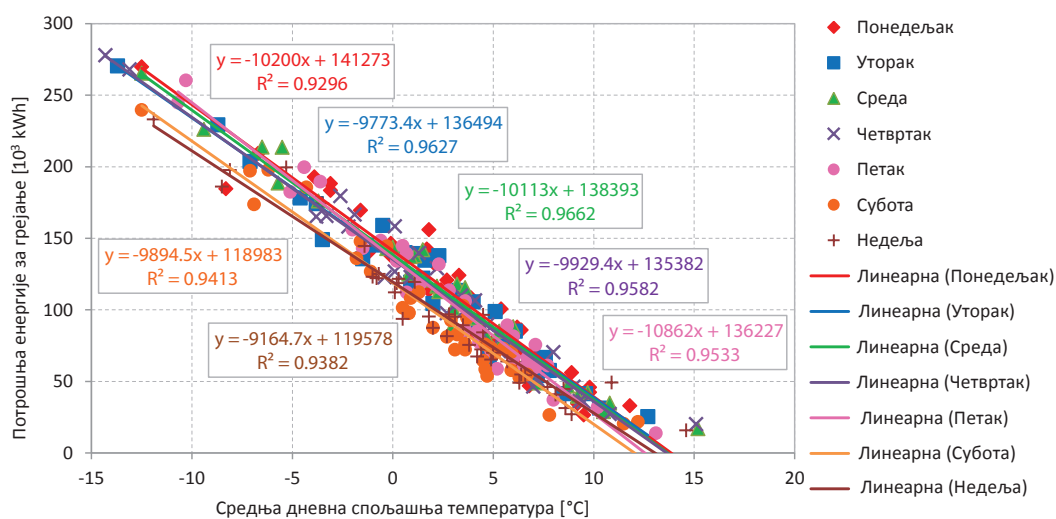


Слика 29: Средња дневна спољна температура за период 2006-2014 године

Након анализе средњих дневних температура, одлучено је да се прикупљена база података подели на следеће сегменте:

- Веома хладан период: од 1. јануара до 31. марта и од 1. новембра до 31. децембра
- Умерено хладан период: од 1. априла до 15. јуна и од 16. септембра до 31. октобра
- Топао период (ван грејне сезоне): од 16. јуна до 15. септембра

Циљ је да се бољи резултати предвиђања постигну креирањем одвојених модела за сваки од ових периода, уместо јединственог модела који би се применио за целу годину. Дневна потрошња топлоте је анализирана и у зависности од дана у недељи. Корелација средње дневне температуре и потрошње за сваки дан у недељи за 2012. годину је приказана на слици 30. Анализа показује да нема посебне разлике међу радним данима (потрошње за дане од понедељка до петка имају сличан тренд), док се регресионе линије за дане викенда налазе испод њих, што је и било очекивано. У кампусу се током викенда грејање не искључује, већ се само снижава унутрашња пројектна температура, па је потрошња викендом очекивано мања, али је и ефекат узгревања који је карактеристичан за први радни дан слабо изражен. Анализа је показала и да грејање ради уобичајеним режимом и током испитног рока и празника. То доводи до закључка да треба развијати одвојене моделе за радне дане и дане викенда.



Слика 30: Анализа потрошње топлоте по данима

Структура базе података зависи првенствено од објекта који се анализира. У првој фази је изабрано да се анализа врши на дневном нивоу. За величину која се предвиђа (моделује) изабрана је дневна потрошња топлоте из система даљинског грејања током радних дана у најхладнијем периоду за године 2009-2012. Анализа потрошње је показала неке очигледне грешке у мерењу, па су ти дани одстрањени из базе. Следећи корак је одређивање улазних величина (независно променљивих). С обзиром да се анализирани објекат, универзитетски кампус, састоји из великог броја зграда које су веома разноврсних карактеристика (конструкција, састав омотача, година градње, намена, итд.), нека просечна вредност карактеристика зграде није одговарајућа улазна величина. Уколико би се испитивао већи број зграда које су сличних намена, конструкција, а разликују се само у једној или неколико променљивих (изолација, врста прозора и сл.), тада би било могуће узети карактеристику зграде за улазну величину. За развој модела за предвиђање потрошње даљинског грејања кампуса, одлучено је да се за улаз у модел користе величине које одређују дан и месец и доступни метеоролошки параметри, и то:

1. Месец у години M [-]
2. Дан у недељи D [-]
3. Средња дневна температура t_{sr} [°C]
4. Максимална дневна температура t_{max} [°C]
5. Минимална дневна температура t_{min} [°C]
6. Укупна енергија сунчевог зрачења у току дана SD [Wh/m²]
7. Средња дневна брзина ветра w_{sr} [m/s]
8. Средња дневна релативна влажност φ_d [%]

Месец у години је представљен вредностима од 1 (за јануар) до 12 (децембар), а дани у недељи вредностима од 1 (понедељак) до 5 (петак).

Све улазне и излазне величине су пре развијања модела применом метода вештачке интелигенције нормализоване у интервалу $[0, 1]$, применом једначине (6), при чему су за скупове података за обучавање и тестирање коришћене исте минималне и максималне вредности. Након формирања одговарајуће базе података, како би се избегао проблем преобучавања, уобичајено је да се део скупа одвоји за обучавање, а преостали део користи за тестирање развијених модела. За обучавање се користи период од 2009-2011 године (укупно 318 узорака), а за тестирање 2012 година (100 узорака). Тако се модел валидира на узорцима (данима) који нису коришћени током процеса обучавања.

5.2 Вишеструки линеарни модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса

Иако су се друге напредније статистичке методе показале знатно успешнијим у предвиђању потрошње енергије, вишеструки линеарни модели су и даље у употреби. Пре свега због своје једноставности, они се могу користити за почетну, грубу процену потрошње уз постизање релативно задовољавајуће тачности предвиђања. Приликом развијања линеарног модела није обавезно нормализовати

вредности улазних и излазних променљивих (исти резултати се добијају и са нормализованим вредностима). На основу скупа података за обучавање одређена је једначина линеарне зависности између дневне потрошње топлоте кампуса и одабраних улазних величина, и то:

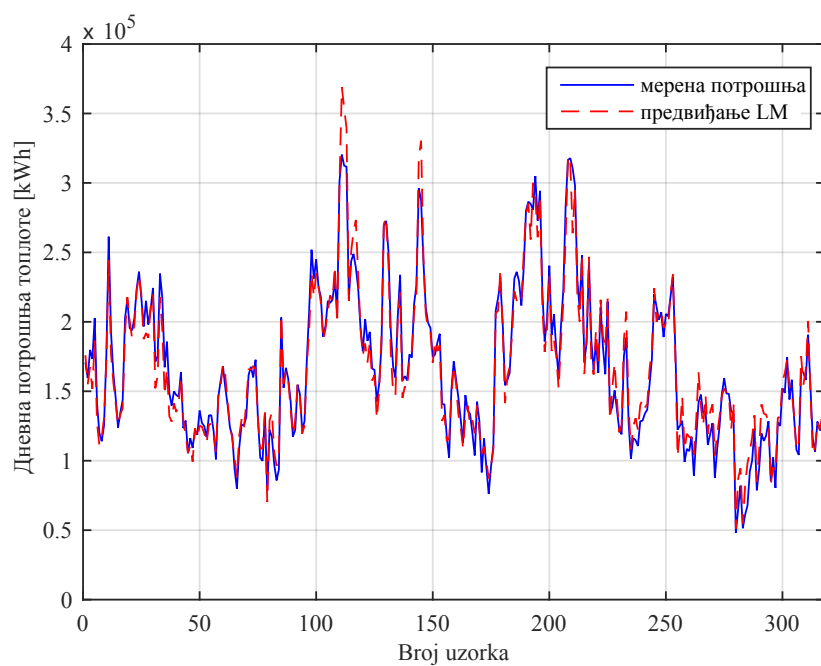
$$HC_d = 189.701 - 405,92 \cdot M - 2126,87 \cdot D - 5167,69 \cdot t_{sr} - 2484,62 \cdot t_{max} - 1625 \cdot t_{min} - 5,22 \cdot SD + 191,91 \cdot w_{sr} - 356,08 \cdot \varphi_d \quad (78)$$

У табели 12 приказани су показатељи квалитета предвиђања линеарног модела. Грешка MAPE од 8,1540% се може сматрати задовољавајућом за почетне процене дневне потрошње топлоте. Применом једноставне једначине може се одредити потрошња енергије из система даљинског грејања за различите вредности улазних величина.

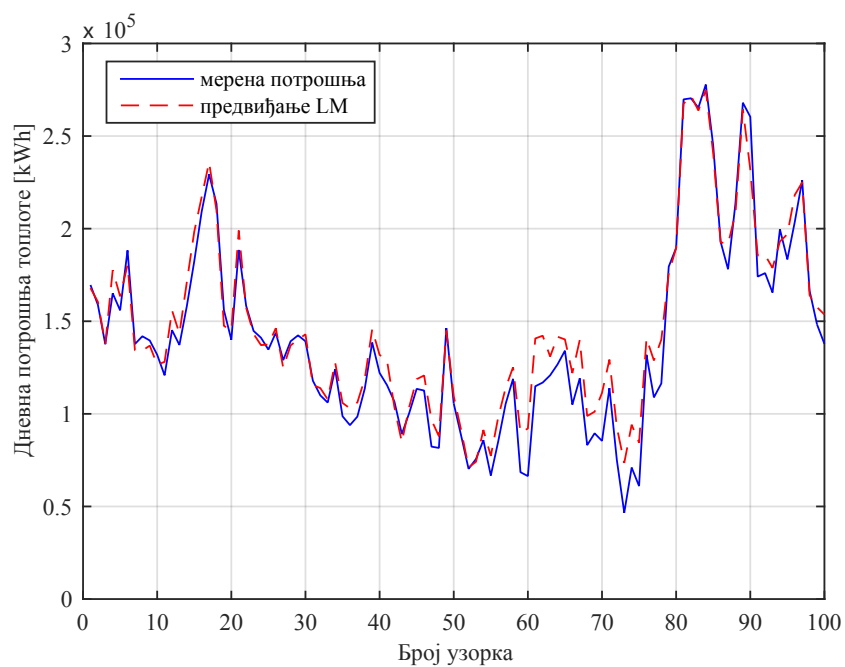
Табела 12: Резултати вишеструког линеарног модела за предвиђање потрошње топлоте кампуса

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Линеарни модел LM	0,9574	0,9701	11.389	11.430	5,7850	8,1540

Резултати предвиђања линеарног модела за период обучавања и тестирања су приказани на сликама 31 и 32, следствено. На скупу података за тестирање модела показује се да линеарни модел углавном предвиђа вредности нешто више од мерених. Тренд потрошње се углавном релативно добро поклапа са мереним вредностима, постижући коефицијент детерминације R²=0,9701% уз нешто значајнија одступања на узорцима 25 до 40 (почетак новембра 2012. године).

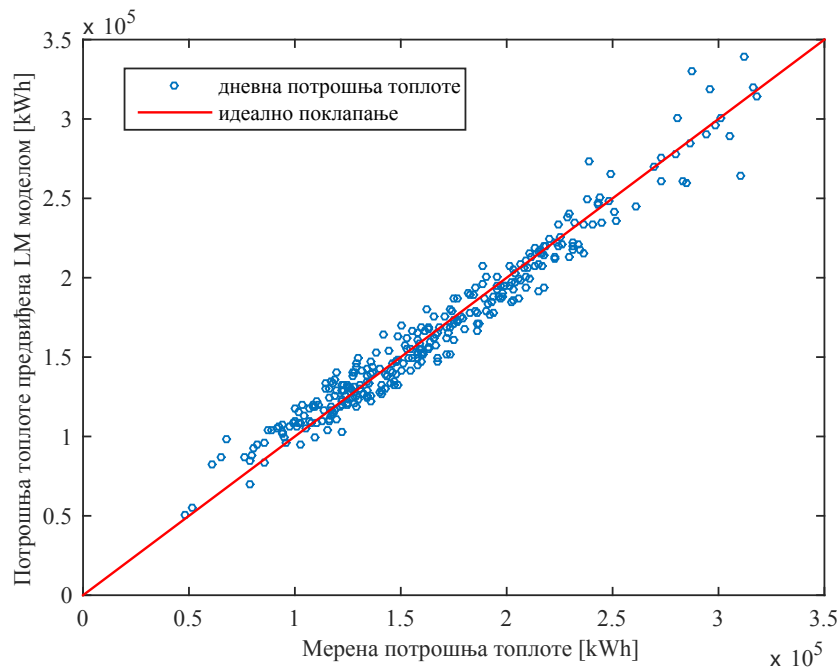


Слика 31: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте вишеструким
линеарним моделом за период обучавања

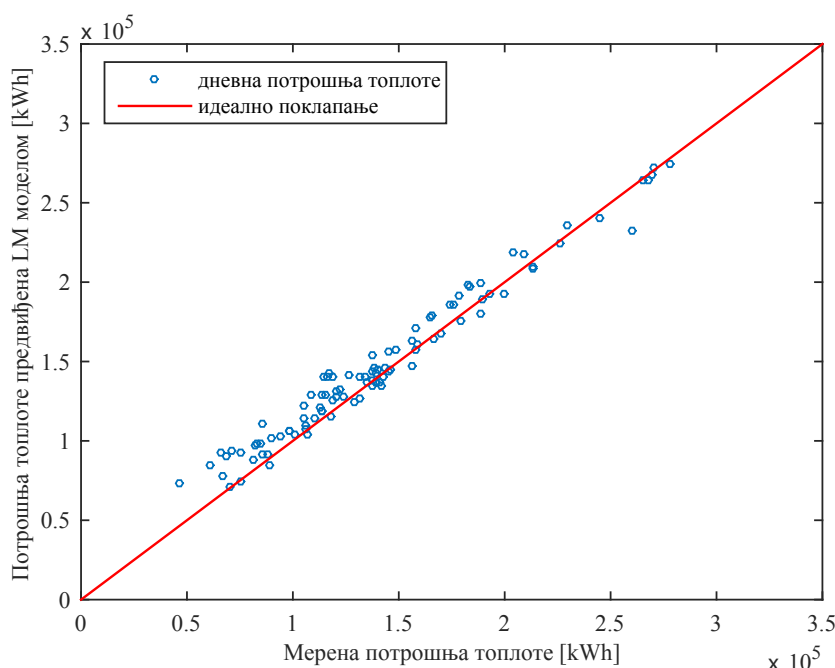


Слика 32: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте вишеструким
линеарним моделом за период тестирања

Поређења предвиђања вишеструким линеарним моделом и мерења у периоду обучавања и тестирања су приказана на сликама 33 и 34, следствено. Резултати показују да линеарни модел при већим вредностима потрошње прави значајнија одступања од мерених вредности приликом обучавања. Мањи број узорака са мањим вредностима потрошње утиче на то да су у тест периоду (у ком је било више дана са малом потрошњом) очигледнија одступања за вредности ниже од 100.000 kWh (слика 34).



Слика 33: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања линеарног модела за период обучавања



Слика 34: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања линеарног модела за тест период

5.3 FFNN модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса

За предвиђање дневне потрошње топлоте из система даљинског грејања кампуса предложен је модел вишеслојне неуронске мреже без повратних спрега (FFNN). Мрежа је трослојна и састоји се из једног улазног, једног излазног и једног скривеног слоја. У улазном слоју нема процесуирања података, већ он служи само за увођење улазних променљивих и прослеђивање улазних сигнала до скривеног слоја. За обучавање је примењена метода са повратним простирањем грешке, тј њена варијанта LM алгоритам учења. Коришћена је сигмоидална активациона функција типа тангенс хиперболички у неуронима у скривеном слоју и линеарна активациона функција у излазном слоју. Нелинеарна активациона функција скривеног слоја је та која омогућава мрежи да буде универзални апроксиматор. Током обучавања мреже вариран је број неурона у скривеном слоју, а најбољи резултати су добијени са 12 неурона. С обзиром да почетне

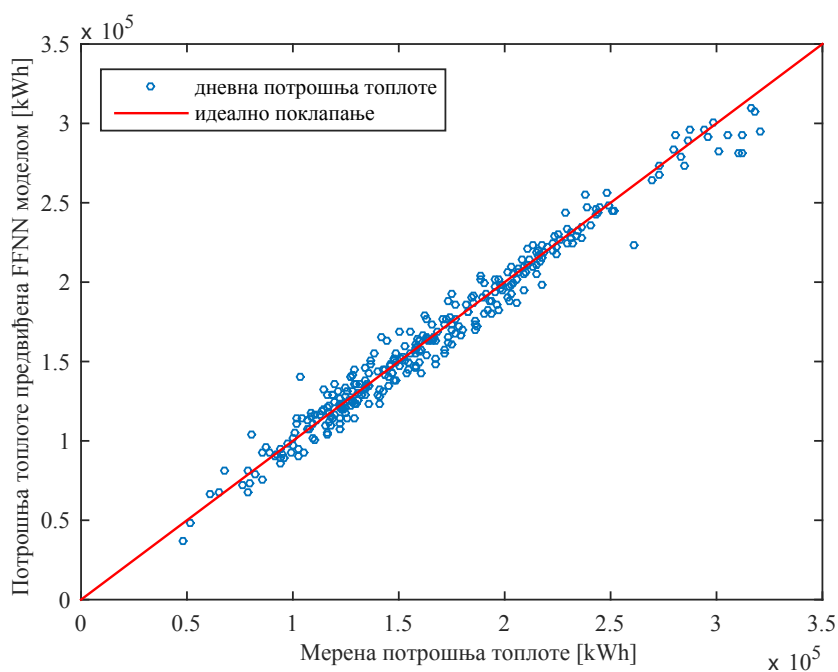
вредности тежинских коефицијената које се добијају случајним одабиром, у великој мери одређују понашање модела, за сваки различит број неурона у скривеном слоју, одвојено је обучавањем по 100 мрежа узимајући различите почетне вредности тежинских коефицијената. Обучавање мреже се завршава када се постигне жељена тачност обучавања, која најчешће није једнака нули, како би се избегао проблем преобучавања мреже. И приликом самог обучавања, скуп података се дели на подскупове на којима се мрежа обучава (training), валидира (validation) и тестира (test). Тај однос је обично 70%, 15% и 15%, следствено.

Табела 13: Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса FFNN моделом

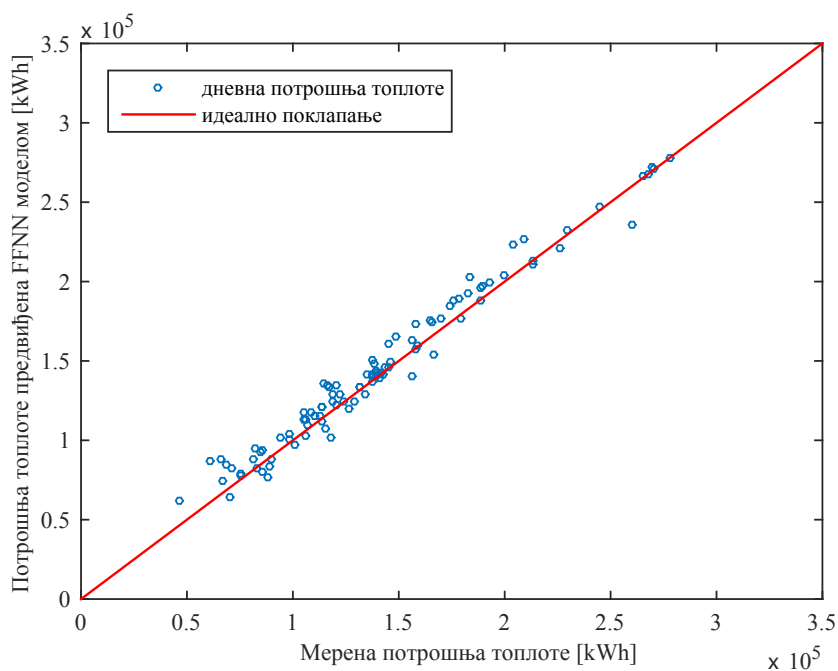
Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Неуронска мрежа FFNN	0,9734	0,9740	9086,0	9491,9	4,5430	6,3438

"Најбоља" мрежа није обавезно мрежа која даје најмању грешку на скупу података одвојеном за обучавање. Уколико је мрежа преобучена на неком скупу података, постоји опасност од лоших резултата предвиђања на новом скупу података (који нису коришћени током обучавања). У овом случају, обустављено је обучавање мреже када је грешка обучавања достигла одређену вредност (која је мењана код различитих мрежа), па се и понашање мреже на новим подацима не разликује много од њених резултата током тренирања. С обзиром да су показатељи често контрадикторни (модел показује боље R², а лошије MAPE), као репрезентативан показатељ квалитета предвиђања у овим анализама изабрана је грешка MAPE и према тој вредности су мреже квалификоване као "боље" или "лошије".

Поређења мерених вредности и вредности добијених предвиђањем FFNN моделом у периоду обучавања и тестирања су приказана на сликама 35 и 36, следствено.

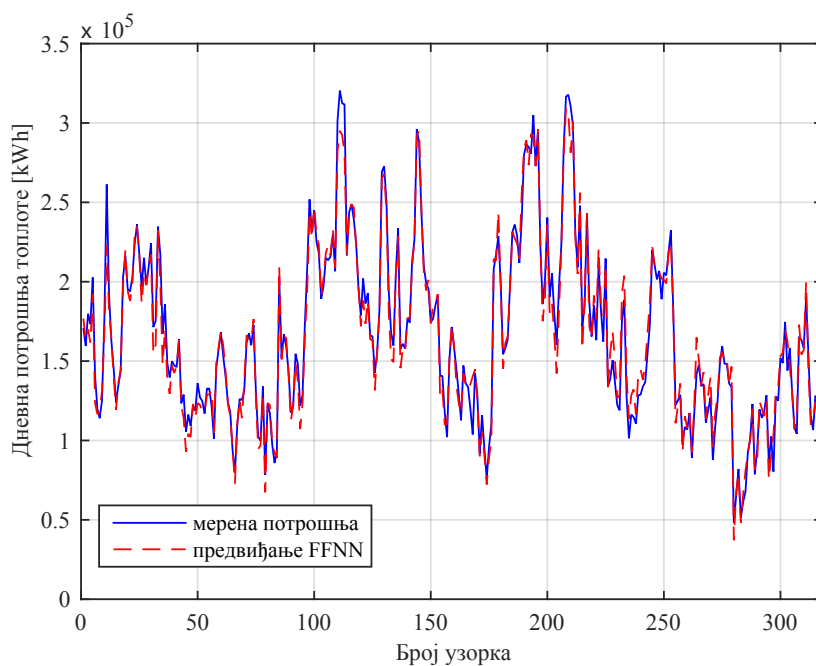


Слика 35: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања FFNN моделом за период обучавања

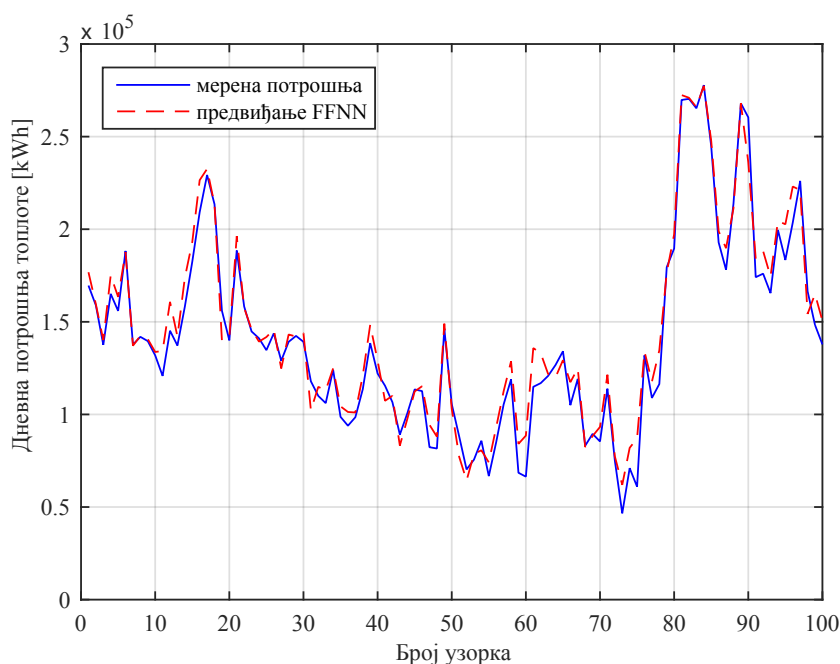


Слика 36: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања FFNN моделом за тест период

Приликом обучавања FFNN модел је показао прилично добро поклапање са мереним вредностима, уз неколико тачака које значајније одступају (слика 35). На већим вредностима потрошње (изнад 250.000 kWh) модел предвиђа готово исте вредности и у тим тачкама прави највећу грешку (и у апсолутним и у релативним вредностима). FFNN модел на скупу података за тестирање предвиђа нешто веће вредности од мерених (слика 36). Резултати предвиђања на скупу података за обучавање и тестирање приказани су на сликама 37 и 38, следствено.



Слика 37: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте FFNN моделом за период обучавања



Слика 38: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте FFNN моделом за тест период

Највеће одступање у тест периоду FFNN модел показује око 60. узорка (почетак новембра 2012 године), а на почетку тест периода мрежа предвиђа нешто веће вредности од оних добијених на мерачу у кампусу.

5.4 RBFN модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса

Код неуронске мреже радијалних базисних функција (RBFN) улаз у неурон је растојање између улазног вектора $\mathbf{x}$ и вектора тежинских коефицијената $\mathbf{w}$. Обучавање мреже подразумева подешавање параметара Гаусове функције (центар и ширина) и тежинских коефицијената између скривеног и излазног слоја. Ширина Гаусове функције има исту вредност за све неуроне у скривеном слоју. Пошто оптимална вредност овог параметра није унапред позната она се обично одређује кроз обучавање више модела који имају различите вредности spread и упоређивање њихових перформанси. Излаз из скривеног неурона је одређен проласком улазног сигнала кроз радијалну базисну активациону

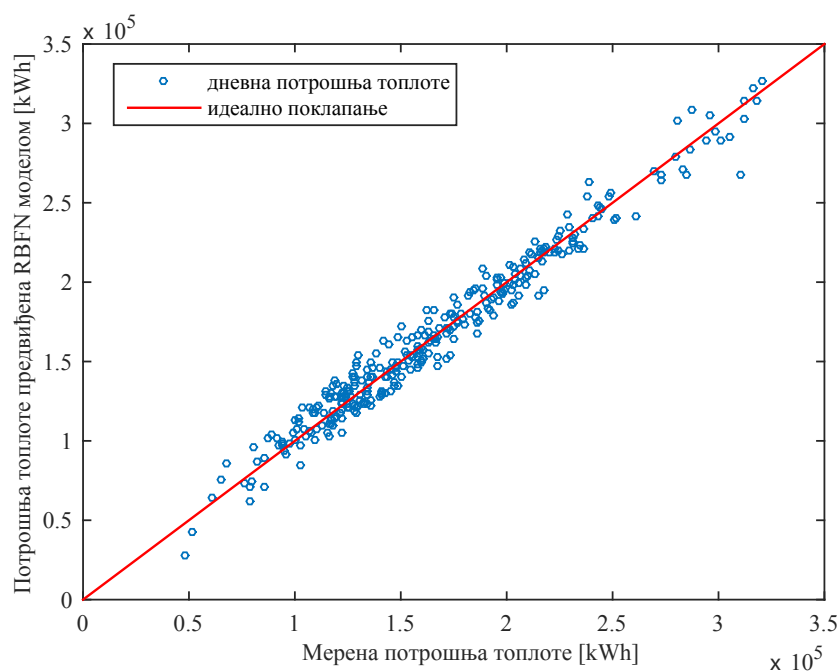
функцију (Гаусову). Уколико је ширина Гаусове функције већа, јавиће се већа преклапања међу функцијама, па ће и већи број неурона имати значајан одзив на линеарне излазне неуроне, чиме се постиже више глатка функција. За мање вредности ширине, радијална базисна функција је стрмија (оптрија), па мањи број неурона има значајан одзив. Превише мала вредност овог параметра доводи до преобучавања модела.

За развијање модела коришћена је уграђена функција у Матлабу (`newrb`), уз адекватна подешавања, која итеративно креира ову врсту мреже додавањем по једног неурона у сваком тренутку итерације. Број неурона у скривеном слоју се аутоматски повећава док се не постигне задата вредност грешке или док се не достигне задати максимални број неурона у скривеном слоју. У том смислу оптимална вредност ширине радијалне функције је одређена методом покушаја и грешке и најбољи резултати су постигнути за вредност 4, док је број неурона у скривеном слоју 11. У Табели 14 су приказани показатељи тачности предвиђања RBFN мрежом.

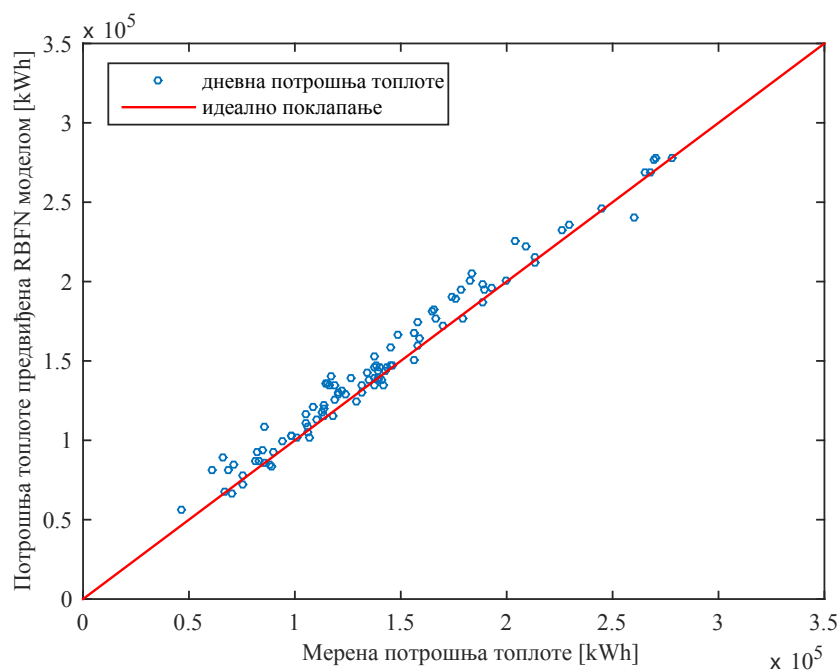
Табела 14: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте RBFN моделом

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Неуронска мрежа RBFN	0,9686	0,9766	9.766	10.196	5,3309	6,5084

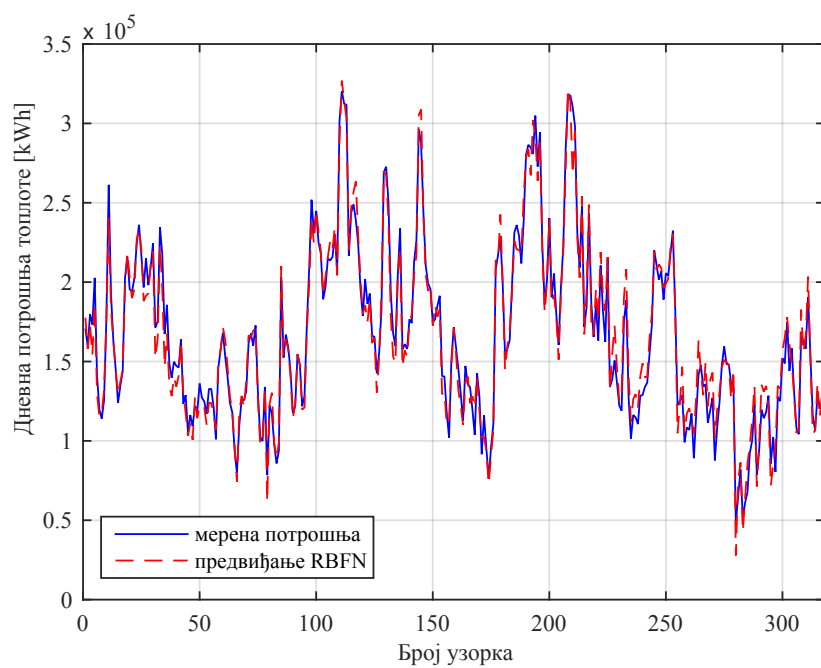
Поређење између мерених и предвиђаних вредности RBFN моделом приказани су на сликама 39 и 40. У тест периоду модел показује нешто веће вредности од мерених, али има мање тачака са великим видљивим одступањима од FFNN модела. Средња апсолутна процентуална грешка и у периоду за обучавање (MAPE=5,3309%) и за тестирање (MAPE=6,5084%) је већа него код FFNN (4,5430% и 6,3438% следствено).



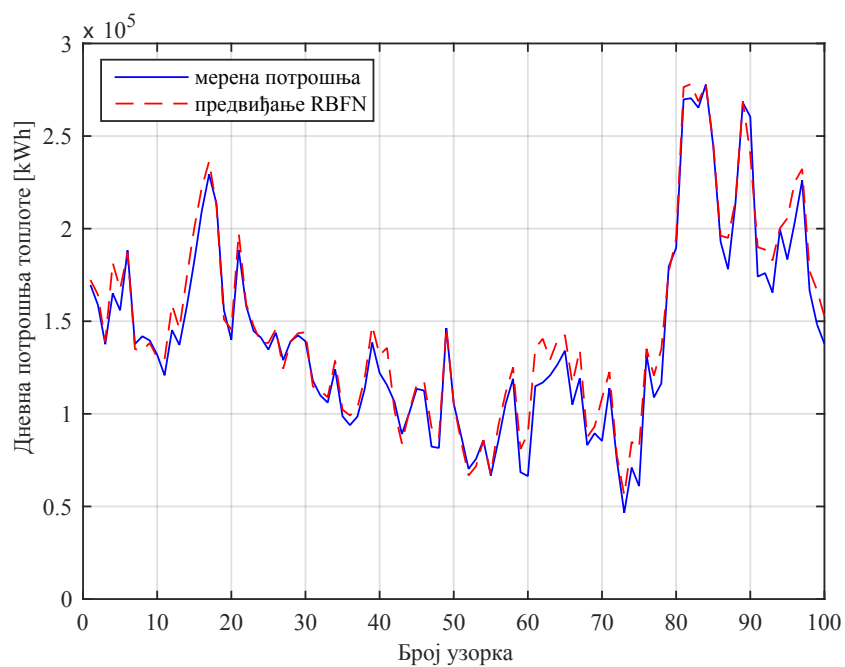
Слика 39: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања RBFN моделом за период обучавања



Слика 40: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања RBFN моделом за тест период



Слика 41: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте RBFN моделом за период обучавања



Слика 42: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте RBFN моделом за тест период

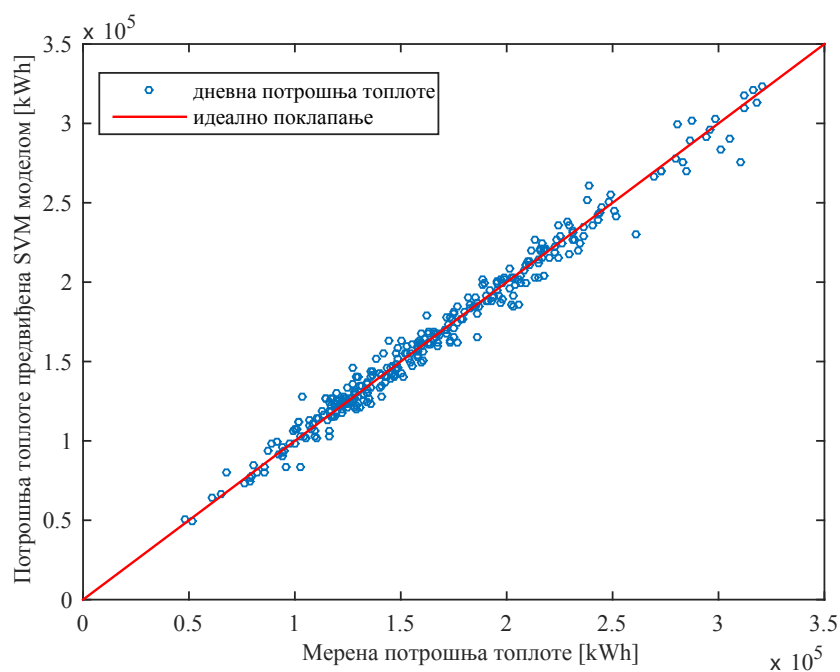
На сликама 41 и 42 приказани су резултати предвиђања RBFN мрежом за период обучавања и тест период, следствено. И RBFN модел почетком новембра 2012 године показује највеће одступање од мерених вредности.

5.5 SVM модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса

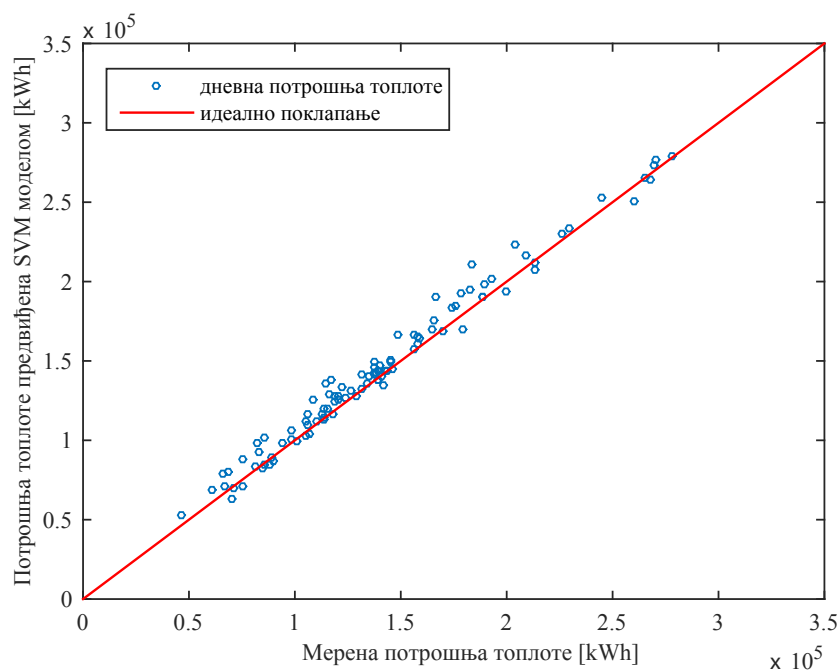
Модел применом методе потпорних вектора (Support Vector Machine-SVM) је развијен у пакету LibSVM [54]. Пакет се може користити директно из windows оперативног система, као и Матлаб окружењу. За претрагу оптималних параметара доступни су алати "grid.py" (за класификацију) и "gridregression.py" (за регресију). Оба алата користе мрежну претрагу свих комбинација параметара у одређеном опсегу, са задатим кораком, издвајајући ону комбинацију која даје најмању грешку на обучавању. Слична претрага се може урадити и директно у Матлабу формирањем петље унутар које се рачуна грешка предвиђања за сваку комбинацију параметара и након тога бира оптимална комбинација. Уобичајено је да се у првој фази развоја модела разматра шири опсег параметара са већим кораком како би се издвојила област најбољих комбинација параметара. Затим се финија претрага у тој области врши са ситнијим кораком и добијају се најбољи резултати предвиђања. Како би се избегао проблем преобучавања модела коришћена је унакрсна валидација са 5 преклапања (5 - fold crossvalidation). Оптимална комбинација параметара је $(C, \epsilon, \gamma) = (16, 0, 0078, 0, 0625)$. Модел је затим обучен са тим параметрима и резултати предвиђања дневне потрошње енергије из система даљинског грејања добијених SVM моделом су приказани у табели 15.

Табела 15: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса SVM моделом

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Метода потпорних вектора SVM	0,9819	0,9816	7.423	8.616	3,5498	5,3084



Слика 43: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања SVM моделом за период за обучавање

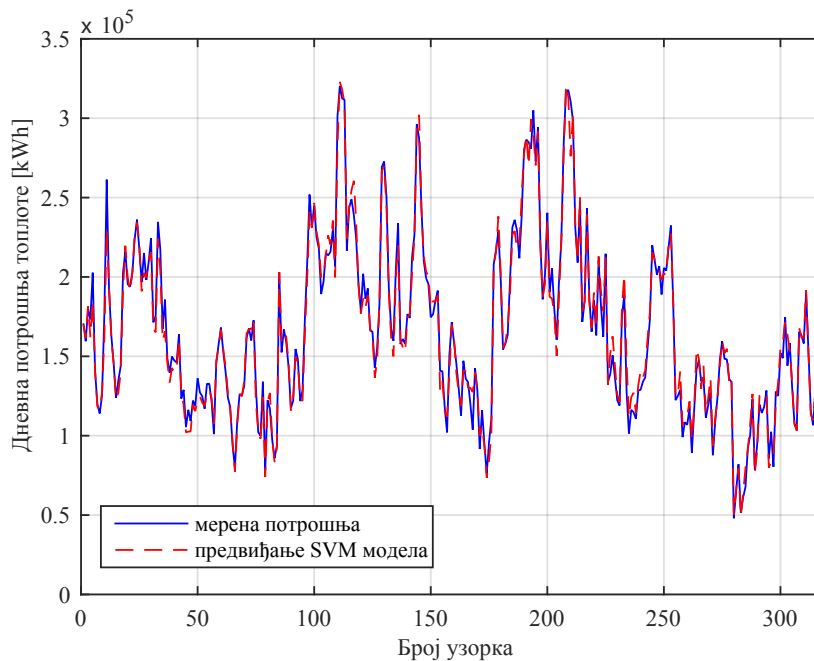


Слика 44: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања SVM моделом за тест период

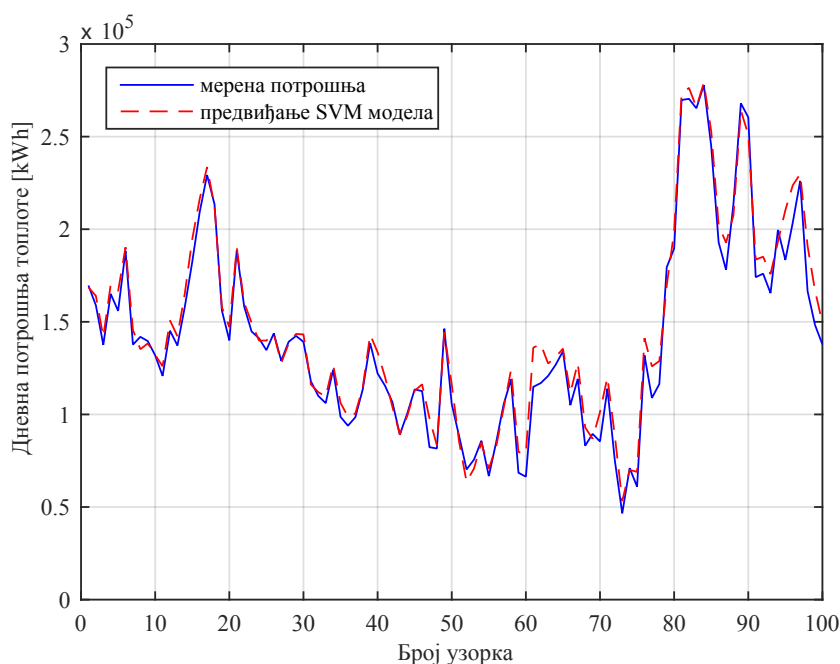
Поређење између мерених вредности и вредности добијених предвиђањем у периоду за обучавање и тест периоду приказани су на сликама 43 и 44, следствено.

SVM модел не показује да посебно подбацује или прецењује вредности потрошње на периоду за обучавање (слика 43), док на скупу података за тестирање чешће предвиђа нешто већу потрошњу него што показују мерења (слика 44).

Резултати предвиђања овог модела за период обучавања и тест период приказани су на сликама 45 и 46. Од свих појединачних модела, SVM показује најбоље поклапање са временском серијом мерене потрошње, при чему су највећа одступања на узорцима 60 до 65 у тест периоду (прва недеља новембра 2012 године).



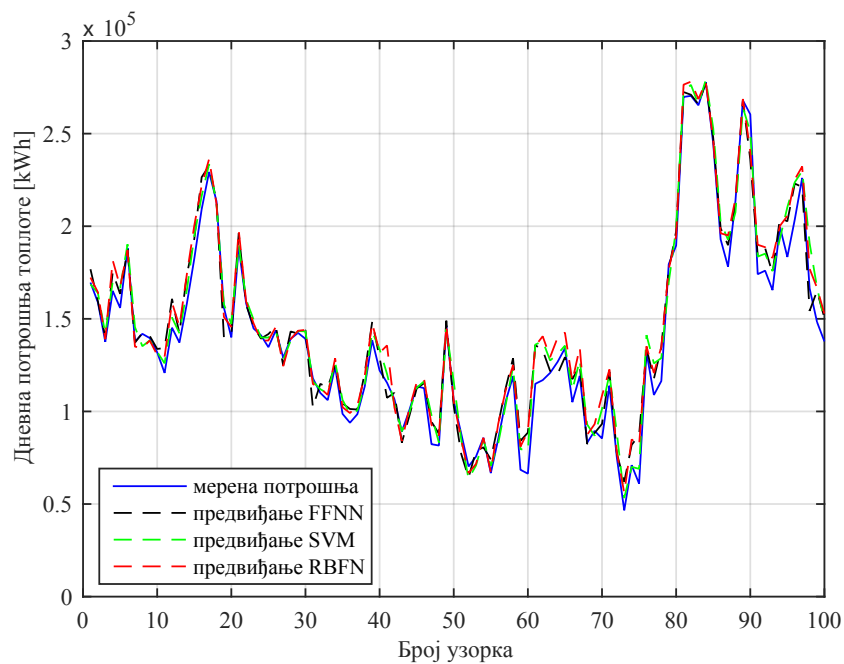
Слика 45: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте SVM моделом за период за обучавање



Слика 46: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте SVM моделом за тест период

Резултати показују да сви анализирани модели применом метода вештачке интелигенције постижу велику тачност у предвиђању дневне потрошње топлоте кампуса. За ову студију случаја, најбоље резултате показује SVM модел, постижући вредност средње апсолутне процентуалне грешке (MAPE) 3,5498% на подацима за обучавање и 5,3084% на подацима одвојеним за тестирање модела. Сви појединачни модели праве највеће одступање у првој недељи новембра 2012 године, на самом почетку базе података који је изабрана као изузетно хладна. Посматрањем подскупа података за обучавање (2009, 2010 и 2011 година) у новембру су средње дневне температуре биле више него у новембру 2012. године, који припада тест периоду. С обзиром да модели нису обучени са нижим вредностима температуре на улазу, тако нетипична вредност улазне величине (значајно хладнији новембар 2012) доводи до лошијег предвиђања. Други разлог за овакво одступање може да буде и грешка у мерењу (квар на мерачу) или пропуст у предпроцесирању података (нису довољно успешно препознати и одстрањени нетипични подаци). Осим за предвиђање потрошње,

модели вештачке интелигенције се могу корисити и за контролу рада мерача, тако што указују на постојање значајно веће разлике између очекиваних вредности потрошње и самог мерења. С обзиром на мањи број података са већом потрошњом (изнад 250.000 kWh) у скупу коришћеном за обучавање, модели су мање успешни приликом предвиђања тих вредности. Резултати предвиђања свих развијених модела приказани су на слици 47.



Слика 47: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте развијеним моделима за тест период

6 Побољшања тачности предвиђања модела

Многи инжењерски проблеми, посебно у предвиђању потрошње енергије, су се показали као превише сложени за један модел (неуронску мрежу или модел применом методе потпорних вектора). С обзиром да је област вештачке интелигенције грана науке која се у последње време интензивно развија, у литератури се могу наћи бројни покушаји побољшања тачности предвиђања појединачних модела. Нека истраживања су окренута испитивању комбиновања различитих модела у јединствено предвиђање, креирањем ансамбла. С обзиром да реални проблеми најчешће показују комбинацију линеарних и нелинеарних зависности међу променљивама, јавила се идеја развијања хибридног модела који би користио предности линеарних и нелинеарних техника уз превазилажење њихових недостатака.

6.1 Ансамбл креираних модела

Истраживачи су показали да се једноставним комбиновањем излаза неуронских мрежа могу постићи прецизнија предвиђања и значајно унапредити способност генерализације у односу на било коју појединачну мрежу [55]. Ансамбл је веома успешна техника, код које се излази посебно обучаваних модела комбинују како би се креирало јединствено предвиђање. У раду [56] анализирана је веза између ансамбла и компонената које га сачињавају. Теоретски и емпиријски радови су показали да је добар ансамбл онај код којег елементи поседују две кључне особине: тачност и различитост [57]. Наиме, претпоставка је да ће појединачне мреже правити грешке на различитим деловима улазног скупа података. Кључни проблем у креирању ансамбла је како изабрати елементе како би се постигао оптимални компромис између ова два контрадикторна услова. Тачност се постиже применом одговарајућих алгоритама обучавања и параметара модела, у зависности од изабране топологије. Различитост међу чланицама се може постићи бројним методама ([58], [59]). Методе које се најчешће користе се могу поделити у три групе:

1. Прераспоређивање (реорганизовање) скупа података за обучавање, тј. обучавање чланица на различитим, одговарајуће изабраним подскуповима улазних података.
2. Комбиновање мрежа различитих топологија, броја неурона у улазном или скривеном слоју, почетних тежинских коефицијената, алгорита обучавања, или чак различитих типова мрежа.
3. У трећу групу спадају "селективне" методе (selective approach) где се чланови ансамбла бирају из групе исправно обучених мрежа.

Прва група метода се односи на обучавање мрежа на различитим подскуповима података и обухвата примену неколико важних техника за прераспоређивање скупова: унакрсна валидација (cross-validation), bagging, boosting (техника удруживања). Ове методе се ослањају на реорганизовање основног скупа података како би се добило више подскупова који ће се користити за обучавање мрежа. Код методе унакрсне валидације скуп података се дели на одређен број приближно једнаких делова, а затим се свака мрежа независно обучава на свом подскупу. Уколико се анализира мањи скуп података у којима има много шума, ова техника може помоћи у уклањању корелације међу мрежама, боље него у случају кад се мреже обучавају на целокупном скупу података. Међутим, када се ради са већим бројем независних мрежа, овакав приступ раздвајања основног скупа података за обучавање без преклапања (понављања елеманата) може довести до тога да је подскуп за обучавање мреже превише мали. У том случају за мале скупове података може се радити са понављањем (поновним коришћењем) података, као што је случај са методама bootstrap. Bagging (акроним од „bootstrap aggregation“) је метода коју је развио Breiman [60]. Bootstrap је метода којом се на основу расположивих података из неког узорка креира велики број нових подскупова, истог обима као и изворни скуп, случајним бирањем са враћањем у оригинални скуп података. Тако се bagging алгоритам заснива на случајном одабиру подскупова уз допуњавање из оригиналног скупа података за обучавање. Затим се мреже чланице обучавају на тако добијеним подскуповима. Тако се неки узорци могу поновити током

обучавања, а неки могу бити и изостављени. Алгоритам *boosting* је развио Schapire [61] и према том алгоритму мреже се обучавају поступно на подацима који су исфилтрирани претходно обученим мрежама. Код *bagging* алгоритма, подскуп података за обучавање се креира насумичним избором и ти подскупови нису међусобно повезани, па је могуће истовремено обучавати више мрежа. Код *boosting* алгоритма, нови подскуп за обучавање се формира на основу учинка претходних мрежа, тако што се већа важност даје оним елементима који су лоше предвиђани. Идеја је да управо ти проблематични елементи имају већу шансу одабира приликом обучавања наредне мреже. На тај начин алгоритам удруживања форсира основни алгоритам обучавања да се фокусира више на примере које је лоше обрадио у претходном процесу. Применом овог каскадног алгоритма мреже морају да се обучавају једна за другом.

Код друге групе метода разноврсност међу чланицама ансамбла се постиже коришћењем различитих топологија (архитектура) мрежа, било променом броја скривених слојева, броја неурона у скривеном слоју, различитих иницијалних тежина, алгоритама обучавања, или чак коришћењем различитих типова мрежа.

Трећој групи припадају методе "селекције", где се чланице ансамбла бирају из групе правилно обучених мрежа. Opitz [62] предлаже генерички алгоритам за избор чланица, а поред тога су познате и методе одбацивања (*pruning*) [63], код којих се одбацују они класификатори (чланови) који не доприносе побољшању тачности, алгоритми засновани на раздвајању грешке генерализације на биас и варијансу (*bias/variance decomposition* [56], [64]) и други.

Један од начина да се постепено постигне и тачност чланица, као и њихова међусобна различитост је примена *k-means* кластеризације на групи претходно успешно обучених мрежа [65].

Након одговарајућег избора чланица ансамбла, приступа се комбиновању излаза појединачних модела у јединствено предвиђање. Конвенционални приступ подразумева осредњавање предвиђања елемената ансамбла, и то:

- аритметичко осредњавање, где се излаз из ансамбла дефинише као средња вредност излаза појединачних мрежа (ансамбл АО),

- тежинско осредњавање, где се излаз ансамбла добија тежинским осредњавањем компонената (ансамбл TO),
- осредњавање методом медијане (ансамбл M).

6.1.1 Вишестепени ансамбл

Примена неуронске мреже за комбиновање излаза из појединачних модела је анализирана у [66]. У раду [67] RBFN мрежа се користи у другом ступњу како би се формирало јединствено предвиђање девизног курса. У овој дисертацији, приликом креирања вишестепеног ансамбла, излази појединачних мрежа (изабраних за елементе ансамбла) се узимају као улаз у нову мрежу (било FFNN, RBFN или SVM модел), а као излаз из модела у другом степену се добија коначно предвиђање потрошње енергије. У области предвиђања потрошње енергије, овакве анализе се не могу наћи у стручној литератури, при чему се и у другим областима за елементе вишестепеног ансамбла углавном користе FFNN мреже.

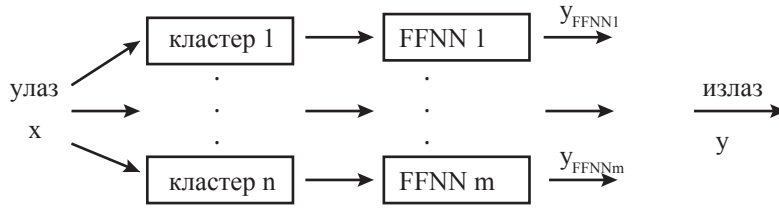
6.1.2 Формирање скупа података за обучавање у циљу креирања ансамбла

У циљу постизања различитости код елемената ансамбла, улазни скуп података за обучавање је подељен у одговарајуће подскупове применом k-means кластеризације. K-means кластеризација, коју је први увео MacQueen[68] је метода која се користи да се скуп података аутоматски подели на m група. Иако је ова метода уведена пре више од 50 година, и даље представља један од најраспрострањенијих алгоритама за кластеризацију. Основни разлози за њену популарност су лака имплементација, једноставност, ефикасност и доказан успех у емпиријским радовима. Ова техника се заснива на матрици растојања, користећи за критеријум Еуклидско растојање. Почиње са m иницијалних центара кластера (група) и за сваку тачку се рачуна Еуклидско растојање, након чега се одређена тачка додељује најближем центру кластера. Овај поступак се понавља све док квадратна грешка између емпиријске средине кластера и тачака које

припадају том кластеру не буде минимална. У овом случају, циљ је да се улазни скуп података X распореди у m кластера, где је број елемената у сваком кластеру n_i , а центар кластера је c_i . Кластеризација се своди на проналажење c_i , минимизирајући

$$J_e = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} \|y_j^{(i)} - c_i\|^2 \quad (79)$$

Затим се креира и обучава по једна FFNN мрежа за сваки кластер, при чему елементи ансамбла испуњавају и критеријум тачности (исправно обучавање) и различитости (обучавање на различитим скуповима података). Алгоритам примене k-means кластеризације на улазним подацима је приказан на слици 48.



Слика 48: Алгоритам коришћења кластеризације на улазу

Када се уведу нови подаци, прво се одреди ком претходно дефинисаном кластеру припада и тако се бира мрежа која ће се користити за тај улазни податак. Кључно питање је одредити оптималан број кластера, који је неопходно дефинисати пре спровођења кластеризације. С обзиром да не постоји општи метод оптимизације броја кластера, избор се углавном врши методом покушаја и грешке (trial and error). У табели 16 приказани су показатељи квалитета предвиђања применом кластеризације, где је број кластера вариран од 2 до 4. За два кластера, грешка у тест периоду је мања од најбоље обучене FFNN, док већ за 4 кластера грешка почиње да расте. Повећавање броја кластера не значи обавезно и побољшање тачности предвиђања, већ је неопходно упоредити перформансе модела за различите бројеве кластера и изабрати најбољу вредност.

Табела 16: Показатељи квалитета предвиђања применом k-means кластеризације на улазним подацима

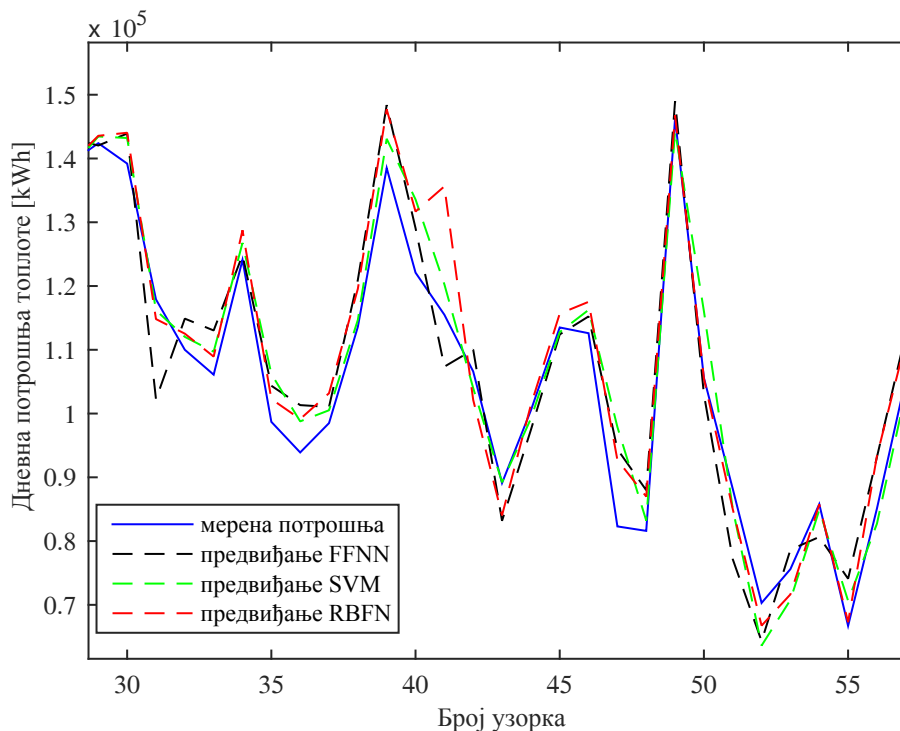
Број кластера	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Најбоља FFNN	0,9734	0,9740	9086,0	9491,9	4,5430	6,3438
2 кластера	0,9768	0,9785	8435,0	9626,3	4,3064	6,3122
3 кластера	0,9743	0,9714	8882,1	9716,1	4,3633	6,1295
4 кластера	0,9721	0,9658	9241,2	10611,1	4,5831	6,1980

С обзиром да нема понављања података (сваки улазни податак се рапоређује у одређени кластер) недостатак ове методе је то што се може догодити да број елемената у одређеном кластеру буде сувише мали, недовољан за исправно обучавање мреже. То је посебно изражено код скупова података које немају велики број елемената, или када један кластер преовладава. Један од начина превазилажења тог проблема је поновно коришћење података за обучавање. Наиме, улазни скуп се распореди на одређен број кластера, а затим се из основног скупа насумично додају елементи како би сваки кластер имао исти број елемената (који је једнак броју елемената основног скупа за обучавање). Идеја је приказана у раду [69], где су након k-means кластеризације насумично додати елементи из основног скупа за обучавање. Након тога је на сваком подскупу (који има исти број елемената као и основни скуп) одвојено обучавања RBFN мрежа, док је ансамбл чланица креиран конвенционалним методама осредњавања. На тај начин се постижу значајнија побољшања квалитета предвиђања.

6.1.3 Комбиновање мрежа/модела различитих топологија

Код овог ансамбла за чланове су изабрани модел SVM, мрежа FFN и мрежа RBFN. Претпоставка је да појединачни модели праве грешке на различитим деловима скупа података, па се комбиновањем излаза те грешке међусобно компензују. То је посебно изражено у случајевима када неки модели предвиђају веће вредности од мерених, а неке мање (слика 49), па резултујуће предвиђање

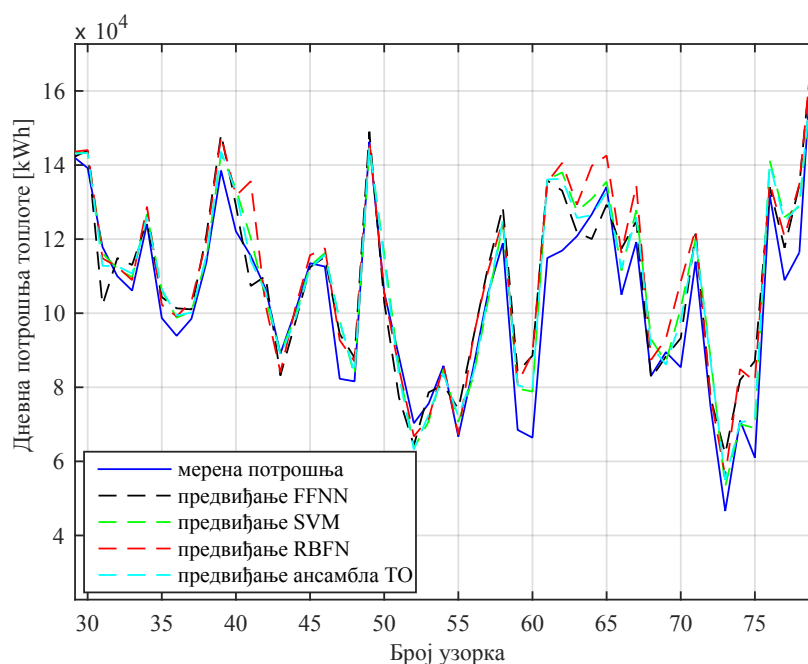
ансамбла потиरे грешке појединачних модела (слика 50).



Слика 49: Део базе података на којој модели праве различите грешке

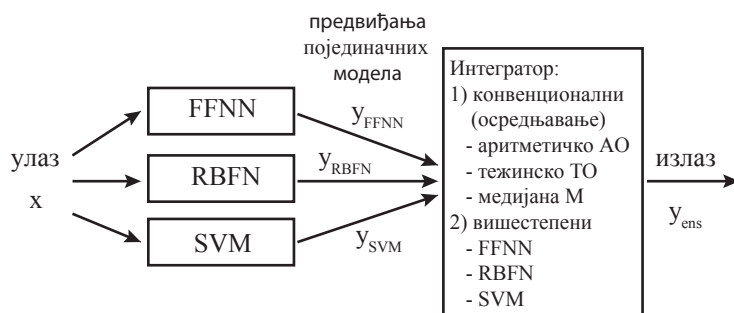
Прво су примењене конвенционалне методе осредњавања излаза за добијање коначног предвиђања. Аритметички ансамбл и осредњавање методом медијане остварују боље резултате од појединачних мрежа RBFN и FFNN, док сам SVM модел постиже мању грешку. Метода тежинског осредњавања се показала најуспешнијом међу конвенционалним начинима за формирање ансамбла, постижући већу тачност предвиђања и на подацима за обучавање и на подацима за тестирање од сваког појединачног модела. Ова идеја је приказана и у раду [13], при чему су мреже развијане коришћењем 9 улазних величина (8 поменутих и потрошња од претходног дана као додатна улазна величина). У том раду су коришћени FFNN, RBFN и ANFIS модели као чланови, а ансамбл је креиран коришћењем конвенционалних метода осредњавања.

На слици 50 се види део података код којих се побољшање постиже применом ансамбла.



Слика 50: Увећан приказ дела резултата предвиђања ансамбла ТО у тест периоду

Алгоритам креирања ансамбла је приказан на слици 51. Осим осредњавања излаза из појединачних модела, напреднији приступ је увођење тих излаза у нову мрежу у другом ступњу (FFNN, RBFN или SVM). Излаз из мреже у другом ступњу је коначно предвиђање дневне потрошње вишестепеним ансамблом.



Слика 51: Алгоритам креирања ансамбла

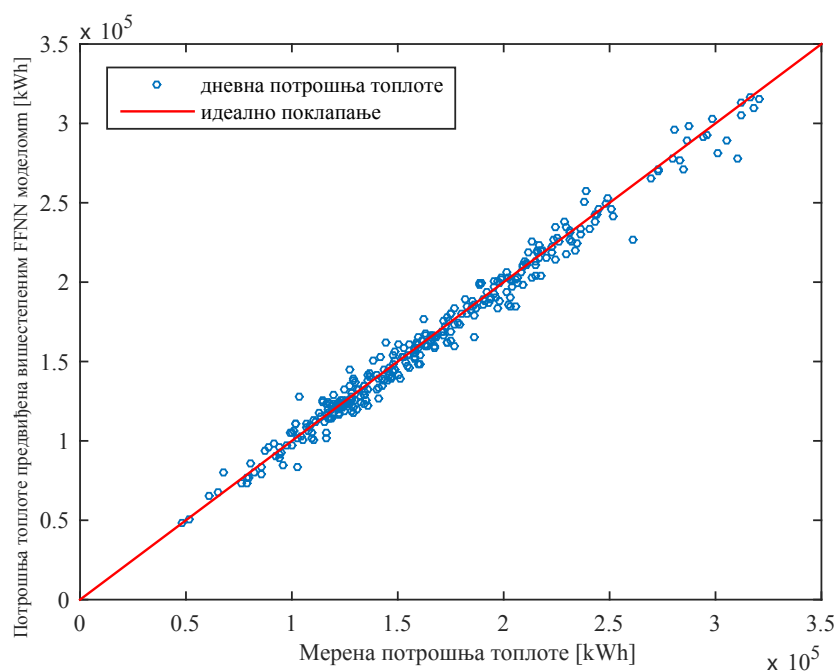
Преглед показатеља квалитета предвиђања свих креираних ансамбла за предвиђање дневне потрошње енергије кампуса приказан је у табели 17. Сви

вишестепени ансамбли су показали побољшање у квалитету предвиђања и приликом обучавања и приликом тестирања модела. Иако су анализирани показатељи често контрадикторни (ако долази до повећања R^2 , грешка MAPE се такође повећава) применом ове методе сви показатељи квалитета су остварили побољшање: R^2 вишестепених ансамбла је већи него код појединачних модела, док су RMSE и MAPE мањи.

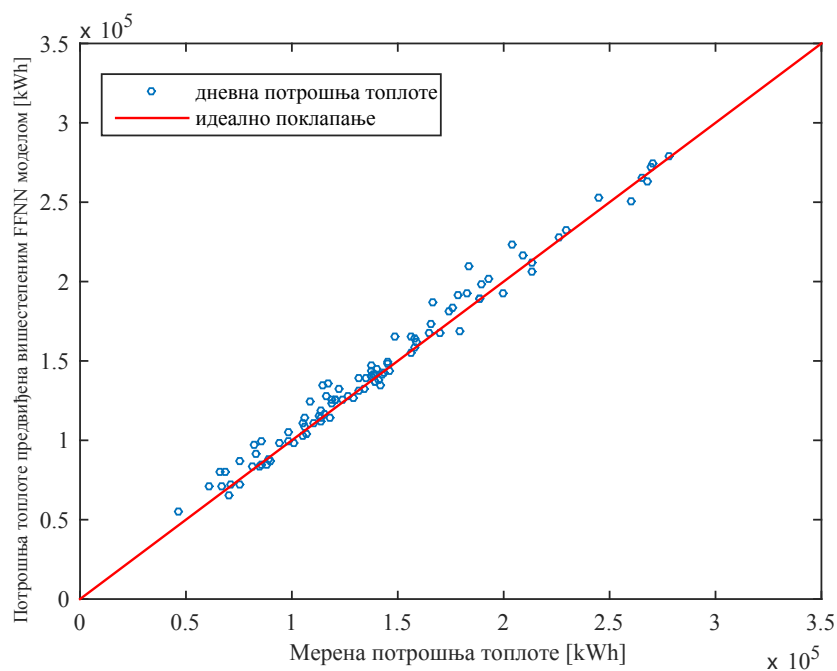
Табела 17: Показатељи квалитета различитих ансамбла за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса

Модел		$R^2[-]$		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
		обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Неуронска мрежа FFNN		0,9734	0,9740	9086,0	9491,9	4,5430	6,3438
Неуронска мрежа RBFN		0,9686	0,9766	9765,8	10195,8	5,3309	6,5084
Метода потпорних вектора SVM		0,9819	0,9816	7423,0	8615,9	3,5498	5,3084
Ансамбл	аритметички (АО)	0,9790	0,9823	8024,2	8680,9	4,1399	5,6335
	тежински (ТО)	0,9827	0,9830	7294,5	8168,6	3,4681	5,1408
	медијана (М)	0,9777	0,9807	8253,4	8973,3	4,2398	5,7831
Вишестепени ансамбл	FFNN	0,9826	0,9825	7426,9	7880,4	3,5136	4,8644
	RBFN	0,9839	0,9826	7008,0	8302,1	3,4420	5,1401
	SVM	0,9828	0,9832	7245,3	8369,2	3,4904	5,2442

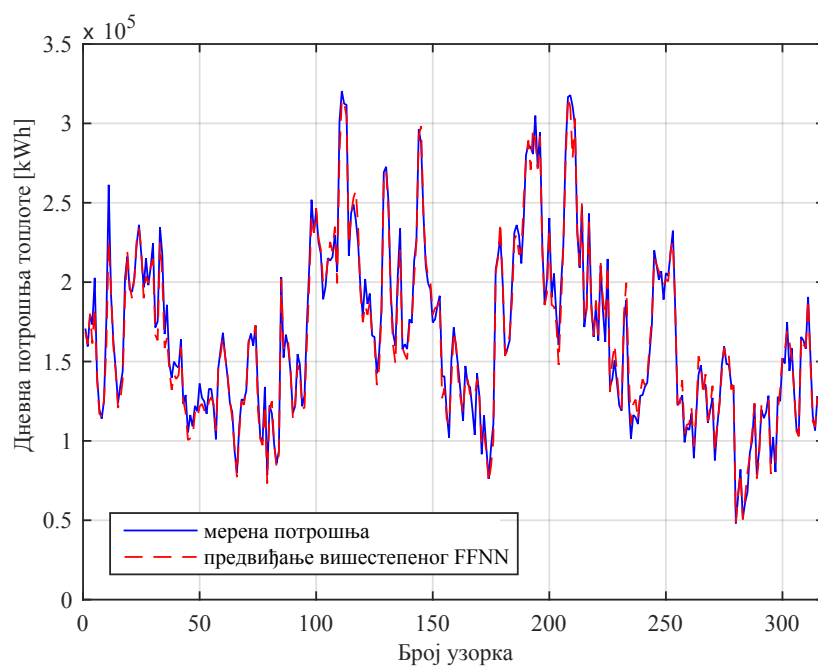
Од вишестепених ансамбла најбоље резултате показује ансамбл са FFNN у другом ступњу, постижући MAPE 3,5136% у периоду за обучавање и 4,8644% у тест периоду. Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и вредности добијених предвиђањем вишестепеним FFNN ансамблом за скупове података за обучавање и тестирање приказана су на сликама 52 и 53



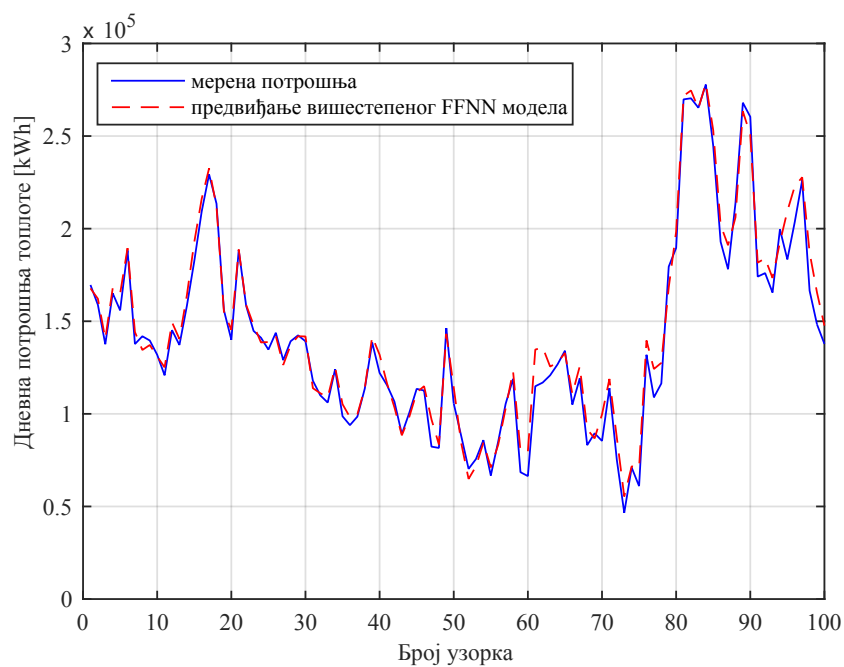
Слика 52: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања вишестепеним FFNN моделом за период обучавања



Слика 53: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте и предвиђања вишестепеним FFNN моделом за тест период

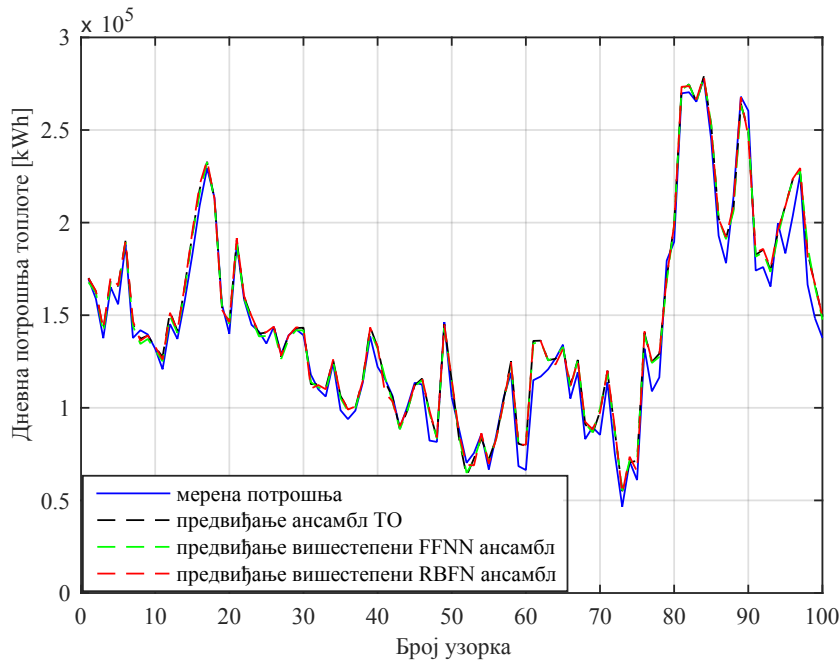


Слика 54: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте вишестепеним FFNN моделом за период обучавања



Слика 55: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте вишестепеним FFNN моделом за тест период

На слици 56 су приказани резултати предвиђања најбољих ансамбла за тест период. Показује се да је вишестепни ансамбл успешна техника комбиновања различитих модела, при чему се постиже побољшање тачности коначног предвиђања.



Слика 56: Резултати предвиђања најбољих ансамбла за тест период

6.1.4 K-means кластеризација за избор чланица ансамбла

У раду [65] коришћење k-means кластеризације за избор неуронских мрежа је упоређено са два главна приступа за креирање ансамбла: bagging и boosting. Кластеризацијом групе исправно обучених мрежа постиже се различитост међу елементима ансамбла. У раду [14] приказана је примена вишестепеног ансамбла у коме су елементи ансамбла (FFNN мреже) изабране коришћењем k-means кластеризације, док је као интегратор појединачних предвиђања развијена RBFN мрежа. Анализиран је различит број кластера и показује се да вишестепени ансамбл постиже боље резултате предвиђања од најбоље обучене FFNN мреже. За све предложене моделе коришћено је 9 улазних величина (претходна потрошња је додатна улазна променљива). У раду [15] у другом ступњу су предло-

жене FFNN мрежа и ANFIS мреже са различитим функцијама припадања, при чему се највећа тачност постиже коришћењем ANFIS мреже као интегратора изабраних елемената.

Када се k-means кластеризација користи за избор неуронских мрежа за чланице ансамбла, циљ је да се излази из појединачних мрежа $y = \{y_1, \dots, y_r\}$ распореде у m кластера, где је број елемената у сваком кластеру n_i , а центар кластера је c_i . Кластеризација се врши минимизацијом квадратне грешке између средине кластера и тачака које припадају том кластеру на основу једначине 79.

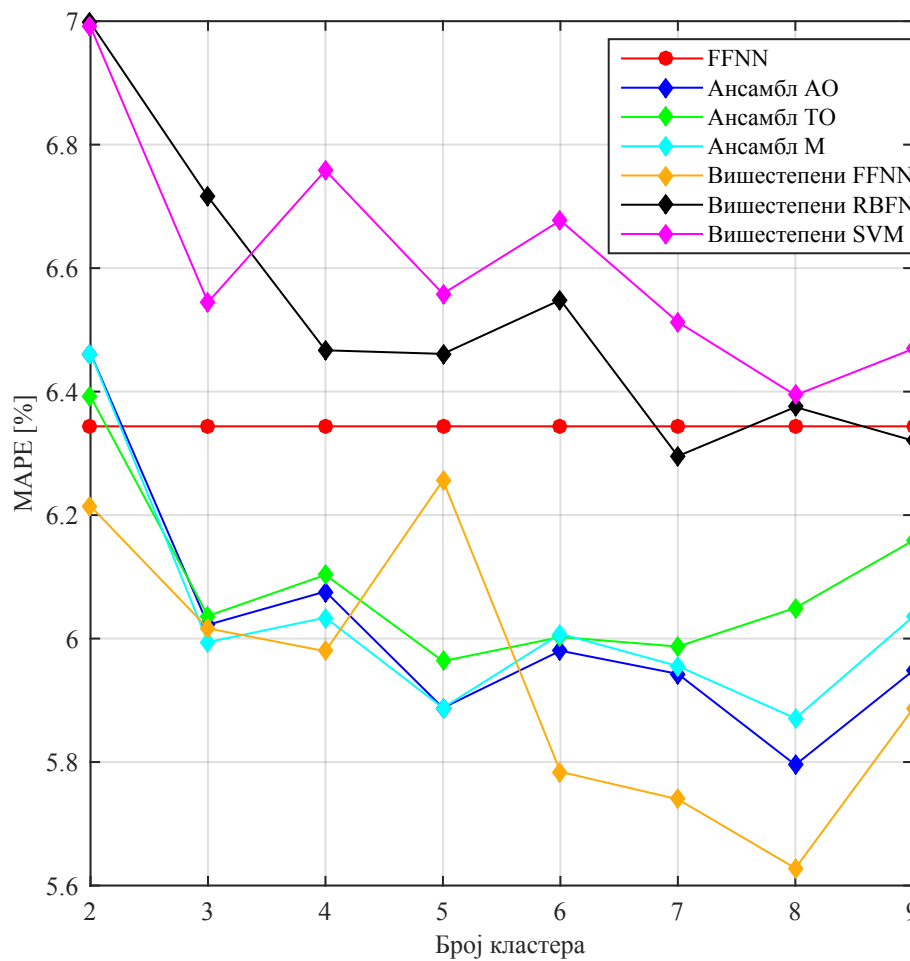
Очигледно, након кластеризације већа је разноликост међу мрежама које припадају различитим кластерима него међу онима које су у истој групи. Различитост се задржава избором најтачније мреже из сваког кластера за чланицу ансамбла, чиме се испуњава и други критеријум (тачност чланова). Најважнији задатак приликом одређивања параметара који морају бити унапред дефинисани за k-means кластеризацију је утврђивање оптималног броја кластера. С обзиром да не постоји математички критеријум за његово одређивање, у литератури се јављају многе хеуристичке методе. Други начин је да се k-means кластеризација независно изврши за различит број кластера и изабере се онај ансамбл који остварује најбоље резултате. У овом примеру број кластера је вариран од 2 до 9. Број мрежа које представљају улаз у ансамбл је једнак броју кластера, јер је најбоља мрежа из сваког кластера изабрана за чланицу. У табелама 18 и 19 приказани су резултати предвиђања модела на скуповима за обучавање и тестирање, следствено. Анализирани су резултати ансамбла насталих осредњавањем излаза чланица, као и применом SVM, RBFN и SVM модела у другом ступњу (вишестепени ансамбли).

Табела 18: Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте ансамбла за различит број кластера за период обучавања

Број кластера		2	3	4	5	6	7	8	9
R ² [—]	Најбоља FFNN2	0,9734	0,9734	0,9734	0,9734	0,9734	0,9734	0,9734	0,9734
	Ансамбл АО	0,9780	0,9788	0,9788	0,9798	0,9794	0,9795	0,9795	0,9797
	Ансамбл ТО	0,9776	0,9788	0,9792	0,9803	0,9802	0,9801	0,9805	0,9810
	Ансамбл М	0,9780	0,9786	0,9797	0,9804	0,9804	0,9801	0,9799	0,9803
	Вишестепени FFNN	0,9783	0,9792	0,9794	0,9811	0,9799	0,9805	0,9794	0,9796
	Вишестепени RBFN	0,9780	0,9779	0,9792	0,9806	0,9804	0,9792	0,9777	0,9805
	Вишестепени SVM	0,9780	0,9787	0,9797	0,9802	0,9804	0,9800	0,9805	0,9805
RMSE [kWh]	Најбоља FFNN2	9086,0	9086,0	9086,0	9086,0	9086,0	9086,0	9086,0	9086,0
	Ансамбл АО	8337,2	8202,8	8273,7	8116,6	8165,4	8098,7	8182,6	8018,4
	Ансамбл ТО	8394,5	8194,7	8286,9	8152,8	7994,0	7994,0	7913,1	7612,2
	Ансамбл М	8337,2	8208,6	8090,0	7958,9	7967,3	7930,5	8092,1	7867,4
	Вишестепени FFNN	8432,0	8105,6	8163,0	7672,2	8032,5	8227,4	8077,1	7928,4
	Вишестепени RBFN	8173,7	8194,6	7957,5	7681,3	7711,4	7946,6	8236,0	7710,7
	Вишестепени SVM	8220,1	8382,6	7868,2	7773,8	7734,9	7808,6	7721,2	7708,1
MAPE [%]	Најбоља FFNN2	4,5430	4,5430	4,5430	4,5430	4,5430	4,5430	4,5430	4,5430
	Ансамбл АО	4,0974	4,1581	4,2329	4,1831	4,0809	4,0808	4,0398	3,9592
	Ансамбл ТО	4,1618	4,1692	4,2290	4,2082	4,0809	4,0808	4,0398	3,9592
	Ансамбл М	4,0974	4,0729	4,1291	4,1130	4,0583	4,0593	4,1311	4,0266
	Вишестепени FFNN	4,1726	4,1201	4,0862	4,0412	4,2075	4,1768	4,1253	4,1242
	Вишестепени RBFN	4,0330	4,2759	4,0985	4,0129	3,9888	4,0564	4,3345	4,0351
	Вишестепени SVM	4,0893	4,2482	4,0640	4,0919	4,0123	4,1132	3,9846	4,0332

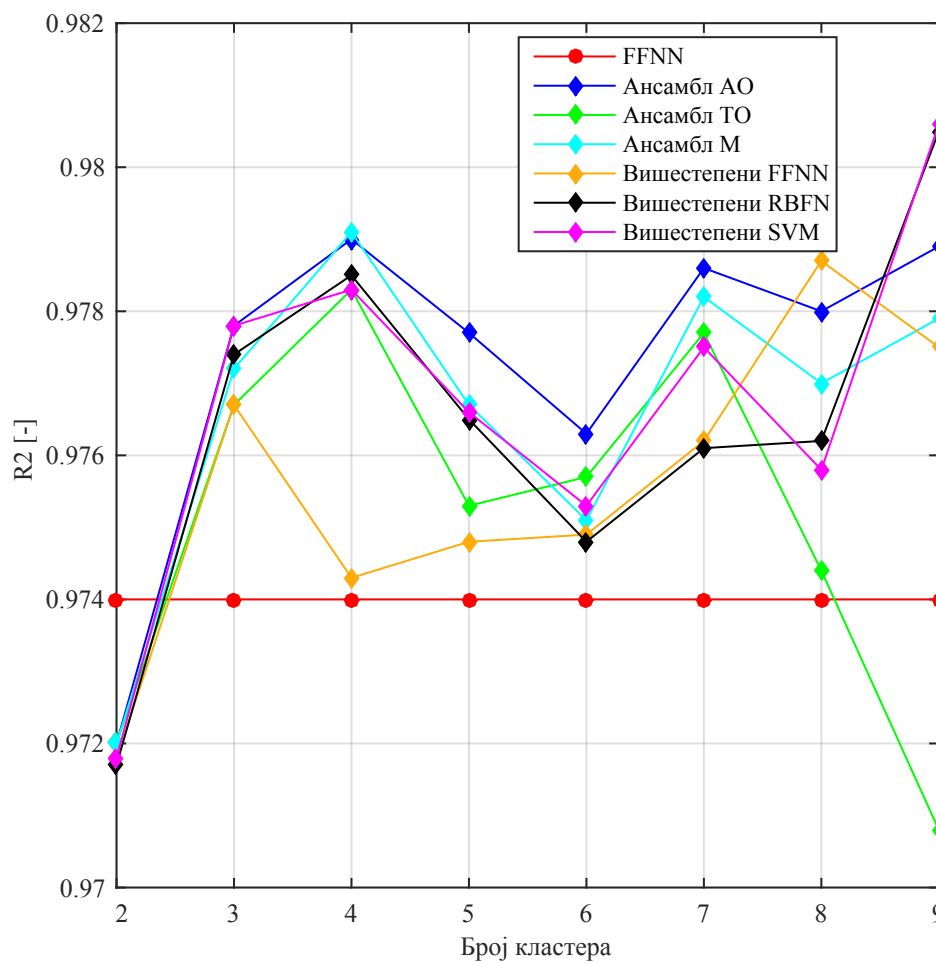
Табела 19: Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте ансамбла за различит број кластера за тест период

Број кластера		2	3	4	5	6	7	8	9
R ² [—]	Најбоља FFNN2	0,9740	0,9740	0,9740	0,9740	0,9740	0,9740	0,9740	0,9740
	Ансамбл АО	0,9720	0,9778	0,9790	0,9777	0,9763	0,9786	0,9780	0,9789
	Ансамбл ТО	0,9720	0,9767	0,9783	0,9753	0,9757	0,9777	0,9744	0,9708
	Ансамбл М	0,9720	0,9772	0,9791	0,9767	0,9751	0,9782	0,9770	0,9779
	Вишестепени FFNN	0,9718	0,9767	0,9743	0,9748	0,9749	0,9762	0,9787	0,9775
	Вишестепени RBFN	0,9717	0,9774	0,9785	0,9765	0,9748	0,9761	0,9762	0,9805
	Вишестепени SVM	0,9718	0,9778	0,9783	0,9766	0,9753	0,9775	0,9758	0,9806
RMSE [kWh]	Најбоља FFNN2	9491,9	9491,9	9491,9	9491,9	9491,9	9491,9	9491,9	9491,9
	Ансамбл АО	9850,3	9082,3	9005,8	8934,9	8165,4	9007,6	8857,6	8988,8
	Ансамбл ТО	9796,6	9188,8	9003,7	9023,3	9154,5	9049,6	9250,7	9320,8
	Ансамбл М	9850,3	9037,9	8907,5	9029,0	9174,4	9073,4	8991,6	9127,1
	Вишестепени FFNN	9596,0	9271,8	9326,5	9595,1	9147,0	8820,0	8697,2	9265,1
	Вишестепени RBFN	10636,4	10100,4	9702,2	9775,6	9972,9	9686,7	9872,4	9577,8
	Вишестепени SVM	10495,7	9555,3	10093,7	9886,8	10083,3	9737,3	9755,6	9705,8
MAPE [%]	Најбоља FFNN2	6,3438	6,3438	6,3438	6,3438	6,3438	6,3438	6,3438	6,3438
	Ансамбл АО	6,4620	6,0224	6,0762	5,8878	5,9803	5,9428	5,7955	5,9477
	Ансамбл ТО	6,3920	6,0367	6,1031	5,9635	6,0025	5,9871	6,0497	6,1586
	Ансамбл М	6,4620	5,9942	6,0340	5,8878	6,0077	5,9555	5,8709	6,0351
	Вишестепени FFNN	6,2145	6,0165	5,9795	6,2564	5,7842	5,7398	5,6280	5,8859
	Вишестепени RBFN	6,9971	6,7156	6,4669	6,4611	6,5485	6,2955	6,3750	6,3207
	Вишестепени SVM	6,9909	6,5447	6,7583	6,5585	6,6772	6,5128	6,3942	6,4690



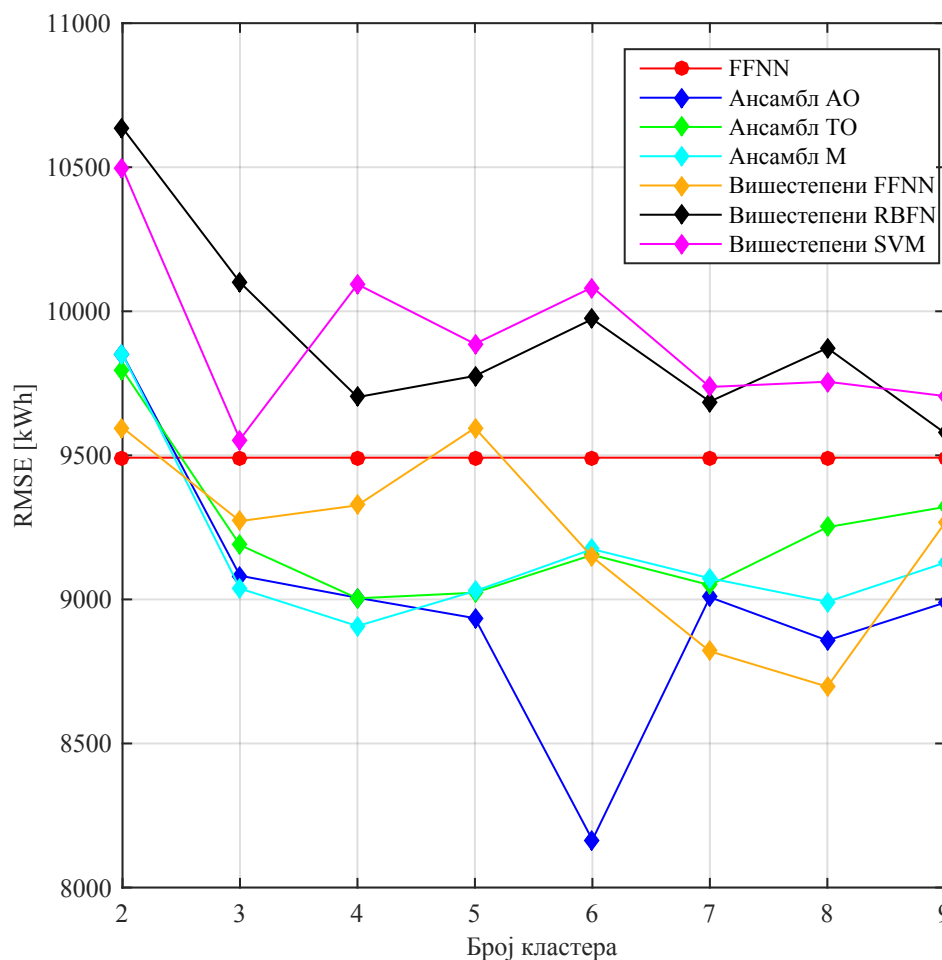
Слика 57: Утицај броја кластера на тачност различитих ансамбла (MAPE)

Резултати показују да је средња апсолутна квадратна грешка (MAPE) у тест периоду боља од најбоље обучене FFNN мреже за ансамбле АО, ТО, М и вишестепени ансамбл са FFNN у другом ступњу и то за све вредности кластера веће од 2. Притом се најбољи резултати постижу са вишестепеним ансамблом са FFNN у другом ступњу са 8 кластера (MAPE= 5,6280%). Вишестепени ансамбли са RBFN и SVM у другом ступњу за испитане бројеве кластера нису показали побољшање тачности у односу на најбоље обучену FFNN мрежу.



Слика 58: Утицај броја кластера на тачност различитих ансамбла (R^2)

Коефицијент детерминације (R^2) у тест периоду је показао побољшање у односу на најбољу FFNN мрежу, за све бројеве кластера веће од 2, при чему се најбољи резултат постиже са вишестепеним ансамблом са SVM у другом ступњу са 9 кластера ($R^2 = 0,9806\%$).



Слика 59: Утицај броја кластера на тачност различитих ансамбла (RMSE)

6.2 Хибридни модели за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса

Хибридни приступ се заснива на чињеници да су линеарни модели веома успешни приликом описивања линеарне везе међу променљивама, али наилазе на потешкоће приликом рада са већим бројем променљивих, као и са подацима ван интервала обучавања. С друге стране вештачке неуронске мреже показују сјајне резултате приликом моделовања нелинеарних веза међу подацима, међутим мање су успешни код решавања линеарних проблема. Комбиновањем предности линеарних и нелинеарних модела, хибридни приступ има потенцијал да

препозна сложене везе међу подацима и тако постигне боље резултате предвиђања. Zhang је у свом раду [70] први предложио успешну методологију која комбинује ауторегресиони модел покретних средина (Autoregressive Integrated Moving Average - ARIMA) и неуронску мрежу за предвиђање временске серије, користећи емпиријске податке. За предвиђање годишњих трошкова едукативних објеката у [71] предложен је модел који комбинује сезонски ауторегресивни модел (SARIMA) и NN. Хибридни ARIMA-NN модел се показао успешним и у предвиђању брзине ветра [72], при чему су резултати бољи него применом неког од ова два модела појединачно. Приликом развијања ауторегресионих модела који се користе за предвиђање временских серија приказаних у поменутих радовима улазне величине у модел су само претходне вредности предвиђане променљиве (нема других, спољашњих улазних величина).

Alawi и коаутори су у [73] применили сличан алгоритам за предвиђање количине озона и потврдили успешност технике користећи мерене податке. За линеарни модел су изабрали регресију главних компоненти (Principal Component Regression- PCR), док је за нелинеарни модел изабрана неуронска мрежа. Хибридни модел је показао побољшање тачности предвиђања у односу на примену појединачних модела на базу података.

У овој дисертацији идеја је да се испита могућност побољшања квалитета предвиђања применом хибридног приступа. Притом се користе исте улазне променљиве као за претходно развијане моделе. Идеја се састоји у томе да се зависно променљива подели на линеарни и нелинеарни део:

$$y_t = G_t + N_t \quad (80)$$

где је G_t линеарна компонента (која се предвиђа линеарним моделом), а N_t нелинеарна компонента (која се предвиђа нелинеарним моделом). Након предвиђања линеарним моделом, одређују се резидуали:

$$e_t = y_t - \hat{G}_t \quad (81)$$

где је e_t резидуал, а $\hat{G}_t$ вредност предвиђена линеарним моделом. Резидуали се затим моделују неким нелинеарним моделом, и комбиновано предвиђање се

одређује као:

$$\hat{y}_t = \hat{G}_t + \hat{J}_t \quad (82)$$

где је $\hat{J}_t$ резултат предвиђања нелинеарног модела.

6.2.1 Хибридни SVM модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса

За предвиђање линеарног дела анализираног проблема изабран је вишеструки линеарни модел (коришћењем истих 8 улазних величина као и за претходне моделе), док је на резидуале примењена метода потпорних вектора (SVM). Улаз у SVM модел су поменутих 8 улазних величина, док су излаз резидуали (разлике између стварних вредности и предвиђања линеарног модела).

Табела 20: Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса хибричним SVM моделом

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Линеарни модел	0,9574	0,9701	11.389	11.430	5,7850	8,1540
Метода потпорних вектора SVM	0,9819	0,9816	7.423	8.616	3,5498	5,3084
Хибридни SVM модел	0,9788	0,9751	8.037	10.616	4,1000	7,0360

Иако је бољи од вишеструког линеарног модела, хибридни SVM модел није показао боље резултате од појединачног SVM модела.

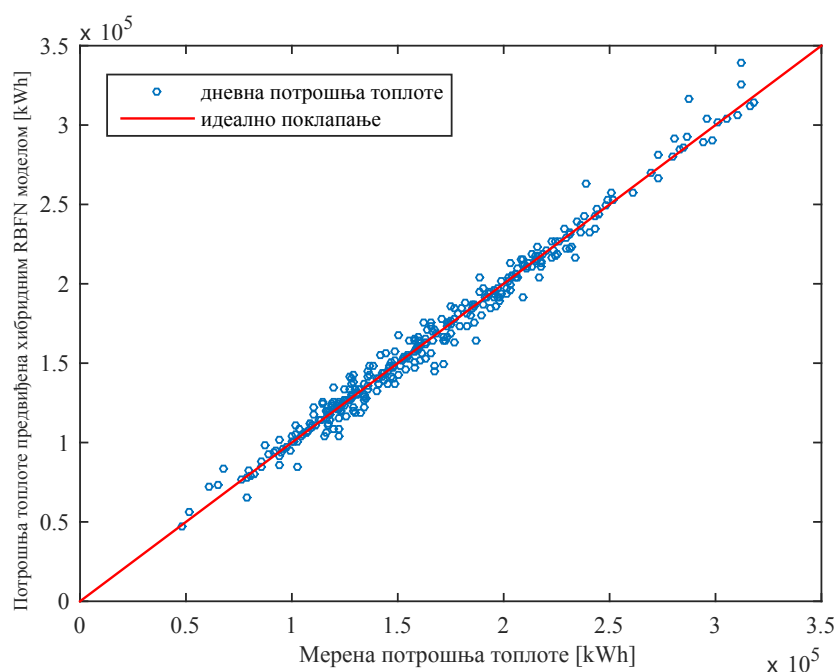
6.2.2 Хибридни RBFN модел за предвиђање дневне потрошње топлоте кампуса

У табели 21 приказани су показатељи тачности предвиђања за хибридни модел RBFN. Овај хибрид показује боље резултате и од линеарног модела и саме RBFN мреже, постижући грешку MAPE од 3,3579% на бази података за обучавање и 6,0488% на тест подацима. И грешка RMSE је мања применом хибридног модела, док коефицијент детерминације показује мало лошије резултате у тест периоду од RBFN мреже, док је у периоду обучавања бољи.

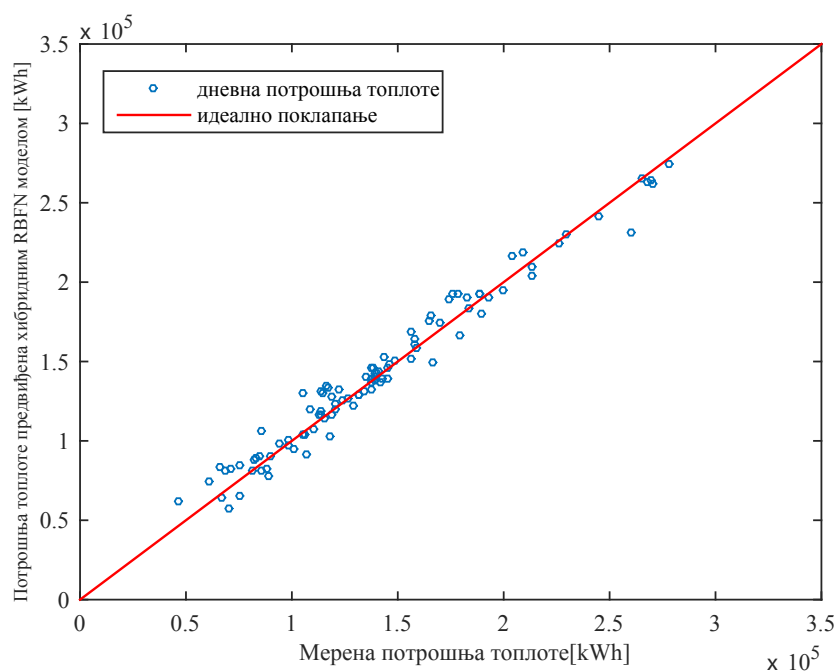
Табела 21: Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса хибридным RBFN моделом

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Линеарни модел	0,9574	0,9701	11.389	11.430	5,7850	8,1540
Неуронска мрежа RBFN	0,9686	0,9766	9.766	10.196	5,3309	6,5084
Хибридни RBFN модел	0,9825	0,9703	7.377	9.230	3,3579	6,0488

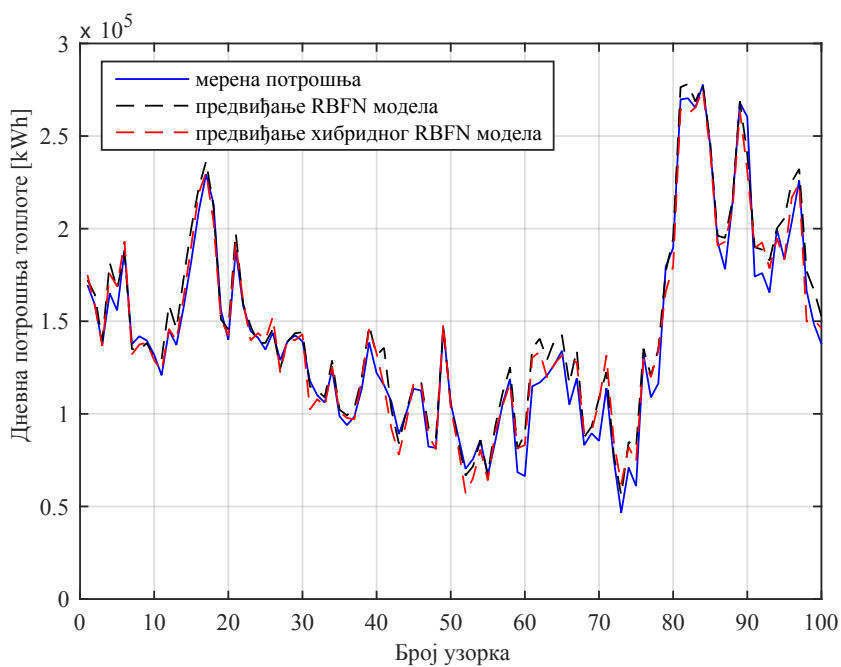
На сликама 60 и 61 приказана су поређења мерених вредности и предвиђања хибридным RBFN моделом за период обучавања и тестирања следствено.



Слика 60: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте кампуса и предвиђања хибридным RBFN моделом за период обучавања



Слика 61: Поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте кампуса и предвиђања хибридном RBFN моделом за период тестирања



Слика 62: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса хибридном RBFN моделом за тест период

На слици 62 дати су резултати предвиђања RBFN модел и хибридном RBFN моделом. Хибридни RBFN модел на већем делу временске серије показује резултате ближе мереним вредностима него RBFN модел.

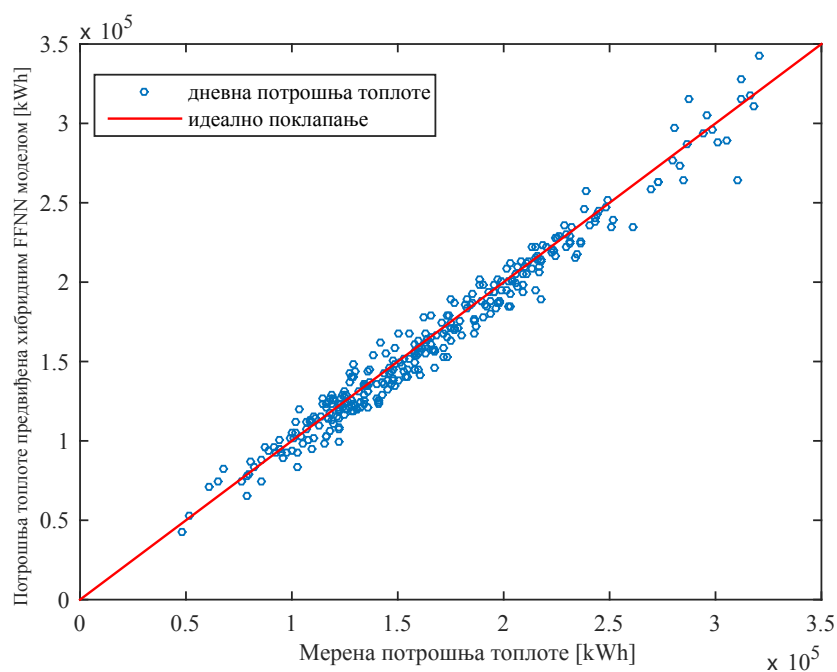
6.2.3 Хибридни FFNN модел за предвиђање дневне потрошње грејања кампуса

Хибридни FFNN модел показује боље резултате и од линеарног модела и од појединачне FFNN мреже. Са грешком MAPE=5,5137% на тест периоду показао се као најуспешнији хибридни модел. И показатељи R^2 и RMSE су се на скупу података одвојеном за тестирање модела побољшали применом технике раздвајања проблема на линеарни и нелинеарни део.

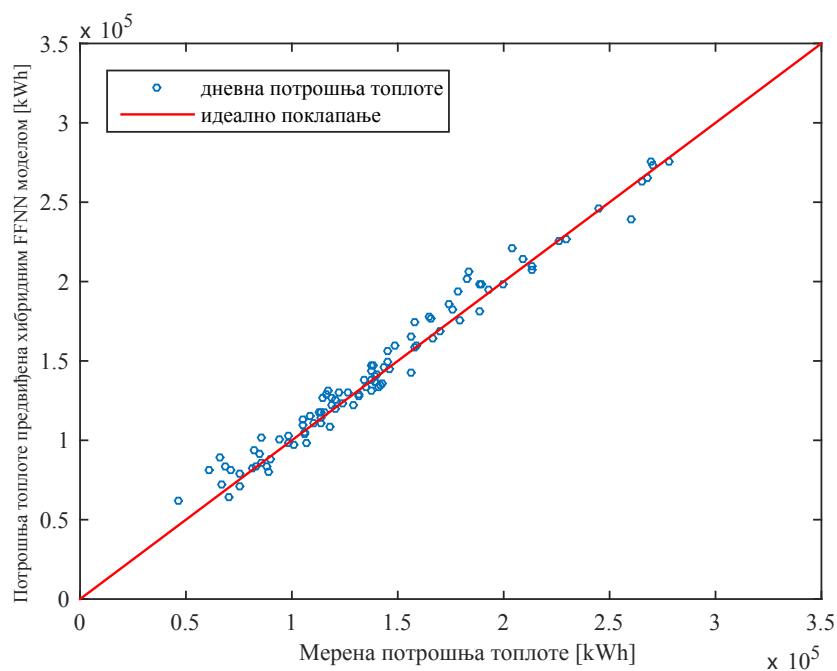
Табела 22: Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса хибридном FFNN моделом

Модел	$R^2[-]$		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Линеарни модел	0,9574	0,9701	11.389	11.430	5,7850	8,1540
Најбоља FFNN	0,9739	0,9740	9.086	9.492	4,5430	6,3438
Хибридни FFNN модел	0,9719	0,9768	9.659	8.448	4,8441	5,5137

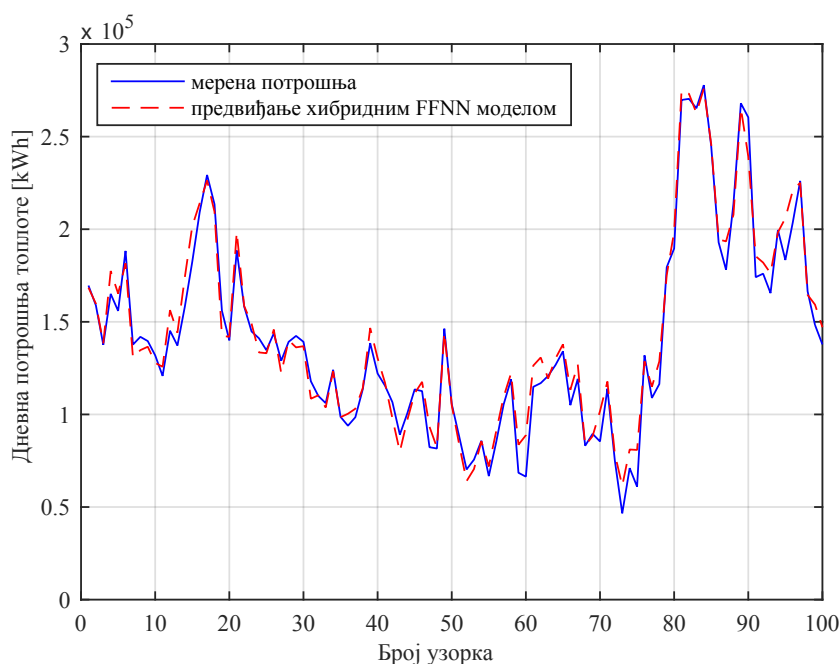
На слици 63 приказано је поређење мерених вредности дневне потрошње топлоте кампуса и излаза из хибридног FFNN модела за период обучавања. Модел највише греши приликом предвиђања вредности потрошње изнад 250.000 kWh. С обзиром на релативно мали број тачака за обучавање чије су вредности потрошње 50.000 до 100.000 kWh, тако у тест периоду модел прави веће грешке приликом предвиђања потрошње у том опсегу, док за остале вредности углавном благо пребацује (предвиђа већу потрошњу од мерене), што се може видети на слици 64.



Слика 63: Поређење мерених дневних вредности потрошње топлоте и предвиђања хибридног FFNN модела за период обучавања



Слика 64: Поређење мерених дневних вредности потрошње топлоте и предвиђања хибридном FFNN моделом за период тестирања



Слика 65: Резултати предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса хибричним FFNN моделом за тест период

Хибридни модели са применом FFNN и RBFN мреже на резидуалима линеарног модела су показали побољшања у односу и на појединачни модел вештачке интелигенције и вишеструки линеарни модел, док се SVM није показао успешним за нелинеарни део модела. Највећа тачност предвиђања се постиже хибричним FFNN моделом, који остварује грешку $MAPE=5,5137\%$ у тест периоду. Највеће побољшање основног модела је видљиво код хибридног RBFN модела, где је грешка модела $3,3579\%$ на скупу података за обучавање и $6,0488\%$ на скупу за тестирање, мања од вредности $5,3309\%$ и $6,5084\%$ добијених применом саме RBFN мреже за тренинг и тест период, следствено.

Преглед показатеља квалитета предвиђања дневне потрошње енергије из система даљинског грејања изабраним моделима је приказан у табели 23. Резултати показују да се сви развијени модели могу успешно користити за ову врсту предвиђања. Модели углавном праве значајније грешке при најмањим и највећим вредностима потрошње, и то тако што углавном предвиђају веће вредности при нижим, док потцењују код већих вредности потрошње.

Табела 23: Показатељи квалитета предвиђања дневне потрошње топлоте најбољих модела

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	тренинг	тест	тренинг	тест	тренинг	тест
Неуронска мрежа FFNN2	0,9734	0,9740	9086,0	9491,9	4,5430	6,3438
Метода потпорних вектора SVM	0,9819	0,9816	7423,0	8615,9	3,5498	5,3084
Вишестепени FFNN ансамбл 3 модела	0,9826	0,9825	7426,9	7880,4	3,5136	4,8644
Вишестепени RBFN ансамбл 3 модела	0,9839	0,9826	7008,0	8302,1	3,4420	5,1401
Хибридни RBFN модел	0,9825	0,9703	7377,0	9230,0	3,3579	6,0488
Хибридни FFNN модел	0,9719	0,9768	9659,0	8448,0	4,8441	5,5137
Вишестепени FFNN ансамбл k-means на излазу 8 кластера	0,9794	0,9787	8077,1	8697,2	4,1253	5,6280

Најбоље резултате предвиђања показује вишестепени FFNN ансамбл чији су чланови модели FFNN, RBFN и SVM. Вишестепени ансамбл чији су елементи добијени k-means кластеризацијом групе претходно обучених FFNN мрежа се показао лошијим (мање побољшање тачности). Како је при креирању ансамбла неопходно постићи истовремено и тачност и разноврсност елемената, у овој студији случаја већа разноликост је остварена међу моделима различитих топологија (SVM, RBFN и FFNN) него међу FFNN мрежама с различитим бројем неурона у скривеном слоју и различитим почетним вредностима тежинских коефицијената. Тако се боља компензација грешке јавила код ансамбла састављеног из различитих модела.

Примена k-means кластеризације на улазним подацима се није показала посебно успешном (мала побољшања у односу на најбољу појединачну FFNN мрежу) приликом предвиђања дневне потрошње топлоте кампуса. Разлог за то је у релативно малом скупу података: 318 узорака за обучавање и 100 узорака за тестирање модела. Притом се скуп података састоји из радних дана у најхладнијем периоду за 2010, 2011 и 2012 годину. Подаци су већ током предпроцесирања издвојени као слични, па кластеризација такве групе података не показује значајно побољшање квалитета предвиђања модела.

Хибридни модели су се раздвајањем проблема на линеарни и нелинеарни део показали као успешна техника за побољшање квалитета предвиђања потрошње

енергије. Једино примена SVM модела на резидуале који у себи носе нелинеарну везу између зависне и независно променљивих није довела до побољшања у односу на појединачни модел. Предмет даљег истраживања је могућност побољшања резултата предвиђања хибридним приступом применом неке ефикасније линеарне технике.

SVM као индивидуалан модел примењен на цео скуп података показује најбоље резултате, међутим његова примена у другом ступњу ансамбла, као и у хибридним моделима није се показала посебно успешном.

7 Предвиђање часовне потрошње енергије за грејање универзитетског кампуса

Трећа база података која се користи за развијање модела за предвиђање потрошње енергије за грејање кампуса се формира коришћењем мерених часовних вредности на објекту. Разматран је исти период као и за дневне вредности: 318 дана у најхладнијем периоду за године 2009 до 2011 за обучавање и 100 дана у најхладнијем периоду 2012. године за тестирање модела. Анализом часовних вредности потрошње уочене су још неке неправилности у раду мерача које нису могле бити евидентирани посматрањем дневних вредности потрошње. У неким часовима, мерач је читавао потрошњу једнаку нули, док је неколико часова касније потрошња била знатно већа него очекивана (нагомилане вредности које нису забележене на мерачу у претходним часовима). Дани са таквим видљивим аномалијама су уклоњени из часовне базе података, па је коначан број узорака за обучавање 7416 (309 дана) и 2352 (98 дана) за тестирање модела. Сви метеоролошки параметри су такође доступни на часовном нивоу.

7.1 Избор улазних променљивих за предвиђање часовних вредности потрошње енергије за грејање кампуса

Избор улазних променљивих је кључан корак приликом креирања базе података неопходне за развој модела вештачке интелигенције. За универзитетски кампус Глосхауген анализирани су све доступне улазне величине:

1. Месец у години M [-]
2. Дан у недељи D [-]
3. Сат у дану h [-]
4. Средња температура у сату t_{sr} [°C]
5. Количина дозрачене сунчеве енергије у сату $solar$ [W]
6. Средња часовна релативна влажност φ [%]

7. Средња часовна температура тла t_{gr} [°C]
8. Средња часовна брзина ветра w_{60m} [m/s]
9. Брзина ветра осредњавана на 10 минута w_{10m} [m/s]
10. Брзина ветра осредњавана на 60 секунди w_{60s} [m/s]
11. Брзина ветра осредњавана на 5 секунди w_{5s} [m/s]

Једна од најчешће примењиваних метода за избор величина је метода избора унапред (forward selection). Код ове методе израчунава се коефицијент детерминације за сваку променљиву. Процес праволинијског избора почиње избором прве улазне променљиве која има највећу вредност R^2 . У свакој следећој итерацији регресије додају се улазне променљиве које обезбеђују највећи инкрементални раст R^2 у моделу. Итерација се прекида када додавањем неке од преосталих улазних променљивих није могуће обезбедити раст коефицијента детерминације, или кад је његов инкремент мањи од унапред задате вредности.

Табела 24: Резултати избора променљивих унапред за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса

Подскуп улазних променљивих	R^2 [-]
t	0,6071
$t, \text{ solar}$	0,6416
$t, \text{ solar}, h$	0,6564
$t, \text{ solar}, h, t_{gr}$	0,6594
$t, \text{ solar}, h, t_{gr}, \varphi$	0,6616
$t, \text{ solar}, h, t_{gr}, \varphi, M$	0,6635
$t, \text{ solar}, h, t_{gr}, \varphi, M, D$	0,6646
$t, \text{ solar}, h, t_{gr}, \varphi, M, D, w_{60m}$	0,6652

Резултати избора променљивих унапред (табела 24) указују на то да највећи утицај на часовну потрошњу топлоте кампуса има средња часовна температура

спољашњег ваздуха, затим следе интензитет сунчевог зрачења, сат, температура тла, итд. С обзиром да на многим објектима најчешће нису доступни бројни метеоролошки параметри као што је случај са посматраним кампусом (посебно на часовном нивоу), овакве анализе могу указати на то које су улазне величине најважније за успешно предвиђање потрошње. Резултати могу помоћи у одлуци које је мераче потребно инсталирати на објекту, како би се пратили параметри који су значајни за развој модела.

Табела 25: Тачност предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса FFNN моделом за различит број улазних променљивих

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
FFNN све улазне променљиве	0,9483	0,9303	670,76	792,83	8,5579	11,6337
FFNN 4 улазне променљиве	0,9339	0,9281	757,79	758,39	9,5298	11,2615

За формирање модела са 8 улазних променљивих (табела 24), користе се мерење часовне вредности већег броја метеоролошких параметара: спољашња температура, интензитет сунчевог зрачења, брзина ветра, температура тла. Пре пропуштања кроз модел за добијање процене часовне потрошње топлоте за одређени тренутак у будућности, неопходно је предвидети и саме улазне величине. Како је грешка приликом предвиђања сваке величине неизбежна, коришћење већег броја улазних променљивих доводи до већег акумулирања грешке већ на улазу у модел. С обзиром да смањење броја улазних величина у овом случају чак и не доводи до повећања грешке предвиђања, а како би се избегло непотребно мерење параметара, за развој модела изабран је метеоролошки параметар који је показао највећи утицај приликом избора променљивих унапред: температура спољашњег ваздуха, па су тако улазне величине за развијане моделе:

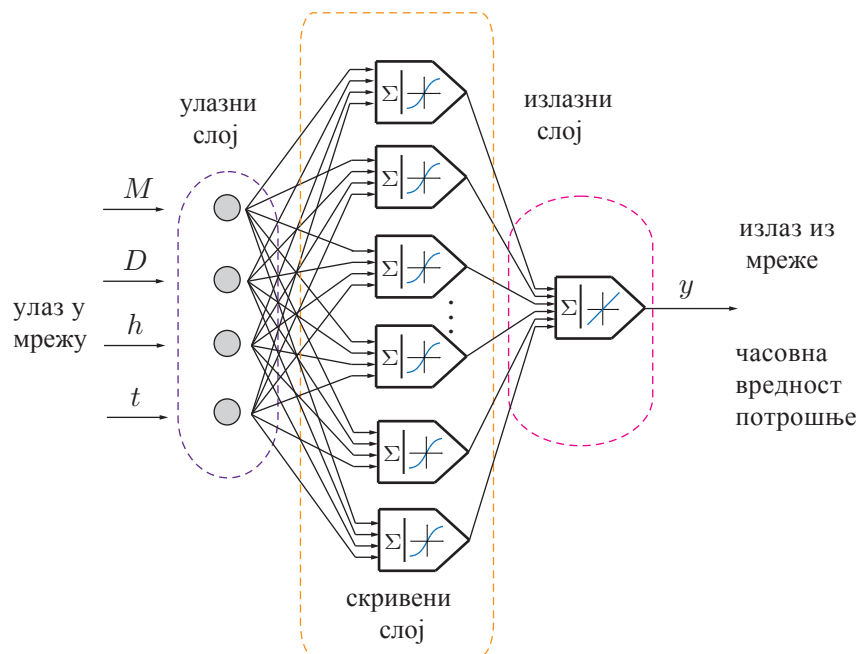
- Месец у години (M)
- Дан у недељи (D)
- Сат у дану (h)

- Средња часовна спољна температура (t)

Резултати показују да мрежа са 4 улазне променљиве показује чак и нешто боље резултате него мрежа која узима све доступне променљиве на улазу (табела 25). Уколико нека променљива нема значајан утицај на зависно променљиву, она не само да доприноси повећању сложености модела, него чак резултира повећањем грешке на периоду за тестирање. Како неутрицајне (или слабо утрицајне) улазне променљиве не би додавале шум и оптерећивале модел, неопходно је правилно одабрати величине које се доводе на улаз.

7.1.1 Модели вештачке интелигенције за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса са 1 излазом

За развијање статичког FFNN модела приказаног на слици 66 излазна величина је часовна потрошња енергије кампуса из система даљинског грејања. Све улазне и излазне величине су нормализоване у интервалу $[0, 1]$. У овој дисертацији под појмом "статички" модел подразумева се модел који не узима вредности претходних потрошњи за улазне величине. Изабрана је трослојна мрежа са једним улазним, једним излазним и једним скривеним слојем. За одређени број неурона у скривеном слоју, развијано је по 50 мрежа са различитим почетним вредностима тежинских коефицијената. С обзиром да се мрежа обучава са доста већим бројем података него што је то био случај са дневним вредностима (димензија улазне матрице је 7416×4), време обучавања мрежа са часовним вредностима је дужи, па је за сваки унапред дефинисан број неурона обучавањем по 50 мрежа (док је код дневних обучавањем по 100 мрежа). Испитиван је различит број неурона у скривеном слоју у опсегу од 5 до 15, а најбољи резултати су добијени за FFNN са 10 неурона у скривеном слоју.



Слика 66: FFNN модел за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса са 4 улаза и 1 излазом

Параметри који одређују понашање RBFN модела су одређени методом покушаја и грешке. Најбољи резултати су добијени за вредност ширине Гаусове функције 4. Обучавање је заустављено при достизању грешке од 0,00209 и таква мрежа има 25 неурона у скривеном слоју.

Оптималне вредности параметара SVM модела за предвиђање часовне вредности потрошње топлоте добијене су у првом кораку мрежном претрагом на бази података за обучавање, а након тога су додатним ручним подешавањем резултати предвиђања благо побољшани, па су коначне вредности параметара $(C, \epsilon, \gamma) = (0, 7; 3, 5; 0, 015)$.

Преглед показатеља квалитета предвиђања свих модела који не узимају у обзир претходне вредности потрошње приказан је у табели 26. Показује се да се код предвиђања часовне потрошње енергије из система даљинског грејања линеарни модел са изабраним улазним променљивама више не може успешно користити, јер су грешке на периоду за обучавање и тестирање MAPE око

27%. Затим је испитано побољшање тачности предвиђања модела увођењем претходне потрошње као улазне величине.

Табела 26: Резултати предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса
(статички модели) - 4 улаза 1 излаз

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Линеарни модел	0,6221	0,6677	1806,69	1547,97	26,092	27,9027
FFNN модел	0,9339	0,9281	757,79	758,39	9,5298	11,2615
RBFN модел	0,9089	0,9103	886,90	829,73	11,7230	13,6377
SVM модел	0,9315	0,9325	770,39	755,92	9,1784	11,6980

7.2 Побољшање SVM модела за предвиђање часовне потрошње топлоте увођењем претходних потрошњи као улазних величина

Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса за SVM моделе са различитим бројем претходних потрошњи на улазу је приказан у табели 27.

Табела 27: Утицај претходних вредности на предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса SVM моделом

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
SVM статички	0,9315	0,9325	770,39	755,92	9,1784	11,6980
SVM са 1 претх. потр.	0,9470	0,9489	679,81	603,12	5,9728	7,3008
SVM са 2 претх. потр.	0,9479	0,9484	674,86	599,44	5,6300	7,2041
SVM са 3 претх. потр.	0,9494	0,9483	665,90	597,61	5,4497	7,1260
SVM са 4 претх. потр.	0,9495	0,9477	664,98	601,13	5,4089	7,2599
SVM са 5 претх. потр.	0,9484	0,9469	672,71	606,03	5,4422	7,3167

За тест период, SVM модел који не узима претходне потрошње као улазне величине (статички) постиже грешку од 11,6980 %, док увођењем потрошње

од претходног сата, та грешка се смањује на 7,3008%. Накнадно додавање претходних вредности потрошње код SVM модела није довело до значајнијих побољшања (чак је грешка у једном тренутку почела да расте), па је даља анализа заустављена.

7.3 Побољшање RBFN модела за предвиђање часовне потрошње топлоте увођењем претходних потрошњи као улазних величина

Испитан је утицај додавања претходних потрошњи као улазних величина на квалитет предвиђања RBFN модела и резултати су приказани у табели 28

Табела 28: Утицај претходних вредности на предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса RBFN моделом

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
RBFN статички	0,9089	0,9103	886,90	829,73	11,7230	13,6377
RBFN са 1 претх. потр.	0,9346	0,9438	751,33	638,07	7,9118	8,6117
RBFN са 2 претх. потр.	0,9347	0,9442	751,22	632,83	7,7196	8,5438
RBFN са 3 претх. потр.	0,9479	0,9455	670,76	627,81	7,2611	8,3544
RBFN са 4 претх. потр.	0,9473	0,9470	674,53	616,95	7,2530	8,3404

Инкрементално највеће побољшање свих показатеља квалитета је видљиво додавањем потрошње топлоте од претходног сата. Анализа је прекинута након додавања 4 претходне часовне потрошње, јер је грешка предвиђања почела да расте.

7.4 Побољшање FFNN модела за предвиђање часовне потрошње топлоте увођењем претходних потрошњи као улазних величина - 1 излаз

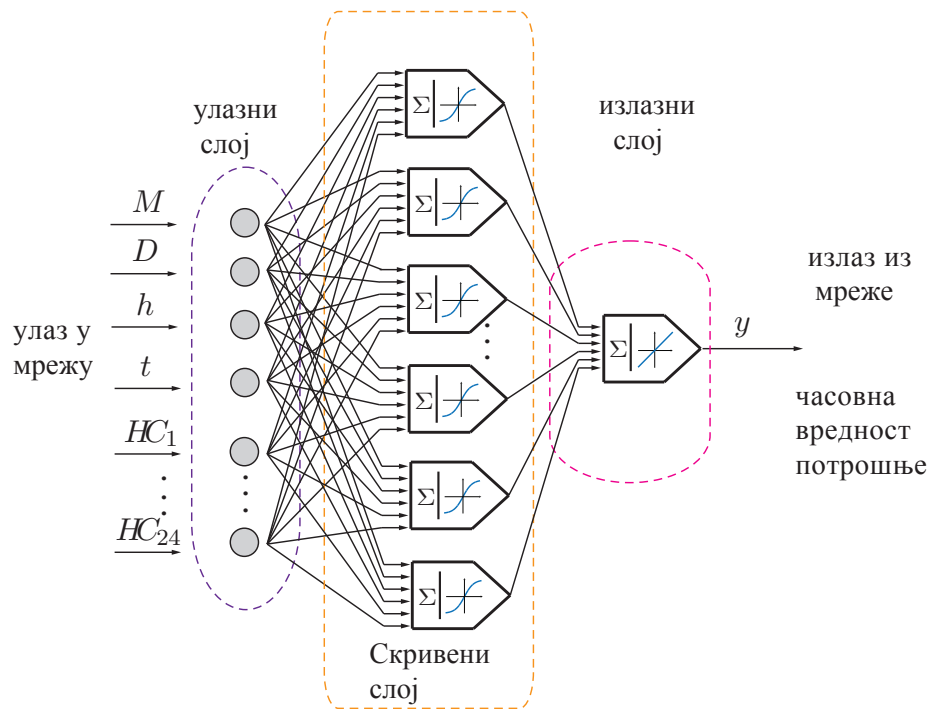
За сваки унапред дефинисан број неурона је обучавано по 50 мрежа, при чему се најбољи резултати предвиђања за FFNN са 1 претходном потрошњом

постижу са 5 неурона у скривеном слоју, за FFNN са 2 претходне потрошње са 8 неурона у скривеном слоју, за 3 претходне потрошње 10 неурона, за 4 са 12 неурона, за 5 са 8 неурона, за 6 са 10 неурона, за 7 са 12 неурона и за 24 претходне потрошње са 12 неурона у скривеном слоју.

Табела 29: Показатељи тачности предвиђања часовне потрошње топлоте
FFNN моделима

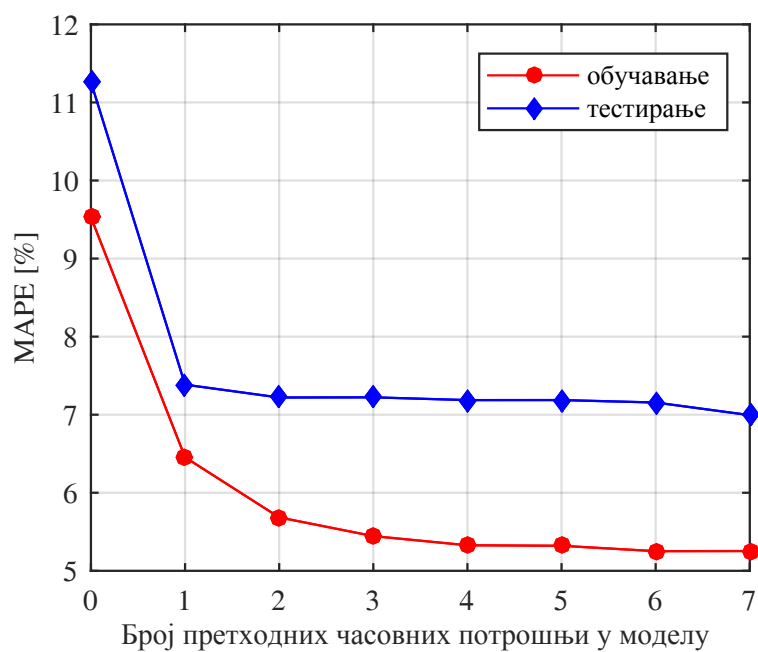
Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
FFNN статички	0,9339	0,9281	757,79	758,39	9,5298	11,2615
FFNN са 1 претх. потр.	0,9573	0,9386	608,69	663,51	6,4547	7,3850
FFNN са 2 претх. потр.	0,9703	0,9426	506,47	638,93	5,6846	7,2202
FFNN са 3 претх. потр.	0,9725	0,9419	487,24	642,53	5,4448	7,2224
FFNN са 4 претх. потр.	0,9734	0,9466	479,86	622,58	5,3275	7,1871
FFNN са 5 претх. потр.	0,9736	0,9454	477,17	620,74	5,3208	7,1875
FFNN са 6 претх. потр.	0,9747	0,9467	467,20	614,22	5,2519	7,1560
FFNN са 7 претх. потр.	0,9744	0,9479	470,98	606,56	5,2535	6,9943
FFNN са 24 претх. потр.	0,9767	0,9603	448,41	526,64	4,9266	6,6565

Код FFNN модела се показује значајније побољшање тачности предвиђања увођењем претходних вредности потрошње на улаз. Статички модел (без претходних потрошњи) остварује грешку у тест периоду MAPE 11,2615%, а увођењем потрошње од претходног сата, MAPE се смањује на 7,3850 %. Додавањем више претходних вредности тачност се побољшава, при чему се најмања грешка MAPE=6,6565% постиже узимањем часовних потрошњи од целог претходног дана (24 претходне вредности). Та мрежа је приказана на слици 67.

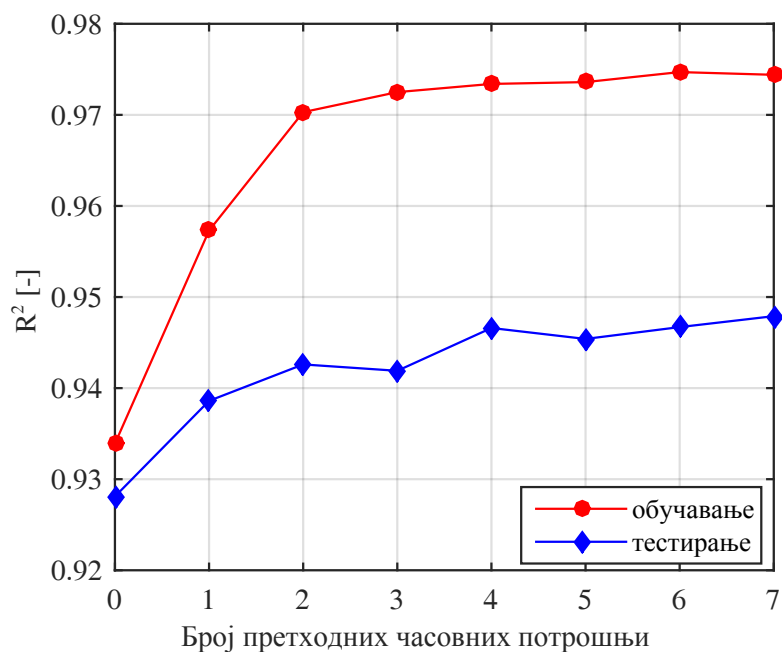


Слика 67: FFNN модел за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса са 28 улаза и 1 излазом

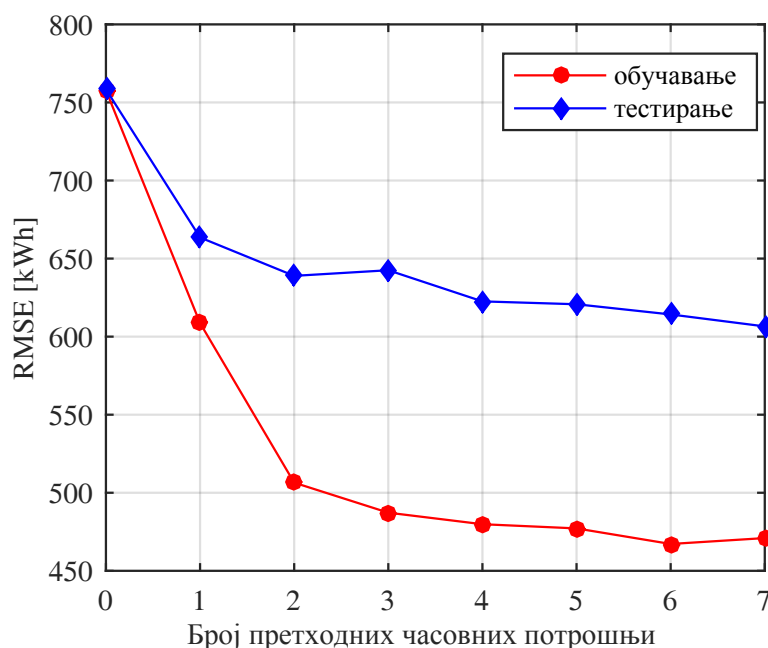
Побољшање показатеља тачности предвиђања у зависности од броја претходних потрошњи на улазу приказано је на сликама 68, 69 и 70. Код свих показатеља квалитета инкрементално највеће побољшање се остварује додавањем потрошње од претходног сата, након чега побољшања постоје, али су све мања.



Слика 68: Утицај броја претходних часовних вредности потрошње на тачност
FFNN модела са 1 излазом (MAPE)



Слика 69: Утицај броја претходних часовних вредности потрошње на тачност
FFNN модела са 1 излазом (R^2)



Слика 70: Утицај броја претходних часовних вредности потрошње на тачност FFNN модела са 1 излазом (RMSE)

Увођење претходних потрошњи у свим моделима вештачке интелигенције доводи до побољшања квалитета предвиђања. Повећање тачности је највише изражено додавањем потрошње од претходног сата на улазу. Код SVM и RBFN модела побољшање престаје да се јавља након 4-5 претходних потрошњи, док постепено снижавање грешке MAPE код FFNN постоји и до увођења потрошњи од целог претходног дана. Претходне вредности потрошње, кроз које се преноси утицај свих осталих улазних променљивих од претходних сати, свакако имају утицај на потрошњу посматраног сата и због ефекта акумулације топлоте у зидовима објеката. Захтевана тачност модела и акумулационе карактеристике самог објекта ће имати утицај на оптималан број претходних потрошњи које се доводе на улаз у модел. Број претходних вредности које треба узети у обзир је посебан предмет истраживања (није унапред познат), слично као што је случај и са избором улазних променљивих који је разматран на почетку одељка.

7.5 Ансамбли динамичких модела за предвиђање часовне потрошње топлоте (са 1 претходном потрошњом) - 1 излаз

Побољшања тачности предвиђања применом ансамбла су анализирана на моделу који узима потрошњу од 1 претходног сата као додатну улазну величину, с обзиром да се инкрементално највеће побољшање постиже њеним додавањем. Ансамбли настали аритметичким осредњавањем и осредњавањем методом медијане остварују боље резултате предвиђања од индивидуалних модела. Показује се да је техника комбиновања излаза модела успешна и за предвиђање на часовном нивоу.

Табела 30: Показатељи квалитета предвиђања ансамбла модела за предвиђање часовне потрошње топлоте - 5 улаза 1 излаз

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
SVM модел	0,9470	0,9489	679,81	603,12	5,9728	7,3008
FFNN модел	0,9573	0,9386	608,69	663,51	6,4547	7,3850
RBFN модел	0,9346	0,9438	751,33	638,07	7,9118	8,6117
аритметички (АО)	0,9517	0,9502	647,37	597,85	6,3500	7,0628
Ансамбл тежински (ТО)	0,9587	0,9412	597,43	658,62	6,2847	7,5645
медијана (М)	0,9469	0,9511	679,18	588,61	6,3096	6,8982

7.6 Хибриди динамичких модела за предвиђање часовне потрошње топлоте (са 1 претходном потрошњом) - 1 излаз

Могућност побољшања тачности предвиђања хибридним приступом испитана је за модел који узима потрошњу од претходног сата као додатну улазну величину. Линеарни део је и у овој анализи вишеструки линеарни модел, док се на резидуале примењују FFNN, RBFN и SVM.

Табела 31: Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте хибридным SVM моделом (1 претходна часовна вредност)

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Линеарни модел	0,9141	0,9242	861,32	723,78	8,5716	9,1180
SVM модел	0,9470	0,9489	679,81	603,12	5,9728	7,3008
Хибридни SVM	0,9484	0,9493	670,83	601,20	5,9104	7,2797

Табела 32: Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте хибридным RBFN моделом (1 претходна часовна вредност)

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Линеарни модел	0,9141	0,9242	861,32	723,78	8,5716	9,1180
RBFN модел	0,9346	0,9438	751,33	638,07	7,9118	8,6117
Хибридни RBFN	0,9400	0,9447	719,83	637,88	7,7891	8,5062

Табела 33: Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте хибридным FFNN моделом (1 претходна часовна вредност)

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
Линеарни модел	0,9141	0,9242	861,32	723,78	8,5716	9,1180
FFNN модел	0,9573	0,9386	608,69	663,51	6,4547	7,3850
Хибридни FFNN	0,9704	0,9430	505,86	640,97	5,5471	6,9708

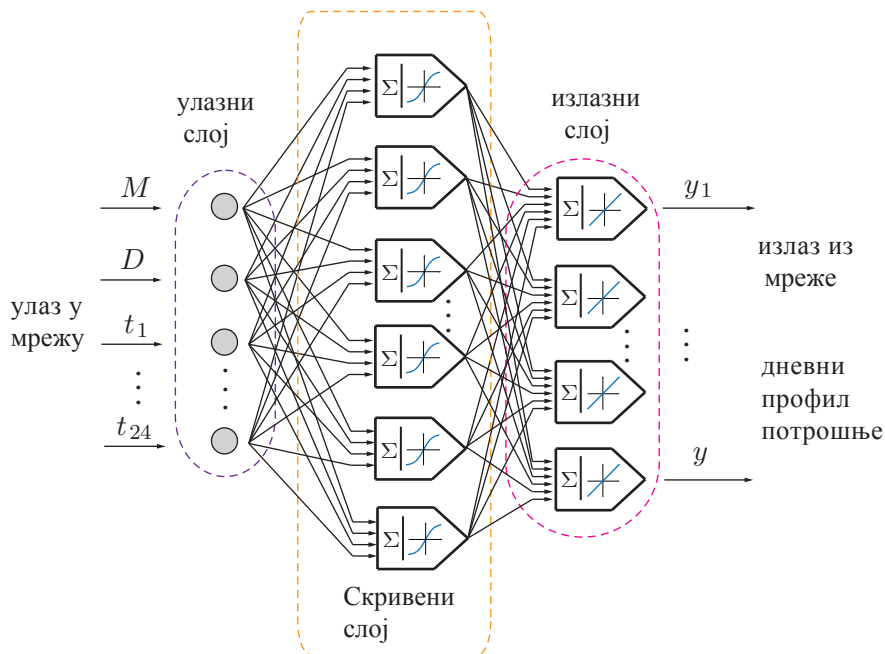
Сви хибридни модели показују побољшање тачности предвиђања у односу на линеарни модел и одговарајући појединачни модел. Притом се највеће побољшање остварује применом FFNN мреже на резидуале линеарног модела. У односу на модел који не узима претходну потрошњу линеарни модел је остварио значајно побољшање тачности предвиђања.

7.7 Модели за предвиђање часовне потрошње топлоте са 24 излаза - дневни профил потрошње

SVM модел за предвиђање потрошње развијен у оквиру пакета LibSVM има ограничења у виду само једног излаза. Коришћењем ове библиотеке није могуће креирати модел који би имао више излаза. Развијени су FFNN и RBFN модели који као излаз дају дневни профил потрошње по сатима (24 излаза), а њихови улази су:

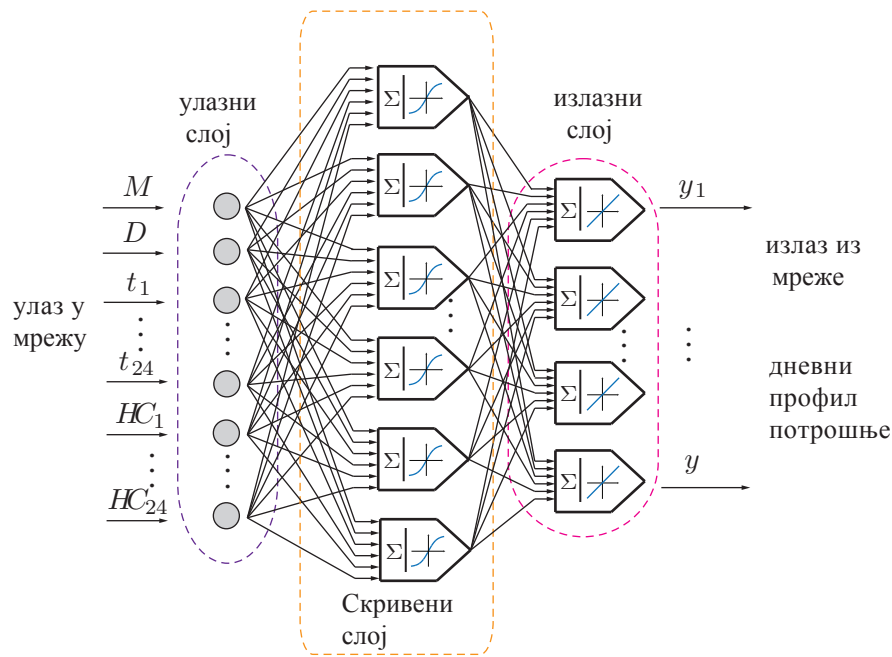
- Месец у години M
- Дан у недељи D
- 24 вредности средње часовне температуре за дан за који се предвиђа потрошња t_1 до t_{24}

Такав модел има 26 улаза и 24 излаза и приказан је на слици 71.



Слика 71: FFNN модел за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса са 26 улаза и 24 излаза

Као додатне улазне величине у модел, у циљу испитивања побољшања тачности предвиђања, предложене су и 24 вредности часовних потрошњи од претходног дана, па тај модел има 50 улаза и 24 излаза (слика 72).

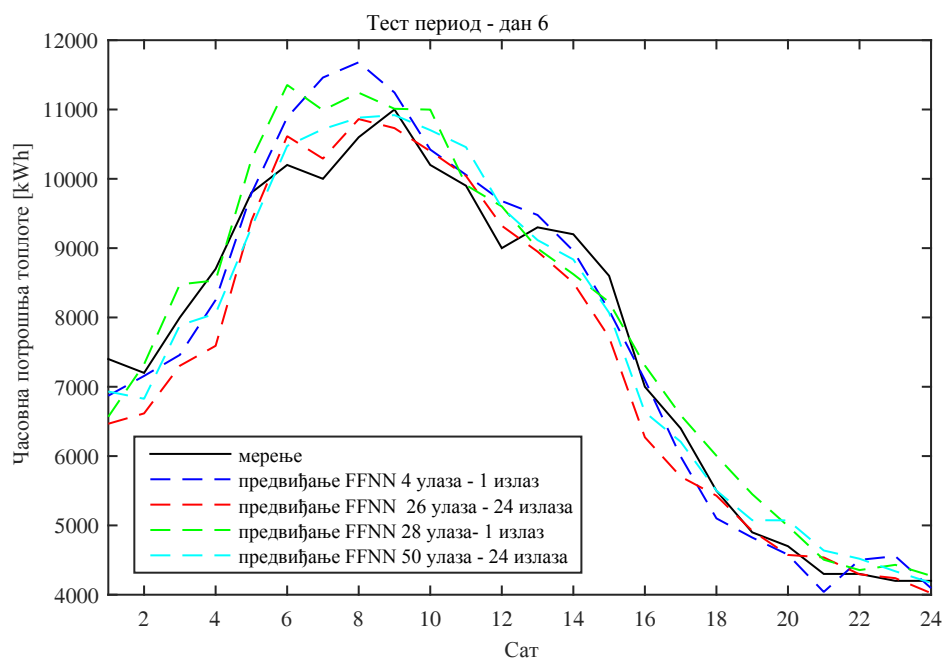


Слика 72: FFNN модел за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса са 50 улаза и 24 излаза

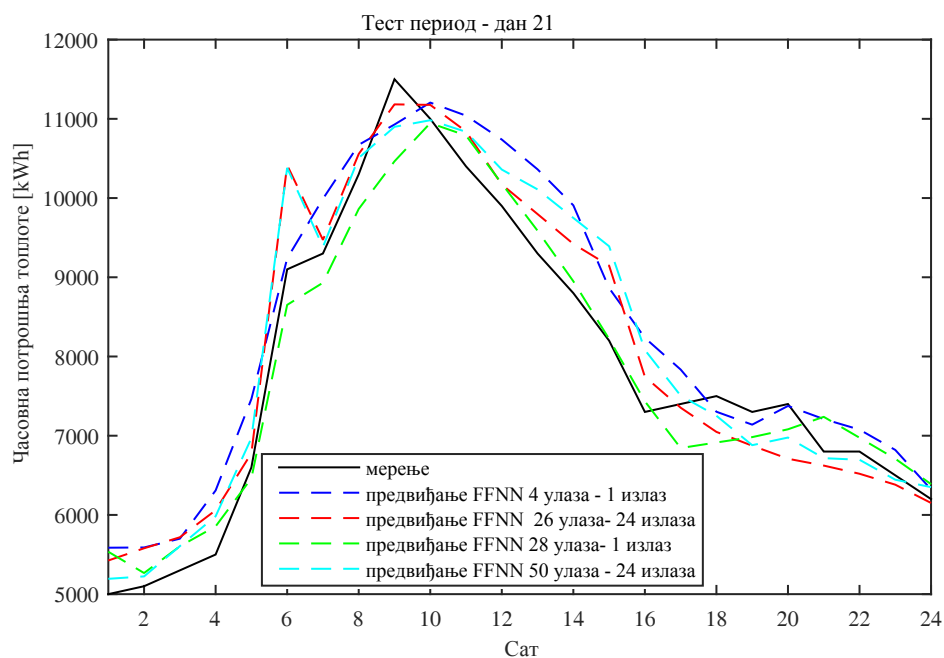
Модел који узима у обзир часовне потрошње од претходног дана показује боље резултате предвиђања постижући грешку у периоду за обучавање $MAPE=6,1693\%$ и у периоду за тестирање $MAPE=9,0851\%$. Поређење мерених вредности и предвиђања изабраних модела за неке дане у тест периоду су приказани на сликама 73 до 78.

Табела 34: Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса FFNN моделима са 24 излаза

Модел	$R^2[-]$		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
FFNN 26 улаза-24 излаза	0,9602	0,9255	605,92	746,06	7,7253	10,9302
FFNN 50 улаза-24 излаза	0,9695	0,9412	502,01	628,64	6,1693	9,0851

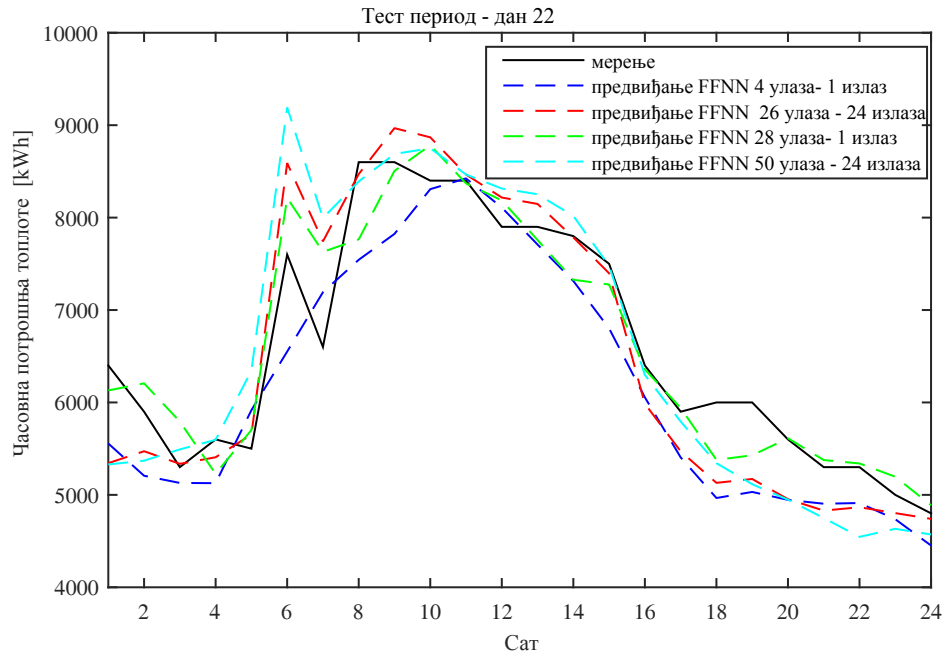


Слика 73: Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 6)



Слика 74: Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 21)

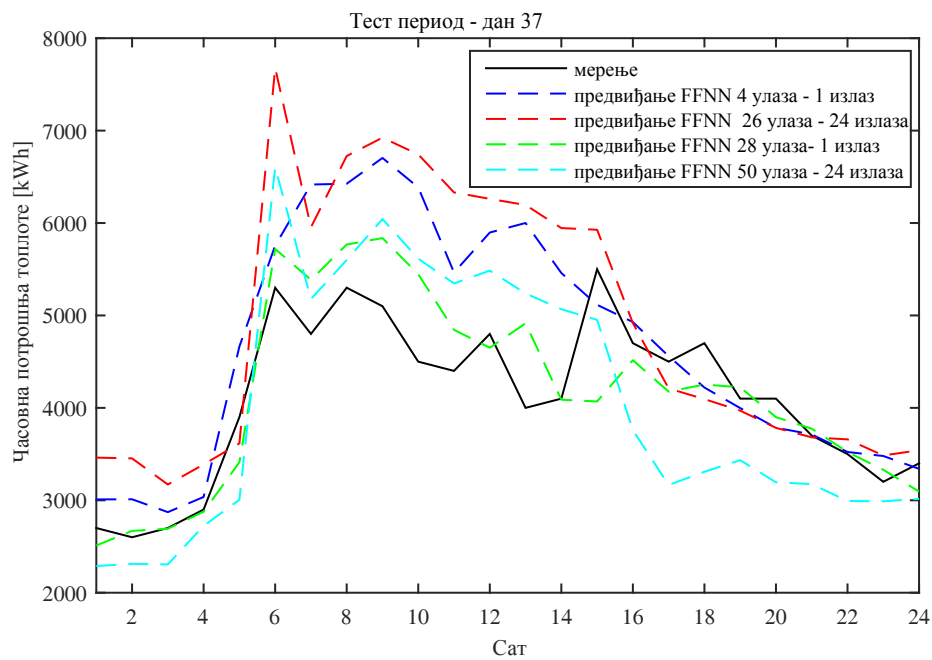
Успешна поклапања дневних профила потрошње су видљива на сликама 73 и 74. Сви приказани модели прате временску серију и приказују мала одступања од мерених вредности.



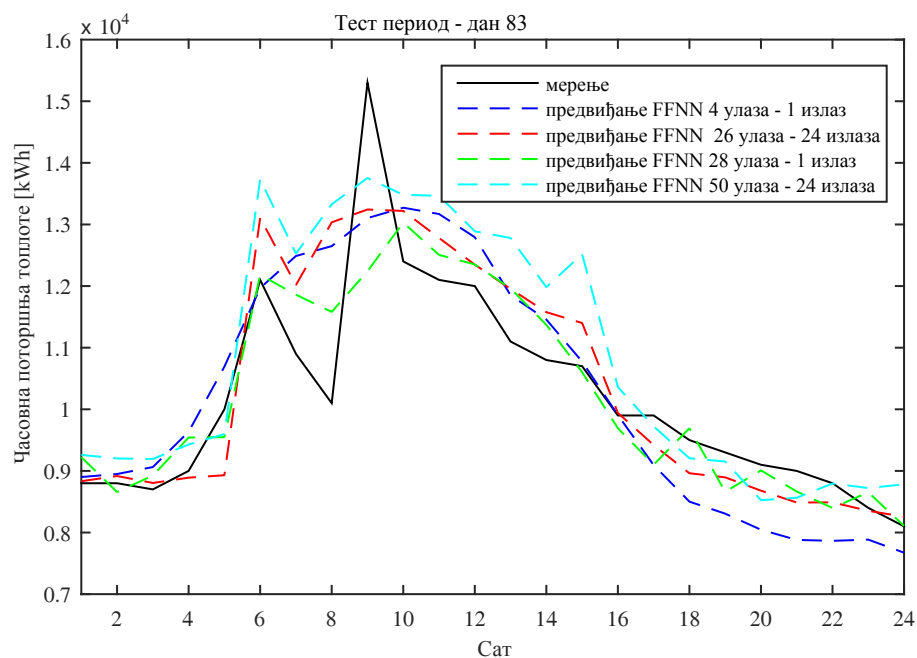
Слика 75: Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 22)

На слици 75 сви модели су препознали да након периода узгревања у раним јутарњим часовима, услед пораста спољне температуре долази до мање потрошње, али величина те промене није успешно одређена. Модели су претпоставили и значајнији пад потрошње ван радног времена него што је регистровано на главном мерачу кампуса.

Лоши резултати предвиђања су приказани за на слици 76. Дани са овако значајним одступањем имају велики утицај на укупну грешку модела.

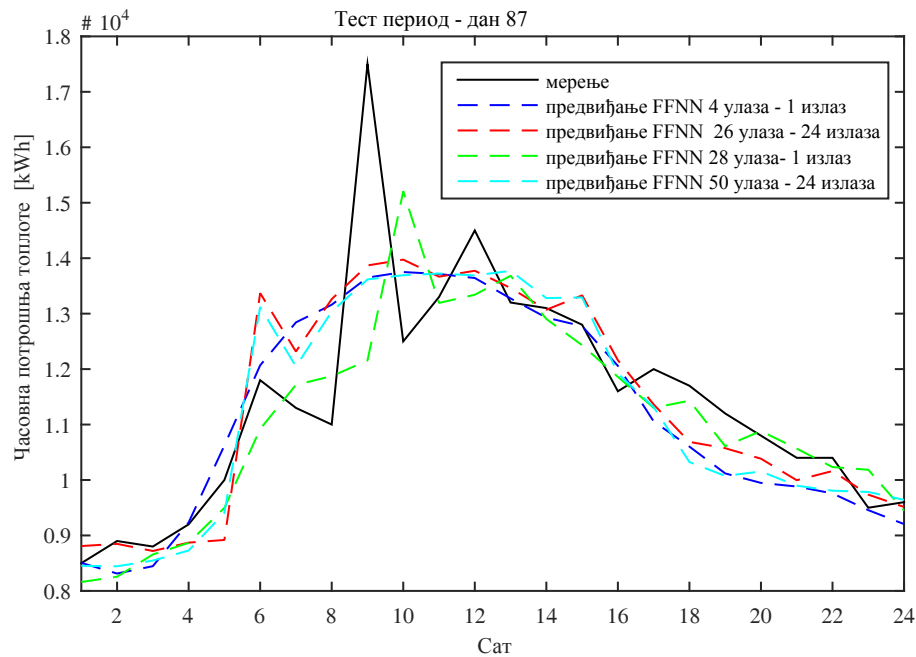


Слика 76: Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 37)



Слика 77: Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 83)

На сликама 77 и 78 приказани су случајеви када модели углавном успешно прате профил потрошње уз велика одступања у одређеним часовима. Нагли пораст потрошње топлоте у једном сату, након чега профил има очекивани облик, указује на вероватну грешку на мерачу, која није откривена у преданализи мерених вредности.



Слика 78: Поређење предвиђања часовне потрошње топлоте кампуса током дана у тест периоду (дан 87)

С обзиром на велику базу података када се ради са предвиђањем часовних вредности, осим показатеља квалитета израчунатих на целокупном скупу података, разматрани су и дневни профили потрошње појединих дана у тест периоду, као и процентуалне грешке по сатима. Показује се да сви модели највише греше приликом предвиђања у раним јутарњим часовима, док анализа појединих дана у 2012 години указује на вероватне грешке у мерачу, чиме се и грешка предвиђања модела неоправдано повећава. На тај начин модели вештачке интелигенције могу индицирати квар на мерачу након примећивања екстремних разлика у односу на очекивану вредност потрошње.

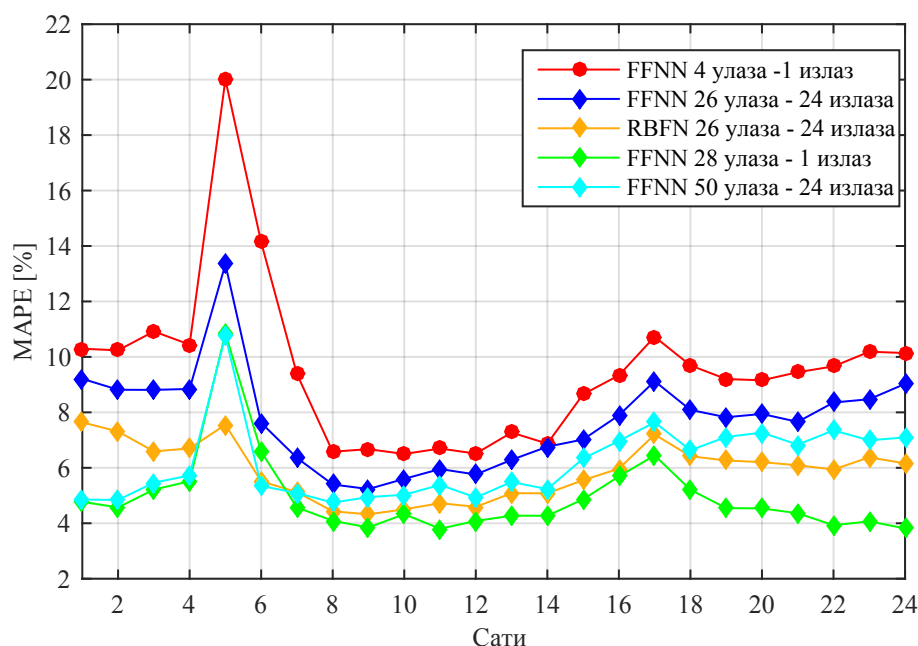
7.8 Поређење одабраних модела за предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса

Табела 35: Показатељи квалитета предвиђања часовне потрошње топлоте различитих FFNN модела

Модел	R ² [-]		RMSE [kWh]		MAPE [%]	
	обучавање	тест	обучавање	тест	обучавање	тест
50 улаза-24 излаза	0,9695	0,9412	502,01	628,64	6,1693	9,0851
26 улаза-24 излаза	0,9602	0,9255	605,92	746,06	7,7253	10,9302
4 улаза-1 излаз	0,9339	0,9281	757,79	758,39	9,5298	11,2615
4+1(НС-1) улаза-1 излаз	0,9573	0,9386	608,69	663,51	6,4547	7,3850
4+6(НС-6) улаза-1 излаз	0,9747	0,9467	467,20	614,22	5,2519	7,1560
4+24(НС-24) улаза-1 излаз	0,9767	0,9603	448,41	526,64	4,9266	6,6565
RBFN са 50 улаза 24 излаза	0,9827	0,9347	387,06	729,84	4,9065	9,3995
RBFN са 26 улаза 24 излаза	0,9774	0,9155	442,19	824,83	5,8997	11,8489

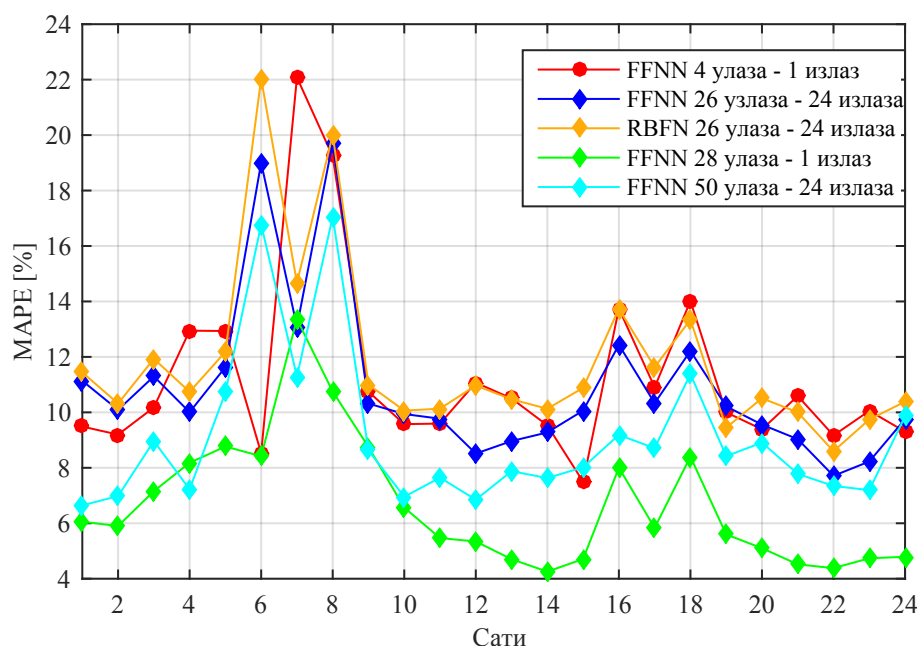
На слици 79 приказане су грешке одабраних модела по сатима. На бази података за обучавање већина модела прави највећу грешку у 5 ујутру (вредност MAPE је чак 20% за FFNN мрежу са 1 излазом која узима само температуру као улазну величину). У периоду узгревања је вредност грешке код свих модела већа него у осталим периодима у току дана, при чему је то најмање изражено код RBFN мреже која даје дневни профил потрошње на излазу, а узима у обзир само спољашњу температуру. Најмање грешке по сатима прави мрежа која даје 1 часовну вредност потрошње на излазу, а узима у обзир температуру и потрошње од целог претходног дана (FFNN 28 улаза - 1 излаз). Грешке током радног времена се крећу у опсегу од 3,8% за FFNN са 1 излазом и температуром и потрошњама од претходног дана на улазу, до 8,65% за FFNN модел са 4 улаза и 1 излазом.

Процентуалне грешке након радног времена и током ноћи су нешто веће него током радног времена. Један од разлога за то су мање вредности потрошње, па је и грешка у релативним вредностима израженија.



Слика 79: Грешке предвиђања часовне потрошње одабраним моделима по сатима за период обучавања

Грешке у периоду тестирања су приказане на слици 80. Највећа одступања су видљива у раним јутарњим часовима, при чему су разлике још израженије него на бази за обучавање. Вредности MAPE се за сате 6,7 и 8 ујутру крећу и до 22%. И на овој бази података развијени модели се показују значајно успешнијим у предвиђању часовне потрошње током радног времена него ван њега. Резултати указују на то да мреже наилазе на највеће потешкоће приликом предвиђања потрошње у периоду узгревања. Проблем је што и тренутак преласка на дневни режим рада система грејања није увек исти, па и сам период узгревања варира (критичан период 6-8 ујутру). Такође, тренутак снижавања унутрашње температуре се не јавља истог сата сваког дана, па те разлике утичу на веће грешке предвиђања у периоду 16-18 часова поподне. Значајно веће грешке у поменутиим сатима, након осредњавања доводе до веће укупне процентулане грешке предвиђања на целој бази података.

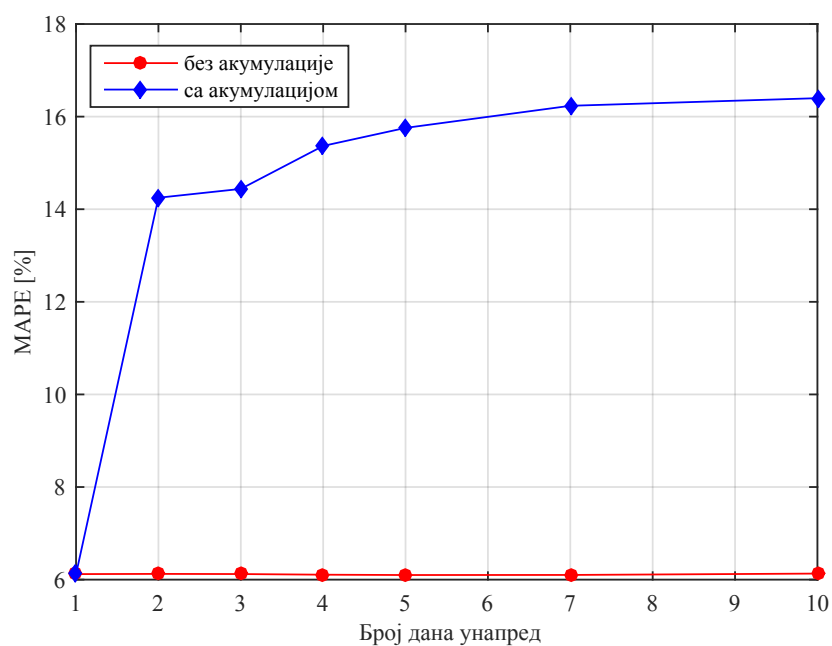


Слика 80: Грешке предвиђања часовне потрошње одабраним моделима по сатима за период тестирања

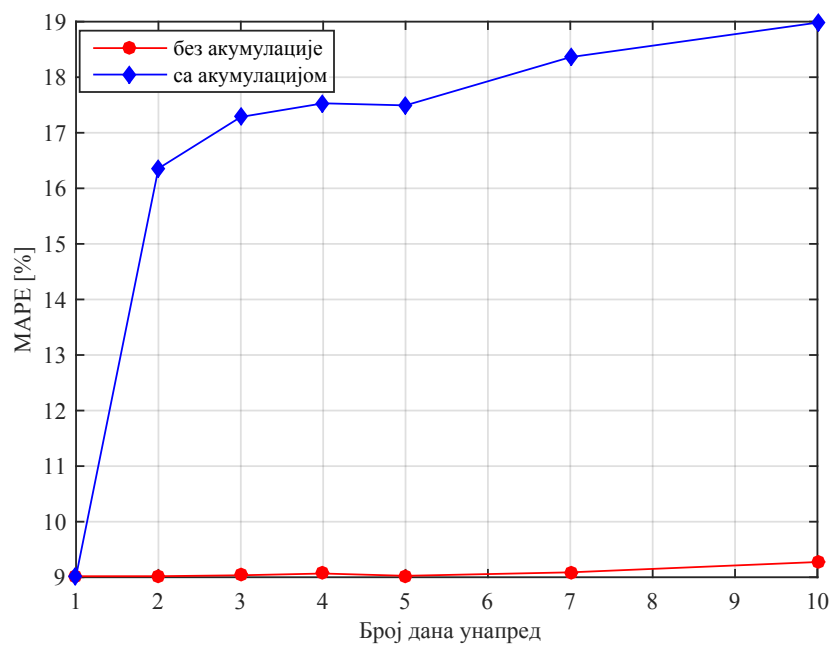
7.9 Предвиђање часовне потрошње топлоте кампуса за више дана унапред (са нагомилавањем грешке)

Као и у највећем броју радова који су доступни у литератури, модели у овој дисертацији су развијени за предвиђање за један дан унапред. Тако је потрошња од претходног дана измерена и позната (доступна). Посебан проблем представља предвиђање за више дана унапред. У том случају, поставља се питање који модел је повољније користити.

На слици 81 је приказано поређење између резултата предвиђања за више дана унапред за базу података за обучавање користећи различите мреже. При том, за предвиђање од два и више дана унапред, мреже које узимају претходну потрошњу као улазну величину, прво морају да предвиде потрошњу коју ће затим узети као улазну величину за наредни дан. Већ предвиђање за 2 дана унапред прави значајно већу грешку ($MAPE=14,2481\%$), након чега она постепено расте до максималне (за 10 дана унапред $MAPE=16,3985\%$).



Слика 81: Грешка при предвиђању унапред за период обучавања- 24 излаза

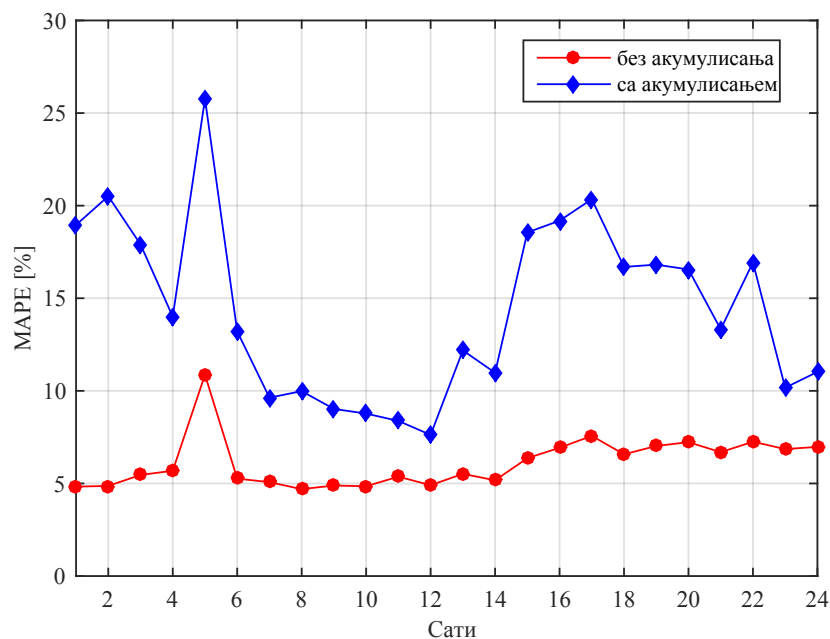


Слика 82: Грешка при предвиђању унапред за тест период - 24 излаза

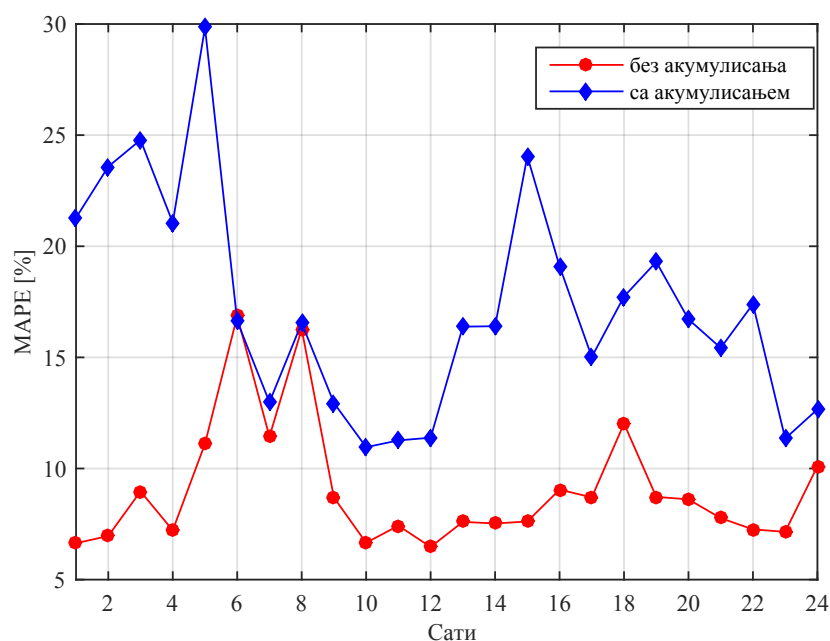
Исти тренд се јавља и на бази података за тестирање где грешка нагло расте

са 9,0181% на 16,3574% за предвиђање 2 дана унапред и затим постепено расте до 18,9820% за 10 дана унапред. На сликама 83 до 86 су приказане грешке по сатима које праве различите мреже приликом предвиђања за више дана унапред. У овој анализи упоређене су грешке које остварује FFNN модел са 50 улаза и 24 излаза и FFNN модел који даје дневни профил потрошње, а не узима претходну потрошњу у обзир (26 улаза - 24 излаза)).

Како би модели били објективно упоредиви (резултати предвиђања се упоређују за исте дане) последњих 10 дана је одстрањено из базе података (за њих нема мерених вредности за 10 дана унапред). Притом се водило рачуна да база података за обе мреже буде иста (пореде се исти дани). Већ приликом предвиђања за 3 дана унапред на бази података за обучавање (слика 83) долази до значајног повећања грешке, што је посебно изражено за потрошњу у 5 ујутру (грешка преко 25%).



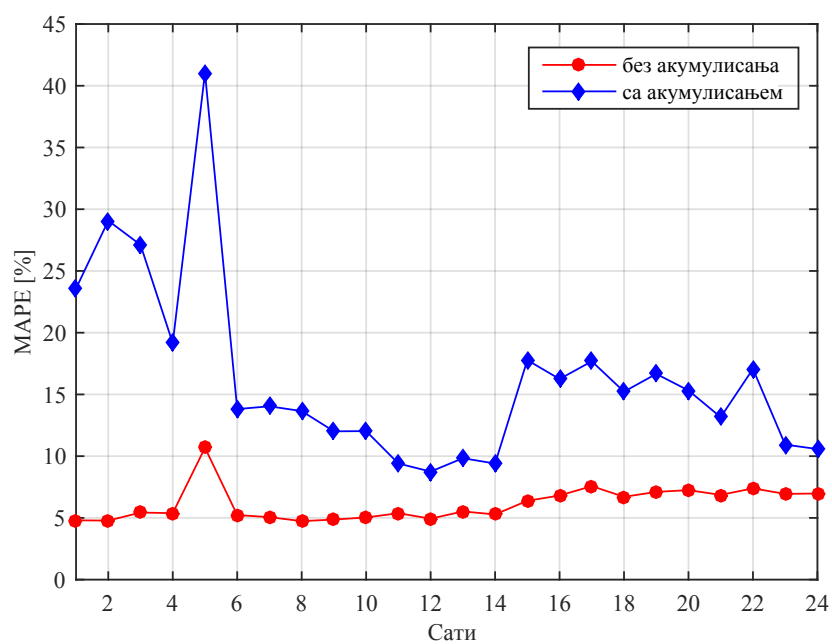
Слика 83: Грешка при предвиђању 3 дана унапред за период обучавања - 24 излаза



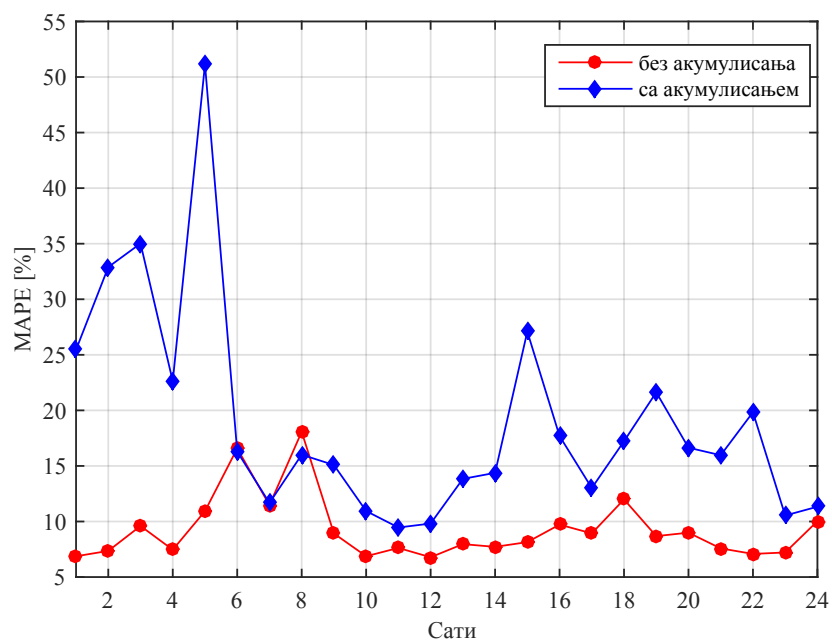
Слика 84: Грешка при предвиђању 3 дана унапред за тест период - 24 излаза

Како сви модели праве највеће грешке управо у том периоду и нагомилавање грешке у том сату је најинтензивније, па има велики утицај и на средњу грешку модела. Већа одступања се јављају и за предвиђање потрошње ван радног времена кампуса. На бази података за тестирање (слика 84) ове разлике су још више изражене.

Предвиђање часовне потрошње за 10 дана унапред показују слично понашање на бази за обучавање (слика 85) и током периода тестирања (слика 86).



Слика 85: Грешка при предвиђању 10 дана унапред за период обучавања - 24 излаза



Слика 86: Грешка при предвиђању 10 дана унапред за тест период - 24 излаза

Притом је дошло до већег нагомиловања грешке за предвиђање у 5 ујутру на тест периоду (слика 86) при чему МАРЕ достиже вредност за тај сат и већу од 40%. Велика одступања се јављају и током ноћног рада система. Највеће грешке за анализиране моделе се јављају у раним јутарњим сатима (5, 6 сати ујутру). Разлог за то је што тренутак почетка рада система, није увек у исто време, већ зависи од више параметара. Самим тим се и ефекат узгревања, који је карактеристичан за јутарње сате, не јавља увек у исто време, па неуронске мреже наилази на потешкоће приликом предвиђања у том периоду. Такође, снижење унутрашње пројектне температуре током ноћних сати утиче на лошије предвиђање потрошње ван радног времена кампуса.

8 Закључак

С обзиром на значајан удео зградарства у укупној потрошњи енергије, енергетска ефикасност је тема од великог значаја. Како би се успешно разматрала енергетска ефикасност неког система, неопходно је претходно добро познавати и анализирати његову потрошњу. Одређивање потрошње енергије зграде је веома сложен задатак, пре свега због великог броја утицајних параметара, од којих је неке веома тешко прецизно одредити. Технике које се баве предвиђањем потрошње енергије зграда залазе у велики број различитих научних дисциплина. Методе које су засноване на анализи великог броја података (методе црних кутија) све више добијају на значају и интересовање за њихов развој и унапређење тачности модела је велико. Неки од најважнијих модела који примењују методе вештачке интелигенције су вештачке неуронске мреже и метода потпорних вектора и њихова главна предност је способност „учења“, као и могућност апроксимације нелинеарних веза између улазних и излазних променљивих у веома сложеним системима. У дисертацији је испитана могућност примене метода вештачке интелигенције у предвиђању потрошње енергије КГХ система. Анализиране су три базе података. Прва база је формирана на основу резултата енергетских симулација урађених у програмском пакету НАР. Након једнопараметарске анализе изабране су карактеристике зграде које највише утичу на потрошњу енергије за хлађење, и то: удео транспарентних површина у омотачу PP [%], коефицијент пропустљивости прозора за сунчево зрачење b [-] и специфична инсталисана снага осветљења p [W/m^2]. Показано је да је зависност потрошње од PP и b линеарна, док је зависност од p најбоље представљена полиномом другог реда. Развијени су модели применом метода вештачке интелигенције коришћењем ове три променљиве као улазне величине, док је излазна величина годишња потрошња енергије за хлађење модел зграде. Укупно је урађено 245 симулација од којих је 200 коришћено за обучавање модела, а 45 за тестирање. Резултати показују да предвиђања вештачких неуронских мрежа (FFNN и RBFN), као и модели применом методе потпорних вектора (SVM) показују изузетно поклапање са симулираним вредностима потрошње (MAPE

у тест периоду се креће у опсегу 0,29% за SVM модел до 2,11 % за RBFN модел). Такви резултати су били и очекивани, с обзиром да је свака симулација резултат решавања математичких једначина, ма колико оне сложене биле. Модели који примењују методе вештачке интелигенције, обучени на довољном броју узорака (парова улаз-излаз), успевају да открију математичке релације и веома успешно предвиђају потрошњу на основу нових вредности улазних величина. Предвиђања ових модела се пореде и са резултатима добијеним вишеструком линеарном регресијом, која је због своје једноставности и задовољавајућих резултата и даље у употреби, посебно у раној фази пројектовања. Модели који су исправно обучени и тестирани могу се касније користити као алат за техно-економску анализу, приликом одлучивања о мери унапређења коју је најбоље спровести. Уз додатне симулације, увођењем нових улазних величина, примена модела може бити проширена. Успешност примене оваквих модела је затим испитана на експерименталној бази података, прикупљеној током студијског боравка на NTNU. За предвиђање дневне потрошње енергије из система даљинског грејања развијени су и обучени модели FFNN, RBFN, SVM. У овој дисертацији анализирали су "статички" модели, који не узимају у обзир потрошњу претходног дана. Посебно се истиче примена SVM методе, која у области предвиђања потрошње енергије није много заступљена у литератури. Управо овај модел остварује најбоље резултате на експерименталним подацима, постижући MAPE=3,5498% у периоду обучавања и 5,3084% приликом валидације модела. У даљем истраживању може се применити нека иновативна метода за проналажење оптималних параметара појединачних модела.

Испитана је могућност побољшања квалитета предвиђања модела применом иновативних приступа: креирањем ансамбла и хибридних модела. Истраживања у области предвиђања су показала да се једноставним комбиновањем излаза појединачних модела може побољшати тачност предвиђања. Притом је неопходно да чланови ансамбла задовољавају контрадикторне услове: тачност и међусобну различитост. Претпоставка је да појединачни модели праве грешке на различитим деловима скупа података, па се њиховим комбиновањем грешке чланова међусобно компензују. У овој дисертацији предложено је и испитано

неколико начина креирања ансамбла који се састоје из различитих модела. Најједноставнија метода је осредњавање (аритметичко, тежинско и методом медијане) излаза из појединачних модела. Иновативни приступ интегрисања појединачних модела је увођење њихових предвиђања (излаза) у нови модел вештачке интелигенције - вишестепени ансамбл. Тачност модела се постиже правилним обучавањем, уз обавезну валидацију према подацима који нису коришћени током обучавања. "Различитост" чланова се може остварити на више начина. Ансамбл састављен из модела који примењују различите методе вештачке интелигенције приликом обучавања (SVM, FFNN и RBFN) је показао побољшање у односу на најбоље обучен појединачни модел. Притом се истичу резултати постигнути ансамблом са тежинским осредњавањем (ансамбл ТО постиже $MAPE=5,1408\%$), вишестепеним ансамблом са FFNN у другом ступњу (грешка $MAPE=4,8644\%$ приликом валидације модела) и вишестепеним RBFN ансамблом ($MAPE=5,1401\%$).

Један од начина да се истовремено постигне и тачност и различитост је примена k-means кластеризације на групу исправно обучених мрежа. Мреже се обучавају коришћењем различитог броја неурона у скривеном слоју и различитим почетним вредностима тежинских фактора, након чега се према вредности излаза групишу у кластере. Анализиран је различит број кластера и из сваког је изабрана најбоља мрежа за члан ансамбла. Неопходно је унапред дефинисати број кластера, а његова оптимална вредност се одређује методом покушаја и грешке. Најбољи резултати применом ове методе се добијају са вишестепеним FFNN ансамблом и 8 кластера ($MAPE=5,6280\%$). Побољшања овом методом су мања него када је ансамбл сачињен из модела различитих структура. За овај случај већа је различитост међу предвиђањима SVM, FFNN и RBFN модела него што је то случај са FFNN мрежама из различитих кластера, па је и компензација њихових грешака више изражена због чега први ансамбл даје боље резултате. Сем тога, најбољи појединачни модел је управо SVM, па он значајно доприноси укупној тачности комбинованог модела. Побољшање квалитета предвиђања елемената ансамбла довешће и до побољшања тачности предвиђања ансамбла, што је и предмет даљих истраживања.

Побољшање квалитета предвиђања је предложено и применом хибридних модела, који превазилазе недостатке линеарних и нелинеарних модела уз задржавање њихових предности. Како реални проблеми не припадају строго једној категорији, укупно предвиђање је подељено на део који се решава вишеструким линеарним моделом, након чега се резидуали (разлика између мерених вредности и излаза из линеарног модела) уводе у нелинеарни модел. Тако су хибридни модели код којих се користи RBFN и FFNN мрежа за резидуале, показали побољшање тачности у односу на одговарајуће појединачне моделе, док хибрид SVM није побољшао предвиђање самог SVM модела. Притом се најбољи резултати постижу са хибридным FFNN моделом (MAPE=5,5137%). Предмет даљег истраживања је могућност побољшања резултата предвиђања хибридным приступом применом неке ефикасније линеарне технике.

Анализом предвиђања свих развијених модела, уочава се да се највећа грешка јавља почетком новембра 2012. године (у бази података за тестирање). Уочено је да су дани у новембру 2009, 2010 и 2011 година били топлији него у новембру 2012. године, који припада тест периоду. С обзиром да модели нису обучени са нижим вредностима температуре на улазу, тако нетипична вредност улазне величине (значајно хладнији новембар 2012) доводи до лошијих резултата предвиђања. Други разлог за овакво одступање може да буде и грешка у мерењу (квар на мерачу) или пропуст у предпроцесирању података (нису довољно успешно препознати и одстрањени нетипични подаци). Осим за предвиђање потрошње, модели вештачке интелигенције могу указати на неке неправилности у раду мерача тако што се региструје велика разлика између очекиване (предвиђене) потрошње и самог мерења.

За предвиђање часовних вредности потрошње линеарни модел који не узима у обзир претходне потрошње се више не може успешно користити, јер остварује грешке и на бази за обучавање и на бази за тестирање око 27%. С обзиром на већи број примера који се анализира посматрањем часовних вредности (7416 за обучавање и 2452 за тестирање) смањен је број улазних величина за креирање модела. Смањење броја улазних величина не доводи нужно до погоршања квалитета предвиђања. Уколико нека променљива нема значајан утицај на

зависну променљиву (у овом случају потрошњу енергије из система даљинског грејања) она само доприноси стварању шума у бази података, усложњава и отежава рад модела. У овој дисертацији примењена је метода избора променљивих унапред, па је за улазне величине осим дана, месеца и сата коришћена средња спољашња температура за сат за који се предвиђа потрошња. Развијени су "статички" SVM (MAPE=11,6980%), RBFN (MAPE=13,6377%) и FFNN модели (MAPE=11,2615%), а побољшање предвиђања је испитано увођењем претходних вредности потрошње као додатне улазне величине. Највеће побољшање је видљиво увођењем потрошње претходног сата (за FFNN грешка опада на 7,3850%, након чега све мање опада до увођења потрошњи целог претходног дана (MAPE=6,6565%). Остали модели нису показали побољшања након увођења више од 5 вредности претходне потрошње, па је закључак да је и број претходних потрошњи који се узима у обзир предмет истраживања.

Анализирани су и FFNN и RBFN модели који на излазу дају дневни профил потрошње. Резултати показују да и мрежа са 24 излаза, која на улазу нема сат у дану, успева да открије зависност и може се успешно користити за предвиђање (MAPE=10,9302%). Квалитет предвиђања је побољшан увођењем потрошњи од претходног дана, након чега се грешка смањила на 9,0851%

Приликом предвиђања часовних вредности потрошње топлоте сви модели праве највеће грешке у раним јутарњим сатима. Разлог за то је променљив тренутак укључења система, тј. преласка са ноћног режима рада система на дневни режим. Време укључења нема утицај само на потрошњу у том сату, већ и на неколико наредних сати услед ефекта узгревања објекта. Када систем уђе у свој стационарни рад, током радног времена те грешке су значајно мање, а погоршање квалитета предвиђања се поново јавља након завршетка радног времена кампуса, у поподневним сатима. Како ни тај тренутак није исти за сваки дан, модели више греше у периоду од 16-18 часова поподне.

Уколико се ради предвиђање за 1 дан унапред, модели који узимају часовну потрошњу топлоте од претходног дана дају најбоље резултате (FFNN мрежа са 28 улаза и 1 излазом приликом валидације има MAPE=6,6565%). Међутим, ако је потребно предвидети потрошњу за више дана унапред, онда такав модел

доводи до значајног нагомилавања грешке, па је боље користити модел који на улаз доводи само температуре. Грешка се нагомилава јер је неопходно sukcesивно предвиђати потрошњу за 1 дан унапред, која се затим узима за улазну величину за наредни дан, итд. Тако се грешке екстремно нагомилавају посебно у сатима за које је је предвиђање модела најлошије (5-6 сати ујутру и након радног времена кампуса).

Оно што је заједничко за све моделе је да је неопходно да база података за обучавање има довољан број узорака (и великих и малих вредности свих променљивих), тј. мреже имају проблем са тачкама које значајно одступају. Приликом формирања базе података за обучавање модела за предвиђање потрошње енергије за хлађење модел зграде (добијене симулацијом) водило се рачуна о томе да буду заступљене и горње и доње граничне вредности неке величине. То је додатни разлог да се за обучавање користи већи број података, како би развијени модели имали информације о што ширем опсегу могућих случајева. Уколико би се модели обучавали на изузетно топлој години, предвиђање на хладнијем периоду би било знатно лошије.

Хибридни модели у готово свим случајевима доводе до побољшања тачности предвиђања основног модела. Једино SVM модел применом на резидуале не остварује добре резултате (код дневних вредности нема побољшања тачности, док је код часовних вредности побољшање релативно мало). Притом се за модел који решава нелинеарни део проблема најбоље показује FFNN мрежа (најбољи резултати и на дневном и на часовном нивоу). Квалитет предвиђања се може повећати применом неке друге линеарне технике уместо вишеструког линеарног модела, што је предмет даљег истраживања.

Основно ограничење оваквих модела је то што су они развијени конкретно за кампус Глосхауген. Модели се могу користити за друге вредности улазних величина, за процену потрошње енергије сличног кампуса. Прикупљањем података за више кампуса могли би се извући закључци о потрошњи који би били општијег карактера. За потребе предвиђања потрошње енергије неке зграде, или групе зграда другачије намене, неопходно је обучавати моделе подешавањем параметара за тај објекат. Даље истраживање може бити проширено на остале

мераче који су инсталирани у кампусу, при чему би за моделе могле да се узимају и друге улазне величине осим метеоролошких параметара. Са проширеном базом података могуће је добити уопштенији модел, који би био применљив за већи број различитих објеката. Улазне величине не морају увек бити мерене, оне могу бити и категоричке, као што је овде био случај са месецом у години, даном у недељи и сатом. Успешност приказаних метода и њихових побољшања у предвиђању потрошње енергије КГХ система, уз раније публиковане успешне примере примена у другим областима предвиђања, доприносе интересовању за развој ове области и проналажење нових области примене. На тај начин се отварају могућности за примену вештачке интелигенције у процени потрошње енергије објеката или система различитих намена (индустријски објекти, фабрике, хемијска постројења, итд.). Све су чешћи захтеви за што тачнијом проценом очекиване потрошње енергије објеката, како би се исправно спроводило енергетско управљање. Вештачка интелигенција се показала веома успешном у савладавању сложених вишепараметарских проблема. У овој дисертацији показана је успешна примена развијених модела у области предвиђања потрошње енергије КГХ система. Предложени алгоритми побољшања тачности појединачних модела (вишестепени ансамбли и хибридни модели) су универзалног карактера и могу наћи своју примену не само у предвиђању потрошње енергије, већ и у другим областима у којима се користи вештачка интелигенција.

Литература

- [1] E. Council., Directive 2010/31/eu of the european parliament and of the council of 19 may 2010 on the energy performance of buildings, Official Journal of the European Union 2010 (18) (201) 13–35.
- [2] A. Fouquier, S. Robert, F. Suard, L. Stéphan, A. Jay, State of the art in building modelling and energy performances prediction: A review, Renewable and Sustainable Energy Reviews 23 (2013) 272–288.
- [3] N. Fumo, A review on the basics of building energy estimation, Renewable and Sustainable Energy Reviews 31 (2014) 53–60.
- [4] H.-x. Zhao, F. Magoulès, A review on the prediction of building energy consumption, Renewable and Sustainable Energy Reviews 16 (6) (2012) 3586–3592.
- [5] D. B. Crawley, J. W. Hand, M. Kummert, B. T. Griffith, Contrasting the capabilities of building energy performance simulation programs, Building and environment 43 (4) (2008) 661–673.
- [6] W. N. Hien, L. K. Poh, H. Feriadi, The use of performance-based simulation tools for building design and evaluation—a singapore perspective, Building and Environment 35 (8) (2000) 709–736.
- [7] J. A. Orosa, A. C. Oliveira, Software tools for hvac research, Advances in Engineering Software 42 (10) (2011) 846–851.
- [8] M. S. Al-Homoud, Computer-aided building energy analysis techniques, Building and Environment 36 (4) (2001) 421–433.
- [9] A. Kusiak, M. Li, Z. Zhang, A data-driven approach for steam load prediction in buildings, Applied Energy 87 (3) (2010) 925–933.
- [10] V. Siddharth, P. Ramakrishna, T. Geetha, A. Sivasubramaniam, Automatic generation of energy conservation measures in buildings using genetic algorithms, Energy and Buildings 43 (10) (2011) 2718–2726.

- [11] X. Xu, J. E. Taylor, A. L. Pisello, P. J. Culligan, The impact of place-based affiliation networks on energy conservation: An holistic model that integrates the influence of buildings, residents and the neighborhood context, *Energy and Buildings* 55 (2012) 637–646.
- [12] R. Kumar, R. Aggarwal, J. Sharma, Energy analysis of a building using artificial neural network: A review, *Energy and Buildings* 65 (2013) 352–358.
- [13] R. Jovanović, A. Sretenović, B. Živković, Ensemble of various neural networks for prediction of heating energy consumption, *Energy and Buildings* 94 (2015) 189–199. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.enbuild.2015.02.052>.
- [14] R. Jovanović, A. Sretenović, B. Živković, Multistage ensemble of feedforward neural networks for prediction of heating energy consumption, *Thermal Science* (00) (2015) 140–140. doi:<http://dx.doi.org/10.2298/TSCI150122140J>.
- [15] R. Jovanović, A. Sretenović, Various multistage ensembles for prediction of heating energy consumption, *Modeling, Identification and Control* 36 (2015) 119–132. doi:<http://dx.doi.org/10.4173/mic.2015.2.4>.
- [16] M. Bauer, J.-L. Scartezzini, A simplified correlation method accounting for heating and cooling loads in energy-efficient buildings, *Energy and Buildings* 27 (2) (1998) 147–154.
- [17] T. Catalina, J. Virgone, E. Blanco, Development and validation of regression models to predict monthly heating demand for residential buildings, *Energy and buildings* 40 (10) (2008) 1825–1832.
- [18] I. Korolija, Y. Zhang, L. Marjanovic-Halburd, V. I. Hanby, Regression models for predicting uk office building energy consumption from heating and cooling demands, *Energy and Buildings* 59 (2013) 214–227.
- [19] J. C. Lam, S. C. Hui, A. L. Chan, Regression analysis of high-rise fully air-conditioned office buildings, *Energy and Buildings* 26 (2) (1997) 189–197.

- [20] A. H. Neto, F. A. S. Fiorelli, Comparison between detailed model simulation and artificial neural network for forecasting building energy consumption, *Energy and Buildings* 40 (12) (2008) 2169–2176.
- [21] B. B. Ekici, U. T. Aksoy, Prediction of building energy consumption by using artificial neural networks, *Advances in Engineering Software* 40 (5) (2009) 356–362.
- [22] Ö. A. Dombaycı, The prediction of heating energy consumption in a model house by using artificial neural networks in denizli–turkey, *Advances in Engineering Software* 41 (2) (2010) 141–147.
- [23] L. Ekonomou, Greek long-term energy consumption prediction using artificial neural networks, *Energy* 35 (2) (2010) 512–517.
- [24] EUROSTAT.
URL <http://ec.europa.eu/eurostat>
- [25] P.-S. Yu, S.-T. Chen, I.-F. Chang, Support vector regression for real-time flood stage forecasting, *Journal of Hydrology* 328 (3) (2006) 704–716.
- [26] M. Mohandes, T. Halawani, S. Rehman, A. A. Hussain, Support vector machines for wind speed prediction, *Renewable Energy* 29 (6) (2004) 939–947.
- [27] A. Paniagua-Tineo, S. Salcedo-Sanz, C. Casanova-Mateo, E. Ortiz-García, M. Cony, E. Hernández-Martín, Prediction of daily maximum temperature using a support vector regression algorithm, *Renewable energy* 36 (11) (2011) 3054–3060.
- [28] Q. Li, Q. Meng, J. Cai, H. Yoshino, A. Mochida, Predicting hourly cooling load in the building: a comparison of support vector machine and different artificial neural networks, *Energy Conversion and Management* 50 (1) (2009) 90–96.
- [29] Q. Li, Q. Meng, J. Cai, H. Yoshino, A. Mochida, Applying support vector machine to predict hourly cooling load in the building, *Applied Energy* 86 (10) (2009) 2249–2256.

- [30] A. E. Ben-Nakhi, M. A. Mahmoud, Cooling load prediction for buildings using general regression neural networks, *Energy Conversion and Management* 45 (13) (2004) 2127–2141.
- [31] B. Dong, C. Cao, S. E. Lee, Applying support vector machines to predict building energy consumption in tropical region, *Energy and Buildings* 37 (5) (2005) 545–553.
- [32] A. Ahmad, M. Hassan, M. Abdullah, H. Rahman, F. Hussin, H. Abdullah, R. Saidur, A review on applications of ann and svm for building electrical energy consumption forecasting, *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 33 (2014) 102–109.
- [33] X. Yan, *Linear regression analysis: theory and computing*, World Scientific, 2009.
- [34] A. Guideline, Guideline 14-2002, measurement of energy and demand savings, American Society of Heating, Ventilating, and Air Conditioning Engineers, Atlanta, Georgia.
- [35] P. Janičić, M. Nikolić, *Veštačka inteligencija*, Matematički fakultet, Univerzitet u Beogradu Elektronsko izdanje, 2010.
- [36] V. Kecman, *Learning and soft computing: support vector machines, neural networks, and fuzzy logic models*, MIT press, 2001.
- [37] Z. Miljković, M. Mitić, M. Lazarević, B. Babić, Neural network reinforcement learning for visual control of robot manipulators, *Expert Systems with Applications* 40 (5) (2013) 1721–1736.
- [38] N. Vuković, Z. Miljković, New hybrid control architecture for intelligent mobile robot navigation in a manufacturing environment, *FME Transactions* 37 (1) (2009) 9–18.
- [39] M. Mitić, Z. Miljković, Neural network learning from demonstration and epipolar geometry for visual control of a nonholonomic mobile robot, *Soft Computing* 18 (5) (2014) 1011–1025.

- [40] R. Jovanović, Skripte: Inteligentni sistemi upravljanja, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2013.
- [41] Z. Miljković, Sistemi veštačkih neuronskih mreža u proizvodnim tehnologijama, Mašinski fakultet, Univerzitet u Beogradu, 2003.
- [42] L. Wang, Support Vector Machines: theory and applications, Vol. 177, Springer Science & Business Media, 2005.
- [43] V. N. Vapnik, V. Vapnik, Statistical learning theory, Vol. 1, Wiley New York, 1998.
- [44] S. R. Gunn, et al., Support vector machines for classification and regression, ISIS technical report 14.
- [45] V. Vapnik, S. E. Golowich, A. Smola, Support vector method for function approximation, regression estimation, and signal processing, in: Advances in Neural Information Processing Systems 9, Citeseer, 1996.
- [46] V. Vapnik, The nature of statistical learning theory, Springer Science & Business Media, 2013.
- [47] C.-W. Hsu, C.-C. Chang, C.-J. Lin, et al., A practical guide to support vector classification (2003).
- [48] V. Cherkassky, Y. Ma, Practical selection of svm parameters and noise estimation for svm regression, Neural networks 17 (1) (2004) 113–126.
- [49] Hourly Analysis Program (HAP).
URL <http://www.carrier.com/building-solutions/en/us/software/hvac-system-design/hourly-analysis-program/>
- [50] G. P. Mitalas, Transfer function method of calculating cooling loads, heat extraction and space temperature, Ashrae Journal 14 (12) (1973) 54–56.
- [51] J. E. Seem, Modeling of heat transfer in buildings, Tech. rep., Wisconsin Univ., Madison (USA) (1987).

- [52] O. Masoso, L. Grobler, A new and innovative look at anti-insulation behaviour in building energy consumption, *Energy and Buildings* 40 (10) (2008) 1889–1894.
- [53] A. standard, Standard 62-2001, ventilation for acceptable indoor air quality, American Society of Heating, Ventilating, and Air Conditioning Engineers, Atlanta, Georgia.
- [54] C.-C. Chang, C.-J. Lin, LIBSVM: A library for support vector machines, *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology* 2 (2011) 27:1–27:27, software available at <http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm>.
- [55] L. K. Hansen, P. Salamon, Neural network ensembles, *IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence* 12 (10) (1990) 993–1001.
- [56] Z.-H. Zhou, J. Wu, W. Tang, Ensembling neural networks: many could be better than all, *Artificial intelligence* 137 (1) (2002) 239–263.
- [57] P. M. Granitto, P. F. Verdes, H. A. Ceccatto, Neural network ensembles: evaluation of aggregation algorithms, *Artificial Intelligence* 163 (2) (2005) 139–162. doi:<http://dx.doi.org/10.1016/j.artint.2004.09.006>.
- [58] A. J. Sharkey, Multi-net systems, in: *Combining artificial neural nets*, Springer, 1999, pp. 1–30.
- [59] G. P. Zhang, V. Berardi, et al., Time series forecasting with neural network ensembles: an application for exchange rate prediction, *Journal of the Operational Research Society* 52 (6) (2001) 652–664.
- [60] L. Breiman, Bagging predictors, *Machine learning* 24 (2) (1996) 123–140. doi:<http://dx.doi.org/10.1007/BF00058655>.
- [61] R. E. Schapire, The strength of weak learnability, *Machine learning* 5 (2) (1990) 197–227.

- [62] D. W. Opitz, J. W. Shavlik, Actively searching for an effective neural network ensemble, *Connection Science* 8 (3-4) (1996) 337–354. doi:<http://dx.doi.org/10.1080/095400996116802>.
- [63] A. Lazarevic, Z. Obradovic, Effective pruning of neural network classifier ensembles, in: *Neural Networks, 2001. Proceedings. IJCNN'01. International Joint Conference on*, Vol. 2, IEEE, 2001, pp. 796–801.
- [64] S. Geman, E. Bienenstock, R. Doursat, Neural networks and the bias/variance dilemma, *Neural computation* 4 (1) (1992) 1–58.
- [65] F. Qiang, H. Shang-Xu, Z. Sheng-Ying, Clustering-based selective neural network ensemble, *Journal of Zhejiang University SCIENCE A* 6 (5) (2005) 387–392.
- [66] S. Yang, A. Browne, P. D. Picton, Multistage neural network ensembles, in: *Multiple Classifier Systems*, Springer, 2002, pp. 91–97.
- [67] L. Yu, K. K. Lai, S. Wang, Multistage rbf neural network ensemble learning for exchange rates forecasting, *Neurocomputing* 71 (16) (2008) 3295–3302.
- [68] J. MacQueen, et al., Some methods for classification and analysis of multivariate observations, in: *Proceedings of the fifth Berkeley symposium on mathematical statistics and probability*, Vol. 1, Oakland, CA, USA., 1967, pp. 281–297.
- [69] R. Jovanović, A. Sretenović, Ensemble of radial basis neural networks with k-means clustering for heating energy consumption prediction, *FME Transactions* 44 (3) (2016) 217–223.
- [70] G. P. Zhang, Time series forecasting using a hybrid arima and neural network model, *Neurocomputing* 50 (2003) 159–175.
- [71] K. Jeong, C. Koo, T. Hong, An estimation model for determining the annual energy cost budget in educational facilities using sarima (seasonal autoregressive integrated moving average) and ann (artificial neural network), *Energy* 71 (2014) 71–79.

- [72] E. Cadenas, W. Rivera, Wind speed forecasting in three different regions of mexico, using a hybrid arima–ann model, *Renewable Energy* 35 (12) (2010) 2732–2738.
- [73] S. M. Al-Alawi, S. A. Abdul-Wahab, C. S. Bakheit, Combining principal component regression and artificial neural networks for more accurate predictions of ground-level ozone, *Environmental Modelling & Software* 23 (4) (2008) 396–403.

Биографија

Александра Сретеновић рођена је 31.01.1986. године у Београду. Земунску гимназију природно-математичког смера завршила је 2004. године. За изузетан успех током школовања награђена је Вуковом дипломом (и у основној школи и у гимназији).

Машински факултет Универзитета у Београду уписала је 2004. године. Све време студирања била је награђивана за одличан успех. Награде за најбоље студенте Машинског факултета добила је 2005, 2006, 2007, 2008 и 2009. године. Студије је завршила у року с просечном оценом 9,89. Тема дипломског рада из предмета климатизација била је „Примена система тригенерације и анализа предности у односу на конвенционални систем климатизације рачунског центра“. Дипломирала је на одсеку за Термотехнику 16.06.2009. године с оценом 10.

Као одличан студент Машинског факултета, Александра Сретеновић је била стипендиста Фонда за младе таленте Републике Србије – најбољих 1000 студената, а добила је и стипендију града Београда. Добитница је престижне награде „Професор др Војислав К. Стојановић“ за изванредан успех постигнут током студија. Током студија више пута је представљала Машински факултет на Сајму образовања, а учествовала је у промоцији Факултета у средњим школама у Србији.

Докторске студије је уписала 2010/11. године на Машинском факултету Универзитета у Београду, и положила је све испите предвиђене планом и програмом са просечном оценом 10,0 (десет). Од новембра 2009 запослена је на Машинском факултету Универзитета у Београду на Катедри за Термотехнику. У току свог рада изводила је наставу на мастер студијама кроз аудиторне вежбе на предметима: Основе технике климатизације и Системима вентилације и климатизације. Активно учествује у изради мастер радова и више пута је била члан комисије за преглед и одбрану дипломских радова модула за Термотехнику. Повремено је држала вежбе из климатизације на енглеском језику страним студентима. До сада као аутор и коаутор има 22 објављена рада, од којих је 6 објављено у међународним часописима са SCI листе, 4 у часописима националног значаја и 12 на скуповима међународног значаја. Коаутор је 4 техничка решења.

Учествовала је у изради преко 20 стручних пројеката. Активно је учествовала у истраживањима у оквиру шест међународних пројеката. Поседује лиценце за одговорног пројектанта и одговорног извођача радова .

Александра Сретеновић одлично познаје рад на рачунару Microsoft Office (Word, Excel, Power Point), Интернет, а користи и савремене софтверске пакете (AutoCAD, HAP, Matlab и др). Успешно је завршила лиценцирани курс AutoCAD 2007, семинар Mitsubishi Electric у Милану – VRF and Multi systems, семинар LG VRF, као курс HAP - Hourly Analysis Program Advanced.

Члан је удружења MENSA (IQ 152 – 2% популације), друштва КГХ (Климатизација, грејање, хлађење), Инжењерске коморе Србије. Одлично говори енглески језик и служи се француским.

Прилог 1.

Изјава о ауторству

Потписани-а Александра Сретеновић

број индекса D45/10

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

**ПРЕДВИЂАЊЕ ПОТРОШЊЕ КГХ СИСТЕМА ПРИМЕНОМ МЕТОДА ВЕШТАЧКЕ
ИНТЕЛИГЕНЦИЈЕ**

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 10.06.2016.

Сретеновић Александра

Прилог 2.

**Изјава о истоветности штампане и електронске
верзије докторског рада**

Име и презиме аутора : Александра Сретеновић
Број индекса : D45/10
Студијски програм: Докторске академске студије – машинско инжењерство
Наслов рада: ПРЕДВИЋАЊЕ ПОТРОШЊЕ КГХ СИСТЕМА
ПРИМЕНОМ МЕТОДА ВЕШТАЧКЕ ИНТЕЛИГЕНЦИЈЕ
Ментор: Проф. др Бранислав Живковић и
доц. др Радиша Јовановић

Потписана: Александра Сретеновић

Изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, 10.06.2016.

Сретеновић Александра

Прилог 3.

Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

ПРЕДВИЂАЊЕ ПОТРОШЊЕ КГХ СИСТЕМА ПРИМЕНОМ МЕТОДА ВЕШТАЧКЕ ИНТЕЛИГЕНЦИЈЕ

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
- ☒ 3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
5. Ауторство – без прераде
6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 10.06.2016.

Грешеновић Александра

1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.