

Univerzitet u Beogradu

Elektrotehnički fakultet



Iva M. Salom

Analiza akustičkih karakteristika zvuka zvona

Doktorska disertacija

Beograd, 2015

University of Belgrade
School of Electrical Engineering



Iva M. Salom

Analysis of Acoustical Characteristics of Church Bell Sound

Doctoral Dissertation

Belgrade, 2015

PODACI O MENTORU I ČLANOVIMA KOMISIJE

Mentor:

dr Miomir Mijić, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu – Elektrotehnički fakultet

Članovi komisije:

dr Dragana Šumarac Pavlović, vanredni profesor,
Univerzitet u Beogradu – Elektrotehnički fakultet

dr Boris Despot, redovni profesor,
Univerzitet u Beogradu – Fakultet dramskih umetnosti

dr Jelena Čertić, docent,
Univerzitet u Beogradu – Elektrotehnički fakultet

*„... a na crkvi grunuše zvona na jutrenje.
Gromko se razleže kroz tihu noć,
i potresa se duša hrišćanska.
I kao talas suho granje, tako njihov zvuk odnosi
bolju i pečal, kida uze taštine,
a skrušena duša razgovara se s nebom...”*

Laza Lazarević

Zahvalnica

Mnogo je ljudi kojima dugujem zahvalnost što je ova teza posle dosta vremena uobličena.

Posebno se zahvaljujem svom mentoru profesoru Miomiru Mijiću koji mi je omogućio da kroz istraživački rad na ovoj disertaciji, objedinim svoju ljubav prema muzici i tehnici u oblasti muzičke akustike, i koji je velikim strpljenjem i podrškom pomogao da ova teza bude napisana. Uz profesora Mijića, zahvaljujem se svojim profesorima Ljiljani Milić i Husniji Kurtoviću, kroz čija sam predavanja kao i dugogodišnju saradnju stekla značajno znanje i iskustvo iz oblasti akustike, audiotehnike i obrade signala; što uvek nađu vremena za svako moje stručno pitanje i dilemu. Zahvaljujem se Jeleni Čertić i Dragani Šumarac Pavlović na saradnji, dragocenim savetima i diskusijama koje su doprinele rezultatima i analizama prikazanim u ovoj tezi.

Zahvaljujem se kolegi i prijatelju Dejanu Todoroviću na dugogodišnjoj saradnji, na mnogim stvarima koje sam od njega naučila i svakim danom učim.

Zahvaljujem se kolegama iz Instituta Mihajlo Pupin na podršci tokom proteklih godina.

I na kraju, zahvaljujem se svojoj porodici na svom strpljenju koje su imali pomažući mi i omogućavajući mi da se posvetim radu. Posebno sam zahvalna svojim roditeljima, koji su me od samog početka usmeravali i podržavali. Zahvalna sam svojoj sestri Maji, koja mi je dala mnogo korisnih saveta u toku pisanja disertacije. Zahvalna sam svom suprugu što je uvek bio uz mene da pomogne kako u profesionalnom smislu, tako i na mnoge druge načine. A svoje devojčice, Taru i Tanju, molim da razumeju svoju majku što često nije mogla da bude uz njih tokom prethodnih godina za vreme pisanja ove disertacije.

Naslov: Analiza akustičkih karatkeristika zvuka zvona

Rezime

Za razliku od klasičnih muzičkih instrumenata, zvuk zvona nastaje oscilovanjem trodimenzionalne osnosimetrične mase. Udarom bata pobuđuju se sopstveni modovi oscilovanja, čija su posledica diskretne komponente u zvuku zvona, takozvani parcijali, a čije frekvencije nisu u harmonijskom odnosu. Iako bi se očekivalo da ovako složena struktura parcijala u ljudskom uhu stvara složenu zvučnu sliku u kojoj se prepoznaje više različitih tonova, ipak se subjektivno najčešće izdvaja jedan ton koji se naziva udarni ton, i on u muzičkom smislu predstavlja osnovnu karakteristiku zvuka zvona. Udarni ton, zajedno sa još jednim tonom (koji se nekad može prepoznati i naziva se sekundarni udarni ton) i višim parcijalima, stapa se u jedinstvenu zvučnu sliku koja čini karakterističan zvuk zvona.

Zvona su bila važan deo skoro svake kulture i različitih religija kroz istoriju čovečanstva. Zbog njihovog karakterističnog zvuka, kao i činjenice da se zvono obično sluša u vrlo specifičnim duhovnim prilikama, zvuk zvona kod slušaoca izaziva karakterističan subjektivni doživljaj. Stoga je pitanje kako definisati zvono koje prijatno zvuči veoma staro. Ljudi su pokušavali da daju odgovor na ovo pitanje uzimajući u obzir fizičke mogućnosti samog zvona kao fizičkog tela zadatog specifičnog oblika, kao i poredeći zvuk različitih zvona.

Prema istorijski gledano najstarijem pravilu koje i danas predstavlja osnovnu smernicu u savremenim livnicama, prvih pet parcijala dominantno utiču na subjektivni doživljaj zvuka zvona i određuju udarni ton. Smatra se da je idealan odnos frekvencija prvih pet parcijala $1 : 2 : 2.4 : 3 : 4$, koji obezbeđuje udarni ton koji se jasno i čisto čuje, što je posebno važno u slučaju kada se zvono koristi kao deo muzičkog instrumenta u karilonu. Prema ovom pravilu se štimuju zvona u

zapadnoevropskim katoličkim crkvama (*Western minor-third church bell*). Sa druge strane, postoji teorija po kojoj zvona u pravoslavnim crkvama imaju pre svega ulogu udaračkog instrumenta pa stoga melodijsko štimovanje zapravo nije ni poželjno.

Danas je razvoj tehnologije omogućio da se zvuk zvona može detaljno analizirati, počevši od snimanja zvuka, analize zvuka primenom savremenih tehnika obrade signala, pa do numeričke analize i računarskih simulacija. Kao posledica toga, u akustičkoj literaturi zvona kao specifičan izvor zvuka prilično su dobro obrađena tema u mnogim svojim bitnim segmentima. Međutim, uz sve detaljno ispitane objektivne karakteristike zvuka zvona delimično je zanemaren subjektivni doživljaj, kao konačna mera kvaliteta izvora zvuka. Stoga je cilj ovog rada ispitivanje veze između objektivnih i subjektivnih karakteristika zvuka zvona, uzimajući u obzir detaljnu objektivnu analizu signala i korišćenjem nekih novih pristupa u analizi oscilovanja zvona.

Rezultati prikazani u ovom radu proistekli su iz obimnog istraživanja kvalitativnih i kvantitativnih karakteristika crkvenih zvona u Srbiji, koje je inicijalno podstaknuto potrebom prikupljanja osnovnih podataka značajnih za očuvanje kulturnog nasleđa. Crkvenu arhitekturu ovog podneblja karakteriše složen i isprepletan uticaj zapadne i istočne tradicije. Stoga su graditelji crkava u zavisnosti od pomenutih uticaja koristili zvona koja se sreću kod istočnih pravoslavnih, odnosno zapadnih katoličkih graditelja. Analizom je obuhvaćeno preko 150 zvona, veoma različitih karakteristika i porekla. Iz istraživanja su proistekla različita pitanja vezana za subjektivni doživljaj zvuka zvona.

Ostavljajući kulturološke razlike po strani, dva osnovna pitanja se postavljaju: 1) da li jedno zvono izaziva isti ili bar sličan subjektivni osećaj među različitim subjektima, i 2) da li je moguće poredati grupu zvona prema njihovom subjektivnom kvalitetu zvuka i svakom zvonu dodeliti opštevažeću subjektivnu ocenu. S ciljem da se da odgovor na ova dva pitanja sprovedeno je subjektivno testiranje zasnovano na dobro poznatoj metodi poređenja po parovima.

Uzimajući rezultate subjektivnog testiranja kao osnovni relevantan pokazatelj kvaliteta zvona, uspostavljena je korelacija sa rezultatima objektivne analize. Uvedena su dva jednobrojna parametra, kao mera kvaliteta zvuka zvona: odstupanje od najbližeg idealnog zvona i energija sadržana u prvih pet parcijala. Energija sadržana u prvih pet parcijala se pokazala kao dobar pokazatelj kvaliteta zvuka zvona.

Posebna pažnja posvećena je udarnom tonu, kao jednoj od osnovnih karakteristika zvuka zvona. Sprovedeni subjektivni testovi pokazali su da udarni ton generalno nije jasno definisan i da zavisi od testiranog subjekta, kao i od okolinosti pod kojima se test sprovodi, ali da se ipak za većinu zvona može utvrditi više ili manje izražena frekvencija koja odgovara udarnom tonu. Poznati algoritam za određivanje visine tona zvuka zasnovan na teoriji virtuelnih tonova je dorađen u skladu sa napredkom mogućnosti analize signala u protekle dve i po decenije od kada je originalan algoritam razvijen, naročito u kontekstu njegove primene na specifičnom izvoru zvuka, kao što je zvono. Realizovani algoritam sa zadovoljavajućom tačnošću daje informaciju o potencijalnim položajima udarnog tona analiziranog zvona i može se koristiti za procenu udarnog tona zvona bez sprovođenja subjektivnih testova, kao vrsta verifikacije zvona.

U ovoj tezi uspostavljena je metodologija za ispitivanje kvaliteta različitih zvona, kako starih zvona u crkvama, tako i kao pomoć u zvonolivnicama, s obzirom da je liveenje crkvenih zvona veoma delikatan proces u kome dolazi do različitih fizičkih anomalija. Primenom ove metodologije moguće je izvršiti ispitivanje uticaja različitih objektivnih parametara zvuka zvona na subjektivan doživljaj. Kombinovanje zaključaka ovog rada sa savremenim tehnikama matematičkog modelovanja omogućava dizajniranje zvona poboljšanih akustičkih karakteristika.

Ključne reči: zvono, subjektivni test, kvalitet zvuka

Naučna oblast: elektrotehnika

Uža naučna oblast: akustika

UDK broj: 621.3

Title: Analysis of Acoustical Characteristics of a Church Bell Sound

Summary

Nearly all natural musical instruments produce a sound with a harmonic or quasi-harmonic structure, whereby the majority of the dominant components have frequencies that are near-integer multiples of the fundamental frequency. The human auditory system tends to perceive a single pitch, which, for most of the tones with a complex harmonic structure, corresponds to the fundamental frequency. A single integrated sound image, consisting of harmonic components, including their build up and decay rates, mainly affects the instrument tone quality. In contrast, sound of a bell consists of inharmonic overtones - partials, whose frequencies correspond to the frequencies of natural vibrational modes of the bell. Although such a rich inharmonic structure is expected to create several pitch sensations, when a bell is struck, there is usually one tone that is predominantly heard and that tone is called the strike note. However, an additional pitch sensation (usually called the secondary strike note) fuses together with partial overtones into the characteristic sound image, determining the aesthetic experience of a bell sound.

Bells have been an important part of almost every culture in history. Due to their characteristic inharmonic sound as well as the habit of listening to bells on special occasions, the sound of a bell induces a very specific experience for a listener. Thus the question of how to define a pleasant sounding bell is very old. Throughout the history people have been trying to determine how a bell should sound by considering the physical characteristics and limitations of a bell, and by comparing the sound of various bells.

According to the oldest theory of a tuned bell, the first five partials dominantly influence the sound of a bell and its strike note. In case of the traditional Western minor-third church bell, the first five partial ratios of a tuned, or the so-called ideal bell, are $1 : 2 : 2.4 : 3 : 4$. These partial ratios provide clearly heard strike note which is particularly important when bells are used as musical instruments in carillons. On the other hand, Orthodox church bells are considered to be rhythm rather than melody instruments, thus precise melodic tuning was not so important or even desirable.

Significant advance of technology in recent decades provides powerful tools for detailed acoustic analysis of bells (high quality sound recording, modern techniques of signal processing, numerical analysis and computer simulations). Accordingly, a bell as a sound source has been analyzed in detail in the relevant acoustical literature. However, subjective aspect of a bell sound as a main indicator of a bell sound quality has been to a certain extent neglected. Thus, the main goal of this research was to determine correlation between objective and subjective characteristics of a bell sound, taking into account the detailed objective signal analysis and utilizing novel approaches to the bell vibration analysis.

A comprehensive research of qualitative and quantitative characteristics of bells in Serbian Orthodox churches was carried out, initiated by the need to collect data significant for Serbian cultural heritage. The analysis included more than 150 bells of different characteristics and origin. Various issues related to the subjective perception of a bell sound have been raised by the research.

Putting aside the cultural differences, two principal questions arise: 1) does the same bell induce a similar aesthetic experience among various listeners and, thus, 2) is it possible to arrange a group of different bells according to their subjective sound quality by assigning a single quality score to each bell. In order to answer these questions the well-known method of paired comparison subjective testing was used.

Taking results of a qualitative listening tests as the main indicator of a bell sound quality, the correlation with objective sound parameters was sought for. Two single number parameters were considered as a quantitative measure of a bell sound quality: the first was introduced as a measure of deviation from the nearest ideal bell, and the second was defined as the energy comprised in the first five partials of a bell. The nearest ideal bell deviation exhibited little correlation with the results of the listening test, and therefore the ideal arrangement of the first five partials of a bell turned out not to be as relevant as expected. On the other hand, the analysis of the results showed that the energy comprised in the first five partials can be used as a measure of bell sound quality.

The most important characteristic of a bell is its strike note (or strike tone), the subjective sensation of a pitch generated within the auditory system. The relationship between the strike note and the objective characteristics of a bell sound is still an unsolved mystery of psychoacoustics. The research carried out in this thesis included also quantitative listening tests which proved that generally the strike note was not clearly perceived as it is to a certain extent subject/testing conditions dependent. Nevertheless, for most bells there existed more or less distinguished frequency that presented a strike note. The existing algorithm based on the well-known virtual pitch theory on pitch perception was here improved in the context of bell sound analysis, taking into account the progress the signal processing underwent in past two decades since the original algorithm was first realized. The implemented algorithm is proven to give a good predictions of a strike note positions and can be used as a kind of verification of bells with no need for subjective testing.

This research has established a methodology for bell sound quality investigation, that can be used both for old church bells characterisation, as well as for providing additional guidelines for the bell design in bell foundries. Using described methodology the effect of various objective parameters on the bell sound quality can be analyzed. Combining obtained results with modern techniques of physical modelling can lead to a novel bell design with improved characteristics.

Keywords: bell, listening test, sound quality

Scientific area: electrical engineering

Scientific subarea: acoustics

UDC number: 621.3

Sadržaj

UVOD.....	1
1 ZVONO KAO IZVOR ZVUKA	11
1.1 OPIS ZVONA.....	11
1.2 SOPSTVENI MODOVI OSCILOVANJA ZVONA.....	12
1.3 OSNOVNI FIZIČKI PARAMETRI ZVONA	21
1.3.1 Materijal zvona.....	21
1.3.2 Veličina zvona	23
1.3.3 Oblik (profil) zvona.....	24
1.3.3.1 Parametar f_D	24
1.3.3.2 Debljina zvona	25
1.4 KARAKTERISTIKE SPEKTRALNIH KOMPONENTI (PARCIJALA) U ZVUKU ZVONA	26
1.4.1 Fekvencija parcijala	26
1.4.2 Vreme uspona.....	26
1.4.3 Početna amplituda	27
1.4.4 Brzina opadanja amplitude	27
1.5 ZRAČENJE ZVONA	30
1.6 POBUDA ZVONA	36
1.7 ZVONIK.....	36
2 SUBJEKTIVNI DOŽIVLJAJ ZVUKA ZVONA.....	38
2.1 STRUKTURA ČULA SLUHA	38
2.2 OSEĆAJ ZVUKA	43
2.2.1 Efekat maskiranja.....	44
2.2.2 Kritični opsezi.....	45
2.2.3 Najmanja primetna promena frekvencije.....	46

2.2.4	<i>Dominantni frekvencijski opseg</i>	46
2.3	EFEKAT IZBIJANJA	48
2.4	NELINEARNOST UHA	51
2.5	PERCEPCIJA VISINE TONA	52
2.5.1	<i>Percepcija visine sinusnog tona</i>	53
2.5.2	<i>Percepcija visine harmonijskog niza</i>	54
2.5.3	<i>Složene teorije percepcije visine tona</i>	57
2.5.4	<i>Holistička i analitička percepcija zvuka</i>	59
2.5.5	<i>Oktavna neodređenost visine tona</i>	60
2.6	ALGORITAM TEORIJE VIRTUELNIH TONOVA E. TERHARDT-A.....	61
2.6.1	<i>Spektralna analiza i izdvajanje parcijala</i>	62
2.6.2	<i>Procena psihoakustičkih efekata i redukovanje broja prepoznatih komponenti</i>	63
2.6.3	<i>Određivanje težinskih faktora spektralnih komponenti</i>	66
2.6.4	<i>Izdvajanje virtuelnih tonova</i>	67
2.6.5	<i>Analiza spektralnih i virtuelnih tonova</i>	70
2.7	UDARNI TON ZVONA	70
2.8	BOJA ZVUKA ZVONA.....	76
2.9	KULTUROLOŠKI UTICAJ NA SUBJEKTIVNI DOŽIVLJAJ ZVUKA ZVONA	77
3	MUZIČKI POJMOVI I ZVONA	79
3.1	HARMONICI I HARMONIJA.....	79
3.2	MUZIČKE SKALE	82
3.3	CENT	86
3.4	IDEALNO ZVONO	86
3.5	MUZIČKO OBELEŽAVANJE ZVONA.....	88
4	ANALIZA ZVONA PRIMENOM METODE KONAČNIH ELEMENATA	90
4.1	GEOMETRIJSKO MODELOVANJE ZVONA	91
4.2	ANALIZA MODOVA OSCILOVANJA ZVONA PRIMENOM METODE KONAČNIH ELEMENATA	94

4.2.1	<i>Poređenje rezultata dobijenih u COMSOL Multiphysics i LS-DYNA softverskim paketima</i>	94
4.2.2	<i>Analiza modova oscilovanja realnog zvona</i>	98
4.2.3	<i>Analiza uticaja parametara materijala</i>	102
4.3	ANALIZA ZVUČNOG POLJA ZVONA PRIMENOM METODE KONAČNIH ELEMENATA	103
5	OBJEKTIVNE KARAKTRISTIKE ZVUKA ZVONA	110
5.1	SNIMANJE ZVUKA ZVONA	110
5.2	ANALIZA SIGNALA ZVONA.....	111
5.2.1	<i>Fourier-ova analiza diskretnih signala.....</i>	111
5.2.2	<i>Analiza bliskih spektralnih komponenti.....</i>	118
5.2.3	<i>Primena Fourier-ove transformacije u analizi signala zvuka zvona</i>	118
5.2.4	<i>Program za analizu zvuka zvona</i>	121
5.3	ODREĐIVANJE MODOVA OSCILOVANJA ZVONA MERENJEM MIKROFONIMA	
	U VRLO BLISKOM POLJU	122
5.3.1	<i>Metoda merenja zvučnog pritiska u vrlo bliskom polju.....</i>	124
5.3.2	<i>Primena metode za vizuelizaciju modova oscilovanja zvona</i>	128
5.3.2.1	Karakteristike merenog zvona	128
5.3.2.2	Postavka merenja	129
5.3.2.3	Obrada rezultata.....	130
5.3.2.4	Poređenje izmerenih rezultata i rezultata simulacije.....	132
6	BAZA ZVONA U SRPSKOJ PRAVOSLAVNOJ CRKVI	134
6.1	FIZIČKE KARAKTERISTIKE ZVONA SRPSKE PRAVOSLAVNE CRKVE	135
6.1.1	<i>Veličina zvona - veza između mase i poluprečnika.....</i>	135
6.1.2	<i>Oblik zona – parametar fD</i>	136
6.1.3	<i>Brzina opadanja amplituda i prigušenje parcijala.....</i>	138
6.2	KARAKTERISTIKE ZVONA ANALIZIRANIH U SUBJEKTIVNIM TESTOVIMA.....	140
7	OCENA ZVONA NA OSNOVU OBJEKTIVNIH KARAKTERISTIKA SIGNALA	144
7.1	ODSTUPANJE OD NAJBLIŽEG IDEALNOG ZVONA	144

7.2	ENERGIJA SADRŽANA U PRVIH PET PARCIJALA	148
7.2.1	<i>Program za analizu audio signala</i>	<i>148</i>
7.2.2	<i>Raspodela energije analiziranih zvona</i>	<i>149</i>
8	SUBJEKTIVNA OCENA ZVUKA ZVONA.....	152
8.1	METODA SUBJEKTIVNOG TESTIRANJA ZASNOVANA NA POREĐENJU PO PAROVIMA	153
8.2	KVALITATIVNI SUBJEKTIVNI TESTOVI ZA POREĐENJE KVALITETA ZVUKA ZVONA.....	155
8.2.1	<i>Analizirani signali.....</i>	<i>155</i>
8.2.2	<i>Subjekti</i>	<i>156</i>
8.2.3	<i>Protokol subjektivnog testa.....</i>	<i>156</i>
8.2.4	<i>Obrada rezultata</i>	<i>157</i>
8.2.4.1	Poređenje sa binomnom raspodelom	159
8.2.4.2	Interna konzistentnost testa	159
8.2.4.3	Pouzdanost subjekta - tranzitivnost odgovora.....	162
8.2.4.4	Konzistentnost subjekta - metod ponovljenog testa	163
8.2.5	<i>Poređenje ukupnih rezultata različitih grupa subjekata</i>	<i>165</i>
8.3	POREĐENJE SUBJEKTIVNIH I OBJEKTIVNIH REZULTATA.....	166
8.3.1	<i>Subjektivna ocena i odstupanje od najbližeg idealnog zvona</i>	<i>166</i>
8.3.2	<i>Subjektivna ocena i relativna energija sadržana u prvih pet parcijala.....</i>	<i>168</i>
8.3.3	<i>Subjektivna ocena i visina tona zvona</i>	<i>169</i>
9	ODREĐIVANJE UDARNOG TONA ZVONA	171
9.1	REALIZACIJA ALGORITMA TERHARDT-OVOG ALGORITMA.....	171
9.2	SUBJEKTIVNI TESTOVI ZA ODREĐIVANJE UDARNOG TONA ZVONA	175
9.2.1	<i>Analizirani signali.....</i>	<i>175</i>
9.2.2	<i>Subjekti</i>	<i>175</i>
9.2.3	<i>Protokol testova.....</i>	<i>175</i>
9.2.4	<i>Rezultati subjektivnih testova.....</i>	<i>177</i>
9.3	POREĐENJE SUBJEKTIVNIH I OBJEKTIVNIH REZULTATA.....	193
9.3.1	<i>Rezultati Terhardt-ovog algoritma i subjektivnog testiranja</i>	<i>193</i>
9.3.2	<i>Odstupanje od idealnog zvona i rezultati subjektivnog testiranja</i>	<i>199</i>

9.3.3 Poređenje kvaliteta zvona i izraženosti udarnog tona	200
ZAKLJUČAK	202
LITERATURA	205
SOFTVERKI PAKETI	227
PRILOZI	228
PRILOG 1 KARAKTERISTIKE ZVONA U SRPSKOJ PRAVOSLAVNOJ CRKVI ...	229
PRILOG 2 MODOV I OSCILOVANJA ZVONA U HORIZONTALNOJ RAVNI	234
PRILOG 3 PRINCIP DINAMIČKE SLIČNOSTI.....	236
PRILOG 4 ZRAČENJE ZVONA.....	240
PRILOG 5 EFEKAT IZBIJANJA DVE BLISKE FREKVENCIJE	242
PRILOG 6 PROGRAM „GUIBELL“ ZA ANALIZU SIGNALA ZVONA.....	244
PRILOG 7 PROGRAM ZA OBRADU REZULTATA MERENJA MIKROFONIMA U VRLO BLISKOM POLJU.....	249
PRILOG 8 PROGRAM ZA SUBJEKTIVNO TESTIRANJE PO METODI POREĐENJEM PO PAROVIMA.....	251
PRILOG 9 OBRAZAC SUBJEKTIVNIH TESTOVA ZA ODREĐIVANJE UDARNOG TONA ZVONA	254
BIOGRAFIJA AUTORA	255

Slike

Slika 1.1	Tipičan profil zvona	11
Slika 1.2	Fleksioni i ekstenzioni modovi oscilovanja zvona u horizontalnoj ravni normalnoj na osu simetrije zvona za malo m [Ros1987, Fle1998, Ros2008]	14
Slika 1.3	Udvojeni modovi za $m = 2$	16
Slika 1.4	Fleksioni modovi oscilovanja zvona [Ros1987, Fle1998, Ros2008]	18
Slika 1.5	Zavisnost frekvencija modova oscilovanja od broja čvorova u horizontalnoj ravni, m , po grupama, za dva zvona iz literature: a) masa 214 kg, prečnik 702 mm [Per1983, Ros1987, Fle1998, Ros2008], b) masa 231 kg, prečnik 680 mm [Leh1986]	19
Slika 1.6	Zavisnost mase od trećeg stepena poluprečnika oboda zvona za 185 starih zvona u zapadnoevropskim katoličkim crkvama [Heu1949]	23
Slika 1.7	Opadanje amplituda pet parcijala u toku odzvana zvona „Hanna“ crkve <i>Frauenkirche</i> u Drezdenu (mase 291 kg) [Bau2004]	29
Slika 1.8	Aproksimacija zračenja zvona zračenjem cilindra	33
Slika 1.9	Aproksimacija zračenja zvona zračenjem dipola	33
Slika 1.10	Izmereni dijagrami usmerenosti zvona u horizontalnoj i vertikalnoj ravni za prva četiri moda oscilovanja [Kun1986-2]	34
Slika 2.1	Prostorna raspodela relativne promene amplitude vibracija duž bazilarne membrane (50 - 1600 Hz [Bék1960], 4000 - 8000 kHz [Sim1977])	42
Slika 2.2	Frekvencijska selektivnost bazilarne membrane [Sim1977]	42
Slika 2.3	Širina kritičnih opsega i najmanja primetna promena frekvencije određivana frekvencijski modulisanim sinusnim tonom frekvencije 4 Hz pri subjektivnoj jačini zvuka od 60 fona [Fas2007]	47
Slika 2.4	Izofonske krive [Rob1956]	48
Slika 2.5	Efekat maskiranja čistim sinusnim tonom frekvencije 1,2 kHz [Weg1924]	50

Slika 2.6	Zavisnost jedinica mel i herc [Fas2007]	55
Slika 2.7	Talasni oblici u ekseprimentu ispitivanja percepcije nedostajućeg fundamentala	57
Slika 2.8	<i>Terhardt</i> -ov algoritam zasnovan na teoriji virtuelnih tonova [Ter1982-2]	62
Slika 2.9	Efekat maskiranja čistim sinusnim tonom frekvencije 2 kHz prema izrazima (2.4) – (2.6)	65
Slika 2.10	Prag čujnosti iz izraza (2.7)	65
Slika 2.11	Dominantni opseg virtuelnih tonova [Plo1967, Rit1976]	67
Slika 3.1	Zavisnost osećaja konsonantnosti od razlike frekvencija dva sinusna tona, relativne u odnosu na širinu kritičnog opsega [Plo1965-2]	81
Slika 4.1	Poprečni presek modelovanog zvona <i>Geert de Wou</i> [Sie2006]	92
Slika 4.2	3D model zvona <i>Geert de Wou</i> [Sie2006]	92
Slika 4.3	Fotografija i poprečni presek zvona mase 600 kg zvonolivnice Kremenović [Lig]	93
Slika 4.4	3D model realnog zvona 600 kg	93
Slika 4.5	<i>COMSOL Multiphysics</i> , zvono sa slike 4.1: plava površina fiksirana prilikom analize (<i>Fixed Constraint</i>)	96
Slika 4.6	<i>COMSOL Multiphysics</i> , zvono sa slike 4.1: mreža konačnih elemenata	96
Slika 4.7	<i>COMSOL Multiphysics</i> , zvono sa slike 4.3: plave površine fiksirane prilikom analize (<i>Fixed Constraint</i>)	99
Slika 4.8	<i>COMSOL Multiphysics</i> , zvono sa slike 4.3: mreža konačnih elemenata	99
Slika 4.9	Sopstvene frekvencije modova oscilovanja zvona sa slike 4.3 dobijene simulacijom (<i>COMSOL Multiphysics</i>)	102
Slika 4.10	<i>COMSOL Multiphysics</i> , zvono sa slike 4.3: model zvona i PML sloj	104
Slika 4.11	<i>COMSOL Multiphysics</i> , zvono sa slike 4.3: mreža konačnih elemenata	104
Slika 4.12	Pobuda zvona	105
Slika 4.13	Zvučno polje zvona na frekvenciji donje oktave, 196,7 Hz	106
Slika 4.14	Zvučno polje zvona na frekvenciji fundamentala, 353,3 Hz	107
Slika 4.15	Zvučno polje zvona na frekvenciji terce, 435,2 Hz	107

Slika 4.16	Zvučno polje zvona na frekvenciji kvinte, 610,3 Hz	108
Slika 4.17	Zvučno polje zvona na frekvenciji nominala, 733,9 Hz	108
Slika 4.18	Nivo zvučnog pritiska na rastojanju 2 m od zvona pri pobudi prikazanoj na slici 4.12	109
Slika 5.1	Snimanje zvuka zvona	110
Slika 5.2	Dve interpretacije STFT transformacije [Dol1986, Dut2009]	116
Slika 5.3	DFT analiziranog zvona sa izdvojenih prvih šest parcijala	120
Slika 5.4	Opadanje amplituda prvih šest parcijala analiziranog zvona	120
Slika 5.5	Vremensko-frekvencijske karakteristike signala zvuka zvona sa slike 4.3 dobijene u aplikaciji „Guibell“	122
Slika 5.6	Dimenzije merenog zvona i položaji mernih tačaka	128
Slika 5.7	Postavka merenja	129
Slika 5.8	Promene amplituda pojedinih parcijala u vertikalnoj i horizontalnoj ravni zvona za fleksione sopstvene modove (2,0), (2,1 [#]),	130
Slika 5.9	Promene amplituda pojedinih parcijala u vertikalnoj i horizontalnoj ravni zvona za fleksione sopstvene modove (3,1), (3,1 [#]), (4,1) i (3,2)	131
Slika 5.10	Nivo zvučnog pritiska na 2 m od zvona: merenje i simulacija	133
Slika 6.1	Zavisnost mase od trećeg stepena poluprečnika oboda zvona za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava	135
Slika 6.2	Zavisnost frekvencije prvog parcijala od prečnika D i histogram za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava	136
Slika 6.3	Zavisnost frekvencije drugog parcijala od prečnika D i histogram za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava	137
Slika 6.4	Zavisnost frekvencije trećeg parcijala od prečnika D i histogram za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava	137
Slika 6.5	Zavisnost frekvencije četvrtog parcijala od prečnika D i histogram za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava	137
Slika 6.6	Zavisnost frekvencije petog parcijala od prečnika D i histogram za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava	138
Slika 7.1	Primer izračunatih vrednosti odstupanja od najbližeg idealnog zvona u programu za objektivnu analizu zvuka zvona	146

Slika 7.2	Tipičan izgled krive odstupanja od idealnog zvona c u zavisnosti od frekvencije prvog parcijala idelanog zvona	147
Slika 7.3	Prozor za interaktivno projektovanje banke filtara programa za analizu audio signala na primeru signala zvona	149
Slika 7.4	Prozor za pregled rezultata i preslušavanje filtriranih podopsega signala	150
Slika 8.1	Rezultati subjektivnog testa zasnovanog na poređenju po parovima dobijeni primenom tri metode, i rezultati simulacije slučajnih odgovora za isti broj subjekata (130)	158
Slika 8.2	Histogrami ocena zvona dobijenih u subjektivnom testiranju; isprekidana linija predstavlja histogram za binomnu raspodelu	161
Slika 8.3	Koeficijent pouzdanosti subjekata	163
Slika 8.4	Poređenje ocena zvona različitih grupa subjekata	166
Slika 8.5	Komparativni rezultati subjektivnog testa (normalizovane vrednsoti dobijene metodom srednjih ocena) i vrednosti paramtera c_{min}	168
Slika 8.6	Komparativni rezultati subjektivnog testa (normalizovane vrednsoti dobijene metodom srednjih ocena) i relativne energije sadržane u prvih pet parcijala e_{r2}	169
Slika 8.7	Komparativni rezultati subjektivnog testa (normalizovane vrednsoti dobijene metodom srednjih ocena) i visine tona zvona	170
Slika 9.1	Spektri analiziranih zvona (Z1–Z8 iz tabele 6.6) sa određenim spektralnim i virtulenim tonovima	173
Slika 9.2	Spektri analiziranih zvona (Z9 – Z22 iz tabele 6.6) sa određenim spektralnim i virtulenim tonovima	174
Slika 9.3	Rezultati subjektivnog testa po subjektima x – test 1: slušalice, metod poređenja, o – test 2: slušalice, vokalna reprodukcija, x – test 3: zvučnici, metod poređenja, o – test 4: zvučnici, vokalna reprodukcija	178
Slika 9.4	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z1 i Z2 dobijeni u subjektivnim testovima: red test 1, plav test 2, zelen test 3, ljubi test 4	181
Slika 9.5	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z3-Z6 dobijeni u subjektivnim testovima: red test 1, plav test 2, zelen test 3, ljubi test 4	182

Slika 9.6	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z7-Z10 dobijeni u subjektivnim testovima: test 1, test 2, test 3, test 4	183
Slika 9.7	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z9-Z12 dobijeni u subjektivnim testovima: test 1, test 2, test 3, test 4	184
Slika 9.8	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z15-Z18 dobijeni u subjektivnim testovima: test 1, test 2, test 3, test 4	185
Slika 9.9	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z19-Z22 dobijeni u subjektivnim testovima: test 1, test 2, test 3, test 4	186
Slika 9.10	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z1-Z8 za 10 subjekata u 4 testa	189
Slika 9.11	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z9-Z16 za 10 subjekata u 4 testa	190
Slika 9.12	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z17-Z22 za 10 subjekata u 4 testa	191
Slika 9.13	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z1-Z8 za 5 odabranih subjekata, i spektralni (o) i virtuelni tonovim (*) Terhardt-ovog algoritma	194
Slika 9.14	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z9-Z16 za 5 odabranih subjekata, i spektraln (o) i virtueln tonovi (*) Terhardt-ovog algoritma	195
Slika 9.15	Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z17-Z22 za 5 odabranih subjekata, i spektralni (o) i virtuelni tonovi (*) Terhardt-ovog algoritma	196
Slika 9.16	Komparativni rezultati devijacije od idealnog zvona (parametar cmin) i maksimalne vrednosti histograma subjektivnih testova za određivanje udarnog tona	200
Slika 9.17	Komparativni rezultati subjektivnog testa (normalizovane vrednosti dobijene metodom srednjih ocena) – poglavlje 8, i maksimalnih vrednosti histograma subjektivnih testova za određivanje udarnog tona	201

Tabele

Tabela 1.1	Redosled prvih 12 parcijala zvona prikazanih u literaturi [Leh1965, Per1983, Leh1986]	20
Tabela 1.2	Srednje vrednosti parametara bronzе od koje se liju zvona [Heu1949, Sie2006]	22
Tabela 1.3	Parametri slabljenja amplituda u toku odzvana zvona sa slike 1.7 [Bau2004]	30
Tabela 1.4	Brzine fleksionih talasa za prvih pet modova oscilovanja realnog zvona sa $R_0 = 34,7$ cm	35
Tabela 3.1	Intervali poređani opadajuće po konsonantnosti [Ros1990]	81
Tabela 3.2	Odnosi frekvencija tonova u različitim skalama [Ros1990, Fre2001, Ben2008, Roj2012]	84
Tabela 3.3	Odnosi frekvencija muzičkih intervala u različitim skalama [Ros1990]	84
Tabela 3.4	Tonovi (prema kamertonu 440 Hz) i intervali jednako temperovane skale [Heu1949, Fre2001]	85
Tabela 3.5	Oktave tonskog sistema prema kamertonu 440 Hz [Taj1962, Ros1990]	85
Tabela 3.6	Prvih 12 parcijala idealnog zvona [Ros1987, Ros1990]	89
Tabela 3.7	Prvih 5 parcijala realnog zvona mase 600 kg	89
Tabela 4.1	Srednje vrednosti parametara bronzе korišćenih u simulaciji za zvono sa slike 4.1 [Sie2006]	96
Tabela 4.2	Modovi oscilovanja zvona sa slike 4.1 dobijeni u softverskom paketu <i>COMSOL Multiphysics</i>	97
Tabela 4.3	Uporedni rezultati FEM analize zvona sa slike 4.1	98
Tabela 4.4	Srednje vrednosti parametara bronzе korišćenih u simulaciji za zvono sa slike 4.3	100
Tabela 4.5	Modovi oscilovanja zvona sa slike 4.3 dobijeni u softverskom paketu <i>COMSOL Multiphysics</i>	101

Tabela 4.6	Frekvencije modova oscilovanja za različite vrednosti <i>Young</i> -ovog modula elastičnosti E , <i>Poisson</i> -ovog koeficijenta μ i gustine materijala ρ	103
Tabela 5.1	Karakteristike prozorskih funkcija koje se standardno koriste [Har1978-2]	117
Tabela 5.2	Parametri slabljenja amplituda u toku odzvana analiziranog zvona	121
Tabela 5.3	Uporedni rezultati zvona sa slike 4.3: simulacija i merenje	132
Tabela 6.1	Statističke vrednosti parametara fD za prvih pet parcijala	138
Tabela 6.2	Parametri slabljenja amplituda u toku odzvana zvono mase 70 kg	139
Tabela 6.3	Parametri slabljenja amplituda u toku odzvana zvono mase 117 kg	139
Tabela 6.4	Parametri slabljenja amplituda u toku odzvana zvono mase 600 kg	140
Tabela 6.5	Parametri slabljenja amplituda u toku odzvana zvono mase 800 kg	140
Tabela 6.6	Osnovne informacije o analiziranim zvonima	142
Tabela 6.7	Karakteristike analiziranih zvona	143
Tabela 7.1	Paramteri za određivanje najbližeg idelanog zvona za zvona Z1-Z10 iz tabela 6.6 i 6.7	147
Tabela 7.2	Raspodela energija po podopsezima za zvona Z1-Z10 iz tabela 6.6 i 6.7	151
Tabela 8.1	Ukupna matrica referenci za zvona Z1-Z10 iz tabela 6.6 i 6.7	158
Tabela 8.2	Karakteristike subjekata koji su testirani 3 puta	164
Tabela 8.3	Rezultati 3 puta ponovljenih testova sa 10 subjekata za zvona Z1-Z10 iz tabela 6.6 i 6.7: standardna devijacija po zvonu	164
Tabela 8.4	Rezultati 3 puta ponovljenih testova sa 10 subjekata za zvona Z1-Z10 iz tabela 6.6 i 6.7: koeficijenti korelacije između 2 testa i Cronbach-ov alfa koeficijent	165
Tabela 9.1	Rezultati subjektivnog testa za zvona iz tabela 6.6 i 6.7 - broj različitih odgovora u sva četiri testa za sva četiri subjekta	179
Tabela 9.2	Maksimalne vrednosti histograma u različitim subjektivnim testovima	187
Tabela 9.3	Maksimalne vrednosti zbirnog histograma svih testova, za sve subjekte i odabrane subjekte	188
Tabela 9.4	Poređenje rezultata subjektivnog testa i <i>Terhardt</i> -ovog algoritma	198

Uvod

Zvono je jedan od najstarijih muzičkih instrumenata. Zvona su predstavljala važan deo skoro svake kulture i različitih religija kroz istoriju čovečanstva [Fle1998, Ros1987, Ros2008, Pav2007]. Da li je karakterističan zvuk koji takav fizički oblik proizvodi razlog upotrebe zvona pri različitim ritualnim, magijskim, sakralnim i religijskim obredima od najdavnijih vremena, ili je iskonska navika čoveka da sluša zvuk zvona u vrlo specifičnim duhovnim prilikama, nesvesno prenošena generacijama, tek jasno je da zvuk zvona kod slušaoca izaziva posebna osećanja i karakterističan subjektivni doživljaj. Stoga je interesovanje za zvono kao izvor zvuka oduvek postojalo, a oblast koja se time bavi naziva se kampanologija (lat. *campana* – zvono, grč. *logos* – nauka). Kampanologija pokriva sve aspekte zvona kao izvora zvuka, od projektovanja oblika, livenja, štimovanja, do pobuđivanja pojedinih zvona kao i koršćenja zvona kao muzičkog instrumenta, kao što je karilon [Roo1992]. Odavno datiraju pokušaji da se da odgovor na pitanje kako definisati zvono koje prijatno zvuči, uzimajući u obzir fizičke mogućnosti samog zvona kao fizičkog tela zadatog oblika, kao i poredeći zvuk različitih zvona [Leh1987].

Prema istorijskim podacima, zvona se pominju još u staroj Kini oko 3000 godina pre nove ere, a upotrebljavali su ih Feničani, stari Egipćani, Grci, Rimljani. U hrišćanstvu zvona se prvi put pominju u spisima iz VI veka. Zvona kakva se danas vezuju za zapadnoevropske crkve, razvijena su u XVII veku, zahvaljujući braći Hemoni (*Francois* i *Pieter Hemony*), zvonolivcima iz Holandije, koji su zajedno sa muzičarem i karilonistom Jakobom van Ajkom (*Jackob van Eyck*) prvi definisali pravila za štimovanje zvona i odredili oblik zvona koji će obezbediti tražene karakteristike. Prema ovim pravilima se, posle skoro četiri veka, i dalje liju i štimuju zvona u savremenim zvonolivnicama u Zapadnoj Evropi [Leh1987, Ros2008, Fle1998]. Ovakvo štimovanje zvona posebno je važno kada se zvona koriste da proizvedu melodiju u muzičkom instrumentu – karilonu. Sa druge

strane, postoji teorija po kojoj zvona u pravoslavnim crkvama imaju pre svega ulogu udaračkog instrumenta pa stoga melodijsko štimovanje zapravo nije ni poželjno [Gol2009].

S obzirom na nacionalni i religijski značaj koji su zvona imala na svim podnebljima, u cilju očuvanja kulturnog nasleđa u svetu su sprovedena istraživanja različitih zvona ([Lehr1965, Lehr1987] - holandska, [Ter1984] - nemačka, [Wer2004] - austrijska, [San1994] - poljska, [Ald2000, Ald2003, Kam2006, Gus2011] - ruska, [Pan2009] - kineska, [Hib2008] - zapadno evropska, [Pro2005] - evropski projekat), a u nekim zemljama su formirane baze podataka zvona u crkvama sa njihovim karakteristikama ([Bell2007] - bugarska). Iako je Srpska pravoslavna crkva u svim svojim segmentima široko eksploatisana istraživačka tema, interesantno je da akustička analiza kvaliteta zvuka zvona koja se koriste u crkvama širom Srbije nije do sada predstavljala temu istraživanja. Tom temom bavili su se istraživači prevashodno u domenu istorijskih i drugih društvenih nauka, pa i to samo sporadično [Bur2004, Pav2007, Ale2013]. Otuda je potekla ideja da se sprovede obimno istraživanje kvalitativnih i kvantitativnih karakteristika crkvenih zvona u Srbiji. Crkvenu arhitekturu ovog podneblja karakteriše složen i isprepletan uticaj zapadne i istočne tradicije. Stoga su graditelji crkava u zavisnosti od pomenutih uticaja koristili zvona koja se sreću kod istočnih pravoslavnih, odnosno zapadnih katoličkih graditelja pa je raznolikost zvona velika. U okviru ovog istraživanja analizom je obuhvaćeno preko 150 zvona, veoma različitih karakteristika i porekla.

Razlog zašto su zvona i njihov zvuk u prošlosti bili obavijeni velom tajni je taj što je bilo teško odrediti modove oscilovanja takve trodimenzionalne osno simetrične mase i eksplicitno ih povezati sa karakteristikama dobijenog zvuka. Danas je razvoj tehnologije omogućio da se zvona mogu detaljno analizirati, počevši od snimanja zvuka, analize zvuka primenom savremenih tehnika obrade signala i izdvajanja frekvencija modova oscilovanja zvona, ispitivanja relativnog odnosa amplituda i brzina opadanja komponenti, pa do numeričke analize primenom metoda konačnih elemenata (*Finite Element Analysis*) i računarskih simulacija. Kao posledica toga, u akustičkoj literaturi zvona kao specifičan izvor zvuka prilično su dobro obrađena

tema u mnogim svojim bitnim segmentima. Posebno su dobro proučeni fizički principi mehaničkog oscilovanja tela zvona i veza između materijalizacije zvona i zračenja zvuka u okolni medij. Međutim, uz sve detljano ispitane objektivne karakteristike zvuka zvona delimično je zanemaren subjektivni doživljaj, kao konačna mera kvaliteta izvora zvuka. Stoga je primarni cilj ovog rada ispitivanje veze između objektivnih i subjektivnih karakteristika zvuka zvona, uzimajući u obzir detaljnu objektivnu analizu signala i razvojem nekih novih pristupa u analizi oscilovanja zvona. Pri tome, subjektivna analiza predstavlja posebnu temu sa perceptivnim, estetskim i kulturološkim aspektima.

Zvuk klasičnih muzičkih instrumenata nastaje radom jednodimenzionalnih oscilatora (žica, vazdušni stub). Zbog toga se on sastoji od diskretnih spektralnih komponenata čije su frekvencije u harmonijskom odnosu [Leh1987, Ros1990, Fle1998, Ben2008]. Subjektivan doživljaj takvog zvuka je ton čija je visina pre svega određena frekvencijom osnovnog harmonika. Jedinstvena zvučna slika koju stvaraju harmonijske komponente, njihov sastav, odnosi amplituda i talasni oblici obvojnica, određuje boju ili kvalitet tona muzičkog instrumenta [Ros1990]. Za razliku od klasičnih muzičkih instrumenata, zvuk zvona nastaje oscilovanjem trodimenzionalne osnosimetrične mase. Udarom bata pobuđuju se sopstveni modovi oscilovanja takve mase, pa je spektar zvuka takođe diskretan. Komponente u spektru zvuka zvona, takozvani parcijali, odgovaraju frekvencijama sopstvenih modova zvona, i one nisu u harmonijskom odnosu [Ros1984, Ros1987, Fle1998, Ros2007]. Iako bi se očekivalo da ovako složena struktura parcijala u ljudskom čulu sluha stvara složenu zvučnu sliku u kojoj se prepoznaje više različitih tonova, ipak se subjektivno najčešće izdvaja jedan ton koji se naziva udarni ton, i on u muzičkom smislu predstavlja jednu od osnovnih karakteristika zvuka zvona. Subjektivni doživljaj zvuka zvona predstavlja složenu psihoakustičku temu, jer subjektivni doživljaj visine tona zvona u muzičkom smislu nije uvek direktno korelisan s njegovim spektralnim sadržajem, a tranzijentna priroda tog zvuka predstavlja uzrok složenosti doživljaja boje zvuka. Udarne ton, zajedno sa još jednim tonom (koji se nekad može prepoznati i naziva se sekundarni udarni ton [Art1939, Fle1998, Ros2008]) i višim parcijalima, stapa se u jedinstvenu zvučnu

sliku koja čini karakterističan i prepoznatljiv zvuk zvona. Prema istorijski gledano najstarijem pravilu, koje su ustanovili van Ajk i braća Hemoni, prvih pet parcijala dominantno utiču na subjektivni doživljaj zvuka zvona i određuju udarni ton. Kod zvona koje dobro zvuči, kasnije nazvanog idealno zvono, odnos frekvencija prvih pet parcijala treba da bude $1 : 2 : 2.4 : 3 : 4$ [Ros1984, Ros1987, Fle1998, Ros2007]. Zvona u zapadnoevropskim katoličkim crkvama (*Western minor-third church bell*) imaju odnos frekvencija prvih pet parcijala koji odgovara idealnom zvonu. Ovakav odnos parcijala obezbeđuje udarni ton koji se jasno i čisto čuje.

Istraživanje zvona spada u multidisciplanrna istraživanja i obuhvata široku lepezu različitih oblasti: od fizike, koja objašnjava način oscilovanja tela takvog oblika, akustike, koja objašnjava generisanje i zračenje zvuka, audiotehnike, koja omogućava snimanje zvuka zvona, obrade signala, koja omogućava analizu signala i izdvajanje objektivnih parametara, pa do psihoakustike, koja objašnjava subjektivni doživljaj tog karakterističnog zvuka. Naravno, ne sme se zaboraviti ni istorijska komponenta razvoja zvona, kao najstarijeg muzičkog instrumenta koji je obeležio gotovo svaku kulturu.

Osnovni doprinos ovog rada predstavlja uspostavljanje veze između objektivnih i subjektivnih karakteristika zvuka zvona. Razvijena je posebna metodologija subjektivnog testiranja i sproveden je veliki broj eksperimenata. Ispitivana je subjektivna ocena kvaliteta zvuka zvona, a nezavisno su sprovedeni subjektivni testovi za određivanje udarnog tona zvona. Analizirane su objektivne karakteristike zvuka zvona primenom različitih tehnika digitalne obrade signala, uvedeno je nekoliko parametara za objektivnu ocenu zvuka zvona i uspostavljena je njihova korelacija sa subjektivnom ocenom. Udarni ton zvona određen je algoritmom izvedenim iz teorije o percepciji visine tona na osnovu virtuelnih tonova. Algoritam je prilagođen analizi karakterističnog izvora zvuka kao što je zvono i pokazano je da u velikom broju slučajeva daje zadovoljavajuće rezultate. Dodatno, vršeno je fizičko modelovanje zvona i ispitivanje oscilovanja i zračenja zvona primenom metode konačnih elemenata.

Dobijene korelacije između subjektivnih i objektivnih karakteristika zvona mogu se koristiti za ocenu kvaliteta kako starih zvona u crkvama, tako i kao pomoć u zvonolivnicama, s obzirom da je livenje crkvenih zvona veoma delikatan proces u kome dolazi do različitih fizičkih anomalija, kao što su odstupanje od zadate geometrije i neujednačenost legure po zapremini. Na osnovu utvrđenih uticaja na subjektivni doživljaj moguće je korišćenjem prikazanih savremenih tehnika matematičkog modelovanja projektovati model zvona koji zadovoljava utvrđene kriterijume. Realno je pretpostaviti da se metodologija koja će biti utvrđena u ovom radu može primeniti i za otkrivanje eventualnih pukotina u materijalu zvona koje nastaju tokom eksploatacije, kao i nekih drugih anomalija. Zaključci izvedeni u ovom istraživanju mogu se koristiti kao smernice za dizajn zvona poboljšanih karakteristika uz pomoć prikazanih savremenih tehnika matematičkog modelovanja – metode konačnih elemenata, za koju je i ovoj tezi potvrđeno da daje dobre predikcije realnih karakteristika.

U prvom poglavlju ovog rada predstavljeno je zvono kao izvor zvuka, prikazujući različite modove oscilovanja i njihovu kategorizaciju na osnovu položaja trbuha i čvorova u horizontalnoj i vertikalnoj ravni. Modovi oscilovanja zvona određuju osnovni parametar zvuka zvona: frekvencije parcijala. Prikazani su uticaji različitih parametara na modove oscilovanja, kao što su materijal od koga je zvono izliveno, profil i veličina zvona, način pobude zvona. Predstavljen je izgled zvučnog polja u okolini zvona, kao i način na koji zvonik utiče na zvučno polje.

Težište ove disertacije je na ispitivanju subjektivnog doživljaja zvuka zvona, za čije razumevanje je neophodno osvrnuti se na rad i karakteristike čula sluha čoveka, jednog vrlo složenog mehanizma koji ni danas nije ispitan do kraja. U poglavlju 2 prikazani su poznati procesi i mehanizmi čula sluha u onoj meri u kojoj je to neophodno za objašnjenje različitih aspekata subjektivnog doživljaja zvuka zvona. Jedna od osnovnih karakteristika zvuka zvona je udarni ton, koji predstavlja subjektivno doživljenu visinu tona zvona, pa je posebna pažnja u ovom poglavlju posvećena objašnjenju subjektivne percepcije visine tona i prikazane su složene teorije koje na osnovu objektivnih karakteristika zvuka pokušavaju da daju procenu visine tona. Jedna od teorija je teorija virtuelnih tonova, čiji je začetnik E.

Terhardt [Ter1974]. Principi ove teorije su pretočeni u algoritam [Ter1982-2, Ter2004], koji je u devetom poglavlju korišćen za određivanje udarnog tona zvona. U literaturi su prikazani rezultati primene ovog algoritma i za određivanje udarnog tona zvona [Ter1984, Mcl2002, Hib2008] i pokazano je da su u velikom broju slučajeva rezultati koje daje algoritam u saglasnosti sa rezultatima subjektivnih testova [Ter1984], dok određena pomeranja visine udarnog tona kao posledica promena određenih pacijala nisu davala zadovoljavajuće rezultate [Hib2008].

S obzirom da zvono predstavlja i muzički instrument i da se najčešće karakteristike zvona predstavljaju notama, treće poglavlje posvećeno je muzičkim pojmovima, kao što su konsonanca i disonanca, kao i muzičkim skalama i intervalima. Ovo poglavlje sa jedne strane uvodi neophodne pojmove, a sa druge objašnjava određene karakteristike ljudskog sluha, koji su uticali na razvoj idealnog zvona.

Potpuno razumevanje oscilovanja zvona i ispitivanje uticaja pojedinih fizičkih parametara na ovo oscilovanje omogućeno je primenom numeričkih metoda i razvojem računarskih simulacija. U četvrtom poglavlju opisani su modeli dva analizirana zvona generisani u programskom paketu *COMSOL Multiphysics* za potrebe ovog istraživanja. Prikazani su rezultati simulacija određivanja frekvencija i oblika sopstvenih modova oscilovanja zvona, kao i vizuelizacija zvučnog polja zvona. Pokazano je da se dobijeni rezultati dobro poklapaju sa rezultatima dobijenih proračunom i merenjem mikrofona u bliskom polju, metodom koja je uvedena u sledećem poglavlju.

U petom poglavlju prikazana je objektivna analiza zvuka zvona sa više aspekata. Najpre su ukratko izložene tehnike snimanja zvuka zvona. Zatim su prikazane metode digitalne obrade signala primenjene za objektivnu analizu zvuka zvona i precizno izdvajanje frekvencija modova oscilovanja zvona iz snimljenog signala, kao i brzina opadanja pojedinih komponenti i relativnog odnosa amplituda. Analiza je vršena primenom standardne metode koja se najčešće koristi za analizu promenljivih signala: vremenski zavisna Furijeova transformacija (*Short Time Fourier Transform* - STFT).

Ispitivanje i vizuelizacija modova oscilovanja fizičkih tela primenom različitih tehnika, kao i delova muzičkih instrumenata i instrumenta u celini, relativno dobro su opisani u literaturi [Ros1991, Fle1998, Ros2000-1, Jun2003, Ros2007, Ros2008, Nag2004, Hav2009, Cor2010, Moo2013, Wal2013, Gor2014]. Neke od tehnika primenjene su za vizuelizaciju modova oscilovanja zvona. Jedna od metoda je vizuelizacija modova primenom holografske interferometrije [Fle1998, Fis2001, Per2003, Ros2007, Fle2007, Ros2008, Yat2006], gde se zvono pobuđuje tačno jednom frekvencijom analiziranog moda, a na fotografskoj ploči ili snimku zabeleženom CCD kamerom [Ros2000-2] dobija se slika zvona sa jasno istaknutim čvorovima za posmatrani mod. Nasuprot ovoj skupoj i složenoj metodi, skeniranje oscilovanja zvona moguće je izvršiti pomoću akcelerometra, koji se pomera po površini zvona i vrši se merenje u velikom broju tačaka [Bla2006, Sie2006]. U najjednostavnijem slučaju zvono je potrebno pobuditi uvek na isti način. Ideja o analizi zračenja površine tela primenom mikrofona postavljenih u bliskom polju pojavila se u literaturi tek nedavno. To je u izvesnom smislu omogućeno razvojem tehnologije mikrofona jer su danas dostupni relativno jeftini minijturni mikrofoni čije karakteristike zadovoljavaju potrebe akustičkih merenja. Merenje zvučnog pritiska u bliskom polju je metoda koja se koristi za analizu zvučnog polja u okolini izvora zvuka i ispitivanje karakteristika izvora zvuka (takozvana akustička holografija u bliskom polju) [Wil1999]. U literaturi je opisana primena ove metode za vizuelizaciju modova oscilovanja ravne ploče, štapa, konusne membrane i gudala [Ina2008, Pre2010, Pre2011, Pre2013, Pan2014]. Zahvaljujući dimenzijama i težini mikrofona stvoreni su uslovi za izradu konstrukcija s mikrofonima koje se mogu prilagoditi složenim oblicima tela zvona. Razvijena metodologija vizuelizacije modova oscilovanja zvona merenjem mikrofona u bliskom polju opisana je u trećem delu petog poglavlja. Prikazani su rezultati analize jednog zvona primenom različitih metoda i istaknute su prednosti i nedostaci pojedinih metoda.

U šestom poglavlju prikazane su neke fizičke karakteristike, kao i karakteristike snimljenih signala zvona iz generisane baze. Za detaljnu analizu u subjektivnim testovima odabrano je 22 zvona.

Da bi se zvona mogla rangirati na određeni način, na osnovu precizno određenih objektivnih parametara zvuka zvona uvedene su jednobrojne ocene kao mera kvaliteta zvuka zvona, koje će biti poređene sa subjektivnom ocenom zvona dobijenom subjektivnim testiranjem. Objektivne ocene prikazane su u poglavlju 7. S obzirom na utvrđeno pravilo o položaju prvih pet parcijala idelanog zvona uveden je parametar odstupanja od najbližeg idealnog zvona. Definicija najbližeg idealnog zvona i algoritam za izračunavanje ovog parametra prikazan je u prvom delu sedmog poglavlja. Relativna energija sadržana u prvih pet parcijala u određenom vremenskom periodu odzvana uvedena je kao drugi objektivni parametar za ocenu zvuka zvona i prikazan je u drugom delu sedmog poglavlja.

Subjektivna analiza zvuka zvona podrazumeva realizaciju kvalitativnih subjektivnih testova u cilju poređenja kvaliteta zvuka različitih zvona, kao i kvantitativnih subjektivnih testova u cilju određivanja udarnog tona zvona.

Kvalitativni subjektivni testovi, kao i korelacije sa rezultatima objektivne analize signala zvuka zvona, prikazani su u osmom poglavlju. Ostavljajući kulturološke razlike po strani, rezultati kvalitativnih subjektivnih testova treba da daju odgovor na dva osnovna pitanja: 1) da li jedno zvono izaziva isti subjektivni osećaj kod različitih slušalaca, i 2) da li je moguće poređati grupu zvona prema njihovom subjektivnom kvalitetu zvuka i svakom zvonu dodeliti neku opštu subjektivnu ocenu. S ciljem da se da odgovor na dva gore postavljena pitanja sprovedeno je subjektivno testiranje zasnovano na dobro poznatoj metodi poređenja po parovima [Thu1927, Ken1940, Mom1958, Bra1984, May2005, Bro2009, Tsu2011]. Ispitivanje subjektivne ocene kvaliteta, prikazano u literaturi, sprovedeno je za različite vrste reprodukcije zvuka, kao i za različite izvore zvuka (muzičke instrumente), gde su se najčešće izdvajali jasno definisani stavovi o subjektivnom doživljaju analiziranog zvuka [Hou1987, Gei2003, Kir2003, Wic2005, Cho2007, Car2012]. Stoga je bilo značajno primentiti ustanovljene metode subjektivnog testiranja na određenom broju različitih zvona i ispitati da li i u kojoj meri se za veći broj subjekata može postići konsenzus oko subjektivne ocene kvaliteta zvuka zvona. U skladu sa procenjenim optimalnim trajanjem subjektivnog testa i maksimalnim brojem svih kombinacija parova, za testiranje je odabrano 10 zvona

(od 22 zvona, čije su objektivne karakteristike prikazane u poglavlju 6), i to osam zvona iz generisane baze zvona srpskih crkva, i dva katolička gotovo idealna zvona. Subjekti koji su učestvovali u testiranju žive na podneblju srpskog kulturnog nasleđa, tako da su bili izloženi pomenutom zajedničkom uticaju istočne i zapadne kulture. Stoga je pretpostavka da nije bilo značajnog kulturološkog uticaja na rezultate testiranja. Kvalitativni subjektivni testovi opisani su u prvom delu poglavlja 8.

Uzimajući rezultate subjektivnog testiranja kao osnovni relevantan pokazatelj kvaliteta zvona, u drugom delu osmog poglavlja ispitana je korelacija sa rezultatima objektivne analize, odstupanja od najbližeg idealnog zvona i energije sadržane u prvih pet parcijala. Pokazano je da idealan raspored prvih pet parcijala nije dovoljan uslov za subjektivno dobro doživljeno zvono, nasuprot očekivanjima. Sa druge strane, uspostavljena je značajna korelacija između energije sadržane u prvih pet parcijala i subjektivnog doživljaja.

U prvom delu devetog poglavlja ukratko je opisana je realizacija algoritma za određivanje subjektivne visine tona složenih muzičkih signala koji je zasnovan na teoriji virtuelnih tonova *E. Terhardt*-a u programskom paketu *MATLAB*, sa određenim korekcijama koje su doprinele poboljšanju tačnosti rezultata algoritma u smislu korelacije sa rezultatima subjektivnih testova naročito u kontekstu njegove primene na specifičnom izvoru zvuka, kao što je zvono [Sal2010-2]

Sprovedeni su subjektivni testovi za određivanje udarnog tona zvona, opisani u drugom delu poglavlja 9. Ispitivano je 22 zvona, čije su objektivne karakteristike prikazane u poglavlju 6. Testovi su uključili grupu testova uz reprodukciju sa zvučnika i grupu testova uz reprodukciju sa slušalica, kao i metod poređenja sa generanim sinusnim tonom, i metod vokalne reprodukcije. Rezultati kvantitativnih subjektivnih testova u formi statističke raspodele procenjene subjektivne visine tona zvona – histograma, noramlizovane na oktavu C4 – C5 (262.6 Hz – 523.2 Hz), i njenih statističkih parametara, pokazali su da čak i među muzički iskusnim subjektima udarni ton nije jasno određen, iako je frekvencija koja odgovara udarnom tonu kod određenog broja zvona značajno jasnije

izdvojena. Kao mera jasno izraženog udarnog tona uzeta je maksimalna vrednost histograma. Rezultati kvantitativnih subjektivnih testova pokazali su da algoritam zasnovan na teoriji virtuelnih tonova za procenu subjektivne visine tona u velikom broju slučajeva daje dobar rezultat, osim u slučajevima kada je i subjektivno teško odrediti jedinstveni udarni ton, tj. kada je histogram razliven duž frekvencijske ose što rezultuje malom maksimalnom vrednošću histograma.

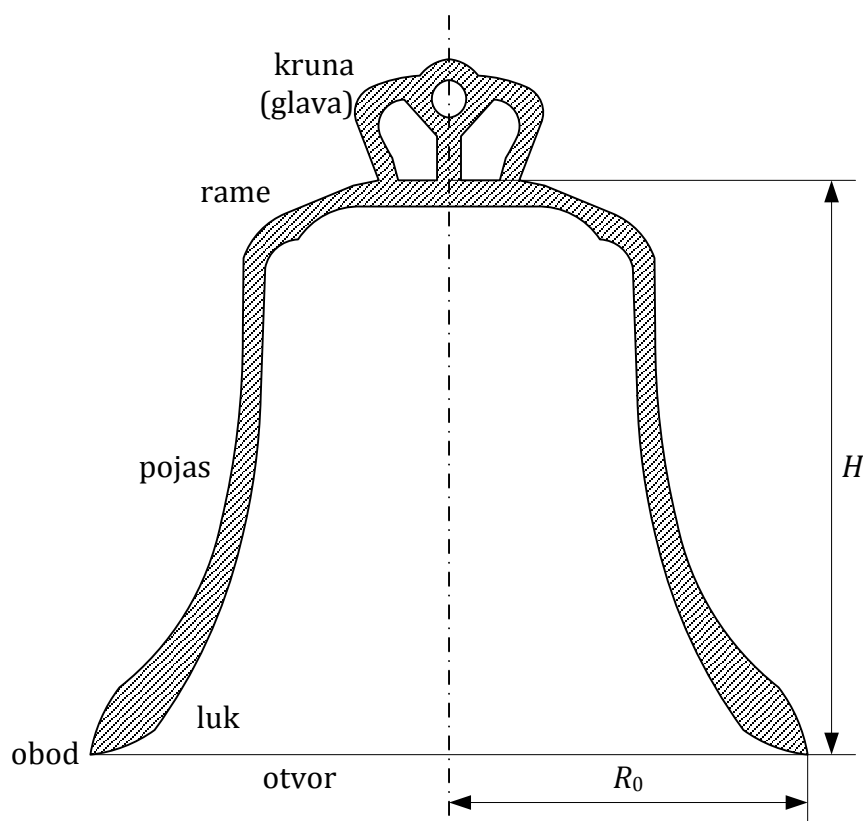
Maksimalna vrednost histograma, kao mera za jasno izražen udarni ton, upoređena je sa devijacijom od najbližeg idealnog zvona, s obzirom da se smatra da idealan raspored prvih pet parcijala obezbeđuje jasno izražen udarni ton, kao i sa rezultatima kvalitativnih subjektivnih testova, koji su opisani u poglavlju 8.

U poslednjem poglavlju sumirani su dobijeni rezultati i naznačene su smernice za dalje istraživanje.

1 Zvono kao izvor zvuka

1.1 Opis zvona

Zvona kakva se danas sreću u hrišćanskim crkvama, i pored izvesnih odstupanja u geometriji, generalno imaju prepoznatljiv oblik, prikazan na slici 1.1. Na slici su označeni karakteristični delovi zvona, koji će poslužiti jasnijem objašnjenju načina oscilovanja zvona i položaja čvorova.



Slika 1.1 Tipičan profil zvona

Osnovne parametre zvona predstavljaju oblik (profil) zvona, čiji je primer prikazan na slici 1.1, veličina zvona, koju određuju visina zvona H i poluprečnik otvora zvona na obodu, R_0 , i materijal od kog je izliveno zvono. Jedan od bitnijih parametara profila zvona je relativna debljina (debljina u odnosu na veličine H i

R_0) i njena promena duž profila zvona [Leh1986]. Svi ovi paramteri određuju sopstvene modove oscilovanja zvona (en. *normal modes of vibration*), uključujući sopstvene frekvencije i odnose frekvencija različitih modova, kao i brzine opadanja amplituda. Sa druge strane, apsolutne vrednosti i relativni odnosi amplituda zavise od položaja, jačine i tipa pobude (na primer, oblik i materijal bata).

1.2 Sopstveni modovi oscilovanja zvona

Iako karakterističnog oblika, u opštem slučaju zvono se može definisati kao šuplje osnosimetrično telo. Kada se pobudi (na primer udarom bata) zvono počinje da osciluje na vrlo složen način. S obzirom da su pomeraji prilikom udara vrlo mali, nelinearni efekti se mogu zanemariti [Per1973]. Posmatrajući zvono kao linearan elastičan sistem, oscilatorno kretanje zvona može se predstaviti kao linearna kombinacija pobuđenih sopstvenih modova oscilovanja zvona, čije su početne amplitude određene parametrima pobude [Ros1987, Fle1998, Ros2007, Ros2008]. Osnovna karakteristika svakog od sopstvenih modova je njegova sopstvena frekvencija oscilovanja (en. *eigen frequency*), koja odgovara jednoj komponenti u zvuku zvona – parcijalu.

Svaki od modova oscilovanja zvona karakterišu linije na zvonu (čvorovi) duž kojih nema kretanja. U opsežnoj literaturi teorijski i praktično je pokazano da svaki mod oscilovanja zvona karakteriše $2m$ čvorova (meridijana) u horizontalnoj ravni, normalnoj na osu zvona, i n čvorova u verikalnoj ravni, tj. prstenova paralelnih sa obodom zvona, gde su $m, n = 0, 1, 2, \dots$ [Gru1965, Leh1986, Ros1987, Fle1998, Ros2008]. U slučaju idealnog osnosimetričnog zvona $2m$ čvorova u horizontalnoj ravni ravnomerno su raspoređeni duž poprečnog preseka.

Analizom oblika zvona primenom teorije grupa može se pokazati da se modovi oscilovanja zvona mogu klasifikovati prema ireducibilnim reprezentacijama grupe rotacija zvona oko svoje ose [Per1973]. Ova klasifikacija se vrši na osnovu broja čvorova u vertikalnoj ravni. Oscilovanje modova u horizontalnoj ravni izvedeno primenom operacija simetrije prikazano je na slici 1.2.

Kao i kod drugih tela sličnog oblika, i kod zvona se razlikuju fleksione (en. *flexural, inextensional*) i ekstenzione (en. *extensional*) oscilacije [Ray1877, Ros1987, Fle1998, Ros2008].

Fleksione oscilacije podrazumevaju da dolazi samo do savijanja materijala i samim tim obim posmatran u bilo kojoj horizontalnoj ravni normalnoj na osu simetrije zvona, ostaje nepromenjen [Ray1877, Ros1987, Per1983]. Ako se poprečni presek posmatra kao tanak prsten i ako se radijalni i tangencijalni pomeraji u određenoj tački na prstenu u ravni normalnoj na osu simetrije zvona označe sa u i v , respektivno, prilikom harmonijskih oscilacija na frekvenciji f_m posmatranog moda sa m čvorova važi:

$$u_m(\theta, t) = U_m(\theta)e^{-j2\pi f_m t}, \quad v_m(\theta, t) = V_m(\theta)e^{-j2\pi f_m t}, \quad (1.1)$$

gde su

$$U_m(\theta) = U_m \sin(m\theta), \quad V_m(\theta) = V_m \cos(m\theta), \quad (1.2)$$

Uzimajući u obzir činjenicu da ne dolazi do istezanja materijala, primenom klasične teorije oscilovanja prstena može se pokazati da za fleksione oscilacije važi:

$$u + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0, \quad (1.3)$$

gde je θ polarni ugao u posmatrajnoj ravni (prilog 2), odnosno

$$U_m(\theta) = V_m m \sin(m\theta), \quad V_m(\theta) = V_m \cos(m\theta). \quad (1.4)$$

Za ekstenzione oscilacije (koje uključuju istezanje materijala zvona) važi:

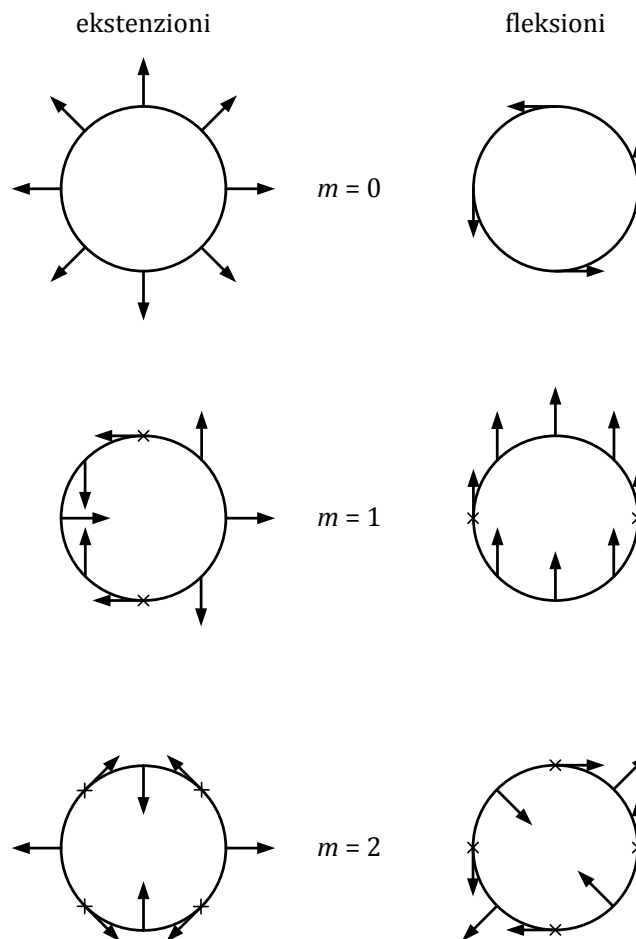
$$v + \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0, \quad (1.5)$$

odnosno

$$U_m(\theta) = U_m \cos(m\theta), \quad V_m(\theta) = U_m m \sin(m\theta). \quad (1.6)$$

Izraz (1.5) nema direktnu geometrijsku interpretaciju, a kvalitativno odgovara tome da je brzina tangencijalnog kretanja tačaka na prstenu proporcionalna brzini iskretanja delića površine.

Na osnovu izraza (1.1)-(1.6) mogu se odrediti načini oscilovanja modova zvona u horizontalnoj ravni normalnoj na osu simetrije zvona. Na slici 1.2 prikazani su fleksioni i ekstenzioni modovi oscilovanja zvona u horizontalnoj ravni za $m = 0, 1$ i 2 .



Slika 1.2 Fleksioni i ekstenzioni modovi oscilovanja zvona u horizontalnoj ravni normalnoj na osu simetrije zvona za malo m [Ros1987, Fle1998, Ros2008]

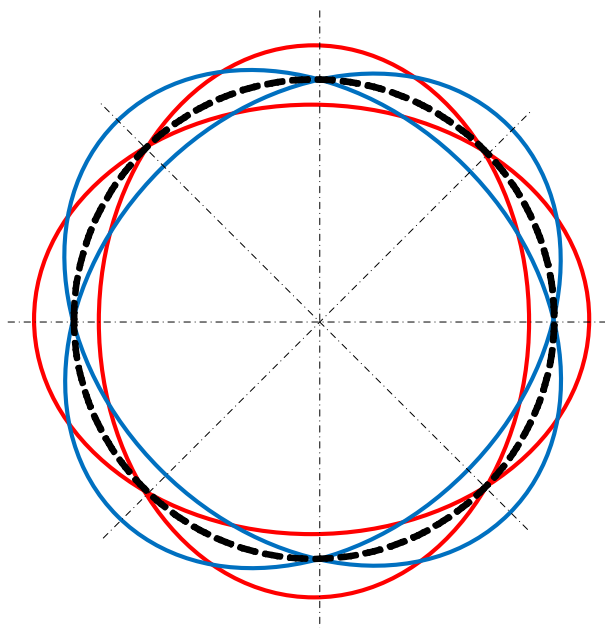
Akustički značajni parcijali su upravo oni koji potiču od sopstvenih modova kod kojih je oscilatorno kretanje dominantno normalno na površinu zvona, odnosno imaju značajnu radijalnu komponentu. Za fleksione modove za koje je $m = 0$ kretanje je isključivo tangencijalno i ovakvi modovi se mogu posmatrati kao

„uvrtanje“, koje gotovo da ne proizvodi nikakav zvuk. Fleksioni modovi sa $m = 1$ mogu se posmatrati kao „ljuljanje“. S obzirom da je zvono pričvršćeno za vrh – glavu zvona, kod ovih modova se javljaju jake elastične sile pa su relativno slabo pobuđeni. Što je m veće, kod fleksionih modova radijalna (normalna) komponenta postaje sve više izražena. Za ekstenzione modove za koje je $m = 0$ kretanje je isključivo radijalno i ovakvi modovi se mogu posmatrati kao „disanje“ zvona. Ovakvi modovi bi mogli značajno doprinosti zvuku zvona, međutim energija koja je potrebna za rastezanje zvona dovodi do toga da su ovi modovi su relativno slabo pobuđeni, pri čemu su sopstvene frekvencije veoma visoke (s obzirom da je frekvencija direktno srazmerna krutosti, koja je u ovom slučaju velika) [Leh1987, Ros2007]. Jedino u slučaju zvona veće debljine, koja su značajno veće mase, frekvencije ovih modova su niže u spektru (jer je frekvencija obrnuto srazmerna masi). Sa porastom m tangencijalno kretanje je sve više izraženo kod ekstenzionih modova tako da ovi modovi gotovo da ne doprinose zvuku zvona.

Primenom teorije grupa, kao i eksperimentalnim ispitivanjima, pokazano je da su kod idealno simetričnog zvona modovi za koje je $m > 0$ degenerisani, konkretno udvojeni (en. *doublet*), što znači da postoje dva moda oscilovanja sa istom sopstvenom frekvencijom, kod kojih se čvorovi oscilovanja u vertikalnoj ravni jednog moda poklapaju sa trbusima oscilovanja drugog moda [Per1973, Cha1975, Per1987, Ros1987, Fle1998, Ros2008]. Kao što je i očekivano, modovi bez čvorova u horizontalnoj ravni ($m = 0$) su jedini modovi koji nisu degenerisani (en. *singlet*).

Na slici 1.3 prikazani su udvojeni modovi za $m = 2$. Jedan mod prikazan je crvenom, a drugi plavom bojom. Kada je simetrija na bilo koji način narušena (odstupanja u geometriji zvona, nehomogenost materijala od kog je izliveno zvono, dodatni ukrasi na zvonu), dolazi do razdvajanja sopstvenih frekvencija ovih modova. Ove razdvojene frekvencije su najčešće vrlo bliske tako da nastaje pojava „izbijanja“, koja dovodi do karakterističnog treperenja, brujanja u subjektivnom doživljaju zvuka zvona (o uzrocima subjektivnog doživljaja izbijanja biće više reči u poglavlju 2.3).

Generalno, modovi koji najviše doprinose zvuku zvona su fleksioni modovi za koje je $m \geq 2$. U literaturi je uobičajeno da se ovi modovi podele u gupe sa određenim zajedničkim karakteristikama [Leh1986, Ros1987]. Za razliku od klasifikacije na osnovu broja čvorova u horizontalnoj ravni primenom teorije grupa [Per1983], primećno je da se u okviru grupe modova koji osciluju na isti način u vertikalnoj ravni, odnosno imaju u vertikalnoj ravni čvorove na istim mestima, karakteristike modova menjaju na vrlo sličan način sa promenom oblika zvona, i da postoji izvesna zavisnost između frekvencija modova u okviru iste grupe [Leh1987, Hib2008]. Usvojena su dva načina obeležavanja. Prema prvom načinu (na primer, II-3), modovi koji imaju čvorove na istim mestima u vertikalnoj ravni obeležavaju se rimskim brojevima I, II, itd. dok drugi broj označava polovinu broja čvorova posmatrano u horizontalnoj ravni [Leh1986, Leh1987]. Na drugi način modovi zvona se mogu obeležavati kao (m, n) gde m predstavlja polovinu broja čvorova u horizontalnoj ravni, a n predstavlja broj čvorova u vertikalnoj ravni [Tyz1930, Ros1987, Fle1998, Ros2008].



Slika 1.3 Udvojeni modovi za $m = 2$

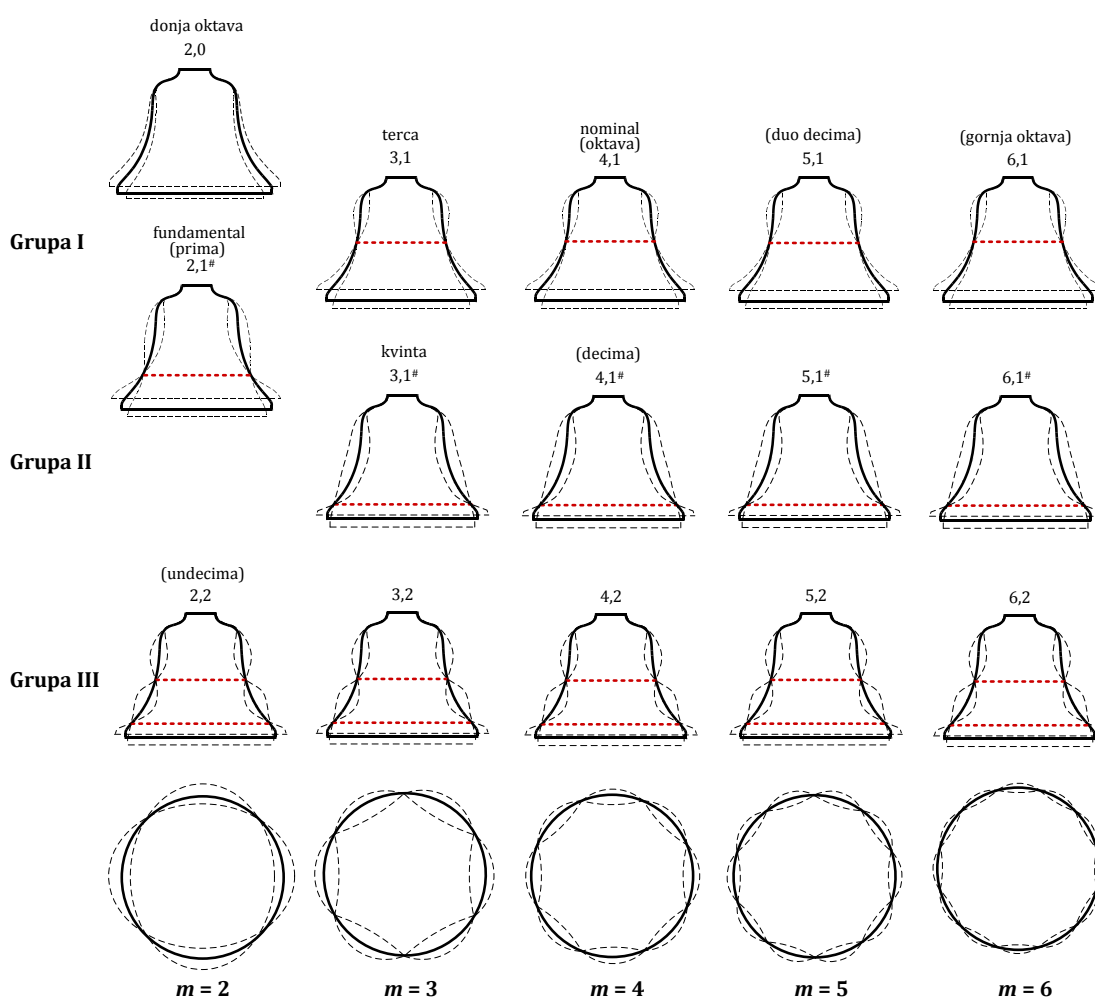
Na slici 1.4 prikazano je 15 fleksionih modova oscilovanja zvona grupisanih po položajima čvorova u vertikalnoj i u horizontalnoj ravni. Može se uočiti da modovi

koji pripadaju grupi I imaju jedan čvor u vertikalnoj ravni i to na sredini tela zvona (oko pojasa). Oscilovanje ovih modova u delu oko oboda zvona ima slične karakteristike kao nezavisno oscilovanje debelog prstena na obodu oko unutrašnjeg luka (en. *ring driven modes*) [Per1983, Per1987, Ros1987] i često se obeležavaju i kao RIR (*Rim Inextensional Ring*) modovi [Per1983, Per1987]. Ovi modovi najčešće najviše doprinose zvuku zvona s obzirom da su direktno pobuđeni udarom bata. Na slici 1.5 prikazani su grafici zavisnosti frekvencija modova oscilovanja od broja m , podeljeni po grupama, za dva zvona iz literature ([Per1983, Ros1987, Fle1998, Ros2008] i [Leh1986]). Na ovim graficima se uočava gotovo linearna zavisnost frekvencija modova iz grupe I. U ovoj tezi ispitane su zavisnosti frekvencija modova jednog realnog zvona (prikazane u poglavlju 5.3), a izvršene su i simulacije (prikazane u poglavlju 4.2.2), gde se grafici dobrim delom podudaraju sa graficima iz literature. Sa druge strane, u [Hib2008, Hib2014] pokazano je da se frekvencije viših RIR modova za različita zvona mogu predstaviti pomoću jednog paramtera – odnosa frekvencija trećeg i petog RIR moda.

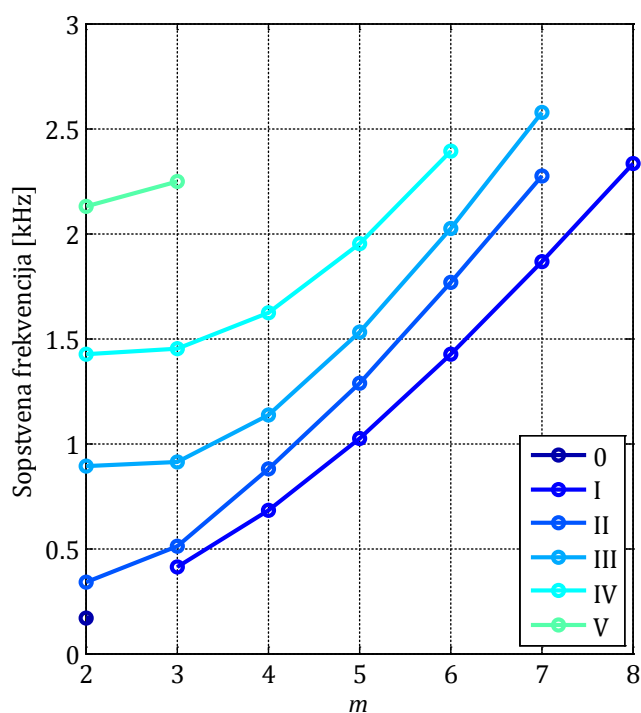
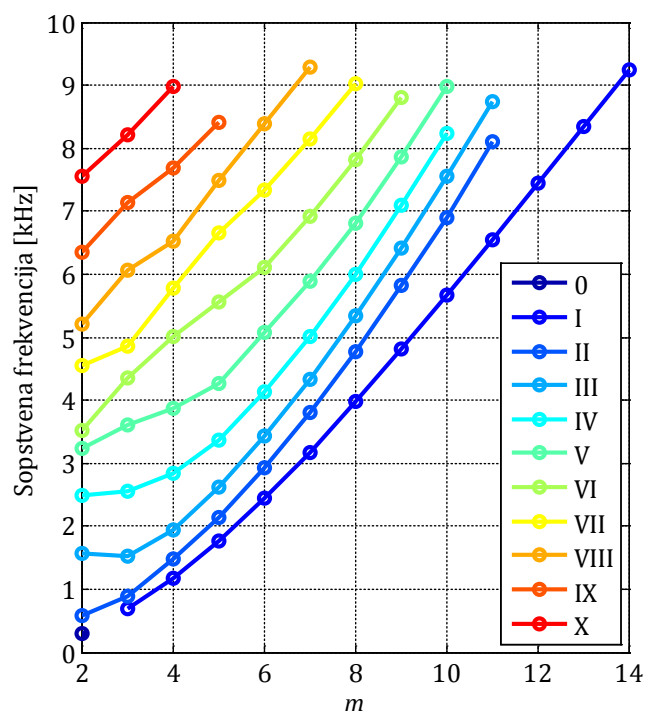
Modovi koji pripadaju grupi II imaju jedan čvor u vertikalnoj ravni pri obodu zvona i karakteriše ih oscilovanje tela zvona (en. *shell driven modes*). Svi modovi viših grupa (III, IV, itd.) imaju čvor u blizini oboda zvona, stoga imaju slične karakteristike oscilovanja i spadaju u *shell driven* modove. Ovi modovi su značajno slabije izraženi u zvuku zvona od modova grupe I, naročito zbog toga što se mesto udara bata najčešće nalazi na obodu u blizini najnižeg čvora u vertikalnoj ravni.

Dva moda koja bi se po utvrđenom kriterijumu oscilovanja u vertikalnoj ravni mogla svrstati u posebne grupe su modovi $(2,0)$ i $(2,1^\#)$. S obzirom da kod crkvenih zvona grupe I i II nemaju odgovarajuće modove sa $m = 2$ određeni autori mod $(2,0)$ obeležavaju kao I-2, dok mod $(2,1^\#)$ obeležavaju kao II-2, odnosno svrstavaju ih u grupu I i II, respektivno [Leh1986, Leh1987]. Mod $(2,0)$ je jedini mod koji nema čvorove u vertikalnoj ravni, ali se ponaša kao *ring driven* mod i značajno doprinosi zvuku zvona. Mod $(2,1^\#)$ po položaju čvora u vertikalnoj ravni više pripada grupi II, ali po načinu zračenja ponaša se ujedno kao mod $(2,1)$ i kao mod $(2,1^\#)$, takođe značajno doprinoseći zvuku zvona [Ros1987, Leh1987].

Kako je dugo smatrano da prvih pet parcijala dominantno utiču na subjektivni doživljaj zvuka, a time i na kvalitet zvona, u kolokvijalnoj literaturi se javljaju nazivi prvih parcijala prema muzičkom intervalnom odnosu kod idealnog zvona [Fle1998, Ros2008, Hib2008] (muzički intervali, kao i definicija idealnog zvona prikazani su u poglavlju 2). Prvi parcijal naziva se donja oktava (nem. *Unteroktave*, en. *hum*, fr. *bourdon*), a zatim slede fundamental (prima), terca, kvinta i nominal.



Slika 1.4 Fleksioni modovi oscilovanja zvona [Ros1987, Fle1998, Ros2008]



Slika 1.5 Zavisnost frekvencija modova oscilovanja od broja čvorova u horizontalnoj ravni, m , po grupama, za dva zvona iz literature:
a) masa 214 kg, prečnik 702 mm [Per1983, Ros1987, Fle1998, Ros2008],
b) masa 231 kg, prečnik 680 mm [Leh1986]

U literaturi se retko pominje još jedna grupa modova čije se oscilovanje zasniva na oscilovanju prstena na obodu zvona (*ring driven*) i obeležavaju se kao RA (*Ring Axial*) [Per1983], iako nije jasno da li ove modove treba nazvati aksijalnim ili torzionim, jer uključuju aksijalno i torziono kretanje oboda zvona, koje zadržava oblik prstena. I ovi modovi vrlo malo doprinose zvuku zvona.

Moguće je klasifikovati veliki broj grupa ekstenzionih modova oscilovanja zvona, kod kojih se različiti delovi zvona rastežu i pokreću ostatak zvona. Ove grupe modova se obeležavaju sa $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ i postoje za sve vrednosti m [Per1983].

Iako je raspored prvih pet fleksionih modova oscilovanja isti za sva zvona, analizirana kako u literaturi, tako i od strane autora ove teze, raspored viših modova se donekle razlikuje, kao što se može uočiti i na slici 1.5. U tabeli 1.1 dat je redosled prvih 12 parcijala po frekvencijama nekoliko zvona prikazanih u literaturi.

Tabela 1.1 Redosled prvih 12 parcijala zvona prikazanih u literaturi

[Leh1965, Per1983, Leh1986]

Redni broj	masa 567 kg prečnik 967 mm [Leh1965]		masa 428 kg prečnik 924 mm [Leh1965]		masa 214 kg prečnik 702 mm [Per1983]		masa 231 kg prečnik 680 mm [Leh1986]	
1	(2,0)	I-2	(2,0)	I-2	(2,0)	I-2	(2,0)	I-2
2	(2,1#)	II-2	(2,1#)	II-2	(2,1#)	II-2	(2,1#)	II-2
3	(3,1)	I-3	(3,1)	I-3	(3,1)	I-3	(3,1)	I-3
4	(3,1#)	II-3	(3,1#)	II-3	(3,1#)	II-3	(3,1#)	II-3
5	(4,1)	I-4	(4,1)	I-4	(4,1)	I-4	(4,1)	I-4
6	(4,1#)	II-4	(4,1#)	II-4	(4,1#)	II-4	(2,2)	III-2
7	(3,2)	III-3	(2,2)	III-2	(2,2)	III-2	(3,2)	III-3
8	(2,2)	III-2	(3,2)	III-3	(5,1)	I-5	(4,1#)	II-4
9	(5,1)	I-5	(5,1)	I-5	(6,1)	I-6	(5,1)	I-5
10	(4,2)	III-4	(4,2)	III-4	(7,1)	I-7	(4,2)	III-4
11	(5,1#)	II-5	(5,1#)	II-5	(8,1)	I-8	(3,3)	IV-3
12	(6,1)	I-6	(6,1)	I-6	(9,1)	I-9	(6,1)	I-6

1.3 Osnovni fizički parametri zvona

1.3.1 Materijal zvona

Materijal od koga se prave zvona mora da zadovolji određene uslove. Uslovi se sa jedne strane odnose na mehaničku izdržljivost, tako da zvono mora biti izliveno od čvrstog i ne krhkog materijala, kako bi izdržalo udare bata [Fle1998]. Sa druge strane, uslovi se odnose na zvuk koji proizvodi zvono pa se zahteva što manje interno slabljenje u materijalu (poglavlje 1.4.4), kao i što manja brzina zvuka longitudinalnih talasa u materijalu, koja se kod homogenih i izotropnih materijala (za kakav se pretpostavlja da jeste materijal zvona) izražava kao:

$$c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho(1-\mu^2)}}, \text{ za longitudinalne talase.} \quad (1.7)$$

Pri tome važi i:

$$c_T = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\mu)}}, \text{ za transverzalne talase,} \quad (1.8)$$

gde je E - *Young*-ov modul elastičnosti, ρ - gustina i μ - *Poisson*-ov koeficijent materijala [Kur1977, Fah2006, Kut2009]. Dakle, zahteva se što manji koeficijent elastičnosti i što veća gustina materijala. *Poisson*-ov koeficijent ima vredost oko 0.3-0.4 za većinu metala tako da ne utiče značajno na brzinu zvuka u materijalu zvona pa tako ni na karakteristike zvuka zvona.

Materijal od koga se od davnina liju zvona je bronza, zahvaljujući svojim karakteristikama, koje su omogućavale jednostavnije livenje (niža temperatura topljenja i mogućnost topljenja u pećima na ugalj, samim tim i manji zahtevi za materijal od kog je pravljen kalup) [Fle1998]. Sa druge strane, bronza zadovoljava i prethodno navedene zahteve vezane za izdržljivost i zračenje zvuka. Bronza koja se danas koristi za livenje zvona sadrži 78-80% bakra i 20-22% kalaja, pri čemu se zahteva da sadržaj ostalih komponenti bude manji od 2% (olovo, gvožđe, nikl, cink, antimon, srebro, aluminijum, fosfor i slično) [Fle1998, Sie2006, Wer2004].

Dodatno, ovakav sastav materijala obezbeđuje i veću otpornost na koroziju. U tabeli 1.2 dat je pregled parametara bronze od koje se liju zvona.

Procenutualno povećanje kalaja značajno smanjuje interno slabljenje u materijalu, ali pritom smanjuje i brzinu zvuka, dok dodavanje samo 10% olova smanjuje čvrstinu, povećava slabljenje u materijalu i značajno smanjuje brzinu zvuka [Sch1973, Ros2008]. Pokazano je da se interno slabljenje u materijalu povećava ukoliko je poroznost materijala veća pa se mora voditi računa o ovoj pojavi prilikom livenja [Heu1949, Wer2004, Ros2008].

Tabela 1.2 Srednje vrednosti parametara bronze od koje se liju zvona
[Heu1949, Sie2006]

Parametar	Vrednost
Gustina	8450 kg/m ³
<i>Young</i> -ov modul elastičnosti	95·10 ⁹ N/m ²
<i>Poisson</i> -ov koeficijent	0,30
c_L	3300 m/s
Slabljenje u materijalu	3·10 ⁻⁴

Kod dva zvona identične veličine i oblika izlivena od različitog materijala, odnosi frekvencija svakog pojedinačnog parcijala proporcionalni su odnosu brzina longitudinalnih talasa u materijalu, što je posledica *Cauchy*-jevog principa sličnosti [Heu1949, Sch1973, Leh1986, Roo1992, Zoh2015] (prilog 3):

$$\frac{f_{I1}}{f_{II1}} = \frac{c_{L I}}{c_{L II}} \quad (1.9)$$

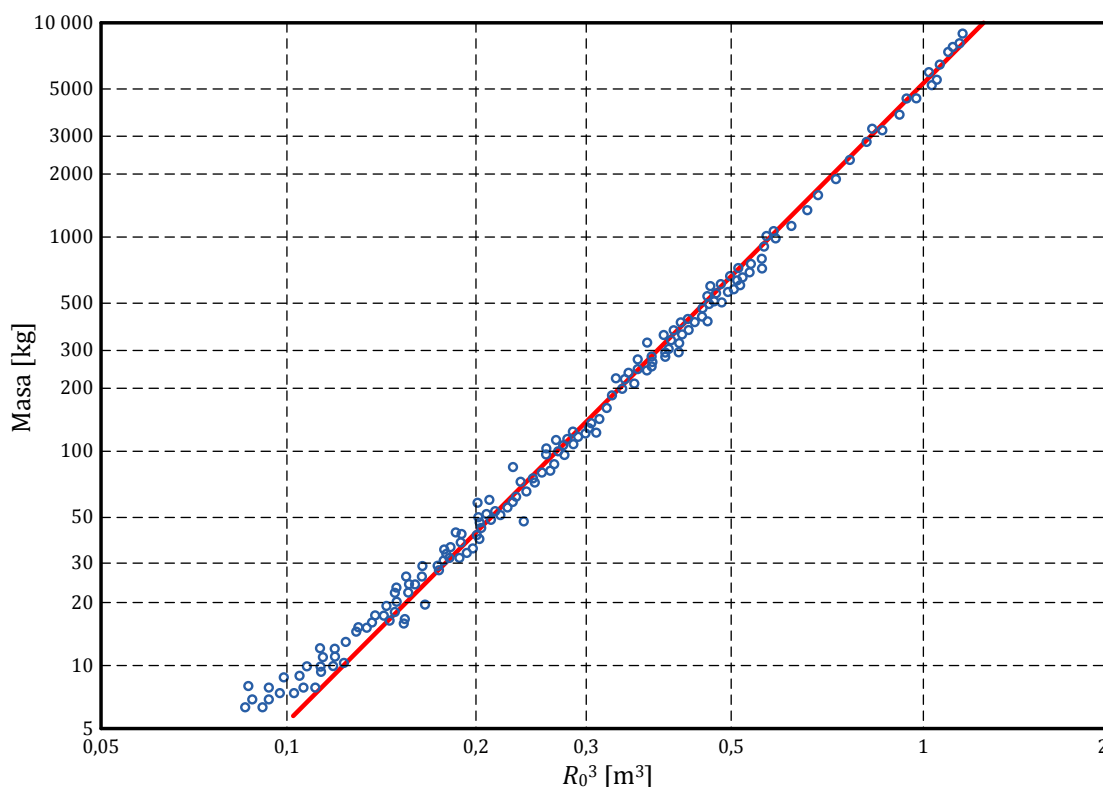
Velika crkvena zvona se nekada, zbog velike cene bronze, liju od gvožđa ili čelika, ili čak aluminijuma. Zbog veće brzine longitudinalnih talasa u ovim materijalima ($c_{L\text{gvožđe}} \approx 4500$ m/s, $c_{L\text{aluminijum}} \approx 5000$ m/s), ova zvona istog oblika i visine tona moraju biti srazmerno veća. Sa druge strane, to podrazumeva veće zračenje zvuka i veće interno slabljenje u materijalu, što znači kraće vreme odzvana [Heu1949, Fle1998].

1.3.2 Veličina zvona

Veličina zvona je jedna od bitnih karakteristika zvona, koja između ostalog određuje i visinu tona zvona (udarni ton, poglavlje 2.7). S obzirom da se većina različitih modela zvona može teško opisati matematički krivama drugog reda [Heu1949, Leh1986] za određeni profil zvona veličina je definisana prečnikom otvora zvona na obodu, $D = 2R_0$ [Heu1949]. S obzirom da je zapremina zvona srazmerna trećem stepenu ove veličine, može se napisati da je masa zvona:

$$M = k_m \rho R_0^3 = k_{m\rho} R_0^3, \quad (1.10)$$

gde je k_m konstanta koja odgovara određenom profilu zvona, a ρ je gustina materijala zvona.



Slika 1.6 Zavisnost mase od trećeg stepena poluprečnika oboda zvona za 185 starih zvona u zapadnoevropskim katoličkim crkvama [Heu1949]

Na slici 1.6 prikazana je zavisnost mase od veličine R_0^3 za 185 starih zvona u zapadnoevropskim katoličkim crkvama, izlivenih od bronzе [Heu1949]. Raspon masa zvona je veliki: od oko 6 kg do oko 9200 kg. Može se uočiti izvesna linearna zavisnost za zvona čija je masa veća od oko 30 kg, koja se na osnovu grafika može analitički iskazati kao:

$$M = (5100 \pm 400)R_0^3 \text{ [kg]} = 5100R_0^3 \pm 8\% \text{ [kg]} \quad (1.11)$$

U koliko se pretpostavi da je varijacija gustine bronzе oko $\pm 1\%$, može se proceniti da devijacija u profilu iznosi oko $\pm 3\%$ za ova zvona [Heu1949].

1.3.3 Oblik (profil) zvona

Odnosi frekvencija sopstvenih modova oscilovanja zvona, kao i položaji čvorova najviše zavise od oblika zvona. Parametri koji između ostalog definišu oblik zvona su odnos H/R_0 , debljina d i njena promena duž profila, parametar k_m , pomenut u poglavlju 1.3.2, i parametar fD .

1.3.3.1 Parametar fD

Na osnovu *Cauchy*-jevog principa sličnosti [Heu1949, Sch1973, Leh1986, Roo1992, Zoh2015] za homogene i izotropne materijale prema kome su za tela istog oblika i materijala, a različite veličine, sopstvene frekvencije modova oscilovanja obrnuto proporcionalne odnosu njihovih veličina (prilog 3), može se zaključiti da je za zvona istog oblika, a različitih veličina (kakav je često slučaj u zvonolivnicama) proizvod

$$fD = k_{fD} \text{ [m/s]} \quad (1.12)$$

konstantan, gde je f frekvencija parcijala, najčešće prvog (donja oktava). Interesantno je da kod velikog broja crkvenih zvona ovaj parametar ima vrednost oko 200 m/s [Heu1949, Leh1986, Roo1992, Hou1997]. Za male vrednosti parametra fD viši parcijali su suviše glasni. Kod zvona sa velikom vrednošću parametra fD u zvuku dominira donja oktava [Roo1992]. Kod zvona kod kojih je $fD > 250$ m/s ekstenzioni modovi sa $m = 0$ i 1 se nalaze niže u spektru i njihov uticaj na zvuk zvona nije zanemarljiv [Leh1987].

Po principu sličnosti kod karilona zvona sa veoma visokim udarnim tonom morala bi biti vrlo malih dimenzija pa se pribegava povećanju debljine zvona (poglavlje 1.3.3.2). Na taj način se dobijaju vrednosti parametra fD i do 400-500 m/s [Leh1986].

1.3.3.2 Debljina zvona

S obzirom da su masa i aksijalna krutost proporcionalni debljini zvona d , frekvencije čisto ekstenzionih modova ne zavise od debljine [Leh1986, Leh1987, Fle1998]. Sa druge strane, masa proporcionalna debljini zvona d i fleksiona krutost (krutost na savijanje) proporcionalna veličini d^3 , čine da su frekvencije čisto fleksionih modova proporcionalne debljini.

U opštem slučaju, na osnovu jednačina (1.10) i (1.12) može se napisati

$$M = \frac{k_{m\rho}}{k_{fD}} f R_0^4. \quad (1.13)$$

Jasno je da konstantan odnos $k_{m\rho}/k_{fD}$ implicira linearnu zavisnost frekvencije parcijala od debljine. S obzirom da je masa proporcionalna $d \cdot R_0^2$, na osnovu izraza (1.13) dobija se

$$f = k_{fp} \frac{d}{R_0^2}, \quad (1.14)$$

gde je k_{fp} konstanta koja zavisi od profila, fleksionog moda i brzine longitudinalnih talasa u materijalu [Sch1973, Leh1986]. Izraz (1.14) predstavlja jednu od osnovnih karakteristika oscilovanja prema elementarnoj teoriji savijanja [Leh1986]. Praktična istraživanja pokazala su da oblik

$$f = k_{fp} \frac{d^\alpha}{R_0^{(\alpha+1)}}, \quad (1.15)$$

bolje opisuje zavisnost sopstvenih frekvencija od debljine, gde se pokazalo da je vrednost α uvek manja ili jednaka 1 i karakteristična je za određenu grupu modova. Na primer, za modove grupe I pokazano je da je $\alpha \approx 0.7$, dok je za modove

grupe II $\alpha \approx 0.86$ [Leh1986, Fle1998, Ros2008]. Za prvi mod oscilovanja dobijeno je $\alpha \approx 0.615$.

1.4 Karakteristike spektralnih komponenti (parcijala) u zvuku zvona

Spektar zvuka zvona sastoji se od velikog broja diskretnih komponenti – parcijala. Svaki parcijal odgovara jednom modu oscilovanja zvona ili više modova u slučaju degenerisanih modova (degenerisanih parova usled simetrije ili slučajnih degenerisanih modova [Per1983]). Na subjektivni doživljaj zvuka utiču karakteristike parcijala i njihove međusobne zavisnosti. Svaki parcijal karakterišu sledeći parametri: frekvencija, vreme uspona i brzina opadanja amplitude i jačina.

1.4.1 Frekvencija parcijala

Frekvencija parcijala jednaka je sopstvenoj frekvenciji oscilovanja moda zvona kome posmatrani parcijal odgovara. Frekvencije parcijala ne zavise od načina na koji je zvono pobuđeno, već, kao što je već rečeno, od veličine, oblika i materijala od koga je zvono izliveno. U poglavlju 1.3.3.2 pokazano je kako sopstvene frekvencije modova zavise od debljine zvona.

Vezu između sopstvene frekvencije i broja čvorova u horizontalnoj i vertikalnoj ravni, m i n , predložio je *Chladini* za okrugle ravne ploče, za velike vrednosti $m + 2n$:

$$f_{mn} = c(m + 2n)^2, \quad (1.16)$$

koji se može generalizovati i primeniti na zvonima:

$$f_{mn} = c(m + bn)^p, \quad (1.17)$$

gde su c , b i p konstante, koje zavise od grupe modova i mogu se razlikovati za male i velike vrednosti m [Per1985, Fle1998, Ros2008, Hib2008, Hib20014].

1.4.2 Vreme uspona

Vreme uspona predstavlja vreme od treuntka udara (pobude) zvona do dostizanja maksimalne vrednosti zvučne snage, posle koje zvuk počinje postepeno da slabi

usled eksponencijalnog slabljenja svakog od parcijala. Vreme uspona kod zvona se najčešće kreće u opsegu od 10 do 30 ms [Roo1992].

1.4.3 Početna amplituda

Početne vrednosti amplituda oscilovanja svih modova funkcija su vrste i mesta pobude [Heu1949]. Amplitude parcijala odgovaraju amplitudama pritiska na mestu slušanja, odnosno snimanja i one zavise od položaja u odnosu na zvono, kao i od frekvencije. O zračenju zvona biće više reči u poglavlju 1.5.

1.4.4 Brzina opadanja amplitude

Zvono se može posmatrati kao linearan elastičan i slabo prigušen sistem [Roo1992, Hou1997]. Na osnovu pretpostavke o slabo prigušenom sistemu može se smatrati da mehanizmi prigušenja različitih modova deluju nezavisno, odnosno da su koeficijenti prigušenja svakog od modova nezavisni. Pretpostavka da je sistem linearno elastičan znači da se pomeraj zvona može izraziti kao linearna kombinacija pomeraja svakog od modova:

$$a(t) = \sum_n \alpha_n a_n(t), \quad (1.18)$$

gde su α_n koeficijenti koji zavise od vrste i mesta pobude.

Pretpostavka da je sistem linearno elastičan, između ostalog, ima za posledicu i da amplitude oscilovanja svih modova opadaju eksponencijalno:

$$a_i(t) = A_{0i} e^{-\eta_i \omega_i (t-t_0)} \cos(\omega_i (t-t_0) + \varphi_0), \quad (1.19)$$

gde η_i predstavlja koeficijent prigušenja posmatranog moda i , ω_i - sopstvenu ugaonu učestanost moda, t_0 - trenutak završetka pobude, A_{0i} i φ_0 početnu amplitudu i fazu, koje zavise od pobude. Pri tome je $\eta_i < \eta_c$, gde je $\eta_c = 1$ uslov kritičnog prigušenja, pri kome se sistem bez oscilovanja vraća u ravnotežni položaj.

Pod pretpostavkom da se zračenje zvuka zvona može opisati linearnom talasnom jednačinom bez gubitaka [Kur77] (prilog 4) može se smatrati da su realtivne promene amplitude oscilovanja pojedinog moda jednake relativnim promenama

zvučnog pritiska na posmatranoj frekvenciji, te da brzina opadanja parcijala odgovara brzini opadanja amplitude oscilovanja [Roo1992]. Brzina opadanja parcijala se izražava u dB/s, a vreme opadanja definiše se kao vreme za koje nivo zvuka posmatranog parcijala opadne za 60 dB [Heu1949, Fle1998].

Ukupno prigušenje moda oscilovanja sastoji se od 2 komponente: interno prigušenje u materijalu i akustičko prigušenje [Heu1949, Roo1992, Hou1997, Fle1998]:

$$\eta = \eta_m + \eta_a. \quad (1.20)$$

Interno prigušenje u materijalu je mahom posledica pretvaranja energije oscilovanja u toplotu zbog internog trenja u samom materijalu. Interno prigušenje u materijalu zavisi isključivo od karakteristika materijala. Akustičko prigušenje je posledica zračenja zvuka u okolni vazduh (prilog 4). Izračena zvučna snaga zavisi od oblika zvona, oblika oscilovanja moda i sopstvene frekvencije moda pa je stoga akustičko prigušenje različito za svaki mod. Ostala prigušenja, kao što je na primer prigušenje usled kačenja zvona preko krune, mogu se smatrati zanemarljivim [Hou1997].

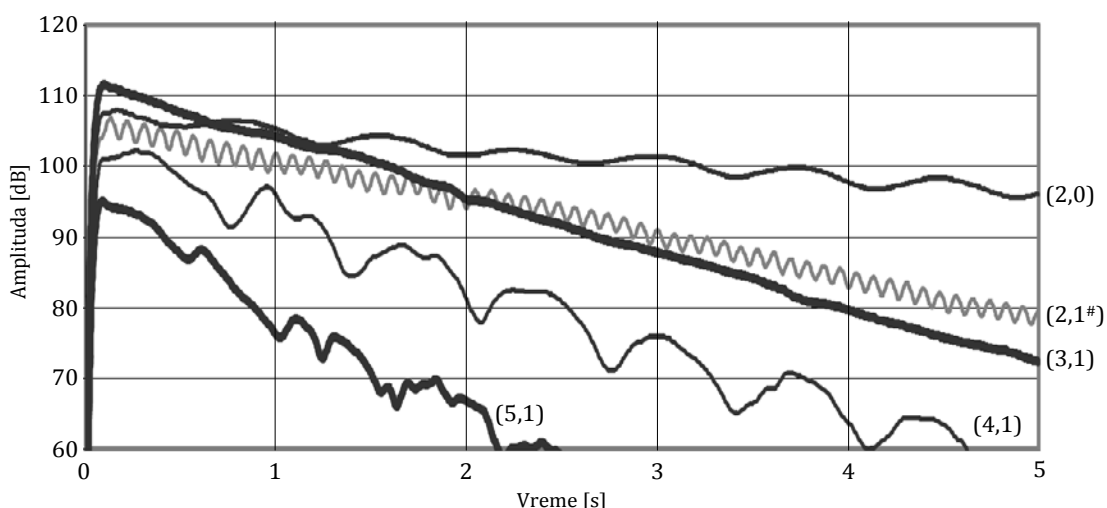
U literaturi su prikazani rezultati eksperimentalnog određivanja obe komponente prigušenja [Heu1949, Sch1973, Roo1992, Hou1997]. Određivanje internog prigušenja u materijalu vrši se merenjem prigušenja na zvonu u vakuumu (ili na nekom drugom obliku, na primer na šipki od istog materijala) prilikom oscilovanja na određenim sopstvenim frekvencijama. S obzirom da ukupno prigušenje u opštem slučaju ne zavisi od amplitude, iz jednačine 1.18 se vidi da nivo zvuka opada linearno sa konstantom $\eta\omega$, koja se određuje na osnovu nagiba krive opadanja [Heu1949, Roo1992, Hou1997]. Određivanje ukupnog prigušenja vrši se na isti način u vazduhu. Razlika ove dve dobijene vrednosti predstavlja akustičko prigušenje na frekvenciji posmatranog moda. Eksperimentalno je pokazano da je kod velikog zvona interno prigušenje u materijalu gotovo konstantno za sve izmerene modove. Ipak, značajno različite vrednosti su dobijane, kako u različitim merenjima istih autora tako u različitim radovima: od $0.4 \cdot 10^{-4}$ do $1 \cdot 10^{-4}$ u

[Heu1949], $(3.6 \pm 0.3) \cdot 10^{-4}$ [Sch1973], od $0.9 \cdot 10^{-4}$ do $2.1 \cdot 10^{-4}$ u [Roo1992], od $1.3 \cdot 10^{-4}$ do $2.6 \cdot 10^{-4}$ u [Hou1997]. Ove razlike mogu biti posledica greške merenja, različitih nečistoća i procenata komponenti, kao i nehomogenosti u materijalu, itd.

Sa druge strane, pojedini rezultati su pokazali da su zavisnosti između akustičkog prigušenja i frekvencije i oblika oscilovanja moda složene [Heu1949, Hou1997], dok su drugi rezultati pokazali da akustičko prigušenje raste približno linearno sa frekvencijom [Sch1973, Fle1998].

Generalni zaključak je da najmanju brzinu opadanja ima prvi parcijal – donja oktava. Posle nekog vremena od udara bata zapravo se čuje još samo ovaj parcijal, „odzvanja“, pa je tako u engleskom jeziku i dobio naziv *hum*, što u bukvalnom prevodu znači „odzvon, bruj“.

Na slici 1.7 prikazano je opadanje amplituda pet parcijala u toku odzvana zvona „Hanna“ crkve *Frauenkirche* u Drezdenu [Bau2004]. Masa zvona je 291 kg, a poluprečnik 34,7 cm. Na slici se može uočiti karakteristična pojava izbijanja, koja je posledica udvojenih modova kod modova (2,0), (2,1[#]) i (4,1). Analiza ove pojave u signalu biće prikazana u poglavlju 5.2. U tabeli 1.3 dati su parametri slabljenja amplituda u toku odzvana za zvono sa slike 1.7.



Slika 1.7 Opadanje amplituda pet parcijala u toku odzvana zvona „Hanna“ crkve *Frauenkirche* u Drezdenu (mase 291 kg) [Bau2004]

Tabela 1.3 Parametri slabljenja amplituda u toku odzvana
zvona sa slike 1.7 [Bau2004]

Mod	f [Hz]		Brzina opadanja [dB/s]	T_{60} [s]	η
(2,0)	349,3	349,9	2,3	25,8	$10 \cdot 10^{-4}$
(2,1#)	697,4	700,5	6,5	9,2	$15 \cdot 10^{-4}$
(3,1)	836,9	837,3	7,8	7,7	$15 \cdot 10^{-4}$
(4,1)	1407,6	1408,1	8,5	7,1	$9,6 \cdot 10^{-4}$
(5,1)	2089,5	2090,0	13,3	4,5	$10 \cdot 10^{-4}$

U prethodnim razmatranjima pretpostavljeno je da je disipacija u vazduhu zanemarljiva, što je ispunjeno na rastojanjima manjim od 100 m za frekvencije ispod 1000 Hz pri normalnim atmosferskim uslovima [Kur1977].

1.5 Zračenje zvona

Zvuk koji zvono zrači zavisi od oblika i materijala od kog je zvono izliveno, kao i od vrste i mesta pobude. Svaki od modova oscilovanja na karakterističan način doprinosi zračenju zvona pa i oblici oscilovanja modova utiču na karakteristiku usmerenosti i snagu zračenja. S obzirom da se, kao što je već rečeno, oblik većine zvona ne može matematički predstaviti [Heu1949, Leh1986], veoma je teško eksplicitno odrediti ove parametre zračenja zvona [Kun1986-2].

Kao što je pomenuto u poglavlju 1.2, dominantan uticaj na zvuk zvona imaju modovi oscilovanja grupe I, obeleženi i kao $(m, 1)$, koji svi sem prvog parcijala (donje oktave) imaju jedan čvor u vertikalnoj ravni na sredini zvona, tako da se njihovo oscilovanje može posmatrati kao nezavisno oscilovanje debelog prstena. Pri tome su ovi modovi direktno pobuđeni udarom bata pa dobijaju najviše energije. Zračenje ovih modova se može posmatrati kao zračenje $4m$ izvora na spoljašnjoj površini zvona, suprotnih faza, i $4m$ izvora na unutrašnjoj površini zvona [Ros2008]. Iako na prvi pogled deluje da bi se ovakvo oscilovanje spoljašnje površine zvona moglo jednostavno predstaviti kao oscilovanje multipola, uslov da su dimenzije zvona značajno manje od talasnih dužina nije nikada ispunjen. Naime,

kao što je pomenuto u poglavlju 1.3.3.1, parametar fD kod velikog broja crkvenih zvona ima vrednost oko 200 m/s:

$$fD = \frac{c}{\lambda} D \approx 200 \text{ m/s}, \quad (1.21)$$

gde je $c = 343 \text{ m/s}$ brzina zvuka u vazduhu, odakle se dobija

$$\frac{D}{\lambda} \approx 0.6, \quad (1.22)$$

gde je za λ uzeta najveća talasna dužina koju stvara zvono, odnosno talasna dužina prvog parcijala. Otuda su dimenzije zvona bar reda veličine emitovanih talasnih dužina.

Na osnovu sličnosti sa oscilovanjem cilindričnih površina u ravni normalnoj na osu simetrije, može se zaključiti da karakteristika usmerenosti ima sličan oblik kao mod oscilovanja u posmatranoj ravni [Gru1965, Kun1986-2]. To znači da karakteristika usmerenosti u horizontalnoj ravni za mod sa $2m$ čvorova ima $2m$ jednako razmaknutih maksimuma i minimuma [Heu1949, Kun1986-1, Kun1986-2, Gol2009, Oht2013]. Pri tome, ovde se misli na usmerenost u dalekom polju. Naime, generalno u oblasti bliskog polja zvučni pritisak ima konstantnu vrednost u zavisnosti od udaljenosti od izvora, gde se izvor ponaša kao beskonačna ploča (o granicama vrlo bliskog polja i merenju biće reči u poglavlju 5.3). Pritisak zatim opada sa rastojanjem u oblasti u kojoj se izvor ponaša kao linijski izvor, i konačno počinje da opada sa kvadratom rastojanja, kada se može aproksimirati sfernim talasima [Kur1977, Kun1986-2]. Ova oblast se smatra udaljenim poljem i zavisi od veličine izvora, kao i frekvencije zračenja. U oblasti dalekog polja važi da je $k\lambda \gg 1$, gde je $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ talasni broj [Kur1977, Rus1998, Ros2007]. Aproksimativna formula za oblast bliskog polja oko izvora dimanzija D je:

$$\frac{2D^2}{\lambda} \approx 1.2D, \quad (1.23)$$

gde je za λ uzeta talasna dužina prvog parcijala i primenjen je odnos iz jednačine 1.21, tako da se teorijski može smatrati da na rastojanju nešto većem od prečnika zvona završava oblast bliskog polja. Praktično izmerene vrednosti pokazuju da

oblast dalekog polja počinje na oko 2.5-3 dužine prečnika zvona mereno od oboda zvona [Kun1986-2].

Amplituda zvučnog pritiska u dalekom polju na rastojanju r od cilindra dužine h i poluprečnika poprečnog preseka R_0 u ravni normalnoj na osu simetrije može se predstaviti formulom [Mat2011]:

$$p(r, \theta, m) = \frac{j2\rho_0 ch f \xi_0}{r} e^{jkr} \frac{e^{-jm\pi/2}}{H_m^{(1)'}(kR_0)} \cos(m\theta), \quad (1.24)$$

gde je ξ_0 pomeraj na površini zvona, k talasni broj, a $H_m^{(1)}(kR_0)$ *Hankel*-ova funkcija m -tog reda prve vrste. Sa druge strane, za najniže frekvencije svaki par od m izvora (sa spoljašnje i unutrašnje površine) može se predstaviti jednim dipolom, gde se dipol sastoji od dva tačkasta izvora, čija se amplituda zvučnog pritiska na rastojanju r računa po formuli [Kur1977, Rus1998, Ros2007]:

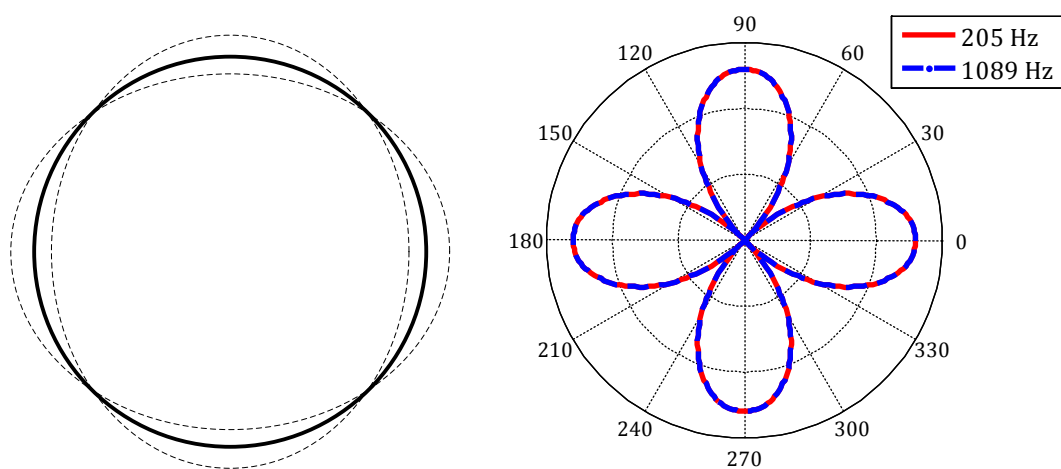
$$p(r, \theta) = j \frac{Q\rho_0 ck}{4\pi r} e^{-jkr}, \quad (1.25)$$

gde je Q protok koji stvara tačkasti izvor.

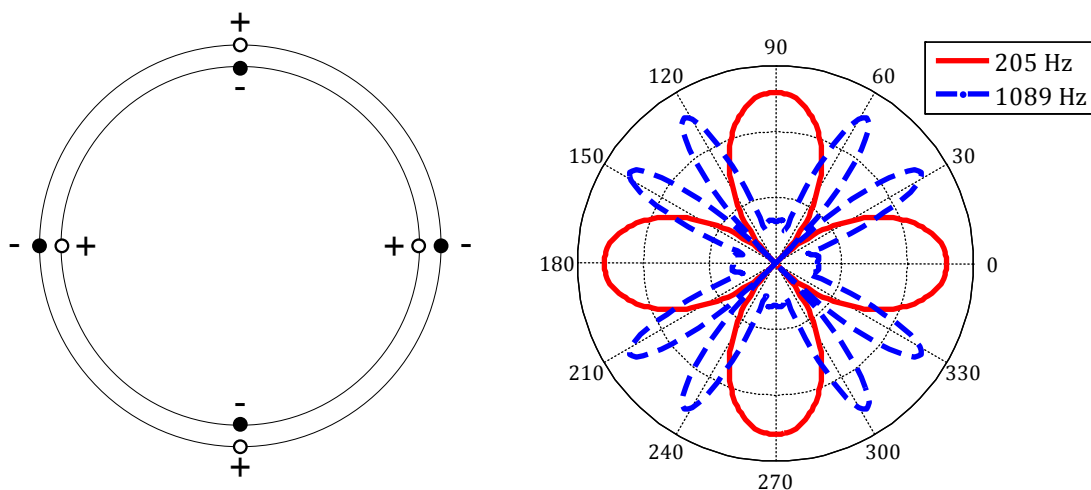
Za mod sa $m = 2$ na slici 1.8 prikazani su dijagrami usmerenosti u horizontalnoj ravni za aproksimaciju zvona cilindrom, dok su na slici 1.9 prikazani dijagrami usmerenosti za aproksimaciju dipolima. Aproksimacije su realizovane za realno zvono sa podacima iz literature [Leh1965]: poluprečnik oboda $R_0 = 0.485$ m, debljina na obodu $d = 0.09$ m, visina $H = 0.81$ m, na rastojanju $r = 4$ m od centra zvona. Za konačni cilindar parametri u horizontalnoj ravni odgovaraju parametrima zvona: poluprečnik cilindra je R_0 . S obzirom da se aproksimira prsten na obodu koji osciluje pretpostavljena je visina cilindra $h = 0.15$ m. Za rastojanje između izvora dipola uzeta je debljina zvona na obodu d , dok je centar dipola postavljen na srednju liniju zvona. Vrednosti pritiska su relativne zbog ostalih konstanti koje su neodređene, kao što su protok Q i pomeraj na površini zvona ξ_0 . Aproksimacije su izvršene za dve frekvencije: na frekvenciji prvog parcijala ovog zvona $(2,0)$ $f_1 = 205$ Hz, i na frekvenciji osmog parcijala $(2,2)$ $f_2 = 1089$ Hz. Vidi se da već na drugoj frekvenciji aproksimacija dipolima ne daje dobre rezultate.

Dobijeni dijagrami usmerenosti se dobro poklapaju sa dijagramima dobijenim eksperimentalno [Heu1949, Kun1986-1, Kun1986-2, Gol2009, Oht2013].

U vertikalnoj ravni zračenje zvuka je komplikovanije aproksimirati, ali se može očekivati da karakteristika usmerenosti i u ovom slučaju prati oblik moda oscilovanja. Minimumi karakteristike usmerenosti se očekuju u gornjem delu iznad krune, ukoliko je zvono pričvršćeno, u smeru čvorova, a za određene frekvencije minimumi se očekuju i ispod zvona zbog interferencije zračenja od unutrašnje površine zvona.

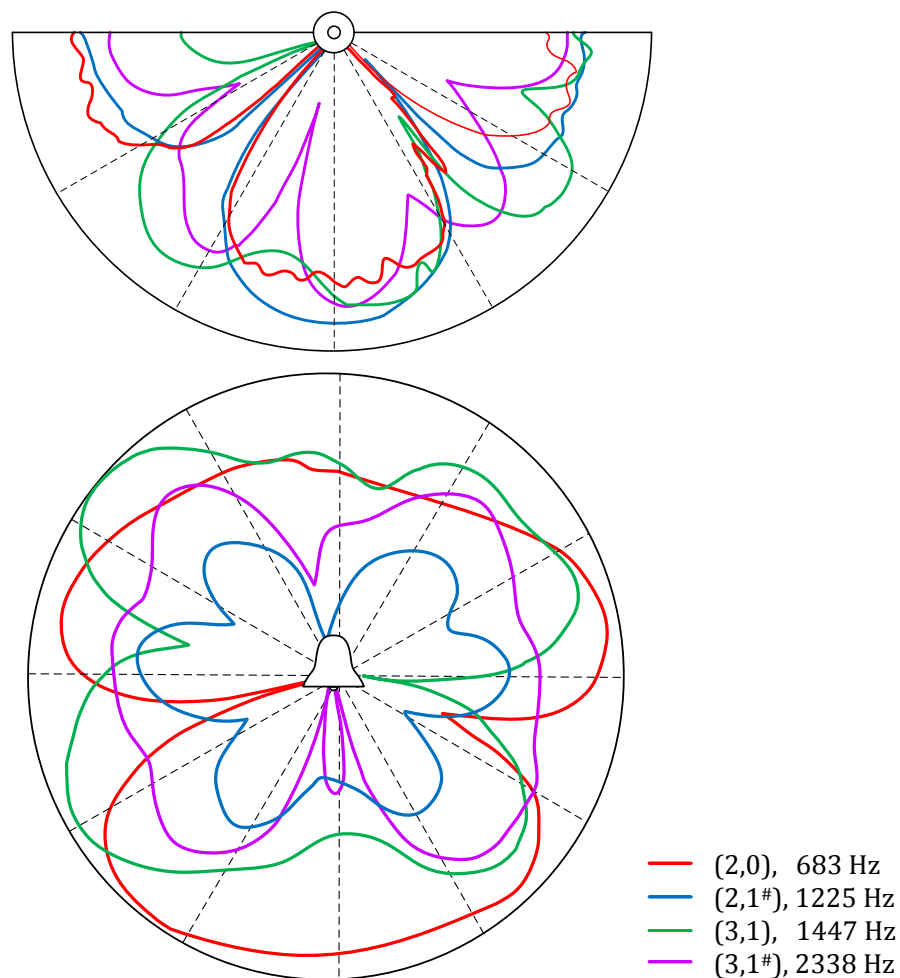


Slika 1.8 Aproksimacija zračenja zvona zračenjem cilindra



Slika 1.9 Aproksimacija zračenja zvona zračenjem dipola

Na slici 1.10 prikazani su rezultati merenja usmerenosti zvona prečnika 0.38 m i visine 0.31 m u horizontalnoj i vertikalnoj ravni za prva četiri moda oscilovanja na rastojanju 3 m od oboda zvona [Kun1986-2].



Slika 1.10 Izmereni dijagrami usmerenosti zvona u horizontalnoj i vertikalnoj ravni za prva četiri moda oscilovanja [Kun1986-2]

U dalekom polju, naročito na rastojanjima koja su mnogo veća od dimenzija zvona kada se zvono gotovo može smatrati tačkastim izvorom, amplituda zvučnog pritiska je srazmerna amplitudi brzine oscilovanja čestica vazduha. Amplituda pomeraja čestica je direktno srazmerna amplitudi brzine i frekvenciji kod prostih sinusoidalnih oscilacija, kakvo je oscilovanje površine zvona [Kur1977, Ros2007]. Sa druge strane, na samoj površini zvona amplitude pomeraja čestica odgovaraju

amplitudama oscilovanja površine zvona pa se može zaključiti da je za iste vrednosti amplitude oscilovanja pritisak srazmerno veći na visokim frekvencijama i da je snaga zračenja srazmerno veća na visokim frekvencijama.

Sa povećanjem dimenzija zvona povećava se površina zračenja pa samim tim i snaga zračenja [Kur1977, Fle1998, Ros2008]. Značajan porast efikasnosti zračenja dešava se kada rastojanje između susednih oscilujućih površina zvona (susednih izvora), koje osciluju sa suprotnim fazama, postane veće od polovine talasne dužine zvuka u vazduhu za posmatranu frekvenciju, drugim rečima, kada brzina fleksionih talasa u zvonu postane veća od brzine zvuka u vazduhu, što se dešava na takozvanoj frekvenciji koincidencije. Može se smatrati da je kod zvona brzina fleksionih talasa jednaka:

$$c_f = \frac{2\pi f R_0}{m}, \quad (1.26)$$

gde je f frekvencija posmatranog moda, R_0 poluprečnik zvona, a m polovina broja čvorova u horizontalnoj ravni. U tabeli 1.4 za realno zvono „Hanna“ crkve *Frauenkirche* u Drezdenu [Bau2004], mase $m = 291$ kg i poluprečnika $R_0 = 34,7$ cm, čiji je grafik slabljenja amplituda dat na slici 1.7, prikazane su brzine fleksionih talasa za pet modova, pri čemu je za frekvenciju moda uzeta srednja vrednost frekvencija udvojenog moda. Na osnovu tabele se može zaključiti da je fleksiona brzina svih modova veća od brzine zvuka u vazduhu, tako da zvono prilično efikasno zrači na frekvencijama svih modova. Kod većih zvona za niže parcijale ovaj uslov nije ispunjen pa je efikasnost zračenja manja.

Tabela 1.4 Brzine fleksionih talasa za prvih pet modova oscilovanja realnog zvona sa $R_0 = 34,7$ cm

Mod	f [Hz]	c_f [m/s]
(2,0)	349,6	381
(2,1 [#])	698,9	762
(3,1)	837,1	608
(4,1)	1407,8	767
(5,1)	2089,8	911

1.6 Pobuda zvona

Zvuk zvona zavisi od veličine, oblika, i karakteristika materijala od kog je izrađen bat zvona, kao i od mesta i jačine udara. Bat se najčešće pravi od kovanog ili livenog gvožđa, dok se kod karilona pravi od čelika [Fle1998, Ros2008]. Bat se kači u tački na osi ispod krune zvona tako da udarom pogađa najdeblji deo zvona na obodu kako bi se smanjila verovatnoća oštećenja i pucanja zvona [Rup2006], a na taj način su najviše pobuđeni modovu koji na ovom mestu upravo imaju maksimalne amplitude oscilovanja, modovi grupe I. Pokazano je da teži bat najviše pobuđuje niže modove, ali da je mod (4,1) – nominal potisnut.

Sam kontakt između bata i zvona traje veoma kratko, pedesetak mikrosekundi [Heu1949], do nekoliko stotina mikrosekundi [Fle2002, Woo2012]. U zavisnosti od ugla udara između bata i zvona dolazi do pojave „odskakanja“ bata prilikom udara.

Zbog velikog broja udara bata o zvono, i bat i zvono postepeno menjaju oblik tako da se na mestu udara stvara ravna površina. Ovakve promene utiču na zvuk zvona [Fle2002].

Detaljno ispitivanje dinamičkog sistema zvono-bat i složena pojava plastično-elastičnog kontakta između zvona i bata prikazana je u više radova u literaturi [Fle2002, Men2007, Men2008, Kle2011, Woo2012, Brz2015].

1.7 Zvonik

Zvono je u crkvama smešteno u zvoniku. Zvonik se nalazi na vrhu zgrade crkve i može biti potpuno otvoren, ili može biti prostorija dimenzija nešto većih od samog zvona, sa različitim otvorima. Pored karakteristike usmerenosti (opisane u poglavlju 1.5) i slabljenja zvuka u vazduhu, na sam zvuk zvona koji dolazi do slušaoca utiču i drugi paramteri kao što je visina zvonika, oblik, veličina i materijal od kog je zvonik izrađen, položaj zvona u zvoniku [Wer2004]. Ukoliko je zatvoren sam zvonik predstavlja rezonatorsku kutiju, koja može da istakne neke parcijale u zvuku zvona. Materijal od kog je izrađen zvonik utiče na apsorpciju, naročito na višim frekvencijama, kao i na difrakciju. Otvori pre svega utiču na jačinu zvuka. Pri tome

veći otvori omogućavaju prostiranje direktnog zvuka od zvona, smanjuju uticaj rezonance, kao i slabljenje visokih frekvencija.

2 Subjektivni doživljaj zvuka zvona

Za razumevanje subjektivnog doživljaja zvuka zvona, kao i percepcije različitih osobenosti tog zvuka, kao što su pojava izbijanja i udarni ton, potrebno je osvrnuti se na rad i karakteristike čula sluha. Čulo sluha čoveka predstavlja vrlo složen mehanizam koji ni danas nije izučen do kraja. Zvučna slika koju čovek percipira posledica je isprepletanih uticaja različitih fizioloških i psiholoških procesa. U ovom poglavlju prikazani su poznati procesi i mehanizmi čula sluha u onoj meri u kojoj je to neophodno za objašnjenje različitih aspekata subjektivnog doživljaja zvuka zvona. Neki od njih imaju značajan uticaj na subjektivni doživljaj visine tona složenog zvuka, kao što je zvuk zvona – udarni ton, i iz njih su izvedene različite teorije i razvijeni algoritmi. Jedan od algoritama primenjen je na određivanje udarnog tona zvona, što će biti prikazano u poglavlju 9.

2.1 Struktura čula sluha

Čulo sluha se može podeliti na dve funkcionalne celine: na fiziološku i psihološku komponentu. Fiziološka komponenta obuhvata organ sluha - anatomske delove koji obezbeđuju da se promene pritiska pretvore u nadražaje, koji se nervnim putevima prenose do kore velikog mozga. Psihološka komponenta obuhvata obradu prispelih podataka i stvaranje zvučne slike [Mij2011]. Sama anatomska građa uha, koja spada u fiziologiju čula sluha, prilično je dobro proučena i zahvaljujući tome mogu se objasniti pojedini pojmovi i fenomeni čula sluha, kao što su kritični opsezi, najmanja primetna promena frekvencije, efekat maskiranja, koji svi zajedno doprinose razumevanju složenih mehanizama koji dovode do detekcije subjektivnih atributa zvuka, kao što je visina tona.

Organ sluha anatomski i funkcionalno podeljen je na tri dela: spoljašnje, srednje i unutrašnje uho.

Spoljašnje uho čine ušna školjka i slušni kanal, do bubne opne. Ušna školjka ima ulogu u prikupljanju zvučne energije i usmeravanju ka slušnom kanalu. Na frekvencijama iznad 3 kHz ušna školjka predstavlja akustičku senku i pomaže u određivanju pravca nailaska zvuka. Slušni kanal se ponaša kao zvukovod ka bubnoj opni. Slušni kanal predstavlja cev dužine oko 2,5 cm zatvorenu sa jedne strane i kao rezonator doprinosi pojačanju zvuka posebno u oblasti od 3 kHz do 4 kHz [Ros1990, Jov1999, Mij2011].

Srednje uho obuhvata bubnu opnu, tri slušne košćice sa pratećim ligamentima i mišićima, i ovalni prozor. Bubna opna je tanka fibrozna membrana, koja ima funkciju akustičko-mehaničkog pretvarača i transformiše varijacije pritiska u mehaničke vibracije koje se preko slušnih košćica prenose do ovalnog prozora – membrane prema unutrašnjem uhu. Bubna opna je konusnog oblika i zategnuta je jednim mišićem pa je struktura njenog oscilovanja složena, ali u izvesnom stepenu ima izraženu rezonancu na oko 1 kHz [Kur1977]. Sistem košćica ima veoma važnu ulogu u transformisanju akustičke impedanse povećavajući pritisak na ovalnom prozoru oko 30 puta [Ros1990, Fas2007]. Pojačanje prenosnog mehanizma srednjeg uha ima vrednosti od 10 do 20 dB u frekvenzijskom opsegu do 2 kHz [Jov1999].

Unutrašnje uho sadrži takozvano pužasto telo ili kohleu (en. *cochlea*), u kome se nalaze slušni receptori. Kohlea je kanal ispunjen tečnošću, dužine oko 35 mm smotan u 2,5 navoja [Jov1999, Mij2011]. Unutrašnjost kohlee je uzdužno podeljena na dva dela (gornji i donji), membranom koja je delimično koščata, a delimično elastična, i naziva se bazilarna membrana. Bazilarna membrana je nešto kraća od same kohlee tako da pri vrhu kohlee postoji otvor (helikotrema) kroz koji tečnosti mogu slobodno fluktuirati i prelaziti iz jednog u drugi deo. Na početku kohlee nalaze se dve male membrane. Membrana koja se nalazi na gornjem delu kohlee je ovalni prozor, na koji je prislonjena koščica iz unutrašnjeg uha, i ona prenosi vibracije na tečnost u gornjem delu kohlee. Druga elastična membrana se nalazi na donjem delu kohlee (okrugli prozor) i omogućava veće pomeraje tečnosti između gornjeg i donjeg dela kohlee. U gornjem delu kohlee nalazi se još jedna tanka

Reisner-ova membrana koja u mehaničkom smislu ne utiče na vibracije bazilarne membrane i ne utiče na prostiranje zvuka [Kur1970, Jov1999].

Sa donje strane bazilarne membrane nalazi se *Corti*-jev organ, u kome su celom dužinom u nekoliko redova raspoređene receptorske ćelije sa dlačicama. Ove ćelije reaguju na pokrete bazilarne membrane. Mehanička pomeranja pri oscilovanju membrane izazivaju pobudu senzorskih ćelija, što kao rezultat daje odgovarajuću nervnu aktivnost, impulse, kojima se nadražaj prenosi do centara u mozgu.

Širina bazilarne membrane raste od početka kohlee ka kraju, a samim tim raste i njena elastičnost. Ovakav mehanički sistem ima poprečne sopstvene rezonance, čije se frekvencije kontinualno menjaju duž membrane i to od najviših (do 20 kHz) ka najnižim (oko 20 Hz) [Kur1977, Ros1990, Moo1995, Fas2007, Kut2009, Mij2011]. Sa druge strane, slabljenje pri prostiranju talasa kroz tečnost utiče na opadanje amplitude sa udaljenošću od ovalnog prozora.

Fizički procesi na bazilarnoj membrani imaju značajnu ulogu u formiranju zvučne slike. Kao odziv na zvučnu pobudu, koja se prenosi preko ovalnog prozora, dolazi do pokretanja tečnosti u kohlei i stvara se progresivni talas, koji se kreće od ovalnog prozora ka kraju membrane. Pod dejstvom talasa tečnosti javljaju se oscilacije bazilarne membrane koje odgovaraju anvelopi talasa [Jov1990]. Na mestu na kome se pobudna frekvencija poklopi sa rezonancom membrane dolazi do maksimalne amplitude vibracija. Na osnovu snimaka pomeraja bazilarne membrane u zavisnosti od frekvencije sinusne pobude, koji su prikazani na slici 2.1 [Bék1960, Sim1977], može se zaključiti da na mestu maksimalne amplitude oscilacija na bazilarnoj membrani dolazi do apsorpcije gotovo celokupne energije talasa i da je iza tog mesta membrana praktično u stanju mirovanja. Iz ovoga sledi da postoje pobude receptorskih ćelija od početka bazilarne membrane sve do zone u kojoj dolazi do rezonance, gde je pobuda najjača. Ovaj mehanizam je osnova objašnjenja percepcije visine tona prema takozvanoj teoriji položaja. Dakle, prema ovoj teoriji doživljaj visine tona određen je položajem maksimuma vibracija na bazilarnoj membrani za odgovarajuću pobudnu frekvenciju. Pri tome se smatra da se bazilarna membrana ponaša kao spektralni analizator [Ros1990, Mij2011], što

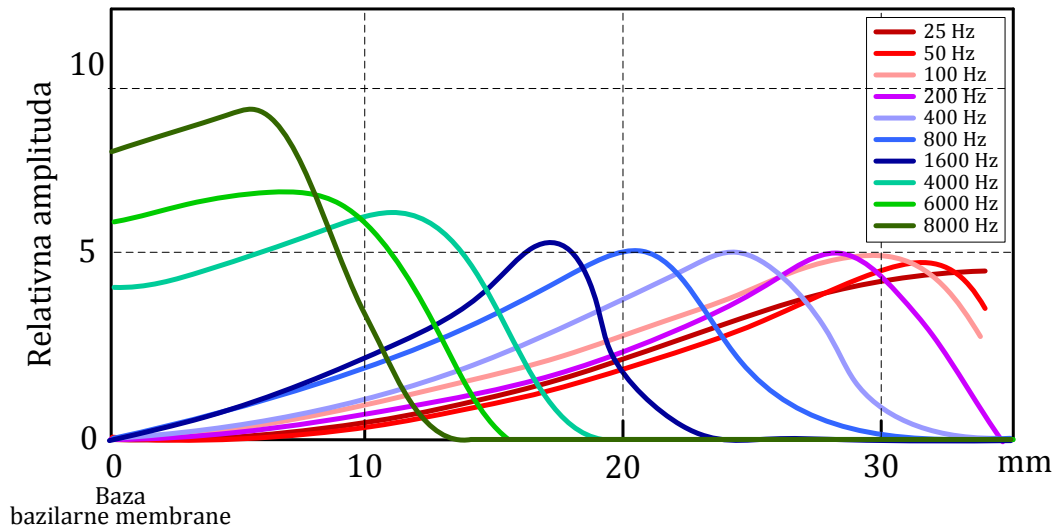
se može prikazati i krivama frekvencijske selektivnosti bazilarne membrane za određene frekvencije (slika 2.2).

Još nekoliko detalja treba istaći u vezi ponašanja bazilarne membrane na različitim pobudnim frekvencijama, kao i različitim nivoima.

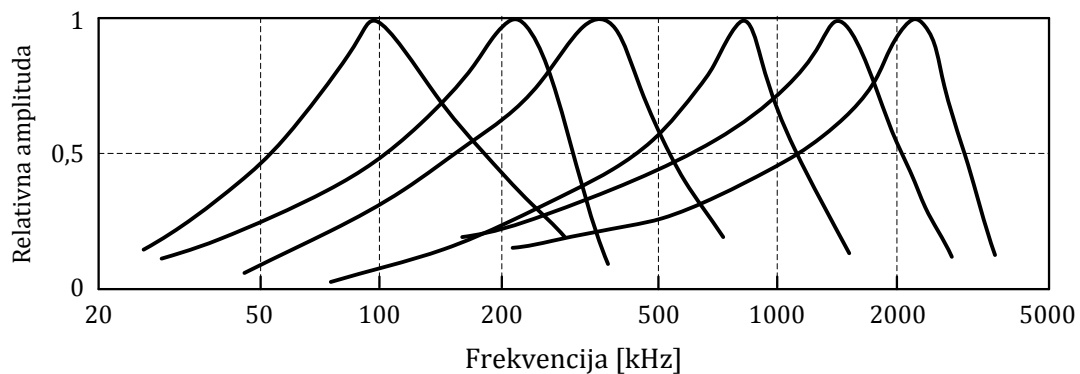
Sa smanjenjem frekvencije postepeno se maksimum oscilacija bazilarne membrane pomera ka kraju bazilarne membrane i amplitude oscilacija kraja membrane se smanjuju, da bi u jednom trenutku amplitude postale toliko male da prestaju nadražati receptorskih ćelija. Time je određena donja granična frekvencija čujnog opsega. Sa druge strane, pomenuto je da je bazilarna membrana najmanjih dimenzija i najveće krutosti na početku uz ovalni prozor pa to utiče na smanjenje amplituda oscilacija na visokim frekvencijama [Jov1999].

Činjenica da se bazilarna membrana širi ka kraju i da joj se povećava elastičnost, kao i da se kanal kohlee sužava, dovodi do smanjenja brzine kretanja progresivnog talasa, zahvaljujući čemu se povećava selektivnost uha za više frekvencije (što se uočava na slici 2.2).

Sa druge strane, receptorske ćelije reaguju na pomeranja bazilarne membrane i to tako što pošalju impuls kada se savije dlačica. Prema tome, na osnovu periodičnosti talasnog oblika signala uho vrši vremensku analizu signala (en. *phase locking*) i ka centrima u mozgu šalje broj impulsa koji odgovara pobudnoj frekvenciji. Dakle, vremenska raspodela impulsa koji stižu do centara u mozgu nosi kodiranu informaciju o vremenskoj raspodeli pobudnog zvuka. U mozgu se ta informacija dekodira primenom autokorelacije [Ros1990]. Na ovaj način se objašnjava percepcija visine tona prema teoriji periodičnosti. Međutim, pošto su u pitanju elektrohemijski procesi u ćeliji, posle svake reakcije i slanja impulsa ćeliji je potrebno određeno vreme da se vrati u prvobitno stanje da bi bila spremna za sledeću pobudu [Jov1990]. Iz ovoga sledi da na višim frekvencijama broj impulsa postepeno prestaje da prati frekvenciju signala i postaje konstantan [Kur1977, Par1989, Moo1995]. Smatra se da se to dešava na frekvencijama iznad 4 kHz [Moo1995].



Slika 2.1 Prostorna raspodela relativne promene amplitude vibracija duž bazilarne membrane (50 - 1600 Hz [Bék1960], 4000 - 8000 kHz [Sim1977])



Slika 2.2 Frekvencijska selektivnost bazilarne membrane [Sim1977]

Tokom prethodnog stoleća sproveden je veliki broj subjektivnih testova koji su prikazani u literaturi, i koji su pokazali prednosti i nedostatke obe teorije percepcije visine tona. Generalno, na niskim frekvencijama mehanizam periodičnog slanja impulsa ima dominantnu ulogu na percepciju visine tona, dok na visokim frekvencijama tu ulogu preuzima mehanizam mesta maksimalne pobude bazilarne membrane.

Ovde treba napomenuti da ne reaguju sve receptorske ćelije na isti nivo pobude, što čulu sluha daje fine mogućnosti za prepoznavanje promena u jačini signala.

Naravno, i ukupan broj pobuđenih ćelija daje informaciju o jačini pobudnog signala [Kur1977]. Pri tome se oblik progresivnog talasa razlikuje za različite nivoe pobude, gde pri pobudi većeg intenziteta talas ima širi vrh, a uzimajući u obzir raspodelu amplituda na bazilarnoj membrani sa slike 2.1, zaključuje se da jača pobuda utiče na povećanje visine tona (en. *pitch shift*), što je pre svega izraženo na visokim frekvencijama [Jov1999].

2.2 Osećaj zvuka

Osnovne karakteristike zvuka koje ga subjektivno opisuju su jačina (en. *loudness*), visina (en. *pitch*), boja (en. *timbre*) i trajanje zvuka. Ove karakteristike na veoma kompleksan način zavise od objektivnih karakteristika zvuka, kao što su spektar i nivo zvuka [Kur1977, Ros1990, Jov1999, Kut2009]. U ovom potpoglavlju biće ukratko izložene definicije ovih subjektivnih atributa zvuka, kao i fenomeni čula sluha koji utiču na ove attribute, a posebno oni fenomeni koji utiču na formiranje celokupne zvučne slike jednog složenog zvuka, kao što je zvuk zvona.

Prema definiciji Američkog nacionalnog instituta za standardizaciju (ANSI) [Ansi1960] visina tona se definiše kao subjektivni psihoakustički atribut zvuka prema kome se svi zvuci mogu svrstati po skali koja počinje sa niskim ili dubokim tonovima, a završava se visokim. Visina tona je pre svega određena frekvencijama parcijala: osnovnom frekvencijom harmonijskog zvuka, dok za percepciju visine tona složenog zvuka koji nema harmonijsku strukturu kao što je to zvuk zvona ne postoji jednostavno i jedinstveno objašnjenje. O različitim teorijama percepcije visine tona biće više reči u poglavlju 2.5. Pored osnovne frekvencije, spektar, nivo i trajanje zvuka takođe imaju uticaj na visinu tona [Kur1970, Ros1990].

Prema ANSI standardu boja ili kvalitet tona je subjektivna karakteristika zvuka koja omogućava razlikovanje zvukova koji potiču od različitih izvora i zavisi od frekvencija harmonika, odnosa amplituda i talasnih oblika obvojnica, anvelope vremenskog oblika signala, trajanja i nivoa zvuka [Ros1990].

Subjektivna jačina neposredno zavisi od jačine fizičke pobude, ali u manjoj meri i od njenog spektra i trajanja [Kur1970, Ros1990].

2.2.1 Efekat maskiranja

Efekat maskiranja predstavlja pojavu da istovremenim delovanjem više različitih zvukova na čulo sluha dolazi do uticaja na subjektivni doživljaj nekih zvukova, odnosno jedan zvuk maskira drugi. Maskirajući zvuk može biti čist sinusni ton, složen zvuk (koji se sastoji od većeg broja diskretnih komponenti), širokopojasni ili uskopolasni šum, i svaki od njih ima karakteristične efektne na zvuk koji je maskiran [Kur1970, Ros1990, Fas2007, Mij2011].

Maskiranje može biti frekvencijsko i vremensko. Frekvencijsko maskiranje može se objasniti posmatrajući krive prostorne selektivnosti bazilarne membrane prikazane na slici 2.1. S obzirom da se zvuk zvona sastoji od diskretnih komponenti, može se analizirati uticaj maskiranja jednih komponenti na druge. Jedan zvuk određene frekvencije aktivira određeni broj receptorskih ćelija na bazilarnoj membrani. Drugi zvuk bliske frekvencije može uticati na bazilarnu membranu samo ako je pobudi više nego što je već pobuđena. Drugim rečima, jači ton maskira tiši, odnosno podiže prag čujnosti. Sa slike 2.1 vidi se da, s obzirom da se rezonantne oblasti na bazilarnoj membrani nižih frekvencija pomeraju ka kraju membrane, niže frekvencije pobuđuju receptorske ćelije koje generišu informaciju o višim frekvencijama, tako da kriva frekvencijskog maskiranja oko maskirajuće frekvencije nije simetrična, već se širi ka višim frekvencijama i direktno je uslovljena oblikom raspodele amplituda oscilovanja bazilarne membrane.

Vremensko maskiranje predstavlja pojavu pri kojoj pri pobudi određenim zvukom, izvestan vremenski interval pre i posle tog maskirajućeg zvuka drugi zvukovi ispod određenog intenziteta ne mogu biti detektovani [Ros1990, Fas2007, Mij2011].

Može se zaključiti da će subjektivni doživljaj zvuka zvona, zbog uticaja efekta maskiranja, zavisiti kako od odnosa frekvencija parcijala, tako i od relativnih odnosa njihovih amplituda, koji se menjaju u toku odzvana. Tako je moguće da dva zvona sa frekvencijama na istim parcijalima imaju potpuno drugačije udarne tonove. Ovaj efekat je jedan od parametara u algoritmu za određivanje udarnog tona zvona, koji je prikazan u poglavlju 2.6.

2.2.2 Kritični opsezi

Na slici 2.1 se uočava da zvuk određene frekvencije pobuđuje šire područje oko rezonantnog položaja na bazilarnoj membrani. Nekoliko je eksperimenata koji pokazuju različite efekte u okviru određenog frekvencijskog opsega koji obuhvata određeno područje na bazilarnoj membrani. Pretpostavlja se da je fiziološka osnova toga činjenica da su receptorske ćelije u okviru jednog područja spojene jednim neuronom iz auditornog nerva [Ain1976].

Eksperimentalno je uočeno da ton određene frekvencije može biti maskiran samo uskopojasnim šumom, čiji je spektralni sadržaj skoncentrisan u uskom području oko maskiranog tona, [Jov1999, Fas2007], kao i da je subjektivna jačina šuma konstantne snage konstantna za širinu spektra šuma koja je manja od pomenutog područja [Par1989]. Takođe je pokazano da je uho osetljivo na fazne razlike komponenti složenog zvuka unutar ovog uskog područja [Kur1977, Jov1999]. Bazilarna membrana je, dakle, podeljena na područja dužine oko 1,3 mm, u okviru kojih se signal analizira kao celina. Frekvencijski opsezi, koji odgovaraju ovim područjima bazilarne membrane nazivaju se kritični opsezi [Par1989, Ros1990, Jov1999, Fas2007, Mij2011]. Položaji područja na bazilarnoj membrani koja odgovaraju kritičnim opsezima nisu fiksirani, već se ovakva područja formiraju oko mesta najjače pobude pa se može smatrati da čulo sluha sadrži filtre sa promenljivom centralnom frekvencijom i širinom koja odgovara širini kritičnih opsega [Kur1970, Zwi1980] (slika 2.2). Uvedena je jedinica bark koja približno označava širinu kritičnog opsega [Kur1970, Ros1990, Jov1999, Fas2007].

Generalno se može smatrati da širina kritičnih opsega ne zavisi od frekvencije do pobudnih frekvencija od oko 500 Hz i iznosi oko 100 Hz, dok iznad te frekvencije raste približno linearno sa frekvencijom prateći širinu tercnih opsega - $2^{1/3} f$ [Ros1990] (pojmovi muzičkih intervala uvedeni su u poglavlju 3.2), kao što je prikazano na slici 2.3. Ipak, u različitim subjektivnim testovima opisanim u literaturi prikazane su različite vrednosti širine kritičnih opsega [Ros1990].

Zavisnost između kritičnih opsega sa jedinicom bark i frekvencije data je jednačinom (2.5) i primenjena je u algoritmu za izračunavanje visine složenog zvuka.

2.2.3 Najmanja primetna promena frekvencije

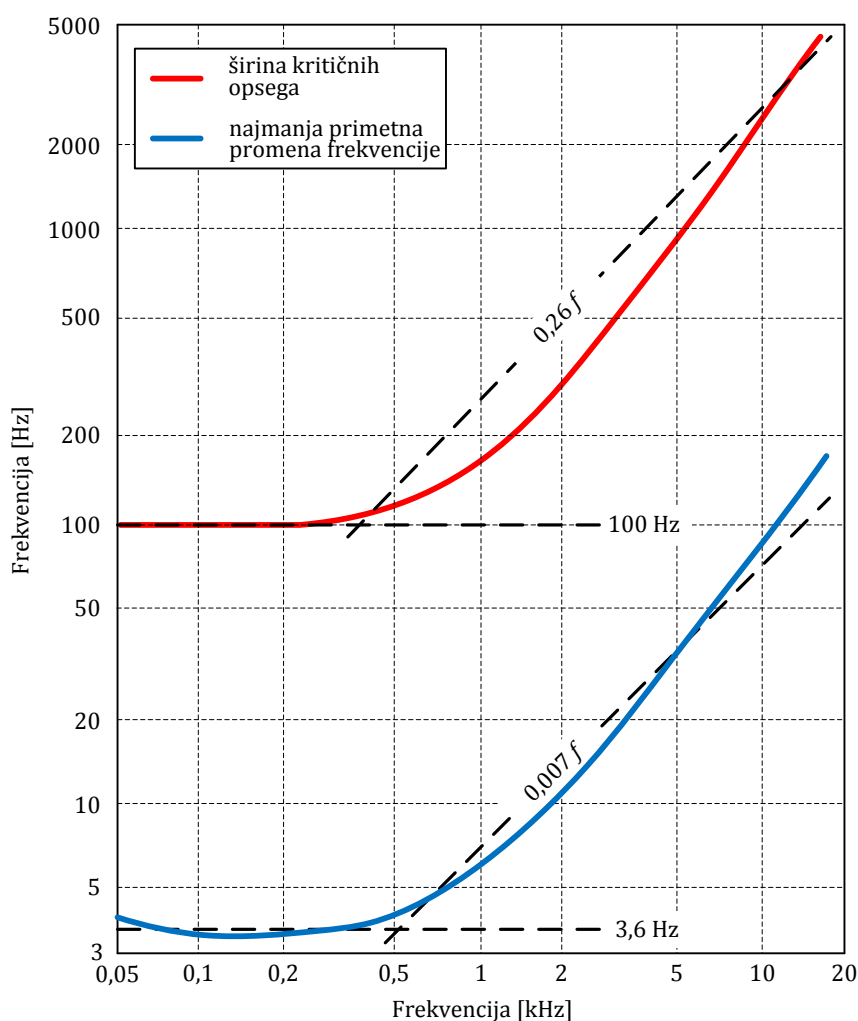
Najmanja primetna promena frekvencije (en. *just noticeable difference* - *jnd*) predstavlja razliku frekvencija dva tona (reprodukovana naizmenično) kad počnu subjektivno da se doživljavaju kao tonovi iste visine [Ros1990, Jov1999, Fas2007]. Najmanja primetna promena frekvencije zavisi od frekvencije, nivoa i trajanja tona, kao i od brzine promene reprodukcije analiziranih tonova. Kao i širina kritičnih opsega, najmanja primetna promena frekvencije ima približno konstantnu vrednost do pobudnih frekvencija od oko 500 Hz, dok iznad te frekvencije raste približno linearno sa frekvencijom, kao $0.007f$ [Fas2007]. Na slici 2.3, pored širine kritičnih opsega, prikazana je zavisnost najmanje primetne promene frekvencije, koja je određena frekvencijski modulisanim sinusnim tonom frekvencije 4 Hz pri subjektivnoj jačini zvuka od 60 fona [Fas2007]. Može se uočiti da je najmanja primetna promena frekvencije oko 30 puta manja od najmanje primetne promene frekvencije, što znači da oba ova parametra zavise od istog mehanizma u uhu [Ros1990].

Najmanja primetna promena frekvencije prikazana na slici 2.3 određena je kao srednja vrednost rezultata četiri subjekta [Fas2007]. Treba napomenuti da ova karakteristika zavisi od muzičkog iskustva subjekta, kao i od metode merenja u subjektivnom testu [Ros 1990].

2.2.4 Dominantni frekvencijski opseg

Kao što je već rečeno, subjektivna jačina zvuka pre svega zavisi od jačine fizičke pobude, odnosno od nivoa pobudnog zvuka. Međutim, poznato je da subjektivni doživljaj jačine zvuka nije linearna funkcija nivoa zvuka, koja je posledica fizičkih i fizioloških karakteristika uha, kao i da osetljivost uha zavisi od frekvencije [Mij2011]. Eksperimentalno su utvrđene krive koje prikazuju zavisnost nivoa zvuka od frekvencije za sinusne tonove koji subjektivno imaju istu jačinu –

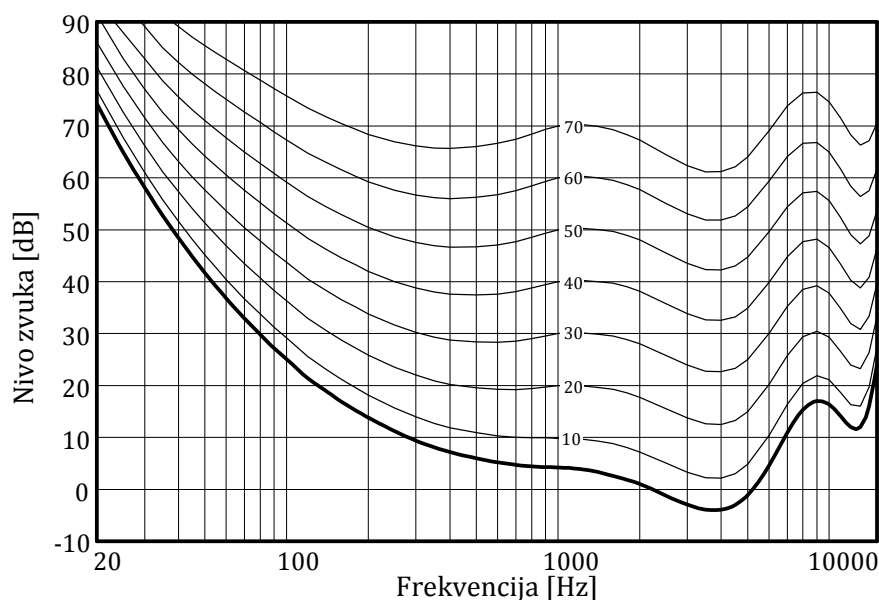
takozvane izofonske linije, i uvedena je jedinica fon. Na slici 2.4 prikazane su eksperimentalno određene izofonske krive [Rob1956], na osnovu kojih se može zaključiti da je uho najosetljivije u oblasti frekvencija od 3 kHz do 4 kHz, u okolini prve rezonantne frekvencije slušnog kanala, kao i da ima priličan pad osetljivosti na niskim frekvencijama, što je posledica pomenutog smanjenja amplituda oscilacija bazilarne membrane kada se rezonantno područje približava kraju membrane.



Slika 2.3 Širina kritičnih opsega i najmanja primetna promena frekvencije određivana frekvencijski modulisanim sinusnim tonom frekvencije 4 Hz pri subjektivnoj jačini zvuka od 60 fona [Fas2007]

Na slici 2.4 se može uočiti i kriva od 0 fona, koja predstavlja prag čujnosti, odnosno najmanje nivoe signala koje ljudsko uho može da percipira.

Na osnovu promene osetljivosti uha u zavisnosti od frekvencije može se zaključiti da dva zvona mogu imati iste odnose frekvencija parcijala i iste relativne odnose amplituda u svakom trenutku vremena (to važi za zvona skalirana po veličini, na osnovu principa sličnosti, kao što je pomenuto u poglavlju 1.3.3.1), a da su njihovi udarni tonovi drugačije postavljeni u odnosu na frekvencije parcijala, generalno da imaju drugačiji subjektivni doživljaj osim samo promene po visini. Dominantni frekventijski opseg je takođe jedan od parametara u algoritmu za određivanje udarnog tona zvona, koji je prikazan upoglavlju 2.6.

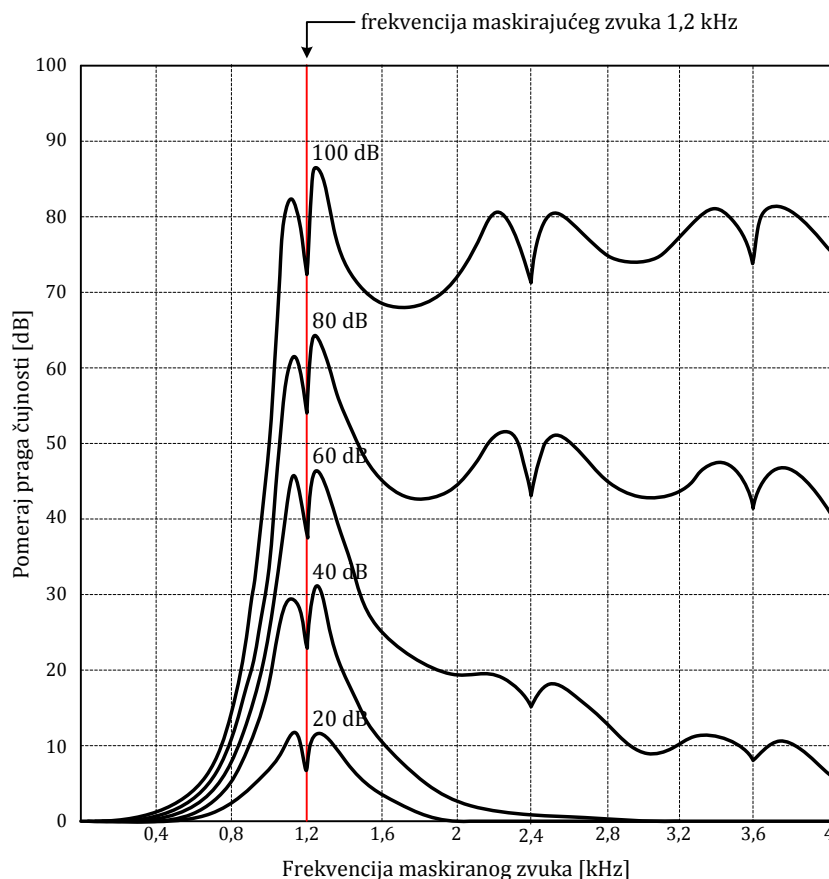


Slika 2.4 Izofonske krive [Rob1956]

2.3 Efekat izbijanja

Efekat izbijanja je karakteristična psihološka pojava subjektivnog doživljaja dve bliske frekvencije, koja je naročito izražena kod zvuka zvona zbog postojanja degenerisanih modova sa blago razmaknutim frekvencijama usled nesavršenosti zvona (poglavlje 1.2).

Može se smatrati da je zbir dva čista sinusoidalna signala različitih frekvencija zapravo fazno modulisan signal čija se amplituda menja u ritmu razlike frekvencija dva polazna tona (vrednosti variraju između zbira i razlike amplituda), dok je frekvencija približno jednaka aritmetičkoj sredini (zapravo frekvencija takođe varira u ritmu frekvencije zbira, a varijacije zavise od odnosa amplituda – detaljne formule izvedene su u prilogu 5). U zavisnosti od veličine razlike ovih frekvencija uho simultano dejstvo dva čista sinusna tona doživljava na različite načine, zbog fizičkih procesa koji se dešavaju na bazilarnoj membrani. Već je pomenuto da u okviru opsega najmanje primetne promene frekvencije dva tona zvuče isto kada se naizmenično puštaju. Međutim, kada se puštaju istovremeno uho subjektivno doživljava visinu koja po frekvenciji približno odgovara tonu frekvencije jednake aritmetičkoj sredini dve frekvencije, dok se subjektivna jačina menja u ritmu razlike frekvencije i u trenucima maksimalne amplitude odgovara zbiru amplituda pritisaka dve komponente. Ova pojava naziva se pojava izbijanja [Kur1970, Ros1990, Jov1999, Fas2007] i izražena je za razlike u frekvencijama do 10 Hz [Ros1990, Fas2007]. Za razlike iznad 15 Hz efekat izbijanja polako prelazi u karakterističan hrapav zvuk. U ovom opsegu nivo zvuka odgovara zbiru intenziteta dve komponente. Daljim povećanjem razlike frekvencija u jednom trenutku počinje da se uočava razdvajanje dve komponente, ali i dalje sa prizvukom hrapavosti. To je posledica činjenice da su frekvencije i dalje dovoljno bliske tako da se pobuđene oblasti na bazilarnoj membrani delimično preklapaju. Frekvencija na kojoj dolazi do razdvajanja je manja od širine kritičnog opsega i menja se sa frekvencijom slično kao i širina kritičnih opsega i najmanja primetna promena frekvencije, koje su prikazane na slici 2.3: do 500 Hz ima vrednost koja odgovara veličini polustepena – oko 0.06 (pojam stepena jednako temperovane skale uveden je u poglavlju 3.2), a u oblastima ispod 200 Hz i iznad 4 kHz ima vrednosti veće od celog stepena. Generalno, ova frekvencija ima vrednosti koje su 7 do 30 puta veće od najmanje primetne promene frekvencije, ali uvek manje od širine kritičnih opsega. Kada razlika frekvencija postane veća od širine kritičnog opsega subjektivno se jasno uočavaju dve komponente [Ros1990].



Slika 2.5 Efekat maskiranja čistim sinusnim tonom frekvencije 1,2 kHz [Weg1924]

Na slici 2.5 prikazan je dijagram podizanja praga čujnosti prilikom efekta maskiranja čistim sinusnim tonom [Weg1924]. Frekvencija maskirajućeg tona je 1,2 kHz. Na krivama maskiranja uočavaju se izraziti lokalni minimumi na frekvenciji maskirajućeg tona, i nešto manje izraženi minimumi na frekvencijama harmonika osnovne frekvencije. Ovi minimumi su posledica pojave izbijanja, dok okolni maksimumi predstavljaju oblasti razdvajanja dve komponente. Pojave izbijanja na harmonicima osnovnog harmonika ne potiču direktno od pobudnog signala već su posledica nelinearnosti pre svega u okviru unutrašnjeg uha [Kur1970, Ros1990, Jov1999]. Ova pojava se naziva izbijanje drugog reda i biće objašnjena u sledećem poglavlju, zajedno sa drugim pojavama koje su posledica nelinearnosti.

Kao što će se videti prilikom analize zvuka zvona, sopstvene frekvencije degenerisanih modova se najčešće razlikuju za ne više od par herca pa dolazi

uglavnom samo do pojave izbijanja, a ne i do neprijatno hrapavog zvuka koji se javlja kada su frekvencije više razmaknute.

2.4 Nelinearnost uha

Nekoliko je fenomena subjektivnih doživljaja zvuka koji se mogu objasniti nelinearnošću uha.

Dovoljno glasan čist sinusni ton će proizvesti subjektivan osećaj harmonijskih komponenti na frekvencijama celobronih umnožaka frekvencije sinusnog tona.

U prethodnom poglavlju objašnjeno je da pri istovremenom delovanju dva sinusna tona bliskih frekvencija f_1 i f_2 , dolazi do pojave izbijanja, ali da kada razlika frekvencija postane veća od širine kritičnih opsega na posmatranim frekvencijama, počinju jasno da se uočavaju dva tona. Međutim, sa povećanjem razlike između frekvencija subjektivno počinje da se uočava i čitav niz kombinovanih tonova nastalih kao različite kombinacije razlike frekvencija hamonika [Ros1990, Jov1999]. Pre svega, najviše se izdvaja ton na frekvenciji razlike frekvencija pobudnih signala $f_2 - f_1$. Subjektivna jačina ovog tona varira u zavisnosti od frekvencija f_1 i f_2 : za frekvencije iznad 1 kHz subjektivna jačina ovog tona je za oko 50 dB niža od subjektivne jačine pobudnih tonova, dok za frekvencije iznad 1 kHz subjektivna jačina tona razlike može biti i samo desetak decibela ispod jačine pobudnih tonova [Plo1965-1]. Sledeći ton koji se jasno izdvaja je takozvani ton kubne razlike, $2f_1 - f_2$. Tonovi kubne razlike i drugih kombinacija frekvencija najbolje se uočavaju pri odnosu frekvencija $f_2/f_1 \approx 1,1$, dok sa povećanjem ovog odnosa vrlo brzo prestaju da budu uočljivi. Sa druge strane, ton razlike pobudnih signala $f_2 - f_1$ se dobro čuje u mnogo širem frekvencijskom opsegu i ne zavisi toliko od odnosa pobudnih frekvencija. Ove dve činjenice pokazuju da su različiti delovi uha uzroci ovih različitih posledica nelinearnosti, i to najverovatnije je ton razlike posledica nelinearnosti u srednjem uhu, dok su ostala izobličenja posledica nelinearnosti u unutrašnjem uhu [Ros1990].

Uočeni subjektivni fenomeni mogu se matematički dokazati ako se pretpostavi da je odziv uha na pobudu zvučnim pritiskom p sledećeg oblika [Fle1929]:

$$x = \sum_{i=0} a_i p^i, \quad (2.1)$$

gde su a_i koeficijenti koji se mogu utvrditi eksperimentalnim putem.

Ipak, sa pretpostavljenim odzivom uha prikazanim u jednačini (2.1) prilikom pobude koju čine dva sinusna tona očekivalo bi se da se čuju i izobličenja na višim frekvencijama koja odgovaraju zbiru harmonika osnovnih frekvencija. Jedno moguće objašnjenje je da su tonovi na višim frekvencijama maskirani osnovnim frekvencijama f_1 i f_2 [Ros1990].

Pojava izbijanja na višim harmonicima – izbijanja drugog reda, može se objasniti i primenom teorije periodičnosti. U poglavlju 2.3 pomenuto je da se amplituda signala koji odgovara zbiru dve sinusne komponente menja u ritmu razlike frekvencija tih komponenti, dok se signal ponaša kao fazno modulisan. U poglavlju 2.1 pomenuto je da određene receptorske ćelije reaguju na određene nivoe pobude. Otuda će kolebanja amplitude u određenom ritmu izazvati periodično generisanje nervnih impulsa što će izazvati karakteritičan doživljaj izbijanja [Ros1990].

2.5 Percepcija visine tona

U poglavlju 2.2 definisana je visina tona kao subjektivna karakteristika zvuka kojom se zvuk ocenjuje kao nizak (dubok) ili visok. Visina tona je jedan od najznačajnijih subjektivnih atributa zvuka i zato principi subjektivne percepcije visine tona naročito složenih zvukova ne prestaju da budu predmet interesovanja i istraživanja [Che2004]. Istorijski značajan period počinje sa teorijama *Helmoltz*-a i *Ohm*-a u XIX veku, koje iako su se pokazale kao ne potpuno tačne, postavile su polazne osnove i ideje za dalja istraživanja i razvoj novih teorija [Plo1964, Ros1990, Che2004, Che2005]. Danas postoji nekoliko osnovnih teorija o načinu na koji ljudsko uho analizira zvuk koji dolazi do njega i subjektivnim testiranjima su delimično potvrđene različite ideje što dovodi do zaključka da je proces slušanja

izuzetno složen i da su uključeni različiti mehanizmi detekcije zvuka, koji se objašnjavaju kroz elemente fizike, psihologije, psihofizike, psihoakustike, fiziologije i neurologije [Lee2004].

2.5.1 Percepcija visine sinusnog tona

Najjednostavniji oblik pobude je čist sinusni ton. U opštem slučaju visinu tona određuje frekvencija pobude, ali visina tona nije jednoznačno povezana sa frekvencijom. U opsegu frekvencija do oko 500 Hz važi logaritamski zakon percepcije visine: kada se frekvencija tona povećava dva puta subjektivno se doživljava da se visina tona povećava za isti interval (taj interval naziva se oktava, a iznešeno pravilo oktavna ekvivalentnost, koja je osnova generisanja muzičkih skala, što će biti opisano u poglavlju 3) [Kur1970, Ros1990, Jov1999]. Ova karakteristika čula sluha objašnjava se logaritamskom raspodelom mesta maksimalnih pomeraja bazilarne membrane za pobude odgovarajućih frekvencija duž membrane [Jov1999, Mij2011]. U cilju nalaženja intervala koji se subjektivno doživljavaju kao jednaki uvedena je jedinica mel. Na slici 2.6 prikazana je zavisnost mela od frekvencije. Uočava se pomenuti opseg logaritamskog zakona do frekvencije od oko 500 Hz, u okviru kog se jedinice mel i herc poklapaju. Iznad 500 Hz jednakom broju mela odgovara sve veća promena frekvencija.

Iz činjenice da između jedinice za visinu tona i jedinice za širinu kritičnog opsega postoji veza da je 1 bark jednak vrednosti od 100 mela, može se zaključiti da kritični opsezi igraju ulogu u percepciji visine tona.

Visina sinusnog tona zavisi od jačine pobude. Zbog oblika raspodele amplituda na bazilarnoj membrani prikazanoj na slici 2.1, jača pobuda pobuđuje veći broj receptorskih ćelija ka ovalnom prozoru, odnosno ka oblasti viših frekvencija pa se očekuje da se visina tona subjektivno poveća [Jov1999]. Iako je ova pojava utvrđena od strane muzičara pod određenim uslovima, subjektivna testiranja su utvrdila da se sa povećanjem intenziteta niskih tonova (ispod oko 1 kHz) visina tona smanjuje [Ste1935, Ter1979] ili eventualno se ne menja [Coh1961], dok je zajednički zaključak da na visokim frekvencijama visina tona raste sa povećanjem intenziteta

pobude. Ove promene su ipak dosta manje nego što se smatralo posle ranih ispitivanja ove pojave [Ste1935].

Visina tona zavisi od anvelope sinusnog tona. Eksperimentalno je pokazano da je visina tona određene frekvencije veća koliko se amplituda eksponencijalno smanjuje ili povećava u odnosu na isti ton konstantne amplitude [Har1978-1, Ros1986]. Pri tome, veličina pomeraja visine zavisi od nivoa zvuka, kao i od brzine promene amplitude [Ros1986]. Slična pojava promene visine tona primećna je u realnim reverberantnim uslovima i to naročito u crkvama kada se posle vrlo glasnog poslednjeg akorda na orguljama ima subjektivni utisak da se visina tona povećava u toku reverberacije [Par1974]. Ovaj fiziološki efekat ima uticaj na percepciju udarnog tona zvona što je istaknuto u [Sch1965], s obzirom da se zvuk zvona sastoji od diskretnih komponenata koje eksponencijalno opadaju različitim brzinama, kao što je pokazano u poglavlju 1.4.4.

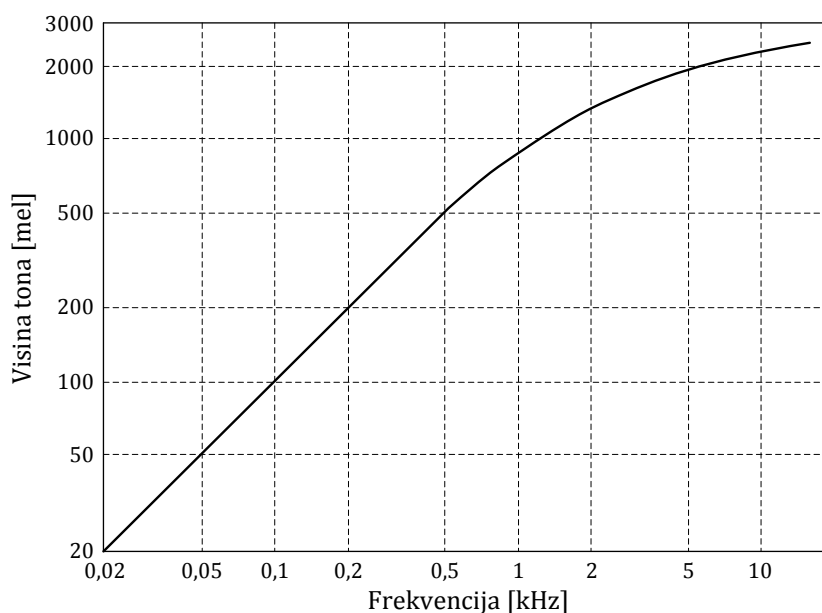
Visina tona zavisi od trajanja tona: pri kratkoj pobudi veći deo trajanja pobude je zapravo prelazni režim, u toku kog je zbog njegovog širokog spektra pobuđena gotovo cela bazilarna membrana, pomerajući doživljaj visine ka srednjim frekvencijama na kojima je uho najosetljivije (slika 2.4) [Kur1970]. To znači da će se visina kratke pobude na nižim frekvencijama povećavati, a na višim frekvencijama smanjivati.

2.5.2 Percepcija visine harmonijskog niza

Pod složenim zvukom se podrazumeva zvuk koji se sastoji od dve ili više diskretnih komponenti. Najjednostavniji slučaj složenog zvuka je harmonijski niz komponenti. Tada visina tona najčešće odgovara frekvenciji osnovnog harmonika.

Jedan od najpoznatijih fenomena percepcije visine tona je takozvana percepcija nedostajućeg fundamentala. Naime, iako osnovni harmonik – fundamental, nije fizički prisutan u zvuku, uho će na osnovu viših harmonika oceniti visinu zvuka koja odgovara osnovnom harmoniku. Pokazano je da je dovoljno prvih tri do pet harmonika da bi se visina tona ocenila kao nedostajući fundamental, kao i da za frekvencije fundamental do 200 Hz dominantnu ulogu imaju četvrti i peti

harmonik. Zaključeno je da postoji dominantna oblast na bazilarnoj membrani u pogledu percepcije visine tona koja pokriva kritične opsege koji obuhvataju po jedan harmonik [Plo1967, Rit1976]. Sa porastom frekvencije smanjuje se broj dominantnih harmonika. Prethodni rezultati se mogu objasniti činjenicom da sa porastom frekvencije raste širina kritičnih opsega tako da je veći broj harmonika obuhvaćen istim kritičnim opsegom pa oni ne doprinose percepciji visine složenog tona [Plo1964, Ros1990, Jov1999]. Interesantno je da je upravo ova činjenica sa potpuno suprotnim zaključkom bila osnova jedne od prvih teorija o pecepciji visine tona ostatka (en. *residue theory*) [Sch1940] koja se zasniva na teoriji periodičnosti i prema kojoj harmonici koji su obuhvaćeni istim kritičnim opsegom ne mogu biti „određeni“ i razdvojeni u frekvencijskom smislu na nivou bazilarne membrane tako da zadržavaju periodičnost anvelope polaznog tona (en. *unresolved harmonics, residue*). Kao što je rečeno, u radovima [Plo1967, Rit1976] ova teorija je opovrgnuta i pokazano je da je visina određena nižim harmonicima, koji jesu određeni položajem rezonance na bazilarnoj membrani (en. *resolved harmonics*).



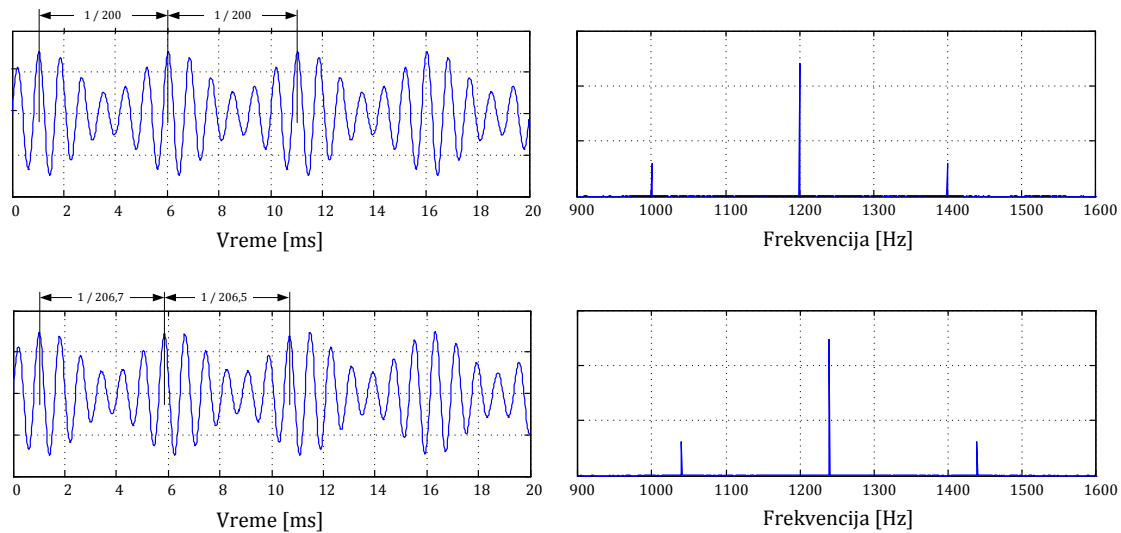
Slika 2.6 Zavisnost jedinica mel i herc [Fas2007]

Nedostajući fundamental predstavlja specijalni slučaj teorije virtulениh tonova o percepciji visine tona, koja će biti objašnjena u potpoglavlju 2.5.3, i primenjena za određivanje udarnog tona zvona, u poglavlju 9.

Fenomen nedostajućeg fundamentala objašnjava se teorijom periodičnosti percepcije visine tona, koja je opisana u poglavlju 2.1, prema kojoj se percepcija visine tona vezuje za periodičnost talasnog oblika pobudnog signala. Ova teorija potvrđena je sledećim eksperimentom [Sch1940]. Primenom amplitudске modulacije tona od 1200 Hz tonom od 200 Hz dobijaju se tri komponente na frekvencijama 1000 Hz, 1200 Hz i 1400 Hz. Ovaj niz se ponaša kao peti, šesti i sedmi harmonik fundamentala od 200 Hz. Doživljena visina tona odgovara frekvenciji od 200 Hz. Na isti način modulacijom tona od 1240 Hz dobijaju se komponente 1040 Hz, 1240 Hz i 1440 Hz. Doživljena visina tona odgovara frekvenciji od oko 207 Hz. Ako se pogledaju talasni oblici signala prikazanih na slici 2.7 uočava se da u drugom slučaju položaji maksimuma variraju sa prosečnom frekvencijom od 207 Hz, koju uho detektuje, iako je razlika frekvencija komponenti 200 Hz. Ovo proizilazi iz činjenice da ako se tri frekvencije 1040 Hz, 1240 Hz i 1440 Hz posmatraju kao peti, šesti i sedmi harmonik, nedostajući fundamental ima frekvenciju od oko 207 Hz. Sličan eksperiment sa dužim nizom harmonika prikazan u [Pat1973] potvrdio je prethodno iznešene rezultate.

Iako na prvi pogled deluje da bi pojava nedostajućeg fundamentala mogla biti posledica nelinearnosti uha, u prethodnim eksperimentima je pokazano da su pojava tona razlike frekvencija i pojava nedostajućeg fundamentala ipak dva nezavisna fenomena. Prvi je nastao kao posledica nelinearnosti uha, dok se percepcija visine kompleksnih tonova odvija na neuralnoj osnovi [Jov1999]. Još je činjenica koje pokazuju da se radi o različitim fenomenima. Nivo nedostajećeg fundamentala je za oko 20 dB niži od prisutnih harmonika, dok je ton razlike niži za oko 50 dB [Plo1965-1]. Kada se blisko frekvenciji tona razlike frekvencija doda test ton dolazi do pojave izbijanja, dok sa test tonom u blizini nedostajućeg fundamentala ne dolazi do izbijanja [Sch1940]. Ton razlike frekvencija se može maskirati šumom, dok nedostajući fundamental ne može [Sma1961]. Još jedan dokaz da se percepcija nedostajućeg fundamentala odigrava u centrima u mozgu je

eksperiment gde se nedostajući ton jednako percipira bilo da se dva harmonika nedostajućeg fundamentala dovode istovremena na oba uha (mono slušanje), ili svaki na različiti uho (dihotičko slušanje) [Hou1972].



Slika 2.7 Talasni oblici u eksperimentu ispitivanja percepcije nedostajućeg fundamentala

2.5.3 Složene teorije percepcije visine tona

U poglavlju 2.1 objašnjena je fiziološka pozadina dve osnovne teorije o percepciji visine tona: teoriji položaja i teoriji periodičnosti. Kako je pokazano, svaki od mehanizama na kojima su zasnovane ove teorije objašnjava određene eksperimentalne rezultate, tako da teorija položaja i teorija periodičnosti predstavljaju dve komplementarne teorije percepcije visine tona [Lee2004]. Na osnovu teorije položaja sedamdestih godina razvijene su tri složene teorije o percepciji visine zvuka, koje zapravo baziraju svoje ideje na prepoznavanju oblika (en. *pattern matching*) u spektru percipiranih frekvencija [Che2005]. Ove tri teorije i danas važe za polazne postulate [Ros1990, Lee2004, Che2005]. Iako se baziraju na različitim principima, teorije zapravo imaju dosta dodirnih tačaka. Da bi se ispitala konzistentnost teorija za različite pobudne signale sproveden je veliki broj subjektivnih testova, koji su dokazali ili opovrgli predikciju ovih teorija [Hou1978,

Hou1986]. Ni jedna teorija ne opisuje u potpunosti percepciju visine tona složenog zvuka.

Prva teorija naziva se teorija optimalnog procesora (en. *optimum processor theory*) čiji je začetnik *J.L. Goldstein* [Gol1973]. Ova teorija bazirana je na ideji rada bazilarne membrane kao spektralnog analizatora. Prema ovoj teoriji centralni procesor (mozak) prepoznaje spektralne oblike u informacijama koje dobija od spektralnog analizatora (bazilarne membrane) i pronalazi najbolju procenu osnovnog harmonika od poznatih šablona na osnovu metode maksimalne verodostojnosti, uz pretpostavku da frekvencije pobude odgovaraju nepoznatom nizu harmonika nepoznate osnovne frekvencije. Pri tome, frekvencije koje se analiziraju su one koje mogu da se izdvoje na bazilarnoj membrani – *resolved harmonics*, a amplituda i faze ovih signala se ne uzimaju u obzir. Prema kasnijoj dopuni ove teorije frekvencije se takođe mogu izdvojiti na osnovu vremenskog oblika primenom teorije periodičnosti [Sru1983].

Druga teorija je teorija transformacije oblika (en. *pattern trasformation theory*) *F.L. Wigthman*-a [Wig1973]. *Wigthman* je razvio matematički model transformacije oblika visine tona, koji je zasnovan na auditornom mehanizmu prepoznavanja oblika. Pod „oblikom“ se podrazumeva dvodimenzionalna raspodela nervnih aktivnosti: položaj i amplituda. Različiti položaji u okviru oblika predstavljaju pojedine nerve ili grupe nerava, dok amplituda predstavlja aktivnost nerava. Pretpostavka je da spektar snage pobude može predstavljati oblik periferne aktivnosti i taj oblik se koristi kao polazni oblik. *Fourier*-ova transformacija ovog oblika daje oblik koji je sličan autokorelacionoj funkciji pobude. Poslednji korak je dobijanje informacije o visini tona iz poslednjeg dobijenog oblika pronalaženjem maksimuma aktivnosti nerava.

Treća teorija je teorija virtuelnih tonova (en. *virtual pitch theory*) čiji je začetnik *E. Terhardt* [Ter1974]. *Terhardt* je uveo pojmove spektralnog i virtuelnog tona. Spektralni tonovi odgovaraju realno postojećim komponentama zvuka i posledica su analitičkog slušanja, dok se virtuelni tonovi ne poklapaju ni sa jednom od komponenti zvuka i posledica su holističkog slušanja (pojmovi analitičkog i

holističkog slušanja objašnjeni su u poglavlju 2.5.4). I spektralni i virtuelni tonovi dobijaju se na osnovu spektralnih komponenti analiziranog zvuka. Virtuelni tonovi se dobijaju kao podharmonici izdvojenih spektralnih komponenti – parcijala koji se mogu izdvojiti na nivou bazilarne membrane.

Jedan od nedostataka ranih teorija koje su se bazirale na teoriji periodičnosti percepcije visine tona je što nisu mogle da objasne neosetljivost uha na fazu. Jedan od primera je postojanje više maksimuma talasnog oblika u jednoj periodi koji mogu nastati različitim faznim transformacijama pa bi takvi maksimumi mogli dovesti do fazne osetljivosti prema ovim teorijama [Wig1973]. Rešenje ovog problema bilo je u primeni autokorelacione funkcije nad pobudnim signalom [Lic1951], ili primeni modela zasnovanog na poništavanju [Che1993]. Autokorelaciona funkcija se zasniva na množenju i sabiranju trenutnih vrednosti odbiraka i pronalaženju maksimuma funkcije, dok se model poništavanja zasniva na zbiru kvadrata razlike vrednosti odbiraka i pronalaženju minimuma pa su ova dva modela formalno ekvivalentna.

Kako su teorija položaja i teorija periodičnosti komplementarne, hibridne teorije koje uzimaju u obzir oba mehanizma mogle bi da daju približnije rezultate [Lee2004]. Primer je upravo gore pomenuta dopuna *Goldstein*-ove teorije [Sru1983]. I autokorelaciona teorija koju je uveo *Licklider* [Lic1951] spada u hibridne teorije jer kombinuje informacije frekvencijske analize na bazilarnoj membrani i rezultate autokorelacione analize. Nekoliko je modela baziranih na *Licklider*-ovoj teoriji: model baziran na zbirnoj autokorelacionoj funkciji (*Summary Autocorrelation Function* - SACF) [Med1991-1, Med1991-2], koja se zasniva na integraljenju autokorelacione funkcije po auditornim kanalima, i računski efikasnija verzija prethodnog modela (*Enhanced Summary Autocorrelation Function* - ESACF) [Ton2000].

2.5.4 Holistička i analitička percepcija zvuka

Generalno složeni zvuk, iako se sastoji od različitih diskretnih komponenata, doživljava se najčešće kao jedinstvena celina kod koga se izdvaja jedan, eventualno dva tona određene visine. Sa druge strane, više tonova istovremeno

odsviranih na nekom instrumentu, tj. akord, doživljava se kao više tonova različite visine. Postavlja se pitanje kako auditorni sistem analizira informacije koje dolaze do njega. Dva su moguća odgovora na ovo pitanje. Jedan odgovor je da mozak analizira informaciju o pobudnom zvuku kao celinu, koja ima svoju visinu i boju i ovakav način percepcije naziva se holističko ili sintetičko slušanje. Drugi odgovor je da mozak pobudni zvuk doživljava kao pojedine komponente i vrši analizu svake od njih – to je takozvano analitičko slušanje [Par1989, Moo1995, Ros2007, Moj2011]. Način slušanja je individualna karakteristika, mada je primećeno da generalno muzički obrazovani subjekti teže ka analitičkom slušanju, dok subjekti bez muzičkog obrazovanja zvuk doživljavaju holistički. Zbog toga je u zavisnosti od vrste subjektivnog testiranja i zadatih ciljeva potrebno ispitati kakva vrsta percepcije se zahteva. Ipak, može se uočiti nekoliko generalnih pravila [Moo1995]. Kod složenih zvukova sa parcijalima višeg reda slušalac doživljava zvuk delimično analitički, a delimično holistički, dok kod složenih zvukova sa parcijalima nižeg reda preovladava analitičko slušanje i to najverovatnije zbog veće frekvencijske rezolucije na nižim frekvencijama.

2.5.5 Oktavna neodređenost visine tona

Još jedan efekat koji se vezuje za percepciju visine tona je oktavna neodređenost [Ter1972, Ter1974, Ros 1990]. Rečeno je da je oktavna ekvivalentnost (potpoglavlja 2.5.1 i 3.1) jedna od posledica logaritamskog zakona percepcije visine tona i da su na tome zasnovane gotovo sve muzičke skale. Muzički obrazovani subjekti naučeni su da prepoznaju visinu tona u odnosu na dati referentni ton (pri čemu se ovde ne misli na veoma mali broj subjekata koji poseduju takozvani apsolutni sluh i prepoznaju visinu tona bez referentnog tona). Uočeno je da iako muzičari prepoznaju konkretan ton u okviru oktave, često nisu u mogućnosti da odrede kojoj oktavi ton pripada. Ovaj efekat se javlja pri poređenju zvukova različite boje, na primer različitih muzičkih instrumenata. Isti efekat uočen je kod određivanja udarnog tona zvona, kao što će se videti u subjektivnim testovima prikazanim u poglavlju 9.2.

2.6 Algoritam teorije virtuelnih tonova *E. Terhardt-a*

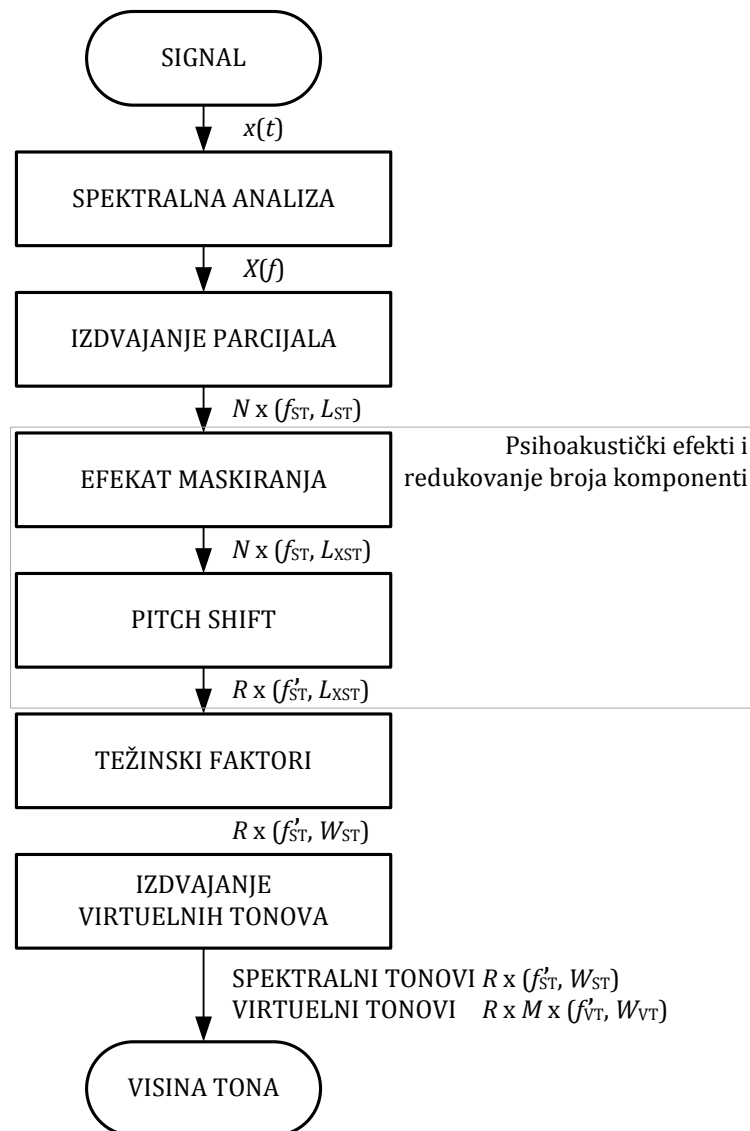
Kao što je pomenuto u poglavlju 2.5, pitanje egzaktnog određivanja visine tona složenog zvuka je veoma kompleksno i uključuje različite fiziološke i psihološke mehanizme čula sluha. Razvijeno je nekoliko složenih teorija koje uzimaju u obzir ove mehanizme i na osnovu toga pokušavaju da daju odgovor na ovo pitanje. Da bi se ispitala verodostojnost neke teorije u praksi je potrebno realizovati konkretan algoritam kojim se može analizirati veliki broj audio signala i uporediti dobijeni rezultati sa rezultatima subjektivnih testova. Jedan od prvih realizovanih algoritama je baziran na *Terhardt*-ovoj teoriji virtuelnih tonova [Ter1982-2, Ter2004].

Suština *Terhardt*-ovog algoritma za određivanje visine tona složenog zvuka harmonijske ili neharmonijske strukture, jeste da je subjektivni doživljaj visine tona opisan kroz niz spektralnih i virtuelnih tonova. Kao što je već pomenuto, spektralni tonovi odgovaraju komponentama koje objektivno postoje u zvuku i posledica su analitičkog slušanja. Virtuelni tonovi se ne poklapaju ni sa jednom od objektivnih komponenti zvuka i posledica su holističkog slušanja. Svaki od tonova, spektralnih ili virtuelnih, sa određenim težinskim faktorom utiče na subjektivni doživljaj visine. Ukoliko je težinski faktor nekog tona izrazito veći od težinskog faktora ostalih tonova, tada frekvencija tog tona odgovara subjektivnoj visini, a najbolji primer je harmonijski zvuk, kod koga visina tona odgovara najnižem spektralnom tonu – osnovnom harmoniku (za frekvencije fundamentalna iznad 800 Hz) ili virtuelnom tonu oko osnovnog harmonika (za frekvencije fundamentalna od 300 Hz do 800 Hz) [Ter1982-1].

Osnovna ideja teorije virtuelnih tonova jeste da su virtuelni tonovi zapravo podharmonici spektralnih tonova. Na taj način, na primer, u slučaju nedostajućeg fundamentalna najveći broj virtuelnih tonova sa najvećim težinskim faktorima biće skoncentrisan upravo oko frekvencije nedostajućeg fundamentalna i zaključak će biti da visina tona odgovara dobijenoj frekvenciji virtuelnog tona. U slučaju da u zvuku postoji više grupa komponenti koje imaju različite nedostajuće fundamentalne, najverovatnije će se u subjektivnom doživljaju izdvojiti više tonova,

čija će jačina zavisiti od težinskih faktora odgovarajućih virtuelnih tonova. Prema nekim teorijama, upravo je ovo karakteristika zvuka zvona [Pfu1962, Sch1965, Gre1976, Egg1986].

Algoritam je podeljen u nekoliko koraka, što je prikazano blok dijagramom na slici 2.8 [Ter1982-2].



Slika 2.8 Terhardt-ov algoritam zasnovan na teoriji virtuelnih tonova [Ter1982-2]

2.6.1 Spektralna analiza i izdvajanje parcijala

Ova prva dva koraka predstavljaju standardne postupke obrade signala. Spektralna analiza signala opisana je u poglavlju 5.2. Analiza se vrši na prozorima određene

dužine primenom neke od prozorskih funkcija. Parcijali se izdvajaju kao lokalni maksimumi u spektru. Algoritmom se definišu različite korekcije koje treba da poboljšaju tačnost procene frekvencije prepoznatih komponenti. Dodatno se mogu uljučiti različite kombinacije razlike frekvencija hamonika, koje potiču od nelinearnosti uha (poglavljje 2.4). Nivo tona razlike dve komponente f_1 i f_2 može se iskazati izrazom [Zwi1981]:

$$L_{(f_2-f_1)} = L_1 + L_2 - 126 + \\ + 10 \log(1 + (0,25 \cdot 10^{-3} f_1)^2) + 10 \log(1 + (0,5 \cdot 10^{-3} f_1)^2) \text{ [dB]}. \quad (2.2)$$

Autori u [Ter1982-2] smatraju da se ovi efekti mogu zanemarti u velikoj većini slučajeva analiziranih zvukova.

Kao izlaz ovog koraka dobija se niz od N spektralnih komponenti sa njihovim frekvencijama i amplitudama, (f_{ST}, L_{ST}) .

2.6.2 Procena psihoakustičkih efekata i redukovanje broja prepoznatih komponenti

U ovom koraku određuje se faktor korekcije amplituda komponenti uzimanjem u obzir dva subjektivna mehanizma: efekta maskiranja i praga čujnosti. Naime, pomeraj praga čujnosti za i -tu komponentu izračunava se kao zbir maskirajućih faktora, a razlika nivoa komponente i pomeraja praga čujnosti daje efektivni nivo posmatrane komponente:

$$L_{XSTi} = L_{STi} - 10 \log \left[\left(\sum_{j \neq i}^N 10^{L_{Mj}(f_{STi})/20\text{dB}} \right)^2 + I_N + 10^{L_{TH}(f_{STi})/10\text{dB}} \right] \text{ [dB]}. \quad (2.3)$$

U ovoj jednačini f_{STi} i L_{STi} predstavljaju frekvenciju i nivo i -te komponente dobijene u prethodnom koraku.

Parametar $L_{Mj}(f_{STi})$ predstavlja efekat maskiranja komponente i komponentom j i data je jednačinom

$$L_{Mj}(f_{STi}) = L_{STj} - s(z_j - z_i), \quad (2.4)$$

gde su z_i i z_j kritični opsezi koji odgovaraju frekvencijama f_{STi} i f_{STj} , a zavisnost predstavlja algebarsku aproksimaciju eksperimentalnih podataka i može se iskazati kao [Zwi1980]:

$$z = 13 \arctan \frac{0,76f}{\text{kHz}} + 3,5 \arctan \left(\frac{f}{7,5 \text{ kHz}} \right)^2 [\text{bark}]. \quad (2.5)$$

Parametar s je dat izrazom:

$$s = \begin{cases} 27 \left[\frac{\text{dB}}{\text{bark}} \right] & f_{STi} \leq f_{STj} \\ -24 - \frac{0,23 \text{ kHz}}{f_{STj}} + \frac{0,2 L_{STj}}{\text{dB}} \left[\frac{\text{dB}}{\text{bark}} \right] & f_{STi} > f_{STj} \end{cases}. \quad (2.6)$$

Desni član izraza (2.4) predstavlja pomeraj praga čujnosti komponente na frekvenciji f_{STi} zbog maskiranja komponentom na frekvenciji f_{STj} . Ova kriva maskiranja prikazana je na slici 2.9.

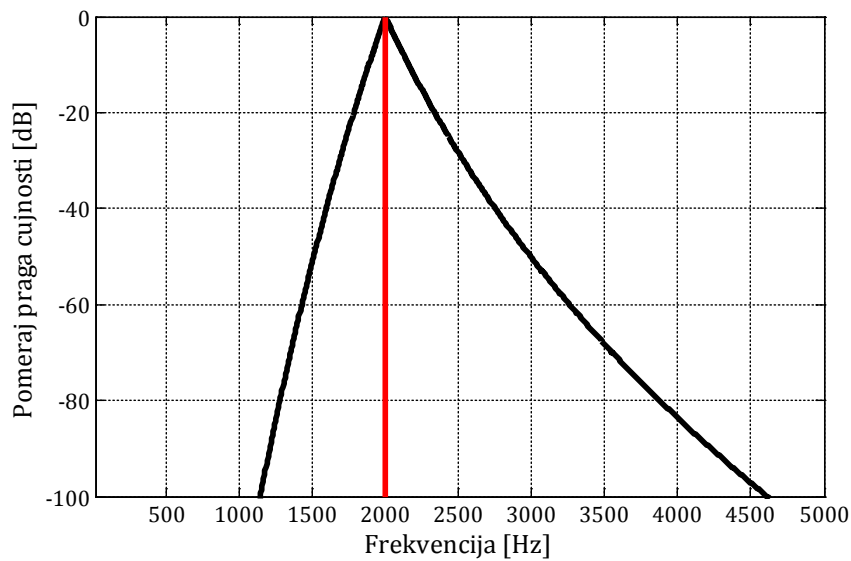
Parametar I_N u izrazu (2.3) predstavlja šum u kritičnom opsegu oko postmatrane komponente f_{STi} , tj. one komponente zvuka koje se ne smatraju tonalnim. Aproksimiran je zbirom intenziteta svih spektralnih komponenti u okviru posmatranog kritičnog opsega, pri čemu se ne uzimaju odbirci koji odgovaraju izdvojenim parcijalima sa po tri odbirka oko njih (za koje se smatra da su posledica curenja spektra). Ako se analizira sporopromenljivi signal sa tačno određenim spektralnim komponentama ova komponenta se može zanemariti.

Parametar L_{TH} u izrazu (2.3) predstavlja krivu praga čujnosti i dat je izrazom:

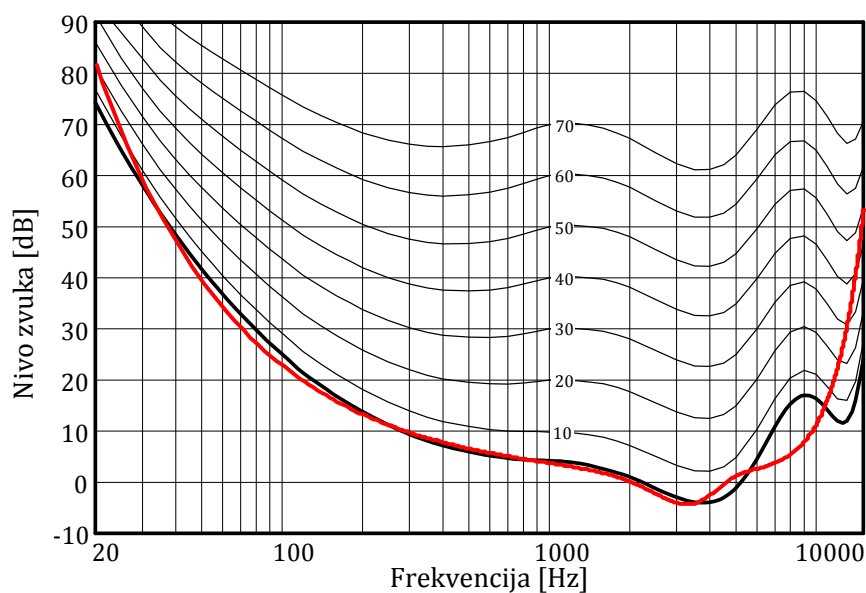
$$L_{TH}(f_{STi}) = 3,64 \left(\frac{f_{STi}}{\text{kHz}} \right)^{-0,8} - 6,5 e^{0,6 \left(\frac{f_{STi}}{\text{kHz}} - 3,3 \right)^2} + 10^{-3} \left(\frac{f_{STi}}{\text{kHz}} \right)^4 [\text{dB}]. \quad (2.7)$$

Ova kriva prikazana je crvenom bojom na slici 2.10 zajedno sa izofonskim krivama.

Kada se izrazom (2.2) odrede pomeraji praga čujnosti za sve komponente, odbacuju se one komponente za koje je efektivni nivo manji ili jednak nuli, jer se smatra da nemaju uticaj na subjektivni doživljaj, tj. da su maskirane.



Slika 2.9 Efekat maskiranja čistim sinusnim tonom frekvencije 2 kHz
prema izrazima (2.4) – (2.6)



Slika 2.10 Prag čujnosti iz izraza (2.7)

U ovom koraku, dakle, preostaje tipično nekoliko bitnih spektralnih komponenti koje se dodatno koriguju i po frekvenciji i po nivou. Naime, u poglavlju 2.5 pomenuto je da na visinu tona utiče nivo zvuka, a nije zanemarljiv ni uticaj drugih komponenti koje se pojavljuju u sazvučju sa posmatranim tonom. Pomeraj visine

kvantitativno je definisan parametrom v_i , koji ima vrednost od najviše par procenata:

$$f'_{STi} = f_{STi}(1 + v_i), \quad (2.8)$$

gde je

$$v_i = 2 \cdot 10^{-4} \left(\frac{L_{STi}}{\text{dB}} - 60 \right) \left(\frac{f_{STi}}{\text{kHz}} - 2 \right) + \\ + 1,5 \cdot 10^{-2} e^{-\frac{L'_{STi}}{20 \text{ dB}}} \left(3 - \ln \frac{f_{STi}}{\text{kHz}} \right) + 3 \cdot 10^{-2} e^{-\frac{L''_{STi}}{20 \text{ dB}}} \left(0,36 + \ln \frac{f_{STi}}{\text{kHz}} \right). \quad (2.9)$$

L'_{STi} i L''_{STi} su efektivni nivoi komponenti ispod i iznad posmatrane komponente na frekvenciji f_{STi} , respektivno, koji predstavljaju efekat interferencije ove komponente sa ostalim komponentama:

$$L'_{STi} = L_{STi} - 20 \log \sum_{j=1}^{i-1} 10^{\frac{L_{Mj}(f_{STi})}{20 \text{ dB}}}, \quad (2.10)$$

$$L''_{STi} = L_{STi} - 20 \log \sum_{j=i+1}^N 10^{\frac{L_{Mj}(f_{STi})}{20 \text{ dB}}}. \quad (2.11)$$

Kao izlaz ovog koraka dobija se niz od R spektralnih komponenti koje imaju pozitivan efektivni nivo, sa njihovim korigovanim frekvencijama i efektivnim nivoima, (f'_{ST}, L_{XST}) .

2.6.3 Određivanje težinskih faktora spektralnih komponenti

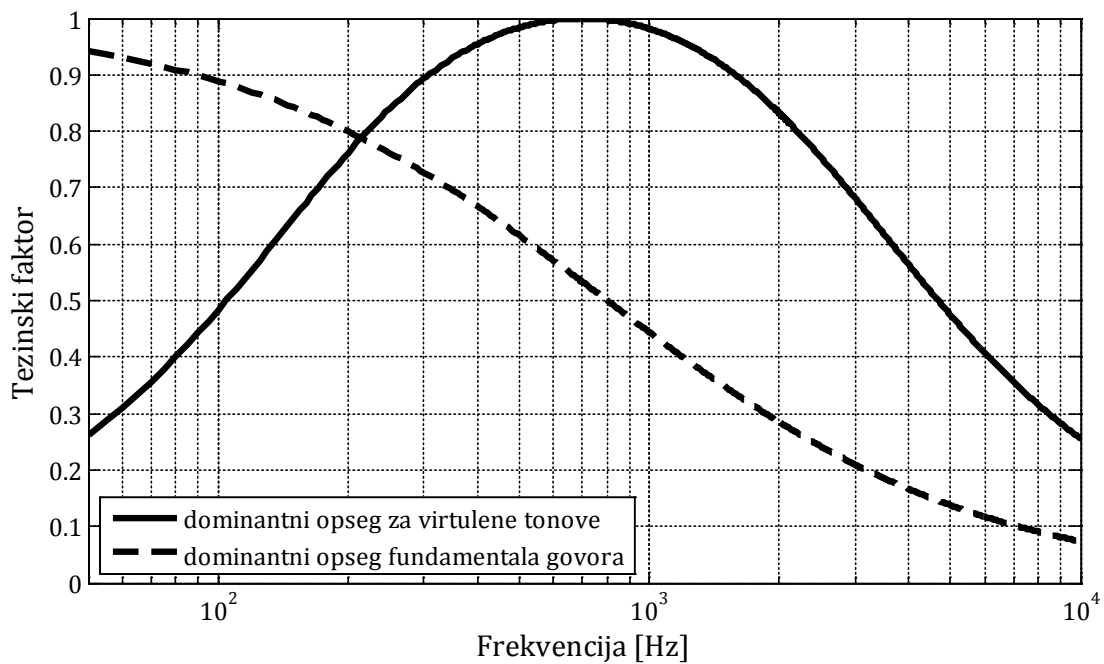
Ovaj korak pridružuje različite težinske faktore prepoznatim komponentama, na osnovu krive koja modeluje efekat dominantnog opsega za virtuelne tonove i prikazana je punom linijom na slici 2.11 [Plo1967, Rit1976]. Ova kriva predstavlja drugi član izraza za težinski faktor komponente f_{STi} :

$$W_{STi} = \left[1 - e^{-\frac{L_{XSTi}}{15 \text{ dB}}} \right] \left[1 + 0,007 \left(\frac{f_{STi}}{0,7 \text{ kHz}} - \frac{0,7 \text{ kHz}}{f_{STi}} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (2.12)$$

Prvi član eksponencijalno usporava povećanje težinskog faktora do efektivnih nivoa oko 20 dB.

Kao što se vidi sa slike 2.11, težinski faktor spektralnog tona W_{STi} može imati vrednosti između 0 i 1. Ovaj faktor pokazuje uticaj posmatrane spektralne komponente u celokupnom doživljaju složenog zvuka, kako kroz samu spektralnu komponentu, tako i kroz odgovarajuće virtuelne komponente.

Kao izlaz ovog koraka dobija se niz od R spektralnih komponenti sa njihovim frekvencijama koje odgovaraju frekvencijama realnih komponenti, korigovanim frekvencijama i težinskim faktorima, $(f_{ST}, f'_{ST}, W_{ST})$.



Slika 2.11 Dominantni opseg virtuelnih tonova [Plo1967, Rit1976]

2.6.4 Izdvajanje virtuelnih tonova

U ovom koraku određuju se virtuelne komponente kao podharmonici spektralnih komponenti prepoznatih u signalu:

$$f_{VTim} = \frac{f_{STi}}{m}. \quad (2.13)$$

I kod virtuelnih tonova se izračunava pomeraj visine:

$$f'_{VTim} = \frac{f_{STi}}{m}$$

$$\left(1 + v_i - \text{sign}(m - 1)10^{-3} \left\{18 + 2,5m - (50 - 7m) \frac{f_{STi}}{m} + 0,1 \left(\frac{f_{STi}}{m}\right)^{-2}\right\}\right). \quad (2.14)$$

Prvi član ovog izraza predstavlja pomeraj visine kada je u pitanju spektralni ton ($m = 1$), dok drugi član predstavlja korekciju visine za virtuelni ton, koja zbog pojednostavljenja predstavlja dobru aproksimaciju za frekvencije do 500 Hz, a smatra se da virtuelni tonovi iznad ove frekvencije često ne igraju značajnu ulogu.

Svaki od R izdvojenih spektralnih tonova može imati M podharmonika pa je ukupan broj potencijalnih virtuelnih tonova veliki: $R \times M$. Zbog toga je potrebno pre svega rangirati R spektralnih komponenti po težinskom faktoru, kako bi se algoritmom što pre izdvojili značajni virtuelni podharmonici, a zatim je neophodno otežiniti i virtuelne komponente i od njih izdvojiti najznačajnije. I broj spektralnih komponenti se može redukovati. Naime, smatra se da se u najvećem broju slučajeva nikakva informacija neće izgubiti ako se od spektralnih komponenti izaberu one čiji je težinski faktor veći ili jednak 70% vrednosti maksimalnog dobijenog težinskog faktora, tj. težinskog faktora najuticajnije spektralne komponente.

Težinjenje virtuelnih komponenti vrši se prema sledećim pravilima, izdvajajući virtuelne tonove na bliskim frekvencijama:

- 1) težinski faktor virtuelnog tona raste sa brojem spektralnih komponenti koje daju približno jednake virtuelne tonove (koincidencija);
- 2) što su prethodno pomenuti virtuelni tonovi bližih frekvencija, težinski faktor je veći;
- 3) što je veći težinski faktor spektralnog tona, veći je i težinski faktor odgovarajućeg virtuelnog tona;
- 4) težinski faktor opada što je red podharmonika, m , veći.

Parametar ko incidencije se računa na sledeći način:

$$C_{ij} = \begin{cases} \left(\frac{W_{STi} W_{STj}}{mn} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{\gamma}{\delta} \right) & \gamma \leq \delta \\ 0 & \gamma > \delta \text{ ili } n > 20 \end{cases} \quad (2.15)$$

U ovom izrazu W_{STi} i W_{STj} su težinski faktori odgovarajućih spektralnih komponenti, m i n predstavljaju red podharmonika pa prvi član u izrazu (2.15) predstavlja geometrijsku sredinu težinskih faktora podeljenih odgovarajućim redom podharmonika. m je određeno algoritmom, dok se n određuje formulom:

$$n = \text{Int} \left(\frac{mf_{STj}}{f_{STi}} + 0,5 \right). \quad (2.16)$$

Parametar γ je stepen neharmoničnosti posmatranog para:

$$\gamma = \left| \frac{nf_{STi}}{mf_{STj}} - 1 \right|. \quad (2.17)$$

Ako se par frekvencija idealno poklapa u skaldu sa redom podharmonika, parametar γ ima vrednost 0. Širina intervala koincidencije je specificirana parametrom δ i odabrana je vrednost $\delta = 0,08$. Faktor $\left(1 - \frac{\gamma}{\delta} \right)$ pokazuje nivo koincidencije i jednak je 1 u slučaju idealne koincidencije (tj. kada je $\gamma = 0$). Ako je nivo koincidencije manji od 8% parametar koincidencije C_{ij} dobija vrednost 0, kao što se vidi iz izraza (2.15).

Težinski faktor za posmatrani m -ti podharmonik i -te spektralne komponente računa se prema izrazu:

$$W_{PTim} = \beta \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^R C_{ij}. \quad (2.18)$$

Parametar β povezuje određeni virtuelni ton sa opsegom osnovnih frekvencija govora, jer se smatra da je ljudski glas, kao sredstvo sporazumevanja, dominantan zvuk kome je uho izloženo i na koji je naviknuto. Stoga opseg osnovnih frekvencija govora utiče na virtuelne tonove, u smislu da su više otežinjani oni koji se nalaze u ovom opsegu. Uticaj ovog opsega može se, kao filter propusnik niskih frekvencija, prikazati izrazom:

$$\beta = \frac{1}{1 + \left(\frac{f'_{VTim}}{800 \text{ Hz}} \right)}. \quad (2.19)$$

čija je karakteristika data je na slici 2.11 isprekidanom linijom.

Kao i težinski faktor spektralnog tona, težinski faktor posmatranog virtuelnog tona pokazuje njegov udeo u ukupnom subjektivnom doživljaju visine tona. Pri tome se može desiti da se više puta dobije isti virtuelni ton sa različitim težinskim faktorom, i u tom slučaju se izdvaja samo jedan ton sa najvećim težinskim faktorom, jer su uticaji ostalih virtuelnih tonova iste frekvencije uračunati preko koeficijenta koincidencije.

2.6.5 Analiza spektralnih i virtuelnih tonova

Posle redukovanja broja značajnih komponenti kao izlaz algoritma dobija se nekoliko komponenti (spektralnih i/ili virtuelnih) sa najvećim težinskim faktorima, koji u potpunosti opisuju tonalni aspekt i subjektivni doživljaj složenog zvuka. Da li će preovladati analitički pristup ili holistički pristup, zavisi od raznih psiholoških parametara, kao što su muzičko iskustvo subjekta i njegove preference ka analitičkoj ili holističkoj percepciji visine tona, trenutno stanje subjekta (umor, koncentracija), koji nisu mogli biti uračunati algoritmom. U zavisnosti od konkretnog slučaja potrebno je prilagoditi relativni uticaj spektralnih i virtuelnih komponenti skaliranjem težinskih faktora, ali je eksperimentalni zaključak da je u velikom broju slučajeva potrebno skalirati težinske faktore spektralnih komponenti sa 0.5 [Ter1982-1, Ter1982-2].

2.7 Udarni ton zvona

U poglavlju 3.1 biće objašnjeno zašto se zvuk klasičnih muzičkih instrumenata najčešće sastoji od diskretnih komponenata čije frekvencije stoje u harmonijskom odnosu. Kao što je u ovom poglavlju prikazano, visinu tona takvog zvuka najčešće određuje frekvencija osnovnog harmonika. Visina tona, koja odgovara subjektivno doživljenoj frekvenciji složenog zvuka zvona, naziva se udarni ton (en. *strike note* (*strike tone*), nem. *Schlagton*) i u muzičkom smislu predstavlja osnovnu

karakteristiku zvona. Ponekad se može prepoznati još jedan ton koji se naziva sekundarni udarni ton [Art1939, Fle1998, Ros2008].

Usled nedovoljnog poznavanja percepcije složenih zvukova, kao što je zvuk zvona, pitanje visine tona zvuka zvona – udarnog tona, predmet je istraživanja i rasprava nekoliko vekova [Ray1890, Jon1928, Jon1930, Tyz1930, Mey1933, Art1938, Art1939, Pfu1962, Sch1965, Ros1984, Ter1984, Swa2001, Hib2008]. Tek danas razvijena tehnologija omogućava jednostavno ispitivanje spektralnog sastava zvuka zvona i njegove promene u vremenu, veštačko generisanje zvuka zvona i menjanje pojedinih parametara, i ispitivanje njihovog uticaja na subjektivni doživljaj zvuka zvona kroz veliki broj subjektivnih testova [Gre1976, Swa2001, Sam2008, Sam2010], kao i primenu različitih teorija o percepciji visine tona. I pored toga, ne postoji jedinstven zaključak o uticaju frekvencija parcijala zvona na visinu tona. Jedine dve činjenice oko kojih se svi autori slažu jesu da udarni ton najčešće ne odgovara ni jednoj frekvenciji u spektru i da se nalazi u okolini drugog parcijala.

Prema prvom pravilu koje je povezivalo parcijale zvona i udarni ton, subjektivni doživljaj visine tona odgovara virtuelnom tonu koji se nalazi za oktavu niže od frekvencije petog parcijala - nominala, a koja bi se kod idealnog zvona (definisano u poglavlju 3.4) poklapala sa frekvencijom drugog parcijala – fundamentala. Baš zbog poklapanja udarnog tona sa frekvencijom drugog parcijala kod idealnog zvona smatralo se da drugi parcijal ima dominantni uticaj na udarni ton zvona i zbog toga je i nazvan fundamental [Hib2008]. Ovo pravilo, koje je bilo nepisano nekoliko vekova, prvi je definisao *Lord Rayleigh* [Ray1890] i ono je usvojeno kao standard prema kome su se štimovala zvona u zvonolivnicama [Fle1998, Ros2008, Hib2008].

U radovima [Jon1928, Jon1930] potvrđen je ovaj zaključak *Lord Rayleigh* -a, ali se prvi put pominje i uticaj razlike između petog i sedmog parcijala u smislu nedostajućeg fundamentala, pri čemu je pretpostavka o tonu razlike ova dva parcijala kao posledica nelinearnosti čula sluha odbačena. Ova razlika između petog i sedmog parcijala je u [Mey1933] istaknuta kao jedina karakteristika zvona

koja utiče na udarni ton, što je objašnjeno fiziološkim efektima nelinearnosti. Ovde treba istaći da redosled parcijala iznad petog nije isti kod svih zvona, kao što je pokazano u tabeli 1.1. U radovima [Jon1928, Jon1930] sedmi parcijal odgovara sopstvenom modu oscilovanja I-5 (odnosno (5,1)), čija je frekvencija oko tri puta veća od frekvencije fundamentala, što se polapa sa rezultatima kasnijih radova. Sa druge strane, u radu [Mey1933] određen je samo spektar zvona i tvrdi se da sedmi parcijal odgovara modu (5,1) - duodecimi, pri čemu je frekvencija sedmog parcijala 3,25 puta veća od frekvencije fundamentala, što je nešto veća vrednost od očekivane, mada je za analizu namerno i uzeto zvono čiji udarni ton odudara od frekvencije fundamentala.

Neposredan dokaz da sedmi parcijal utiče na generisanje doživljaja udarnog tona bio je rezultat interesantnog eksperimenta u kome su filtrom propusnikom visokih frekvencija uklanjani viši parcijali [Mey1933]. Na taj način transformisan zvuk koji se sastojao samo od prvih pet parcijala nije stvarao doživljaj udarnog tona, koji se pojavio tek kada je uključen sedmi parcijal. Sličan eksperiment je potvrđen u [Pfu1962, Bag1982]. U [Pfu1962] je opisan i eksperiment u suprotnom smeru: sa filtrom propusnikom niskih frekvencija postepeno su dodavani niži parcijali i kada je uključen parcijal I-7 (odnosno (7,1) - kvarta iznad druge oktave) udarni ton je postao uočljiv, iako je sa dodavanjem nižih parcijala njegaova jačina rasla. U radu [Swa2001] udarni ton je određivan sa 8 prvih veštački generisanih parcijala primenom *Chladini*-jevog zakona (prikazanog u jednačini (1.17)), kao i sa izbačenim drugim i šestim parcijalom. Kod ovako generisanih parcijala zvona sedmi parcijal je imao frekvenciju koja je varirala u odnosu na frekvenciju fundamentala, ali je odnos frekvencija sedmog i drugog parcijala bio oko 3. Kod 14 od 18 tako generisanih tonova zvona čuo se jasan udarni ton. Pri tome je uklanjanje bilo koje od preostalih frekvencija značajno smanjivao ili potpuno poništavao doživljaj udarnog tona. Sa druge strane, u [Hib2008] je pokazano da se udarni ton mogao definisati kada su iz zvuka zvona uklonjeni parcijali I-5 i I-6.

Prethodna dva stanovišta o zavisnosti udarnog tona od nominala ili razlike sedmog i petog parcijala, poređena su u [Art1938], pri čemu su u radu date samo frekvencije ovih parcijala čiji je odnos približno 3 : 2. Zaključeno je da je uticaj

nominala ipak dominantniji. Isti autor je primetio je postojanje i sekundarnog udarnog tona [Art1939].

U disertaciji [Heu1949] odbačena je ideja o udarnom tonu kao tonu razlike, podržana je ideja o udarnom tonu koji je za oktavu niži od petog parcijala i taj efekat je opisan specifičnim odskakanjem bata prilikom udara. S obzirom da se udarni ton uočava i kod veštački generisanih parcijala, ova teorija ne može biti tačna.

U radovima [Pfu1962, Sch1965] primenjena je *Schouten*-ova teoriju ostatka (pomenuta u poglavlju 2.5.2) i udarni ton je predstavljen kao nedostajući fundamental, nastao kao posledica neodređenih (*unresolved*) parcijala koji odgovaraju sopstvenim modovima I-4, I-5 i I-6, čije frekvencije čine harmonijski niz $2 : 3 : 4$. Sekundarni udarni ton je predstavljen kao harmonijski niz $3 : 4 : 5 : 6$ parcijala I-6, I-7, I-8 i I-9. Teoretski je pretpostavljeno i postojanje dodatnih udarnih tonova koji se subjektivno ipak ne uočavaju, što je u [Pfu1962] objašnjeno frekvencijskom osetljivošću čula sluha (slika 2.4), dok je u [Sch1965] objašnjenje dato na osnovu kritičnih opsega na višim frekvencijama, koji obuhvataju više neodređenih (*uresolved*) parcijala. Na taj način je i objašnjena činjenica da dva skalirana zvona različitih visina mogu imati udarne tonove koji nisu skalirani na isti način.

U radovima [Gre1976, Egg1986] takođe je konstatovano da parcijali koji odgovaraju modovima I-4, I-5 i I-6 imaju najveći uticaj na udarni ton. U [Gre1976] eksperimenti su vršeni sa 8 veštački generisanih parcijala, dok su u [Egg1986] primenom digitalnih filtara izdvojeni pojedini parcijali i menjana im je frekvencija za $\pm 10\%$.

Interesantan je primer udarnog tona „durskog“ zvona, koje je opisano u poglavlju 3.4. Kao što će biti pokazano, frekvencija trećeg parcijala ovog zvona je za pola stepena viša od frekvencije trećeg parcijala standardnog idealnog zvona. Međutim da bi se postigao taj efekat, profil zvona je morao značajno biti promenjen [Sch1987, Leh1987, Roo1992, Fle1998], što dodatno utiče na frekvencije viših

parcijala. Utvrđeno je da je udarni ton ovog zvona izuzetno tih. Utvrđeno je da je posledica promene profila između ostalog i sistematski nešto niži parcijal I-5. Kada je ovaj nedostatak ispravljen, to je rešilo i problem tihog udarnog tona [Leh2006].

U radu [Sch1994], koji je isključivo teorijskog karaktera i bez konkretnih eksperimentalnih podataka, udarni ton se vezuje za kombinaciju nekoliko nedostajućih fundamentala.

U radu [Swa2001] autori su opovrgli zaključke dobijene primenom teorije ostatka izvedene u [Pfu1962, Sch1965], kao i razlike između petog i sedmog parcijala, i subjektivnim testovima sa velikim brojem subjekata (60) i zvona (28) pokazali da je teorija o virtuelnoj visini tona najbolji model za predikciju prisustva udarnog tona zvona i njegove frekvencije, ali da, iako u većini (oko 86%), ipak ne daje u svim slučajevima tačno rešenje. U ovom radu određivanje udarnog tona vršeno je poređenjem sa simultanim test tonom koji dovodi do izbijanja u blizini analizirane frekvencije. Primećena je pojava izbijanja u okolini svih spektralnih tonova, u blizini udarnog tona, ali i u blizini tonova razlike, koji nisu odgovarali udarnom tonu. Udarne ton se lakše uočavao od značajno tiših tonova razlike.

Upravo ovaj efekat izbijanja sa udarnim tonom koji je uočen kod zvona od strane više zvonolivaca i autora [Jon1930, Swa2001, Hib2008] ne ide u prilog teoriji da udarni ton odgovara nedostajućem fundamentalu. Kao što je rečeno u poglavlju 2.5.2, nedostajući fundamental ne može da proizvede ovakvu pojavu. Stoga se objašnjenje mora potražiti u nelinearnim efektima i zaključak je da se kod zvona udarni ton na frekvenciji u okolini frekvencije tona zvučne viljuške javlja neki od tonova razlike kombinacije viših parcijala, ili da je u pitanju izbijanje drugog reda (poglavlje 2.3). U [Sch1965] pokazano je da visina udarnog tona raste kada frekvencije petog ili sedmog parcijala rastu, dok u slučaju tona razlike opada sa porastom frekvencije sedmog pacijala, što znači da udarni ton ne može biti ton razlike. Dodatno, udarni ton je odgovarao razlici frekvencija petog i sedmog parcijala samo kada su odstupanja od harmonijskog niza bila mala, što ne važi za ton razlike. Ipak, ostaje pitanje zbog čega su neki autori razmatrali primenu teorije ostatka i nedostajućeg fundamentalu, ako je uočeno da kod udarnog tona dolazi do

pojave izbijanja! Udarne ton bi se u skladu sa tim mogao objasniti kao sublimacija različitih efekata.

Subjektivno testiranje je jedini način određivanja (merenja) udarnog tona. Prilikom testiranja treba voditi računa da li subjekti slušaju zvono analitički ili holistički, pri čemu je udarni ton bolje određivati holistički i doživeti zvuk zvona kao celinu, onako kako ga najveći broj prosečnih slušalaca doživljava. U radu [Swa2001] zaključeno je da subjekti sa iskustvom mogu značajno uticati na rezultate testa pa su rezultati prikazani u radu dobijeni u testu sa 60 prosečnih subjekata bez ikakvog iskustva. Takođe, primećeno je da određen broj subjekata nije bio u stanju da odredi udarni ton.

Kao što je opisano u poglavlju 2.6, na osnovu teorije virtuelnih tonova razvijen je algoritam za određivanje subjektivne visine tona složenog zvuka, koji uzima u obzir i različite efekte auditornog sistema, kao što su efekat maskiranja, dominantni frekvencijski opseg čula sluha, dominantni frekvencijski opseg za percepciju virtuelnih tonova [Plo1967, Rit1976, Ter1982-2], pomeranje visine tona (*pitch shift*) [Ter1982-1], [Ter1982-2]. Ovaj algoritam je primenjen za određivanje udarnog tona zvona [Ter1984, Mcl2002, Hib2008]. Opsežnim subjektivnim testiranjima pokazano je da se za dovoljno velike vrednosti težinskih faktora dobijenih kandidata dobija potpuno poklapanje sa eksperimentalnim rezultatima – 79%, dok u 3% slučajeva nije bilo moguće jasno izdvojiti udarni ton [Ter1984]. U pomenutom istraživanju u sprovedenim subjektivnim testovima od 18 subjekata izdvojena su 3 subjekta koja nisu davala konzistentne rezultate. Primenljivost teorije o virtuelnoj visini tona za određivanje udarnog tona zvona potvrđena je i u disertaciji [Hib2008], iako određene pojave pomeranja udarnog tona u zavisnosti od promena frekvencija viših parcijala ova teorija nije uspešno prepoznavala.

Iako postoji još nekoliko realizovanih algoritama za određivanje visine složenog tona koji se zasnivaju na različitim teorijama, kao što su dva opisana u [Ton2000, Cam2008], u ovom istraživanju nije vršeno detaljnije ispitivanje primene ovih algoritama za određivanje udarnog tona zvona.

Raniji radovi udarni ton opisuju kao ton oštrog zvuka, koji vrlo brzo opada, za razliku od tona fundamentala, parcijala najbližeg udarnom tonu, koji je mek i čist i po pravilu opada znatno sporije od udarnog tona [Pfu1962, Sch1965]. Smatralo se da upravo taj zvuk neposredno posle udara određuje udarni ton. Eksperimentalni zaključak je bio da je percepcija udarnog tona vezana za zvuk u toku prve sekunde od udara bata [Jon1930, Jon1931]. U radu [Egg1986] pokazano je da je udarni ton jasno uočljiv i kod signala trajanja 1,5 s i 100 ms od udara bata. Međutim, u radu [Ter1984] pokazano je da se udarni ton jednako dobro percipira za signale trajanja 3 s i 100 ms od udara bata, kao i za signale trajanja 100 ms koji počinju 600 ms nakon udara bata.

Generalno, udarni ton kao ton koji se izdvaja u zvuku zvona, ima uticaj na celokupni subjektivni doživljaj zvuka zvona. Poseban značaj određivanja udarnog tona zvona ogleda se pre svega u upotrebi zvona kao muzičkog instrumenta u sazvučju sa drugim zvonima.

2.8 Boja zvuka zvona

Kao što je dato definicijom boje zvuka u poglavlju 2.2, i sama zvona istog udarnog tona mogu se razlikovati po boji. Generalno se za zvuk zvona koriste izrazi „svetlo“, „oštro“, „tupo“, „prodorno“, „harmonično“, koji ih vezuju za boju, odnosno kvalitet zvuka zvona [Hib2008]. Boja zvona zavisi od spektra zvuka zvona i njegove promene u vremenu [Wer2004, Hib2008].

Različiti parametri mogu uticati na boju zvuka zvona, direktno ili posredno. Jedan od parametara koji direktno utiče na boju zvuka zvona je materijal od kog je izliveno zvono i njegove karakteristike, kao što je slabljenje [Wer2004, Hib2008]. Parametri koji posredno utiču na boju zvuka zvona su način pobude, tj. bat kojim se pobuđuje zvono [Wer2004], kao što je pomenuto u poglavlju 1.6, i akustičko okruženje, tj. zvonik [Wer2004], kao što je opisano u poglavlju 1.7. Položaj slušaoca ili mikrofona u odnosu na zvono utiče na odnose amplituda parcijala, kao što se vidi sa slike 1.10.

Zvona se mogu podeliti prema grupama parcijala koje dominiraju u zvuku [Wer2004] pod uticajem različitih parametara. Tako postoje zvona kod kojih dominiraju niži parcijali, kao i zvona kod kojih dominiraju viši parcijali. Prva grupa zvona ima mek zvuk, dok druga grupa zvona uobičajeno ima oštar zvuk. U subjektivnim testovima prikazanim u poglavlju 8 ispitivan je, između ostalog, uticaj raspodele energije parcijala na subjektivan doživljaj zvuka zvona.

Smatra se da zvona čiji odnos frekvencija prvih pet parcijala odgovara idealnom (poglavlje 3.4), naročito ako su prvi, drugi i peti parcijal udaljeni za čistu oktavu, imaju „lepši“ zvuk u poređenju sa zvonima kod kojih nije ispunjen ovaj uslov [Hib2008]. Ovo se posebno odnosi na zvona sa višim udarnim tonom. Objašnjenje se može potražiti u teoriji virtuelnih tonova, gde se tvrdi da postoji dominantni frekvencijski opseg za percepciju virtuelnih tonova ispod 1500 Hz, centriran oko 700 Hz [Plo1967, Rit1976, Ter1982-2]. Kriva koja opisuje ovaj opseg data je na slici 2.11 u poglavlju 2.6.3. Upravo se kod zvona sa višim udarnim tonom prvi parcijali, kao i virtuelni tonovi nalaze u ovom opsegu. Ukoliko odnos frekvencija prvih pet parcijala odudara od idealnog dolazi do pojave izbijanja ili disonance između spektralnih i virtuelnih tonova, što utiče na kvalitet zvuka zvona i subjektivni doživljaj. U subjektivnim testovima prikazanim u poglavlju 8 ispitivan je i uticaj idealnog odnosa prvih pet parcijala na subjektivni doživljaj zvuka zvona.

2.9 Kulturološki uticaj na subjektivni doživljaj zvuka zvona

Zvona su predstavljala važan deo skoro svake kulture i različitih religija kroz istoriju čovečanstva pa se tako na različitim podnebljima nezavisno razvijalo zvono i njegov oblik, a time i zvuk koji proizvodi. U zapadnoevropskim katoličkim crkvama danas se uglavnom nalaze idealna zvona - *Western minor-third church bell* (opisana u poglavlju 3.4), kod kojih odnos frekvencija prvih pet parcijala treba da bude $1 : 2 : 2.4 : 3 : 4$. Zvona u muzičkom instrumentu karilonu su nešto drugačijeg oblika, ali sa istim odnosom prvih pet parcijala. Sa druge strane, iako su načelno sličnog oblika zvona u pravoslavnim crkvama imaju pre svega ulogu udaračkog instrumenta pa stoga melodijsko štimovanje zapravo nije ni poželjno [Gol2009]. Azijska zvona su potpuno drugačijeg oblika, koji nije osnosimetričan, a njihov zvuk

se sastoji od dve istaknute komponente čiji je odnos mala terca [Fle1998, Ros2008].

Sa druge strane, uočene su određene razlike između ljudi različitih nacija. Na primer, postoje značajne razlike u načinu na koji mozak ljudi iz Japana i mozak ljudi iz zapadne Evrope obrađuje zvuk [Dav1997]. Na primer, centar za obradu mehaničkih zvukova smešten je u zadnjem delu desne hemisfere mozga ljudi iz zapadne Evrope, dok je isti centar smešten u prednjem delu desne hemisfere ljudi iz Japana. Leva hemisfera mozga Evropljana zadužena je za obradu govora i konsonanti, dok se u desnoj hemisferi obrađuju svi ostali zvuci, kao što su čisti sinusni tonovi i samoglasnici u govoru. Nasuprot tome, leva hemisfera mozga Japanaca obrađuje celokupan zvuk, osim mehaničkih zvukova i karakteristične zapadnoevropske muzike. Desna hemisfera Evropljana vrši paralelnu obradu podataka i holistički doživljava zvuk, dok to nije slučaj sa desnom hemisferom Japanaca.

Kulturološke i fiziološke razlike generalno su značajno uticale na razvoj muzike na različitim podnebljima i u različitim epohama, kao što će delimično biti jasno i iz sledećeg poglavlja. Neki fiziološki zakoni, kao što je oktavna ekvivalentnost, uticali su na razvoj muzike i prepoznaju se u različitim muzičkim kulturama. Sa druge strane, kulturne razlike, kao što su različiti instrumenti, tipovi muzike, ritam, socijalne konvencije, stvarali su značajne razlike u muzičkim stilovima. Stoga je sama percepcija muzike vezana za određene ne samo muzičke oblike, već i zvučne efekte, kojima su ljudi neprekidno izloženi [Par1989].

Imajući u vidu navedene kulturološke i fiziološke razlike može se očekivati da se subjektivni doživljaj zvona razlikuje među ljudima sa različitih podneblja.

3 Muzički pojmovi i zvona

Danas se jedna od bitnijih karakteristika zvona – visina tona zvona ili udarni ton, predstavlja notom koja odgovara tonu koji se subjektivno čuje kada se pobudi zvono. Pojedini parcijali se često prikazuju odgovarajućim najbližim tonovima savremenog notnog sistema i odstupanjima od tačnih vrednosti u centima. Da bi se objasnili pomenuti pojmovi savremenog notnog pisma sa jedne strane, a za razumevanje subjektivnog doživljaja zvuka zvona, kao i odnosa frekvencija parcijala takozvanog idealnog zvona sa druge strane, neophodno je osvrnuti se na konsonantnost i disonantnost sazvučja tonova, kao i na istorijski razvoj muzičkih lestvica (skala) koji je iz toga proistekao. Sa druge strane, istorijski razvoj analize zvuka zvona tekao je uporedo sa razvojem muzičke akustike, sa međusobnim uticajem jednog na drugi [Hib2008].

3.1 Harmonici i harmonija

U opštem slučaju izvor zvuka kod većine muzičkih instrumenata (izuzev udaraljki) predstavlja jednodimenzionalni oscilator (žica, vazdušni stub), kod koga se kretanjem talasa u suprotnim smerovima duž oscilatora generišu stojeći talasi – sopstveni modovi oscilovanja. Na primer, oscilovanje žice, pod pretpostavkom da je žica linearan elastičan sistem, predstavlja linearnu kombinaciju modova oscilovanja žice. Pri tome je očigledno da su talasne dužine srazmerne celobrojnim delovima dvostruke dužine oscilatora, a otuda su sopstvene frekvencije oscilovanja jednake celobrojnim umnošcima frekvencije oscilovanja prvog moda - osnovne frekvencije. Stoga se zvuk ovakvih izvora sastoji od harmonika - parcijala čije su frekvencije u harmonijskom odnosu [Leh1987, Ros1990, Fle1998, Ben2008]. Ovakav zvuk stvara subjektivan doživljaj sa dve osnovne karakteristike: visinom i bojom tona, koje su definisane u poglavlju 2.2. Kod zvukova koji se sastoje od osnovnog i viših harmonika visina tona određena je frekvencijom osnovnog harmonika [Ros1990, Ros2007].

U muzičkoj terminologiji viši harmonici se nazivaju alikvotni tonovi. Iako je osnovni subjektivni doživljaj harmonijskog niza jedan ton koji najčešće odgovara osnovnoj frekvenciji, pod određenim uslovima moguće je čuti 8 [Sch1965] ili čak 10-12 alikvotnih tonova (analitičko slušanje) [Taj1962]. Da li zbog stalne prisutnosti harmonijskih zvukova u okruženju ili zbog različitih karakteristika ljudskog sluha, kao što je nelinearnost zbog koje pri jačim pobudama tonovima jedne frekvencije dolazi do subjektivnog doživljaja viših harmonika [Ros1990], tek tonovi sa odnosima frekvencija koji odgovaraju alikvotnim tonovima doživljavaju se kao harmonski prijatni. Sazvučje ovakvih prijatnih tonova u muzičkoj terminologiji naziva se konsonancom, za razliku od disonance koja predstavlja sazvučje tonova koje ne prija ljudskom uhu, izaziva napetost. Često se pojmovi konsonantnosti i disonantnosti vezuju za muzičke intervale, razmak između dva tona [Taj1962].

Iako se smatra da su pojmovi konsonantnosti i disonantnosti bili poznati još Pitagori u Staroj Grčkoj (u VI veku pne.), psihofizička pozadina ovih pojmova ni danas nije potpuno razjašnjena i veliki je broj istraživanja koja se bave ovom temom [Plo1965-2, Kam1969-1, Kam1969-2, Ter1974, Ros1990, Mcl2013].

Počeci teorije muzike vezuju se za Pitagoru, koji je svojim zakonom malih brojeva postavio osnove kako teorije muzike, tako i teorije prirodnih brojeva. Polazeći od eksperimentalnih iskustava sa zategnutom žicom i staklenim sudovima, različito ispunjenih vodom, definisao je ovaj zakon koji na matematički način opisuje razliku između osećaja konsonantnosti i disonantnosti: dva tona su konsonantna ako se odnosi njihovih frekvencija mogu predstaviti kao mali celi brojevi, na primer 2:1, 3:2 ili 4:3 [Ros1990, Che2004, Ben2008, Mad2009]. Uočava se da su ovo upravo odnosi frekvencija određenih harmonika, tj. alikvotnih tonova.

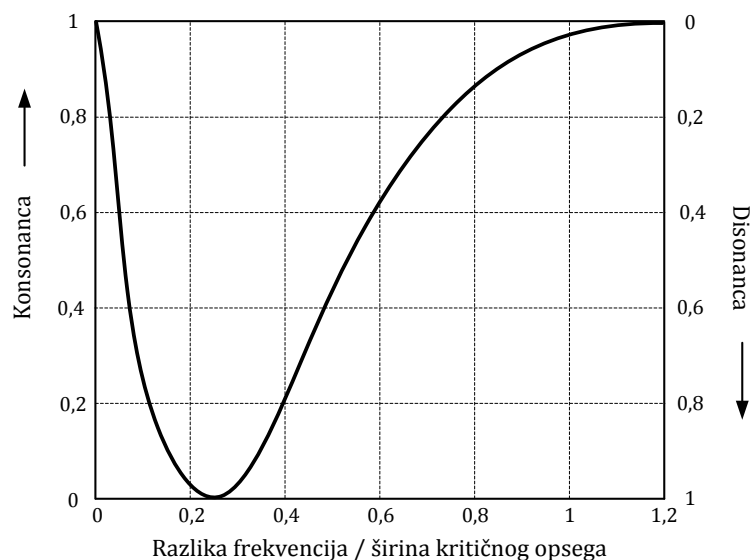
Interval koji subjektivno izaziva osećaj najveće konsonantnosti je oktava – rastojanje između prvog i drugog harmonika, koji odgovara odnosu frekvencija 2:1. Jedan od fenomena ljudskog sluha je takozvana oktavna ekvivalentnost, koja predstavlja činjenicu da se dva tona koja su razmaknuta za ceo broj oktava najčešće doživljavaju kao isti ton različite visine u harmonijskom smislu [Kur1977, Par1989, Ros1990, Fre2001, Ben2008, Mad2009]. Sve globalno korišćene muzičke

skale su zasnovane na ovom fenomenu: podeli intervala oktave na određeni broj delova. Oktavna ekvivalentnost je objašnjena kao posledica fizioloških karakteristika čula sluha u poglavlju 2.

Sledeći interval koji se doživljava kao vrlo konsonantan odgovara odnosu frekvencija između drugog i trećeg harmonika, 3:2, i naziva se kvinta. U tabeli 3.1 dat je pregled intervala, poređanih po konsonantnosti, sa odnosom frekvencija [Ros1990].

Tabela 3.1 Muzički intervali, iskazani preko odnosa malih celih brojeva, poređani opadajuće po konsonantnosti [Ros1990]

Interval	Odnos frekvencija
oktava	2:1
čista kvinta	3:2
čista kvarta	4:3
velika seksta	5:3
velika terca	5:4
mala seksta	8:5
mala terca	6:5



Slika 3.1 Zavisnost osećaja konsonantnosti od razlike frekvencija dva sinusna tona, relativne u odnosu na širinu kritičnog opsega [Plo1965-2]

Prema jednoj od modernih teorija percepcije zvuka konsonantnost simultana dva tona koja čine pobudu zavisi pre od razlike frekvencija nego od njihovog odnosa: ako je ta razlika veća od širine kritičnog opsega dva tona se subjektivno doživljavaju kao konsonantni [Plo1965-2]. Generalno, moderne teorije povezuju osećaje konsonantnosti i disonantnosti sa širinom kritičnih opsega [Kam1969-1, Hut1978]. Na slici 3.1 prikazana je zavisnost osećaja konsonantnosti od razlike frekvencija dva sinusna tona, relativne u odnosu na širinu kritičnog opsega. Sa slike se vidi da najveća disonantnost nastaje kada se razlika frekvencija poklapa sa četvrtinom širine kritičnog opsega.

3.2 Muzičke skale

Muzička skala ili lestvica je uzastopni niz tonova poređanih rastuće ili opadajuće po visini [Taj1962, Ros1990, Mad2009]. Zahvaljujući muzičkim skalama moguće je zapisati melodiju, muzičke kompozicije, prikazati određene tonove, opsege visina tonova instrumenata, itd. Istorijski značajne skale su pitagorejska, prirodna i jednako temperovana skala, koja se danas najviše koristi u savremenoj muzici. Odnosi frekvencija pojedinih tonova ove tri skale prikazani su u tabeli 3.2. Note su prikazane abecednom notacijom od note C.

Pitagora je smatrao da se skala može konstruisati koristeći se samo odnosima frekvencija 2:1 i 3:2, odnosno intervalima oktave i čiste kvinte [Ros1990, Fre2001, Ben2008, Mad2009, Roj2012]. Krećući se od osnovnog tona za interval čiste kvinte naviše (takozvani kvintni krug) i spuštanjem odgovarajući broj oktava na osnovnu oktavu dobija se skala od sedam tonova. Kao što se vidi iz tabele 3.2 ova skala ima pet jednakih celih tonova, stepena, čiji odnos frekvencija $9/8$, i dva jednaka polustepena, čiji je odnos $256/243$. Stepene i polustepene se nalaze na istim mestima na kojima se nalaze u durskoj dijatonskoj lestvici koja se koristi u savremenoj muzici. Interval čiste kvinte naniže odgovara intervalu čiste kvarte podignutom za oktavu više: $2:3 \cdot 2 = 4:3$. Otuda je velika prednost pitagorejske skale konsonantnost čistih kvinti i kvarti. Nedostatak pitagorejske skale je odstupanje ostalih intervala, kao što su terca i seksta, od konsonantnih odgovarajućih intervala sa odnosom frekvencija koji odgovara odnosu malih celih

brojeva, što se može uočiti poređenjem vrednosti u tabelama 3.1 i 3.3. Dodatni manje značajan nedostatak je da kada se nastavi ređanje tonova po kvintnom krugu posle 12 kvintnih skokova dolazi se do početnog tona, čija je frekvencija $(3/2)^{12} = 129,7$ puta veća od frekvencije osnovnog tona. Dvanaest kvintnih skokova odgovara skoku od 7 oktava pa bi matematički i muzički precizno frekvencija ovog tona trebalo da bude $2^7 = 128$ puta veća od frekvencije početnog tona. Odnos ova dva broja iznosi 1.0136 i naziva se pitagorejska koma.

Veliko odstupanje intervala terce i sekste pitagorejske skale od konsonantnih odnosa malih celih brojeva prevaziđen je konstruisanjem prirodne skale, kod koje je osnovna ideja da trozvuk (akord od tri tona) čiji je odnos frekvencija 4:5:6 zvuči veoma prijatno. Prvi interval ovakvog trozvuka je velika terca, a drugi je mala terca, a interval između prvog i trećeg tona je čista kvinta, prema odnosima frekvencija datim u tabeli 3.1. Ovaj trozvuk se u muzičkoj terminologiji naziva durski kvintakord. Značajni tonovi u skali su prvi (tonika), četvrti, za čistu kvartu viši od prvog (subdominanta), i peti, za čistu kvintu viši od prvog (dominanta). Konstruišući durski kvintakord na ova tri značajna tona dobija se sedam tonova prirodne skale [Ros1990, Fre2001, Ben2008, Roj2012]. Trozvuci generisani na trećem i šestom tonu su takozvani molski kvintakord, kod koga je odnos frekvencija 10:12:15. Intervali ovog trozvuka su poređani obrnutim redom u odnosu na durski kvintakord: prvi interval je mala, a drugi je velika terca. Ovaj trozvuk takođe spada u konsonantno sazvučje.

Iako raspored stepena i polustepena i kod prirodne skale odgovara rasporedu odgovarajućih intervala durske dijatonske lestvice, ova skala ima dva različita stepena: tri velika stepena čiji je odnos frekvencija 9/8, i dva mala stepena, čiji je odnos frekvencija 10/9 (tabela 3.2). Prirodna skala ima dva jednaka polustepena, čiji je odnos 16/15.

Istorijski gledano, bilo je još pokušaja da se konstruiše idealna skala. Svaka od njih je imala svoje prednosti i nedostatke, a najveći nedostatak svih njih je bio taj što se instrument morao štimovati za svaki tonalitet posebno (što je značajno izraženo kod prirodne skale zbog postojanja različitih stepena). Kao matematički korektno

rešenje krajem XVII veka nametnula se ideja da se interval oktave podeli na 12 jednakih delova – polustepena, čiji je odnos frekvencija $\sqrt[12]{2} = 1,05946$. Tako je dobijena jednako temperovana skala [Taj1962, Ros1990, Fre2001, Ben2008, Mad2009, Roj2012], koja je rešila mnoge nedostatke, ali je za posledicu imala da se ni jedan interval nije savršeno poklapao sa konsonantnim intervalima dobijenim iz harmonijskog niza pa dugo nije bila prihvaćena od strane muzičara. Odstupanja intervala jednako temperovane skale od pitagorejske i prirodna može se videti u tabeli 3.3. Od 12 tonova jednako temperovane skale može se dobiti 7 tonova bilo koje od 12 durskih i molskih dijatonskih skala.

Tabela 3.2 Odnosi frekvencija tonova u različitim skalama

[Ros1990, Fre2001, Ben2008, Roj2012]

Nota	Pitagorejska				Prirodna				Jednako temperovana durska skala			
	f_1/f_2 od C		f_1/f_2 intervala		f_1/f_2 od C		f_1/f_2 intervala		f_1/f_2 od C		f_1/f_2 intervala	
C	1	1,000	256/243	1,053	1	1,000	9/8	1,125	1	1,000	$2^{2/12}$	1,122
D	9/8	1,125			9/8	1,125	10/9	1,111	$2^{2/12}$	1,122		
E	81/64	1,266			5/4	1,250	16/15	1,067	$2^{4/12}$	1,260		
F	4/3	1,333			4/3	1,333	9/8	1,125	$2^{5/12}$	1,335		
G	3/2	1,500			3/2	1,500	10/9	1,111	$2^{7/12}$	1,498		
A	27/16	1,687			5/3	1,667	9/8	1,125	$2^{9/12}$	1,682		
H	243/128	1,898			15/8	1,875	16/15	1,067	$2^{11/12}$	1,888		
C	2	2,000			2	2,000			2	2,000	$2^{1/12}$	1,059

Tabela 3.3 Odnosi frekvencija muzičkih intervala u različitim skalama [Ros1990]

Interval	Pitagorejska			Prirodna			Jednako temperovana		
	izraz	broj	centi	izraz	broj	centi	izraz	broj	centi
oktava	2/1	2,000	1200	2/1	2,000	1200	2	2,000	1200
čista kvinta	3/2	1,500	702	3/2	1,500	702	$2^{7/12}$	1,498	700
čista kvarta	4/3	1,333	498	4/3	1,333	498	$2^{5/12}$	1,335	500
velika terca	81/64	1,266	408	5/4	1,250	386	$2^{4/12}$	1,260	400
mala terca	32/27	1,185	294	6/5	1,200	316	$2^{3/12}$	1,189	300
velika seksta	27/16	1,687	906	5/3	1,667	884	$2^{9/12}$	1,682	900
mala seksta	128/81	1,580	792	8/5	1,600	814	$2^{8/12}$	1,587	800

Tabela 3.4 Tonovi (prema kamertonu 440 Hz) i intervali
jednako temperovane skale [Heu1949, Fre2001]

Nota	Interval	Odnos frekvencija prema tonu C	Centi u odnosu na ton C	Frekvencija [Hz]
C	prima	1 = 1,000	0	261,6
C# / D $\flat$	mala sekunda	$2^{1/12} = 1,059$	100	277,2
D	velika sekunda	$2^{2/12} = 1,122$	200	293,7
D# / E $\flat$	mala terca	$2^{3/12} = 1,189$	300	311,1
E	velika terca	$2^{4/12} = 1,260$	400	329,6
F	čista kvarta	$2^{5/12} = 1,335$	500	349,2
F# / G $\flat$	prekomerna kvarta / umanjena kvinta	$2^{6/12} = 1,414$	600	370,0
G	čista kvinta	$2^{7/12} = 1,498$	700	392,0
G# / A $\flat$	mala sekta	$2^{8/12} = 1,587$	800	415,3
A	velika seksta	$2^{9/12} = 1,682$	900	440,0
A# / B	mala septima	$2^{10/12} = 1,782$	1000	446,2
H	velika septima	$2^{11/12} = 1,888$	1100	493,9
C	oktava	2 = 2,000	1200	523,3

Tabela 3.5 Oktave tonskog sistema prema kamertonu 440 Hz [Taj1962, Ros1990]

Naziv oktave	Obeležavanje nota u muzičkoj notaciji (<i>Helmholtz</i> -ova notacija)	Obeležavanje nota u standardnoj notaciji	Opseg frekvencija [Hz]
subkontra	C ₂ – H ₂	C0 – H0	16,3 – 30,9
kontra	C ₁ – H ₁	C1 – H1	32,7 – 61,7
velika	C – H	C2 – H2	65,4 – 124,5
mala	c – h	C3 – H3	130,8 – 246,9
prva	c ¹ – h ¹	C4 – H4	264,6 – 493,9
druga	c ² – h ²	C5 – H5	523,3 – 987,8
treća	c ³ – h ³	C6 – H6	1046,5 – 1975,5
četvrta	c ⁴ – h ⁴	C7 – H7	2093,0 – 3951,1
peta	c ⁵ – h ⁵	C8 – H8	4186,0 – 7902,2

Iako se u nekim kulturama koriste i druge skale, kao što je pentatonska skala, i, i pored toga što izvestan broj muzičara eksperimentiše sa novim skalama i podelama oktave [Ben2008], u savremenoj muzici danas se dominantno koristi jednako temperovana skala. Na međunarodnoj konferenciji u Londonu 1939. godine usvojena je vrednost frekvencije takozvanog kamertona a^1 prve oktave (A4, tabela 3.5) od 440 Hz prema kome se štimuju svi instrumenti [Ros1990]. U tabeli 3.4 prikazane su vrednosti frekvencija prve oktave prema kamertonu A.

Niz svih tonova čini tonski sistem [Taj1962]. Tonski sistem je podeljen na oktave. U tabeli 3.5 prikazane su oktave tonskog sistema u odnosu na ton C, sa frekvencijama prema kamertonu 440 Hz.

3.3 Cent

S obzirom da je subjektivna percepcija visine tona logaritamska u odnosu na frekvenciju, odnosi frekvencija muzičkih tonova često se izražavaju u centima [Ell1885]. Cent predstavlja logaritmasku jedinicu za merenje muzičkih intervala. Po definiciji jedan cent odgovara stotom delu polustepena jednako temperovane skale pa jedna oktava sadrži 1200 centi. Otuda je rastojanje između dva tona frekvencija f_1 i f_2 izraženo u centima:

$$1200 \log_2 \frac{f_2}{f_1} [\text{¢}]. \quad (3.1)$$

U tabelama 3.2-3.4 prikazane su veličine intervala u pojedinim skalama izražene u centima.

3.4 Idealno zvono

Sve do XX veka bilo je veoma teško analizirati zvuk zvona, a shodno tome i utvrditi značajniju vezu između zvuka i oblika zvona. Analitičkim slušanjem moglo se izdvojiti nekoliko parcijala, čak se u nekim starim spisima pominje postojanje samo tri tona. Interesantno je kako je u XVIII veku vršena analiza oscilovanja zvona primenom rezonance, a kasnije su uvedene i zvučne viljuške [Leh1987]. Iako je pitanje zvona koje dobo zvuči veoma staro, nije bilo odgovora. Shodno tome nije

bilo ni opšteg pravila za livenje zvona. Svaka livnica je imala svoje znanje i iskustvo koje se prenosilo sa kolena na koleno. Tek u XVII veku muzičar i karilonista Jakob van Ajk je, analizirajući oblik zvona i zvuk koji proizvodi, postavio pravilo odnosa frekvencija prvih pet parcijala koje obezbeđuje dobar zvuk zvona. Istraživanju su značajno doprinela braća Hemoni, zvonolivci iz Holandije, sa kojima je sarađivao.

Van Ajk je analizirao ton koji se dominantno čuje kada se zvono pobudi – udarni ton, i prema njemu je određivao ostale tonove [Leh1987]. On je zaključio da iznad udarnog tona treba da se nalaze tri parcijala udaljena od udarnog tona za intervale male terce, čiste kvinte i oktave, a ispod udarnog tona jedan parcijal udaljen za interval oktave. Uzimajući ove zaključke u obzir, kao i odnose frekvencija intervala iz tabele 3.1, dolazi se do pravila van Ajka i braće Hemoni da odnos frekvencija prvih pet parcijala treba da bude $5 : 10 : 12 : 15 : 20$, odnosno $1 : 2 : 2.4 : 3 : 4$. Zvono sa ovim odnosom frekvencija prvih pet parcijala naziva se idealno zvono. Iako su podaci u međuvremenu bili izgubljeni i ovo pravilo zaboravljeno pa ponovo otkriveno tek u XIX veku, danas se, posle skoro četiri veka, prema ovom pravilu i dalje liju i štiju zvona u savremenim zvonolivnicama za crkve u Zapadnoj Evropi (*Western minor-third church bell*) [Leh1987, Ros2008, Fle1998].

Van Ajk je primetio da je trozvuk koji čine prvih pet parcijala molski i nije umeo da objasni zbog čega je sa zadatim profilom zvona nemoguće napraviti „dursko“ zvono. Interesantno je da se generalno za durske lestvice vezuju srećna i radosna osećanja, dok se za molske lestvice vezuje tuga [Ben2008]. Možda je to dodatni razlog što sam zvuk zvona izaziva posebna subjektivna osećanja kod čoveka. Današnja tehnologija omogućila je razvoj različitih profila zvona, od kojih neka omogućavaju realizaciju „durskog“ zvona, tj. zvona kod koga je između drugog i trećeg harmonika interval velike terce, tj. odnos prvih pet parcijala je $1 : 2 : 2.5 : 3 : 4$ [Sch1987, Leh1987, Roo1992, Fle1998], kao i zvono sa harmonijskim odnosom određenog broja parcijala [Mcl2003].

Iako se dugo smatralo da prvih pet parcijala dominantno utiču na subjektivni doživljaj zvuka zvona i udarni ton, braća Hemoni su definisala odnose frekvencija

prvih osam parcijala, uključujući i intervale velike terce i velike sekste: 5 : 10 : 12 : 15 : 20 : 25 : 30 : 40 [Leh1987].

Posmatrajući odnose frekvencija parcijala koje su utvrdili van Ajk i braća Hemoni, a imajući u vidu kada su istorijski nastala navedena pravila, jasno je da su se intervali posmatrali kao odnosi malih celih brojeva, kao kod prirodne skale. U tabeli 3.6 prikazano je: prvih 12 parcijala idealnog zvona sa odgovarajućim odnosima frekvencija koji odgovaraju malim celim brojevima prema prirodnoj skali, frekvencije takvog zvona kada bi se za fundamental uzeo kamerton A4, kao i odgovarajuće note jednako temperovane skale sa odstupanjima u centima. Sivom bojom je označeno prvih pet parcijala čiji prikazan odnos frekvencija u savremenoj terminologiji označava odnos frekvencija idealnog zvona.

3.5 Muzičko obeležavanje zvona

S obzirom da je udarni ton jedna od osnovnih karakteristika zvona, pored objektivnih parametara, kao što su masa i dimenzije, u listi karakteristika zvona prikazuje se i visina udarnog tona izražena kao frekvencija u Hz ili prikazana kao nota jednako temperovane skale sa eventualnim odstupanjima u centima. Kao što je bilo pokazano u poglavlju 2.7, kod idealnog zvona udarni ton se poklapa sa frekvencijom drugog parcijala – fundamentala pa bi oznaka za idealno zvono sa frekvencijama parcijala prikazanim u tabeli 3.6 bila A4. Ponekad se prikazuje određeni broj parcijala kao nota jednako temperovane skale sa odstupanjima u centima. U tabeli 3.7 prikazano je prvih 5 parcijala jednog realnog zvona mase 600 kg.

Tabela 3.6 Prvih 12 parcijala idealnog zvona [Ros1987, Ros1990]

Mod		Naziv	Odnosi prema fundamentalu idealnog zvona	Frekvencije [Hz]	Nota
(2,0)	I-2	donja oktava	0,500	220	A3
(2,1 [#])	II-2	fundamental (prima)	1,000	440	A4
(3,1)	I-3	terca (mala terca)	1,200	528	C5+16
(3,1 [#])	II-3	kvinta	1,500	660	E5+2
(4,1)	I-4	nominal (oktava)	2,000	880	A5
(4,1 [#])	II-4	velika decima	2,500	1100	C#6-7
(2,2)	III-2	čista undecima	2,667	1173,3	D6-8
(5,1)	I-5	čista duodecima	3,000	1320	E6+2
(6,1)	I-6	gornja oktava	4,000	1760	A6
(7,1)	I-7	gornja undecima	5,333	2346,7	D7-8
(8,1)	I-8	gornja tercdecima	6,667	2933,3	F#7-7
(9,1)	I-9	treća oktava	8,000	3520	A7

Tabela 3.7 Prvih 5 parcijala realnog zvona mase 600 kg

Mod	Naziv	Odnosi prema fundamentalu	Frekvencije [Hz]	Nota
(2,0)	donja oktava	0,58	209,9	F#3+19
(2,1 [#])	fundamental (prima)	1,000	363,4	F#4-6
(3,1)	terca	1,26	457,6	A#4-6
(3,1 [#])	kvinta	1,82	660,8	E5+4
(4,1)	nominal	2,11	768,5	G5-5

4 Analiza zvona primenom metode konačnih elemenata

Do pre manje od jednog veka analitički pristup analizi oscilovanja zvona i zvučnog polja bio je jedini mogući pristup. Da bi se uopšte moglo pristupiti modalnoj analizi, telo koje se razmatra mora se predstaviti matematičkim formulama da bi se izvele jednačine kretanja tela koje osciluje, čija će rešenja dati parametre modova oscilovanja u zavisnosti od geometrije. Ove diferencijalne jednačine višeg reda rešavaju se pod određenim graničnim uslovima. S obzirom da se oblik zvona teško može predstaviti matematički krivama drugog reda [Heu1949, Leh1986] potrebno je izvršiti razne aproksimacije koje tokom istorije nisu dale zadovoljavajuća rešenja.

Sredinom XX veka razvijena je numerička metoda za približno rešavanje graničnih problema sa zadatim početnim uslovima nazvana metoda konačnih elemenata (*Finite Element Analysis* - FEM). Suština metode je diskretizacija strukture (domena) na konačne elemente jednostavnih oblika, koji su povezani u čvorovima u mrežu [Sek1988, Red1993]. Za svaki konačni element postavljaju se jednačine, a odgovarajućim postupcima izvede se globalne jednačine za celu strukturu. Metoda konačnih elemenata je računski veoma zahtevna, a rapidni razvoj računara omogućio je uvođenje ove metode u svakodnevnu inženjersku praksu. Primenom FEM analize mogu se dobro proučiti i prikazati fizički principi mehaničkog oscilovanja tela zvona i veza između materijalizacije zvona i zračenja zvuka u okolni medij, kao i ispitati uticaji različitih parametara kao što su vrsta materijala, promena profila i slično, na akustičke karakteristike izlivenog zvona. Jedan od primera primene FEM analize je u dizajniranju „durskog“ zvona [Sch1987, Leh1987, Roo1992] i zvona sa harmonijskim odnosom određenog broja parcijala [McI2003]. FEM analiza primenjuje se i za ispitivanje zvučnog polja u okolini zvona [Gol2009], iako se za takva izračunavanja češće primenjuje metoda graničnih elemenata (*Boundary Element Analysis* - BEM).

Različiti softverski paketi za geometrijsko modelovanje, koji koriste analizu konačnih elemenata pokazali su se kao vrlo interesantni za primenu na zvonima [Per1983, Leh1987, Ros1989, Ald2000, Fis2001, Spi2004, Bau2004, Ans2006, Bla2006, Men2006, Rup2006, Sie2006, Ros2007, Ste2008, Oht2013].

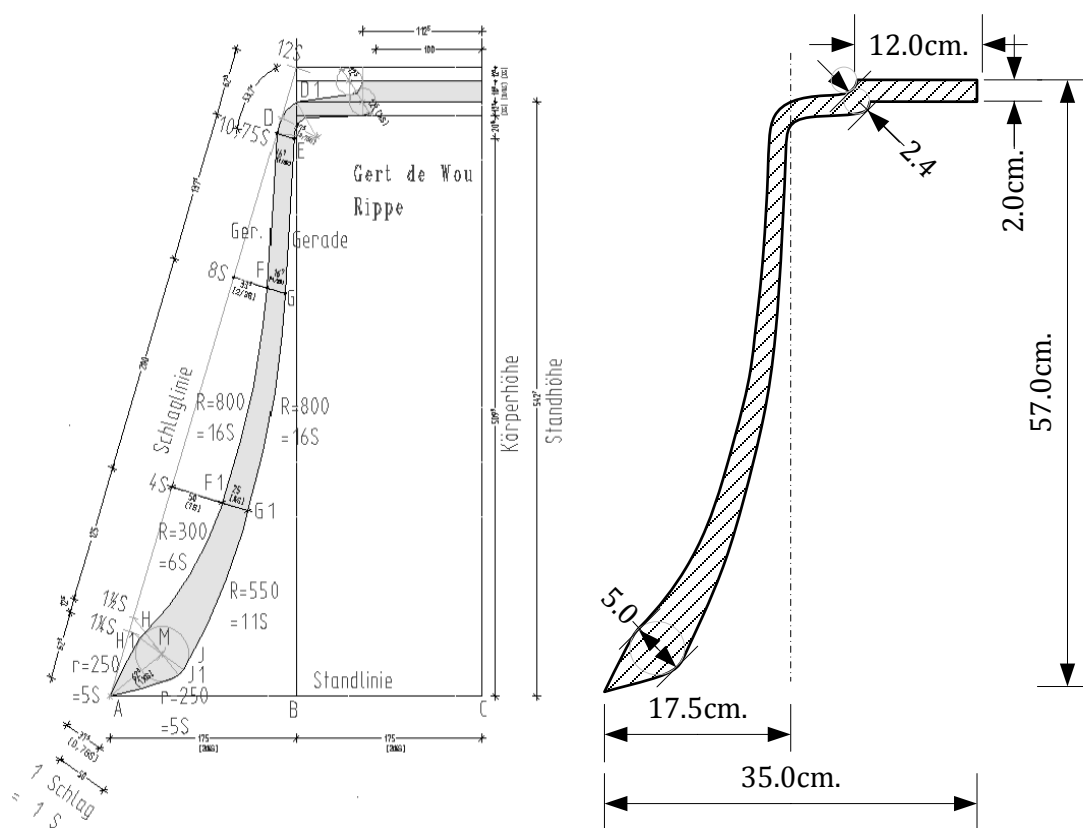
U ovom poglavlju prikazane su analiza modova oscilovanja i analiza zvučnog polja zvona, vršene u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics*. *COMSOL Multiphysics* je interaktivno softversko okruženje za modelovanje i simulaciju različitih problema, kako u domenu nauke, tako i praktičnih inženjerskih problema iz različitih oblasti. Primena *COMSOL Multiphysics* okruženja uključuje modelovanje različitih pojava na osnovu predefinisanih fizičkih interfejsa, koji uključuju električni, mehanički i hemijski domen, kao i dinamiku fluida, i rešenja složenih problema primenom metode konačnih elemenata. *COMSOL Multiphysics* omogućava i integraciju svojih rešenja sa drugim programskim paketima, kao što je *MATLAB*, *SOLIDWorks*, itd. Ova mogućnost korišćena je prilikom modelovanja.

4.1 Geometrijsko modelovanje zvona

3D model zvona generisan je u softverskom paketu *SOLIDWorks* na osnovu poprečnog preseka zvona, njegovom rotacijom oko ose simetrije.

Ispitivana su dva zvona. Prvo zvono je izliveno u čuvenoj holandskoj zvonolivnici iz XV veka, *Geert de Wou*. Model ovog zvona je generisan na osnovu istorijskog crteža [Sie2006], koji je prikazan na slici 4.1a, dok je na istoj slici pod b prikazan rekonstruisan poprečni presek. Na slici 4.2 prikazan je generisani *SolidWorks* model.

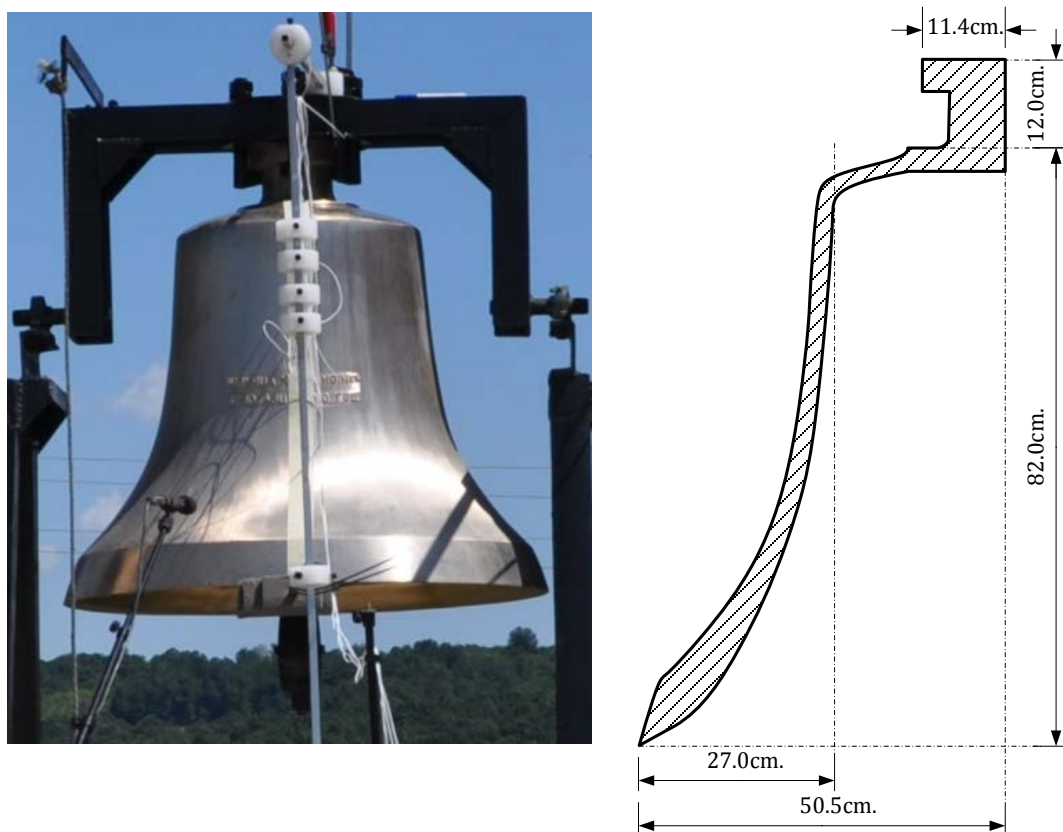
Drugo zvono je mase 600 kg, izliveno u zvonolivnici Kremenović [Lig]. Model ovog zvona generisan je na osnovu šablona prema kom se liju zvona. Fotografija zvona, kao i rekonstruisani poprečni presek prikazani su na slici 4.3. Sastav bronzе od koje je izliveno zvono je: 18-20% kalaj, 1-1,5% cink, do 1% olovo, do 1% ostali elementi, ostatak (oko 77%) je bakar. Izmerena gustina ove bronzе je 8700 kg/m³.



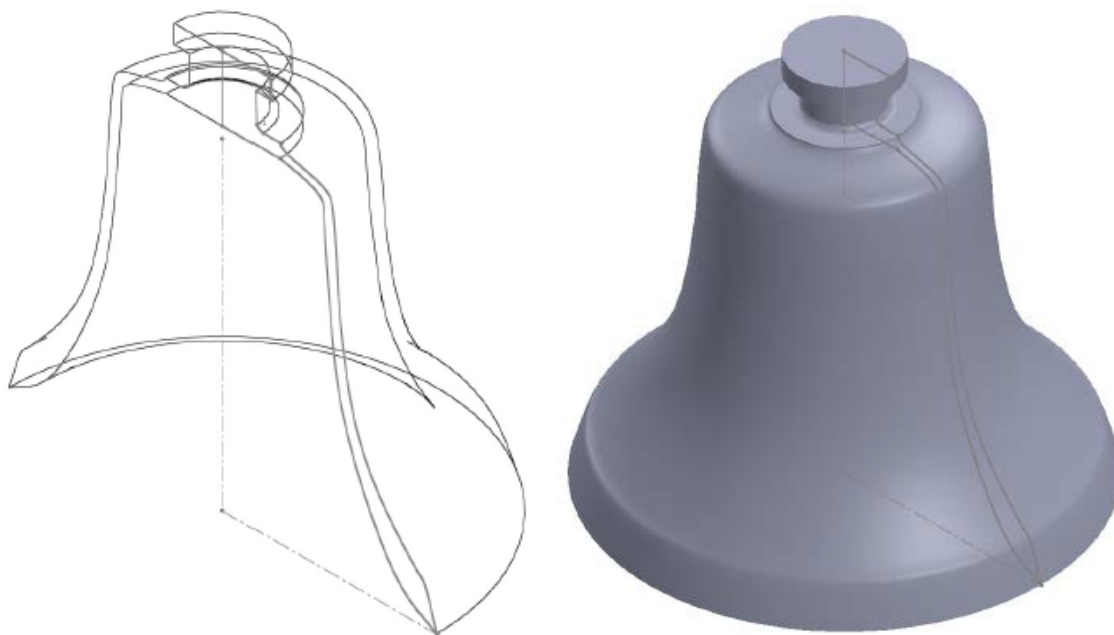
Slika 4.1 Poprečni presek modelovanog zvona *Geert de Wou* [Sie2006]



Slika 4.2 3D model zvona *Geert de Wou* [Sie2006]



Slika 4.3 Fotografija i poprečni presek zvona mase 600 kg zvonolivnice Kremenović [Lig]



Slika 4.4 3D model realnog zvona 600 kg

Na slici 4.4 prikazan je generisani *SolidWorks* model. Određena je zapremina zvona od $65,7 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$, dok je masa 572 kg, što predstavlja vrlo dobru aproksimaciju modelovanog realnog zvona.

4.2 Analiza modova oscilovanja zvona primenom metode konačnih elemenata

Analiza modova oscilovanja zvona vršena je u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics* u okviru kog je korišćen modul *Solid Mechanics* sa opcijom za određivanje sopstvenih modova (*Eigenfrequency*). Rešavanje ovog problema se zasniva na jednačinama linearne elastičnosti čvrstih tela:

$$\frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \vec{\sigma} = \vec{F}, \quad (4.1)$$

gde je ρ - gustina materijala, $\vec{u}$ - vektor deformacije, $\vec{\sigma}$ - simetrični tenzor pritiska i $\vec{F}$ - zapreminska sila. Rešavanjem jednačine (4.1) dobijaju se rezonantne frekvencije i oblici odgovarajućih modova oscilovanja [Ste2008, Now2012].

4.2.1 Poređenje rezultata dobijenih u *COMSOL Multiphysics* i *LS-DYNA* softverskim paketima

U ovom potpoglavlju prikazana je analiza modova oscilovanja zvona sa slike 4.1 primenom metode konačnih elemenata u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics*. FEM analiza modova oscilovanja ovog zvona u softverskom paketu *LS-DYNA* prikazana je u radu [Sie2006]. Upoređeni u rezultati ove analize sa rezultatima dobijenim u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics*.

U ovim analizama nije vršeno modelovanje krune zvona jer se pomoću nje zvono pričvršćuje za nosač (gredu) pa je pretpostavka da nema oscilacija tog dela zvona i da je dovoljno dobra aproksimacija da se usvoji da je deo zvona neposredno ispod krune fiksiran. U softverskom paketu *COMSOL Multiphysics* činjenicu da na određenoj površini nema pomeranja materijala obezbeđuje opcija *Fixed Constraint* na nivou graničnih površina (*Boundaries*). Na slici 4.5 plavom bojom je označena površina na koju je primenjeno ovo ograničenje.

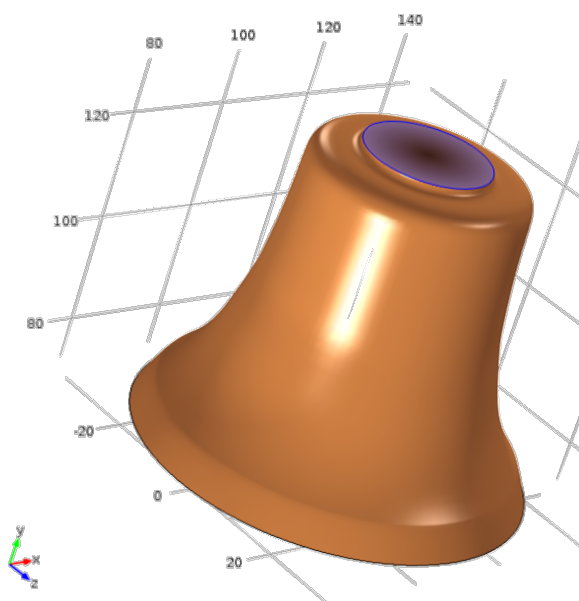
Na slici 4.6 prikazana je mreža konačnih elemenata, koja je u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics* korišćena za analizu. Iako je moguće koristiti četiri različite vrste trodimenzionalnih elemenata (tetraedar, kocka, prizma i piramida) odabrana je mreža tetraedara koju automatski generiše softver i kojom je moguće modelovati bilo koje geometrijsko telo. Mreža se sastoji od sledećih elemenata: 16375 tetraedara, 6856 trouglova, 176 ivica i 6 tačaka, i ima 86646 stepeni slobode. Minimalna i maksimalna dimenzija elementa su 3,85 cm i 0,28 cm, respektivno. U radu [Sie2006] za isto zvono je generisana mreža konačnih elemenata oblika kocke, i to 41600 elemenata.

Srednje vrednosti parametara bronze, koji su korišćeni za određivanje modova oscilovanja preuzete su iz [Sie2006] i date su u tabeli 4.1.

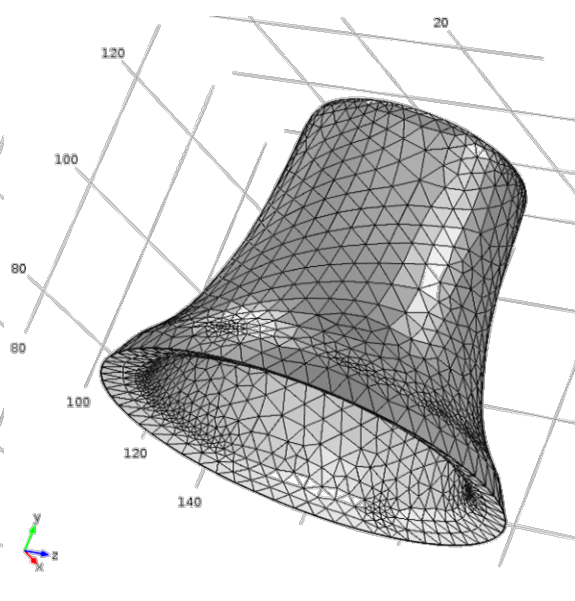
U tabeli 4.2 prikazano je prvih 12 modova oscilovanja zvona, dobijenih primenom FEM analize u programskom paketu *COMSOL Multiphysics*. U tabeli su prikazane izračunate frekvencije i oblici modova, kao i tip moda. Tip moda je određen na osnovu oblika i analize prikazane u poglavlju 1.2.

Može se uočiti da je pri izračunavanju došlo do razdvajanja degenerisanih modova za sve modove za koje je $m > 0$ (svi modovi u tabeli 4.2, osim modova 3 i 4), što znači da je pri diskretizaciji domena zvona došlo do narušenja simetrije. Ovaj zaključak se može potvrditi analizom mreže konačnih elemenata na slici 4.6, gde se uočava da je mreža negde gušća, a negde ređa, što je posledica automatskog određivanja elemenata mreže. Zaključak je u saglasnosti sa teorijom iznesenoj u poglavlju 1.2 prema kojoj za modove sa $m = 0$ ne može doći do pojave degenerisanih modova.

Dobijeni redosled akustički značajnih modova (donja oktava, fundamental, terca, kvinta, nominal) odgovara teorijski predviđenom. U tabeli 4.3 prikazani su uporedni rezultati obe analize u softverskim paketima *COMSOL Multiphysics* i *LS-DYNA* [Sie2006], kao i odnosi frekvencija prvih pet parcijala u odnosu na fundamental *COMSOL Multiphysics* modela. Može se uočiti značajno poklapanje između rezultata dobijenih pomoću dva različita softverska paketa za FEM analizu. Razlike potiču od različite diskretizacije domena i preciznosti izračunavanja.



Slika 4.5 *COMSOL Multiphysics*, zvono sa slike 4.1: plava površina fiksirana prilikom analize (*Fixed Constraint*)

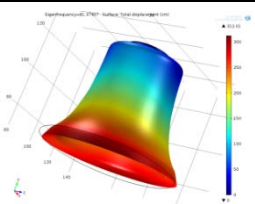
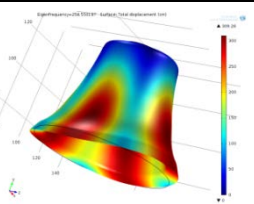
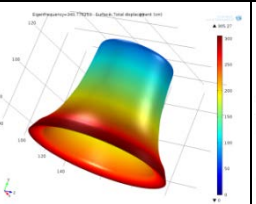
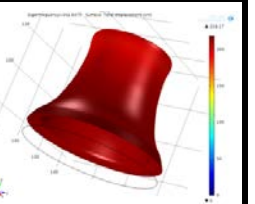


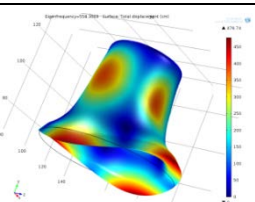
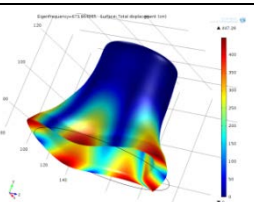
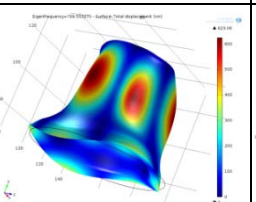
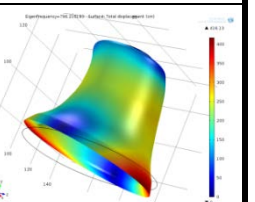
Slika 4.6 *COMSOL Multiphysics*, zvono sa slike 4.1: mreža konačnih elemenata

Tabela 4.1 Srednje vrednosti parametara bronzе korišćenih u simulaciji za zvono sa slike 4.1 [Sie2006]

Parametar	Vrednost
Gustina	8450 kg/m ³
<i>Young</i> -ov modul elastičnosti	95·10 ⁹ N/m ²
<i>Poisson</i> -ov koeficijent	0,30

Tabela 4.2 Modovi oscilovanja zvona sa slike 4.1 dobijeni
u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics*

Broj	1	2	3	4
Frekv. [Hz]	81,37 81,62	258,55 258,58	340,78	342,84
Tip	fleksioni	fleksioni	fleksioni	isključivo vertikalno kretanje
Broj čvorova	$m = 1, n = 0$	$m = 2, n = 0$ (2,0) I-2	$m = 0, n = 0$	
Model				

Broj	5	6	7	8
Frekv. [Hz]	558,31 558,40	673,86 673,92	769,55 769,69	796,22 796,25
Tip	fleksioni	fleksioni	fleksioni	ekstenzioni
Broj čvorova	$m = 2, n = 1$ (2,1#) II-2	$m = 3, n = 1$ (3,1) I-3	$m = 3, n = 1$ (3,1#) II-3	$m = 1, n = 1$
Model				

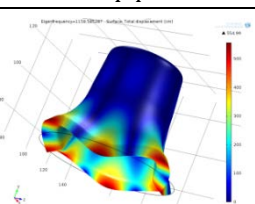
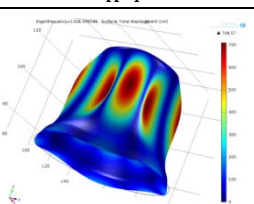
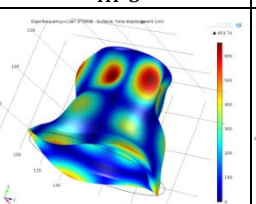
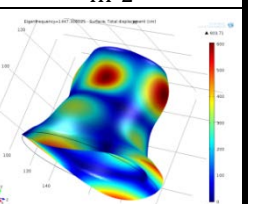
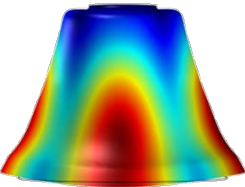
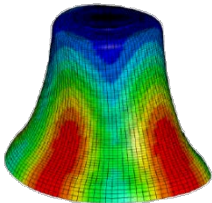
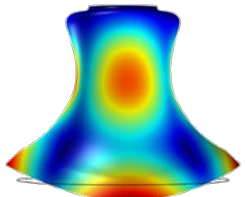
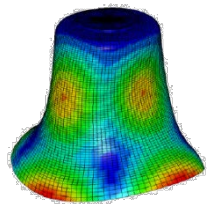
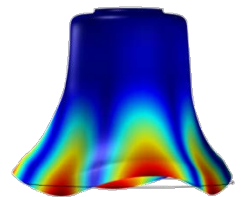
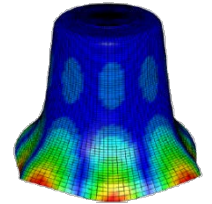
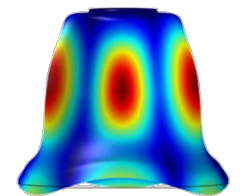
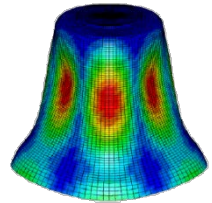
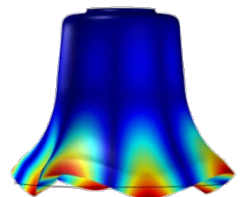
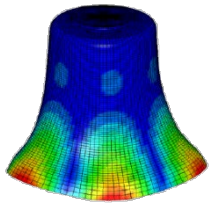
Broj	9	10	11	12
Frekv. [Hz]	1159,59 1156,71	1308,45 1308,63	1387,97 1388,21	1447,31 1447,62
Tip	fleksioni	fleksioni	fleksioni	fleksioni
Broj čvorova	$m = 4, n = 1$ (4,1) I-4	$m = 4, n = 1$ (4,1#) II-4	$m = 3, n = 2$ (3,2) III-3	$m = 2, n = 2$ (2,2) III-2
Model				

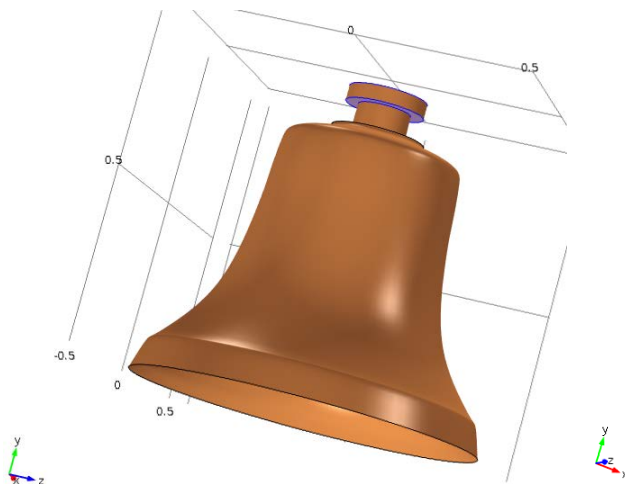
Tabela 4.3 Uporedni rezultati FEM analize zvona sa slike 4.1

Mod	Parcijal	<i>COMSOL Multiphysics</i> f [Hz]		<i>LS-DYNA</i> [Sie2006] f [Hz]		Odnosi f parcijala u odnosu na fundamental (<i>COMSOL</i> model)
(2,0)	donja oktava	258,6		263,9		0,46
(2,1#)	fundame ntal	558,4		564,1		1,00
(3,1)	terca	673,9		682,5		1,21
(3,1#)	kvinta	769,6		782,6		1,38
(4,1)	nominal	1159,6		1162,1		2,08

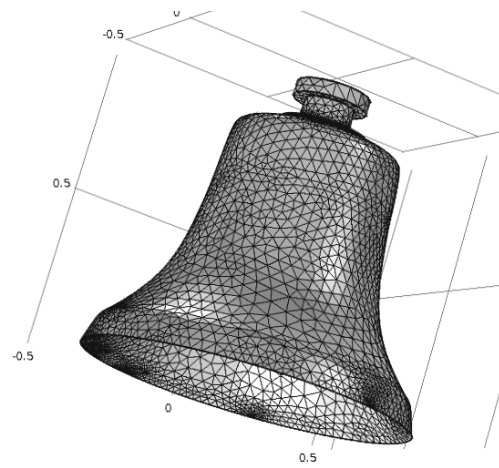
4.2.2 Analiza modova oscilovanja realnog zvona

U ovom poglavlju prikazana je analiza modova oscilovanja zvona mase 600 kg, izlivenog u zvonolivnici Kremenović (slika 4.3), primenom metode konačnih elemenata u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics*.

Na slici 4.3a može se uočiti da je zvono pričvršćeno za gornji deo krune. Na osnovu načina kačenja zvona usvojeno je da su fiksirane dve naspramne površine na kruni zvona koje su prikazane na slici 4.7 plavom bojom (*Fixed Constraint*).



Slika 4.7 COMSOL Multiphysics, zvono sa slike 4.3: plave površine fiksirane prilikom analize (*Fixed Constraint*)



Slika 4.8 COMSOL Multiphysics, zvono sa slike 4.3: mreža konačnih elemenata

Na slici 4.8 prikazana je automatski generisana mreža konačnih elemenata, koja je korišćena za analizu, koja se sastoji od sledećih elemenata: 41013 tetraedara, 14056 trouglova, 549 ivica i 14 tačaka, i ima 207228 stepeni slobode. Minimalna i maksimalna dimenzija elementa su 5,54 cm i 0,40 cm, respektivno. Srednje vrednosti parametara bronce od koje je zvono izliveno date su u tabeli 4.4. U tabeli 4.5 prikazano je prvih 12 modova oscilovanja zvona. Iako je redosled frekvencija prvih pet modova u tabelama 4.2 i 4.5 za dva analizirana zvona isti, može se uočiti da to nije slučaj i sa ostalim modovima.

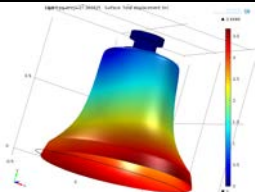
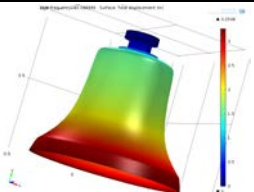
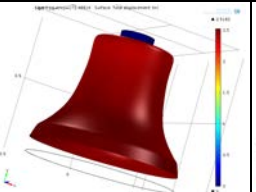
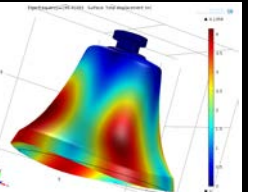
U poglavlju 0 biće prikazana metoda merenjem mikrofona u bliskom polju, kojom je vršena analiza zvona sa slike 4.3, kao i poređenje rezultata dobijenih simulacijom i merenjem.

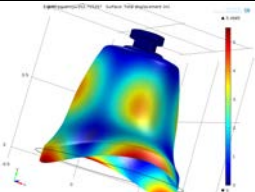
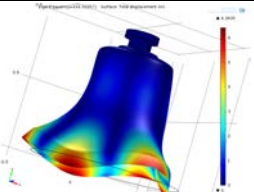
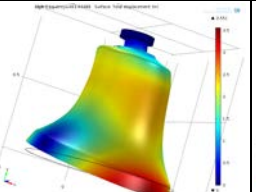
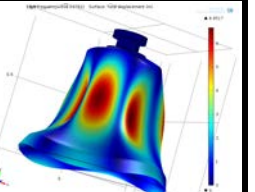
Tabela 4.4 Srednje vrednosti parametara bronzе korišćenih
u simulaciji za zvono sa slike 4.3

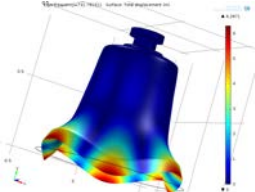
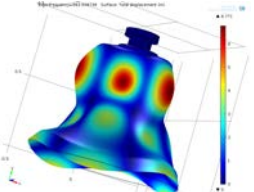
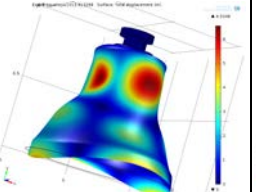
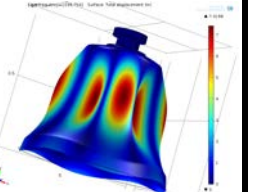
Parametar	Vrednost
Gustina	8700 kg/m ³
<i>Young</i> -ov modul elastičnosti	110·10 ⁹ N/m ²
<i>Poisson</i> -ov koeficijent	0,40

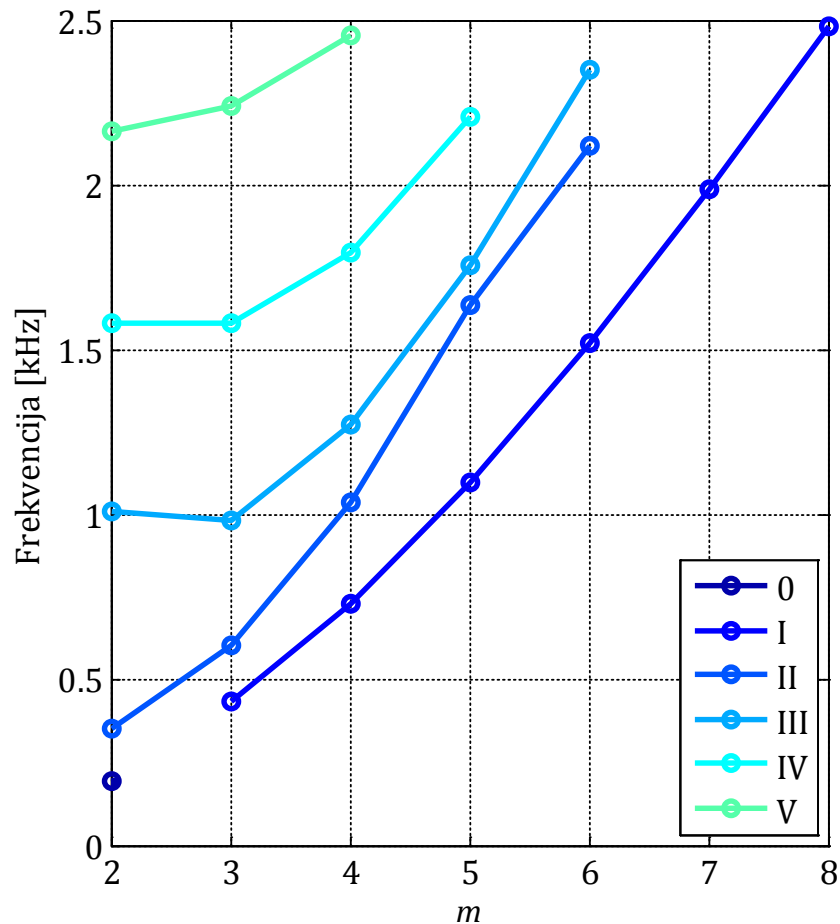
Na slici 4.9 prikazane su frekvencije fleksionih modova oscilovanja zvona sa slike 4.3 kao funkcija polovine broja čvorova u horizontalnoj ravni m , dobijene za analizirano zvono, dobijene primenom FEM analize. Modovi su podeljeni prema grupama, kao što je opisano u poglavlju 1.2 i prikazano na slici 1.4. Izgled dobijenih karakteristika se mahom poklapa sa karakteristikama datim u literaturi koji su prikazani na slici 1.5. Ipak, u simulaciji su uočene grupe fleksionih modova oscilovanja koji do sada nisu opisani u literatri.

Tabela 4.5 Modovi oscilovanja zvona sa slike 4.3
dobijeni u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics*

Broj	1	2	3	4
Frekv. [Hz]	27,36 27,38	80,09	172,50	196,41 196,42
Tip	fleksioni	fleksioni	isključivo vertikalno kretanje	fleksioni
Broj čvorova	$m = 1, n = 0$	$m = 0, n = 0$		$m = 2, n = 0$ (2,0) I-2
Model				

Broj	5	6	7	8
Frekv. [Hz]	352,76 352,78	434,32 434,36	463,64 463,97	608,04 608,08
Tip	fleksioni	fleksioni	ekstenzioni	fleksioni
Broj čvorova	$m = 2, n = 1$ (2,1#) II-2	$m = 3, n = 1$ (3,1) I-3	$m = 1, n = 1$	$m = 3, n = 1$ (3,1#) II-3
Model				

Broj	9	10	11	12
Frekv. [Hz]	731,79 731,83	983,01 983,21	1013,91 1013,99	1039,75 1039,82
Tip	fleksioni	fleksioni	fleksioni	fleksioni
Broj čvorova	$m = 4, n = 1$ (4,1) I-4	$m = 3, n = 2$ (3,2) III-3	$m = 2, n = 2$ (2,2) III-2	$m = 4, n = 1$ (4,1#) II-4
Model				



Slika 4.9 Sopstvene frekvencije modova oscilovanja zvona sa slike 4.3 dobijene simulacijom (*COMSOL Multiphysics*)

4.2.3 Analiza uticaja parametara materijala

Prilikom analize rezultata simulacije primećeno je da parametri materijala značajno utiču na dobijene frekvencije sopstvenih modova. U tabeli 4.6 prikazani su uticaji promene *Young*-ovog modula elastičnosti, *Poisson*-ovog koeficijenta i gustine (u odnosu na početne vrednosti $E = 110 \cdot 10^9$ N/m², $\mu = 0,40$ i $\rho = 8700$ kg/m³) na primeru realnog zvona sa slike 4.3. Uočava se da *Poisson*-ov koeficijent blago utiče i to na različite načina na frekvencije pojedinih modova, dok je uticaj *Young*-ovog modula elastičnosti i gustine konstantan.

Tabela 4.6 Frekvencije modova oscilovanja za različite vrednosti
Young-ovog modula elastičnosti E , *Poisson*-ovog koeficijenta μ
i gustine materijala ρ

$E = 110 \cdot 10^9$ N/m ² $\mu = 0,40$ $\rho = 8700$ kg/m ²	$E = 110 \cdot 10^9$ N/m ² $\mu = 0,30$ $\rho = 8700$ kg/m ²		$E = 95 \cdot 10^9$ N/m ² $\mu = 0,40$ $\rho = 8700$ kg/m ²		$E = 110 \cdot 10^9$ N/m ² $\mu = 0,40$ $\rho = 8450$ kg/m ²	
f [Hz]	f [Hz]	relativna razlika	f [Hz]	relativna razlika	f [Hz]	relativna razlika
27.36093	26.42791	1.035304	25.42707	1.076055	27.76272	0.985527
27.37646	26.44054	1.035397	25.4415	1.076055	27.77848	0.985527
80.089	83.05738	0.964261	74.42834	1.076055	81.26511	0.985527
172.4992	167.9682	1.026975	160.307	1.076055	175.0323	0.985527
196.4109	192.1492	1.022179	182.5287	1.076055	199.2952	0.985527
196.4212	192.1529	1.022213	182.5382	1.076055	199.3057	0.985527
352.7553	351.8819	1.002482	327.8227	1.076055	357.9355	0.985527
352.7777	351.8965	1.002504	327.8435	1.076055	357.9583	0.985527
434.3226	431.3746	1.006834	403.6248	1.076055	440.7006	0.985527
434.3568	431.4039	1.006845	403.6566	1.076055	440.7353	0.985527
463.6449	466.4202	0.99405	430.8746	1.076055	470.4535	0.985527
463.9715	466.6943	0.994166	431.1781	1.076055	470.7849	0.985527

4.3 Analiza zvučnog polja zvona primenom metode konačnih elemenata

Analiza zvučnog polja zvona vršena je korišćenjem modula *Acoustic-Solid Interaction* u okviru softverskog paketa *COMSOL Multiphysics*. Analiza se zasniva na talasnoj jednačini (prilog 4):

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \nabla^2 p = 0, \quad (4.2)$$

gde su c brzina prostiranja zvuka u vazduhu, i p zvučni pritisak [Kur1977, Gol2009, Kut2009, Now2012] (prilog 4). Jednačine (4.1) i (4.2) povezane su graničnim uslovima

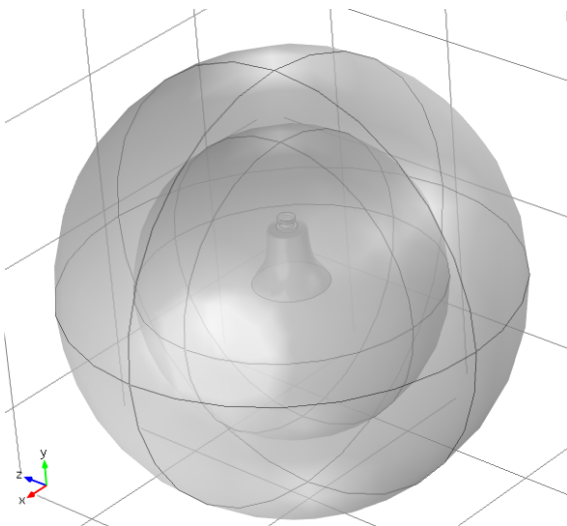
$$-\vec{n} \cdot \left(\nabla \cdot \frac{1}{\rho} (\nabla p) \right) = -\vec{n} \cdot \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad (4.3)$$

$$\sigma \cdot \vec{n} = p \cdot \vec{n}, \quad (4.4)$$

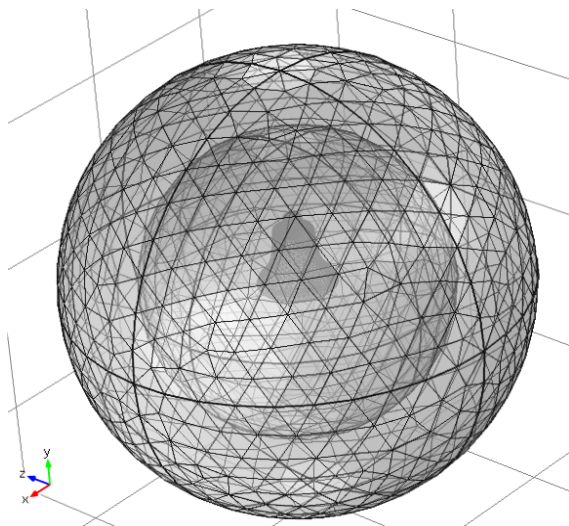
gde je $\vec{n}$ jedinični vektor normale na površinu čvrstog tela (zvona), a ρ gustina vazduha. Pretpostavka je da je vazduh stišljiv, neviskozan, homogen, linearan elastičan fluid. U tom slučaju parametri imaju standardne vrednosti: $c = 343$ m/s i $\rho = 1,2$ kg/m³.

Da bi se u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics* modelovalo prostiranje zvučnih talasa u slobodnom postoru koriste se takozvani idealno prilagođeni slojevi (*Perfectly Matched Layers* - PML). PML predstavlja neku vrstu graničnog uslova, dodatni sloj vazduha koji idealno apsorbuje dolazeći zvuk i ne stvara refleksije. Pri tome PML su tako realizovani da ne utiču na akustičku impedansu. Idealna debljina PML sloja je reda veličine talasne dužine.

Na slici 4.10 prikazan je model zvona sa generisanim PML slojem. Zvono je postavljeno u centru vazdušne sfere generisane oko zvona tako da se osa simetrije u vertikalnoj ravni poklapa sa osom sfere, dok se obod zvona nalazi na ravni koja polovi sferu i normalna je na osu simetrije zvona. Odabran je poluprečnik vazdušne sfere od 2 m.



Slika 4.10 *COMSOL Multiphysics*, zvono sa slike 4.3: model zvona i PML sloj

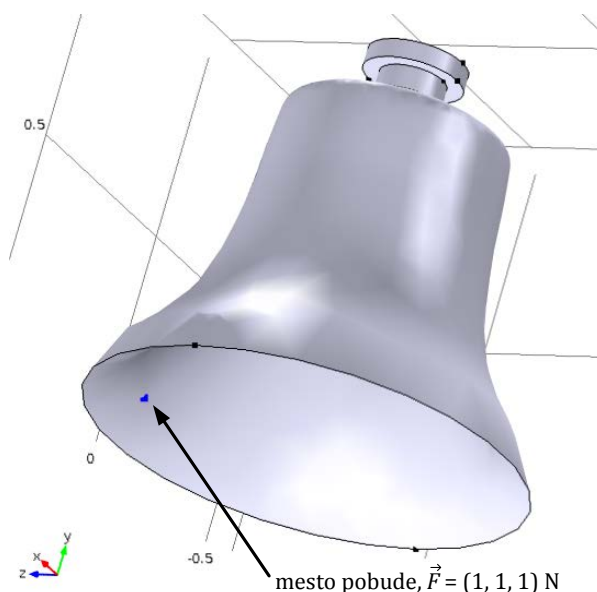


Slika 4.11 *COMSOL Multiphysics*, zvono sa slike 4.3: mreža konačnih elemenata

Analizirano je zvučno polje zvona na frekvencijama prvih pet parcijala (tabela 4.5). Maksimalna i minimalna talasna dužina analiziranih modova su 1,7 m i 0.5 m pa je odabrana debljina PML sloja od 1 m.

Na slici 4.11 prikazana je automatski generisana mreža konačnih elemenata, koja je korišćena za analizu. Zbog kompleksnosti proračuna koji zahteva značajne procesorske resurse mreža zvona je grublja od mreže koja je korišćena prilikom simulacije modova oscilovanja. Mreža zvona se sastoji od 6883 tetraedara, 3904 trouglova, 182 ivice i 14 tačaka. Mreža vazdušne sfere zajedno sa PML slojem sastoji se od 50899 tetraedara, 1948 trouglova, 204 ivice i 13 tačaka.

Pobuda je simulirana tačkastim izvorom, na mestu koje se nalazi na unutrašnjoj površini zvona na 7 cm od oboda, kao što je prikazano na slici 4.12. Pobuda je harmonijska, na frekvenciji odabranog parcijala, efektivne vrednosti pobudne sile od $\sqrt{3}$ N, i pod udarnim uglom od 45° u odnosu na osu simetrije.



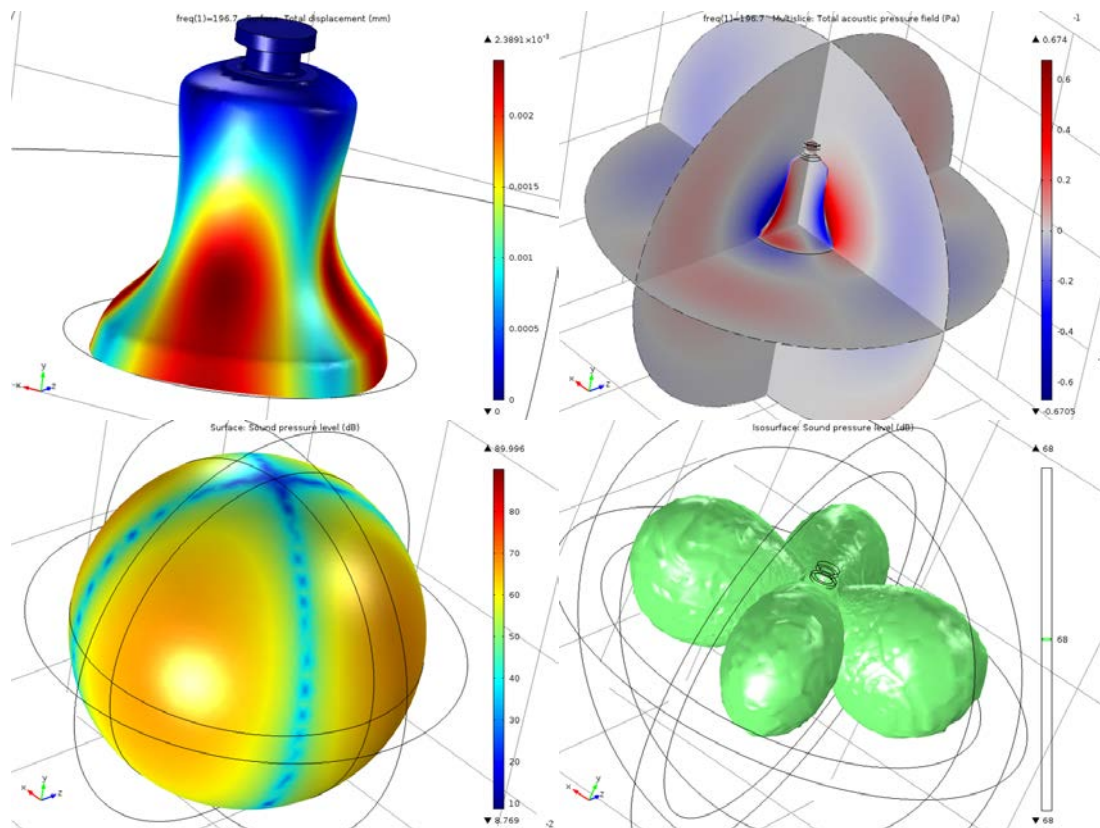
Slika 4.12 Pobuda zvona

Na slikama 4.13-4.17 za frekvencije prvih pet parcijala prikazani su: a) pomeraji zvona (u mm), b) prostorna raspodela pritiska (u Pa), c) nivo zvuka na rastojanju od 2 m od zvona i d) izobarske linije za određeni nivo zvuka (dijagram usmerenosti).

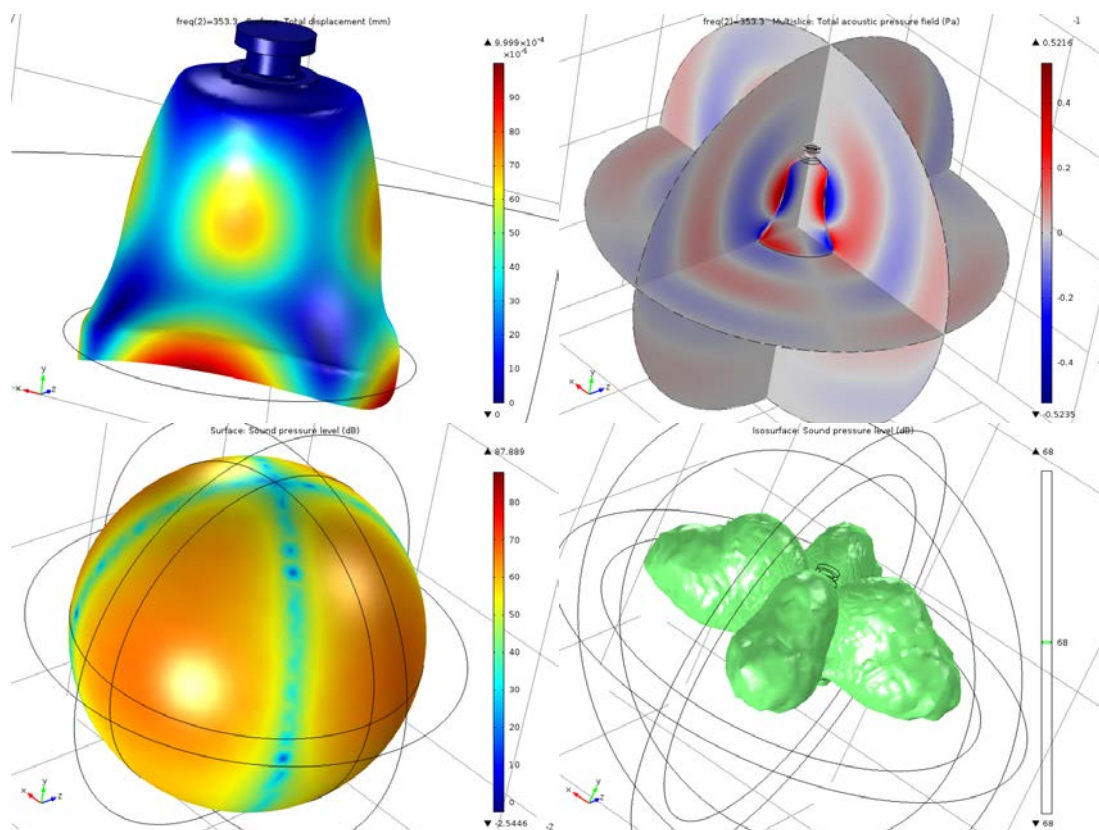
Frekvencije prvih modova određene su za grublju mrežu generisanu za domen samog zvona pa se može uočiti blago odstupanje u odnosu na vrednosti date u tabeli 4.5.

Pomeraji prikazani na slikama 4.13-4.17 pod a) variraju u granicama od $5.8 \cdot 10^{-6}$ do $2.4 \cdot 10^{-3}$ mm. Kao što je i očekivano na osnovu teorijske analize date u poglavlju 1.2, veći pomeraji se dobijaju za modove iz grupe I jer su upravo oni najjače pobuđeni udarom na zadatom mestu i zrače kao debeli prsten na obodu, dok je najslabije pobuđena oktava.

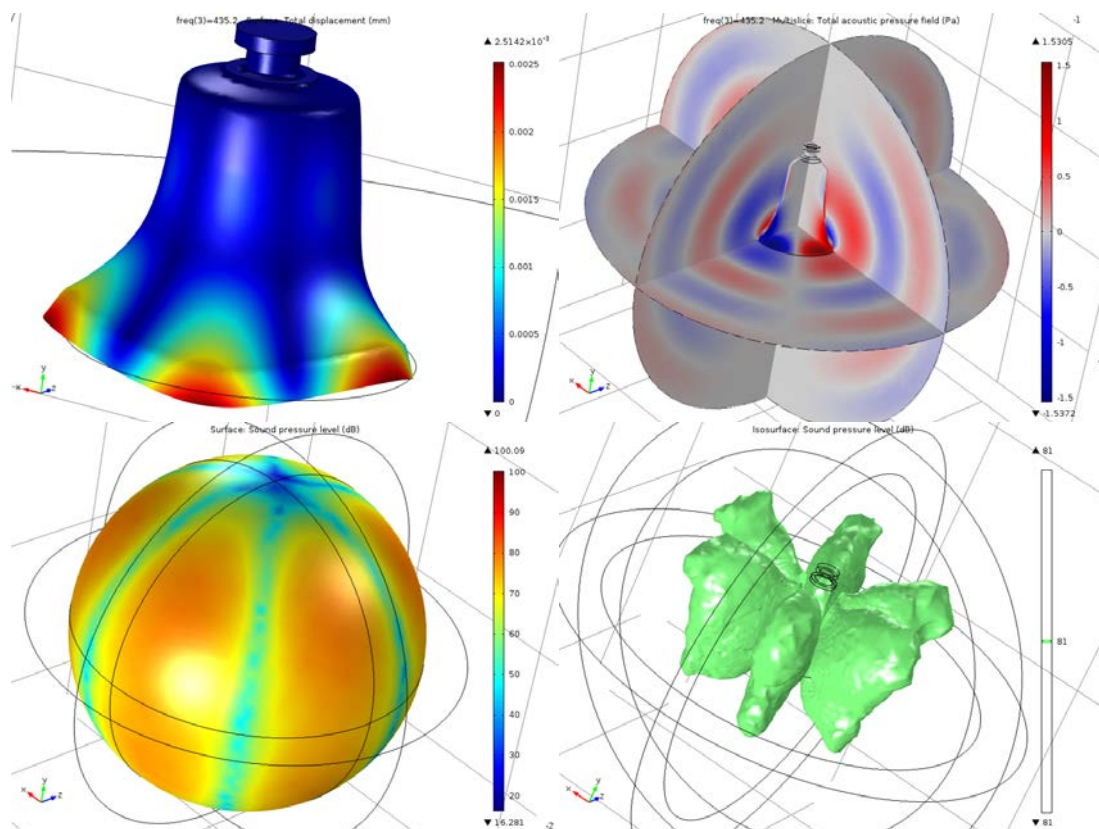
Rezultati simulacije na slikama 4.13-4.17 pod c) i d) poklapaju se sa rezultatima simulacija datim u literaturi [Gol2009, Oht2013]. Zračenje u horizontalnoj ravni odgovara teorijskim razmatranjima prikazanim u poglavlju 1.5, dok se izvesna odstupanja uočavaju u odnosu na izmereni dijagram zračenja u vertikalnoj ravni prikazanim na slici 1.10b, preuzetim iz [Kun1986-2].



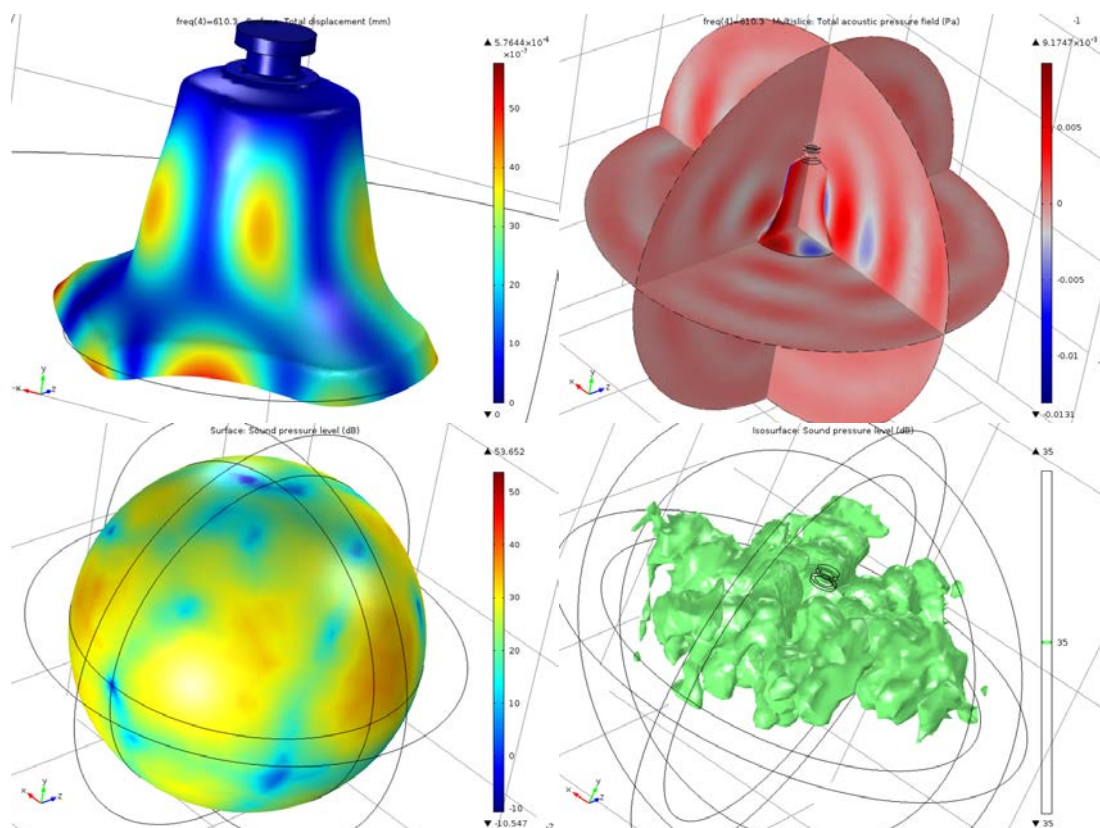
Slika 4.13 Zvučno polje zvona na frekvenciji donje oktave, 196,7 Hz



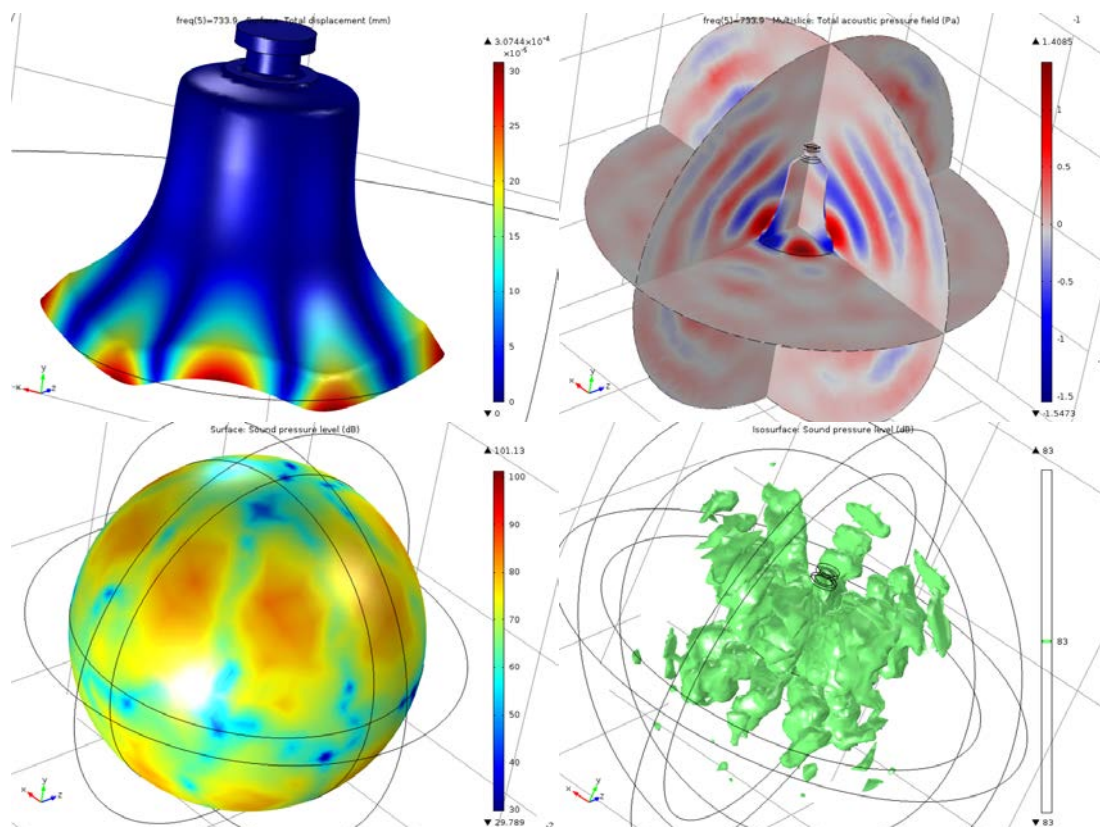
Slika 4.14 Zvučno polje zvona na frekvenciji fundamentala, 353,3 Hz



Slika 4.15 Zvučno polje zvona na frekvenciji terce, 435,2 Hz

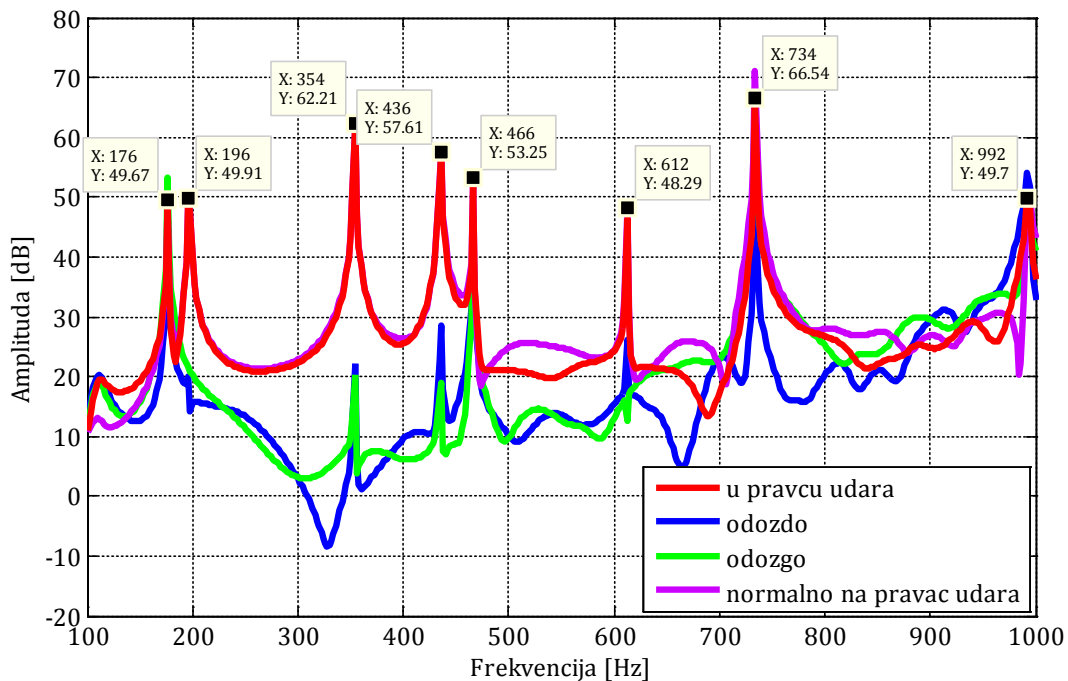


Slika 4.16 Zvučno polje zvona na frekvenciji kvinte, 610,3 Hz



Slika 4.17 Zvučno polje zvona na frekvenciji nominala, 733,9 Hz

Na slici 4.18 prikazan je nivo zvučnog pritiska na rastojanju od 2 m od zvona u odnosu na ravan koja sadrži obod zvona, u 4 tačke: u pravcu udara, normalno na pravac udara, odozdo i odozgo, u opsegu frekvencija od 100 Hz do 1000 Hz, pri pobudi prikazanoj na slici 4.12. Na slici se uočava da se, pored odziva na frekvencijama fleksionih modova, jak odziv dobija i pri frekvencijama ekstenzionih modova (na 176 Hz i 466 Hz), što ne odgovara realnom slučaju, prikazanom na slici 5.3.



Slika 4.18 Nivo zvučnog pritiska na rastojanju 2 m od zvona pri pobudi prikazanoj na slici 4.12

5 Objektivne karakteristike zvuka zvona

Savremena tehnologija, uključujući i digitalnu obradu signala, omogućila je jednostavnu analizu zvuka zvona i izdvajanje značajnih komponenti zvuka. U ovom poglavlju su prikazane tehnike snimanja zvuka zvona i digitalne obrade signala, kao i razvijena metodologija vizuelizacije modova oscilovanja zvona merenjem mikrofona u bliskom polju.

5.1 Snimanje zvuka zvona

Uzimajući u obzir karakteristike zračenja zvuka zvona, koje su prikazane u poglavlju 1.5, utvrđen je položaj mernog mikrofona na 2 – 3 m u zavisnosti od veličine i položaja zvona, i to u ravni oboda zvona u pravcu udara bata, u kom se dobija maksimum zračenja pobuđenih modova (slika 1.10). Na slici 5.1 prikazan je položaj mikrofona prilikom snimanja zvona. Pojedina zvona su snimana i sa drugim položajima mikrofona, na primer odozdo, na osi neposredno ispod zvona.



Slika 5.1 Snimanje zvuka zvona

Jedan broj zvona predstavljala su nova zvona različitih veličina, izlivena u livnici Kremenović, Belosavci [Lig]. Ova zvona snimana su u slobodnom prostoru, okačena o odgovarajući nosač, kao što se može videti na slici 5.1. S obzirom da je tema ove teze ispitivanje crkvenih zvona, mnoga zvona su snimana u samim crkvama. U pojedinim crkvama zvona nisu bila na pristupačnoj lokaciji pa je snimanje vršeno sa veće udaljenosti. Da bi se u što većoj meri smanjio uticaj okoline na snimljeni signal, vodilo se računa da merenja budu vršena pod istim (vremenskim) uslovima.

Zvona su snimana standardnim 1/2" mernim mikrofonom (*Nti MiniSPL*). Signal se dovodi na jedan kanal četvorokanalne audio kartice (*Digigram VXPocket 440*). Frekvencija odabiranja 44.1 kHz, rezolucija je 24 bita.

5.2 Analiza signala zvona

Digitalna obrada signala je sedamdestih godina napravila revoluciju u analizi i obradi signala i od tada je gotovo potisnula konvencionalne analogne tehnike u mnogim oblastima, a naročito u obradi audio signala [Mit2001]. Različite digitalne tehnike stalno se usavršavaju, a razvoj mikroelektronike, računara i softverskih tehnologija omogućio je realizaciju veoma složenih algoritama [Mil2015]. Danas se digitalna obrada signala više podrazumeva samo kao alat za analizu i obradu signala, a često se zaboravljaju njene složene matematičke osnove i previđaju veze između karakteristika signala i parametara analize. Stoga će u ovom poglavlju biti ukratko prikazane osnove *Fourier*-ove analize, uključujući vremenski zavisnu *Fourier*-ovu transformaciju (*Short Time Fourier Transform* - STFT, *time-dependent Fourier transform*), koja se primenjuje za obradu promenljivih signala, kao i parametri koji su korišćeni za obradu signala zvuka zvona i izdvajanje karakterističnih veličina, kao što su frekvencije i brzine opadanja parcijala.

5.2.1 Fourier-ova analiza diskretnih signala

Dobro je poznato da se prema *Fourier*-ovoj teoriji svaki deterministički signal, koji zadovoljava apsolutne integrabilnosti uslov, može jednoznačno predstaviti u frekvencijskom domenu svojim spektrom. Spektar se dobija primenom *Fourier*-ove

transformacije na funkciju koja predstavlja analizirani signal u vremenskom domenu. Može se pokazati da je posledica diskretizacije – idealnog odabiranja (odabiranja *Dirac*-ovim impulsima) u vremenskom domenu periodičnost spektra u frekvencijskom domenu, sa periodom koji je jednak frekvenciji odabiranja. Kako su svi signali sa kojima se srećemo aperiodični ili kvaziperiodični (nisu periodični na beskonačnom vremenskom intervalu), spektri ovakvih signala (tj. njihove *Fourier*-ove transformacije) su kontinualne funkcije frekvencije. Diskretna *Fourier*-ova transformacija (*Discrete Fourier Transform* – DFT) nastaje diskretizacijom jedne periode *Fourier*-ove transformacije diskretnog signala. Posledica odabiranja u frekvencijskom domenu je periodičnost u vremenskom domenu, sa periodom koji je jednak recipročnoj vrednosti perioda odabiranja u frekvencijskom domenu.

Neka niz $\{x(n)\}$ predstavlja odbirke konačnog diskretnog signala u L tačaka. S obzirom da je niz konačne dužine, on je apsolutno sumabilan, što je uslov egzistencije *Fourier*-ove transformacije niza:

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=0}^{L-1} x(n)e^{-j\omega n}, \quad (5.1)$$

gde je

$$x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega, \quad (5.2)$$

što predstavlja inverznu *Fourier*-ov transformaciju. Kompleksna funkcija $X(e^{j\omega})$ je kontinualna i periodična funkcija frekvence sa periodom 2π . Veličina ω je kružna frekvencija u radijanima. Diskretna *Fourier*-ova transformacija (DFT) se dobija odabiranjem funkcije $X(e^{j\omega})$ po frekvenciji u N ekvidistantnih tačaka:

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{N}, \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (5.3)$$

Inkrement kružne učestanosti

$$\Delta\omega = \frac{2\pi}{N}, \quad (5.4)$$

predstavlja rezoluciju DFT niza $\{x(n)\}$, koja data izrazom

$$X(k) = X(e^{j\omega})|_{\omega=\omega_k} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}, \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (5.5)$$

Frekvencijskom nizu $\{X(k)\}$ u vremenskom domenu odgovara periodičan niz, koji predstavlja periodično produženje niza $\{x(n)\}$ sa periodom N . Da bi se mogla izvršiti rekonstrukcija niza (da ne bi došlo do preklapanja periodičnih sekvenci u vremenskom domenu) potrebno je da bude ispunjen uslov $L \leq N$.

Ako je frekvencija odabiranja signala f_s tada je frekvencija koja odgovara kružnoj učestanosti ω :

$$f = f_s \frac{\omega}{2\pi}, \quad (5.6)$$

a frekvencijska rezolucija je

$$\Delta f = \frac{f_s}{N}. \quad (5.7)$$

Inverzna DFT je data izrazom

$$x(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)e^{j\frac{2\pi kn}{N}}, \quad 0 \leq k \leq N-1. \quad (5.8)$$

Na osnovu parnosti realnog i neparnosti imaginarnog dela *Fourier*-ove transformacije realnih nizova može se pokazati da je *Fourier*-ova transformacija realnih nizova, $X(e^{j\omega})$, simetrična u odnosu na frekvenciju $\omega = \pi$, iz čega sledi da je DFT realnih nizova, $X(k)$, simetrična u odnosu na $N/2$.

Zbog velikog broja operacija, koje su potrebne za izračunavanje DFT realnih signala (N^2 kompleksnih množenja i $N(N-1)$ kompleksnih sabiranja [Mil2015]), mnogi algoritmi obrade signala su imali samo teorijski značaj. Praktična primena ovih algoritama omogućena je zahvaljujući grupi algoritama za efikasno izračunavanje DFT, nazvanih brza *Fourier*-ova transformacija, (*Fast Fourier Transform* – FFT). FFT algoritmi zasnivaju se na dekompoziciji (decimaciji) niza dužine N na dva podniza dužine $N/2$, a zatim se vrši dekompozicija novodobijenih podnizova sve dok se ne dođe do elementarnih podnizova od po dva elementa. Korišćenjem osobina simetričnosti i periodičnosti odgovarajućih faktora DFT-a

ostvaruju se značajne uštede prilikom izračunavanja, a ukupan broj operacija smanjen je na $N \log_2 N$ [Dol1986, Ser1989, Mil2009-2].

Očigledan uslov za realizaciju ovakavog algoritma je da broj elemenata početnog niza, N , mora biti celobrojni stepen broja 2. Ako to nije slučaj, vrši se dodavanje nula (en. *zero-padding*) do najbližeg većeg broja koji zadovoljava ovaj uslov. Dodavanjem nula se ne utiče na analizirani signal. Time se samo povećava frekvencijska rezolucija (povećava se broj spektralnih odbiraka, a smanjuje se razmak između njih). Postupak dodavanja nula se generalno često koristi za povećanje frekvencijske rezolucije.

DFT se najčešće koristi za analizu stacionarnih signala sa diskretnim komponentama, tj. signala čije se amplitude, frekvencije i faze diskretnih komponentata ne menjaju u vremenu [Ser1989, Mit2001]. Mnogo češći slučaj u praksi su nestacionarni signali sa diskretnim komponentama čiji se parametri sporije ili brže menjaju u vremenu. Takvi su na primer muzički signali [Ser1989]. U takvim slučajevima može se koristiti vremenski zavisna *Fourier*-ova transformacija (STFT) [Ser1989, Mit2001]. Algoritam STFT se sastoji u primeni DFT na delovima signala - frejmovima, koji se izdvajaju množenjem sa prozorskom funkcijom, koja se pomera duž signala u toku vremena, a čija dužina i oblik zavise od karakteristika analiziranog signala. Rezultat primene STFT je vremenski promenljivi spektar, koji prati promene signala, takozvani spektrogram [Mit2001].

Neka niz $\{x(n)\}$ predstavlja odbirke ulaznog diskretnog signala. STFT ovog niza data je izrazom:

$$X_l(k) = \sum_{n=0}^{N-1} w(n)x(n + lH)e^{-j\frac{2\pi kn}{N}}, \quad 0 \leq k \leq N-1, \quad l = 0, 1, 2, \dots \quad (5.9)$$

gde je $w(n)$ prozorska funkcija, l je broj frejma i H je skok prozorske funkcije (broj odbiraka za koji se pomera prozor prilikom analize).

$X_l(k)$ predstavlja DFT frejma l ulaznog niza i zavisi od dva parametra: analiziranog frejma l i spektralnog odbirka k . U zavisnosti od toga koji je od ova dva parametra fiksiran, može se analizirati spektar u određenom trenutku vremena (fiksirano l ,

blokovska analiza) ili promena amplitude spektrealnog odbirka k (analiza podopsega). Na slici 5.2 prikazane su ove dve interpretacije [Dol1986, Dut2009]. Promena amplitude spektralnog odbirka načelno se može analizirati uskopojasnim filtriranjem oko frekvencije parcijala ili primenom STFT analize i izdvajanjem podataka o veličinama amplituda parcijala praćenjem odgovarajućeg spektralnog odbirka, kao što je objašnjeno u prethodnoj rečenici, što zapravo i predstavlja uskopojasno filtriranje sa propusnim opsegom koji odgovara frekvencijskoj rezoluciji.

Izbor prozorske funkcije $w(n)$, kao i njene dužine, i skok prozorske funkcije H su parametri koje treba prilagoditi karakteristikama analiziranog signala.

Uticaj prozorske funkcije može se analizirati uticajem na prost sinusni signal [Ser1989]:

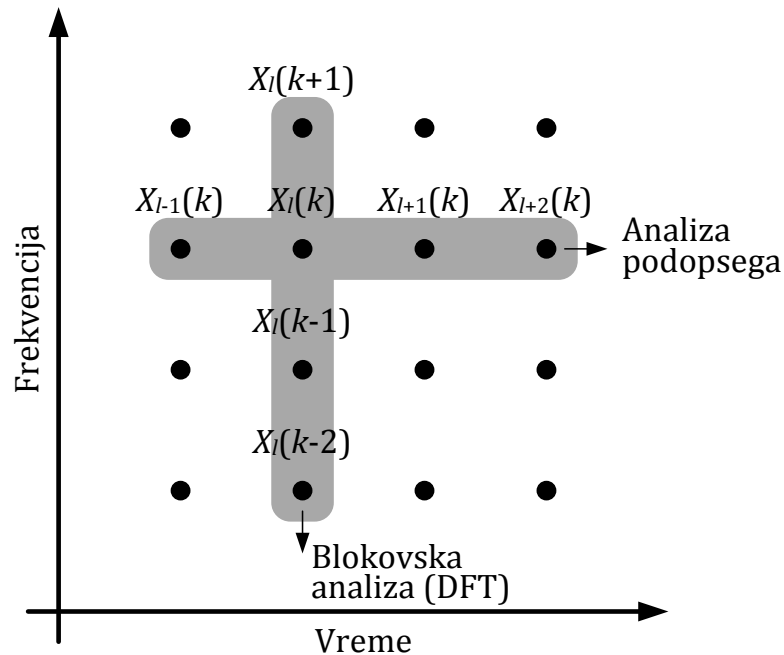
$$x_{sin}(n) = A_{sin}e^{j\omega_{sin}n}, \quad (5.10)$$

gde su A_{sin} i ω_{sin} amplituda i kružna učestanost signala. *Fourier*-ova transformacija sinusnog signala kada se primeni prozorske funkcija $w(n)$ dužine M je

$$\begin{aligned} X_{sin}(e^{j\omega}) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} w(n)x_{sin}(n)e^{-j\omega n} = \\ &= A_{sin} \sum_{n=0}^{M-1} w(n)e^{-j(\omega-\omega_{sin})n} = A_{sin}W(\omega - \omega_{sin}), \end{aligned} \quad (5.11)$$

gde je $W(\omega)$ *Fourier*-ova transformacija prozorske funkcije. Dakle, *Fourier*-ova transformacija dela prostog sinusnog signala izdvojenog prozorskom funkcijom $w(n)$ jednaka je *Fourier*-ovoj transformaciji prozorske funkcije, skaliranoj za veličinu amplitude sinusnog signala i pomerene po frekvencijskoj osi za vrednost frekvencije sinusnog signala. Sve prozorske funkcije koje se danas koriste su simetrične i imaju spektar oblika koji je sličan *sinc* funkciji ($\frac{\sin x}{x}$) sa jednim glavnim lukom i sporednim lukovima čije amplitude opadaju. Jedino u slučaju kada je dužina prozora jednaka celom broju perioda sinusnog signala odabiranje spektra se vrši tačno u tačkama u kojima ova funkcija ima vrednost nula i DFT daje tačno

jednu komponentu na frekvenciji posmatrane sinusoide. U ostalim slučajevima spektar prozorske funkcije se odabira i u drugima tačkama u kojima *sinc* funkcija nije jednaka nuli i dobija se takozvano curenje spektra [Mit2001, Mil2009-2] i preslušavanje između pojedinih komponenti signala.



Slika 5.2 Dve interpretacije STFT transformacije [Dol1986, Dut2009]

Izbor tipa prozorske funkcije određen je sa dve njene spektralne karakteristike: širinom glavnog luka i slabljenjem bočnih lukova u dB u odnosu na glavni luk. Širina glavnog luka se može izraziti kao razmak u radijanima između dve nule glavnog luka ili kao broj spektralnih odbiraka signala između dve nule glavnog luka i predstavlja karakteristiku prozorske funkcije koja pokazuje koliko dobro se mogu razdvojiti dve bliske komponente. Slabljenje bočnih lukova pokazuje koliko određena komponenta utiče na druge komponente. Zahteva se što manja širina glavnog luka i što veće slabljenje bočnih lukova, što su dva oprečna zahtev. U zavisnosti od analiziranog signala, kompromis između ova dva zahteva se ostvaruje izborom određene prozorske funkcije. Pravougaona prozorska funkcija ima najmanju širinu glavnog luka, $4\pi/N$ (ili dva spektralna odbirka, jer je razmak

između spektralnih odbiraka $2\pi/N$), ali vrlo malo slabljenje prvog bočnog luka, 13dB, što izaziva značajnu modifikaciju spektra ulaznog signala.

Velika amplituda bočnih lukova u spektru pravougaone prozorske funkcije je posledica naglog prekida sekvence pravougaone prozorske funkcije. Prozorske funkcije, čiji amplitudski spektar ima manje bočne lukove, nemaju diskontinuitete u vremenskom domenu. Upotrebom takvih prozorskih funkcija eliminišu se diskontinuiteti u periodičnom produženju frejma nastalom zbog DFT. U tabeli 5.1 date su vrednosti širine glavnog luka i slabljenja prvog bočnog luka za nabrojane prozorske funkcije [Har1978-2].

Tabela 5.1 Karakteristike prozorskih funkcija koje se standardno koriste
[Har1978-2]

Prozorska funkcija	Širina glavnog luka B_s		Slabljanje prvog bočnog luka [dB]	Korekcija amplitude
	[rad]	broj spektralnih odbiraka		
Pravougaona	$4\pi/N$	2	13	1,00
<i>Hann</i> -ova	$8\pi/N$	4	32	0,50
<i>Hamming</i> -ova	$8\pi/N$	4	43	0,54
<i>Blackman-Harris</i> -ova	$8\pi/N$	4	92	0,36

Širina glavnog luka je posebno značajna karakteristika kada treba razdvojiti vrlo bliske frekvencijske komponente, što je često slučaj kod zvona, kao što je već pomenuto. Ako je razlika dve frekvencije Δf , da bi one mogle jasno da se razdvoje u DFT spektru potrebno je da širina glavnog luka prozorske funkcije B_f bude bar jednaka razlici frekvencija [Ser1989]:

$$B_f = B_s \frac{f_s}{M} \leq \Delta f, \quad (5.12)$$

gde je f_s frekvencija odabiranja, M dužina prozorske funkcije, B_s širina glavnog luka izražena u broju spektralnih odbiraka. Odavde se dobija uslov za minimalnu dužinu prozorske funkcije:

$$M \geq B_s \frac{f_s}{\Delta f}. \quad (5.13)$$

Da bi se analizirao ceo signal očigledno je da skok prozora H mora biti manji ili jednak dužini prozora. Ukoliko se STFT koristi u primeni faznog vokodera, uslov koji mora biti ispunjen je $H \leq M/B_s$ [Dol1986, Dut2009]. Za primenu tehnika obrade signala, kod kojih se najpre primenjuje STFT analiza, a zatim „preklopi i saberi“ sinteza (en. *overlap and add*), translirane prozorske funkcije se moraju sabrati do konstante i za određene prozorske funkcije postoji određeni skok H pri kome je ovaj uslov ispunjen [Ser1989]. U svakom slučaju, što je veće preklapanje (tj. što je manji skok H) poboljšava se vremenska rezolucija, ali raste vreme izračunavanja spektrograma.

5.2.2 Analiza bliskih spektralnih komponenti

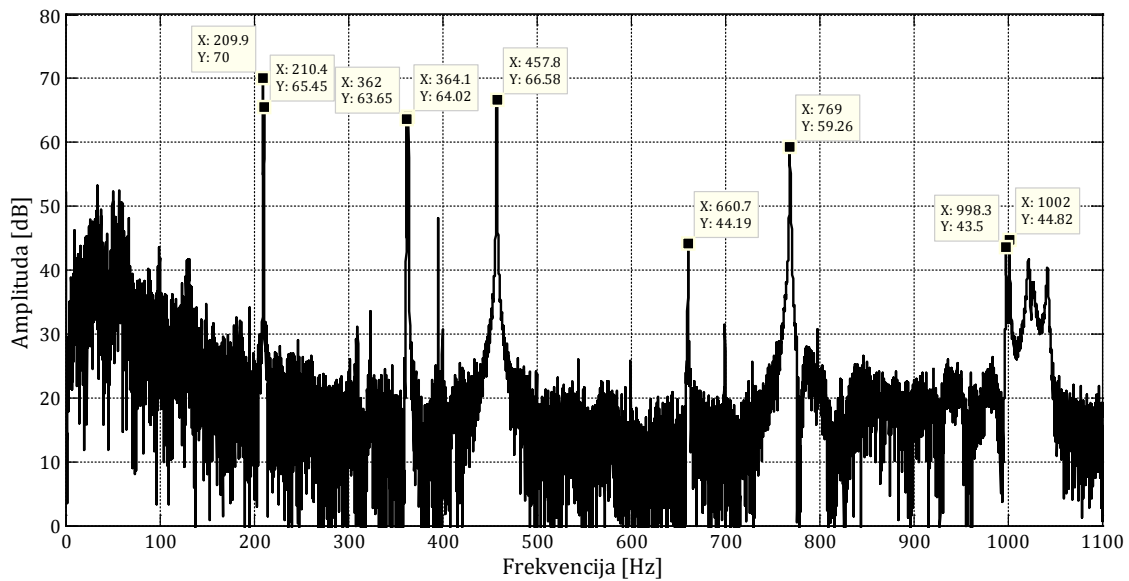
Ukoliko uslov (5.13) nije ispunjen, DFT signala koji sadrži dve bliske komponente prikazaće jednu komponentu koja približno odgovara aritmetičkoj sredini dve posmatrane komponente (tačne vrednosti dobijene frekvencije prikazane su u prilogu 5). Postupkom dodavanja nula ne može se izvršiti razdvajanje bliskih komponenti već se povećava frekvenzijska rezolucija za određivanje komponente koja približno odgovara aritmetičkoj sredini dve posmatrane komponente. Kao što je pokazano u prilogu 5, u toku vremena amplituda ove komponente (obvojnica) menja se u ritmu razlike frekvencija dve bliske komponente. Stoga, primenom STFT nad signalom i praćenjem amplitude ove komponente (analiza podopsega na slici 5.2) dobiće se upravo promena amplitude u ritmu razlike frekvencija. Efekat je isti kao kod subjektivne percepcije izbijanja. Povećanjem dužine prozora povećava se frekvenzijska rezolucija analiziranih frejmova, ali se gube informacije o vremenskom obliku obvojnica (smanjivanjem skoka prozora ne može se razrešiti ovaj problem).

5.2.3 Primena Fourier-ove transformacije u analizi signala zvuka zvona

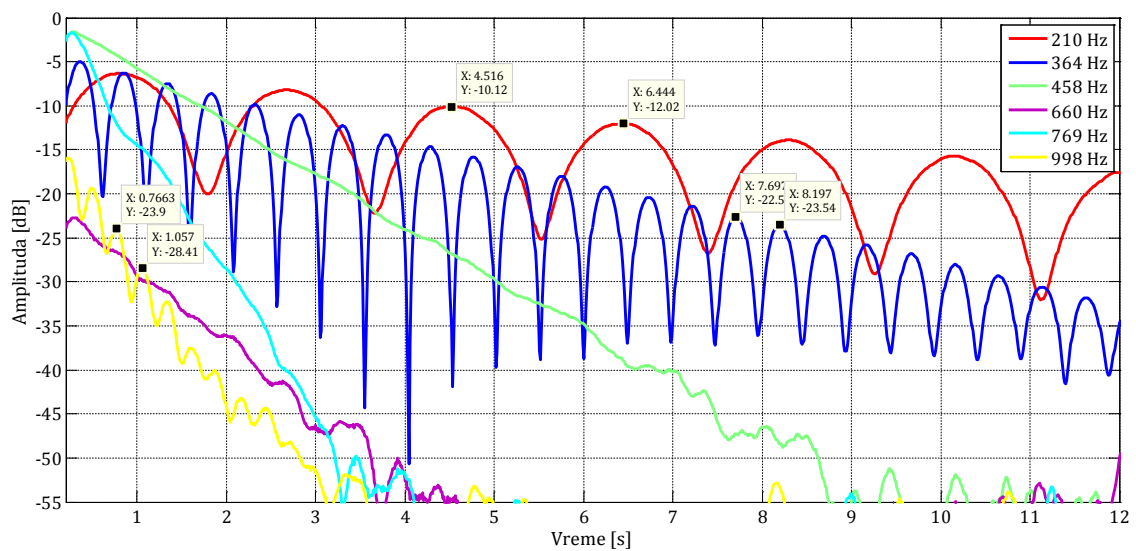
Sa stanovišta stacionarnosti signal zvuka zvona se može smatrati stacionarnim u pogledu frekvecija parcijala tako da se one mogu odrediti primenom DFT na dovoljno dugom snimku odzvona tako da se mogu izdvojiti bliske komponente koje

su nastale usled razdvajanja degenerisanih modova. Sa druge strane, potrebno je ispitati brzinu opadanja amplituda pojedinih parcijala (analiza podopsega na slici 5.2) i za ovu analizu neophodno je primeniti STFT. Pitanje vremenske i frekvencijske rezolucije se i ovde postavlja. Da bi se razdvojile pomenute ponekad vrlo bliske komponente (čija razlika frekvencija može biti i deo herca) zahteva se izuzetno velika frekvencijska rezolucija. Na primer, ako bi razlika frekvencija bliskih komponenti bila 0,5 Hz, primenom pravougaone prozorske funkcije koja ima najmanju širinu glavnog luka od 2 spektralna odbirka, uz frekvenciju odabiranja od 44,1 kHz, prema izrazu (5.13) minimalna dužina prozora za analizu bi morala biti 176400 odbiraka ili 4 s. Za 4 s mnogi parcijali opadnu na nivo pozadinskog šuma tako da se ne bi mogli analizirati.

Na slici 5.3 prikazana je DFT signala zvona od 600 kg snimljeno na rastojanju od 2 m. Ovo zvono je analizirano u simulacijama primenom metode konačnih elemenata u poglavlju 4.2.2 (prikazano na slici 4.3). DFT je primenjena nad signalom zvona trajanja 12,3 s (544 587 odbiraka). Uzimajući u obzir frekvenciju odabiranja od 44,1 kHz frekvencijska rezolucija iznosi $81 \cdot 10^{-3}$ Hz, što je dovoljno za razdvajanje svih bliskih komponenti. Na slici je označeno prvih šest parcijala, pri čemu su izdvojene obe komponente udvojenih parcijala (koji se kod ovog zvona javljaju kod prvog, drugog i šestog parcijala). Na slici 5.4 prikazan je dijagram opadanja prvih šest parcijala dobijen primenom STFT sa *Hann*-ovom prozorskom funkcijom dužine 8192 odbirka (oko 186 ms, frekvencijska rezolucija 5,4 Hz) sa dodavanjem 8192 nula i sa skokom prozora od 64 odbirka. Na slici su označeni karakteristični maksimumi koji potvrđuju da kod prvog, drugog i šestog parcijala postoje udvojeni parcijali, koji su razmaknuti oko 0,5 Hz, 2 Hz i 3,5 Hz, respektivno, što približno odgovara razlici frekvecnija udvojenih parcijala na slici 5.3.



Slika 5.3 DFT analiziranog zvona sa izdvojenih prvih šest parcijala



Slika 5.4 Opadanje amplituda prvih šest parcijala analiziranog zvona

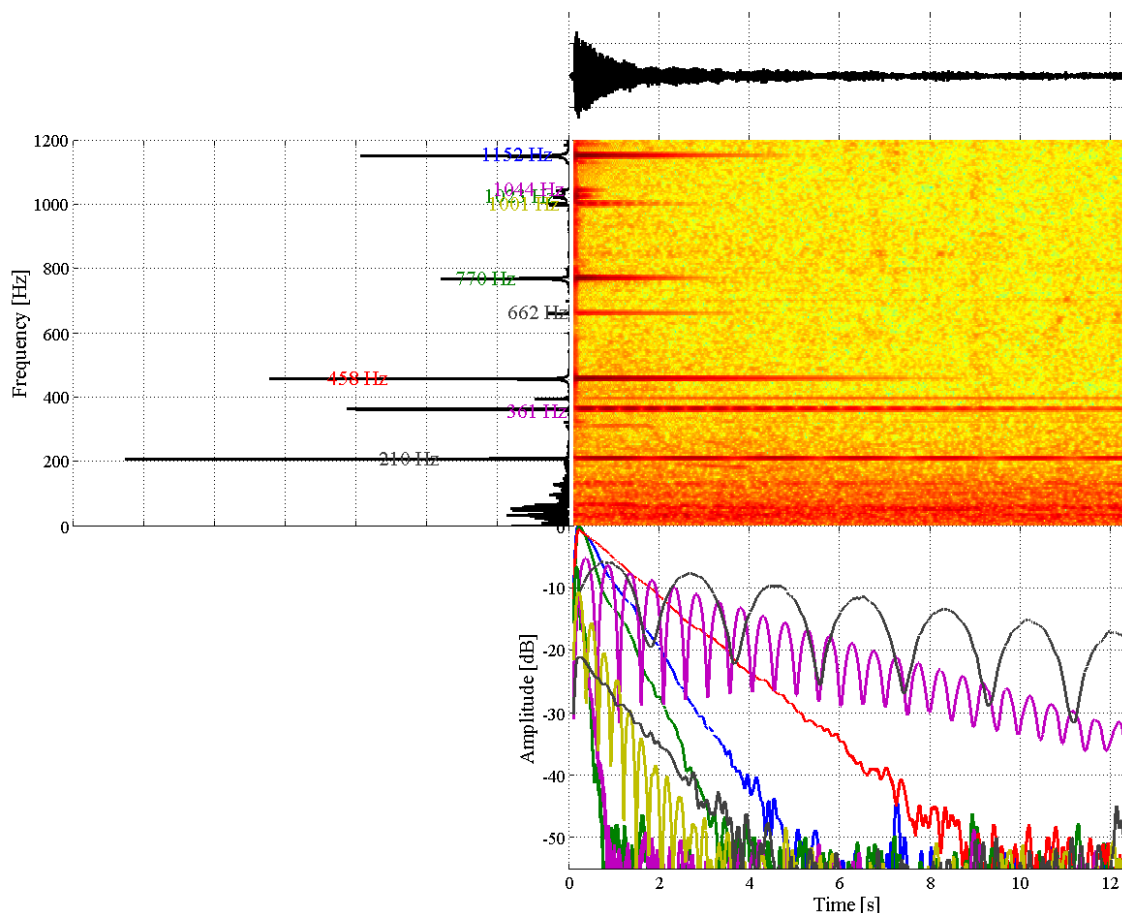
Sa dijagrama sa slike 5.4 jednostavno se izračunavaju brzine opadanja pojedinih parcijala kao odnos razlika amplituda i vremenskih koordinata dve označene tačke na krivoj vremenske promene amplitude. Za udvojne parcijale posmatra se brzina opadanja maksimalne vrednosti obvojnice, odnosno odabiraju se dve tačke na lokalnim maksimumima obvojnice, kao što je to prikazano na slici 5.4. U tabeli 5.2 dati su parametri slabljenja amplituda u toku odzvana analiziranog zvona, koji su objašnjeni u poglavlju 1.4.4.

Tabela 5.2 Parametri slabljenja amplituda u toku odzvana analiziranog zvona

Mod	f [Hz]		Brzina opadanja [dB/s]	T_{60} [s]	η
(2,0)	209,9	210,4	1,0	60	$7,5 \cdot 10^{-4}$
(2,1 [#])	362,0	364,1	2,3	26	$10 \cdot 10^{-4}$
(3,1)	457,8		5,9	10	$21 \cdot 10^{-4}$
(3,1 [#])	660,7		8,0	7,5	$19 \cdot 10^{-4}$
(4,1)	769,0		15,4	3,9	$32 \cdot 10^{-4}$
(3,2)	998,3	1002	15,0	4,0	$24 \cdot 10^{-4}$

5.2.4 Program za analizu zvuka zvona

Za ispitivanje objektivnih karakteristika zvuka zvona realizovana je aplikacija „Guibell“ u softverskom paketu *MATLAB*. Aplikacija vrši objektivnu analizu zvuka zvona na osnovu snimljenog audio signala jednog udara zvona uz podešavanje odgovarajućih parametara, koja daje uvid u kvalitet zvuka zvona. Na slici 5.5 prikazana je vremensko-frekvencijska analiza zvona sa slike 4.3 koja se dobija u programu „Guibell“. Detaljan opis aplikacije dat je u prilogu 6.



Slika 5.5 Vremensko-frekvencijske karakteristike signala zvuka zvona sa slike 4.3 dobijene u aplikaciji „Guibell“

5.3 Određivanje modova oscilovanja zvona merenjem mikrofona u vrlo bliskom polju

Ispitivanje i određivanje modova oscilovanja različitih struktura, takozvana modalna analiza, veoma je važna u mnogim oblastima [Ros2007]. Ona podrazumeva određivanje dinamičkih karakteristika strukture, kao što su sopstvene frekvencije i oblici modova oscilovanja. Modalna analiza se može sprovesti matematički, kao što je opisano u poglavlju 4, i eksperimentalno. Eksperimentalno ispitivanje i vizuelizacija modova oscilovanja fizičkih tela primenom različitih tehnika, kao i delova muzičkih instrumenata i instrumenata u celini, relativno dobro su opisani u literaturi, naročito u novijim radovima [Ros1991, Fle1998, Ros2000-1, Jun2003, Ros2007, Ros2008, Nag2004, Hav2009,

Cor2010, Moo2013, Wal2013, Gor2014]. Neke od tehnika primenjene su za vizuelizaciju modova oscilovanja zvona. Jedna od metoda je vizuelizacija modova primenom holografske interferometrije [Fle1998, Fis2001, Per2003, Ros2007, Fle2007, Ros2008, Yat2006], kod koje se zvono pobuđuje tačno jednom frekvencijom analiziranog moda, a na fotografskoj ploči se dobija slika zvona sa jasno istaknutim čvorovima za posmatrani mod. U novije vreme metoda je delimično olakšana snimanjem CCD kamerama [Ros2000-2]. Nasuprot ovoj skupoj i složenoj metodi, skeniranje oscilovanja zvona moguće je izvršiti pomoću akcelometra, koji se pomera po površini zvona i vrši se merenje u velikom broju tačaka [Bla2006, Sie2006]. U najjednostavnijem slučaju zvono je potrebno pobuditi uvek na isti način.

Merenje zvučnog pritiska u bliskom polju je metoda koja se koristi za analizu zvučnog polja u okolini izvora zvuka i ispitivanje karakteristika izvora zvuka (takozvana akustička holografija u bliskom polju) [Wil1999]. Osnovna ideja metode je primena činjenice da je u spektrima snimljenog zvuka amplituda komponente koja odgovara analiziranom sopstvenom modu oscilovanja ispitivanog objekta znatno slabija kod signala koji su snimani u blizini čvora tog moda [Heu1949]. U literaturi je opisana primena ove metode za vizuelizaciju modova oscilovanja ravne ploče, štapa, konusne membrane i gudala [Ina2008, Pre2010, Pre2011, Pre2013, Pan2014]. Danas dostupni relativno jeftini minijaturni mikrofoni, sa zadovoljavajućim karakteristikama, omogućavaju izradu konstrukcija koje se mogu prilagoditi obliku tela zvona. U ovom poglavlju opisana je razvijena metodologija i njena primena za vizuelizaciju modova oscilovanja zvona.

Generalni nedostatak svih pomenutih eksperimentalnih metoda za vizuelizaciju oscilovanja na frekvencijama sopstvenih modove javlja se u slučaju kada se sopstvene frekvencije više modova poklope pa oscilovanje u tom slučaju odgovara superpoziciji oscilovanja svakog pojedinačnog moda. Ovo je upravo slučaj degenerisanih modova kod zvona, ali se upravo na mestima gde se kod jednog od dva degenerisana moda nalazi čvor kod drugog se nalazi trbuh pa ih je relativno lako izdvojiti. Položaji čvorova ovih modova određeni su mestom pobude, kao što

je to pokazano u poglavlju 1.2, dok su položaji čvorova modova kod kojih je došlo do razdvajanja frekvencija određeni anomalijama oblika i strukture zvona čija su posledica i nalaze se na istim mestima bez obzira na pobudu. U koliko se mesto pobude nalazi u blizini čvora ovakvog moda (pri čemu se ovde misli na čvorove u vertikalnoj ravni, s obzirom da je udar bata u vertikalnoj ravni fiksiran u određenom području iznad oboda), taj mod će biti slabo ili nimalo pobuđen. O ovim činjenicama treba voditi računa prilikom postavke mikrofona i analize rezultata merenja u bliskom polju.

5.3.1 Metoda merenja zvučnog pritiska u vrlo bliskom polju

Pojmovi dalekog i bliskog polja dobro su poznati u akustici. U radu [Bre2004] uveden je pojam „vrlo bliskog polja“ i izvedene su karakteristike zvučnog pritiska i brzine čestica u ovom području oko izvora zvuka, koje će biti ukratko prikazane.

U akustici je uvedena veličina akustičkog potencijala φ , iz koje se izvodi izraz za brzinu čestica fluida [Kut2009]

$$\vec{v} = \nabla\varphi. \quad (5.14)$$

Pri tome važi i veza između akustičkog pritiska i akustičkog potencijala:

$$p + \rho \frac{\partial\varphi}{\partial t} = 0. \quad (5.15)$$

Iako se akustički potencijal kao veličina za opisivanje zvučnog polja ne koristi mnogo u akustici, pokazala se kao pogodna za izvođenje zakonitosti koje važe u vrlo bliskom polju. Akustička talasna jednačina (prilog 4) može se napisati i preko akustičkog potencijala:

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - c^2\nabla^2\varphi = 0. \quad (5.16)$$

U slučaju harmonijske pobude akustička talasna jednačina postaje *Helmholtz*-ova jednačina:

$$\Delta\varphi + k^2\varphi = 0. \quad (5.17)$$

Posmatrajmo oscilujuću površinu koja predstavlja izvor zvuka. Pretpostavimo da se oscilujuća površina nalazi u (x, y) ravni, u tački $z = 0$, odnosno z osa je normalna na oscilujuću površinu. Tada se u neposrednoj blizini izvora izraz za akustički potencijal može se razviti u red:

$$\varphi(x, y, z) \approx \varphi(x, y, 0) + \left. \frac{\partial \varphi(x, y, z)}{\partial z} \right|_{z=0} z + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 \varphi(x, y, z)}{\partial z^2} \right|_{z=0} z^2. \quad (5.18)$$

Uz primenu graničnih uslova rešenje ove jednačine opisuje zvučno polje nekog izvora zvuka. Pod pretpostavkom da se izvor može smatrati ravanskim na nekoj dužini L duž x i y ose, granični uslov na površini izvora glasi:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = v_z(x, y, 0). \quad (5.19)$$

gde je $v_z(x, y, 0)$ normalna komponenta brzine na površini izvora. Za komponente brzine na samoj površini izvora važi:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = v_x(x, y, 0), \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = v_y(x, y, 0). \quad (5.20)$$

U slučaju da je sredina uz oscilujuću površinu viskozni fluid ove brzine bi imale vrednost 0. Međutim, u većini slučajeva zvučno polje se može opisati jednačinama koje važe za idealan fluid (tj. fluid konstantne gustine, bez turbulencija i viskoznosti), odakle se zaključuje da je granični sloj u kome se ove brzine menjaju od vrednosti 0 do neke konačne vrednosti veoma tanak i proporcionalan je kvadratnom korenu viskoznosti fluida, a obrnuto proporcionalan kvadratnom korenu frekvencije (na primer, na frekvenciji 100 Hz debljina ovog sloja je oko 50 μm u vazduhu).

Na osnovu jednačine (5.19) jednačina (5.18) postaje:

$$\varphi(x, y, z) \approx \varphi(x, y, 0) + v_z(x, y, 0)z + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial v_z(x, y, z)}{\partial z} \right|_{z=0} z^2. \quad (5.21)$$

Zamenom izraza za akustički potencijal iz jednačine (5.21) u jednačinu (5.17) uz uslov $z \rightarrow 0$ dobija se:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right) \varphi(x, y, 0) + k^2 \varphi(x, y, 0) + \frac{\partial v_z(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0. \quad (5.22)$$

Uz pretpostavku da se izvor može opisati prostornom talasnom dužinom L , što znači da se površinske vibracije mogu smatrati harmonijskim ($\sin \frac{2\pi x}{L}$ i $\sin \frac{2\pi y}{L}$) jednačina (5.22) se može aproksimirati:

$$2 \left(\frac{2\pi}{L}\right)^2 \varphi(x, y, 0) + \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \varphi(x, y, 0) + \frac{\partial v_z(x, y, z)}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0. \quad (5.23)$$

Ukoliko je ispunjen uslov da je talasna dužina izračenog zvuka mnogo veća od prostorne talasne dužine izvora:

$$\lambda \gg L, \quad (5.24)$$

drugi član u *Helmholtz*-ovoj jednačini (5.17) postaje mnogo manji od prvog člana i jednačina se svodi na *Laplace*-ovu jednačinu:

$$\Delta \varphi = \nabla^2 \varphi = 0, \quad (5.25)$$

koja predstavlja jednačinu nestišljivog fluida. To znači da se u blizini izvora vazduh može smatrati nestišljivim, iz čega sledi da je zvučni pritisak u blizini izvora jednak nuli. U realnosti zvučni pritisak, iako značajno potisnut, ipak ima neku konačnu malu vrednost. Primenom uvedene pretpostavke da se površinske vibracije mogu smatrati harmonijskim jednačine (5.20) postaju

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = v_x(x, y, 0) \sim \frac{2\pi}{L} \varphi, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = v_y(x, y, 0) \sim \frac{2\pi}{L} \varphi. \quad (5.26)$$

Uvodeći pretpostavku da su sve komponente brzine istog reda veličine u blizini oscilujuće površine, uvodeći v_0 kao maksimalnu brzinu čestica u blizini površine u jednačini (5.26) i primenjujući vezu između pritiska i akustičkog potencijala (5.15), dobija se konačna veza između pritiska i brzine na površini izvora:

$$p \sim -j\rho c v_0 \frac{L}{\lambda}. \quad (5.27)$$

Jednačina (5.25) važi ako je normalno rastojanje do posmatrane tačke mnogo manje od prostorne talasne dužine izvora L , a talasna dužina λ mnogo veća od L . Time je izveden uslov za „vrlo blisko polje“:

$$r \ll \frac{L}{2\pi} \ll \frac{\lambda}{2\pi}. \quad (5.28)$$

U oblasti vrlo bliskog polja zvučni pritisak ima konstantnu vrednost na posmatranoj frekvenciji dok sa prelaskom u oblast bliskog polja vrednost pritiska postaje obrnuto srazmerna sa rastojanjem.

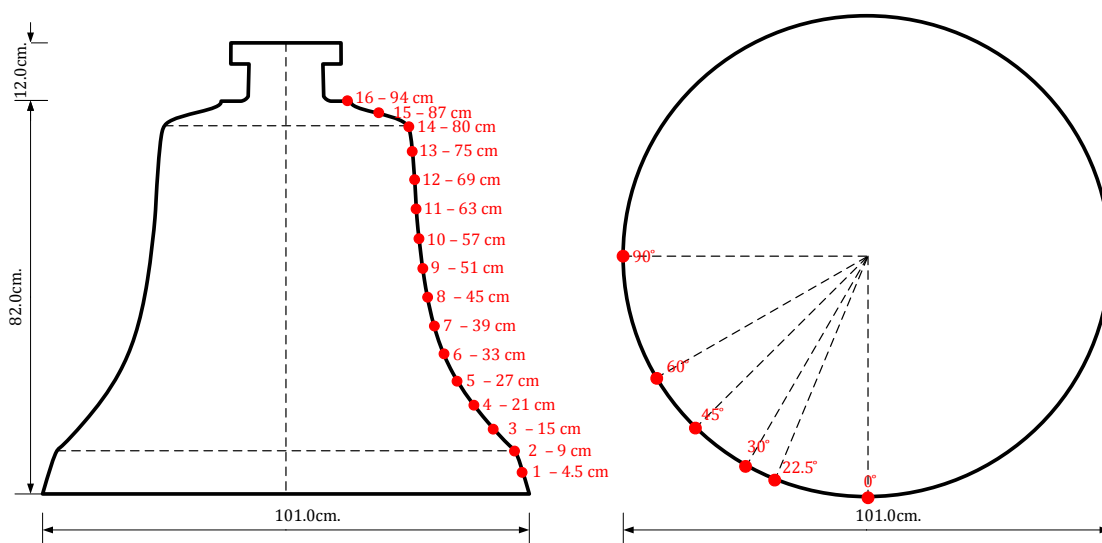
U slučaju ispitivanja modova oscilovanja površine, veličina L je određena veličinom oblasti oko čvora i oko trbuha posmatranog moda. U [Pre2010] pokazano je da je granica vrlo bliskog polja za ravnu ploču u okolini trbuha moda oko 3 mm, dok je u okolini čvora čak 32 mm, kao i da je razlika pritisaka u okolini trbuha i čvora u oblasti vrlo bliskog polja veća od 10 dB. Ova činjenica je osnov za primenu vizualizacije modova snimanjem zvuka u vrlo bliskom polju. U [Pre2010, Pre2011, Pre2013] izvršena je vizualizacija modova ravne ploče, štapa i konusne membrane snimanjem na rastojanju od 3 mm.

U slučaju zvona, veličina L odgovara rastojanju između čvorova u horizontalnoj i vertikalnoj ravni. Za konkretno zvono, čije su dimenzije date u poglavlju 5.3.2.1, a frekvencije modova na slici 5.3, očekivani položaji čvorova u vertikalnoj i horizontalnoj ravni u poređenju sa talasnim dužinama modova zadovoljavaju jednačinu (5.28) za niže modove. Sa povećanjem frekvencije rastojanja između čvorova se sporije smanjuju i za određene modove uslov (5.28) prestaje da važi.

5.3.2 Primena metode za vizuelizaciju modova oscilovanja zvona

5.3.2.1 Karakteristike merenog zvona

Mereno zvono je mase 600 kg, izliveno u livnici Kremenović [Lig]. Zvono je analizirano u simulacijama primenom metode konačnih elemenata u poglavlju 4.2.2. Dimenzije ovog zvona prikazane su na slici 4.3. Visina zvona je 82 cm, dok je dužina konture od oboda do krune zvona 94 cm. Merne tačke u bliskom polju prikazane su na slici 5.6. U vertikalnoj ravni merenje je vršeno u 16 tačaka (4.5 cm, 9 cm, 15 cm, 21 cm, 27 cm, 33 cm, 39 cm, 45 cm, 51 cm, 57 cm, 63 cm, 69 cm, 75 cm, 80 cm, 87 cm, 94 cm – poslednja tačka je pri vrhu zvona). U horizontalnoj ravni merenje je vršeno u 6 tačaka – za uglove od 0°, 22.5°, 30°, 45°, 60° i 90° u odnosu na mesto pobude. Uglovi su određeni na osnovu položaja čvorova za prva tri moda oscilovanja u horizontalnoj ravni.



Slika 5.6 Dimenzije merenog zvona i položaji mernih tačaka

Spektar analiziranog signala zvona i opadanje prvih šest pacijala prikazani su na slikama 5.3 i 5.4, respektivno. Analizom se pokazuje da relativno jaka komponenta koja se uočava na 396 Hz ima konstantan intenzitet i kao takva nije komponenta koja odgovara nekom od modova oscilovanja zvona već predstavlja spoljašnji artefakt.

5.3.2.2 Postavka merenja

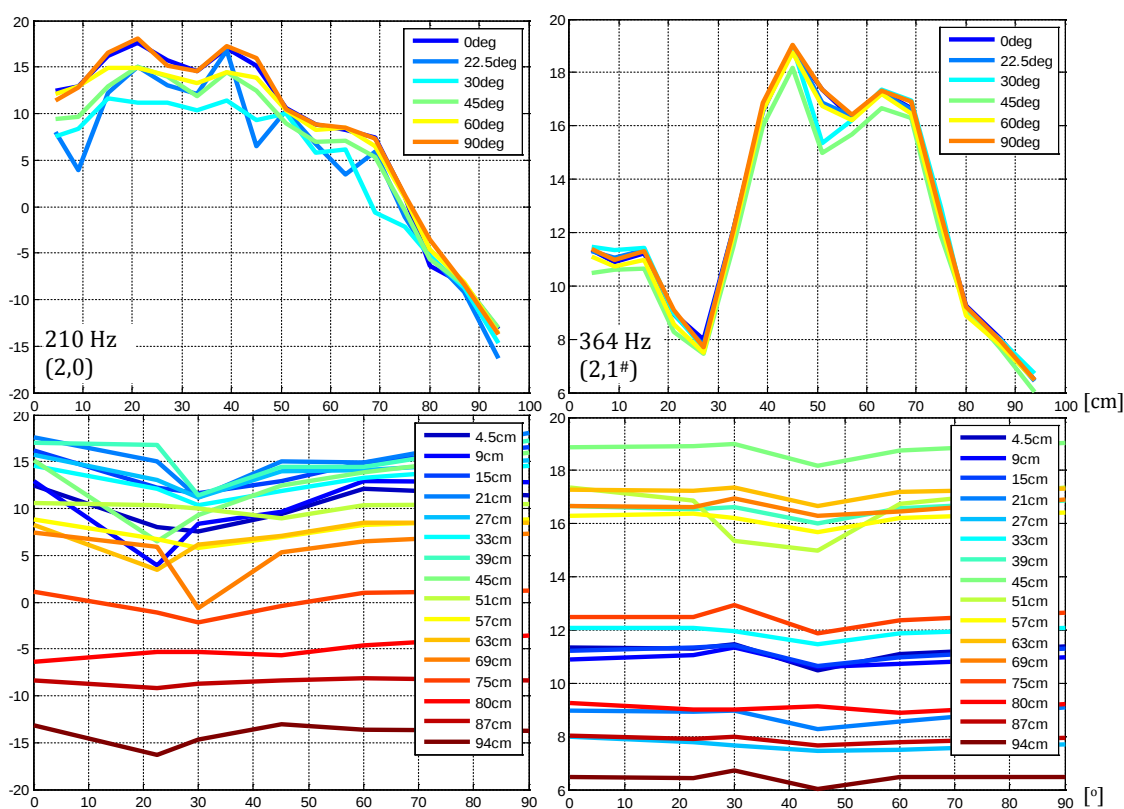
Za potrebe merenja napravljen je nosač sa držačima za četiri mikrofona, koji je pričvršćen za nosač zvona sa gornje strane, kao što je prikazano na slici 5.7. Sa donje strane je naslonjen na zvono gumenim osloncem presvučenim sunderom da bi se izbeglo prenošenje vibracija na nosač. Držači mikrofona mogu se pomerati po vertikalnoj i horizontalnoj osi kako bi svaki mikorfon bio postavljen u približno istu poziciju u odnosu na zvono za svako merenje. S obzirom da bi bilo neprecizno pomerati nosač za svako merenje u horizontalnoj ravni, pomerana je pobuda zvona. Minijaturni merni mikrofoni su postavljeni na rastojanje od 5 mm od zvona, a preko četvorokanalnog mikrofonskog multipleksera (*USL Inc. MMP 10B*) povezani su na jedan kanal četvorokanalne audio kartice (*Digigram VXPocket 440*). Referentni mikrofoni (*Nti MiniSPL*) postavljen je većem rastojanju od zvona (u dalekom polju) (slika 5.7) i povezan na drugi kanal audio kartice. Snimanje je vršeno dvokanalno, frekvencija odabiranja 44.1 kHz, rezolucija 24 bita. Zvuk zvona veoma zavisi od veličine, oblika i materijala od koga je napravljen bat, od mesta, kao i od jačine udara. U sprovedenim merenjima zvono je pobuđivano ručno, posebnim batom. Za svaku mernu tačku zvono je posebno pobuđivano. Analizom referentnih snimaka potvrđeno je da se spektri signala razlikuju čime je dokazana neophodnost referentnog snimka za normalizaciju.



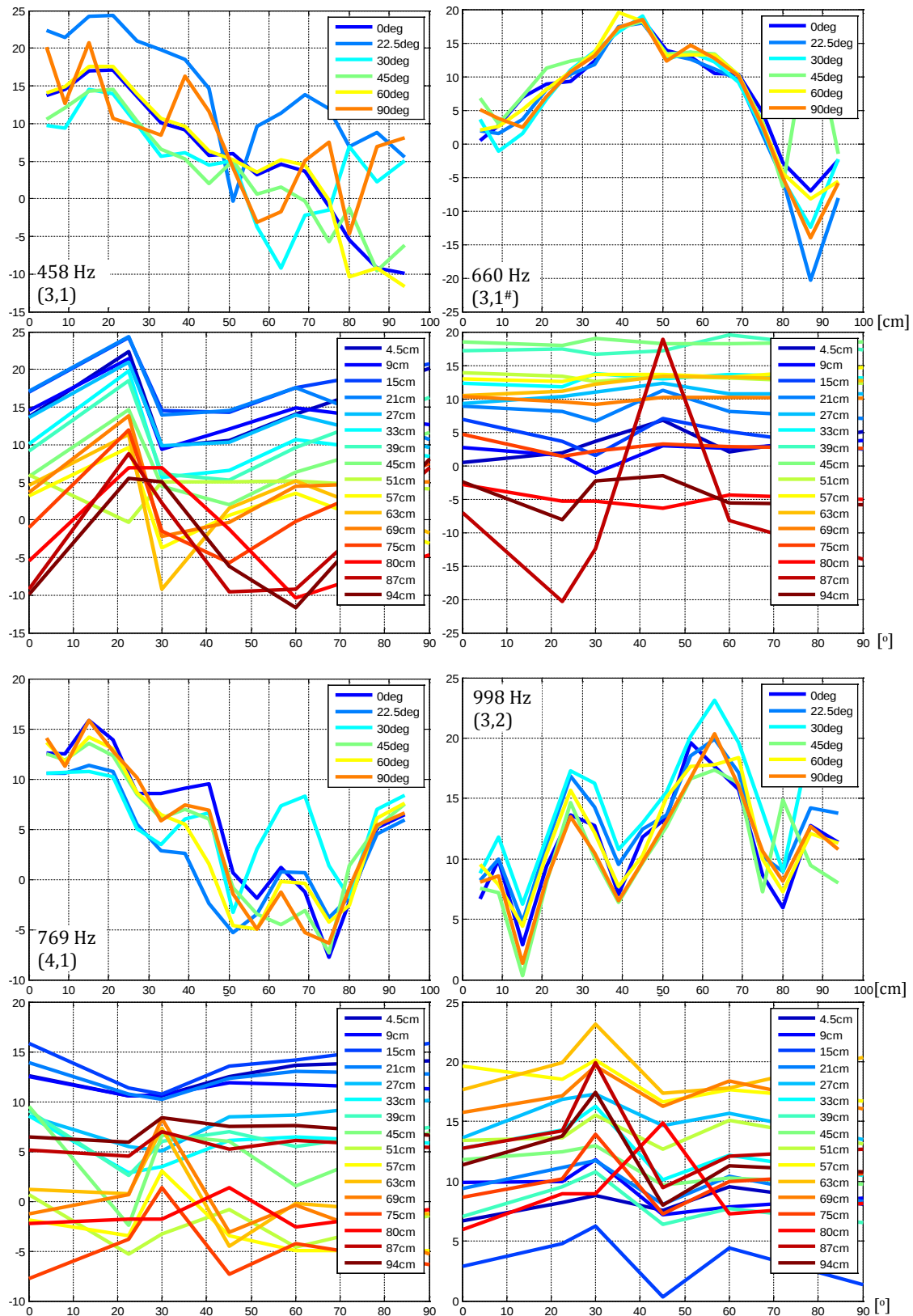
Slika 5.7 Postavka merenja

5.3.2.3 Obrada rezultata

Za obradu ovako velikog broja signala (u konkretnom slučaju 96 signala za analizu i 96 referentnih signala) napisan je program u softverskom paketu Matlab, koji je opisan u prilogu 7. Rezultati za prvih 6 parcijala merenog zvona dobijeni analizom u ovom programu prikazani su na slikama 5.8 i 5.9. Analiza je vršena na delu signala od 45 ms do 1045 ms. Gornja slika prikazuje promene amplituda duž vertikalnih osa, za svih 6 pomeraja po horizontalnoj osi, dok donja slika prikazuje promene amplituda u horizontalnoj ravni za svih 16 pomeraja po vertikalnoj osi. Na slikama koje prikazuju promene amplituda duž vertikalnih osa jasno se uočavaju položaji čvorova.



Slika 5.8 Promene amplituda pojedinih parcijala u vertikalnoj i horizontalnoj ravni zvona za fleksione sopstvene modove (2,0), (2,1#),



Slika 5.9 Promene amplituda pojedinih parcijala u vertikalnoj i horizontalnoj ravni zvona za fleksione sopstvene modove (3,1), (3,1[#]), (4,1) i (3,2)

5.3.2.4 Poređenje izmerenih rezultata i rezultata simulacije

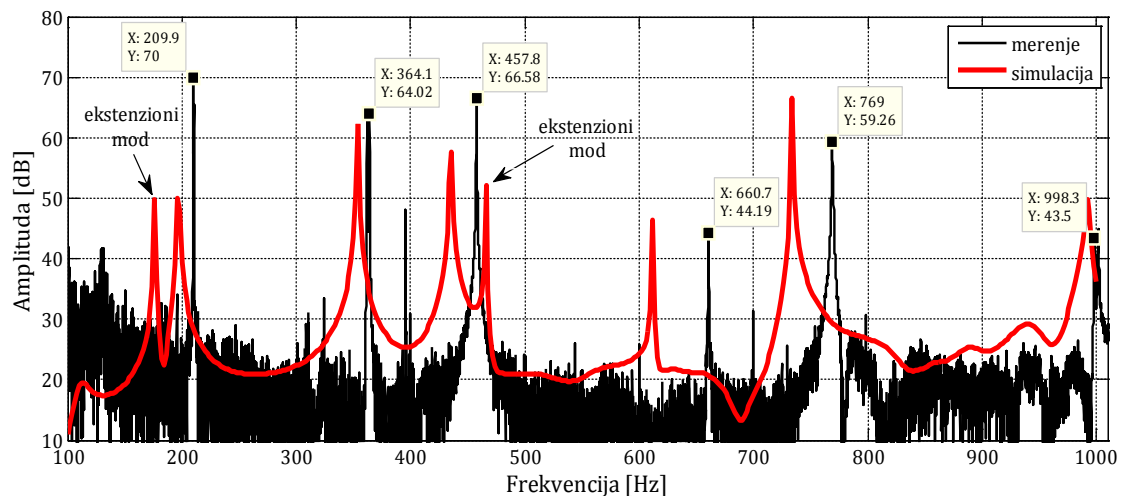
U tabeli 4.5 prikazani su sopstveni modovi oscilovanja zvona (čije su dimenzije date na slikama 4.3 i 5.6), koje je analizirano metodom konačnih elemenata u poglavlju 4.2.2, i ispitivano metodom merenja mikrofona u bliskom polju. Simulacija je rađena za idealno simetrično zono bez anomalija izmerenih dimenzija i zadatog oblika. U tabeli 5.3 prikazani su uporedni rezultati dobijeni simulacijom i eksperimentalno. Položaji čvorova i trbuha u vertikalnoj ravni dobijeni eksperimentalno su sa rezolucijom od 6 cm, prema položaju mikrofona u bliskom polju.

Izmerene vrednosti frekvencija sopstvenih modova su za najviše 8% veći od vrednosti dobijenih simulacijom. Odstupanja u položajima čvorova i trbuha variraju, pri čemu su se izračunati i izmereni rezultati za modove (3,1[#]) i (3,2) gotovo poklopili. Dobijena odstupanja mogu biti posledica malog broja mernih tačaka, kao i preciznosti postavke mikrofona u bliskom polju i preciznosti mesta udara, kao i odstupanja idealnog modela od realnog zvona.

Tabela 5.3 Uporedni rezultati zvona sa slike 4.3: simulacija i merenje

Mod	Simulacija			Merenje		
	f [Hz]	položaj čvora [cm]	položaj trbuha [cm]	f [Hz]	položaj čvora [cm]	položaj trbuha [cm]
(2,0) I-2	196	80-94	27	210	94	21
(2,1 [#]) II-2	353	80-94 21	44 0	364	94 27	45 0
(3,1) I-3	434	80-94 35	52 0	458	57	69 15
(3,1 [#]) II-3	608	80-94 9	41 0	660	87 9	39-45 0
(4,1) I-4	732	80-94 36	52 0	769	75-80 51-57	63 15
(3,2) III-3	983	80 38 13	57 28 0	998	80 39 15	57-63 27 9

Na slici 5.10 prikazan je izmereni nivo zvučnog pritiska i rezultat simulacije na 2 m od centra zvona u pravcu udara u ravni oboda zvona u frekvencijskom opsegu od 100 Hz do 1000 Hz (preklopljene slike 5.3 i 4.18).



Slika 5.10 Nivo zvučnog pritiska na 2 m od zvona: merenje i simulacija

6 Baza zvona u Srpskoj pravoslavnoj crkvi

Ideje i rezultati opisani u ovoj disertaciji proizašli su iz jednog obimnog istraživanja kvantitativnih i kvalitativnih karakteristika zvona u Srpskoj pravoslavnoj crkvi, koje je pre svega bilo podstaknuto potrebom prikupljanja osnovnih znanja u cilju očuvanja srpskog kulturnog nasleđa. Crkvenu arhitekturu ovog podneblja karakteriše složen i isprepletan uticaj zapadne i istočne tradicije. Stoga su graditelji crkava u zavisnosti od pomenutih uticaja koristili zvona koja se sreću kod istočnih pravoslavnih, odnosno zapadnih graditelja pa je raznolikost zvona velika, kako u pogledu porekla, tako i u pogledu fizičkih karakteristika, a samim tim i karakteristika zvuka zvona.

Da bi se detaljno analizirala zvona i izdvojile zajedničke karakteristike i istakle razlike među njima, generisana je baza zvona u Srpskoj pravoslavnoj crkvi. Baza obuhvata snimljene signale i podatke (koji su bili dostupni) o poreklu, godini proizvodnje i masi 126 starih zvona Srpske pravoslavne crkve, kao i 9 novih zvona izlivenih u livnici Kremenović. Podaci o analiziranim zvonima dati su u prilogu 1. U ovom poglavlju rezultati ispitivanja veze fizičkih karakteristika zvona: mase i poluprečnika oboda, upoređeni su sa rezultatima prikazanim u poglavlju 1.3.2, dobijenim u literaturi. Snimljeni signali svih zvona analizirani su programom za analizu zvuka zvona, realizovanom u programskom paketu *MATLAB*, koji je opisan u poglavlju 5.2.4. Ispitan je oblik zvona kroz parametar fD i rezultati su upoređeni sa rezultatima iz literature.

Tokom istraživanja kroz analizu zvona u bazi otvoreno je mnoštvo pitanja koja su imala za cilj da analizirana zvona opišu kvantitativno i kvalitativno. Kao odgovor na otvorena pitanja došlo se do ideje da se kvalitet zvona definiše jednobrojnim parametrom, koji bi se dobio na osnovu određenih objektivnih karakteristika signala zvuka zvona. Pri tome se dobijene vrednosti moraju verifikovati subjektivnim testovima, kao prvim relevantnim pokazateljem kvaliteta. Za detaljnu

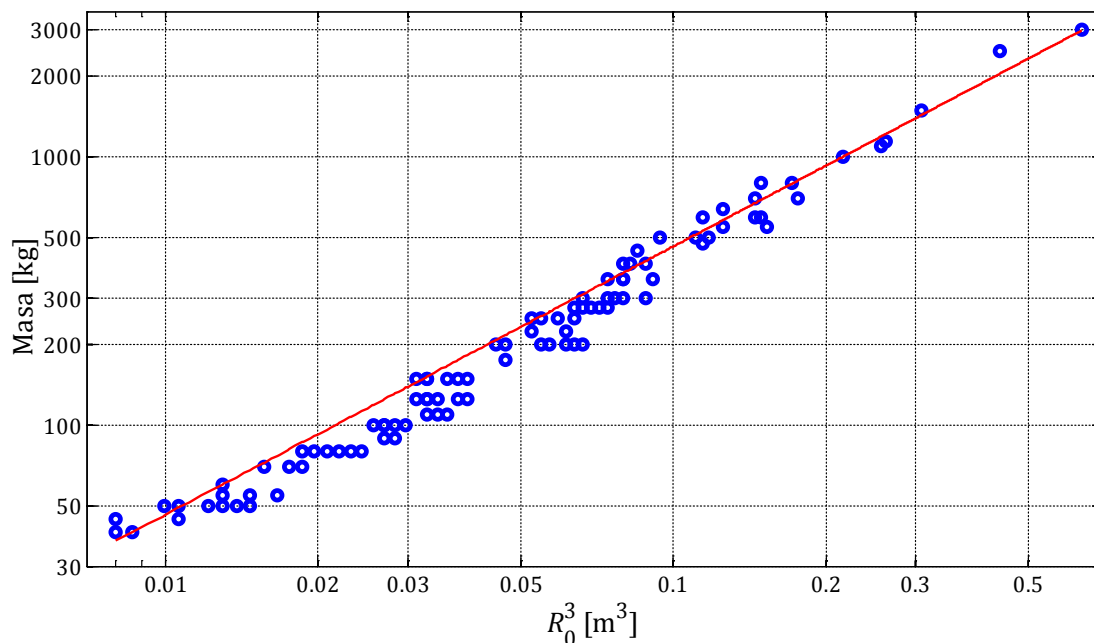
objektivnu i subjektivnu analizu, koja je prikazana u drugom delu ove disertacije, odabrano je 20 zvona različitih karakteristika, koje su prikazane u poglavlju 6.2.

6.1 Fizičke karakteristike zvona srpske pravoslavne crkve

6.1.1 Veličina zvona - veza između mase i poluprečnika

Kao što je prikazano u poglavlju 1.3.2, za određeni profil veličina zvona može se definisati poluprečnikom otvora zvona na obodu, R_0 , dok je masa zvona srazmerna trećem stepenu ove veličine (jednačina (1.10)). U poglavlju 1.3.2 na slici 1.6 prikazana je zavisnost mase od veličine R_0^3 za 185 starih zvona u zapadnoevropskim katoličkim crkvama [Heu1949], koja je analitički zapisana izrazom (1.11). Na slici 6.1 prikazana je zavisnost mase od veličine R_0^3 za 122 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava, čije su karakteristike date u prilogu 1. Raspon masa zvona je od 40 kg do 3000 kg. I na ovom grafiku može se uočiti izvesna linearna zavisnost, pri čemu su odstupanja veća nego što je to dobijeno u [Heu1949]. Na osnovu grafika može se analitički napisati zavisnost:

$$M = (4120 \pm 585)R_0^3 \text{ [kg]} = 4120R_0^3 \pm 14\% \text{ [kg]} \quad (6.1)$$



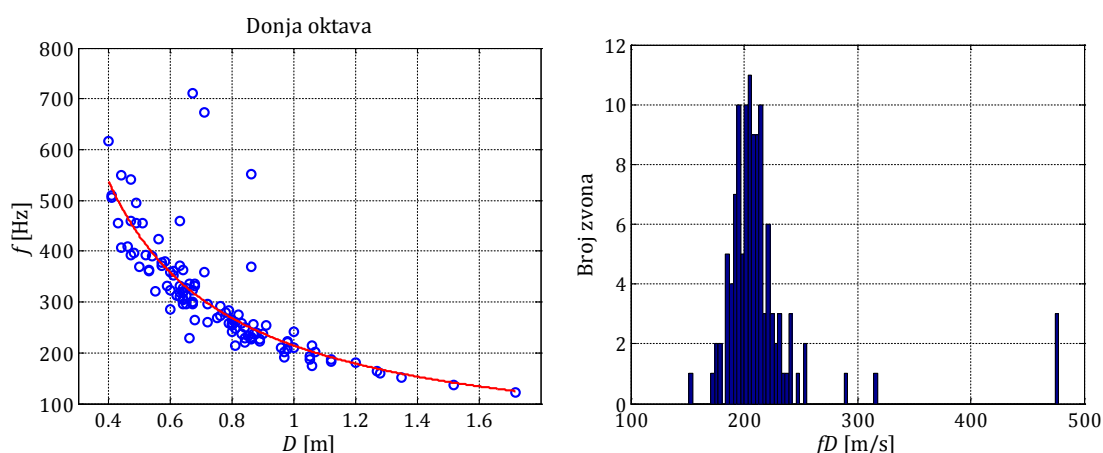
Slika 6.1 Zavisnost mase od trećeg stepena poluprečnika oboda zvona
za 122 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava

U poređenju sa rezultatima iz [Heu1949] nagib krive je manji, dok je standardna devijacija veća. Pri tome je raspon masa u Srpskoj pravoslavnoj crkvi značajno manji. Može se zaključiti da je odstupanje od standardnog profila znatno veće kod zvona u Srpskoj pravoslavnoj crkvi.

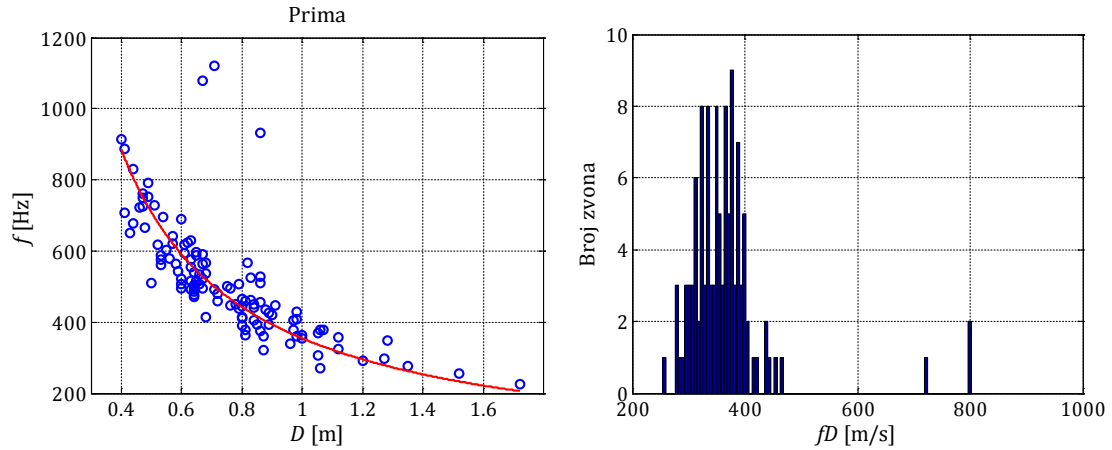
6.1.2 Oblik zona – parametar fD

U poglavlju 1.3.3.1 rečeno je da je jedan od parametara koji definiše oblik zvona parametar fD , gde je f frekvencija najčešće prvog parcijala, a D prečnik oboda zvona. Na slikama 6.2-6.6 prikazane su raspodele parametra fD za prvih pet parcijala za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava, čije su karakteristike date u prilogu 1. Crvena kriva na slikama zavisnosti frekvencije od prečnika D dobijena je nelineanom interpolacijom najmanjih kvadrata funkcijom $f = \text{const.}/D$. Na svim slikama se uočava najveće odstupanje kod tri zvona, prečnika 67 cm, 71 cm i 86 cm.

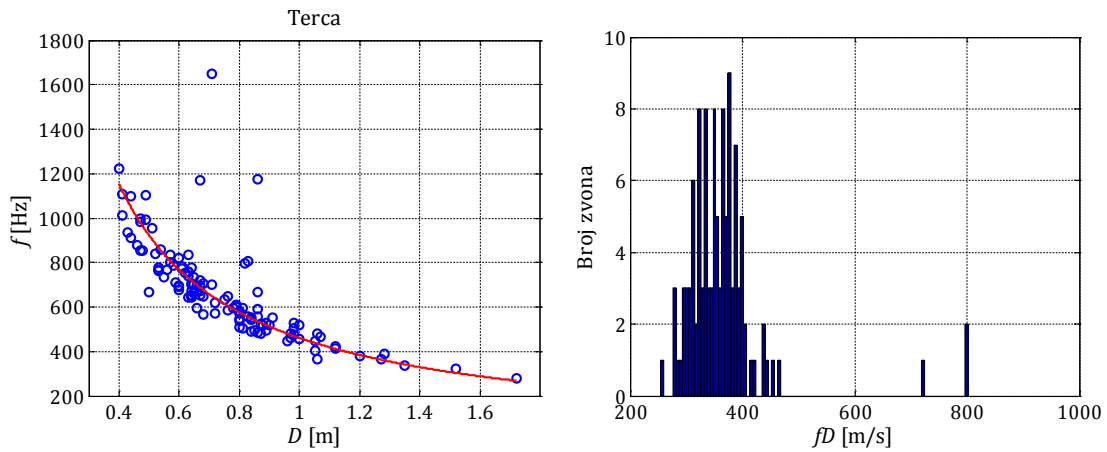
U tabeli 6.1 prikazani su statistički parametri za svih pet parcijala. Iz rezultata prikazanih u tabeli može se uočiti da dobijene srednje vrednosti za parametar fD za prvi parcijal odgovaraju vrednostima iz literature od oko 200 m/s [Heu1949, Leh1986, Roo1992, Hou1997], kao i srednje vrednosti ovog parametra za ostale prikazane parcijale [Heu1949].



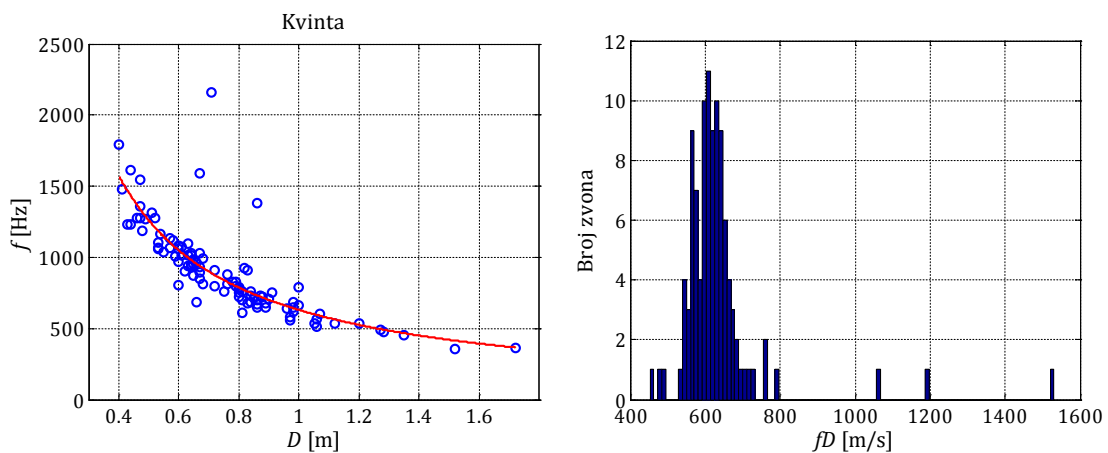
Slika 6.2 Zavisnost frekvencije prvog parcijala od prečnika D i histogram za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava



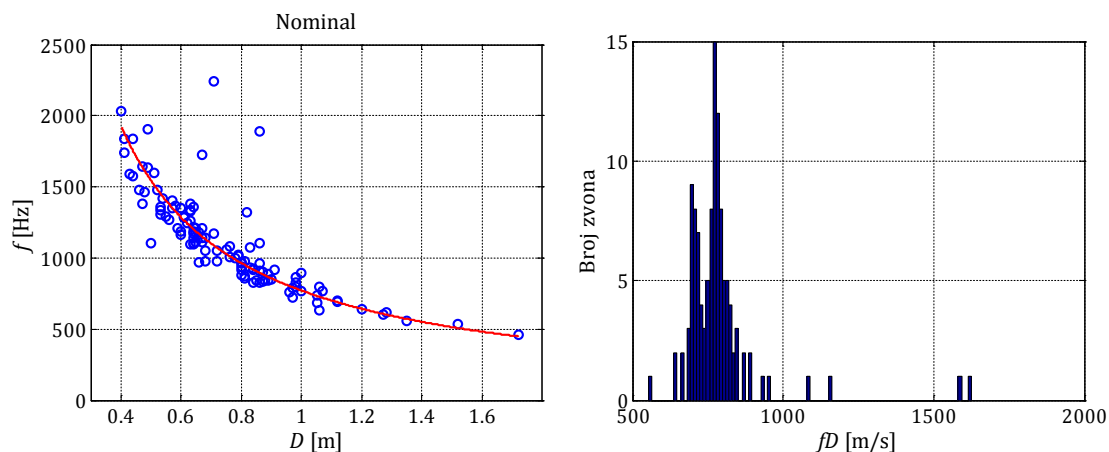
Slika 6.3 Zavisnost frekvencije drugog parcijala od prečnika D i histogram za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava



Slika 6.4 Zavisnost frekvencije trećeg parcijala od prečnika D i histogram za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava



Slika 6.5 Zavisnost frekvencije četvrtog parcijala od prečnika D i histogram za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava



Slika 6.6 Zavisnost frekvencije petog parcijala od prečnika D i histogram za 116 zvona iz srpskih pravoslavnih crkava

Tabela 6.1 Statističke vrednosti parametara fD za prvih pet parcijala

Parcijal		Interpolirana vrednost [m/s]	Srednja vrednost [m/s]	Medijana [m/s]	Standardna devijacija [m/s]	Srednja vrednost iz [Heu1949] $m > 30$ kg [m/s]
1	donja oktava	215	215	207	48	206
2	fundamental	355	364	355	78	404
3	terca	461	470	458	100	490
4	kvinta	630	633	617	125	604
5	nominal	772	784	769	133	800

6.1.3 Brzina opadanja amplituda i prigušenje parcijala

U tabelama 6.2-6.5 dati su parametri slabljenja amplituda u toku odzvana za četiri zvona različitih masa: 70 kg, 117 kg, 600 kg (ovo zvono je detaljno analizirano u poglavlju 5) i 800 kg. Kod sva četiri zvona vreme opadanja prvog parcijala je značajno duže od vremena opadanja ostalih parcijala, što se pokazalo i analizom parametara slabljenja amplituda većeg broja zvona iz priloga 1. Sa druge strane, pokazano je da dužina odzvana određenog parcijala nije po pravilu srazmerna masi zvona, što bi se posebno očekivalo od prvog parcijala. Ova činjenica se uočava

i u priloženim tabelama za zvona masa 70 kg i 117 kg. Takođe, vremena opadanja viših parcijala ne opadaju uvek sa frekvencijom.

Generalni trend, koji se može uočiti i u tabelama 6.2-6.5 je da ukupno prigušenje raste sa frekvencijom. Ako se može smatrati da je prigušenje u materijalu konstantno, zaključak je da akustičko prigušenje raste sa frekvencijom, ali se ne može uočiti jednostavna zavisnost, što se slaže sa nekim zaključcima iz literature [Heu1949, Hou1997].

Tabela 6.2 Parametri slabljenja amplituda u toku odzvona zvono mase 70 kg

Mod	f [Hz]	Brzina opadanja [dB/s]	T_{60} [s]	η
(2,0)	360	2.7	22	$12 \cdot 10^{-4}$
(2,1#)	733	15.2	3.9	$33 \cdot 10^{-4}$
(3,1)	859	7.5	8	$14 \cdot 10^{-4}$
(3,1#)	1008	22.0	2.7	$35 \cdot 10^{-4}$
(4,1)	1375	19.4	3.1	$22 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.3 Parametri slabljenja amplituda u toku odzvona zvono mase 117 kg

Mod	f [Hz]	Brzina opadanja [dB/s]	T_{60} [s]	η
(2,0)	356	3.1	19.3	$14 \cdot 10^{-4}$
(2,1#)	565	4.5	13.3	$13 \cdot 10^{-4}$
(3,1)	754	4.7	12.7	$9.9 \cdot 10^{-4}$
(3,1#)	1315	25.3	2.4	$31 \cdot 10^{-4}$
(4,1)	1521	31.1	1.9	$33 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.4 Parametri slabljenja amplituda u toku odzvana zvono mase 600 kg

Mod	f [Hz]	Brzina opadanja [dB/s]	T_{60} [m/s]	η
(2,0)	210	1.0	60	$7.5 \cdot 10^{-4}$
(2,1#)	364	2.3	26	$10 \cdot 10^{-4}$
(3,1)	458	5.9	10	$21 \cdot 10^{-4}$
(3,1#)	660	16.0	7	$33 \cdot 10^{-4}$
(4,1)	769	8.2	3.7	$20 \cdot 10^{-4}$

Tabela 6.5 Parametri slabljenja amplituda u toku odzvana zvono mase 800 kg

Mod	f [Hz]	Brzina opadanja [dB/s]	T_{60} [s]	η
(2,0)	175	0.9	72	$7.6 \cdot 10^{-4}$
(2,1#)	270	1.1	54	$6.6 \cdot 10^{-4}$
(3,1)	367	1.7	35	$7.5 \cdot 10^{-4}$
(3,1#)	511	9.5	6.3	$30 \cdot 10^{-4}$
(4,1)	632	8.0	7.5	$20 \cdot 10^{-4}$

6.2 Karakteristike zvona analiziranih u subjektivnim testovima

Za analizu u subjektivnim testovima potrebno je odabrati broj zvona u skladu sa vrstom subjektivnog testa i procenjenim optimalnim trajanjem. U istraživanju su sprovedene dve grupe subjektivnog testiranja: kvalitativno testiranje u cilju poređenja kvaliteta zvuka različitih zvona, i kvantitativno testiranje u cilju određivanja udarnog tona zvona. Prva grupa subjektivnih testova opisana je u poglavlju 8 i zasnovana je na dobro poznatoj psihometrijskoj metodi poređenja po parovima za rangiranje objekata. Broj različitih preslušavanja u jednom testu jednak je ukupnom broju svih kombinacija dva zvona. Druga grupa subjektivnih testova opisana je u poglavlju 9.2 i podrazumeva slušanje svakog pojedinačnog zvona i određivanje visine tona koji se subjektivno doživi. Broj različitih

preslušavanja u jednom testu jednak je broju analiziranih zvona. Prva grupa subjektivnih testova je vremenski manje zahtevna pa je odabrano 22 zvona, obeleženih Z1-Z22, dok je za drugu grupu testova iz prve grupe izdvojeno 10 zvona (Z1-Z10).

Izbor je obuhvatio širok opseg zvona različitih karakteristika. Od 20 zvona izabranih iz baze, 9 zvona su nova izlivena u livnici Kremenović, Belosavci [Lig], (Z2, Z9, Z13-Z19), dok je 10 starih zvona iz nekoliko pravoslavnih crkava (Z1, Z3, Z6-Z8, Z11, Z12, Z20-Z22). Najzad, signali dva zvona preuzeti su sa Internet stranice poznate livnice *Perner – Passau* (Z4, Z5) [Per]. Ova dva zvona imaju raspored parcijala koji gotovo da odgovara idealnom zvonu. Osnovne informacije o analiziranim zvonima, koje uključuju poreklo, starost i masu, date su u tabeli 6.6. Objektivne karakteristike zvona - frekvencije i brzine opadanja prvih sedam parcijala, date su u tabeli 6,7.

Kao što je opisano u poglavlju 5.1, sva zvona su snimana standardnim 1/2" mernim mikrofonom postavljanim na rastojanju od oko 2 m od zvona u ravni oboda zvona u pravcu udara bata. Zvona su pobuđivana sopstvenim batom. Zvono 9 snimljeno je i odozdo, na osi neposredno ispod zvona (signal Z10). Objektivnom analizom spektra uočeno je da se u snimljenom signalu odnosi amplituda parcijala za ova dva slučaja veoma razlikuju, stoga je bilo posebno interesantno uporediti subjektivni doživljaj reprodukcije ova dva signala. Frekvencija odabiranja signala je 44.1 kHz sa rezolucijom od 24 bita. Frekvencije parcijala u tabeli 6.7 računane su primenom *Hann*-ove prozorske funkcije dužine 262144 odbirka (5,94 s, frekvencijska rezolucija $168 \cdot 10^{-3}$ Hz, 50 ms posle udara), dok su brzine opadanja parcijala računane primenom vremenski zavisne *Fourier*-ove transformacije primenom *Hann*-ove prozorske funkcije dužine 8192 (ili 4096) odbiraka (oko 186 ms (odnosno 93 ms), frekvencijska rezolucija 5,4 Hz (odnosno 10,4 Hz)) sa dodavanjem 8192 (4096) nula i sa skokom prozora od 64 odbirka. Dužina prozora od 8192 ili 4096 određivana je prema karakteristikama signala. Objektivna analiza pokazala je da se snimljena zvona značajno razlikuju (od razlike u visini, preko razlika u odnosima frekvencija parcijala i odnosima amplituda parcijala, kao i u

brzinama opadanja amplituda pojedinih parcijala), od potpuno disonantnih zvona do zvona sa strukturom parcijala bliskoj idelanoj.

Tabela 6.6 Osnovne informacije o analiziranim zvonima

Br.	Poreklo	Starost	Težina [kg]	Subjektivni test
Z1	Livnica Jovanović	staro	722	1. Kvalitativno rangiranje zvona 2. Određivanje udarnog tona
Z2	Livnica Kremenović	novo	800	
Z3	Manastir Grgeteg	staro	500	
Z4	Livnica Perner – Passau, G4	novo	720	
Z5	Livnica Perner – Passau, H4	novo	350	
Z6	Livnica Popović	staro	214	
Z7	Rusko zvono	1883.	85	
Z8	Manastir Ostrog, manje zvono	staro	< 100	
Z9	Livnica Kremenović	novo	70	
Z10	Livnica Kremenović (B9 odozdo)	novo	70	
Z11	Manastir Ostrog, manje zvono, napuklo	staro	< 100	2. Određivanje udarnog tona
Z12	Pravoslavna crkva, Kuzmin	staro	-	
Z13	Livnica Kremenović	novo	117	
Z14	Livnica Kremenović	novo	184	
Z15	Livnica Kremenović	novo	230	
Z16	Livnica Kremenović	novo	296	
Z17	Livnica Kremenović	novo	508	
Z18	Livnica Kremenović	novo	530	
Z19	Livnica Kremenović	novo	2000	
Z20	Manastir Grgeteg	staro	350	
Z21	Livnica Pantelić	1937.	100	
Z22	Saborna crkva, Niš	staro	-	

Tabela 6.7 Karakteristike analiziranih zvona

Br.	Objektivna analiza frekvencija i brzina opadanja parcijala													
	1. parcijal		2. parcijal		3. parcijal		4. parcijal		5. parcijal		6. parcijal		7. parcijal	
	[Hz]	[s]	[Hz]	[s]	[Hz]	[s]	[Hz]	[s]	[Hz]	[s]	[Hz]	[s]	[Hz]	[s]
Z1	199	49	299	24	371	22	459	16	592	5,6	681	3,3	756	2,6
Z2	177	69	274	48	371	31	511	5,7	635	6,4	772	3,2	821	3,1
Z3	207	37	331	17	455	26	581	5	775	4,7	883	2,7	961	2,4
Z4	193	2,7	393	1,2	468	3,1	587	3,5	781	1,9	988	1,1	1017	1,8
Z5	242	8,2	490	3,3	587	3,6	727	3,7	980	3,7	1219	2,3	1254	1,9
Z6	264	35	511	13,5	630	11	786	3,4	1066	3	1270	1,5	1319	1,8
Z7	374	21	606	12	797	9,4	980	2,3	1082	2,6	1351	2,6	1750	0,6
Z8	334	46	678	13,5	802	13	974	3,4	1330	2,9	1584	1,8	1631	2
Z9	355	22	732	3,9	861	6,9	1001	7,3	1378	3	1567	1	1712	1,3
Z10	355	20	732	3,8	861	6,1	1001	2,2	1378	2,8	1567	1	1712	0,6
Z11	328	30	667	11	786	7,8	996	6,8	1308	1,9	1572	1,5	1653	0,4
Z12	242	28	398	1,9	528	11	770	3,8	904	2,8	1120	1,9	1174	0,5
Z13	355	19	565	13	754	13	1315	2,7	1521	2	1637	1,4	1835	0,5
Z14	280	42	489	23	587	16	840	3,7	963	5,4	1351	1,8	1428	1,6
Z15	258	13	463	18	571	18	724	3,6	934	3,7	1104	2,4	1402	1,1
Z16	236	71	440	28	517	21	740	4,9	867	5,6	1211	1,7	1170	2,3
Z17	301	28	424	20	545	15	880	1,9	1120	1,1	1184	4,7	1281	4,6
Z18	289	23	415	10	522	16	701	4,9	847	3,3	915	3,4	1044	7,9
Z19	156	54	301	22	377	15,5	463	9,7	635	5	757	3	942	7,6
Z20	202	31	379	20	480	19,5	662	4,1	732	0,6	851	5,3	1109	1,1
Z21	662	3,4	1174	2,6	1803	1,8	2519	1,1	3305	0,9	4124	0,9	4990	0,7
Z22	192	51	372	13	429	17	691	4,7	1015	5	1381	4,4	1783	3,9

7 Ocena zvona na osnovu objektivnih karakteristika signala

Imajući u vidu način oscilovanja zvona i objektivne karakteristike signala zvuka zvona prikazane u prethodnim poglavljima, nametnulo se pitanje da li je moguće na osnovu precizno određenih objektivnih parametara uvesti jednobrojnu ocenu kao meru kvaliteta zvona, koji bi bio korelisan sa subjektivnim estetskim doživljajem zvuka zvona. S obzirom da se smatra da prvih pet parcijala dominantno utiču na subjektivni doživljaj zvuka zvona definisana su dva objektivna parametra [Sal2011-1, Sal2011-2, Sal2014]. Prvi parametar je definisan kao odstupanje od najbližeg idealnog zvona. Najbliže idelano zvono je takođe uvedeno kao pojam. Drugi parametar je definisan kao relativna energija zvuka zvona sadržana u prvih pet parcijala. Deset zvona koja su ispitivana u subjektivnim testovima za poređenje kvaliteta zvuka različitih zvona, opisanim u poglavlju 8, i čije su karakteritke date u tabelama 6.6 i 6.7 (Z1-Z10), ocenjena su na osnovu uvedenih objektivnih parametara i rezultati su prikazani u ovom poglavlju.

7.1 Odstupanje od najbližeg idealnog zvona

U poglavlju 3.4 data je definicija idealnog zvona prema kojoj je zvono idealno ako je odnos frekvencija prvih pet parcijala $1 : 2 : 2.4 : 3 : 4$. Stav da prvih pet parcijala dominantno utiču na subjektini doživljaj zvuka zvona ne znači da vrednosti frekvencija ostalih parcijala mogu biti proizvoljne. Štaviše, podešavanje odnosa frekvencija prvih pet parcijala prema idealnom, imajući na umu teorijska razmatranja iz poglavlja 1.2, znači da će i odnosi frekvencija viših parcijala biti odgovarajući za zvono zadatog oblika.

Ako neko zvono treba oceniti na osnovu toga koliko frekvencije njegovih prvih pet parcijala odstupaju od idealnog odnosa, slede dva pitanja: 1) kako odrediti referentno idealno zvono, i 2) kako definisati odstupanje. Uzimajući u obzir logaritamsku prirodu ljudskog sluha u odnosu na frekvenciju, kao i definiciju centa datu jednačinom (3.1), rastojanje između dva parcijala najbolje je izraziti u

centima. Za svako zvono definisano je najbliže idealno zvono kao idealno zvono čiji je zbir apsolutnih rastojanja prvih pet parcijala od prvih pet parcijala analiziranog zvona najmanje [Sal2011-1, Sal2011-2, Sal2014]. Drugim rečima, ako su frekvencije prvih pet parcijala posmatranog zvona f_1, f_2, f_3, f_4 i f_5 , a frekvencije prvih pet parcijala idealnog zvona $f_{id1}, f_{id2}, f_{id3}, f_{id4}$ i f_{id5} (gde važi da je $f_{id1} : f_{id2} : f_{id3} : f_{id4} : f_{id5} = 1 : 2 : 2.4 : 3 : 4$), onda za najbliže idealno zvono suma

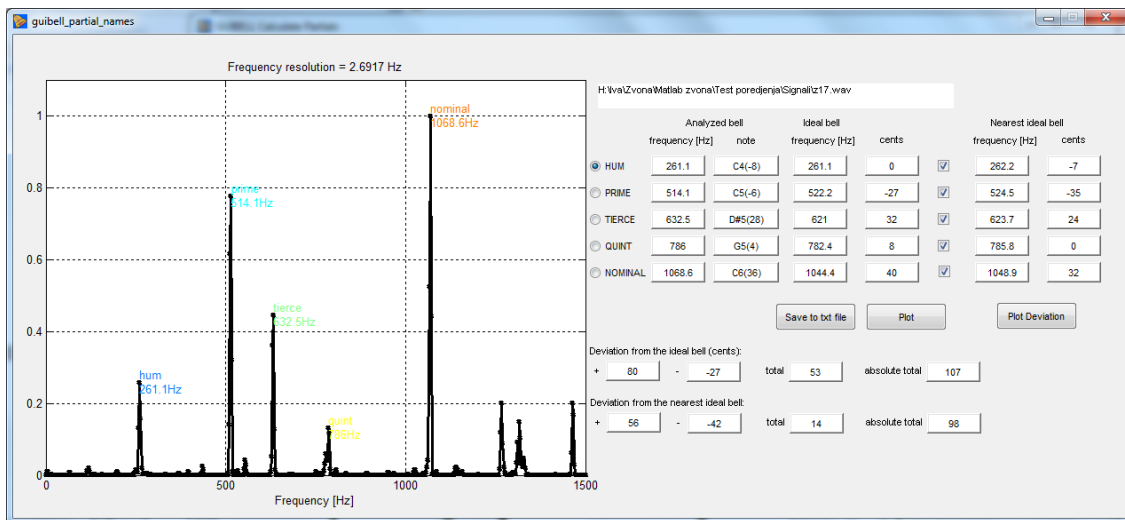
$$c = 1200 \sum_{i=1}^5 \left| \log_2 \frac{f_{idi}}{f_i} \right| [\text{¢}], \quad (7.1)$$

ima minimalnu vrednost. Ova minimalna vrednost, parametar odstupanja $c_{\min}$, uveden je kao mera kvaliteta zvuka zvona. Zvona se mogu upoređivati prema ovom parametru, a njegova vrednost bi trebalo da bude obrnuto srazmerna kvalitetu zvuka zvona.

Deo programa za objektivnu analizu zvuka zvona, opisanog u poglavlju 5.2.4, vrši izračunavanje parametra odstupanja $c_{\min}$ na sledeći način. Algoritam polazi od zadate minimalne frekvencije, uzimajući tu frekvenciju za frekvenciju prvog parcijala idealnog zvona, i kreće se duž apscise do zadate maksimalne frekvencije, povećavajući frekvenciju prvog parcijala idealnog zvona za po jedan cent i generišući preostalih pet parcijala prema idealnom odnosu u svakoj tački. Za tako generisanih pet parcijala idealnog zvona određuje se vrednost parametra c prema jednačini (7.1) u svakoj tački i generiše se grafik zavisnosti parametra c od frekvencije prvog parcijala idealnog zvona.

Izgled prozora programa u kome je se vrši određivanje parametra odstupanja od najbližeg idealnog zvona $c_{\min}$ prikazan je na slici 7.1. Na slici se mogu uočiti pozitivna i negativna odstupanja pojedinih parcijala. Karakteristična promena parametra odstupanja c u zavisnosti od frekvencije prvog parcijala idealnog zvona prikazana je na slici 7.2, na kojoj se uočava jasno izražen minimum. Upravo ovaj minimum predstavlja parametar odstupanja od najbližeg idealnog zvona $c_{\min}$. Za prikazano zvono frekvencija prvog parcijala najbližeg idealnog zvona je $f_{id1} = 262$ Hz, a vrednost najmanjeg parametra odstupanja iznosi $c_{\min} = 98$ centi. Za veliki broj analiziranih zvona iz baze snimaka pokazano je da posmatrano zvono

i njemu najbliže idealno zvono uvek imaju jednake frekvencije bar jednog od prvih pet parcijala.



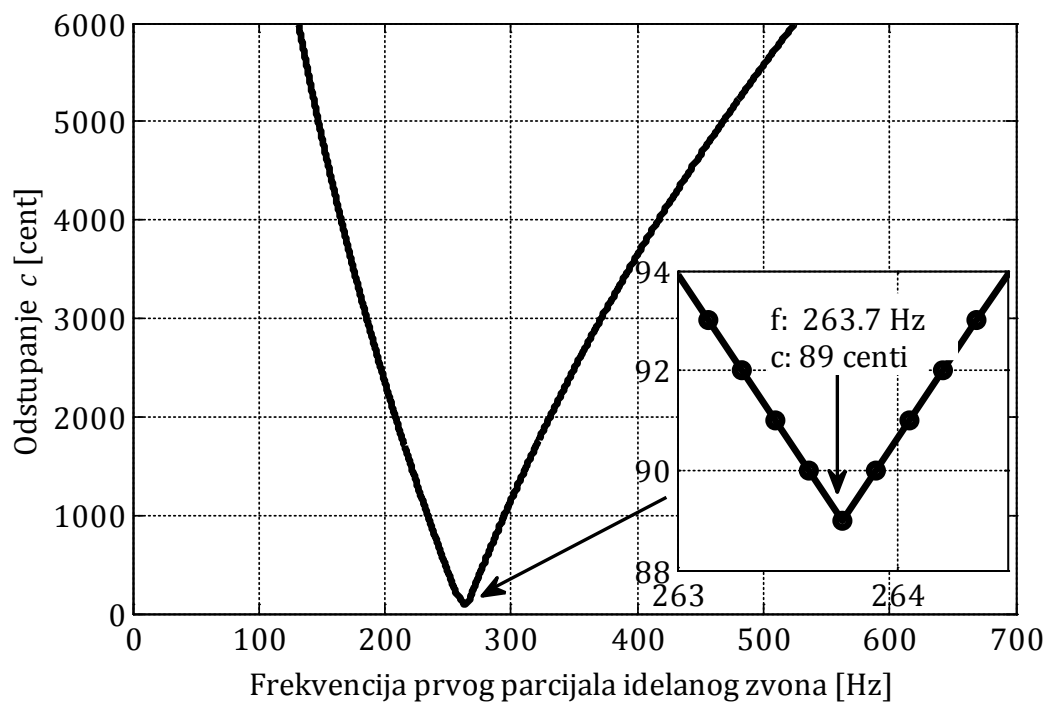
Slika 7.1 Primer izračunatih vrednosti odstupanja od najbližeg idealnog zvona u programu za objektivnu analizu zvuka zvona

Radi jednostavnijeg poređenja zvona uvedena je normalizacija vrednosti $c_{\min}$ svodeći je na interval od 0 do 1. Polazeći od definicije centa kao logaritamske jedinice mere muzičkih intervala, najmanji parametar odstupanja $c_{\min}$ je transformisan izrazom:

$$\bar{c}_{\min} = 2^{-\frac{c_{\min}}{1200}}, \quad (7.2)$$

pa vrednost 1 označava da odnosi frekvencija prvih pet parcijala odgovaraju idealnom, dok vrednost koja teži 0 označava velika odstupanja od idealnog zvona.

U tabeli 7.1 prikazane su sledeći parametri deset zvona odabranih za subjektivno testiranje, čije su karakteristike date u tabelama 6.6 i 6.7 (Z1-Z10): frekvencije prvih pet parcijala, frekvencije prvih pet parcijala najbližeg idealnog zvona, parametar odstupanja $c_{\min}$, i transformisana vrednost parametra $\bar{c}_{\min}$. Parametri zvona računati su primenom *Hann*-ove prozorske funkcije dužine 8192 odbirka (186 ms, 50 ms posle udara).



Slika 7.2 Tipičan izgled krive odstupanja od idealnog zvona c u zavisnosti od frekvencije prvog parcijala idelnog zvona

Tabela 7.1 Paramteri za određivanje najbližeg idelnog zvona za zvona Z1-Z10 iz tabela 6.6 i 6.7

Br.	Objektivna analiza																
	parcijal analiziranog zvona, parcijal najbližeg idealnog zvona, odstupanje																
	1. parc.			2. parc.			3. parc.			4. parc.			5. parc.			$C_{\min}$ [Hz]	$\bar{C}_{\min}$
[Hz]	[Hz]	[cent]	[Hz]	[Hz]	[cent]	[Hz]	[Hz]	[cent]	[Hz]	[Hz]	[cent]	[Hz]	[Hz]	[cent]			
Z1	199	153	460	299	305	-38	371	363	39	459	459	0	592	611	-54	591	0.711
Z2	177	159	193	274	318	-253	371	378	-29	511	476	124	635	635	0	600	0.707
Z3	207	194	117	331	387	-272	455	461	-22	581	580	2	775	775	0	413	0.788
Z4	193	196	-18	393	391	6	468	466	10	587	587	0	781	775	-5	39	0.978
Z5	242	245	-20	490	490	0	587	583	12	727	734	-17	980	980	0	49	0.972
Z6	264	264	0	511	527	-54	630	627	7	786	790	-10	1066	1055	18	89	0.950
Z7	374	327	233	606	654	-133	797	778	42	980	980	0	1082	1308	-328	736	0.654
Z8	334	334	0	678	668	27	802	794	18	974	1000	-46	1330	1335	-7	98	0.945
Z9	355	355	0	732	711	51	861	745	33	1001	1065	-106	1378	1421	-53	244	0.868
Z10	355	355	0	732	711	51	861	745	33	1001	1065	-106	1378	1421	-53	244	0.868

7.2 Energija sadržana u prvih pet parcijala

7.2.1 Program za analizu audio signala

Za određivanje energije sadržane u prvih pet parcijala zvona korišćen je program realizovan u softverskom paketu *MATLAB* [Ćer2010, Ćer2011]. Program je razvijen za potrebe specifične analize audio signala, koja zahteva generisane banke filtara prilagođene konkretnom signalu, što je posebno interesantno prilikom analize signala zvuka zvona. Standardna rešenja filterskih banaka nisu uvek primenjiva, jer se filterska banka analize projektuje na osnovu zadatih presečnih (graničnih) frekvencija koje zavise od potreba analize konkretnog signala. Stoga je u programu implementirana banka koja se zasniva na dvostruko komplementarnim (en. *double complementary*) IIR filtarskim parovima proizvoljne presečne frekvencije [Mil2009]. Dvostruka komplementarnost podrazumeva da je filtarski par (ili banka filtara) svepropusno komplementaran (en. *allpass complementary*) i komplementaran po snazi (en. *power complementary*). Svepropusna komplementarnost označava karakteristiku filtrarskih parova (banki) kod kojih je zbir prenosnih funkcija jednak svepropusnoj prenosnoj funkciji. Komplementarnost po snazi znači da je zbir kvadrata amplitudskih karakteristika konstantan, najčešće jednak 1 [Mit2001, Mil2009-1]. Projektovana banka filtara je takođe dvostruko komplementarna.

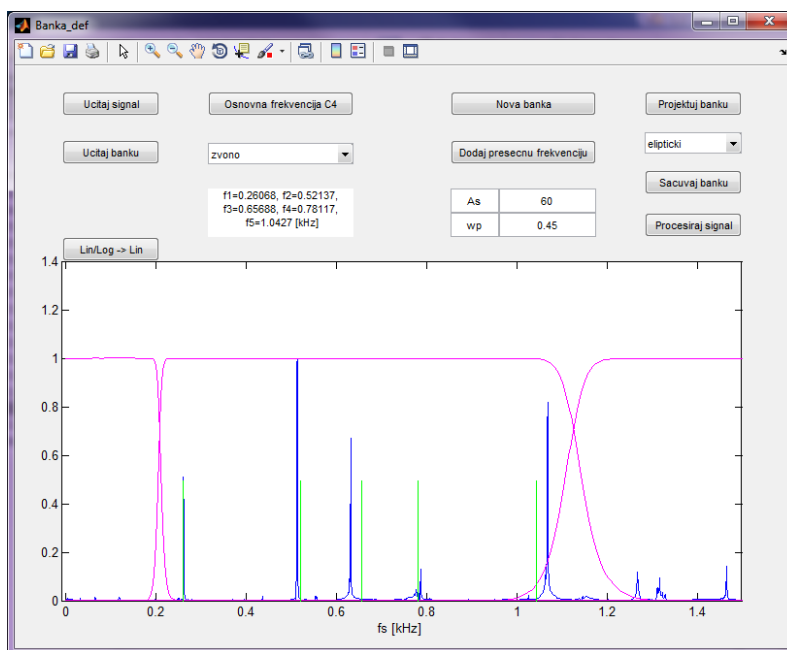
U literaturi [Cas2004] prikazana je mogućnost za primenu filtarske banke zasnovane na komplementarnim filtarskim parovima za obradu audio signala fiksnih presečnih frekvencija. U realizovanom *MATLAB* programu korišćena je banka filtara prikazana u [Cas2004] s tim da se presečne frekvencije pojedinih filtara definišu interaktivno, na osnovu spektra signala koji se posmatra. S obzirom na to da je projektovana banka svepropusno (*allpass*) komplementarna, signali dobijeni na pojedinim izlazima mogu se sabirati, čime se dobija signal koji je isti kao signal koji bi se dobio filtriranjem ulaznog signala kroz filtar svepropusnik. Realizovana filtarska banka ne vrši decimaciju signala (frekvencija odabiranja se ne menja), omogućavajući slušanje signala, što je bitno za namenu za koju je program razvijen. Filtarska banka analize omogućava da se u spektru izdvoje bitne

komponente signala i da se pojedine komponente nezavisno analiziraju. Na primer, može se analizirati anvelopa ili brzina opadanja nivoa pojedinih komponenata. Takođe se mogu, eliminisanjem ili modifikacijom pojedinih kanala, dobiti signali prilagođeni za različite vrste subjektivnih testova.

7.2.2 Raspodela energije analiziranih zvona

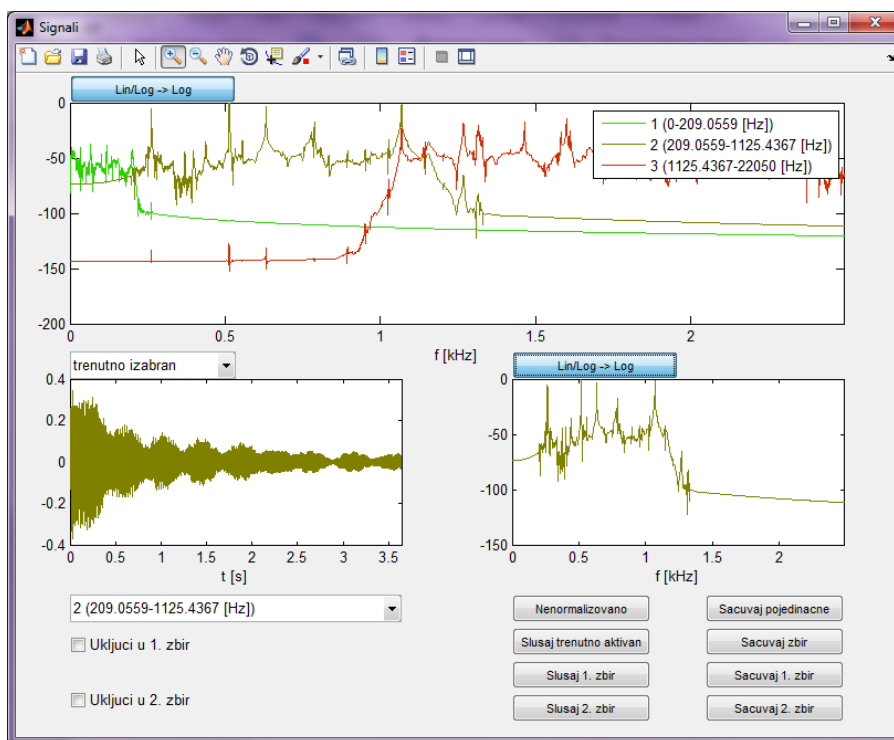
Uvdena je hipoteza da što je veći udeo energije sadržane u prvih pet parcijala zvona, zvono subjektivno zvuči bolje [Sal2014]. Ova hipoteza je testirana poredeći izračunati udeo energije prvih pet parcijala i rezultate subjektivnih testova.

Na slici 7.3 prikazan je prozor za interaktivno projektovanje banke filtera programa za analizu audio signala. Na grafiku koji se nalazi u donjem delu prozora prikazan je spektar signala analiziranog zvona (plava linija), kao i projektovana banka filtera (crvena linija). Presečne frekvencije, koje se određuju interaktivno na osnovu spektra signala, odabrane su tako da se spektar analiziranog zvona podeli u tri podopsega. Prvi podopseg obuhvata energiju ispod prvog parcijala. Drugi podopseg obuhvata energiju sadržanu u prvih pet parcijala. Treći podopseg obuhvata energiju sadržanu u parcijalima iznad petog.



Slika 7.3 Prozor za interaktivno projektovanje banke filtera programa za analizu audio signala na primeru signala zvona

Na slici 7.4 prikazan je prozor za pregled rezultata primenjene projektovane banke filtara na učitanoj signalu. Prozor uključuje grafike vremenskih oblika i spektara filtriranih podopsega signala. Filtrirani signali se mogu preslušavati, posebno ili u zadatoj kombinaciji.



Slika 7.4 Prozor za pregled rezultata i preslušavanje filtriranih podopsega signala

Za svaki od tri podopsega izračunata je energija signala. S obzirom da je filtarska banka komplementarna po snazi energija celog signala jednaka je zbiru energija pojedinih podopsega. Ako se sa E_i označi energija i -tog podopsega raspodela energije za odgovarajući podopseg se dobija kao:

$$e_{ri} = 100 \frac{E_i}{\sum_{k=1}^3 E_k}. \quad (7.3)$$

U tabeli 7.2 prikazana je raspodela energija po podopsezima za deset zvona odabranih za subjektivno testiranje, čije su karakteristike date u tabelama 6.6 i 6.7 (Z1-Z10). Dužina signala na kome je računata raspodela energija podešena je na 1 s, što odgovara dužini signala u subjektivnim testovima. Kao što je i očekivano,

energija prvog podopsega e_{r1} je zanemarljiva u svim signalima, s obzirom da odgovara pozadinskom šumu.

Tabela 7.2 Raspodela energija po podopsezima za zvona Z1-Z10 iz tabela 6.6 i 6.7

Br.	e_{r1} [%]	e_{r2} [%]	e_{r3} [%]
Z1	0.3	70.0	29.7
Z2	0.0	65.2	34.8
Z3	0.1	20.3	79.6
Z4	0.1	72.4	27.5
Z5	0.1	73.1	26.8
Z6	0.1	89.0	10.9
Z7	0.1	43.3	56.6
Z8	0.1	83.4	16.5
Z9	0.2	64.8	35.0
Z10	0.8	22.0	77.2

8 Subjektivna ocena zvuka zvona

Kao što je već pomenuto, pitanje kako definisati zvono koje dobro zvuči veoma je staro. Posebno pitanje, koje, koliko je autoru poznato, do sada nije bilo postavljano, jeste da li uopšte postoji univerzalni estetski doživljaj zvuka zvona. Ovo delimično filozofsko pitanje se može iskazati kroz dva eksplicitna pitanja: 1) da li jedno zvono izaziva isti subjektivni osećaj kod različitih slušalaca, i 2) da li je moguće poredati grupu zvona prema njihovom subjektivnom kvalitetu zvuka i svakom zvonu dodeliti neku opštu subjektivnu ocenu. Odgovore na ova pitanja moguće je dati sprovođenjem subjektivnog testiranja. U ovom poglavlju opisano je subjektivno testiranje zasnovano na dobro poznatoj psihometrijskoj metodi poređenja po parovima [Thu1927, Ken1940, Bra1952, Bra1984, May2005, Bro2009, Tsu2011], čija je primena u literaturi prikazana za ocenu različitih audio signala (muzičkih instrumenata, vrste reprodukcije, akustičkog okruženja, itd.) [Hou1987, Gei2003, Kir2003, Wic2005, Cho2007, Car2012]. Pozitivan ishod sprovedenog subjektivnog testiranja omogućio je ispitivanje korelacije između rezultata subjektivnog i objektivnog testiranja grupe zvona.

U skladu sa procenjenim optimalnim trajanjem subjektivnog testa i maksimalnim brojem svih kombinacija parova, za subjektivno testiranje odabrano je 10 zvona, čije su objektivne karakteristike date u poglavlju 6, a objektivne ocene su prikazane u poglavlju 7. Uzimajući rezultate subjektivnog testiranja kao osnovni relevantan pokazatelj kvaliteta zvona, uspostavljena je korelacija sa rezultatima objektivne analize, udaljenosti od najbližeg idealnog zvona i energije sadržane u prvih pet parcijala. Dodatno je ispitan uticaj visine tona zvona na subjektivan doživljaj.

8.1 Metoda subjektivnog testiranja zasnovana na poređenju po parovima

Čest zadatak psihometrijskih merenja je poređenje objekata merenja po određenom kriterijumu na osnovu subjektivne ocene. Bilo da je u pitanju apsolutno ocenjivanje objekata (skala odnosa i intervalna skala), ili relativno sortiranje više objekata na osnovu zadate karakteristike (ordinalna skala), za samog subjekta ovaj način ocenjivanja je prilično zahtevan, naročito ako su razlike između objekata suptilne [Sie1956, Mom1958, May2005, Tsu2011]. Sa druge strane, relativno poređenje dva objekta u jednom trenutku je intuitivnije i znatno jednostavnije. Imajući navedene činjenice u vidu, nastala je metoda subjektivnog testiranja zasnovana na poređenju objekata po parovima, koja se već decenijama koristi u raznim oblastima gde se primenjuje psihometrijsko testiranje. Iako je to vremenski zahtevnija metoda, samo testiranje je jednostavnije za samog subjekta, a dobijeni rezultati su pouzdani.

Metoda poređenja po parovima zasniva se na formiranju svih parova objekata iz analiziranog skupa od N objekata – ukupno $\binom{N}{2}$ parova (mada postoje i uprošćene metode sa poređenjem manjeg broja parova [Wes2012]). Testirani subjekat poredi svaka dva objekta i određuje koji objekat više zadovoljava zadati kriterijum. Objekat koji više zadovoljava kriterijum dobija 1 poen, dok drugi objekat dobija 0 poena. Ukoliko subjekat ne može da se odluči, odnosno ako su po zadatom kriterijumu oba objekta jednaka, oba objekta dobijaju po 0.5 poena. Ovakav rezultat poređenja objekta i i j može se predstaviti kao:

$$a_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{za } j \text{ je bolje od } i \\ 0,5 & \text{za } i \text{ je isto kao } j. \\ 1 & \text{za } i \text{ je bolje od } j \end{cases} \quad (8.1)$$

Kao rezultat poređenja svih $\binom{N}{2}$ parova dobija se $N \times N$ matrica preferenci za jednog subjekta. Sabiranjem matrica preferenci svih subjekata dobija se ukupna matrica preferenci, koja na mestu a_{totij} ima zbir svih poena koje je objekat i dobio u svim poređenjima sa objektom j . Pri tome je

$$a_{ij\text{tot}} + a_{j\text{itot}} = S \quad (8.2)$$

gde je S ukupan broj subjekata. Prevođenje ukupne matrice preferenci u kvalitativnu skalu ocena može se izvršiti na više načina, a ova problematika je i danas tema mnogih radova iz oblasti psihometrije i statistike. Najčešće se koriste tri metode.

Prva metoda, nazvana metoda srednjih ocena [Bro2009], intuitivna je, i najjednostavnija. Sabiranjem kolona matrice preferenci za jednog subjekta, odnosno prostim sabiranjem poena koje je jedan objekat dobio u svim poređenjima, dobija se kvalitativna skala ocena za jednog subjekta. Sabiranjem kvalitativnih ocena svih subjekata za svaki objekat, dobija se ukupna kvalitativna skala ocena $A_i, i = 1 \dots N$:

$$A_i = \sum_{j=1}^N a_{ij\text{tot}} \quad (8.3)$$

U osnovi druge metode je *Thurstone*-ov zakon komparativnog suda (*Law of Comparative Judgment*) [Thu1927], sa sledećim pretpostavkama. Svakom objektu i može se dodeliti odgovarajuća kvalitativna ocena A_i . Kada bi subjekat apsolutno ocenjivao objekat i , on bi zapravo vršio određivanje ocene A_i sa izvesnim odstupanjem, dajući ocenu $\bar{A}_i$. Ocene $\bar{A}_i$ koje bi davao jedan subjekat u ponovljenom ocenjivanju, kao i ocene koje bi davali različiti subjekti, imaju normalnu raspodelu sa srednjom vrednošću A_i . *Thurstone* je uprošćavao svoj model uvodeći različite pretpostavke, a prema slučaju V (*Thurstone's Case V model of Comparative Judgment*), koji se najčešće koristi, standardna devijacija je ista za sve subjekte i sve objekte. Poređenje dva objekta i i j svodi se na određivanje razlike ocena $\bar{A}_i - \bar{A}_j$, a ova razlika takođe ima normalnu raspodelu sa srednjom vrednošću $A_{ij} = A_i - A_j$. Verovatnoća izbora objekta i u poređenju sa objektom j , P_{ij} , proporcionalna je verovatnoći dobijanja pozitivne razlike ocena $\bar{A}_i - \bar{A}_j$, odnosno površini ispod ove normalne raspodele za pozitivne vrednosti. Verovatnoća P_{ij} može se proceniti kao odnos ukupnog broja poena koje je dobio objekat i i ukupnog broja poređenja objekata i i j , koji zapravo odgovara ukupnom broju subjekata:

$$P_{ij} = \frac{a_{ij\text{tot}}}{S}, \quad P_{ji} = \frac{a_{ji\text{tot}}}{S}, \quad P_{ij} + P_{ji} = 1. \quad (8.4)$$

Razlika ocena A_{ij} dobija se primenom inverzne funkcije normalne raspodele na verovatnoću P_{ij} . Prema *Thurstone-Mosteller*-ovoj metodi najmanjih kvadrata [Hou1987, Bro2009, Tsu2011], kvalitativna ocena svakog objekta i može se dobiti kao srednja vrednost razlika ocena posmatranog objekta i i svih drugih objekata:

$$A_i = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N A_{ij}. \quad (8.5)$$

Treća metoda zasnovana je na *Bradley-Terry-Luce* (BTL) modelu [Bra1952, Bra1984, Tsu2011]. Prema ovom modelu kvalitativna ocena određuje se iz vrednosti izračunatih u ukupnoj matrici referenci, kao i u *Thurston*-ovom modelu, s tim što se umesto normalne raspodele primenjuje logistička raspodela.

8.2 Kvalitativni subjektivni testovi za poređenje kvaliteta zvuka zvona

8.2.1 Analizirani signali

U subjektivnim testovima ispitivano je 10 zvona, čije su karakteristike date u tabelama 6.6 i 6.7 (zvona Z1-Z10). Zvona Z1-Z10 u tabelama 6.6 i 6.7 poređana su rastuće prema frekvenciji petog parcijala. Kao što je pomenuto u poglavlju 2.7, prema najstarijoj teoriji o udarnom tonu zvona, visina udarnog tona odgovara tonu koji je za oktavu niži od petog parcijala - nominala [Art1938, Fle1998, Ros1984, Ros2008, Hib2008], što znači da raspored zvona Z1-Z10 u tabelama 6.6 i 6.7 odgovara visini udarnog tona zvona.

Na osnovu činjenice da na subjektivni doživljaj najveći uticaj ima zvuk zvona u kratkom vremenskom intervalu odmah nakon početnog udara [Jon1930, Jon1931, Ter1984], naročito kada se zvona klate i sukcesivno ponavljaju udare, signali za subjektivni test su skraćeni na trajanje od 1 s. Pri tome, vremenski interval jednak 1 s ili duži smatra se dovoljnim sa aspekta percepcije da se svi psihoakustički utisci o analiziranoj pobudi perceptivno integrišu [Jov1999].

8.2.2 Subjekti

Sto trideset subjekata je učestvovalo u subjektivnom testiranju. Subjekti se mogu podeliti po muzičkom obrazovanju, starosti i polu. Četrdeset osam subjekata je imalo muzičko obrazovanje. Od toga 15 subjekata su bili studenti prve i druge godine Fakulteta Dramskih umetnosti, 6 subjekata su bili studenti ili su završili Muzičku akademiju, 8 subjekata su radili kao ton majstori i jedan subjekat je profesionalni muzičar. Ostala 82 subjekta su slučajno odabrani subjekti bez muzičkog iskustva. Ukoliko se postavi starosna granica od 35 godina, subjekti se mogu podeliti na mlađe (87 subjekta) i starije (43 subjekta). Među subjektima bilo je 44 žene i 86 muškaraca.

Subjekti su pre početka testa ukratko informisani o spektralnom sastavu zvuka zvona kao i o pojmu udarnog tona, ali sama karakteristika zvuka zvona za koju bi trebalo da se vežu u subjektivnom testu nije sugerisana.

8.2.3 Protokol subjektivnog testa

Prema metodi subjektivnog testiranja zasnovanoj na poređenju po parovima, vršeno je međusobno poređenje subjektivnog doživljaja svaka dva od ukupno 10 zvona, tako da se svaki par poredi tačno jedanput (ukupno 45 poređenja). Zvono za koje se subjekat pri poređenju odluči da zvuči estetski „bolje“, dobija 1 poen, dok zvono koje zvuči „lošije“ dobija 0 poena. Ukoliko zvona izazivaju isti estetski doživljaj oba zvona dobijaju po 0.5 poena (izraz 8.1).

Subjektivni test je sproveden kao test sa nepoznatim parametrima (en. *blind*). U tu svrhu u programskom paketu *MATLAB* napisan je program za testiranje, čiji je grafički korisnički interfejs prikazan u prilogu 8. U programu se nasumično učitava 45 parova zvona, pri čemu subjekti nemaju nikakvu informaciju o tome koja dva zvona se porede. Rezultati testova se sa imenom i prezimenom i vremenom početka testa čuvaju u tri fajla (2 tekstualna, gde se mogu pogledati rezultati, i jedan koji se kasnije učitava u programu za analizu rezultata napisanom u programskom paketu *MATLAB*).

Subjekti su test radili na personalnom računaru sa slušalicama u maloj tihoj prostoriji. Subjekti su samostalno sprovodili proceduru testiranja. Trajanje testa nije bilo ograničeno i subjekti su mogli proizvoljan broj puta da ponavljaju reprodukciju svakog od signala. Ovakav način testiranja nezavisan od redosleda predstavljenih zvona poznat je kao slobodno testiranje (*freeplay*) [Bak2004] i pokazano je da se na taj način eliminiše uticaj redosleda slušanih signala na donošenje odluke i povećava se ponovljivost i konzistentnost rezultata testa. Prosečno trajanje testa bilo je oko 15 minuta.

Iako su rezultati testova egzaktno matematički obrađeni i na osnovu njih su izvedeni zaključci, interesantno je pomenuti subjektivne doživljaje i komentare koji se nisu mogli zapisati u vidu rezultata testa. Veliki broj subjekata tvrdi da su izbor zvona vršili na osnovu specifičnog duhovnog osećaja koje u njima budi zvuk zvona. Mali broj subjekata birao je ono zvono koje zvuči manje „uznemiravajuće“.

8.2.4 Obrada rezultata

U tabeli 8.1 data je ukupna matrica preferenci dobijena na osnovu rezultata subjektivnog testa. Rezultati su obrađeni primenom sve tri metode opisane u poglavlju 8.1. Radi lakšeg poređenja i prikazivanja rezultata, sve ocene zvona su transformisane u opseg (0, 1). Rezultati dobijeni metodom srednjih ocena transformisani su kao:

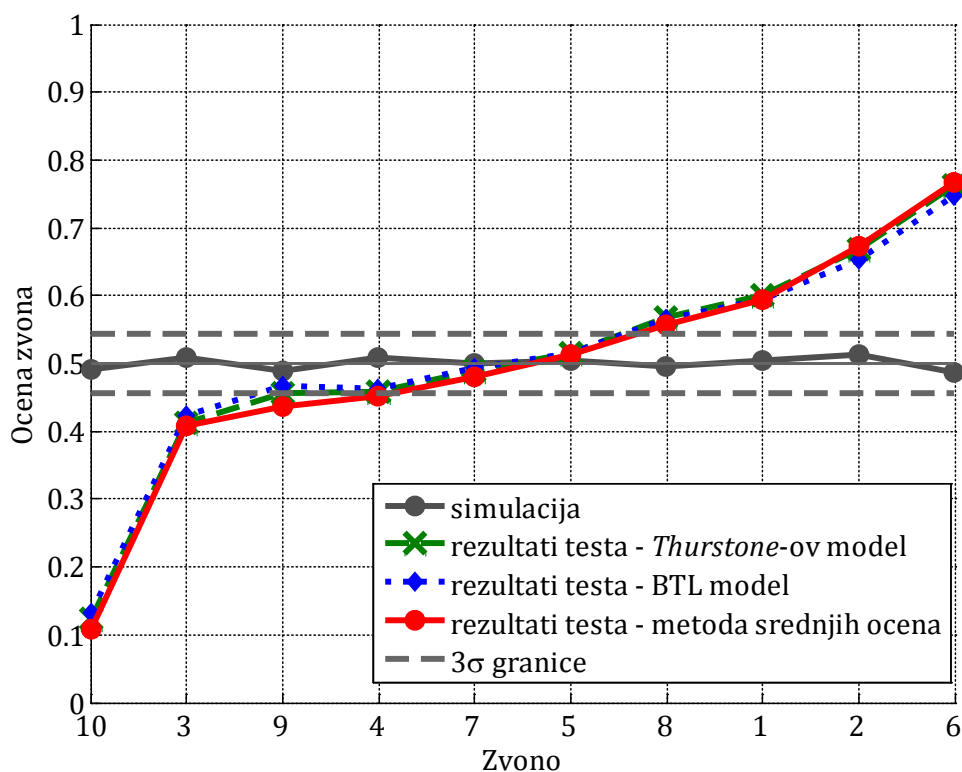
$$A_{it} = \frac{A_i}{(N-1)S}, \quad (8.6)$$

gde je A_i ocena dobijena iz ukupne matrice preferenci (date u tabeli 8.1) primenom jednačine (8.3), $N = 10$ je broj zvona, a $S = 130$ je broj subjekata. Rezultati dobijeni primenom *Thurstone*-ovog modela transformisani su primenom inverzne funkcije normalne raspodele, dok su rezultati dobijeni BTL modelom transformisani primenom inverzne funkcije logističke raspodele. Na slici 8.1 su prikazani transformisani rezultati dobijeni primenom svake od tri metode. Sa slike se vidi da se rezultati gotovo poklapaju, kao što je i očekivano.

Da bi se proverile pouzdanost i konzistentnost testa, rezultati su analizirani na više načina.

Tabela 8.1 Ukupna matrica referenci za zvona Z1-Z10 iz tabela 6.6 i 6.7

Br.	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10
Z1	0	63	62	61	76	64	62	64	56	71
Z2	67	0	71	61	68	72	71	69	68	53
Z3	68	59	0	63	59	69	64	54	73	63
Z4	69	69	67	0	68	60	61	67	59	54
Z5	54	62	71	62	0	66	72	74	63	65
Z6	66	58	61	70	64	0	69	72	64	67
Z7	68	59	66	69	58	61	0	60	66	63
Z8	66	61	76	63	56	58	70	0	71	64
Z9	74	62	57	71	67	66	64	59	0	75
Z10	59	77	67	76	65	63	67	66	55	0



Slika 8.1 Rezultati subjektivnog testa zasnovanog na poređenju po parovima dobijeni primenom tri metode, i rezultati simulacije slučajnih odgovora za isti broj subjekata (130)

8.2.4.1 Poređenje sa binomnom raspodelom

Poređenje dva zvona može se posmatrati kao *Bernoulli*-jev eksperiment [Bra1984]. Pod pretpostavkom da je svako poređenje nezavisno, u slučaju da su subjekti davali odgovore slučajno, jasno je da raspodela normalizovanih vrednosti ocena zvona računatih prema jednačini (8.6) odgovara binomnoj raspodeli $B((N - 1)S, 0.5)$, srednje vrednosti 0.5 i standardne devijacije $\sigma = 0.015$. Da bi se uporedili rezultati subjektivnog testa sa rezultatima slučajno datih odgovora, upotrebljen je isti *MATLAB* program za testiranje, s tim što je izvršena simulacija slučajnih odgovora korišćenjem *MATLAB* funkcije za generisanje pseudoslučajnih brojeva. Tipičan rezultat simulacije za 130 subjekata primenom jednačine (8.6) prikazan je na slici 8.1 sivom linijom. Za ovako veliki broj nezavisnih odgovora, binomna raspodela se može aproksimirati normalnom raspodelom, tako da, na osnovu zakona tri sigma, 99.7% slučajnih vrednosti leži u granicama $\pm 3\sigma$ u odnosu na srednju vrednost [Upt2008]. Ove granice su prikazane na slici 8.1 isprekidanom sivom linijom. Činjenica da su ocene za zvona Z10, Z3, Z8, Z1, Z2 i Z6 dobijene u subjektivnom testu, daleko izvan ovog opsega, potvrđuje pretpostavku da subjekti nisu nasumično davali odgovore, tačnije da postoji opšti stav o subjektivnom kvalitetu zvona.

Na slici 8.2 prikazani su histogrami dobijenih ocena zvona. Generalno, histogrami jasno pokazuju činjenicu da odgovori nisu bili slučajni, iako su histogrami uniformniji za određena zvona (Z2, Z4, Z5). Za najgore ocenjeno zvono Z10 i nabolje ocenjeno zvono Z6 jasno je da su odgovori bili prilično ujednačeni.

8.2.4.2 Interna konzistentnost testa

Linearna zavisnost između dva seta podataka najčešće se određuje izračunavanjem *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije [Sie1956, Mer1995, Web2007]. Ako su A_K i A_L rezultati dva subjektivna testa, pod pretpostavkom da su raspodele ovih rezultata bivarijantne normalne raspodele, *Pearson*-ov koeficijent korelacije se definiše kao:

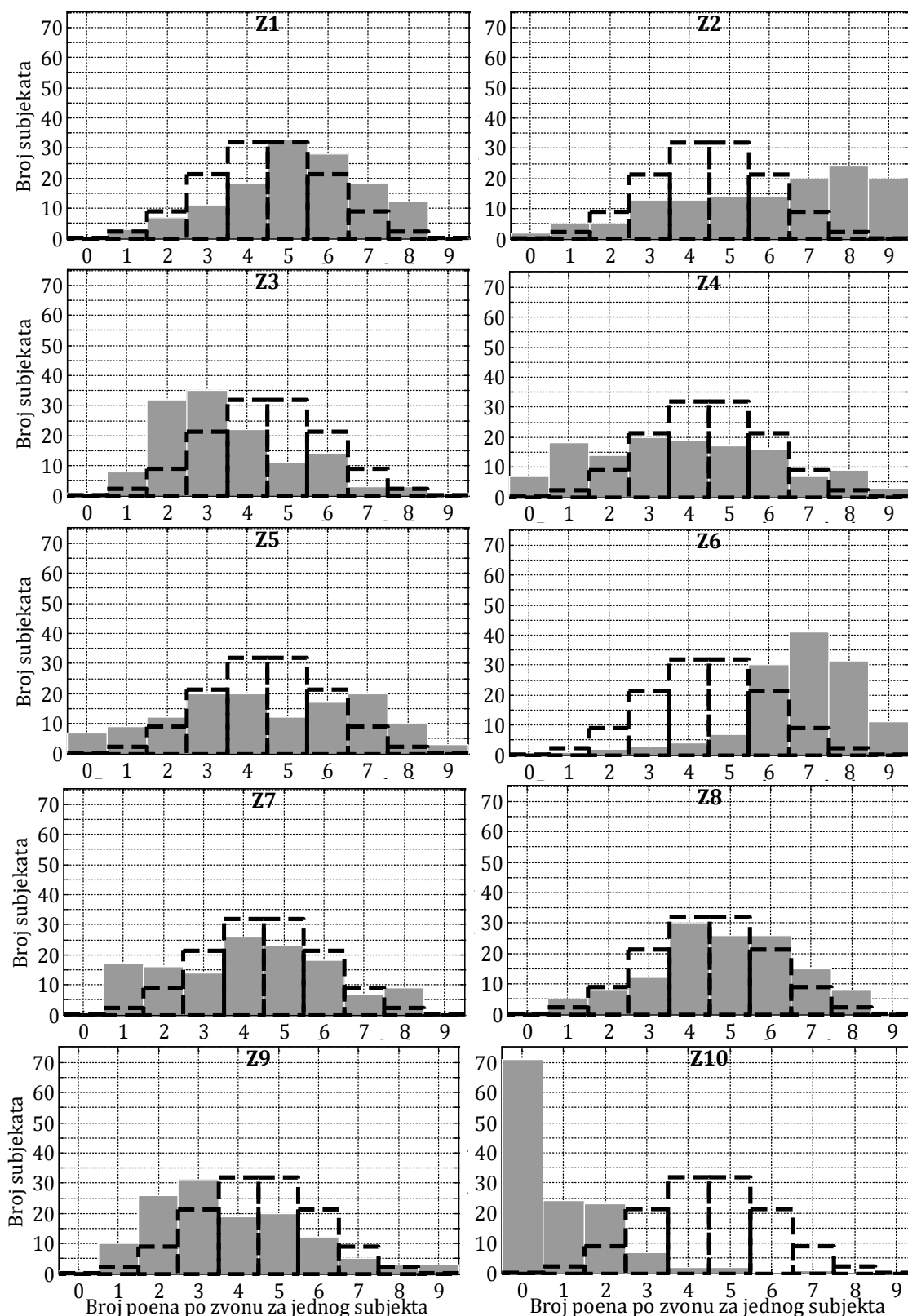
$$r_{KL} = \frac{\sum_{i=1}^N (A_{Ki} - \bar{A}_K)(A_{Li} - \bar{A}_L)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (A_{Ki} - \bar{A}_K)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (A_{Li} - \bar{A}_L)^2}}, \quad (8.7)$$

gde je $\bar{A}_K$ srednja vrednost ocene u testu K . *Pearson*-ov koeficijent korelacije ima vrednosti između -1 i 1, pri čemu vrednost 1 znači da između dva seta podataka postoji pozitivna linearna korelacija (vrednosti jednog seta se mogu izraziti kao rastuća linearna funkcija drugog seta podataka), a ovde, u slučaju rezultata dva testa to znači da su rezultati testa identični. Vrednost -1 znači negativnu linearnu korelaciju (veza između dva seta podataka je opadajuća linearna funkcija), odnosno rezultati testova su suprotni. Vrednost 0 znači da nema korelacije između dva seta podataka. Vrednosti koeficijenta korelacije iznad 0.8 ukazuju na jako korelisane podatke [Eva1996].

Pod pretpostavkom da se interna konzistentnost testa može iskazati pomoću korelacije između ocena svaka dva subjekta, onda *Cronbach*-ov alfa koeficijent u standardnom obliku:

$$\alpha = \frac{S \bar{r}}{1 + (S-1)\bar{r}}, \quad (8.8)$$

može predstavljati meru interne konzistentnosti testa, pri čemu je sa $\bar{r}$ označena srednja vrednost $S(S-1)/2$ neredudantnih *Pearson*-ovih koeficijenata korelacije izračunate za svaki par testiranih subjekata [Cro1951, Cor1993, Str2003]. Pri tome se kvalitativne ocene svakog subjekta računaju primenom metoda srednjih ocena, sabiranjem kolona matrice preferenci za posmatranog subjekta. Teorijske vrednosti koeficijenta α su između 0 i 1, a veća vrednost može ukazivati na značajnu internu konzistentnost [Cor1993]. Vrednost koeficijenta α dobijena u subjektivnom testu je 0.99, pri čemu srednja vrednost koeficijenta korelacije $\bar{r}$ za sve parove subjekata iznosi 0.43.



Slika 8.2 Histogrami ocena zvona dobijenih u subjektivnom testiranju;
isprekidana linija predstavlja histogram za binomnu raspodelu

8.2.4.3 Pouzdanost subjekta - tranzitivnost odgovora

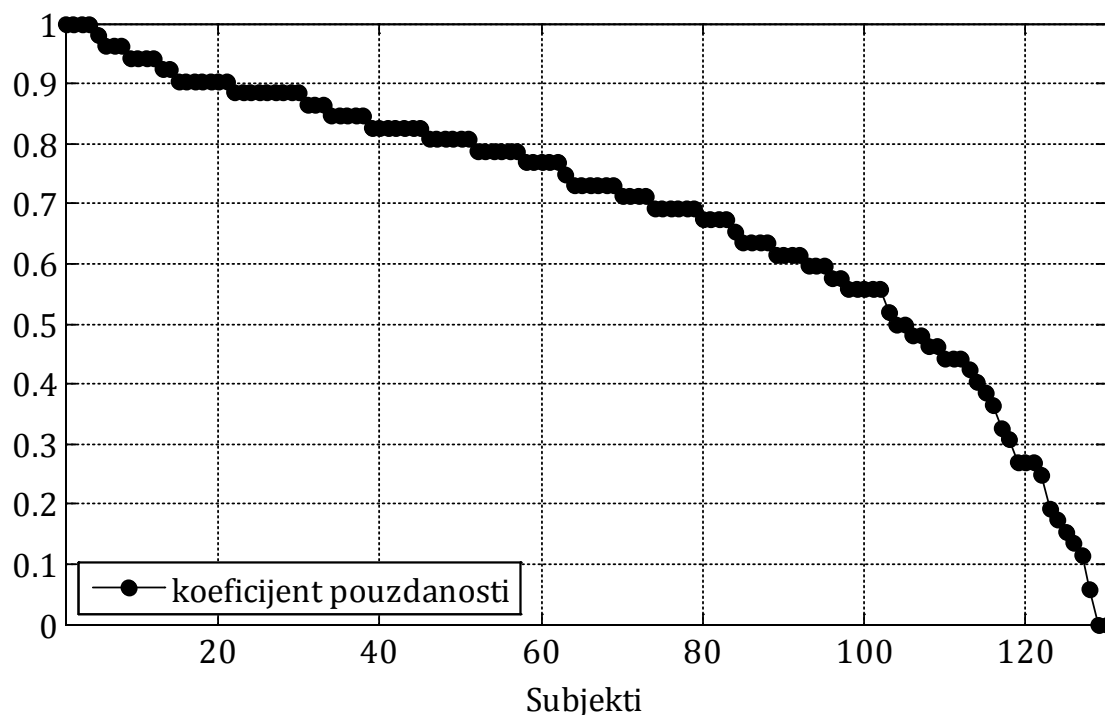
Pouzdanost odgovora jednog subjekta može se proceniti na osnovu broja netranzitivnih, odnosno cirkularnih trijada u okviru odgovora svih parova poređenja. Ukoliko je subjekat ocenio da je zvono i bolje od zvona j ($i > j$), i da je zvono j bolje od zvona k ($j > k$), tada se očekuje da je i zvono i bolje od zvona k ($i > k$), čime bi bila zadovoljena tranzitivnost odgovora. U suprotnom, ocene zvona i, j i k čine cirkulrnu trijadu: $i > j > k > i$. Koeficijent pouzdanosti subjekta definiše se na osnovu odnosa broja cirkularnih trijada, C , i maksimalnog broja cirkularnih trijada za posmatrani broj zvona, $C_{\max}$ [Ken1940, Mom1958, Bro2009, Par2002, Car2012]:

$$\xi = 1 - \frac{C}{C_{\max}}, \quad (8.9)$$

Izbor objekta (u ovom slučaju zvona) može se prikazati grafom [Ken1940]. Kada je izbor jednog zvona u paru forsiran, odnosno kada se prema protokolu testa subjekat mora odlučiti za jedno zvono, dobija se usmereni graf: izbor da je zvono i bolje od zvona j predstavlja se kao $i \rightarrow j$. Primenom teorije grafova, za usmereni graf se dobija maksimalan broj cirkularnih trijada:

$$C_{\max} = \begin{cases} \frac{N(N^2-4)}{24}, & N = 2k \\ \frac{N(N^2-1)}{24}, & N = 2k + 1 \end{cases}, \quad (8.10)$$

Za slučaj $N = 10$ broj cirkularnih trijada je $C_{\max} = 40$. Kada izbor jednog zvona u paru nije forsiran, odnosno kada je dozvoljena i mogućnost jednakosti ($i = j$), maksimalan broj cirkularnih trijada je komplikovano izračunati. Ukupan broj trijada u skupu od $N = 10$ zvona iznosi $\binom{N}{3} = 120$. Maksimalan broj cirkularnih trijada dobijen u subjektivnom testu je 52. Imajući u vidu ove činjenice koeficijent pouzdanosti je izračunat u odnosu na maksimalno dobijen broj cirkularnih trijada – 52. Na slici 8.3 prikazan je koeficijent pouzdanosti svakog testiranog subjekta. Četiri subjekta imala su maksimalan koeficijent pouzdanosti (jednak 1). Ako se usvoji kriterijum da koeficijent pouzdanosti treba da bude veći od 0.5, vidi se da je preko 80% subjekata ispunilo kriterijum.



Slika 8.3 Koeficijent pouzdanosti subjekata

8.2.4.4 Konzistentnost subjekta - metod ponovljenog testa

Jedna od mera pouzdanosti subjektivnih testiranja je ocena konzistentnosti jednog subjekta u ponovljenom testiranju. U tu svrhu sprovedeno je ponovljeno testiranje 10 subjekata. Svaki od subjekata je ponovio test po tri puta, pri čemu je pauza između uzastopnih testiranja bila po nekoliko dana. Iako je broj ponavljanja testova relativno mali u statističkom smislu, imajući u vidu da je teško motivisati subjekte da više puta ponavljaju isti test, standardna devijacija u ovom slučaju daje intuitivnu predstavu o konzistentnosti za svakog subjekta, kao i za svako zvono. Subjekti su bili različitog muzičkog obrazovanja, pola i godišta, što je prikazano u tabeli 8.2. Rezultati ponovljenih testiranja dati su u tabelama 8.3 i 8.4: standardne devijacije rezultata tri testa jednog subjekta, koeficijenti korelacije između rezultata svaka dva testa i *Cronbach*-ov alfa koeficijent. Ovi rezultati pokazuju veliku konzistentnost svakog od testiranih 10 subjekata.

Tabela 8.2 Karakteristike subjekata koji su testirani 3 puta

Subj.	Pol	Starost	Muzičko obrazovanje
S1	Ž	> 35 god.	DA
S2	Ž	< 35 god.	DA
S3	Ž	> 35 god.	DA
S4	Ž	> 35 god.	DA
S5	Ž	< 35 god.	DA
S6	Ž	> 35 god.	NE
S7	M	> 35 god.	NE
S8	M	> 35 god.	NE
S9	M	> 35 god.	NE
S10	M	< 35 god.	NE

Tabela 8.3 Rezultati 3 puta ponovljenih testova sa 10 subjekata za zvona Z1-Z10 iz tabela 6.6 i 6.7: standardna devijacija po zvonu

Subj.	Z1	Z2	Z3	Z4	Z5	Z6	Z7	Z8	Z9	Z10
S1	0.58	0.50	1.15	1.00	1.15	0.00	1.00	1.00	1.04	0.00
S2	0.87	1.32	0.76	0.00	0.29	0.00	1.32	0.29	1.04	0.29
S3	1.04	1.00	0.87	1.26	1.32	1.00	1.26	0.87	0.29	0.00
S4	1.00	0.58	0.00	0.29	2.18	0.50	0.29	1.04	1.00	0.29
S5	0.58	0.00	0.58	0.00	0.00	0.58	0.58	1.53	0.58	0.00
S6	2.08	2.52	1.61	1.53	1.00	1.53	0.58	1.26	1.53	0.00
S7	1.15	0.58	1.15	1.15	0.58	0.00	0.58	0.00	0.58	0.00
S8	0.00	0.76	1.00	1.04	0.58	0.29	0.58	0.50	0.76	0.00
S9	1.15	0.29	1.32	0.29	0.76	0.76	1.00	0.29	1.26	0.29
S10	1.44	1.00	0.29	1.04	2.02	0.29	0.87	1.15	1.00	0.29
Srednja vrednost standardne devijacije po zvonu										
	0.99	0.85	0.87	0.76	0.99	0.49	0.80	0.79	0.91	0.12

Tabela 8.4 Rezultati 3 puta ponovljenih testova sa 10 subjekata
za zvona Z1-Z10 iz tabela 6.6 i 6.7: koeficijenti korelacije između 2 testa i
Cronbach-ov alfa koeficijent

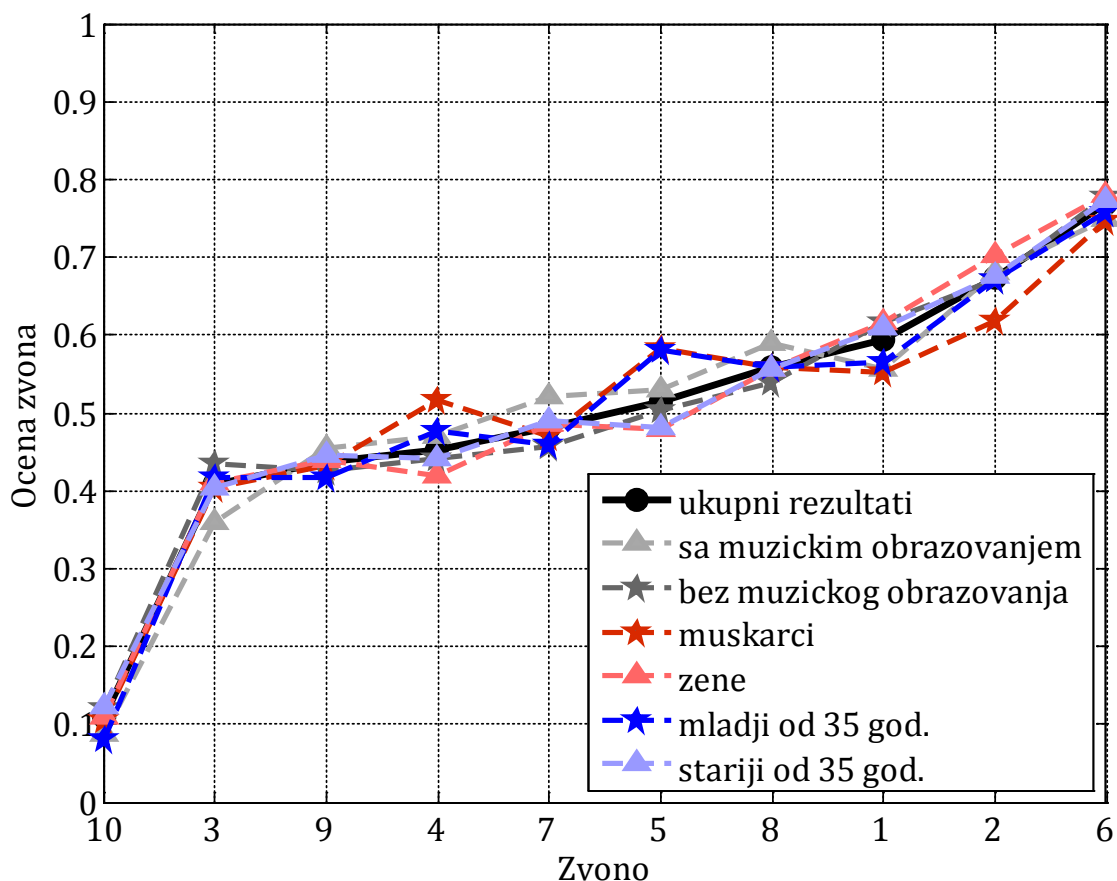
Subj.	r_{12}	r_{13}	r_{23}	α
S1	0.95	0.88	0.87	0.96
S2	0.93	0.89	0.92	0.97
S3	0.86	0.90	0.84	0.95
S4	0.84	0.87	0.94	0.96
S5	0.97	0.90	0.96	0.98
S6	0.74	0.61	0.74	0.87
S7	0.95	0.95	0.90	0.98
S8	0.94	0.96	0.94	0.98
S9	0.94	0.82	0.82	0.95
S10	0.73	0.73	0.94	0.92
Korelacije ukupnih rezultata za svaki ponovljeni test od 10 subjekata				
	0.96	0.95	0.99	0.99

8.2.5 Poređenje ukupnih rezultata različitih grupa subjekata

Svi testirani subjekti su podeljeni u po dve grupe prema muzičkom obrazovanju, polu i godištu. Za svaku grupu izračunata je kvalitativna skala ocena zvona prema jednačini (8.6) i ove ocene prikazane su na slici 8.4. Za svake dve grupe u okviru istog kriterijuma određen je koeficijent korelacije:

- muzički obrazovani subjekti i subjekti bez muzičkog obrazovanja: $r = 0.95$;
- stariji i mlađi od 35 godina: $r = 0.97$;
- žene i muškarci: $r = 0.95$.

Na osnovu rezultata prikazanih na slici 8.4 i vrednosti koeficijenata korelacije bliskih jedinici jasno je da nema razlika u opštem stavu o kvalitetu zvona između različitih grupa subjekata.



Slika 8.4 Poređenje ocena zvona različitih grupa subjekata

8.3 Poređenje subjektivnih i objektivnih rezultata

8.3.1 Subjektivna ocena i odstupanje od najbližeg idealnog zvona

Komparativni rezultati kvalitativnih subjektivnih testova, opisanih u poglavlju 8.2, i parametra odstupanja od najbližeg idealnog zvona $\bar{c}_{\min}$, opisanog u poglavlju 7.1, prikazani su na slici 8.5. Vrednosti dobijene u subjektivnom testu su obrađene metodom srednjih ocena i normalizovane na opseg $(0, 1)$ primenom jednačine (8.6). Na slici 8.5 su zvona poređana rastuće prema vrednosti parametra $\bar{c}_{\min}$.

Kao što se može zaključiti na osnovu prikazanih grafika, ispostavlja se da idealan odnos frekvencija prvih pet parcijala nije dovoljan uslov koji će obezbediti zadovoljavajući subjektivan doživljaj zvuka zvona. Zvuk zvona Z4 je većina subjekata opisala kao veoma neobičan iako su odnosi frekvencija prvih pet parcijala tog zvona gotovo idealni (vrednost parametra $\bar{c}_{\min}$ je najveća).

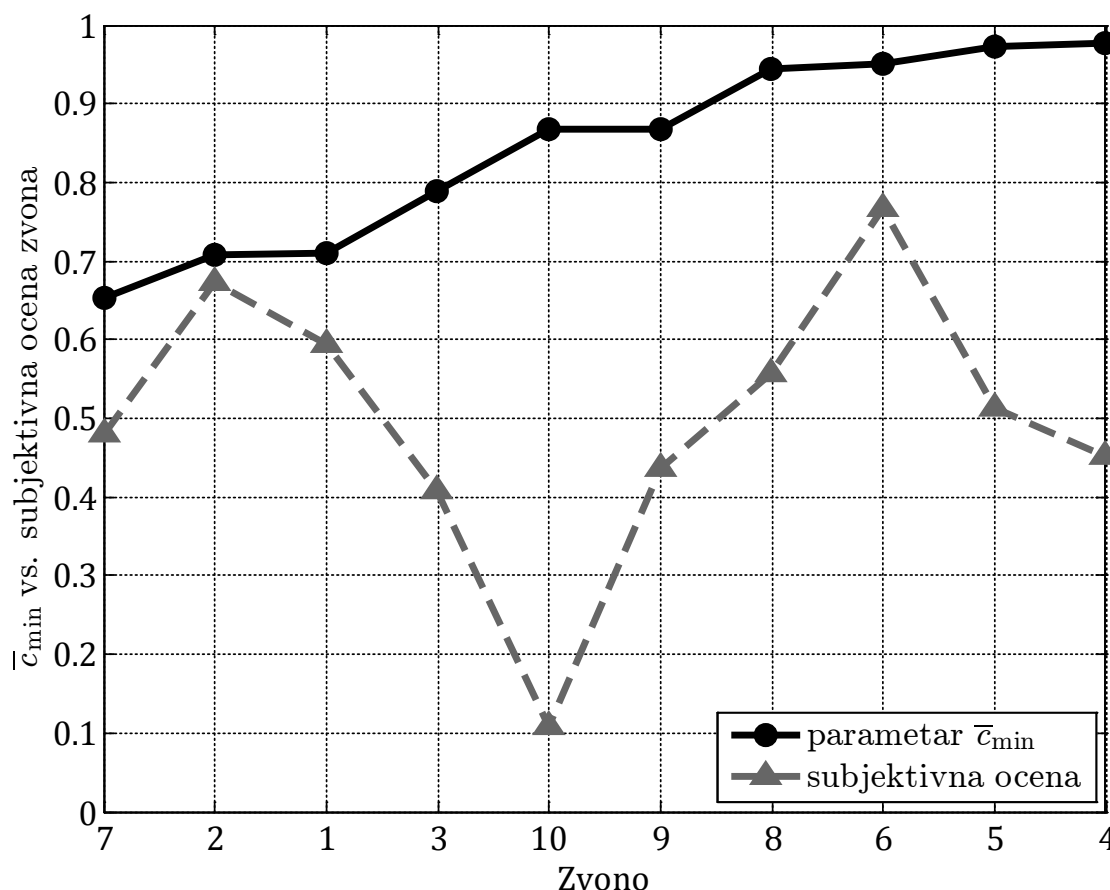
Subjektivni stavovi o zvuku dva skoro idealna zvona Z4 i Z5 su se značajno razlikovali pa je subjektivna ocena ova dva zvona oko 0,5. Zvona Z1 i Z2 su često ocenjivana veoma dobro iako imaju skoro najmanje vrednosti parametra $\bar{c}_{\min}$. Signali označeni kao Z9 i Z10 predstavljaju zvuk istog zvona, sa tom razlikom što je signal Z10 sniman ispod zvona. To znači da su frekvencije parcijala ova dva signala identične, odnosno vrednosti parametra $\bar{c}_{\min}$ su jednake. Ipak, subjekti su ova dva signala ocenili značajno različito. Različiti položaji mikrofona prilikom snimanja uticali su na značajne razlike relativnih vrednosti amplituda različitih parcijala ova dva signala pa se može zaključiti da upravo ovaj odnos ima značajan uticaj na subjektivni doživljaj zvuka zvona.

Iznešene zaključke potvrđuje i sledeća kvantitativna analiza rezultata.

Pearson-ov koeficijent korelacije između vrednosti dobijenih u subjektivnom testu, i vrednosti parametra $\bar{c}_{\min}$ iznosi $r_{\text{Pid}} = -0,05$. Definicija *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije data je u jednačini (8.7). Dobijena vrednost *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije pokazuje da nema korelacije između subjektivne ocene i parametra $\bar{c}_{\min}$.

Ovde je važno istaći da je *Pearson*-ov koeficijent korelacije invarijantan na transformacije skaliranja i transliranja [Gib2003]. To znači da vertikalno transliranje krive parametra $\bar{c}_{\min}$ duž ordinate neće promeniti vrednost *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije, kao ni bilo koja druga linearna transformacija. Sa druge strane, nelinearne transformacije bi mogle da utiču na vrednost ovog koeficijenta. Na primer, da je parametar $\bar{c}_{\min}$ dobijen nekom drugom transformacijom parametra $c_{\min}$, a ne eksponencijalno kako je definisan u jednačini (7.2), vrednost *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije bi bila nešto drugačija. Stoga je za poređenje ova dva seta podataka bolje odrediti *Spearman*-ov koeficijent korelacije, uz uslov da je raspodela analiziranih podataka bivarijantna i normalna [Sie1956, Gib2003, Cor2009]. *Spearman*-ov koeficijent korelacije zavisi isključivo od redosleda podataka, a ne od konkretnih vrednosti, i definiše se kao *Pearson*-ov koeficijent korelacije između sortiranih vrednosti podataka. Stoga *Spearman*-ov koeficijent korelacije zavisi samo od redosleda vrednosti parametra $\bar{c}_{\min}$ za različita zvona, a ne od konkretne transformacije u jednačini (7.2).

Spearman-ov koeficijent korelacije između vrednosti dobijenih u subjektivnom testu, i vrednosti parametra $\bar{c}_{\min}$ je slične vrednosti kao *Pearson*-ov koeficijent korelacije i iznosi $r_{\text{Sid}} = -0,03$. Ove vrednosti koeficijenata korelacije kvantitativno potvrđuju da nema korelacije između subjektivnog doživljaja zvuka zvona i vrednosti parametra $\bar{c}_{\min}$.

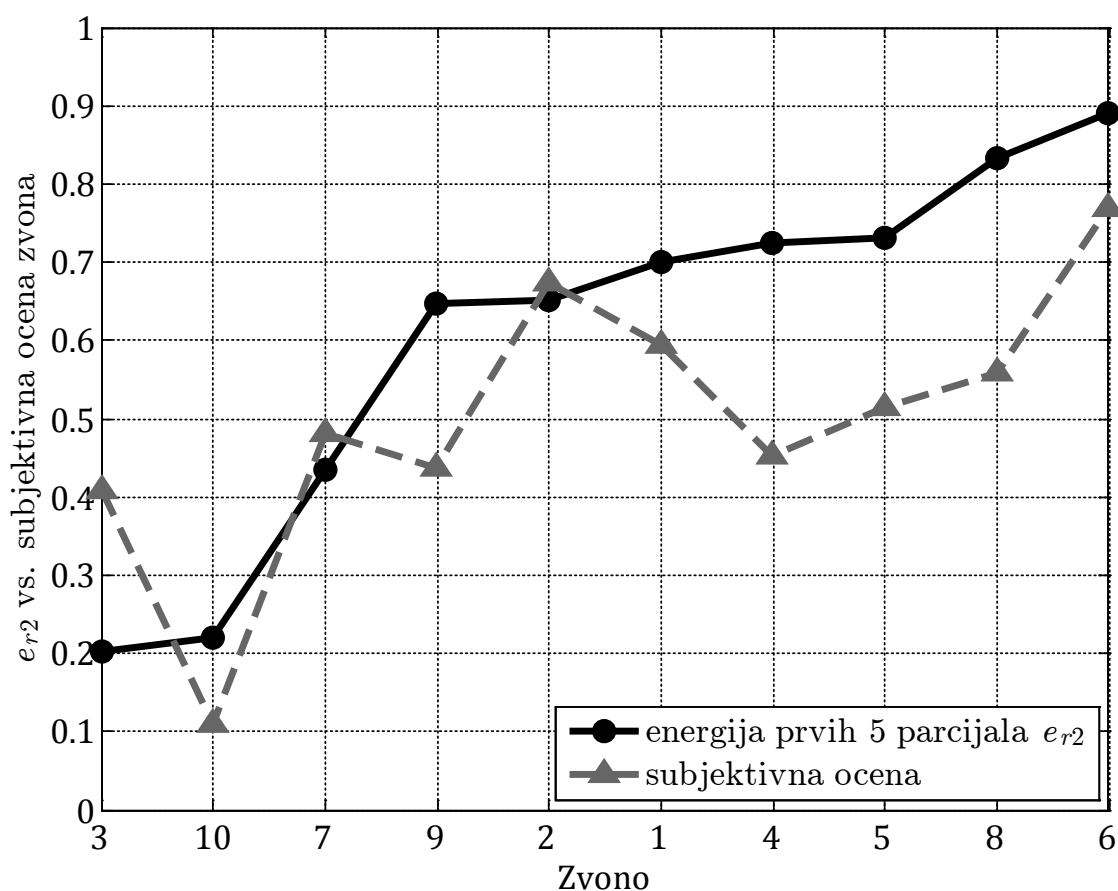


Slika 8.5 Komparativni rezultati subjektivnog testa (normalizovane vrednosti dobijene metodom srednjih ocena) i vrednosti paramtera $\bar{c}_{\min}$

8.3.2 Subjektivna ocena i relativna energija sadržana u prvih pet parcijala

Komparativni rezultati kvalitativnih subjektivnih testova, opisanih u poglavlju 8.2, i relativne energije sadržane u prvih pet parcijala e_{r2} , opisane u poglavlju 7.2, prikazani su na slici 8.6. Na ovoj slici zvona su poređana rastuće prema vrednosti parametra e_{r2} . Uočava se da kriva parametra e_{r2} prilično dobro prati krivu subjektivne ocene. Vrednost *Pearson*-ovog koeficijenta korelacije iznosi

$r_{\text{Pen}} = 0,76$ sa nivoom značajnosti $p < 0,005$, što znači da se sa sigurnošću od 99,5% može tvrditi da je subjektivni doživljaj zvuka zvona korelisan sa relativnom energijom sadržanom u prvih pet parcijala. Vrednost *Spearman* -ovog koeficijenta korelacije iznosi $r_{\text{sen}} = 0,73$ sa nivoom značajnosti $p < 0,01$. Obe vrednosti koeficijenta korelacije se smatraju dokazom jake korelacije između dva seta podataka [Eva1996].

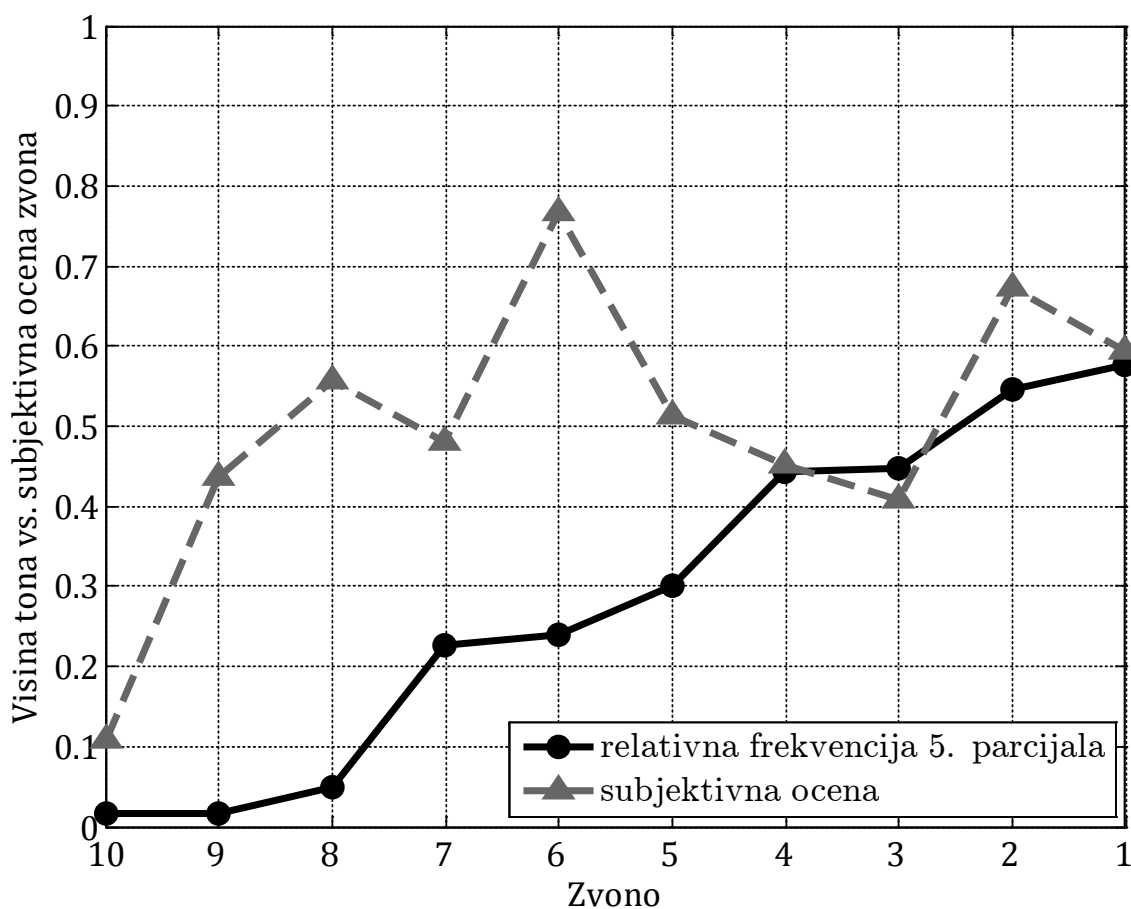


Slika 8.6 Komparativni rezultati subjektivnog testa (normalizovane vrednosti dobijene metodom srednjih ocena) i relativne energije sadržane u prvih pet parcijala e_{r2}

8.3.3 Subjektivna ocena i visina tona zvona

Na slici 8.7 prikazani su rezultati kvalitativnih subjektivnih testova i relativne frekvencije petog parcijala analiziranih zvona Z1-Z10. Relativne frekvencije dobijene su normalizacijom na vrednost od 1400 Hz, koja je uzeta kao vrednost

nešto viša od najveće vrednosti frekvencije petog parcijala analiziranih zvona. Ako se uzme u obzir teorija prema kojoj visina udarnog tona odgovara tonu koji je za oktavu niži od petog parcijala, može se smatrati da su na slici 8.7 poređeni rezultati subjektivnih testova sa visinom udarnog tona. Vrednost *Spearman*-ovog koeficijenta od $r_{Svi} = 0,44$ ne ukazuje na odsustvo jake korelacije subjektivne ocene sa visinom tona zvona, mada su zvona iz nižeg registra blago preferentnija.



Slika 8.7 Komparativni rezultati subjektivnog testa (normalizovane vrednosti dobijene metodom srednjih ocena) i visine tona zvona

9 Određivanje udarnog tona zvona

U ovom poglavlju opisani su sprovedeni subjektivni testovi za određivanje udarnog tona zvona [Sal2010-1] sa ciljem da se provere različite teorije prikazane u poglavlju 2.7, kao i da se dodatno rasvetli veza između udarnog tona i objektivnih karakteristika zvuka zvona. Testovi su obuhvatili različite vrste reprodukcije snimljenog zvuka (slušalice, zvučnik), kao i različite vrste procene udarnog tona (poređenjem sa sinusnim tonom, vokalnom reprodukcijom). Rezultati subjektivnih testova upoređeni su sa rezultatima koje daje *Terhardt*-ov algoritam izveden iz teorije virtuelnih tonova, koji je detaljno opisan u poglavlju 2.6. U ovom poglavlju opisana je realizacija ovog algoritma u programskom paketu *MATLAB* sa određenim korekcijama koje su doprinele poboljšanju tačnosti rezultata algoritma u smislu korelacije sa rezultatima subjektivnih testova [Sal2010-2].

S obzirom na dobijene subjektivne stavove o kvalitetu zvona, interesantno je bilo ispitati i da li jasno definisani udarni ton utiče na subjektivni doživljaj zvuka zvona.

9.1 Realizacija algoritma *Terhardt*-ovog algoritma

Koraci *Terhardt*-ovog algoritma izvedenog iz teorije virtuelnih tonova, koji je prikazan u [Ter1982-2], detaljno su opisani u poglavlju 2.6. U [Ter1982-2] predlaže se postupak za analizu spektra signala uzimajući u obzir tadašnje tehničke mogućnosti. Frekvencija odabiranja bila je 10 kHz, uz pretpostavku da je dovoljno uzeti u razmatranje oblast frekvencija od 20 Hz do 5 kHz. Odabran je prozor za analizu od 80 ms pa je frekvencijska rezolucija bila 12,5 Hz. Postupak za izdvajanje potencijalnih parcijala uključuje veći broj empirijski određenih parametara koji su direktno ili posredno vezani za rezoluciju u frekvencijskom domenu od 12.5 Hz. Korišćenjem interpolacije, frekvencija je određivana sa tačnošću od ± 1 Hz, što zadovoljava frekvencijsku rezoluciju uha na niskim frekvencijama, ispod 500 Hz, dok je na višim frekvencijama rezolucija uha znatno manja. Stoga se predlaže korišćenje banke filtara sa konstantnim Q faktorom.

Vremenska rezolucija od 80 ms znatno je premašivala vremensku konstantu uha, ali za sporopromenljive signale kao što je zvuk zvona, ova rezolucija je smatrana prihvatljivom.

U [Ter1984] prikazana je realizacija algoritma opisanog u [Ter1982-2] u programskom jeziku C. Ulaz u program predstavljaju izdvojene spektralne komponente i njihovi nivoi (u dB). Spektralne komponente mogu uključiti i kombinacije razlike frekvencija izdvojenih spektralnih komponenti.

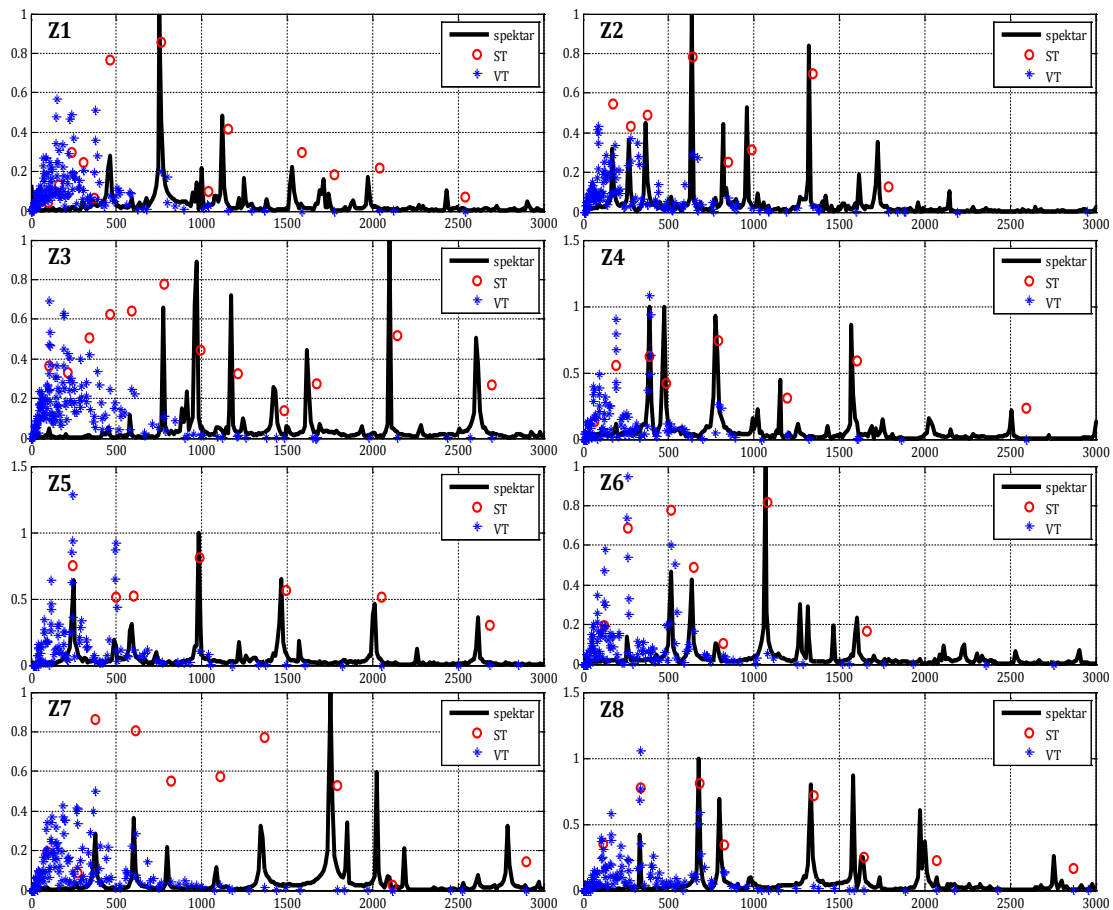
Za potrebe ispitivanja udarnog tona zvona opisani algoritam realizovan je u programskom paketu *MATLAB*. Analiza se vrši nad snimljenim signalima proizvoljne frekvencije odabiranja. Proizvoljno se može odabrati veličina prozora za analizu i ispitivati uticaj ovog parametra na tačnost rezultata. Izvršena je normalizacija nivoa signala na 70 dB.

Izdvajanje parcijala vršeno je detekcijom svih lokalnih maksimuma u spektru. S obzirom da je zvuk zvona karakterističan i u smislu pojave bliskih spektralnih komponenti koje potiču od degenerisanih sopstvenih modova, one komponente koje su dovoljno bliske tako da se subjektivno doživljavaju kao jedna frekvencija, uz prateći efekat izbijanja, posmatrane su kao jedna komponenta na frekvenciji jače od posmatrane dve komponente. Izabrana je granična razlika frekvencija razlike od 40 Hz. Maksimumi na frekvencijama iznad 16 kHz nisu uzeti u razmatranje, mada su komponente na ovim učestanostima najčešće dovoljno malog težinskog faktora tako da generalno ni ne utiču na rezultat. U analizu su uključene frekvencije razlika komponenti sa nivoima određenim prema jednačini (2.2) i pokazano je da u najvećem broju slučajeva, kao što je i pretpostavljeno u [Ter1982-2], ove komponente nemaju uticaj na udarni ton određen primenom algoritma virtuelnih tonova. S obzirom da zvuk zvona sadrži samo tačno određene spektralne komponente u analizi je zanemaren šum (I_N u izrazu (2.3)).

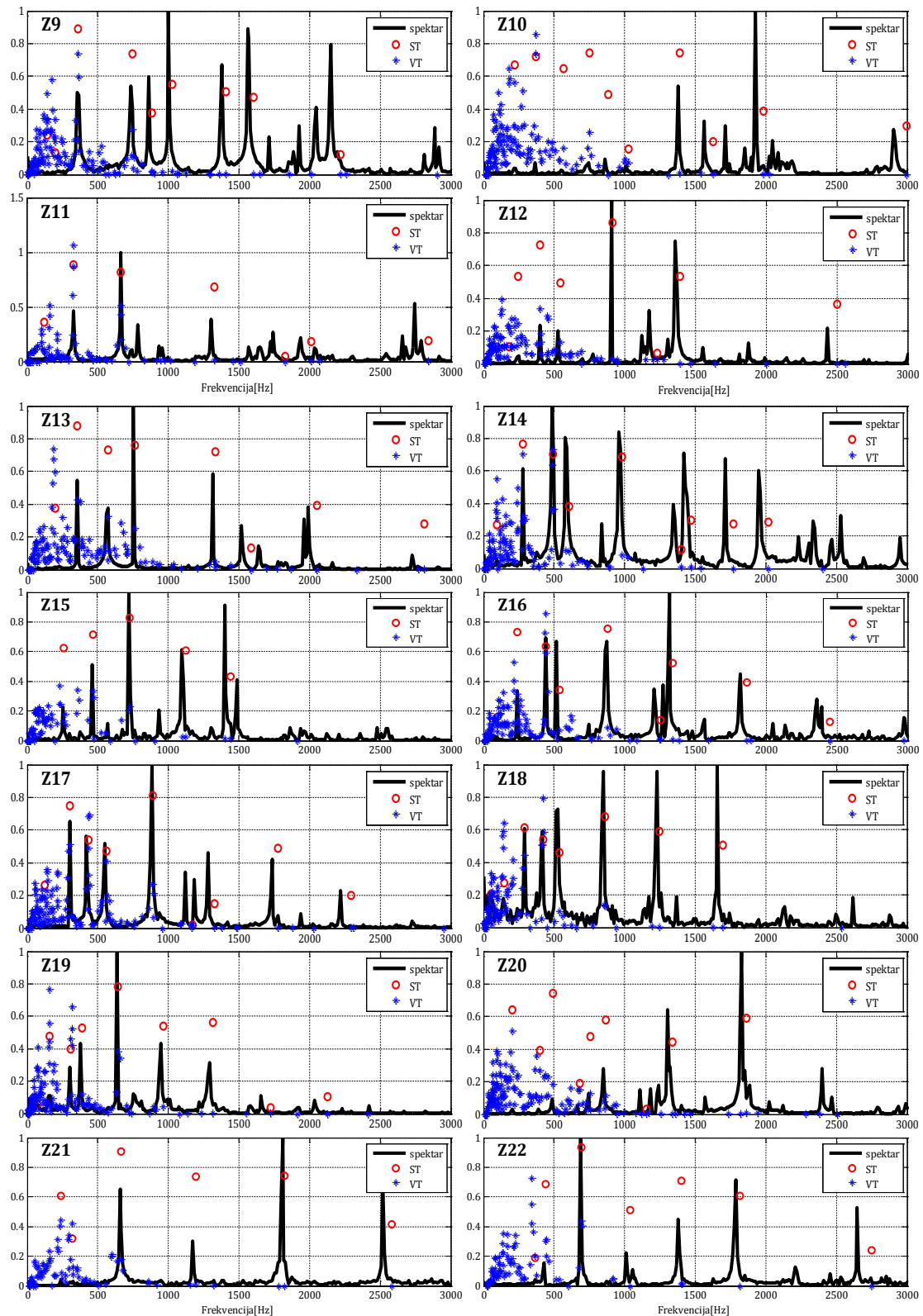
Da bi se tačnije odredile vrednosti frekvencija i nivoa amplituda korišćena je *Blackman-Harris*-ova prozorska funkcija, postupak dodavanja nula, kao i kubna interpolacija.

Težinski faktori spektralnih komponenti nisu skalirani iako je u [Ter1982-2] predložen koeficijent skaliranja od 0.5, jer su na ovaj način dobijena bolja podudaranja sa rezultatima subjektivnih testova.

Na slikama 9.1 i 9.2 prikazani su spektri signala analizirana 22 zvona, čije su karakteristike date u tabelama 6.6 i 6.7, za koje je vršeno određivanje udarnog tona u subjektivnim testovima, opisanim u poglavlju 9.2. Analiziran je deo signala dužine 4096 odbiraka, što odgovara trajanju od 93 ms. Početak analiziranog signala je 1024 odbirka od udara bata, odnosno 23 ms. Na slikama su prikazani spektralni i virtuelni tonovi određeni opisanim algoritmom.



Slika 9.1 Spektri analiziranih zvona (Z1–Z8 iz tabele 6.6)
sa određenim spektralnim i virtuelnim tonovima



Slika 9.2 Spektri analiziranih zvona (Z9 – Z22 iz tabele 6.6)
sa određenim spektralnim i virtuelnim tonovima

Ako se pretpostavi da udarni ton odgovara spektralnom ili virtuelnom tonu sa najvećim težinskim faktorom, može se uočiti da kod 14 od 22 zvona udarni ton određuje spektralni ton, dok u ostalim slučajevima je to virtuelni ton. Maksimalne vrednosti težinskih faktora tonova koji odgovaraju udarnom tonu kreću se od 0,74 do 1,29. Kod određenih zvona, kao što su Z4, Z5 i Z6, može se uočiti gomilanje virtuelnih tonova oko dve vrednosti što ukazuje na potencijalno postojanje jasno izraženog sekundarnog udarnog tona.

9.2 Subjektivni testovi za određivanje udarnog tona zvona

9.2.1 Analizirani signali

U subjektivnim testovima vršeno je određivanje udarnog tona za 22 zvona, čije su karakteristike date u tabelama 6.6 i 6.7. Kao i u subjektivnim testovima opisanim u poglavlju 8, na osnovu činjenice da na subjektivni doživljaj najveći uticaj ima zvuk zvona u kratkom vremenskom intervalu odmah nakon početnog udara snimljeni signali su skraćeni na trajanje od 1 s. Pri tome je prvih 600 ms ostalo nepromenjeno, a narednih 400 ms je postepeno utišavano (*fade out*), da nagli prekid signala ne bi uticao na subjektivnu procenu.

9.2.2 Subjekti

Deset subjekata, u ranim dvadesetim godinama, studenata prve godine Fakulteta Dramskih umetnosti, vršilo je procenu udarnog tona. Subjektima je potvrđen neoštećen sluh u audiometrijskom testu. Subjekti su takođe prošli testove reprodukcije muzike i ritma, kao i test muzičke memorije. Subjekti su pre početka testa ukratko informisani o spektralnom sastavu zvuka zvona kao i o pojmu udarnog tona.

9.2.3 Protokol testova

Sprovedene su sledeće četiri grupe subjektivnih testova:

- test 1: audio materijal je reprodukovao sa slušalica; primenjen je metod poređenja sa generisanim sinusnim tonom;

- test 2: audio materijal je reprodukovano sa slušalice; primenjen je metod vokalne reprodukcije;
- test 3: audio materijal je reprodukovano sa zvučnika; primenjen je metod poređenja sa generisanim sinusnim tonom;
- test 4: audio materijal je reprodukovano sa zvučnika; primenjen je metod vokalne reprodukcije.

Metod poređenja sa generisanim sinusnim tonom (testovi 1 i 3) podrazumeva da subjekat samostalno menja visinu sinusnog tona dok se subjektivni doživljaj visine ne podudara sa subjektivnim doživljajem slušanog zvona.

Metod vokalne reprodukcije (testovi 2 i 4) podrazumeva snimanje pevanja tona, pokušaja subjekta da reprodukuje ton koji je čuo. Ovaj metod obuhvata i dodatnu obradu snimljenih signala i određivanje osnovne frekvencije otpevanog tona.

U prilogu 9 dat je obrazac koji su subjekti popunjavali u subjektivnom testu. Rezultati su iskazani kroz tonsku visinu i oktavu jednako temperovanog sistema ($A_4 = 440$ Hz), kao i frekvencijsku aberaciju signala od prethodno određene tonske visine, izražene u centima ($\pm \text{¢}$).

U testovima 1 i 2 signali su puštani sa računara *Apple G4*, sa *Mbox 2 Mini* (AD/DA konvertor). Za reprodukciju su korišćene slušalice *AKG K240M*. U testovima 3 i 4 signali su puštani sa računara *PC Intel Pentium* sa AD/DA konvertorom *Mbox 2*. Zvuk je reprodukovano sa zvučnika *JBL LSR6325P-1*. Snimanje je vršeno mikrofonom *Shure SM57*. U svim testovima korišćen je softverski paket *ProTools LE 7 (Digidesign)* sa dodatkom *Pitch Shift* sa generatorom sinusnog tona koji se može transponovati u rezoluciji polustepena i centi.

Subjekti su u testu učestvovali pojedinačno i samostalno. Nije bilo vremenskog ograničenja testa, ali je subjektima napomenuto da duže slušanje rezultuje analitičkim slušanjem, odnosno prepoznavanjem pojedinih komponenti u zvuku, umesto doživljavanja zvuka kao celine (holističko slušanje), što je cilj u ovim testovima.

U svim testovima signali su reprodukovani slučajno odabranim, ali istim redosledom. Pauza između pojedinih testova bila je nekoliko dana. Prosečno tajanje testa bilo je oko 45 minuta.

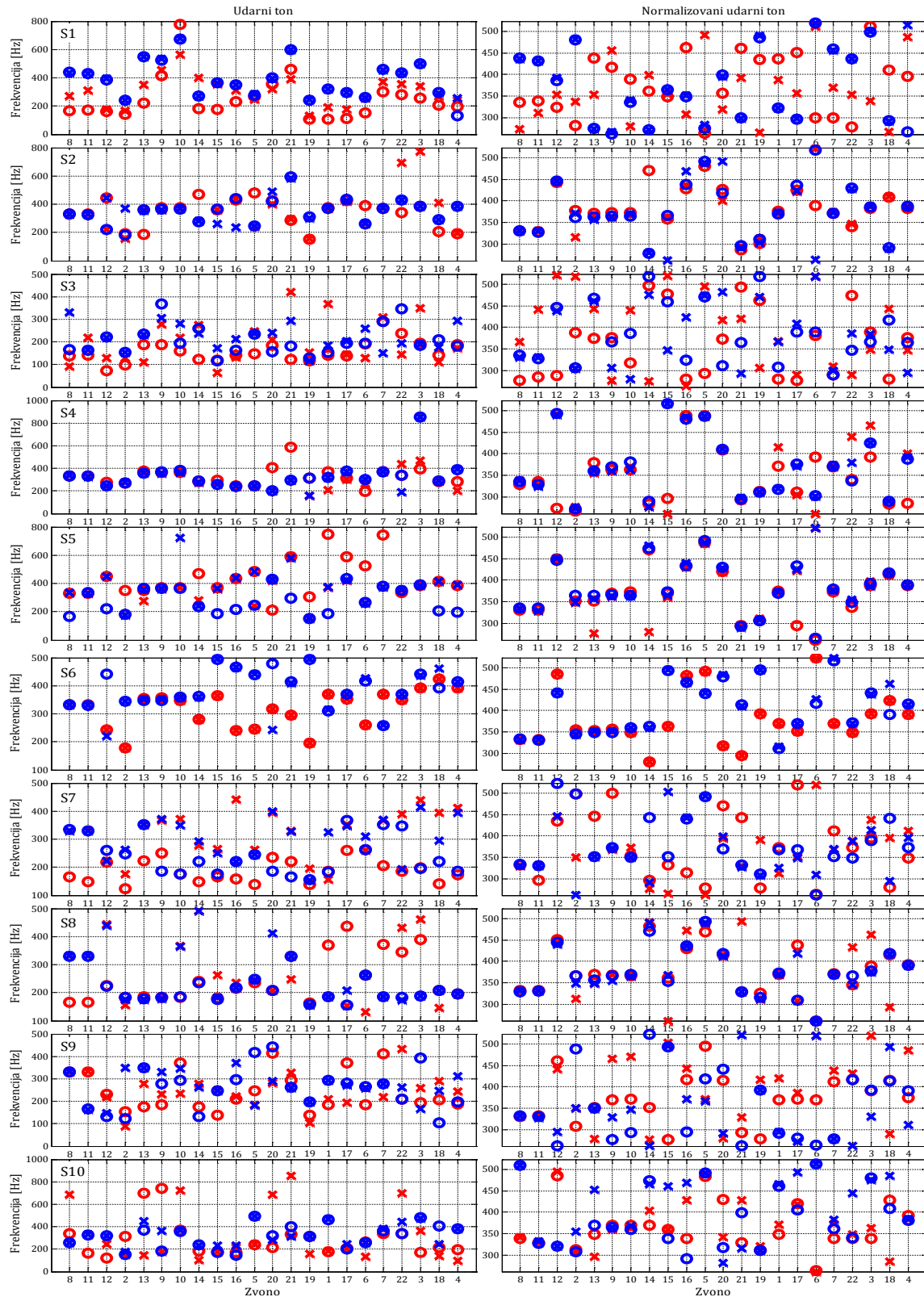
9.2.4 Rezultati subjektivnih testova

Rezultati subjektivnih testova obrađeni su u programskom paketu *MATLAB*. Najpre su rezultati, iskazani kroz tonsku visinu i oktavu jednako temperovanog sistema, i odstupanja u centima, transformisani u vrednosti frekvencija. S obzirom na fenomen oktavne neodređenosti (poglavlje 2.5.5), vrednosti svih frekvencija su „normalizovane“ na jednu oktavu C4 – C5 (262.6 Hz – 523.2 Hz).

Da bi se ispitala konzistentnost, za svakog subjekta su upoređeni odgovori koje je subjekat dao za pojedinačno zvono u sva četiri testa. Rezultati su se više razlikovali od subjekta do subjekta, ali su se mogle uočiti i razlike ukupnih rezultata za pojedina zvona. Rezultati za svakog od 10 subjekata prikazani su na slici 9.3. Redosled zvona na graficima odgovara redosledu kojim su zvona ocenjivana. Na graficima sa leve strane prikazane su apsolutne frekvencije koje odgovaraju udarnom tonu, dok su na graficima sa desne strane prikazane iste te frekvencije normalizovane na oktavu C4 – C5.

U tabeli 9.1 dat je broj različitih odgovora koje je svaki subjekat dao u sva 4 testa za svako zvono. Na primer, subjekat S7 je dao priližno iste odgovore u sva četiri testa za zvono Z8, dok je za zvono Z2 dao 3 različita odgovora.

Kao što se može videti na osnovu rezultata sa slike 9.3 i iz tabele 9.1, subjekti se dosta razlikuju po svojim sposobnostima da daju konzistente odgovore. Jasno je da se odgovori pojedinih subjekata razlikuju u svim testovima (subjekti S3, S7 i S9). Sa druge strane, subjekat S5 je dao dva različita odgovora za samo 3 zvona (Z13, Z14 i Z17), a u svim slučajevima odgovor odgovara vrednosti normalizovane frekvencije jednog od prvih sedam parcijala, što ukazuje na analitičko slušanje ovog subjekta.



Slika 9.3 Rezultati subjektivnog testa po subjektima

x – test 1: slušalice, metod poređenja, o – test 2: slušalice, vokalna reprodukcija,
 x – test 3: zvučnici, metod poređenja, o – test 4: zvučnici, vokalna reprodukcija

Tabela 9.1 Rezultati subjektivnog testa za zvona iz tabela 6.6 i 6.7 -
broj različitih odgovora u sva četiri testa za sva četiri subjekta

Br.	S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	nekonzi- stentnost zvona
B1	3	1	3	3	1	2	2	1	3	2	2.1
B2	3	2	3	1	1	1	3	2	3	2	2.1
B3	2	1	2	3	1	2	2	3	3	2	2.1
B4	4	1	3	2	1	2	4	1	3	1	2.2
B5	1	1	3	1	1	2	2	2	3	1	1.7
B6	2	2	2	3	1	2	2	1	2	1	1.8
B7	3	1	1	1	1	2	2	1	3	2	1.7
B8	3	1	3	1	1	1	1	1	1	2	1.5
B9	1	2	4	1	1	2	3	2	2	2	2.0
B10	3	2	3	1	1	2	2	2	4	4	2.4
B11	3	1	3	1	1	1	2	1	1	1	1.5
B12	3	1	3	1	1	2	2	1	3	2	1.9
B13	3	1	3	1	2	1	2	1	2	4	2.0
B14	3	2	2	2	2	2	2	1	3	3	2.2
B15	1	2	4	1	1	2	3	2	2	2	2.0
B16	3	2	3	1	1	2	2	2	4	4	2.4
B17	3	1	2	2	2	1	2	2	2	2	1.9
B18	3	2	4	1	1	3	3	2	3	4	2.6
B19	3	1	3	1	1	2	3	1	3	1	1.9
B20	3	2	4	1	1	2	3	1	3	4	2.4
B21	3	1	4	1	1	2	2	2	3	3	2.2
B22	3	2	4	3	1	1	2	3	2	2	2.3
nekonzi- stentnost subjekta	2.8	1.4	3.0	1.5	1.1	1.7	2.2	1.5	2.7	2.1	

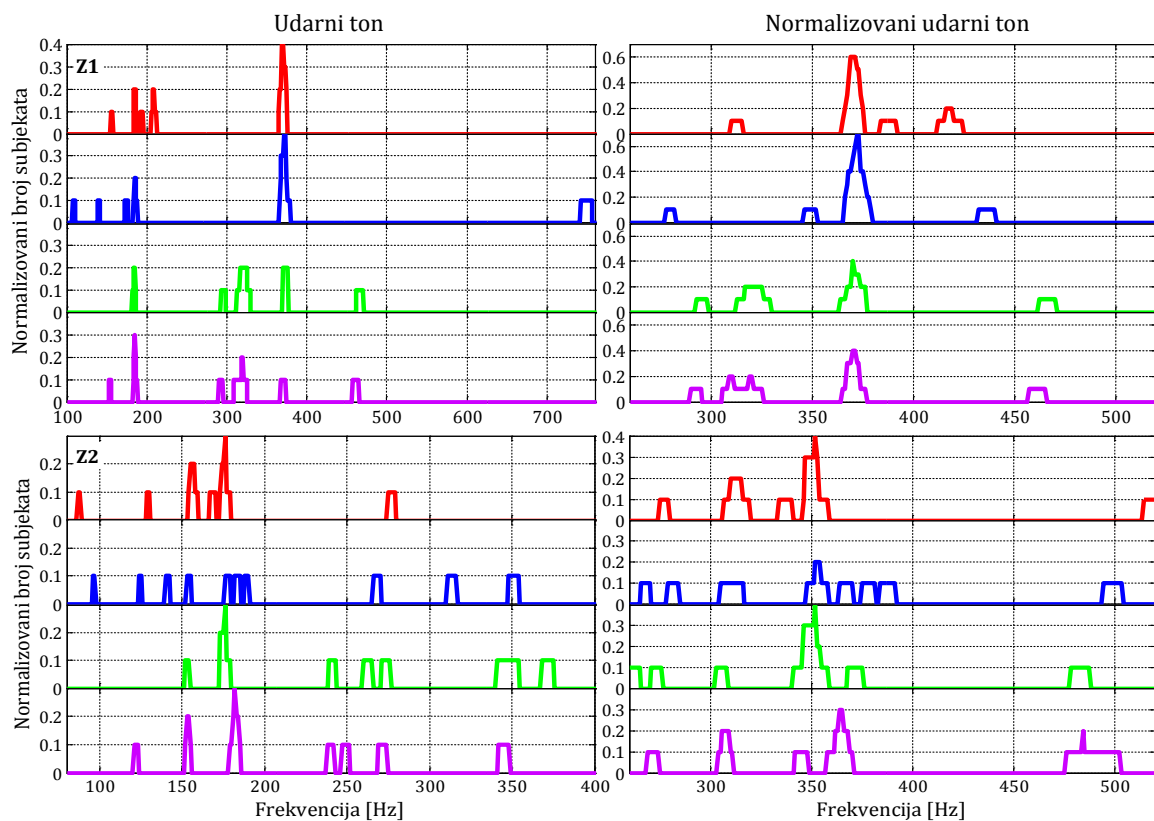
Da bi se subjekti rangirali po konzistentnosti i eventualno odbacili odgovori pojedinih subjekata, za svakog subjekta je uveden parametar nekonzistentnosti, kao prosečan broj različitih odgovora koje je dao u 4 testa za jedno zvono, koji je prikazan u tabeli 9.1 za svakog subjekta. Najbolja (i minimalna) vrednost ovog parametra je 1, a najgora (i maksimalna) je 4. Poređenjem dobijene vrednosti parametra nekonzistentnosti sa dobijenim rezultatima za jednog subjekta pokazalo se da je ovaj parametar dobra mera sposobnosti subjekta da odredi visinu tona. Ukoliko se kao granična vrednost ovog parametra uvede 2 i odbace odgovori subjekata koji su imali vrednost parametra veću od granične (5 subjekata), na histogramima se uočava manje rasipanje odgovora i koncentrisanje oko jedne ili dve vrednosti koje su kandidati za udarni ton posmatranog zvona.

Još jedno zapažanje je da što je test odmicao rezultati su postajali lošiji, što je posledica umora i smanjenja koncentracije subjekata.

Slično kao mera (ne)konzistentnosti subjekta, uvedena je mera kvaliteta zvona u smislu izdvajanja udarnog tona, čije su vrednosti za svako zvono prikazane u poslednjoj desnoj koloni tabele 9.1. Ova vrednost dobijena je kao prosečan broj različitih odgovora koje su dali svi subjekti za posmatrano zvono. Dobijene razlike u kvalitetu zvona su značajno manje nego dobijene razlike parametra nekonzistentnosti subjekata. Ipak, vrednosti mere kvaliteta zvona Z_8 i Z_{11} su značajno manje od vrednosti ovog parametra za ostala zvona.

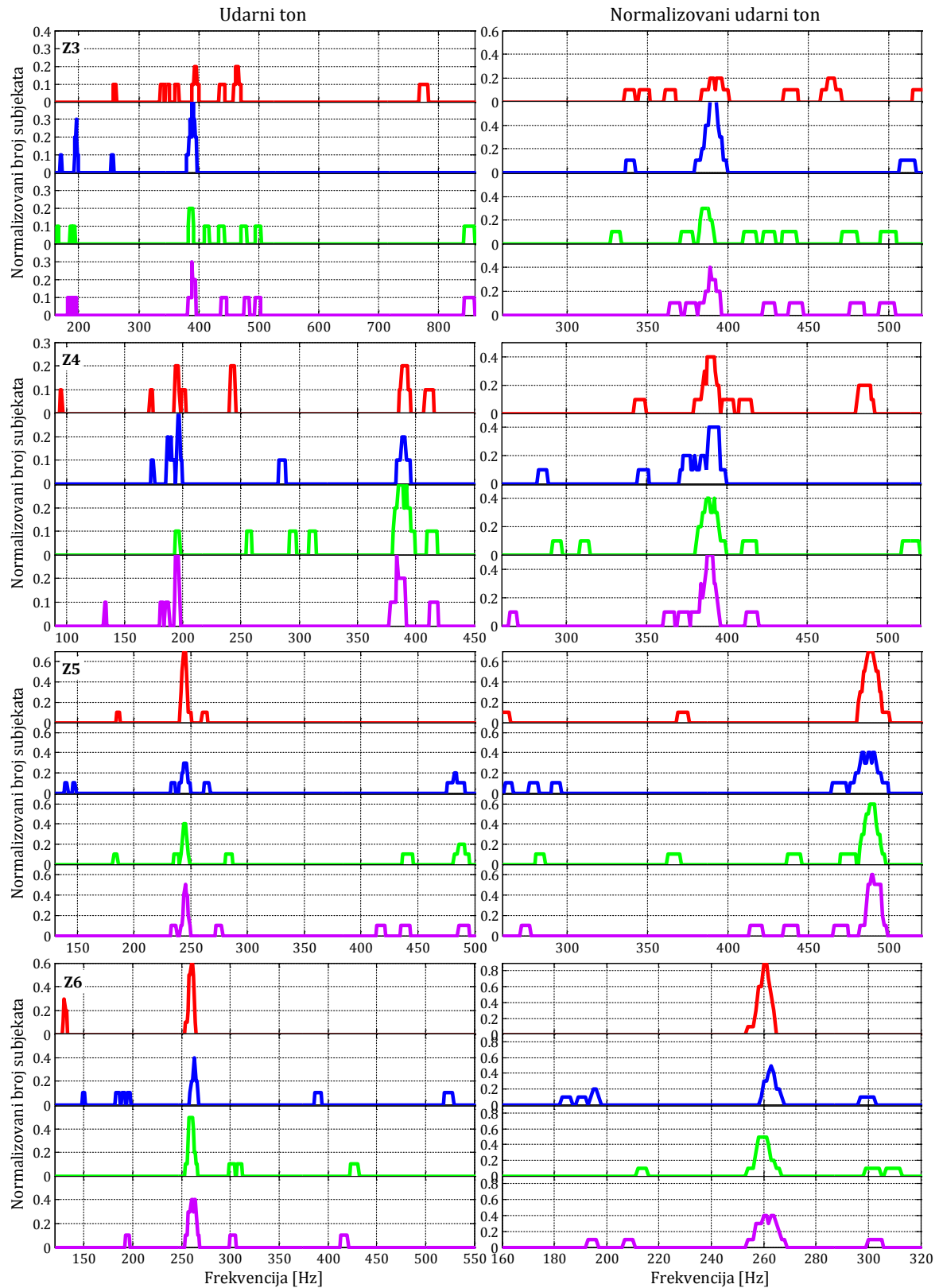
Rezultati se mogu prikazati u vidu histograma sa preklapanjem, kao broj odgovora (odnosno frekvencija udarnog tona) koji se nalazi u posmatranom intervalu frekvencija, u odnosu na ukupan broj odgovora. Na slikama 9.4-9.9 prikazani su histogrami za sva 22 ispitivana zvona za svaki od 4 testa, za svih 10 testiranih subjekata (10 odgovora po histogramu). Na slikama 9.10-9.12 prikazani su histogrami svih odgovora dobijenih u sva 4 testa (40 odgovora po histogramu). Frekvencijski interval je određen centralnom frekvencijom i širinom. Širina intervala koja bi približno odgovarala širini kritičnog opsega (oko $0.2f$, slika 2.3) suviše bi bila velika da bi se dovoljno precizno odredila maksimalna vrednost histograma. Za manje vrednosti širine histograma dobijaju se histogrami sličnog

oblika sa maksimalnom vrednošću koja je manja što je širina intervala manja. Za histograme na slikama 9.4-9.9 uzeta je vrednost koja iznosi 0.02 od centralne frekvencije (oko 34 centa). Pomeranje centralne frekvencije vršeno je linearno, za 1 Hz duž frekvencijske ose. Prikazani su histogrami za izvorno dobijene odgovore, kao i za normalizovane odgovore. Odgovori za sva zvona normalizovani su na oktavu C4 – C5 (262.6 Hz – 523.2 Hz), dok je zvono Z6 normalizovano na oktavu u opsegu 178.4 Hz – 356.8 Hz jer se udarni ton nalazi na frekvenciji oko 263 Hz blizu tona C4 pa se dobija razdvajanje maksimuma normalizovanog histograma u slučaju oktave C4 – C5.

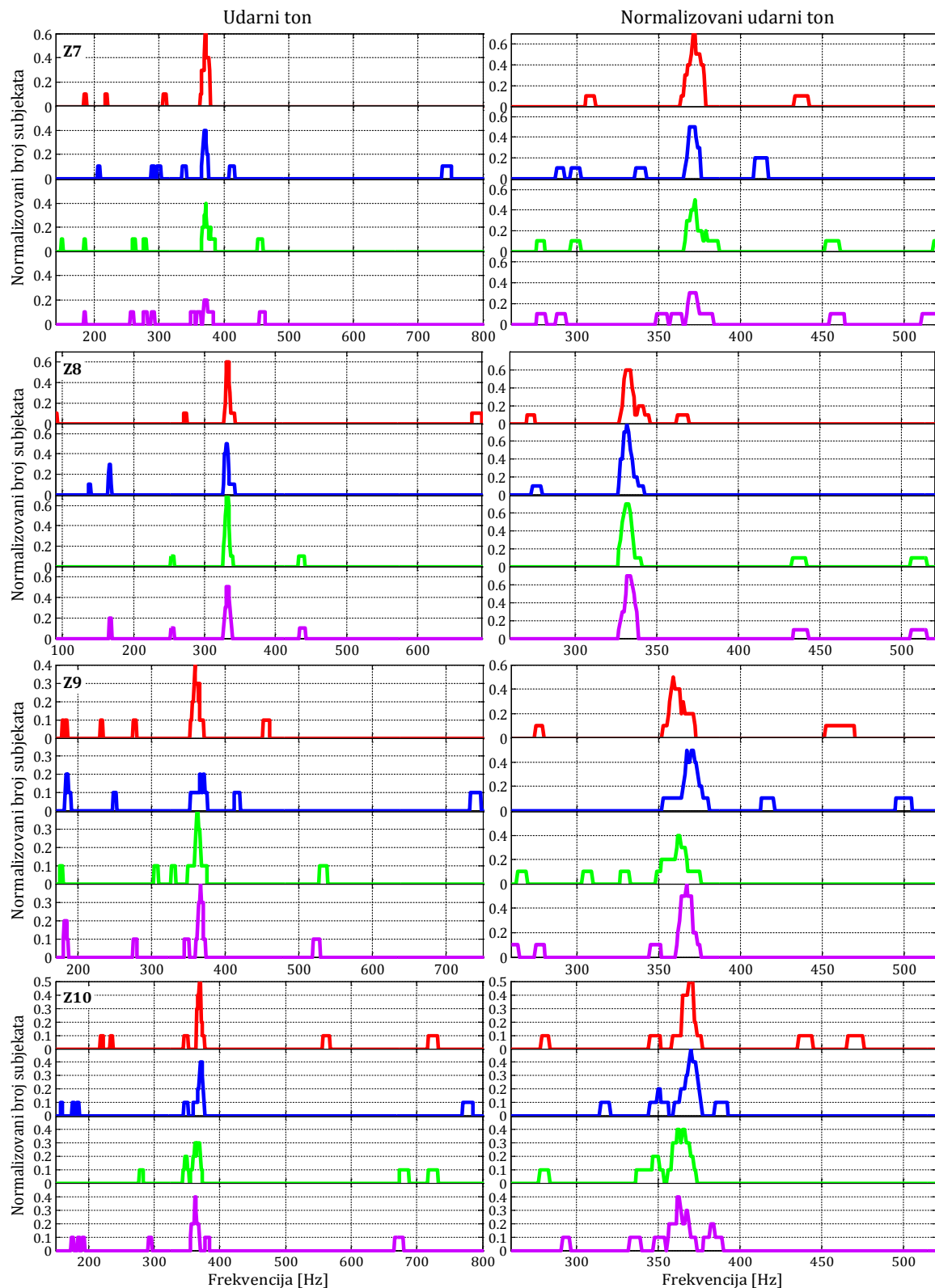


Slika 9.4 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z1 i Z2 dobijeni u subjektivnim

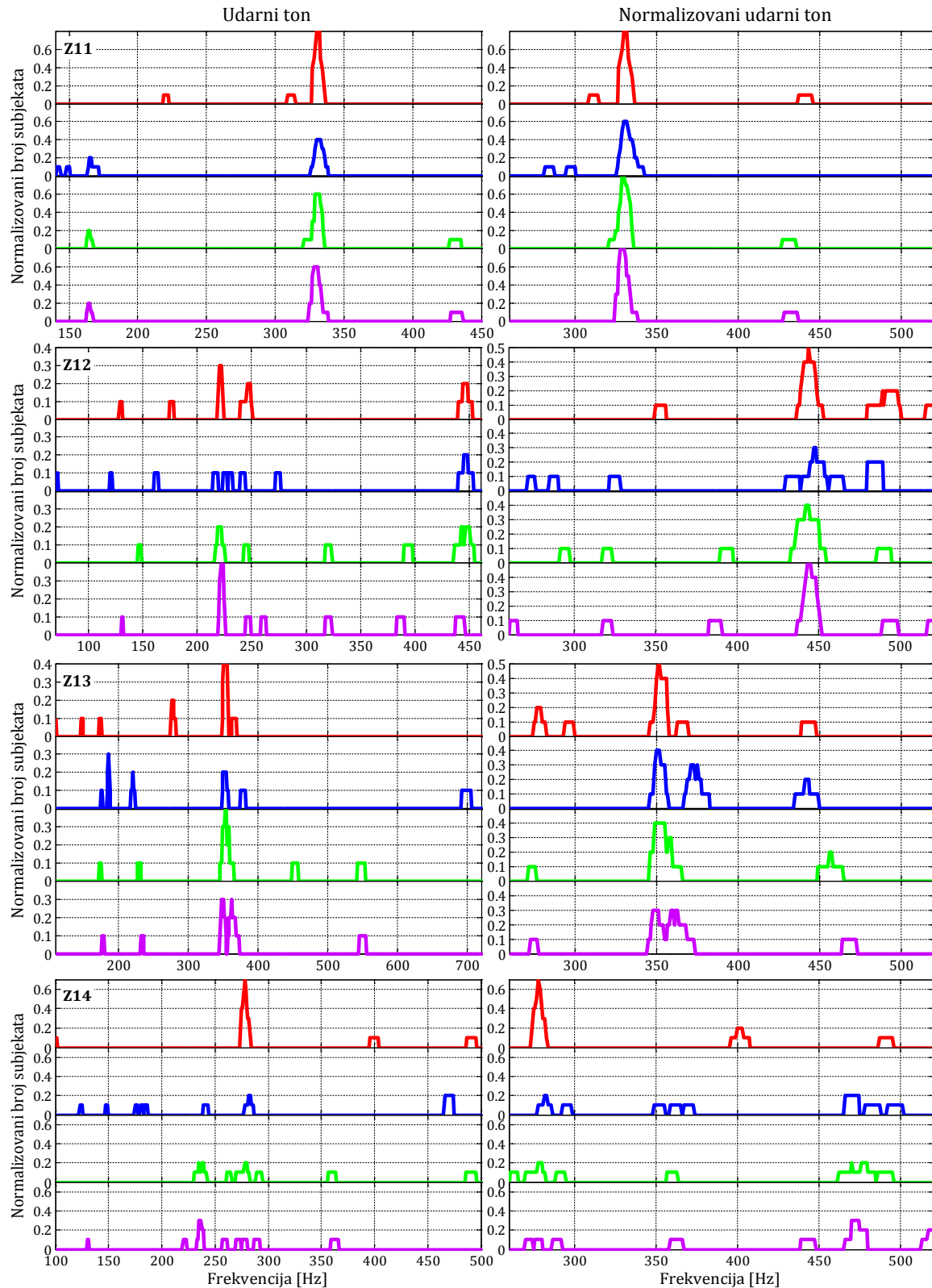
testovima: ●●● test 1, ●●● test 2, ●●● test 3, ●●● test 4



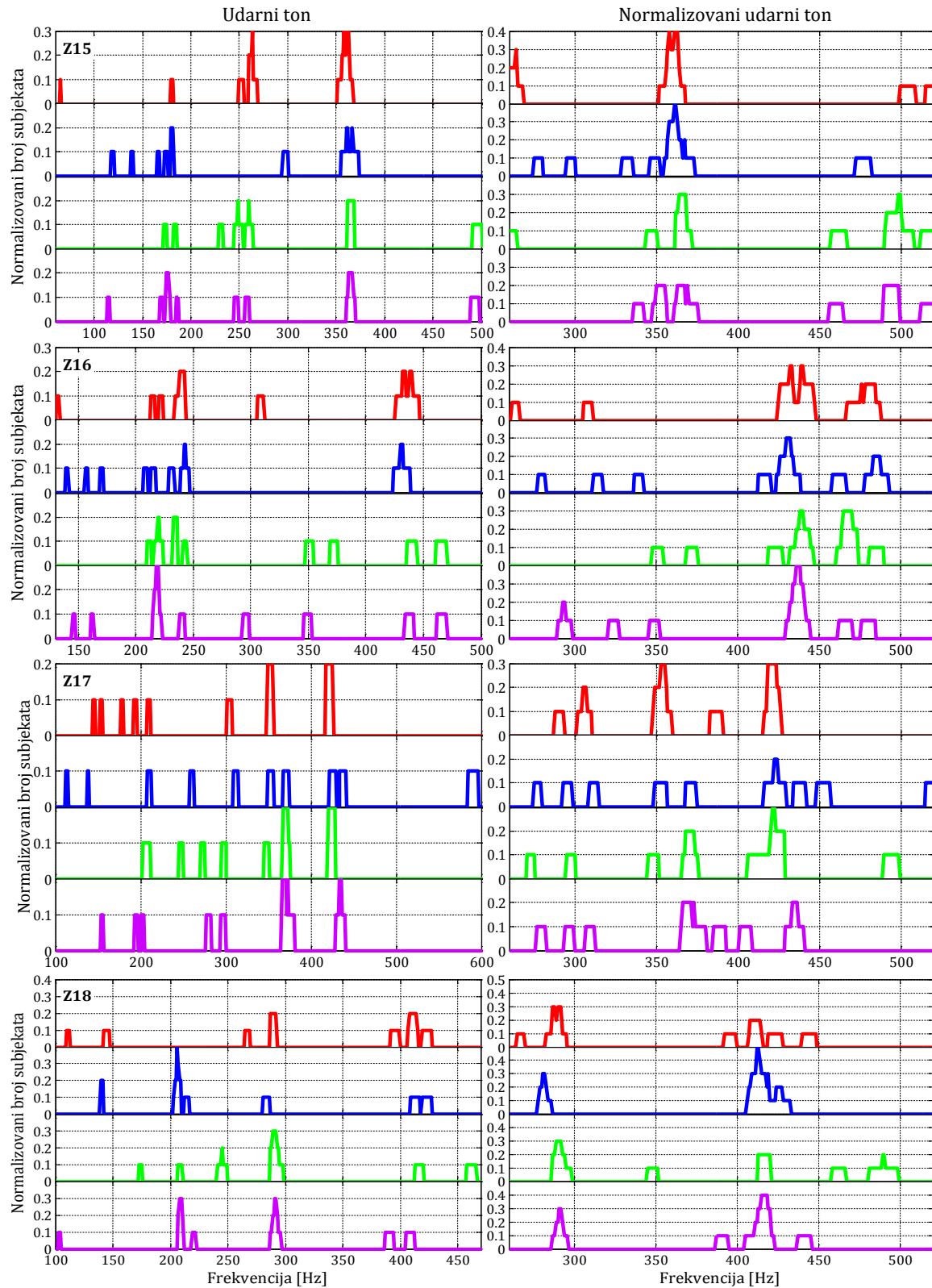
Slika 9.5 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z3-Z6 dobijeni u subjektivnim testovima: --- test 1, --- test 2, --- test 3, --- test 4



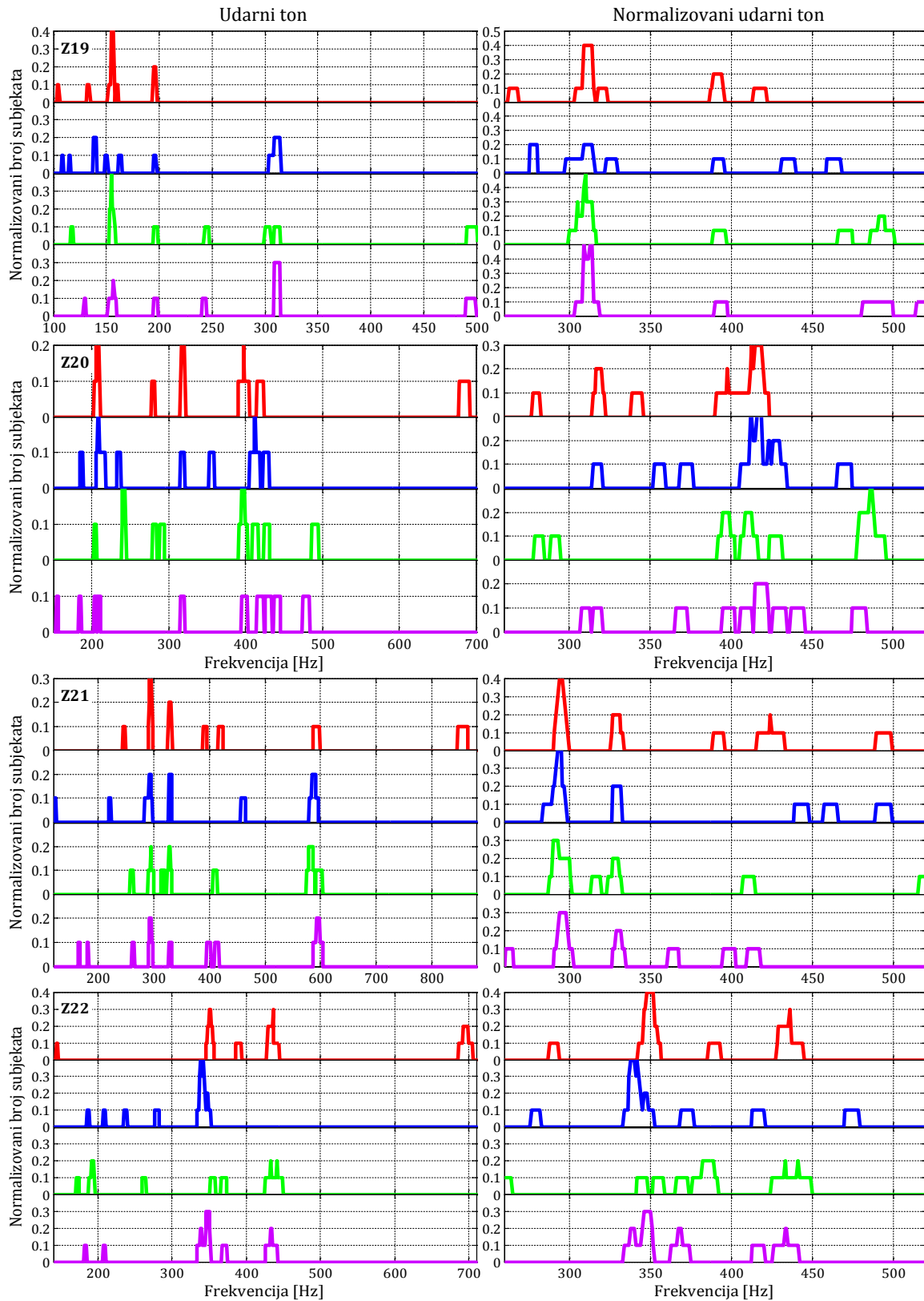
Slika 9.6 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z7-Z10 dobijeni u subjektivnim testovima: ● test 1, ● test 2, ● test 3, ● test 4



Slika 9.7 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z9-Z12 dobijeni u subjektivnim testovima: ● test 1, ● test 2, ● test 3, ● test 4



Slika 9.8 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z15-Z18 dobijeni u subjektivnim testovima: ● test 1, ● test 2, ● test 3, ● test 4



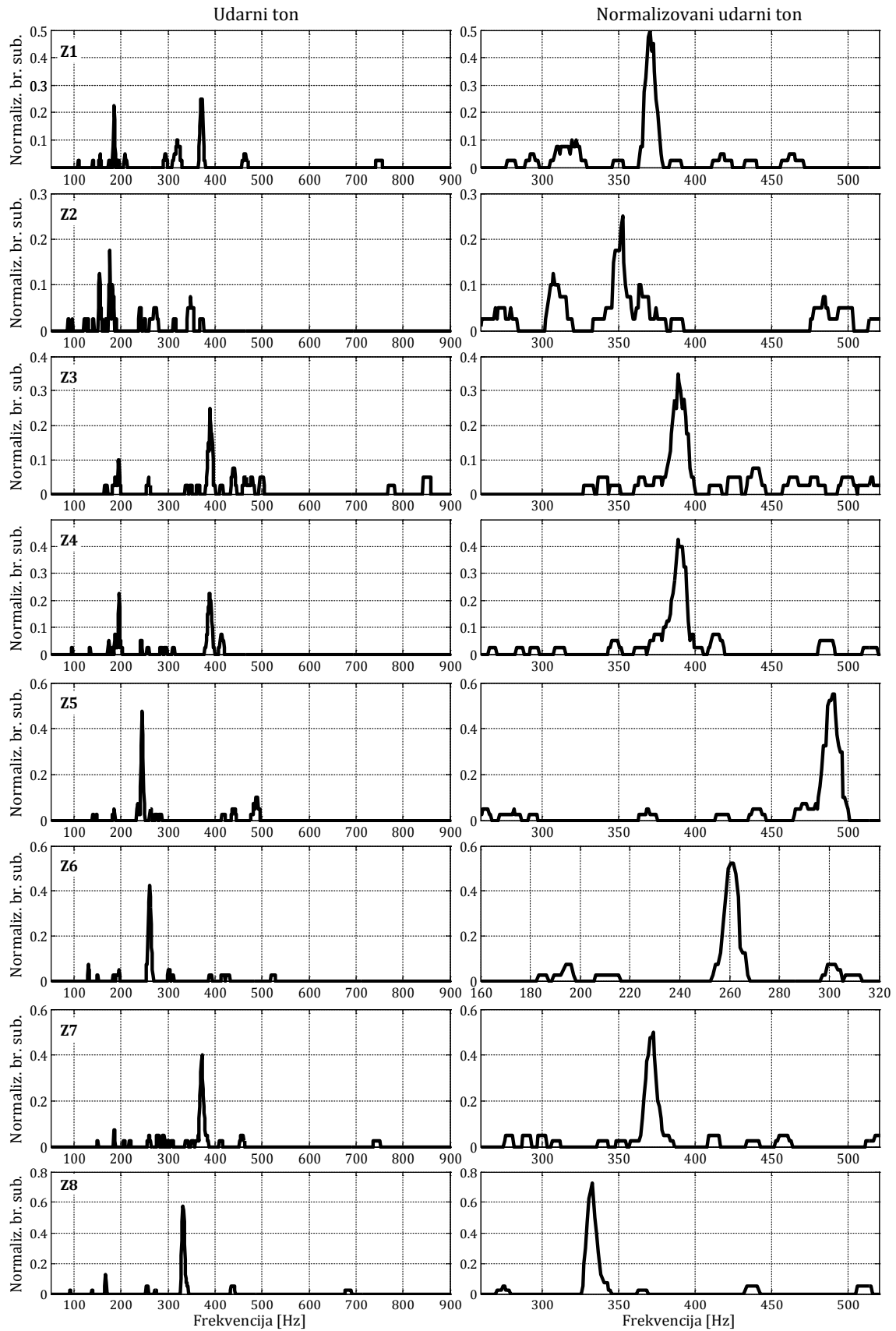
Slika 9.9 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z19-Z22 dobijeni u subjektivnim testovima: ●●● test 1, ●●● test 2, ●●● test 3, ●●● test 4

Tabela 9.2 Maksimalne vrednosti histograma u različitim subjektivnim testovima

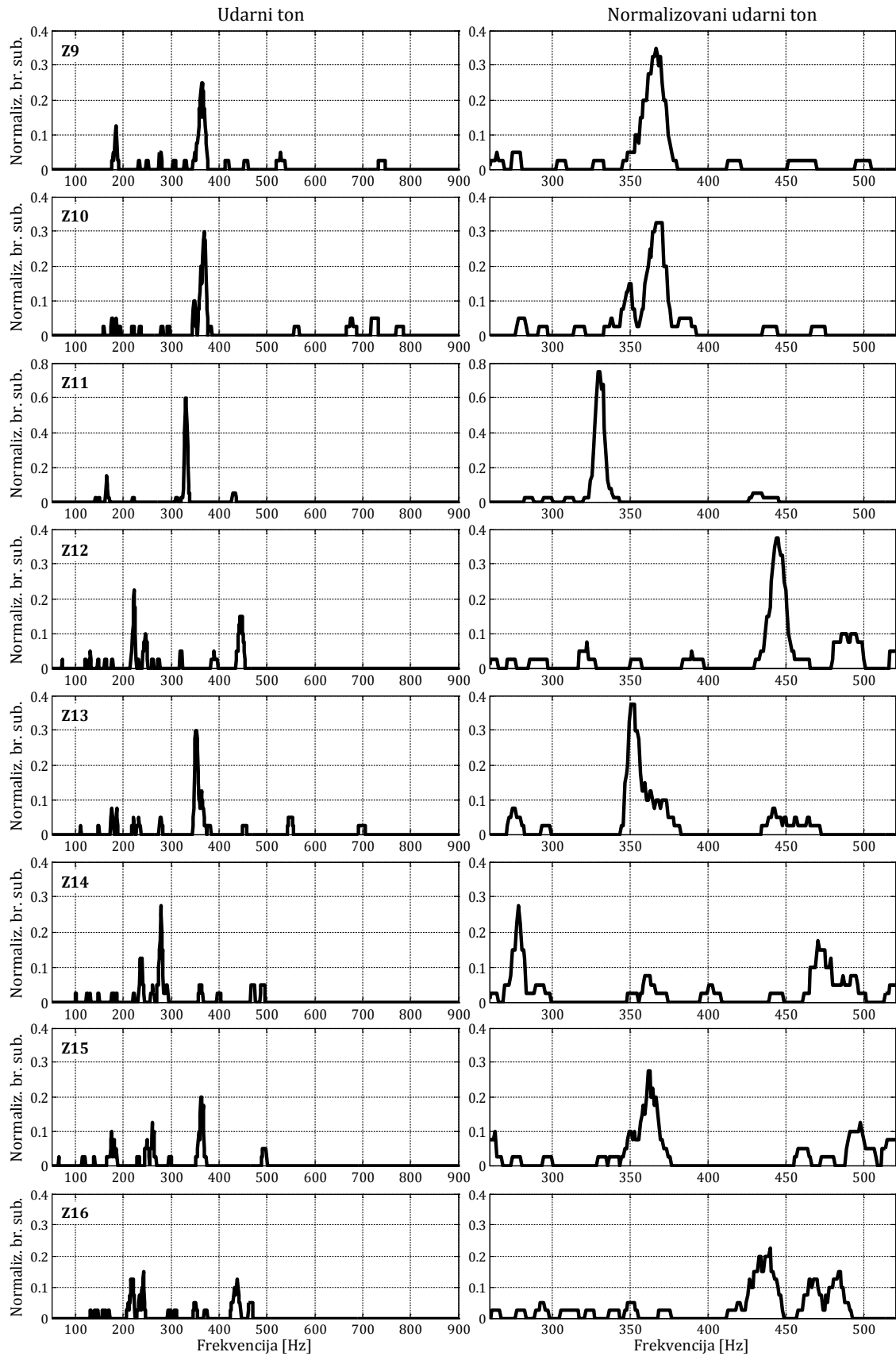
Br.	TEST 1		TEST 2		TEST 3		TEST 4	
	hist. max	hist. norm. max	hist. max	hist. norm. max	hist. max	hist. norm. max	hist. max	hist. norm. max
Z1	0,4	0,6	0,4	0,7	0,2	0,4	0,3	0,4
Z2	0,3	0,4	0,1	0,2	0,3	0,4	0,3	0,3
Z3	0,2	0,2	0,4	0,6	0,2	0,3	0,3	0,4
Z4	0,2	0,4	0,3	0,4	0,3	0,4	0,3	0,5
Z5	0,7	0,7	0,3	0,4	0,4	0,6	0,5	0,6
Z6	0,6	0,9	0,4	0,5	0,5	0,5	0,4	0,4
Z7	0,6	0,7	0,4	0,5	0,4	0,5	0,2	0,3
Z8	0,6	0,6	0,5	0,8	0,7	0,7	0,5	0,7
Z9	0,4	0,5	0,2	0,5	0,4	0,4	0,4	0,6
Z10	0,5	0,5	0,4	0,5	0,3	0,4	0,4	0,4
Z11	0,8	0,8	0,4	0,6	0,6	0,8	0,6	0,8
Z12	0,3	0,5	0,2	0,3	0,2	0,4	0,4	0,5
Z13	0,4	0,5	0,3	0,4	0,4	0,4	0,3	0,3
Z14	0,7	0,7	0,2	0,2	0,2	0,2	0,3	0,3
Z15	0,3	0,4	0,2	0,4	0,2	0,3	0,2	0,2
Z16	0,2	0,3	0,2	0,3	0,2	0,3	0,3	0,4
Z17	0,2	0,3	0,1	0,2	0,2	0,3	0,2	0,2
Z18	0,2	0,3	0,4	0,5	0,3	0,3	0,3	0,4
Z19	0,4	0,4	0,2	0,2	0,4	0,5	0,3	0,5
Z20	0,2	0,3	0,2	0,3	0,2	0,3	0,1	0,2
Z21	0,3	0,4	0,2	0,4	0,2	0,3	0,2	0,3
Z22	0,3	0,4	0,4	0,4	0,2	0,2	0,3	0,3
	0,4	0,491	0,291	0,423	0,318	0,405	0,323	0,409

Tabela 9.3 Maksimalne vrednosti zbirnog histograma svih testova,
za sve subjekte i odabrane subjekte

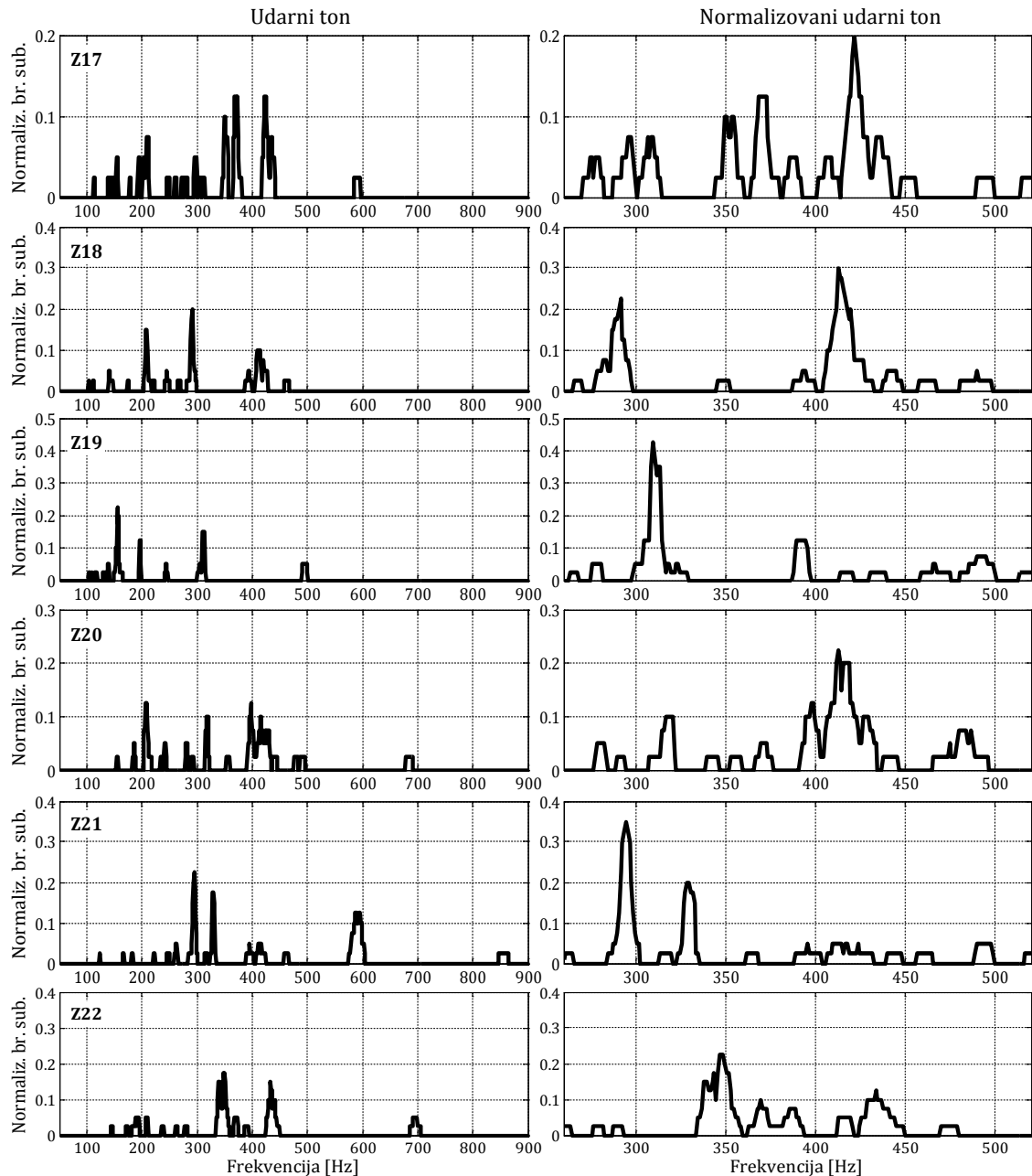
Br.	10 subjekata		5 odabranih subjekata	
	hist. max	hist. norm. max	hist. max	hist. norm. max
Z1	0,25	0,5	0,5	0,75
Z2	0,175	0,25	0,25	0,3
Z3	0,25	0,35	0,45	0,45
Z4	0,225	0,425	0,45	0,75
Z5	0,475	0,55	0,7	0,8
Z6	0,425	0,55	0,5	0,6
Z7	0,4	0,5	0,65	0,85
Z8	0,575	0,725	0,75	0,9
Z9	0,25	0,35	0,4	0,45
Z10	0,3	0,325	0,45	0,55
Z11	0,6	0,75	0,8	0,85
Z12	0,225	0,375	0,3	0,55
Z13	0,3	0,375	0,35	0,4
Z14	0,275	0,275	0,4	0,4
Z15	0,2	0,275	0,3	0,35
Z16	0,15	0,225	0,3	0,4
Z17	0,125	0,2	0,25	0,3
Z18	0,2	0,3	0,25	0,4
Z19	0,225	0,425	0,35	0,55
Z20	0,125	0,225	0,25	0,35
Z21	0,225	0,35	0,35	0,6
Z22	0,175	0,225	0,25	0,3
	0,280	0,387	0,420	0,539



Slika 9.10 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z1-Z8 za 10 subjekata u 4 testa



Slika 9.11 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z9-Z16 za 10 subjekata u 4 testa



Slika 9.12 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z17-Z22 za 10 subjekata u 4 testa

Na nenormalizovanim histogramima često se može uočiti pojava dva maksimuma, koja se u određenom broju slučajeva normalizacijom spajaju u jedan udarni ton i posledica su oktavne neodređenosti. Dobri primeri su zvona Z1 Z3, Z4, Z11 i Z12.

Na histogramima se može uočiti da je kod određenih zvona jasno izražen udarni ton (zvona Z1, Z5, Z6, Z7, Z8 i Z11), dok je kod nekih zvona veoma teško reći kojoj

frekvenciji odgovara udarni ton (zvona Z16, Z17 i Z20). Kod zvona Z2, Z10, Z14, Z18 i Z21 jasno se izdvajaju dve vrednosti za udarni ton.

Maksimalna vrednost histograma može dati informaciju o tome koliko je jasno izražen jedan udarni ton. U tabeli 9.2 date su maksimalne vrednosti histograma za sva 22 zvona u svakom od 4 testa, kao i prosečne maksimalne vrednosti histograma za svaki od testova. Ova prosečna maksimalna vrednost histograma za jedan test može poslužiti kao mera vrste testa. Kao što je pomenuto, kod nenormalizovanih histograma dolazi do pojave razdvajanja maksimuma, koji se normalizacijom spajaju u jedan maksimum pa se u tabeli 9.2 može uočiti da normalizovani histogram često ima veću maksimalnu vrednost. Maksimalna vrednost normalizovanog histograma stoga daje bolji uvid u izraženost udarnog tona. Posmatrajući te vrednosti u tabeli 9.2 uočava se da se najujednačeniji rezultati dobijaju za test 1 (sa slušalicama, metodom poređenja sa sinusnim tonom), dok se najveće rasipanje rezultata dobija u testu 3 (sa zvučnicima, metodom poređenja sa sinusnim tonom). Poređenjem prosečnih vrednosti histograma u parovima zaključuje se da se bolja konzistentnost rezultata dobija kod testova sa slušalicama. U testovima sa slušalicama značajno bolji rezultati dobijaju primenom metode poređenja sa sinusnim tonom, dok se u testovima sa zvučnicima dobijaju za nijansu bolji rezultati primenom metode vokalne reprodukcije.

Kod pojedinih subjekata rezultati odstupaju od upravo izvedenih opštih zaključaka. Ovo odstupanje posebno se uočava kod subjekta S1 koji je dao identične odgovore za sva zvona u testu sa zvučnicima, dok odgovori istog subjekta u testu sa slušalicama deluju prilično slučajno raspoređeni (naročito za zvona Z5 i Z15). S obzirom da su testovi sa zvučnicima rađeni kasnije, objašnjenje može biti da se subjekat S1 uvežbao. Generalno bi se očekivalo da subjekti daju bolje odgovore u kasnijim testiranjima, kao što je to bio slučaj sa subjektom S1. Interesantno je da su značajno bolji rezultati dobijeni u prva dva testa, a posebno u prvom testu. I ova činjenica ide u prilog zaključku da je za određivanje udarnog tona bolje koristiti subjektivne testove sa slušalicama.

Nasuprot dobijenim rezultatima, usmeno su svi subjekti izjavili da im više odgovara test sa zvučnicima, kao i metod poređenja sa generisanim sinusnim tonom.

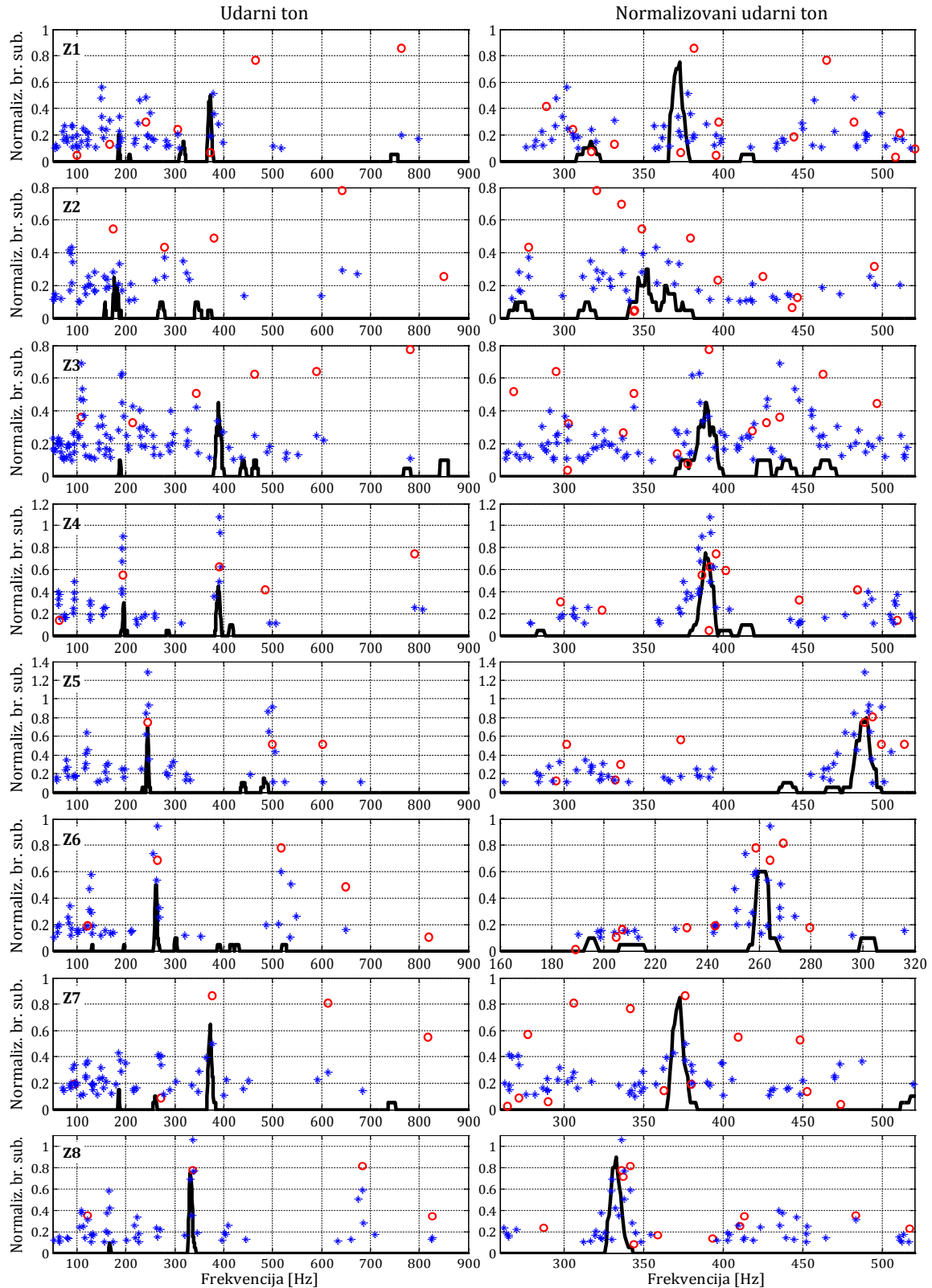
U tabeli 9.3 date su maksimalne vrednosti histograma kada su u obzir uzeti odgovori svih subjekata u svim testovima (40 odgovora), kao i odgovori odabranih 5 subjekata (20 odgovora). U slučaju odabranih 5 subjekata dobijaju se veće maksimalne vrednosti histograma za sva zvona.

9.3 Poređenje subjektivnih i objektivnih rezultata

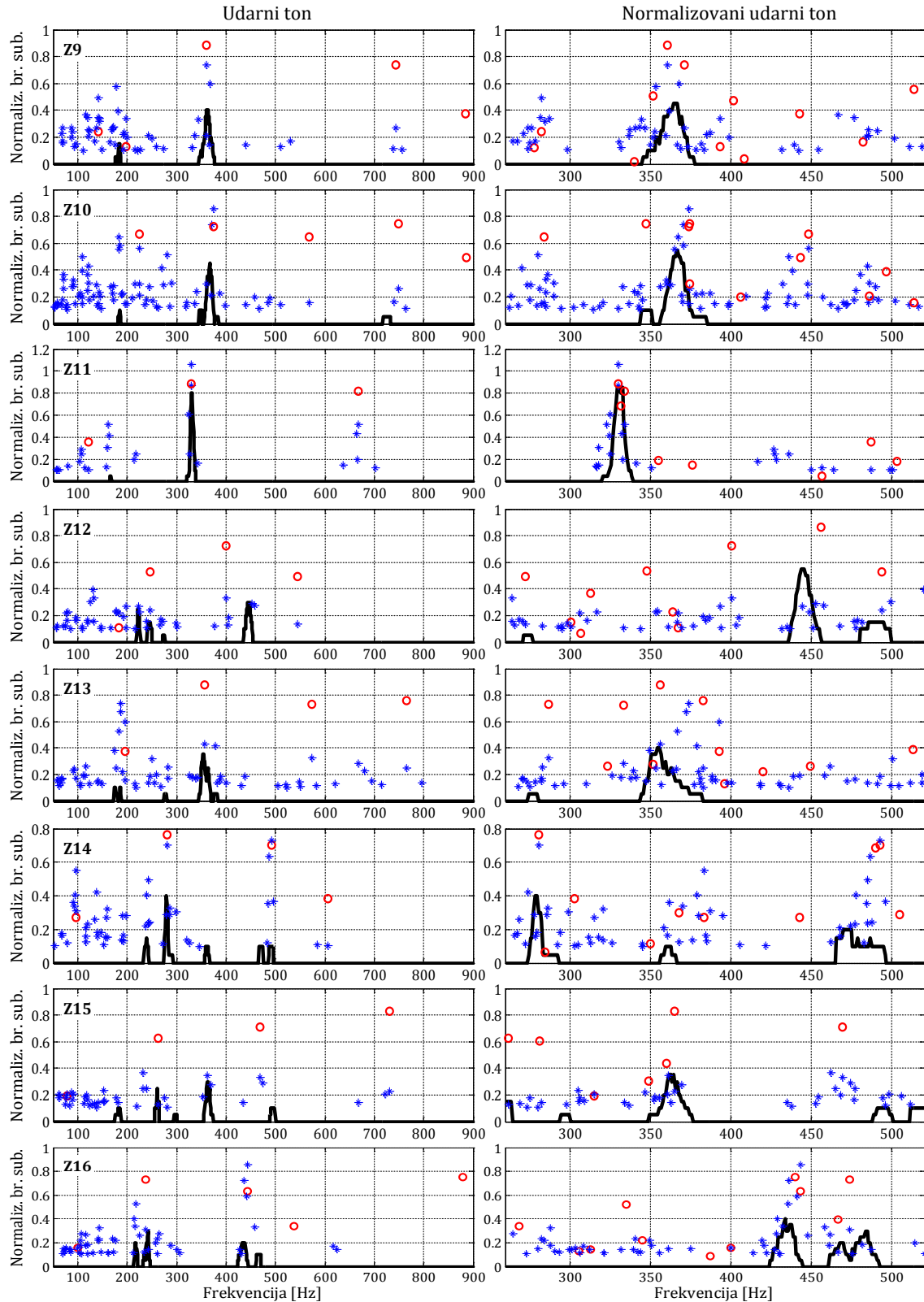
9.3.1 Rezultati Terhardt-ovog algoritma i subjektivnog testiranja

Odgovori odabranih 5 subjekata koji su dali konzistentne rezultate nose najviše informacija o udarnom tonu. Ovi rezultati su upoređeni sa rezultatima koji su dobijeni primenom *Terhardt*-ovog algoritma i koji su prikazani na slikama 9.1 i 9.2. Na slikama 9.13 i 9.14 prikazani su dobijeni (levo) i normalizovani rezultati (desno) – histogrami i spektralni i virtuelni tonovi. U tabeli 9.4 prikazani su udarni tonovi dobijeni u subjektivnom testiranju kao frekvencija maksimuma histograma, kao i udarni tonovi dobijeni *Terhardt*-ovim algoritmom, kao spektralni ili virtuelni ton sa najvećim težinskim faktorom.

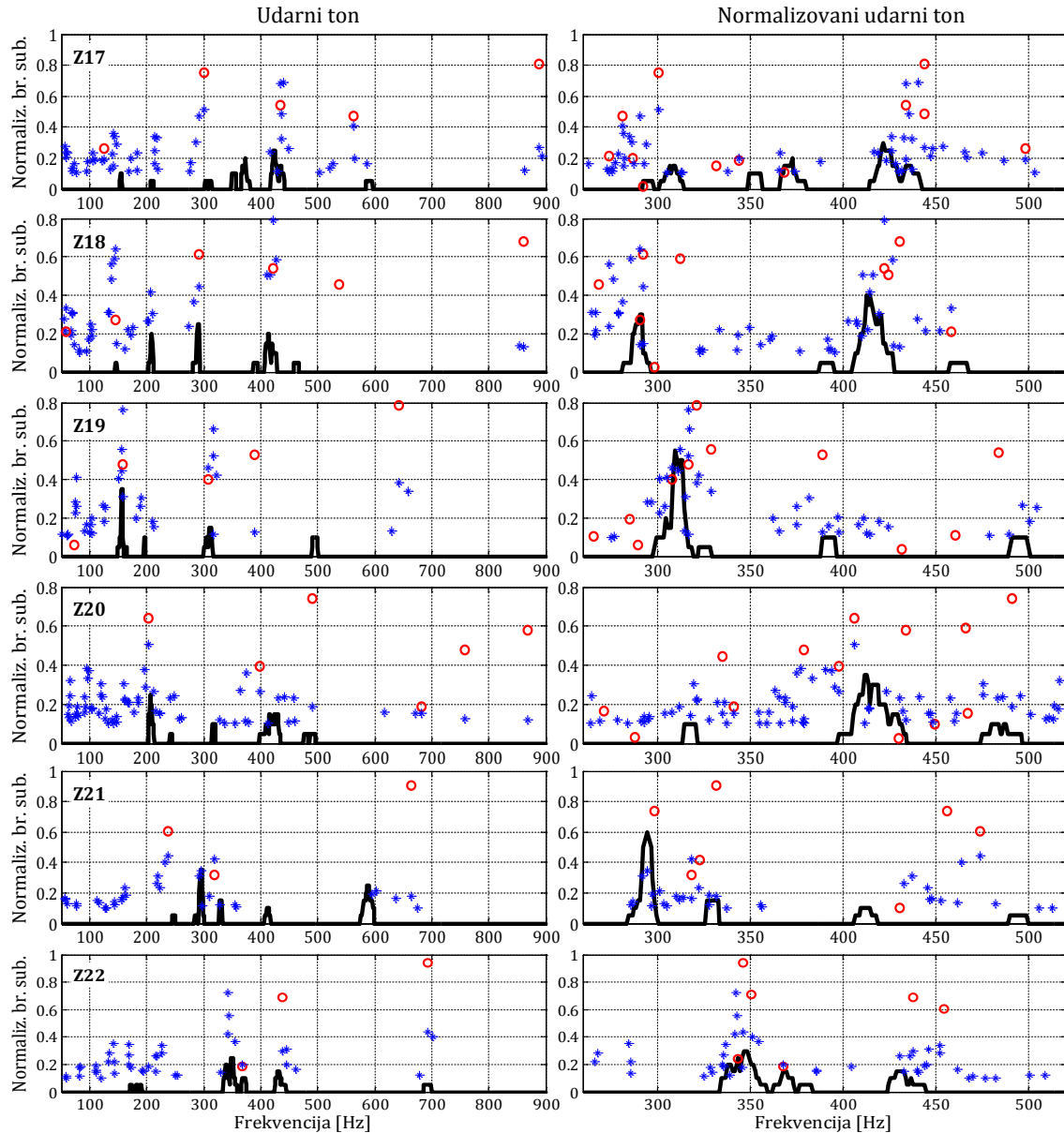
Na slikama se može uočiti da kod zvona kod kojih je jasnije izražen udarni ton, odnosno koji imaju jedan izražen maksimum, naročito na normalizovanom histogramu, uglavnom taj maksimum odgovara spektralnom ili virtuelnom tonu, jednom ili više njih, sa najvećim težinskim faktorima u okolini maksimuma histograma (zvona Z1, Z3, Z4, Z5, Z6, Z7, Z8, Z9, Z10, Z11, Z12, Z13 i Z15). Kod nekih zvona, kao što su Z1 i Z10, može se uočiti grupisanje normalizovanih spektralnih i virtuelnih tonova oko još dve vrednosti frekvencija iako na ovim mestima histogram odabranih 5 subjekata ima vrednost 0. Poredeći raspored spektralnih i virtuelnih tonova ovog zvona sa normalizovanim histogramom svih 10 subjekata može se uočiti pojava manjih maksimuma i na ovim frekvencijama.



Slika 9.13 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z1-Z8 za 5 odabranih subjekata, i spektralni (○) i virtuelni tonovima (*) Terhardt-ovog algoritma



Slika 9.14 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z9-Z16 za 5 odabranih subjekata, i spektraln (●) i virtueln tonovi (*) Terhardt-ovog algoritma



Slika 9.15 Histogrami vrednosti udarnog tona zvona Z17-Z22 za 5 odabranih subjekata, i spektralni (●) i virtuelni tonovi (*) *Terhardt*-ovog algoritma

Kod zvona koja imaju dva ili više manje izraženih maksimuma na normalizovanom histogramu, uočava se grupisanje spektralnih i virtuelnih tonova oko ove dve vrednosti, gde veća vrednost odgovara većem maksimumu. Primeri ovakvih zvona su Z14, Z16, Z17, Z18, Z19 i Z22. Kod zvona Z21 veća vrednost odgovara manjem maksimumu.

Odstupanja frekvencija na kojoj se nalazi maksimum histograma i najbližih spektralnih i virtuelnih tonova je nekoliko herca. Ovo odstupanje može biti posledica neadekvatno utvrđenog pomeraja visine spektralnih i virtuelnih tonova u okviru *Terhardt*-ovog algoritma, koja su data jednačinama (9.8) i (9.13), ali i nepreciznosti odgovora subjekata koji mogu biti u okviru veličine najmanje primetne promene frekvencije. Vrednost polustepena u posmatranoj oktavi C4 - C5 je između 15 Hz i 30 Hz, a odstupanja su uglavnom ispod ovih vrednosti. Najveće odstupanje jednog od maksimuma dobija se kod zvona Z17 i iznosi od 22 Hz.

Kod zvona koja imaju odnos frekvencija koji je blizak idealnom (Z4, Z5, Z6, Z11), *Terhardt*-ov algoritam daje dosta jasno grupisanje oko očekivane vrednosti koja se poklapa sa polovinom frekvencije petog parcijala, kao što je i očekivano. Pri tome se i kod histograma jasno izdvaja jedna maksimalna vrednost, koja odgovara vrednosti dobijenoj algoritmom.

U slučaju zvona Z2 prema algoritmu najveći uticaj na udarni ton imaju dva parcijala na frekvencijama od 642 Hz i 1344 Hz, što se može i očekivati jer ove dve komponente imaju značajno veće amplitude od ostalih, što se može videti na slici 9.1. Sa slike 9.13 se vidi da su određeni subjekti uočili ovaj uticaj, ali da je kod većeg broja subjekata preovladao uticaj spektralnog tona na frekvenciji od 174 Hz.

Slična situacija je i kod zvona Z20 i Z21 – prema algoritmu veliki je uticaj parcijala na frekvenciji od 491 Hz (Z20), odnosno na 663 Hz (Z21), dok se nešto veći broj subjekata vezao za jedva primetni spektralni ton na 206 Hz (Z20), odnosno na 295 Hz (Z21).

Signali Z9 i Z10 predstavljaju snimak istog zvona snimanog sa strane i odozgo pa se frekvencije parcijala potpuno poklapaju, a razlika je u međusobnim odnosima amplituda. Interesantno je da u jednom slučaju prema algoritmu udarni ton odgovara virtuelnom, a u drugom spektralnom tonu, koji se razlikuju za 14 Hz. U subjektivnim testovima u oba slučaja dobijena je identična vrednost koja je jednaka aritmetičkoj sredini virtuelnog i spektralnog tona koje daje algoritam.

Tabela 9.4 Poređenje rezultata subjektivnog testa i *Terhardt*-ovog algoritma

Br.	subjektivni test		<i>Terhardt</i> -ov algoritam			Δf [Hz]
	hist. norm. max	$f_{\max}$ [Hz]	$f_{\max}$ [Hz]	ton	težinski faktor	
Z1	0,75	373	382	SP	0,86	-9
Z2	0,3	353	350	SP	0,55	3
	0,1	315	321	SP	0,78	-6
Z3	0,45	390	391	SP	0,78	-1
Z4	0,75	389	392	VT	1,18	-3
Z5	0,8	490	491	VT	0,93	-1
Z6	0,6	261	264	VT	0,95	-3
Z7	0,85	373	376	ST	0,86	-3
Z8	0,9	333	336	VT	1,06	-3
Z9	0,45	367	360	ST	0,89	7
Z10	0,55	367	374	VT	0,86	-7
Z11	0,85	330-333	330	VT	1,06	0 - 3
Z12	0,55	445	456	ST	0,86	-11
Z13	0,4	356	356	ST	0,88	0
Z14	0,4	279	281	ST	0,76	-2
Z15	0,35	365	365	ST	0,83	0
Z16	0,4	434	443	VT	0,86	-9
Z17	0,3	422	444	ST	0,81	-22
Z18	0,4	415	422	VT	0,79	-7
	0,3	292	291	VT	0,64	1
Z19	0,55	310	321	ST	0,78	-11
Z20	0,35	413	406	ST	0,64	7
	0,1	481-488	490	ST	0,74	-9 - -2
Z21	0,6	295	298	ST	0,74	-3
	0,15	332	333	ST	0,91	-1
Z22	0,3	348	346	ST	0,94	2

Generalno se može zaključiti da frekvencije maksimuma histograma gotovo uvek odgovaraju nekom od spektralnih ili virtuelnih tonova. Sami histogrami oko lokalnog maksimuma su manje ili više rašireni tako da grupa spektralnih i virtuelnih tonova oko maksimuma utiče na širinu histograma i pokazuje da svaki od tonova utiče kako na različite subjekte tako i na istog subjekta testiranog u različitim trenucima i situacijama.

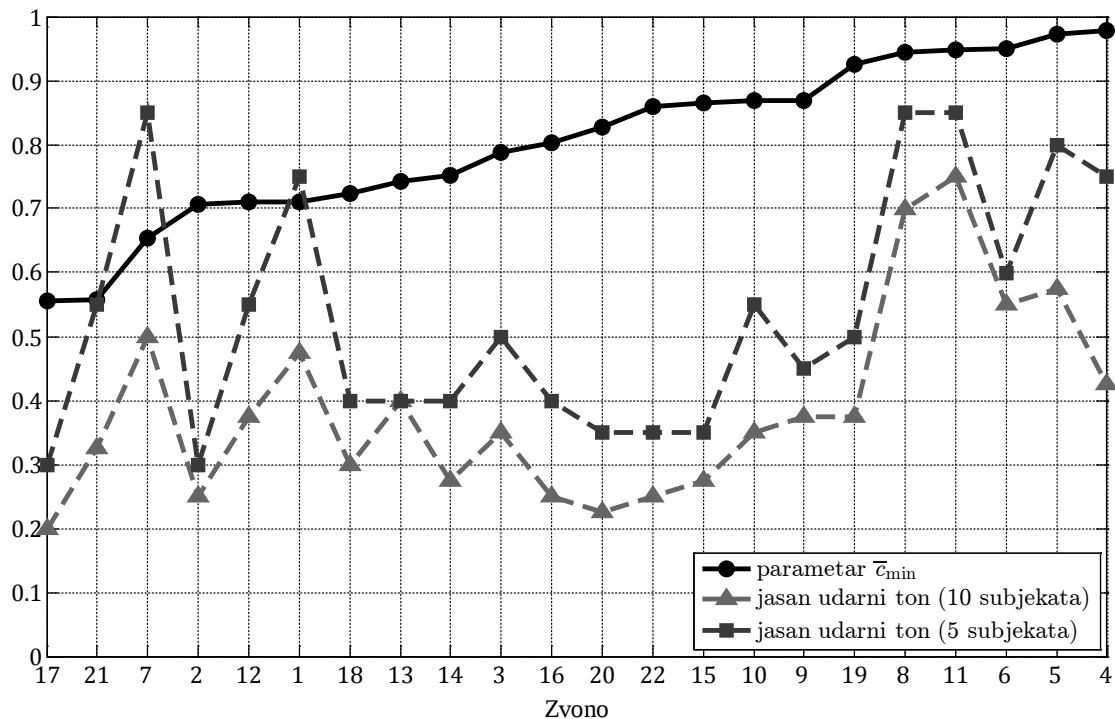
Može se konstatovati da je u ovom istraživanju algoritam dao dobru procenu normalizovane vrednosti udarnog tona sa tačnošću do 11 Hz kod 18 od 22 zvona (pri čemu se pod "tačnom" vernošću podrazumeva položaj maksimuma histograma subjektivnih testova). Pogrešne vrednosti algoritam je dao kod zvona sa malom maksimalnom vrednošću normalizovanog histograma (do 0,35) – zvona Z2, Z17 i Z20, kod kojih je i u subjektivnim testovima bilo teško odrediti udarni ton. Izuzetak je zvono 21, koje ima izraženiji maksimum od 0.6, čija vrednost odgovara spektralnom tonu sa drugim najvećim težinskim faktorom. Sa druge strane, kod nekih zvona sa malom maksimalnom vrednošću normalizovanog histograma (Z15 i Z22) udarni ton dobijen algoritmom kao spektralni ton poklapa se sa udarnim tonom dobijenim u subjektivnom testiranju.

Realizovani algoritam je jedini algoritam za određivanje udarnog tona zvona koji uzima u obzir psihoakustičke karakteristike ljudskog sluha. Iako u određenom broju slučajeva daje veća odstupanja, ima potencijala da se, u skladu sa današnjim mogućnostima za digitalnu obradu signala usavrši, što može biti dalji pravac istraživanja. Ovo se odnosi pre svega na sam postupak izdvajanja spektralnih komponenti, koji može uključiti banke filtera konstantnog Q faktora, *wavelet* transformaciju i slično.

9.3.2 Odstupanje od idealnog zvona i rezultati subjektivnog testiranja

Kao što je više puta pominjano, kod idealnog zvona se čuje jasan udarni ton koji odgovara frekvenciji koja je za oktavu niža od petog parcijala. Da bi se ispitala ova tvrdnja upoređene su maksimalne vrednosti histograma sa devijacijom od najbližeg idealnog zvona, parametrom $\bar{c}_{\min}$, koji je uveden u poglavlju 7.1. Na slici 9.16 prikazane su vrednosti ova dva parametra za 22 analizirana zvona, za svih 10

subjekata, kao i za 5 odabranih subjekata. Sa slike se uočava da frekvencije prvih pet parcijala poređane prema idealnom rasporedu nisu dovoljan uslov za jasno izražen udarni ton, a najbolji primer je zvono Z19. Ipak, za najveće vrednosti parametra $\bar{c}_{\min}$ (iznad 0,94) dobijaju se jasnije izraženi udarni tonovi. Sa druge strane, kod nekih zvona koja značajno odstupaju od idealnog udarni ton je jasno uočljiv (zvona Z1 i Z7). Kod ova dva zvona karakteristično je da se udarni ton nalazi u blizini značajno izraženijeg podharmonika spektralnog tona (slika 9.13). Vrednosti *Spearman*-ovog koeficijenta od $r_{\text{Sch}10} = 0,49$ i $r_{\text{Sch}5} = 0,39$ ne ukazuju na značajno izraženu korelaciju između ova dva parametra.

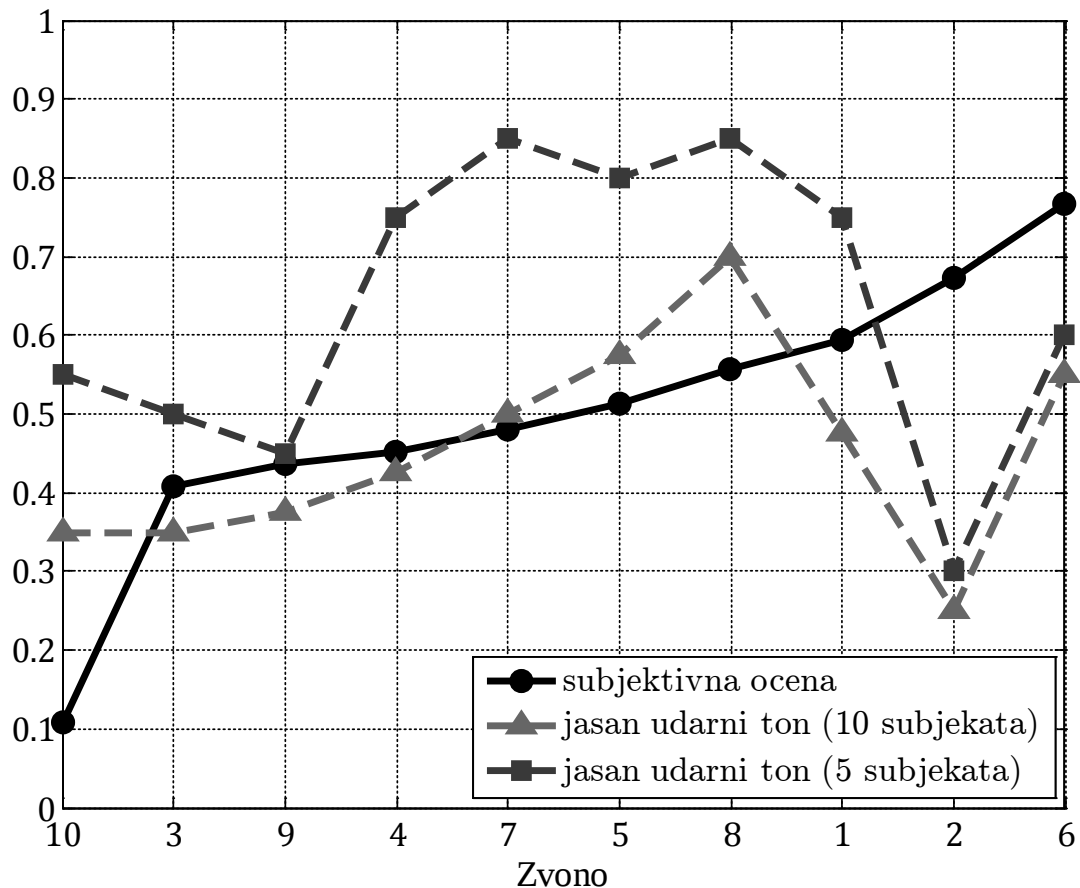


Slika 9.16 Komparativni rezultati devijacije od idealnog zvona (parametar $\bar{c}_{\min}$) i maksimalne vrednosti histograma subjektivnih testova za određivanje udarnog tona

9.3.3 Poređenje kvaliteta zvona i izraženosti udarnog tona

Kao što je pomenuto, maksimalna vrednost histograma za veći broj subjekata može se povezati sa time koliko je jasno izražen udarni ton. Ova veličina se može uporediti sa rezultatima kvalitativnih subjektivnih testova, koji su opisani u

poglavlju 8, za zvona Z1-Z10. Na slici 9.17 prikazani su komparativni rezultati kvalitativnih i kvantitativnih subjektivnih testova za svih 10 subjekata, kao i za 5 odabranih subjekata. Vrednost *Spearman*-ovog koeficijenta od $r_{Svi10} = 0,40$ u slučaju 10 subjekata ukazuje na srednju korelaciju izraženosti udarnog tona sa kvalitetom zvona, međutim korelacija je značajno manja kod rezultata odabranih 5 subjekata ($r_{Svi5} = 0,15$). Značajna odstupanja se dobijaju u slučaju zvona Z2.



Slika 9.17 Komparativni rezultati subjektivnog testa (normalizovane vrednosti dobijene metodom srednjih ocena) – poglavlje 8, i maksimalnih vrednosti histograma subjektivnih testova za određivanje udarnog tona

Zaključak

Istraživanje zvona spada u multidisciplinarna istraživanja i obuhvata široku lepezu različitih oblasti. Iako na prvi pogled deluje da je tema veoma stara, dobro istražena i možda ne više tako interesantna, zapravo se sve vreme pojavljuju novi radovi sa temom zvona, stalno dopunjujući istražene karakteristike i dodajući nove informacije, koristeći savremene mogućnosti tehnike i tehnologije, kako za dizajniranje novih oblika, ispitivanje novih materijala pa do novih tehnika za ispitivanje i analizu oscilovanja i proizvodjenja zvuka zvona.

U ovoj tezi zvona su obrađena sa više aspekata pri čemu je akcenat stavljen na subjektivni doživljaj zvuka zvona i vezu između objektivnih i subjektivnih karakteristika zvuka zvona.

Analizom je bilo potrebno obuhvatiti zvona različitih karakteristika i izdvojiti određen broj za subjektivna ispitivanja. U tom cilju generisana je baza signala zvona iz Srpske pravoslavne crkve.

Za objektivnu analizu zvuka zvona korišćene su standardne metode digitalne obrade signala: diskretna *Fourier*-ova transformacija (*Discrete Fourier Transform* - DFT) i vremenski zavisna *Fourier*-ova transformacija (*Short Time Fourier Transform* - STFT), sa parametrima određenim prema karakteristikama zvuka zvona. Da bi se izvršila analiza velikog broja zvona realizovan je program za analizu zvuka zvona „Guibell“ u softverskom paketu *MATLAB*, koji omogućava ispitivanje frekvencija i brzina opadanja paricajala u zvuku zvona.

U cilju određivanja sopstvenih modova oscilovanja zvona, pored opisanih standardnih metoda obrade signala zvuka zvona predložena je nova metoda određivanja i vizuelizacije modova oscilovanja zvona merenjem mikrofona u bliskom polju, koja je do sada primenjivana za analizu sopstvenih modova ravne ploče, štapa, konusne membrane i gudala. Konstruisana je i izrađena je

konstrukcija sa minijaturnim mikrofonom, koja se jednostavno pričvršćuje za zvono i omogućava postavljanje mikrofona u blizini površine zvona bez značajnog uticaja na rezultate merenja. Pokazano je da se na ovaj način dobijaju informacije o položajima čvorova različitih sopstvenih modova.

Kao dopuna teorijskim razmatranjima oscilovanja zvona i eksperimentalnim ispitivanjima merenjem u bliskom polju, opisana je primena metode konačnih elemenata u modalnoj analizi zvona. Pokazano je veliko poklapanje rezultata simulacije sa eksperimentalnim rezultatima, a mala odstupanja su posledica odstupanja idealnog modela od realnog zvona. Potvrđeno je da se metoda konačnih elemenata, konkretno modelovanje zvona u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics*, može primeniti za ispitivanje uticaja različitih parametara na zvuk zvona, kao i za modelovanje zvona sa zahtevanim karakteristikama.

Ispitivanje subjektivne ocene kvaliteta, prikazano u literaturi, sprovedeno je za različite vrste reprodukcije zvuka, kao i za različite izvore zvuka (muzičke instrumente), gde su se najčešće izdvajali jasno definisani stavovi o subjektivnom doživljaju analiziranog zvuka. Stoga je bilo interesantno primentiti ustanovljene metode subjektivnog testiranja na određenom broju različitih zvona i ispitati da li i u kojoj meri veći broj subjekata može postići konsenzus oko subjektivne ocene kvaliteta zvuka zvona. Primenjena je poznata psihometrijska metoda poređenja po parovima i ovim kvalitativnim subjektivnim testovima pokazano je da se generalno za svako zvono može utvrditi opštevažeća subjektivna ocena kvaliteta, koja ne zavisi od muzičke obrazovanosti, starosti ili pola subjekata.

Da bi se uspostavila korelacija između rezultata kvalitativnih subjektivnih testova i objektivnih karakteristika zvuka zvona potrebno je bilo odrediti algoritam po kome se iz nekih objektivnih karakteristika zvuka zvona može izvesti subjektivna ocena kvaliteta zvuka zvona. Uvedena su dva takva parametra: odstupanje od najbližeg idealnog zvona i energija sadržana u prvih pet parcijala. Nasuprot očekivanjima prema opšteprihvaćenom pravilu, pokazano je da idealan odnos frekvencija prvih pet parcijala nije dovoljan uslov koji će obezbediti zadovoljavajući subjektivan doživljaj zvuka zvona. Sa druge strane, pokazano je da

energija sadržana u prvih pet parcijala može biti dobar pokazatelj kvaliteta zvona. Na osnovu poređenja subjektivnih testova i energije sadržane u prvih pet parcijala može se proceniti da je poželjno da relativni sadržaj energije bude bar 70%. Subjektivni testovi su pokazali blagu preferencu subjekata ka zvonima iz nižeg registra (odnosno, zvonima sa dubljim tonom).

Rezultati sprovedenih kvantitativnih subjektivnih testova pokazali su da udarni ton generalno nije jasno definisan i da zavisi od testiranog subjekta, kao i od okolinosti pod kojima se test sprovodi. Ipak, rezultati, prikazani u formi statističke raspodele procenjene subjektivne visine tona zvona (histograma), pokazali su da se može uočiti maksimum histograma koji je manje ili više izražen i frekvencija koja odgovara ovom maksimumu može se smatrati udarnim tonom zvona. S obzirom na ovakvu nepreciznost jedinog mogućeg načina određivanja visine tona složenog zvuka, a konkretno zvuka zvona, neosnovano je očekivati da se realizuje algoritam koji može precizno oceniti udarni ton. Realizovani algoritam virtuelnih tonova sa zadovoljavajućom tačnošću daje informaciju o potencijalnim položajima udarnog tona analiziranog zvona i može se koristiti za procenu udarnog tona zvona bez sprovođenja subjektivnih testova, kao vrsta verifikacije novih zvona, naročito ako treba vršiti uparivanje više zvona.

Maksimalna vrednost histograma usvojena je kao pokazatelj jasno izraženog udarnog tona. Poređenje ovog parametra i odstupanja od idealnog zvona, kao i subjektivne ocene zvuka zvona, pokazalo je ne tako jaku korelaciju između ovih parametara, kao što bi se očekivalo na osnovu sad već istorijskih pravila o idealnom rasporedu frekvencija parcijala.

U ovoj tezi uspostavljena je metodologija za ispitivanje kvaliteta različitih zvona. Primenom ove metodologije moguće je izvršiti ispitivanje uticaja različitih objektivnih parametara u zvuku zvona na subjektivan doživljaj, od kojih su dva prikazana u ovoj tezi. Izvedeni zaključci mogu se koristiti kao smernice za dizajn zvona poboljšanih karakteristika uz pomoć prikazanih savremenih tehnika matematičkog modelovanja – metode konačnih elemenata, za koju je i ovoj tezi potvrđeno da daje dobre predikcije realnih karakteristika.

Literatura

- [Ain1976] Ainsworth W.A., *Mechanisms of speech recognitions*, Pergamon Press Ltd., Oxford 1976
- [Ald2000] Aldoshina I., Nicaranov A., "The Investigation of Acoustical Characteristics of Russian Bells," Proc. 108th Audio Engineering Society Convention, Paris, France, Preprint 5117, February 19-22, 2000
- [Ald2003] Aldoshina I., Pychkov. S., Matcievski I., Nicaranov A., Tovstik P., Cherniav S., "The analysis of peculiarities of Russian bells acoustic parameters," Proc. 114th Audio Engineering Society Convention, Amsterdam, Netherlands, , Convention Paper 5794, ;March 22-25, 2003
- [Ale2013] Aleksić N.V., „Druge zove, sebe ne čuje – zvono u srpskoj narodnoj tradiciji“, pp. 151-165, *Etnografski institut SANU*, Beograd, 2013.
- [Ansi1960] *USA Standard Acoustical Terminology*, American National Standards Institute 1960
- [Ans2006] Ansari J., "Finite Element Vibration Analysis and Modal Testing of Bells," Proceedings of IJME – INTERTECH Conference, 2006
- [Art1938] Arts J., "The Sound of Bells - Jottings from my experiences in the domain of the sound of bells," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 9, pp. 344-347, 1938 (štampano u [Ros1984])
- [Art1939] Arts J., "The Sound of Bells - Jottings from my experiences in the domain of the sound of bells: secondary strike note," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 10, pp. 327-329, 1939 (štampano u [Ros1984])

- [Bag1982] Bagot H., "Tuning: Mystery of the Strike Note", *The Ringing World*, pp. 672, August 13 1982
- [Bak2004] Baker S., Jennings P., Dunne G., Williams R., "Improving the Effectiveness of Paired Comparison Tests for Automotive Sound Quality," *Proceedings of the Eleventh International Congress on Sound and Vibration*, pp. 3029-3036, St. Petersburg, Russia, July 5-8 2004
- [Bau2004] Bauer J., Schmidt L., Kotterba B., "Einfluss der Glockenzier auf den Klang von Kirchenglocken," 8. Forum Akustische Qualitätssicherung, pp. 12-1 – 12-6, 2004
- [Bék1960] von Békésy G. *Experiments in Hearing*, McGraw-Hill, New York 1960
- [Bell2007] The Bell Project "Research and Identification of Valuable Bells of the Historic and Culture Heritage of Bulgaria and Development of Audio and Video Archive with Advanced Technologies"
<http://www.math.bas.bg/bells/belleng.html>
- [Ben2008] Benson D., "Music: A Mathematical Offering," December 2008.,
<http://homepages.abdn.ac.uk/mth192/pages/html/music.pdf>
- [Bla2006] Blankerhorn G., Müller I., Siebert A., Schweizerhof K., "On the numerical analysis of a carillon bell using LS-DYNA with a specific view on model validation," 5. LS-DYNA Anwenderforum, Ulm 2006
- [Bra1952] Bradley R.A., Terry M.E., „Rank analysis of incomplete block design. I. The method of paired comparison," *Biometrika*, Vol. 39, pp. 324-345, 1952
- [Bra1984] Bradley R.A., "Paired comparisons: Some basic procedures and examples," in: P.R. Krishnaiah, P.K. Sen (eds.), *Handbook of Statistics*, Vol. 4, pp. 299-326, Elsevier Science Publishers, New York, 1984
- [Bre2004] de Bree H.E., Svetovoy V.B., Raangs R., Visser R., "The very near field - Theory, simulations, and measurements of sound pressure and

- particle velocity in the very near field," 11. International Congress on Sound and Vibration, St.Petersburg, July 5-8, 2004
- [Bro2009] Brown T.C., Peterson G.L., "An enquiry into the method of paired comparison: reliability, scaling, and Thurstone's Law of Comparative Judgment," Gen Tech. Rep. RMRS-GTR-216WWW, Fort Collins, CO: U.S. Dep. of Agriculture, Forest Service, Rocky Mountain Research Station, 2009
- [Brz2015] Brzeski P., Kapitaniak T., Perlikowski P., "Experimental verification of a hybrid dynamical model of the church bell," *International Journal Of Impact Engineering*, Vol. 80, pp. 177–184, 2015
- [Bur2004] Bura N., „Zvona kroz istoriju“, Beograd, 2004.
- [Cam2008] Camacho A., Harris J.G., "A sawtooth waveform inspired pitch estimator for speech and music," *Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 124, No. 3, pp. 1638–1652, 2008
- [Car2012] Carletti E., Pedrielli F., "Form noise levels to sound quality: the successful approach to improve the acoustic comfort," in: *Noise control, Reduction and cancellation solutions in engineering* (ed. D. Siano), In Tech, 2012
- [Cas2004] Cassidy R.J., Smith J.O., "A tunable, nonsubsampled, non-uniform filter bank for multi-band audition and level modification of audio signals," Conference Record, Thirty-Eight Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Vol. 2, pp. 2228-2232, Pacific Grove, California, 2004
- [Cha1975] Charnley T., Perrin R., "Torsional Vibrations of Bells," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 40 (2), pp. 227-231, 1975
- [Che1993] de Cheveigné A., "Separation of concurrent harmonics sounds: Fundamental frequency estimation and a timedomain cancellation model of auditory processing," *Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 93, No. 6, pp. 3271–3290, 1993

- [Che2004] de Cheveigné A., "Pitch perception models – a historical review," International Conference on Acoustics, Kyoto, Japan, 2004
- [Che2005] de Cheveigné A., "Pitch perception models," in *Pitch*, Plack C., Oxenham A. etitors, Springer Verlag, New York, 2004
- [Cho2007] Choisel S., Wickelmaier F., "Evaluation of multichannel reproduced sound: Scaling auditory attributes underlying listener preference," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 121, No. 1, pp. 388-400, 2007
- [Coh1961] Cohen A., "Further investigations of the effects of intensity upon the pitch of pure tones," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 33, No. 10, pp. 1363-1376, 1961
- [Cor1993] Cortina J.M., "What is coefficient alpha? An examination of theory and applications," *Journal of Applied Psychology* Vol. 78, pp. 98–104, 1993
- [Cor2009] Corder G.W., Foreman D.I., *Nonparametric Statistics for Non-Statisticians: A Step-by-Step Approach*, first ed., John Wiley & Sons, Hoboken, New Jersey, USA, 2009
- [Cor2010] Corradi R., Fazioli P., Marforio S., Paluella A., Miccoli S., Squicciarini G., "Modal analysis of a grand piano soundboard," Proceedings of International conference on noise and vibration engineering, ISMA 2010, Leuven, Belgium, 20-22 September 2010
- [Cro1951] Cronbach L.J., "Coefficient alpha and the internal structure of tests," *Psychometrika* Vol. 16, Issue 3, pp. 297-334, 1951
- [Ćer2010] Ćertić J., Šumarac Pavlović D., Salom I., „Softverski paket za obradu i analizu audio signala,” Zbornik18. Telekomunikacionog foruma TELFOR 2010, pp. 1029-1032, Beograd, Srbija, 2010
- [Ćer2012] Ćertić J., Šumarac Pavlović D., Mijić M., Milić Lj., "Audio signal processing by filters self-adjustable to spectral power distribution," Proceedings of the 20th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2012), pp. 106-110, Bucharest, Romania, 2012

-
- [Ćer2011] Ćertić J., Šumarac Pavlović D., Salom I., "Nonuniform complementary filter bank for analysis of audio signals," Proceedings of Forum Acusticum 2011, pp. 2565-2570, Aalborg, Denmark, 27 June - 1 July 2011
- [Dav1997] Davis D., Davis C., *Audio Systems in: Sound System Engineering*, second ed., Focal Press, 1997
- [Dol1986] Dolson M., "The phase vocoder: A tutorial," Computer Music Journal Vol. 10, No. 4, pp. 14-27, 1986
- [Dut2009] Dutoit T., Marqués F., Rabiner L.R., *Applied signal processing: a MATLAB-based proof of concept*, New York, London: Springer, 2009
- [Egg1986] Eggen, J. H., Houtsma, A. J. M., "The pitch perception of bell sounds," Annual Progress Report 21, Institut voor Perceptie Onderzoek, pp. 15-23, 1986
- [Ell1885] Ellis A.J., "On the musical scales of various nations," Journal of the Society of arts, Vol. 33, No. 1688, pp. 485-527, London, 1885
- [Eva1996] Evans J.D., *Straightforward Statistics for the Behavioral Sciences*, Pacific Grove, CA: Brooks/Cole Publishing Co., 1996
- [Fah2006] Fahy, F.J., Gardonio, P., *Sound and Structural Vibration, Radiation, Transmission and Response*, 2nd edition, Academic Press 2006
- [Fas2007] Fastl H. , Zwicker E., *Psychoacoustics: Facts and Models*, third edition, Springer Series in Information Sciences, Berlin: Springer, 2007.
- [Fis2001] Fisher M.J., "Vibration Modes of a C4 Handbell: Holographic Interferometry and Finite Element Analysis," Proceeding of The National Conference On Undergraduate Research (NCUR) 2001, University of Kentucky, Lexington , March 15-17, 2001
- [Fle1929] Fletcher H., *Speech and hearing*, Van Nostrand, New York 1929
- [Fle1998] Fletcher N.H., Rossing T.D., *The Physics of Musical Instruments*, second ed., Springer, New York, 1998
-

- [Fle2002] Fletcher N. H., McGee W. T., Tarnopolsky A. Z., "Bell clapper impact dynamics and the voicing of a carillon," *J.Acoust.Soc.Am.* Vol. 111 No. 3, pp. 1437-1444, March 2002
- [Fle2007] Fleischer H., Fastl H., "Hörversuche mit Glockenklängen," Heft 1/07 der Reihe Beiträge zur Vibro- und Psychoakustik, Institut für Mechanik, Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik, Universität der Bundeswehr München, 2007
- [Fre2001] Frezer P.A., "The Development of Musical Tuning Systems," April 2001
<http://www.midicode.com/tunings/Tuning10102004.pdf>
- [Gei2003] Geissler P., Martner O., Zerbs C., Schleske M., "Psychoacoustic investigations on the possibility of aurally identical violins," Proceedings of the Stockholm Music Acoustics Conference, SMAC 03, Stockholm, Sweden, August 6-9, 2003
- [Gib2003] Gibbons J.D., Chakraborti S., *Nonparametric Statistical Inference*, fourth ed., Marcel Dekker, New York, 2003
- [Gol1973] Goldstein J.L., "An Optimum Processor Theory for the Central Information of Complex Tones," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 54, No. 6, pp. 1496–1516, 1973
- [Gol2009] Golas A., Filipek R., "Numerical Simulation for the Bell Directivity Patterns Determination," *Archives of Acoustics*, Vol. 34, No. 4, pp. 415-427, 2009
- [Gor2014] Gorman B., Rokni M., Moore T., Kausel W., Chatziioannou V., "Bell Vibrations and How They Affect the Sound of the Modern Trumpet," Proceedings of the International Symposium on Music Acoustics, ISMA 2014, pp. 215-218, Le Mans, France, 2014
- [Gre1976] Greenhough M., "The Analysis and Synthesis of Bell Sounds," Proceedings of the Institute of Acoustics, pp. 3-4-1 to 3-4-4, September 1976

- [Gru1965] Grützmacher M., Kallenbach W., Nellessen E., "Akustica Untersuchungen an Kirchenglocken," *Acustica* 16, pp. 34-45, (1965/66) (prevedeno na engleski u [Ros1984])
- [Gus2011] Гусева А.Н., „Русский колокол как музыкальный феномен,“ Автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора искусствоведения, Российской академии музыки им. Гнесиных на кафедре истории музыки, Москва 2011
- [Har1978-1] Hartman W.M., "The effect of amplitude envelope on the pitch of sine tone," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 63, No. 4, pp. 1105-1113, 1978
- [Har1978-2] F. J. Harris, "On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform," *Proceedings of the IEEE*, Vol. 66, No. 1, pp. 51–83, Jan. 1978
- [Hav2009] Havránek Z., "Using acoustic holography for vibration analysis," PhD Thesis, Brno University of Technology, Faculty of Electrical Engineering and Communication Department of Research and Foreign Relations, Czes Republic, 2009
- [Heu1949] van Heuven E. W., "Acoustical measurements on church-bells and carillons," De Gebroeders van Clef, s'Gravenhage, 1949
- [Hib2008] Hibbert W. A., "The Quantification of Strike Pitch and Pitch Shifts in Church Bells", PhD Thesis, Department of Design, Development, Environment and Materials, Faculty of Mathematics, Computing and Technology, The Open University Milton Keynes, United Kingdom, 2008
<http://www.hibberts.co.uk>
- [Hib2014] Hibbert W. A., D.B. Sharp, S. Taherzadeh, "Partial Frequencies and Chladini's Law in Church Bells", *Open Journal of Acoustics*, Vol. 4, pp. 70-77, June 2014

- [Hou1972] Houtsma A.J.M., Goldstein J.L., "The Central Origin of the Pitch of Complex Tones: Evidence from Musical Interval Recognition" *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 51, No. 2, pp. 520-529, 1972
- [Hou1978] Houtsma A.J.M., "Musical pitch of two-tone complexes and predictions by modern pitch theories," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 66, No. 1, pp. 87-99, 1978
- [Hou1986] Houtsma A.J.M., Rossing D.T., "Effects of Signal Envelope on the Pitch of Short Complex Tones," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 81, No. 2, pp. 439-444, 1986
- [Hou1987] Houtsma A.J.M., Tholen H.J.G.M., "A Perceptual Evaluation, Music Perception: A Carillon of Major-Third Bells," *An Interdisciplinary Journal* Vol. 4, No 3, pp. 255-266, University of California Press, Spring, 1987
- [Hou1997] van Houten M. H., Schoofs A. J. G., van Campen D. H., "Damping of bells using experimental and numerical methods," *Proceedings of 5th International Congress on Sound and Vibration*, Adelaide, Australia, December 1997
- [Hut1978] Hutchinson W., Knopoff L., "The Acoustic Component of Western Consonance," *Interface*, Vol. 7, No. 1, pp. 1-29, 1978
- [Ina2008] Inapolat M., Caliskan M., Singh R., "Sound radiated by a resonant plate: comparative evaluation of experimental and computational methods," *Noise-Con 2008*, Dearborn-Michigan, July 28-31, 2008
- [Jon1928] Jones A. T., "The Vibration of Bells," *Phys. Rev.* Vol. 31, pp. 1092-1102, 1928 (štampano u [Ros1984])
- [Jon1930] Jones A.T., "The Strike Note of Bells," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 1, pp. 373-381, 1930 (štampano u [Ros1984])
- [Jon1931] Jones A.T., Alderman G. W., "Further Studies of the Strike Note of Bells," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 3, No. 2A, pp. 297-307, 1931

- [Jov1999] Jovičić S.J., *Govorna komunikacija – fiziologija, psihoakustika i percepcija*, Nauka, Beograd 1999
- [Jun2003] Junehee Y., Rossing T.D., Barry L., "Vibrational Modes of Five-Octave Concert Marimbas," Proceedings of the Stockholm Music Acoustics Conference 2003, SMAC 03, pp. 355-357, Stockholm, Sweden, August 6-9, 2003
- [Kam1969-1] Kameoka A., Kuriyagawa M., "Consonance theory, part I: Consonance of dyads," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 45, No. 6, pp. 1451-1459, 1969
- [Kam1969-2] Kameoka A., Kuriyagawa M., "Consonance theory, part II: Consonance of Complex Tones and Its Calculation Method," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 45, No. 6, pp. 1460-1469, 1969
- [Kam2006] Kaminski J., "KOLOKOL: Spectres of the Russian Bell," PhD Thesis, University of Technology, Sydney, 2006
- [Ken1940] Kendall M.G., Smith B.B., "On the method of paired comparisons," *Biometrika* 31, pp. 324-45, 1940
- [Kir2003] Kirkwood B., "Audibility of Changes in Source Directivity for Room Acoustic Auralizations," Special Course, Ørsted•DTU Acoustic Technology, January 2003
- [Kle2011] Klemenc J., Rupp A., Fajdiga M., "A study of the dynamics of a clapper-to-bell impact with the application of a simplified finite-element model", *Eng. Comput. (Lond.)* Vol. 27, No. 3, pp. 261-272, 2011
- [Kun1986-1] Kuntz H. L., Hixson E. L., "Vibration characteristics of two buoy bells," *J.Acoust.Soc.Am.* Vol. 79, No. 6, pp. 2012-2020, June 1986
- [Kun1986-2] Kuntz H. L., "Acoustic radiation characteristics of two buoy bells," *J.Acoust.Soc.Am.* Vol. 79, No. 6, pp. 2021-2027, June 1986
- [Kur1977] Kurtivuč H., *Osnovi tehničke akustike*, Naučna knjiga, Beograd 1977
- [Kut2009] Kuttruff H., *Room Acoustics*, 5th ed. Spon Press, New York, 2009

-
- [Lee2004] Lee K., "Pitch Perception: Place Theory, Temporal Theory, and Beyond," EE 391 Special Report, Autumn 2004
- [Leh1965] Lehr A., "Contemporary Dutch Bell-Founding Art," *Hedendaagse Nederlandse Klokengietkunst*. *Neth Acoust Soc Publ* 1965;7:20–49.
- [Leh1986] Lehr A., "Partial Groups in the Bell Sound," *J.Acoust.Soc.Am.* Vol. 79, No. 6, pp. 2000-2011, June 1986.
- [Leh1987] Lehr A., "The Designing of Swinging Bells and Carillon Bells in the Past and Present," *Athanasius Kircher Foundation*, Astén, Netherlands 1987
- [Leh2006] Lehr A., "The significance of the twelfth for the formation of the strike note," (na holandskom), 2006
www.andrelehr.nl
- [Lig] LIGRAP – livnica zvona porodice Kremenović
<http://www.ligrap.com>
- [Lic1951] Licklider J. C. R., "A duplex theory of pitch perception," *Experientia* Vol. 7, No. 4, pp. 128–134, 1951
- [Mad2009] Madarász Sz.R., „Matematika i muzika,” I Festival nauke u Novom Sadu, 14-15. februar 2009, Departman za matematiku i informatiku, PMF Novi Sad
- [Mat2011] Mathew J., "Acoustic radiation and scattering from cylindrical bodies and analysis of transducer arrays," PhD Thesis, Cochin University of Science and Technology, Naval Physical and Oceanographic Laboratory, Defence Research and Development Organisation, Kochi, Kerala, India, September 2011
- [May2005] Maydeu-Olivares A., Böckenholt U., "Structural Equation Modeling of Paired-Comparison and Ranking Data," *Psychological Methods* Vol. 10, No. 3, pp. 285-304, 2005
- [McI2002] McLachlan N., Cabrera D., "Calculated Pitch Sensations for New Musical Bell Designs," *Proceedings of the 7th International*
-

- Conference on Music Perception and Cognition, Sydney, pp. 600-603, 2002
- [Mcl2003] McLachlan N., Nigjeh B. K., "The design of bells with harmonic overtones," *Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 114, No. 1, pp. 505-511, July 2003
- [Mcl2013] McLachlan N., Marco D., Light M., Wilson S., "Consonance and Pitch," *Journal of Experimental Psychology: General* Vol. 142, No. 4, pp. 1142-1158, 2013
- [Med1991-1] Meddis R., Hewitt M. J. (1991a). "Virtual pitch and phase sensitivity of a computer model of the auditory periphery. I: pitch identification," *Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 89, No. 6, pp. 2866-2882, 1991
- [Med1991-2] Meddis R., Hewitt M. J. (1991a). "Virtual pitch and phase sensitivity of a computer model of the auditory periphery. I: pitch identification," *Journal of the Acoustical Society of America* Vol. 89, No. 6, pp. 2866-2882, 1991
- [Men2006] Meneghetti G., Limena C., Marogna R., Rossi B., "Analisi delle qualità acustiche di una campana," Associazione Italiana per l'Analisi della Sollecitazioni, XXXV Convegno Nazionale, Università Politecnica delle Marche, 13-16 Settembre 2006
- [Men2007] Meneghetti G., Ricotta M., Rossi B., "Definizione di un programma per la simulazione del comportamento dinamico di campane da chiesa," Associazione Italiana per l'Analisi della Sollecitazioni - AIAS, XXXVI Convegno Nazionale, Università degli Studi di Napoli Federico II – Seconda Università degli Studi di Napoli, 4-8 Settembre 2007
- [Men2008] Meneghetti G., Rossi B., "Due modelli numerici per la simulazione del comportamento dinamico di campane da chiesa," Associazione Italiana per l'Analisi della Sollecitazioni - AIAS, XXXVII Convegno Nazionale, Università di Roma "La Sapienza", 10-13 Settembre 2008

-
- [Mer1995] Merkle M., Vasić P., *Verovatnoća i statistika*, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 1995
- [Mey1933] Meyer E., Klaes J., "On the Strike note of Bells," *Naturwissenschaften*, 39, pp. 697-701, 1933 (štampano u [Ros1984])
- [Mij2011] Mijić M., *Audio sistemi*, Akademska misao, Beograd 2011
- [Mil2009] Milić Lj., *Multirate Filtering for Digital Signal Processing: MATLAB Applications*, Information Science Reference, New York, 2009
- [Mil2015] Milić Lj., Dobrosavljević Z., Čertić J., *Uvod u digitalnu obradu signala*, Akademska misao, Beograd, 2015
- [Mit2001] Mitra S.K., *Digital Signal Processing: A Computer-Based Approach*, second ed., McGraw-Hill, Inc., New York, 2001
- [Mom1958] Momirović K., Maver H., Deanović Ž., Stojnić B., "Primjena metode usporedbe po parovima za određivanje stanja uhranjenosti," *Statistička revija* 8, 4:285-297, 1958
- [Moo1995] Moore B.C.J. ed., *Hearing (Handbook of Perception and Cognition)*, second ed., Academic Press, New York 1995
- [Moo2013] Moore T., Kausel W., Chatziioannou V., Etchenique N., Gorman B., "Axial vibrations of brass wind instruments," *International Congress on Acoustics, ICA 2013, Poceedings of Meeting on Acoustics, Vol. 19*, Montreal, Canada, 2 – 7 June 2013
- [Nag2004] Nagai K., Fushimi A., "Application of BEM-based acoustical holography to measurement of violin plate vibration," *Proceedings of the 18th International Congress on Acoustics, ICA 2004, Kyoto, Japan*, 2004
- [Now2012] Nowak Ł., Zieliński T. G., "Acoustic Radiation of Vibrating Plate Structures Submerged in Water," *Hydroacoustics Vol. 15*, pp. 163–170, 2012
- [Oht2013] Ohta K., Ueno D., Matsuo Y., Katae R., "Vibratory and acoustic characteristics of automatically performing bell," *20th International*
-

- Congress on Sound and Vibration ICSV20, Bangkok, Thailand, 7-11 July 2013
- [Pan2009] Pan J., "Acoustical properties of ancient Chinese musical bells", Proceedings of Acoustics, Adelaide, Australia 2009
- [Pan2014] Pantelić F., Prezelj J., "Hair tension influence on the vibroacoustic properties of the double bass bow," *Journal of the Acoustical Society of America Express Letters*, Vol. 136, No. 4, Pt. 2, pp. EL288-EL294, 2014
- [Pav2007] Pavićević-Popović R. „Zvono, s osvrtom na žička zvona“, Povelja 37, 02/2007, pp. 153-159, Public Library "Stefan Prvovencani" Kraljevo
<http://www.ligrap.com/images/Zvona%20i%20epidemije%201.pdf>
- [Par1974] Parkin P.H., "Pitch change during reverberant decay," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 32, No. 4, pp. 530, 1974
- [Par1989] Parcnutt R., *Harmony: A Psychoacoustical Approach*, Berlin: Springer-Verlag 1989
- [Par2002] Parizet E., "Paired comparison listening tests and circular error rates," *Acta Acustica united with Acustica* Vol. 88, pp. 594-598, 2002
- [Pat1973] Patterson R.D., "The effect of relative phase and the number of components on residue pitch," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 53, No. 6, pp. 1565-1572, 1973
- [Per] <http://www.glocke.com>
- [Per1973] Perrin R., Charnley T., "Group theory and the bell," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 31 (4), pp. 411-418, 1973
- [Per1983] Perrin R., Charnley T., DePont J., "Normal Modes of the Modern English Church Bell," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 90, No. 1, pp. 29-49, 1983

- [Per1985] Perrin R., Charnley T., Baunt H., Rossing T. "Chladini's Law and the Modern English Church Bell," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 102 (1), pp. 11-19, 1985
- [Per1987] Perrin R., Charnley T., "RIR Modes of the Modern Church Bell," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 119, No. 2, pp. 243-247, 1987
- [Per2003] Perrin R., "Normal modes of the elephant bell," Proceedings of the Stockholm Music Acoustics Conference, SMAC 03, Stockholm, Sweden, August 6-9, 2003
- [Pfu1962] Pfundner J., "On the Strike Note of Bells," *Acustica*, Vol. 12, pp. 153-157, 1962 (štampano u [Ros1984])
- [Plo1964] Plomp R., "The Ear as Frequency Analyzer," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 36, No. 9, pp. 1628-1636, 1964
- [Plo1965-1] Plomp R., "Detectability threshold for combination tones," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 37, No. 6, pp. 1110-1123, 1965
- [Plo1965-2] Plomp R., Levelt W.J.M., "Tonal Consonance and Critical Bandwidth," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 38, No. 4, pp. 548-560, 1965
- [Plo1967] Plomp R., "Pitch of Complex Tones," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 44, No. 4, pp. 1526-1533, 1967
- [Pre2010] Prezelj J., Čudina M., "Visualization of vibrating modes with a microphone scanning in a Very Near Field," 1st EAA EuroRegio 2010, Ljubljana, Slovenia, 15-18 September 2010
- [Pre2011] Prezelj J., Lipar P., Čudina M., "Sound in the very near field of the vibrating structures," Proceedings of Forum Acusticum 2011, pp. 2303-2308, Aalborg, Denmark, 27 June - 1 July 2011
- [Pre2013] Prezelj J., Lipar P., Belšak A., Čudina M., "On acoustic very near field measurements," *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol. 40, pp. 194-207, 2013

-
- [Pro2005] "Probell - Maintenance and Protection of Bells," Sixth Framework Program of the European Community, Co-operative Research Project COOP-CT-2005, <http://www.probell.net>
- [Ray1877] Lord Rayleigh, *Theory of Sound*, Vol. 1, Macmillan & Co., New York 1877, reprinted by Dover, New York 1945
- [Ray1890] Lord Rayleigh, On bells, *Phil. Mag.*, 29, pp. 1-17, 1890 (štampano u [Ros1984])
- [Red1993] Reddy J.N., *An Introduction to the Finite Element Method*, second ed., McGraw Hill, 1993
- [Rit1976] Ritsma R.J., "Frequencies Dominant in the Perception of the Pitch of Complex Sounds," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 42, No. 1, pp. 191-198, 1967
- [Rob1956] Robinson D.W., Dadson R.S., "A re-determination of the equal-loudness relations for pure tones," *Brit. J. Appl. Phys.*, Vol. 7, pp. 166–181, 1956
- [Roj2012] Rojko P., *Psihološke osnove intonacije i ritma*, Muzička akademija, Zagreb 2012
- [Roo1992] Roozen-Kroon P.J.M., "Structural optimization of bells," PhD Thesis, Eindhoven University of Technology, 1992
- [Ros1984] Rossing T.D. ed., *Acoustics of Bells*, Van Nostrand Reinhold, 1984
- [Ros1986] Rossing T.D., Houstma A.J.M., "Effects of signal envelope on the pitch of short sinusoidal tones," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 79, No. 6, pp. 1926-1933, 1986
- [Ros1987] Rossing T.D., Perrin R., Vibrations of Bells, *Applied Acoustics*, Volume 20, Issue 1, pp. 41-70, 1987.
- [Ros1989] Rossing T.D., Acoustics of Eastern and Western bells, old and new, *J. Acoust. Soc. Jpn.* (E) 10, pp. 241-252, 1989
-

-
- [Ros1990] Rossing T.D., *The Science of Sound*, second ed., Addison Wesley Publishing Company, 1990
- [Ros1991] Rossing T.D., Hampton D.S., "Modal analysis of musical instruments with holographic interferometry," *Proceedings of the SPIE, Applications of Optical Engineering: Proceedings of OE/Midwest '90*, Vol. 1396, pp. 108-121, 1991
- [Ros2000-1] Rossing T.D., "Holographic analysis of musical instruments," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 107, No. 5, pp. 2842, 2000
- [Ros2000-2] Rossing T.D., "Modal analysis of musical instruments using TV holography," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 108, No. 5, pp. 2590, 2000
- [Ros2007] Rossing T.D. ed., *Handbook of acoustics*, Springer, New York, 2007
- [Ros2008] Rossing T.D., "Church Bells and Carillon Bells," in: *Science of Percussion Instruments* (Series in Popular Science Vol. 3), World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 2008, pp. 128-145
- [Rup2006] A. Rupp, "Ringing Bells - State of the Art in the Durability Evaluation of Church Bells," *Development and Evaluation, LAVEK*, Ljubljana, Slovenia, March 3, 2006, Dostupno: <http://www.probell.net>
- [Rus1998] Russel D.A., Titlow J.P., Bemmen Y., "Acoustic monopoles, dipoles, and quadrupoles: An experiment revisited," *Am. J. Phys.*, Vol. 67 No. 8, pp. 660-664, August 1999
- [Sal2010-1] Salom I., Mijić M., Despot B., "Aural determination of the strike note of a bell," 39th International Congress and Exposition on Noise Control Engineering INTER-NOISE 2010, Lisbon, Portugal, 13-16. June 2010
- [Sal2010-2] Salom I., Despot B., Čertić J., Mijić M., Šumarac Pavlović D., „Softverska realizacija i verifikacija algoritma za održivanje udarnog tona zvona," 54. konferencija ETRAN, Donji Milanovac, Srbija, 7 - 20.06.2010
-

-
- [Sal2011-1] Salom I., Despot B., Ćertić J., Mijić M., Šumarac Pavlović D., „Subjektivna ocena kvaliteta zvuka zvona,” Zbornik 55. konferencije ETRAN, Banja Vrućica - Teslić, Bosna i Hercegovina, 6 - 9.06.2011
- [Sal2011-2] Salom I., Despot B., Mijić M., Šumarac Pavlović D., “A measure of a bell sound quality,” Proceedings of Forum Acusticum 2011, pp. 2561-2564, Aalborg, Denmark, 27 June - 1 July 2011
- [Sal2014] Salom I.M., Mijić M.M., Ćertić J.D., Šumarac Pavlović D.S., Despot B.D., “Subjective evaluation and an objective measure of a church bell sound quality,” *Applied Acoustics*, Vol. 85, pp. 97-105, November 2014
- [Sam2008] Samolov A., Mijić M., „Subjektivna prepoznatljivost nesavršenosti zvuka crkvenog zvona - početna istraživanja,” Zbornik 16. Telekomunikacionog foruma TELFOR 2008, pp. 665-668, Beograd, Srbija, 2008
- [Sam2010] Samolov A., “Analysis of just Noticeable Difference in Spectrum of Church Bell Sound,” *Telfor Journal*, Vol. 2., No. 2, 2010
- [San1994] Sankiewicz M., Kaczmarek A., Budzyński G., “Acoustic investigation of the carillons in Poland,” *Archives of Acoustics* Vol. 19, No. 3, pp. 333-353, 1994
- [Sch1940] Schouten J.F., “The Perception of Pitch,” *Philips Tech. Rev.* Vol. 5, pp. 286
- [Sch1965] Schouten J.F., t’Hart J., “The Strike Note of Bells,” *Neth.Acoust.Soc. Pub.* No. 7, pp. 8-19, 1965
- [Sch1973] Schad C.R., Warlimbnt H., “Acoustic investigations on the influence of the material on the sound of bells,” *Acustica*, Vol. 29, No. 1, pp. 1-14, 1973 (prevedeno sa nemačkog u [Ros1984])
-

- [Sch1994] Schad C.R., Frik G., "On the Strike Note of Bells," *Acustica* Vol. 80, pp. 232-237, 1994
- [Sch1987] Schoofs, A.; van Asperen, F.; Maas, P., and Lehr, A., "I. Computation of Bell Profiles Using Structural Optimization," *Music Perception: An Interdisciplinary Journal*, Vol. 4, No. 3, pp. 245-254, Spring 1987
- [Sek1988] Sekulović M., *Metoda konačnih elemenata*, Građevinska knjiga, Beograd, 1988
- [Ser1989] Serra X., "A System for Sound Analysis/Transformation/Synthesis Based on a Deterministic Plus Stochastic Decomposition", PhD Thesis, Department of music, Stanfor University, 1989
- [Sie1956] Siegel S., *Nonparametric Statistics for the Behavioral Sciences*, McGraw-Hill, New York, 1956
- [Sie2006] Siebert A., Blankerhorn G., Schweizerhof K., "Investigating the Vibration Behavior and Sound of Church Bells Considering Ornaments and Reliefs Using LS-DYNA," 9th International LS-DYNA Users Conference, pp. 8-1 – 8-12, Detroit, 2006
- [Sim1977] Simonović M., *Audiologija*, Savremena administracija, Beograd 1997
- [Sma1961] Small A.M., Campbell R.A., "Masking of Pulsed Tones," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 33, No. 11, pp. 1570-1576, 1961
- [Sru1983] Srulovicz, P. and J. L. Goldstein, "A central spectrum model: a synthesis of auditory-nerve timing and place cues in monaural communication of frequency spectrum," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 73, No. 4, 1266–1276, 1983
- [Spi2004] H. Spiess, B. Lau, P. Wriggers, A. Schneider, R. Bader, M. Wiggenhagen, "Analysis of Bell Vibrations," <http://gid.cimne.upc.es/2004/papers/p199.pdf>
- [Ste1935] Stevens S.S., "The relation of pitch to intensity," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 6, No. 3, pp. 150-154, 1935

- [Ste2008] Stein K.R., Peterson R.W., Houlton J., Knapp J., Peplinski B., Scheevel C., Swenson D., "Resonating with Students in the Undergraduate Physics Laboratory: Comprehending Acoustic Vibrations," excerpt from the Proceedings of the COMSOL Conference, Boston 2008
- [Str2003] Streiner D.L., "Starting at the beginning: An introduction to coefficient alpha and internal consistency," *Journal of Personality Assessment* Vol. 80, No. 1, pp. 99-103, 2003
- [Swa2001] Swallowe G.M., Perrin R., "On the Strike Note of Bells," Proceedings on the International Symposium on Musical Acoustics, pp. 367-370, Perugia, Italy, 2001
- [Taj1962] Tajčević M., *Osnovna teorija muzike*, treće izdanje, Prosveta, Beograd 1962
- [Ter1972] Terhardt E., "Zur Tonhöhenwahrnehmung von Klängen [On the perception of pitch in complex sounds]," *Acustica* Vol. 26, pp. 173-199, 1972
- [Ter1974] Terhardt E., "Pitch, consonance, and harmony," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 55, No. 5, 1061-1069, 1974
- [Ter1979] Terhardt E., "Calculating virtual pitch," *Hearing Research*, Vol. 1, 155-182, 1979
- [Ter1982-1] Terhardt E., Stoll G., Seewann M., "Pitch of complex signals according to virtual pitch theory: Tests, examples, and predictions," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 71, No. 3, pp. 671-678, 1982
- [Ter1982-2] Terhardt E., Stoll G., Seewann M., "Algorithm for extraction of pitch and pitch salience from complex tonal signals," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 71, No. 3, pp. 679-688, 1982
- [Ter1984] Terhardt E., Seewann M., "Auditive und objektive Bestimmung der Schlagtonhöhe von historischen Kirchenglocken," *Acustica* Vol.54, 1984, pp.129-144. (prevedeno na engleski u [Hib2008])

- [Ter2004] Terhardt E., Parncutt R., Software implementation of the Terhardt virtual pitch algorithm
<http://www-gewi.unigraz.at/staff/parncutt/ptp2svpCode.html>
<http://www-gewi.unigraz.at/staff/parncutt/ptp2svpDoc.html>
- [Thu1927] Thurstone L.L., "A Law of Comparative Judgment," *Psychological Review* Vol. 34, No.4, pp. 273–286, 1927
- [Ton2000] Tolonen T., Karjalainen M., "A computationally efficient multipitch analysis model," *IEEE Transactions on Speech and Audio Processing* Vol. 8, No. 6, pp. 708–716, 2000
- [Tsu2011] Tsukida K., Gupta M.R., "How to Analyze Paired Comparison Data," UWEE Technical Report Number UWEETR-2011-0004, May 2011
- [Tyz1930] Tyzzer F.G., "Characteristics of bell vibrations," *Journal of the Franklin Institute*, Vol. 210, No. 1, pp. 55-66, 1930
- [Upt2008] Upton G., Cook I., *A Dictionary of Statistics (Oxford Paperback Reference)*, Oxford University Press, 2008
- [Wal2013] Waltham C., Koster E., Smit-Anseeuw N., Zimmer A., "Acoustic imaging of string instrument soundboxes," *International Congress on Acoustics, ICA 2013, Poceedings of Meeting on Acoustics*, Vol. 19, Montreal, Canada, 2 – 7 June 2013
- [Web2007] Webb N.M., Shavelson R.J., Haertel E.H., "Reliability Coefficients and Generalizability Theory," in: C.R. Rao, P.K. S. Sinharay (eds.), *Handbook of Statistics*, Vol. 26 Psychometrics, Elsevier B.V., Oxford, UK, pp. 81-124, 2007
- [Weg1924] Wegel R.L., Lane C.E., "The auditory masking of one pure tone by another and its probable relation to the dynamics of the inner ear," *Phys. Rev.*, Vol. 23, pp. 266-285, 1924
- [Wer2004] Wernisch J., "Untersuchungen an Kirchenglocken," *Dissertation an der Technischen Universität Wien* 2004

-
- [Wes2012] Li Y., Westland S., Cheung V., "Models Estimation for Incomplete Paired-Comparison Experiments Based on Least-Squares Solution," Proc. of the 3rd International Conference on Appearance, pp. 89-91, Edinburgh, 2012.
- [Wig1973] Wightman F.L., "The Pattern Transformation Model of Pitch," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 54, No. 2, pp. 407–416, 1973
- [Wil1999] Williams E., *Fourier Acoustics, Sound Radiation and Nearfield Acoustical Holography*, Academic, San Diego, 1999
- [Wic2005] Wickelmaier F., "Indirect scaling methods applied to identification and quantification of auditory attributes," PhD Thesis, Sound Quality Research Unit, Department of Acoustics, Aalborg University, Denmark, November 2005
- [Woo2012] Woodhouse J., Rene J. C., Hall C. S., Smith L. T.W., King F. H., and McClenahan J.W., "The Dynamics of a Ringing Church Bell," *Advances in Acoustics and Vibration*, Vol. 2012, Article ID 681787, Hindawi Publishing Corporation, 2012
- [Yat2006] Yatteau R., "Imaging the Normal Modes of a Tuned Handbell with Holographic Interferometry," diploma thesis, Oberlin College, April 2006
- [Zoh2015] Zohuri B., *Dimensional Analysis and Self-Similarity Methods for Engineers and Scientists*, Springer International Publishing Switzerland, 2015
- [Zwi1980] Zwicker E., Terhardt E., "Analytical expression for critical band rate and critical bandwidth as a function of frequency," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 68, No. 5, pp. 1523–1525, 1980
- [Zwi1981] Zwicker E., "Formulae for calculating the psychoacoustical excitation level of aural difference tones measured by the cancellation method," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 69, No. 5, pp. 1410–1413, 1981
-

Softverki paketi

- [1] *MATLAB*
<http://www.mathworks.com>
- [2] *COMSOL Multiphysics*
<http://www.comsol.com>
- [3] *SolidWorks*
<http://www.solidworks.com>

Prilozi

Prilog 1 Karakteristike zvona u Srpskoj pravoslavnoj crkvi

Tabela P1.1 Karakteristike snimljenih zvona

Redni broj zvona	Redni broj crkve	Širina [cm]	Visina [cm]	Težina [kg]	Frekvencija parcijala [Hz]					Godina livenja	Livnica
					1	2	3	4	5		
1	1				509	840	1214	1615	2016	1924	1
2	1				339	506	651		1063	1924	1
3	1				414	573	767		1270	1924	1
4	2	128	107	1150	159	348	388	479	616	1929	2
5	2	98	80	500	221	430	528	687	867	1929	2
6	2	86	70	400	226	527	592	667	964	1929	2
7	2	65	55	125	312	517	662	958	1114	1934	6
8	3	135	105	1500	151	277	336	455	558	1930	3
9	3	112	85	700	183	325	414	538	694	1920	3
10	3	98	72	500	223	409	503	646	824	1830	4
11	3	76	57	200	291	495	648	877	1085	1920	3
12	3	54	43	80	390	697	861	1163	1421	1887	5
13	4	172	132	3000	121	226	277	363	458	1930	3
14	4	127	97	1100	164	296	366	493	606	1930	3
15	4	91	65	500	253	447	552	754	915	1930	3
16	4	79	58	200	258	506	611	797	1020		
17	5	67	51	150	299	592	694	896	1141	1964	
18	5	47	36	60	460	762	982	1359	1644	1810	
19	6	60	49	100	323	522	689	971	1187		
20	6	44	37	50	406	678	910	1233	1572		
21	7	80	68	250	258	414	549	781	942	1938	6
22	7	67	57	150	301	522	670	934	1144	1938	6
23	8	105	86	700	194	307	403		686	1930	6
24	8	85	72	300	234	393	495	713	840	1925	6
25	8	72	61	200	261	460	573	794	974	1925	6
26	9	84	68	350	229	441	544	727	926	1923	7
27	9	68			264	414	565	810	974	1932	7
28	9	64	55	150	318	501	700	1017	1217	1927	7
29	9	60	48	90	358	495	697	1058	1187	1921	6
30	9	40	35	45	616	915	1222	1793	2030		
31	10	80	60	200	264	466	581	789	964	1930	3
32	10	67			323	563	721	850	1211		3
33	10	63			331	576	759	1098	1338		3
34	11	64	53	150	363	503	705		1190	1922	8
35	11	87	73	400	256	361	525		902	1922	8
36	11	96	77	500	210	339	447	643	759	1936	6
37	12	64	51	125	307	493	641	931	1093		6
38	12	53	42	80	363	589	762	1101	1305		
39	13	86	66	350	552	932	1176	1384	1889	1921	9
40	13	81	62	200	261	363	506	762	869	1921	9
41	13	64	50	125	320	487	646	947	1106	1892	9

Redni broj zvona	Redni broj crkve	Širina [cm]	Visina [cm]	Težina [kg]	Frekvencija parcijala [Hz]					Godina livenja	Livnica
					1	2	3	4	5		
42	14	55	34	80	322	603	735	1039	1292	1938	10
43	14	46	34	50	409	721	880	1273	1480	1938	10
44	15	80	63	200	242	390	511	724	878	1936	6
45	15	63	50	125	310	493	641	937	1093	1936	6
46	15	53	43	80	361	576	770	1066	1335	1936	6
47	16	89	70	400	223	393	495	681	843	1932	
48	16	72	55	175	296	479	619	912	1052	1932	
49	16	59	48	100	331	544	708	1009	1209	1932	
50	17	67	53	150	296	495	651	1028	1112	1948	
51	17	53	43	70	361	560	775	1058	1359	1948	
52	18	63	51	125	318	554	759	1012	1332	1924	11
53	19	64	55	150	296	471	651	932	1141	1922	7
54	19	57	43	80	377	641	834	1133	1400	1961	
55	20	107	82	550	202	379	468	603	770	1937	12
56	20	86	66	350	229	455	557	651	907	1937	12
57	20	72	56	175	406	377	908	1227	1571		13
58	21	87	72	400	237	320	482	727	832	1932	8
59	21	64	47	110	328	541	775	1031	1359	1932	8
60	21	58	45	80	380	563	789	1120	1365	1932	8
61	22	84	64	300	221	406	490	686	824	1925	3
62	22	77	56	200						1964	
63	22	56	47	80						1920	1
64	23	64	53	125	304	476	670	947	1168	1922	7
65	23	48	36	50	396	665	853	1187	1462	1924	7
66	24	63	52	125	460	630	837		1378	1921	1
67	24	50	42	70	369	509	667		1104	1921	1
68	25	86	69	300	274	374	495		813	1930	1
69	25	68	53	150	336	538	649		1050	1930	1
70	25	56	46	80	423	579	770		1268	1930	1
71	26	65	50	125	296	587	702	872	1176	1982	
72	26	52	41	70	393	619	840	1273	1475	1923	10
73	27	44	38	45	549	829	1098	1615	1838		
74	28	61	45	90	353	595	772	1015	1292	1858	17
75	28	49	39	55	455	791	993	1269	1636	1858	17
76	29	47	36	50	541	724	996	1548	1642	1894	
77	30	49	33	50	495	752	1104		1906	1922	10
78	31	51	33	55	455	727	956	1313	1601	1830	
79	31	67	48	125	711	1079	1171	1588	1725	1830	
80	31	82	60	275	274	568	797	923	1319	1830	
81	31	106	77	600	215	377	482	568	797		14
82	32	41	30	40	506	886	1109	1480	1838	1926	15
83	32	57	43	80	371	622	802	1069	1348	1926	15
84	32	68	47	125	331	568	705	990	1141	1926	15
85	33	75	60	225	269	500	632	762	1058	1936	15
86	33	89	71	300	226	425	530	649	886	1936	16
87	33	112	86	700	186	358	425	538	702	1936	16

Redni broj zvona	Redni broj crkve	Širina [cm]	Visina [cm]	Težina [kg]	Frekvencija parcijala [Hz]					Godina livenja	Livnica
					1	2	3	4	5		
88	33	152	119	2500	137	256	320	358	536	1936	16
89	34	60	50	100	358	689	821	1079	1354	1926	
90	34	79	58	225	283	439	600	826	1012	1926	15
91	34	90	62	350	237	420	517	705	851	1926	15
92	35	62	45	100	312	625	754	899	1246	1930	15
93	35	83	60	275	237	463	557	681	931	1930	15
94	35	105	75	600	186	369	447	535	740	1930	15
95	36	47	40	55	393	748	853	1276	1378		15
96	36	65	46	110	328	598	735	988	1211		15
97	36	84	61	275	250	449	554	759	915		
98	37	43	41	50	455	651	934	1230	1588		
99	37	71	60	200	673	1122	1650	2156	2242	1922	8
100	37	83	63	275	258	525	807	910	1071	1922	8
101	37	100	87	550	242	355	519	789	891	1922	8
102	38	80	61	275	256	412	538	775	918		6
103	38	97	72	475	202	404	479	581	789	1868	17
104	39	66	48	110	336	533	694	964	1182	1890	17
105	40	60	52	100	285	506	678	805	1163		
106	40	80	62	275	253	444	571	751	966		
107	40	81	70	300	215	379	503	611	856		
108	40	98	78	500	207	361	474	614	799		
109	41	61	40	100	361	619	781	1077	1287	1924	15
110	41	78	60	250	280	449	595	829	999	1924	15
111	41	88	71	450	240	436	519	721	840	1924	15
112	41	120	81	1000	180	291	379	533	641	1924	15
113	42	41	33	40	509	708	1012	1478	1739	1910	9
114	42	66	48	150	229	506	595	686	972	2006	18
115	43	63	51	125	371	517	737		1260		8
116	43	71	59	200	358	493	700		1168		8
117	44	40	32	40	439	912	1095	1303	1849	1928	2
118	44	63	47	125	296	326	573	716	926	1928	2
119	44	81	63	275	248	460	595	700	977	1928	2
120	44	97	97	600	191	379	460	557	723	1928	2
121	45	63	53	150	339	471	627	1039	1459	1924	1
122	45	75	60	250	275	393	517		859	1924	1
123	45	88	73	450	226	353	444	697	727	1923	1
124	45	111	92	800	164	270	322	490	521	1922	1
125	46	76	53	250	272	447	587	813	1004	1922	6
126	46	86	66	350	231	374	484	702	829	1922	6

Tabela P1.2 Crkve u kojima su snimana zvona

Redni broj	Crkva	Eparhija
1	Beograd, Crkva Svetog Marka	Beogradska
2	Beograd, Crkva Svetog Aleksandra Nevskog	Beogradska
3	Beograd, Vaznesenska crkva	Beogradska
4	Beograd, Saborna crkva	Beogradska
5	Beograd, Topčiderska crkva	Beogradska
6	Beograd, Crkva svete Trojice	Beogradska
7	Beograd, Crkva Arhangela Gavrila	Beogradska
8	Beograd, Crkva u Bežaniji	Beogradska
9	Beograd, Crkva Svetog Save	Beogradska
10	Beograd, Voždovačka crkva	Beogradska
11	Batajnica, Crkva Svetog Arhangela Gavrila	Sremska
12	Beograd, Novo Groblje, Crkva Svetog Nikole	Beogradska
13	Beograd, Crkva Ružica	Beogradska
14	Beograd, Crkva Rakovica	Beogradska
15	Beograd, Crkva Svetog Lazara	Beogradska
16	Beograd, Crkva Pokrova Bogorodice	Beogradska
17	Beograd, Crkva u Ostružnici	Beogradska
18	Beograd, Crkva Svetog Trifuna na groblju u Topčideru	Beogradska
19	Beograd, Crkva u Železniku	Beogradska
20	Beograd, Crkva u Žarkovu	Beogradska
21	Beograd, Crkva Svetog Đorđa na Banovom brdu	Beogradska
22	Beograd, Crkva u Vrčinu	Beogradska
23	Beograd, Crkva u Malom Požarevcu	Beogradska
24	Beograd, Crkva u Višnjici	Beogradska
25	Beograd, Crkva u Mirijevu	Beogradska
26	Beograd, Crkva u Kumodražu	Beogradska
27	Donji Milanovac, Crkva u selu Mosna	Timočka
28	Majdampek, Crkva Svetog apostola Petra i Pavla	Timočka
29	Durmitor, Crkva Svetog Hristovog preobraženja	Budimljankso Nikšićka
30	Durmitor, Crkva u selu Mala Crna gora	Budimljankso Nikšićka
31	Požarevac, Saborna crkva Svetog arhangela Gavrila i Mihaila	Braničevska
32	Novi sad, Crkva Svetog apostola Petra i Pavla na Almaškom groblju	Bačka
33	Sremski Karlovci, Crkva Svetog Nikole Saborna crkva	Sremska
34	Sremski Karlovci, Crkva Svetog Vavedenja, Gornja crkva	Sremska
35	Sremski Karlovci, Crkva Svetog apostola Petra i Pavla, Donja crkva	Sremska
36	Srpski Miletić, Crkva Svetog apostola i jevanđeliste Mateja	Bačka
37	Lalić, Crkva Svetog velikomučenika Dimitrija	Bačka
38	Obrenovac, Crkva Svete Trojice	Šabačko Valjevska
39	Gacko, Stara crkva	Zahumsko-hercegovačka i primorska
40	Alibunar, Banat, Pravoslavna crkva	Banatska
41	Fruška gora, Manastir Krušedol	Sremska
42	Lebane, Hram Rođenja Svetog Jovana Krstitelja	Niška
43	Manastir Veluće	Žička
44	Breštač, Srem, Crkva Svetog arhangela Gavrila	Sremska
45	Dobrinci, Srem, Crkva Svetog oca Nikolaja	Sremska
46	Crkva u Starčevu	Banatska

Tabela P1.3 Livnice u kojima su livena snimana zvona

Redni broj	Livnica
1	Livnica Balkan
2	A. Blazina, Zagreb
3	Ljubljana, Strojne tovarne in livarne
4	Pešta, Fudit Henricus
5	Budimpešta, Thurij Fia
6	Livnica Pantelić, Zemun
7	Livnica Vlastimira K. Đorđevića
8	Livnica Merkur, Beograd
9	Vojnotehnički zavod Kragujevac
10	Livnica Jug, Beograd
11	Livnica Lozanić
12	Livnica Živko R. Burić, Jagodina
13	Livnica Ligrap
14	Livnica Popović
15	Livnica Pavla Jovanovića, Novi Sad
16	Livnica Grasmajer
17	Livnica Braća Bota, Vršac
18	Livnica u Dobričevu kod Čuprije

Prilog 2 Modovi oscilovanja zvona u horizontalnoj ravni

Oscilovanje zvona u horizontalnoj ravni može se analizirati kao oscilovanje tankog prstena, analizirajući fleksione i ekstenzione modove oscilovanja. Na slici P2.1 prikazan je deo tankog prstena. Neka je r poluprečnik prstena, u i v radijalni i tangencijalni pomeraji u određenoj tački na prstenu, $d\theta$ ugao pod kojim posmatramo oscilovanje dela prstena, dl dužina posmatranog dela prstena [Ray1877].

Važi da je:

$$dl = r d\theta, \quad (P2.1)$$

$$u = \Delta r, \quad (P2.2)$$

$$v = r \Delta \theta. \quad (P2.3)$$

Na slici P2.1 je prikazan posmatrani deo prstena i njegov pomeraj prilikom fleksionih oscilacija. Kod fleksionih oscilacija ne dolazi do istezanja materijala pa je dužina posmatranog dela prstena dl ista pre i posle pomeraja. U drugom položaju dela prstena tada važi:

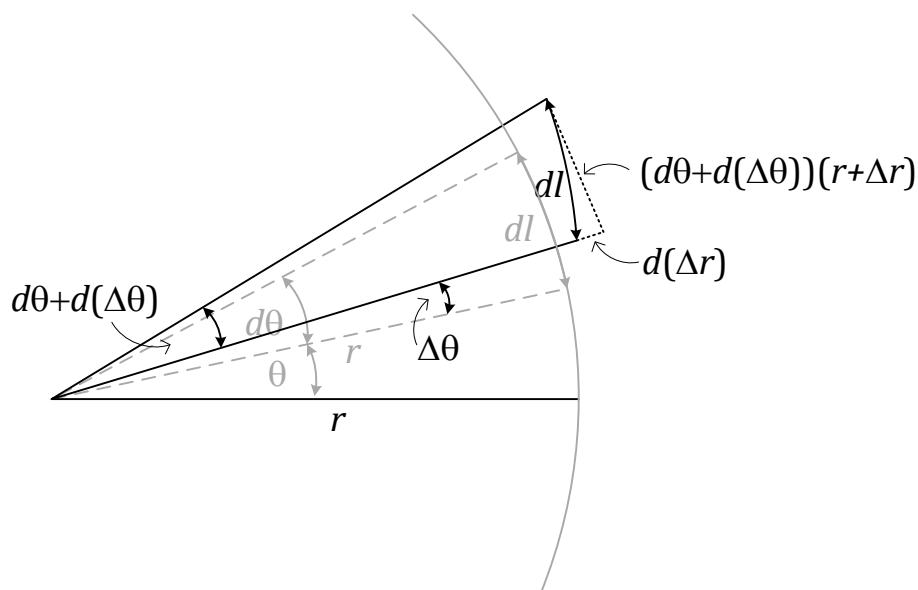
$$(dl)^2 = (d(\Delta r))^2 + (d\theta + d(\Delta \theta))^2 (r + \Delta r)^2. \quad (P2.4)$$

Smenom (P2.1) u (P2.4) i zanemarivanjem članova uz kvadrate malih veličina Δr i $\Delta \theta$ dobija se:

$$\Delta r + \frac{d(r\Delta \theta)}{d\theta} = 0. \quad (P2.5)$$

Smenom (P2.2) i (P2.3) u (P2.5) za fleksione oscilacije se dobija:

$$u + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0. \quad (P2.6)$$



Slika P2.1 Deo tankog prstena pri fleksionim oscilacijama

Izraz za vezu između radijalnog i tangencijalnog pomeraja kod ekstenzionih oscilacija:

$$v + \frac{\partial u}{\partial \theta} = 0, \quad (\text{P2.7})$$

nema direktnu geometrijsku interpretaciju, a kvalitativno odgovara tome da je brzina tangencijalnog kretanja tačaka na prstenu proporcionalna brzini iskretanja delića površine (slika 1.2).

Prilog 3 Princip dinamičke sličnosti

Princip sličnosti koristi se u mnogim oblastima, pre svega inženjerskim, na primer kada treba ispitati karakteristike realnog sistema na manjem modelu [Zoh2015]. Za dva sistema opisana istim zakonima fizike pod različitim uslovima smatra se da su fizički slična posmatrano u odnosu na određenu fizičku veličinu kada su odnosi odgovarajućih promena posmatrane fizičke veličine jednaki u svakoj tački. U pogledu posmatranih fizičkih veličina razlikuju se geometrijska, kinematička i dinamička sličnost. Kod dinamičke sličnosti smatra se da su sve sile koje deluju u sistemima i na graničnim površinama konstantne.

U slučaju zvona posledica dinamičke sličnosti je da kod dva zvona koja su istog oblika i materijala (i to homogenog i izotropnog), a različite veličine, odnosno svih dimenzija skaliranih za faktor α , sopstvene frekvencije oscilovanja su skalirane za faktor $1/\alpha$ [Roo1992]. S obzirom da su sve dimenzije skalirane za faktor α , za sve dužine l , površine poprečnog preseka S_p i zapremine V ova dva zvona važi:

$$\frac{l_1}{l_2} = \alpha, \quad (\text{P3.1})$$

$$\frac{S_{p1}}{S_{p2}} = \alpha^2, \quad (\text{P3.2})$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \alpha^3. \quad (\text{P3.3})$$

Prema *Hook*-ovom zakonu elastične sile koje se javljaju pri oscilacijama su:

$$F_{e1} = \delta_1 E_1 S_{p1} \quad \text{i} \quad F_{e2} = \delta_2 E_2 S_{p2}, \quad (\text{P3.4})$$

gde je E *Young*-ov modul elastičnosti, a δ relativna deformacija:

$$\delta = \frac{\Delta l}{l}. \quad (\text{P3.5})$$

Sile inercije su:

$$F_{i1} = \rho_1 V_1 a_1 \quad \text{i} \quad F_{i2} = \rho_2 V_2 a_2, \quad (\text{P3.6})$$

gde je ρ gustina materijala, a a ubrzanje:

$$a = \omega^2 \Delta l, \quad (\text{P3.7})$$

gde je Δl pomeraj, odnosno amplituda oscilacija.

Na osnovu dinamičke sličnosti odnosi ovih sila su jednaki:

$$\frac{F_{e1}}{F_{e2}} = \frac{F_{i1}}{F_{i2}} \Leftrightarrow \frac{\delta_1 E_1 S_{p1}}{\delta_2 E_2 S_{p2}} = \frac{\rho_1 V_1 a_1}{\rho_2 V_2 a_2}. \quad (\text{P3.8})$$

Zamenom izraza (P3.1)-(P3.3) u izraz (P3.7) dobija se:

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \alpha \frac{\rho_1 E_2 a_1}{\rho_2 E_1 a_2}. \quad (\text{P3.9})$$

Na osnovu izraza (P3.7) i izraza za ugaonu brzinu, odnos ubrzanja kod dva posmatrana zvona je:

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\delta_1 l_1}{\delta_2 l_2} \left[\frac{T_2}{T_1} \right]^2. \quad (\text{P3.10})$$

Zamenom izraza za ubrzanje (P3.1) i (P3.10) u izraz (P3.9) dobija se:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{l_1}{l_2} \sqrt{\frac{\rho_1 E_2}{\rho_2 E_1}}. \quad (\text{P3.10})$$

Ako su dva zvona od istog materijala izraz (P3.10) postaje:

$$\alpha = \frac{l_1}{l_2} = \frac{T_1}{T_2} = \frac{f_2}{f_1}. \quad (\text{P3.11})$$

Ovim je dokazana polazna hipoteza da su kod dva zvona skaliranih dimenzija za koeficijent α , sopstvene frekvencije oscilovanja skalirane za koeficijent $1/\alpha$.

Ako su relativni pomeraji identični, $\delta_1 = \delta_2$, tada je odnos pomeraja, brzine i ubrzanja:

$$\frac{\Delta l_1}{\Delta l_2} = \alpha, \quad (\text{P3.12})$$

$$\frac{v_1}{v_2} = 1, \quad (\text{P3.13})$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{\alpha}. \quad (\text{P3.14})$$

U slučaju zvona posledica dinamičke sličnosti je da kod dva zvona koja su istog oblika i materijala (i to homogenog i izotropnog), a različite veličine, odnosno svih dimenzija skaliranih za faktor α , akustičko prigušenje je nezavisno od faktora skaliranja.

U prilogu 4 dati su izrazi za koeficijent akustičkog prigušenja (P4.1), i za energiju oscilovanja (P4.2). Raspodela brzina delova sistema kod dinamički sličnih sistema je ista na odgovarajućim mestima sistema, odnosno odnos pomeraja u nekoj tački sistema je

$$\frac{\vec{r}_1}{\vec{r}_2} = \alpha, \quad (\text{P3.15})$$

a brzine su jednake:

$$v_1(\vec{r}_1) = v_2(\vec{r}_2). \quad (\text{P3.16})$$

Iz izraza (P3.3) i (P3.16) zaključuje se da je odnos energija oscilovanja:

$$\frac{E_{01}}{E_{02}} = \alpha^3. \quad (\text{P3.17})$$

Snaga zračenja data je izrazom (P4.3), pri čemu je raspodela pritiska opisana talasnom jednačinom (P4.4), čije je rešenje *Helmholtz*-ova jednačina (P4.6). Primenjujući *Helmholtz*-ovu jednačinu na oba zvona dobija se:

$$\nabla_1^2 p_1(\vec{r}_1) + k^2 p_1(\vec{r}_1) = 0 \quad \text{i} \quad \nabla_2^2 p_2(\vec{r}_2) + k^2 p_2(\vec{r}_2) = 0, \quad (\text{P3.18})$$

pri čemu važi:

$$\frac{\nabla_1^2}{\nabla_2^2} = \frac{1}{\alpha^2}, \quad (\text{P3.19})$$

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{1}{\alpha}. \quad (\text{P3.20})$$

Zamenom (P3.15), (P3.19) i (P3.20) u (P3.18) dobija se veza između zvučnih pritisaka:

$$p_1(\alpha \vec{r}_2) = p_2(\vec{r}_2). \quad (\text{P3.21})$$

Otuda je jasno da raspodela pritiska oko dva dinamički slična izvora identična u odnosu na odgovarajuće tačke. Pošto skaliranje ne utiče na raspodelu pritiska i brzine, na osnovu izraza (P4.3) može se zaključiti da je odnos snaga zračenja srazmeran površinama izvora:

$$\frac{P_{a1}}{P_{a2}} = \frac{S_1}{S_2} = \alpha^2. \quad (\text{P3.22})$$

Zamenom izraza (P3.22) i (P3.17) u odnos koeficijenta akustičkog prigušenja datim izrazom (P4.1), dobija se:

$$\frac{\eta_{a1}}{\eta_{a2}} = 1, \quad (\text{P3.23})$$

čime je dokazana polazna hipoteza da akustičko prigušenje ne zavisi od faktora skaliranja.

Prilog 4 Zračenje zvona

Akustičko prigušenje posmatranog normalnog moda oscilovanja zvona predstavlja gubitak energije oscilovanja zbog zračenja zvuka u okolni vazduh. Koeficijent akustičkog prigušenja odgovara odnosu energije izračene u jednom periodu i energije oscilovanja E_o na posmatranoj frekvenciji (odnosno u slučaju normalnog moda oscilovanja, energije oscilovanja posmatranog moda) [Roo1992, Hou1997]:

$$\eta_a = \frac{P_a}{2\omega E_o}. \quad (P4.1)$$

gde je P_a snaga zračenja izvora. Energija oscilovanja se može izračunati kao kinetička energija u ravnotežnoj tački [Hou1997]:

$$E_o = \rho\pi \int_{S_z} v^2 r dr dz, \quad (P4.2)$$

gde je v brzina oscilovanja, S_z je površina poprečnog preseka zvona u vertikalnoj ravni, a r i z su koordinate u cilindričnom koordinatnom sistemu.

Snaga zračenja zvona kao izvora izražava se kao [Kur1977, Roo1992, Hou1997]:

$$P_a = \oint_S \vec{J} d\vec{S} = \frac{1}{2} \oint_S \text{Re}(p^* v_n) dS, \quad (P4.3)$$

Gde je p^* konjugovano kompleksna vrednost zvučnog pritiska, v_n komponenta brzine čestica koja je normalna na površinu S , a površina S je bilo koja površina koja obuhvata zvono.

Zračenje zvuka u okolnom prostoru oko zvona opisuje linearna talasna jednačina bez gubitaka, koja opisuje vremensku i prostornu raspodelu pritiska u fluidima [Kur1977, Roo1992, Kut2009]:

$$\frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = c^2 \nabla^2 p(\vec{r}, t), \quad (P4.4)$$

gde je $\vec{r}$ vektor položaja, t vreme, a c brzina prostiranja zvuka u fluidu. U slučaju harmonijske pobude, kao što je to slučaj kod zvona, promene pritiska se mogu napisati kao:

$$p(\vec{r}, t) = p(\vec{r})e^{-j\omega t}. \quad (\text{P4.5})$$

Tada talasna jednačina postaje *Helmholtz*-ova jednačina:

$$\nabla^2 p(\vec{r}) + k^2 p(\vec{r}) = 0, \quad (\text{P4.6})$$

gde je $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ talasni broj.

Pobuda okolnog vazduha oscilujućim zvonom može se posmatrati kao granični uslov za rešenja talasne jednačine. Uzimajući raspodelu brzina na površini zvona kao granični uslov i zadatu frekvenciju posmatranog moda, može se odrediti pritisak u okolini zvona u stacionarnom režimu kao rešenje jednačine (P4.6). U slučaju kompleksnih oblika koji generišu zvučno polje, kao što je to zvono, ova jednačina se teško može rešiti analitički. Danas je jedan od načina da se dobiju rešenja primena FEM ili BEM analize. Primena FEM analize za analizu zvučnog polja prikazana je u poglavlju 4.3.

Prilog 5 Efekat izbijanja dve bliske frekvencije

Posmatrajmo dva sinusna signala amplituda A_1 i A_2 , i frekvencija f_1 i f_2 . Izraz signala koji je jednak zbiru ova dva signala jednostavnije je izvesti ako se signali predstave u kompleksnom obliku:

$$a_1(t) = A_1 e^{j2\pi f_1 t}, \quad (\text{P5.1})$$

$$a_2(t) = A_2 e^{j2\pi f_2 t}, \quad (\text{P5.2})$$

pa je signal zbira jednak

$$a(t) = a_1(t) + a_2(t) = A_1 e^{j2\pi f_1 t} + A_2 e^{j2\pi f_2 t} = e^{j2\pi f_2 t} (A_1 e^{j2\pi(f_1-f_2)t} + A_2). \quad (\text{P5.3})$$

Amplituda ovog signala menja se po zakonu:

$$|a(t)| = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1 A_2 \cos 2\pi(f_1 - f_2)t}, \quad (\text{P5.4})$$

dok se faza menja po zakonu:

$$\varphi(t) = \arctg \left(\frac{A_1 \sin 2\pi(f_1-f_2)t}{A_1 \sin 2\pi(f_1-f_2)t + A_2} \right). \quad (\text{P5.5})$$

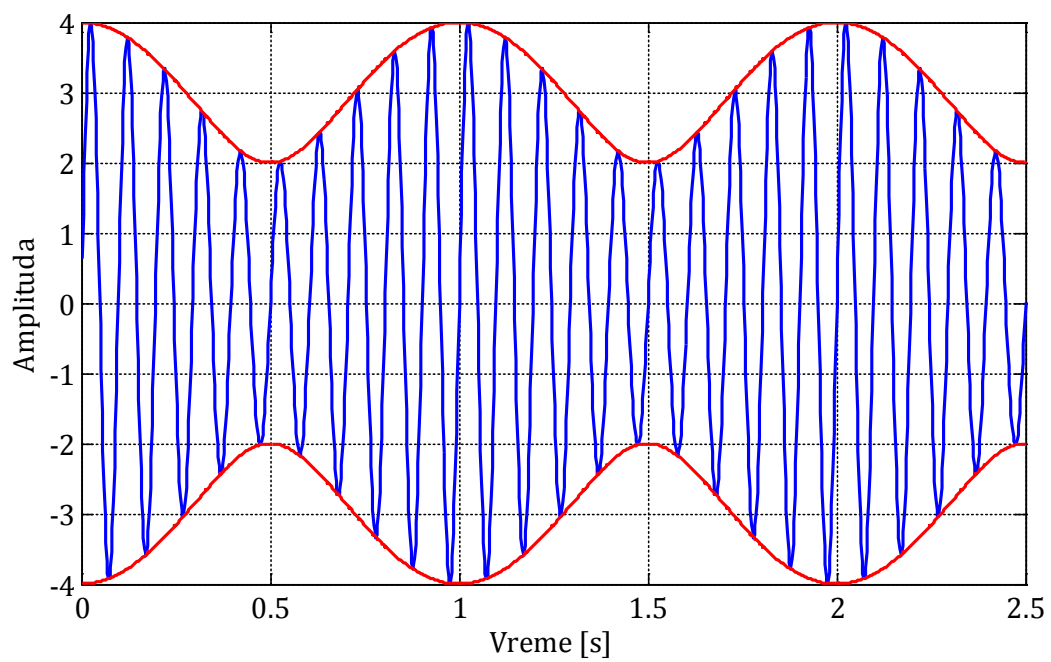
Otuda se vidi da je rezultujući signal fazno modulisan pri čemu se amplituda menja između vrednosti $|A_1 - A_2|$ i $|A_1 + A_2|$ sa frekvencijom $|f_1 - f_2|$, dok se frekvencija menja od vrednosti pri maksimalnoj vrednosti amplitude:

$$f_2 + \frac{A_1(f_1-f_2)}{A_2+A_1}, \quad (\text{P5.6})$$

do vrednosti pri minimalnoj vrednosti amplitude

$$f_2 - \frac{A_1(f_1-f_2)}{A_2-A_1}. \quad (\text{P5.6})$$

Na slici P5.1 prikazan je primer zbira dva sinusna signala amplituda $A_1 = 1$ i $A_2 = 3$, i frekvencija $f_1 = 10$ Hz i $f_2 = 11$ Hz.

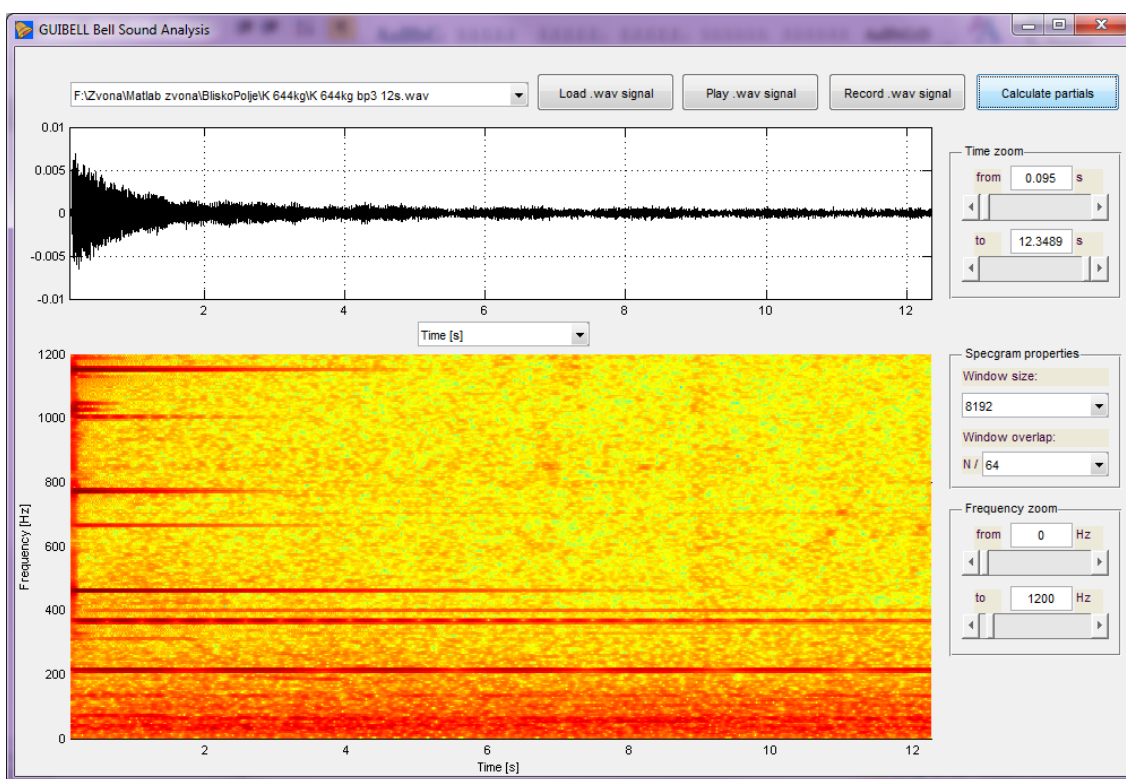


Slika P5.1 Zbir dva sinusna signala bliskih frekvencija

Prilog 6 Program „Guibell“ za analizu signala zvona

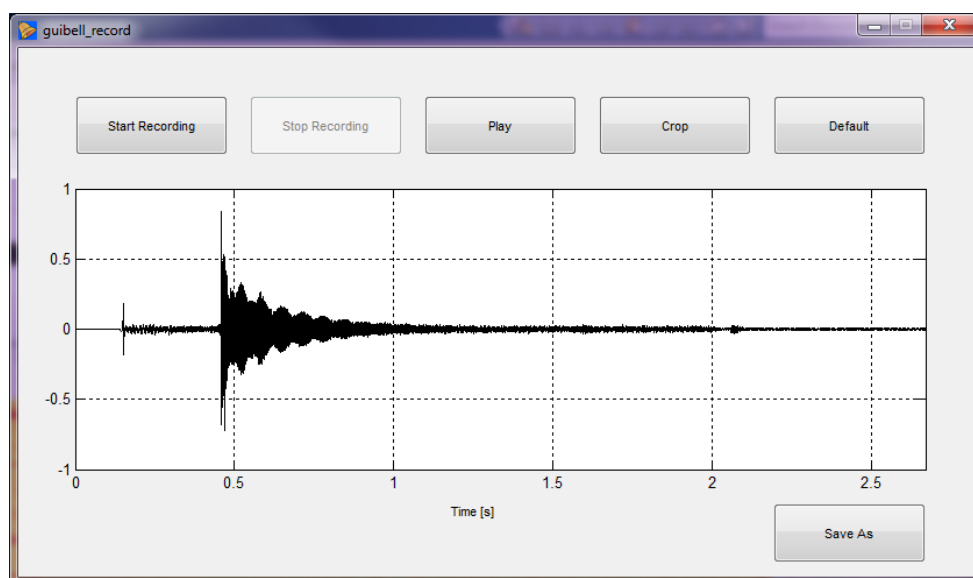
Za ispitivanje objektivnih karakteristika zvuka zvona realizovan je program „Guibell“ u softverskom paketu *MATLAB*. Realizovani program vrši objektivnu analizu zvuka zvona na osnovu snimljenog audio signala jednog udara zvona uz podešavanje odgovarajućih parametara, koja daje uvid u kvalitet zvuka zvona.

Na slici P6.1 prikazan je osnovni prozor programa GUIBELL, koji služi za učitavanje audio fajla (pritiskom na dugme **Load .wav signal**). Pritiskom na dugme **Play .wav** reprodukuje se učitani signal. Na gornjem grafiku prikazuje se vremenski oblik signala, pri čemu je moguće birati da li je prikazana zavisnost od vremena ili broja odbiraka. Na donjem grafiku prikazuje se spektrogram audio signala. Parametri spektrograma (veličina prozora i pomeraj), kao i frekvencijski opseg prikaza, mogu se podešavati (za analizu se koristi *Hann*-ova prozorska funkcija). Vremenski opseg prikaza za oba grafika podešava se istovremeno.



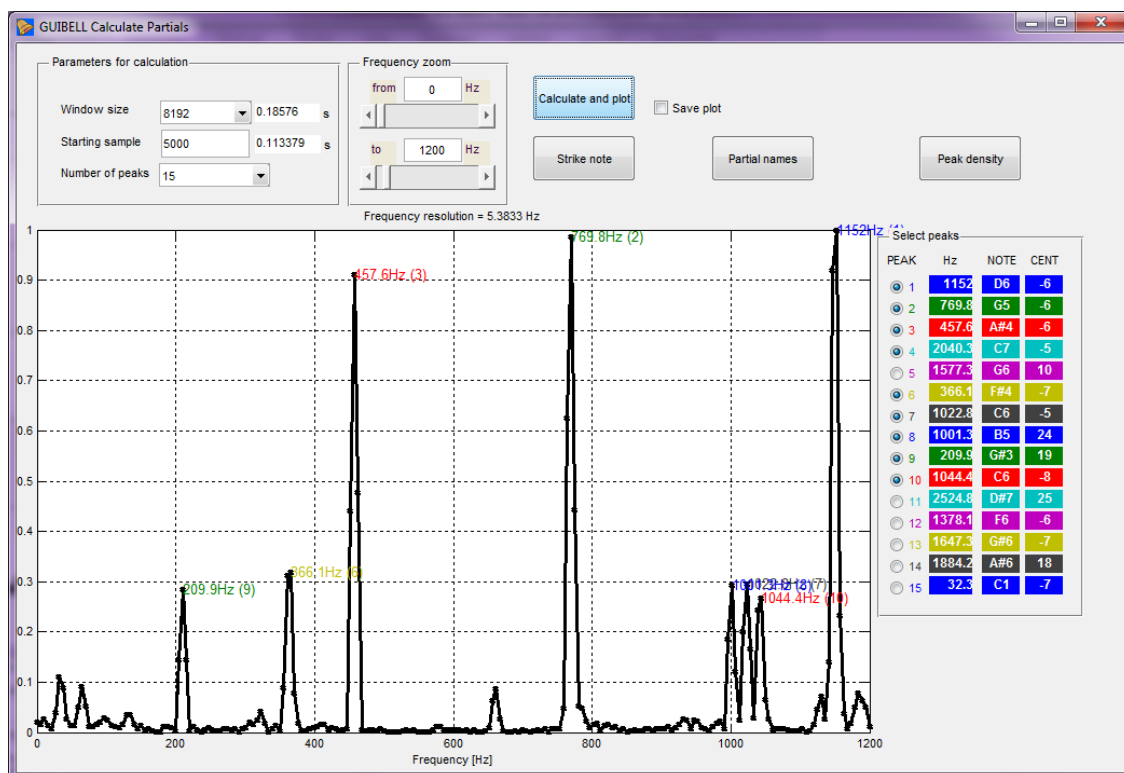
Slika P6.1 Osnovni prozor aplikacije „Guibell“

Pritiskom na dugme **Record .wav signal** u osnovnom prozoru aplikacije „Guibell“ prikazanom na slici P6.1, otvara se prozor na slici P6.2 u kome je moguće snimiti, izdvojiti odgovarajući deo i sačuvati signal zvona.



Slika P6.2 Prozor programa „Guibell“ za snimanje signala zvuka zvona

Pritiskom na dugme **Calculate partials** u osnovnom prozoru aplikacije „Guibell“ prikazanom na slici P6.1, otvara se prozor prikazan na slici P6.3. Kroz podešavanja parametara veličine prozora (*Hann*-ova prozorska funkcija), početnog trenutka od kog se izvršava računanje, frekvencijskog opsega, izračunavaju se frekvencije odabranog broja maksimuma (maksimalno 15) u prikazanom spektru odabranog dela signala. Za odabrane potencijalne parcijale prikazuje se tonska visina u temperovanom sistemu i odstupanja u centima parcijala zvona na desnoj strani prozora prikazanog na slici P6.3. Za odabrane potencijalne parcijale moguće je ispitati način opadanja amplituda u vremenu (obvojnice) pritiskom na dugme **Calculate and plot**, a na slici P6.4 dat je prikaz prozora koji se otvara. Za izračunavanje korišćeni su parametri koji su izabrani na osnovnom prozoru (slika P6.1). Prozor na slici P6.4 predstavlja prikaz svih objektivnih vremensko-frekvencijskih karakteristika zvuka zvona.

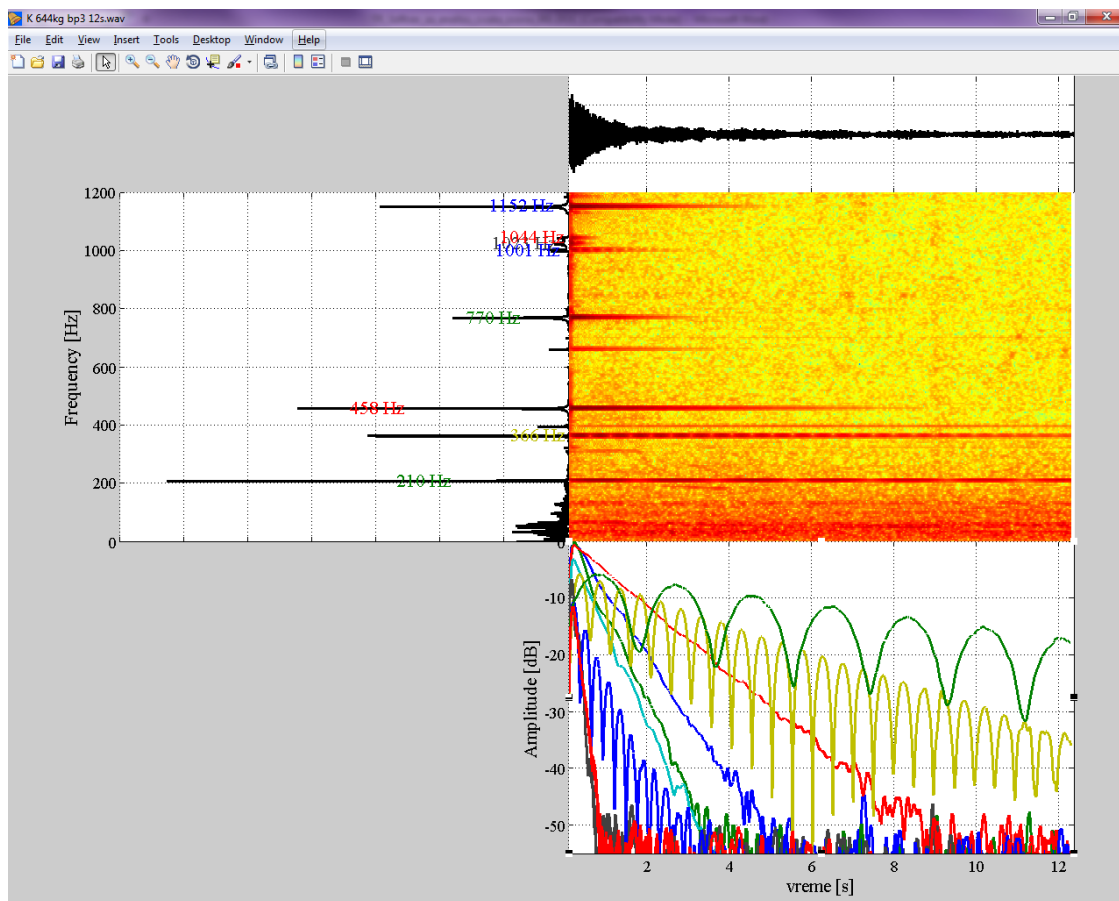


Slika P6.3 Prozor programa „Guibell“ za određivanje parcijala

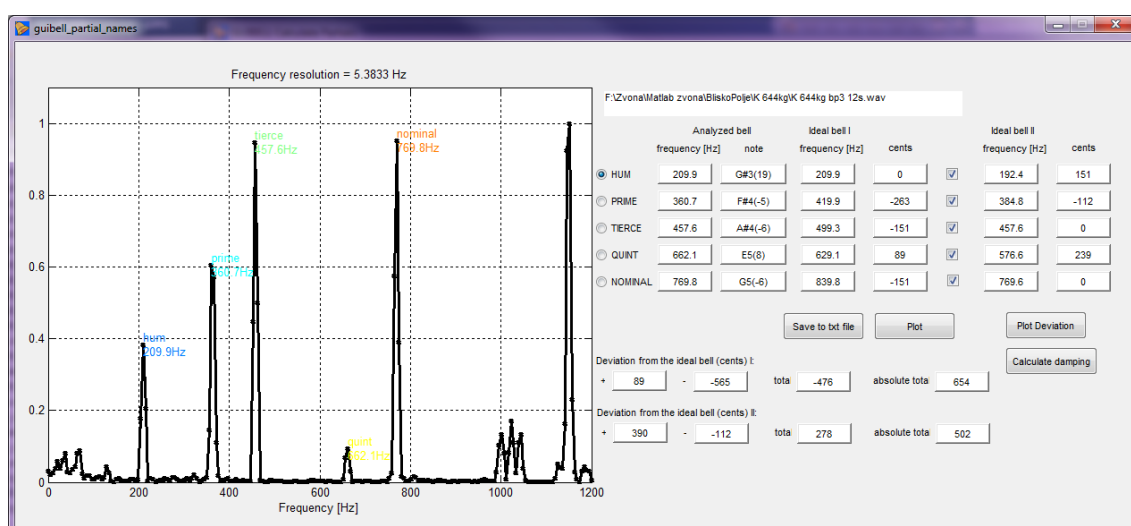
Pritiskom na dugme **Strike note** u prozoru prikazanom na slici P6.3 pokreće se *Terhardt*-ov algoritam za izračunavanje udarnog tona zvona na osnovu objektivnih parametara zvuka zvona. Algoritam je opisan u poglavlju 2.6, a njegova realizacija u poglavlju 9.1.

Pritiskom na dugme **Partial names** u prozoru prikazanom na slici P6.3 otvara se prozor za određivanje odstupanja od najbližeg idealnog zvona. U 7.1 poglavlju detaljno je opisan algoritam za određivanje ovog parametra. Pritiskom na dugme **Plot** otvara se prozor koji prikazuje vremensko-frekvencijske karakteristike prvih pet parcijala (kao na prozoru sa slike P6.4), čije su frekvencije određene u prozoru sa slike P6.5. Pritiskom na dugme **Plot Deviation** otvara se prozor koji prikazuje promenu parametra udaljenosti od idealnog zvona c u centima, kao što je prikazano na slici 7.2.

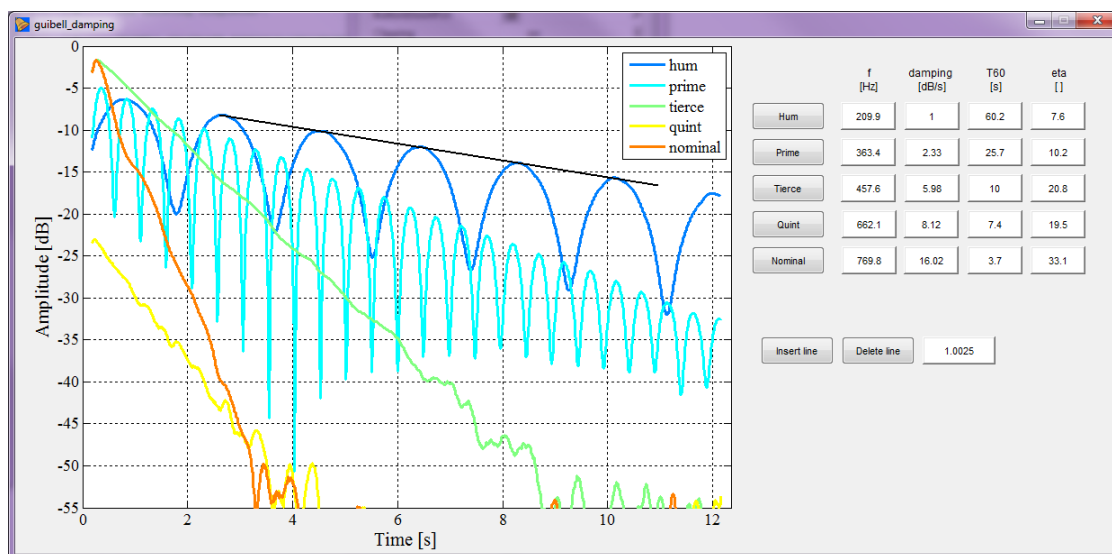
Pritiskom na dugme **Calculate damping** u prozoru prikazanom na slici P6.3 otvara se prozor za određivanje prigušenja parcijala, koji je prikazan na slici P6.6.



Slika P6.4 Prikaz objektivnih karakteristika zvuka zvona u programu „Guibell“



Slika P6.5 Prozor za izračunavanje odstupanja od najbližeg idealnog zvona

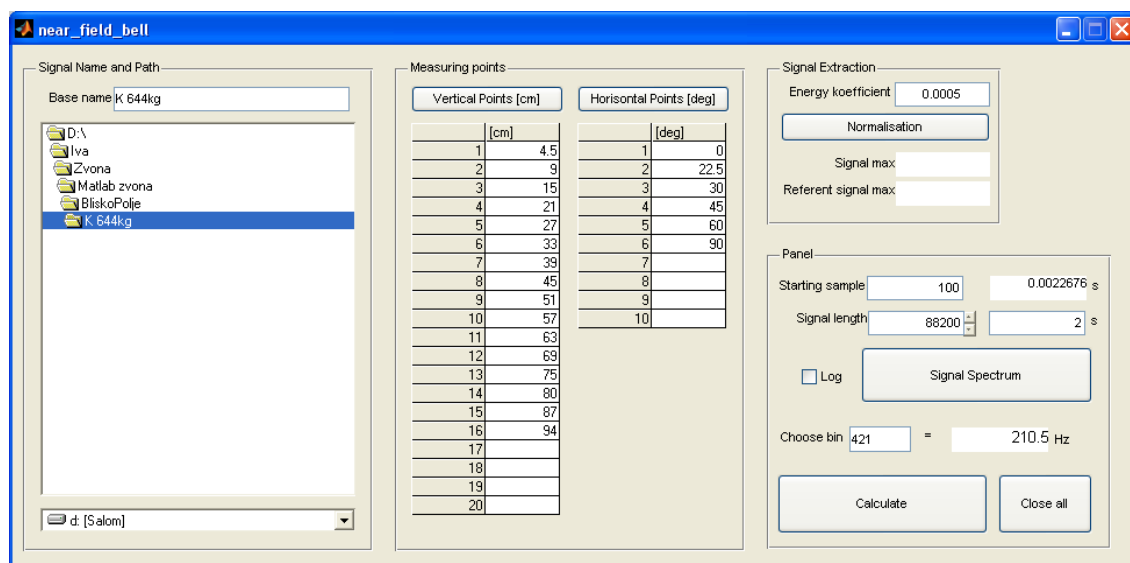


Slika P6.6 Prozor za određivanje prigušenja parcijala u programu „Guibell“

Prilog 7 Program za obradu rezultata merenja mikrofonima u vrlo bliskom polju

Program za obradu rezultata merenja mikrofonima u vrlo bliskom polju realizovan je u programskom paketu *MATLAB*. Grafički korisnički interfejs programa prikazan je na slici P7.1.

Program podrazumeva da se svi audio fajlovi snimaka analiziranog zvona nalaze u jednom direktorijumu. Fajlovi su snimljeni kao dvokanalni, tako da se na prvom kanalu nalazi signal sa referentnog mikrofona u dalekom polju, a na drugom kanalu signal mikrofona u bliskom polju. Dvokanalne signale je potrebno pre analize obraditi tako da se početak signala poklapa sa udarom zvona, uz eventualnu normalizaciju signala po energiji zbog kasnijeg jednostavnijeg grafičkog prikaza. Imena fajlova moraju biti zadata po horizontalnom i vertikalnom položaju mikrofona u bliskom polju (na primer h01, v05). Položaj mikrofona u vertikalnoj ravni od oboda zvona u centimetrima i horizontalnoj ravni od pravca pobude u stepenima učitava se iz pripremljenog tekstualnog fajla. Prvi korak analize u programu je učitavanje dvokanalnih snimaka i generisanje po dva signala iste dužine: signala za analizu i referentnog signala. Sledeći korak je izbor dela i dužine signala za analizu. Na spektru zadatog dela signala vrši se izbor frekvencije za koju se vrši analiza. Za odabranu frekvenciju vrši se određivanje amplitude u spektru za svaki snimak, normiranje amplitude u odnosu na referentni snimak i crtanje grafika zavisnosti amplitude u odnosu na položaj u vertikalnoj osi i u horizontalnoj ravni. Primenom realizovanog programa moguće je trenutno dobiti dijagrame i vršiti poređenja rezultata u zavisnosti od dužine signala, početnog trenutka za analizu itd.

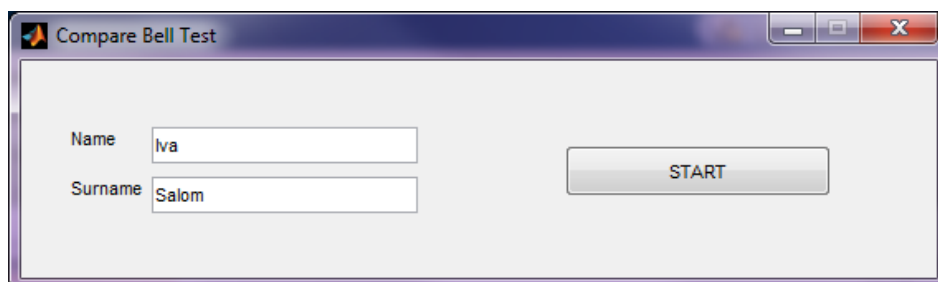


Slika P7.1 Grafički korisnički interfejs programa za obradu rezultata merenja mikrofonima u vrlo bliskom polju

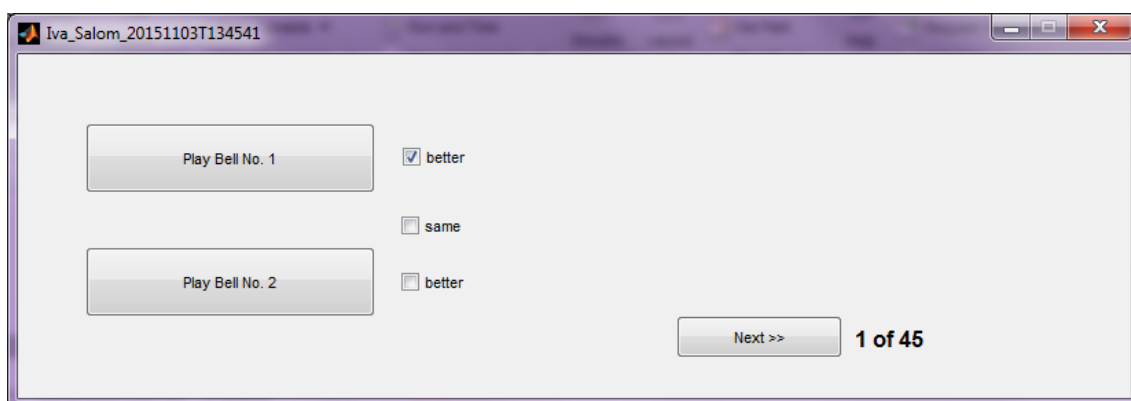
Prilog 8 Program za subjektivno testiranje po metodi poređenjem po parovima

Program za subjektivno testiranje po metodi poređenjem po parovima realizovan u programskom paketu *MATLAB* omogućava rangiranje zadanog broja audio signala. Subjektivni test je realizovan kao test sa nepoznatim parametrima (en. *blind*), tako što program učitava parove fajlova ekstenzije *.wav* iz zadanog direktorijuma slučajnim redosledom, što znači da subjekti nemaju informaciju o tome koje audio signale porede u datom trenutku. Ovakav način testiranja nezavisan od redosleda predstavljenih zvona poznat je kao slobodno testiranje (*freeplay*). U jednom testu se generiše svaki par audio signala tačno jednom.

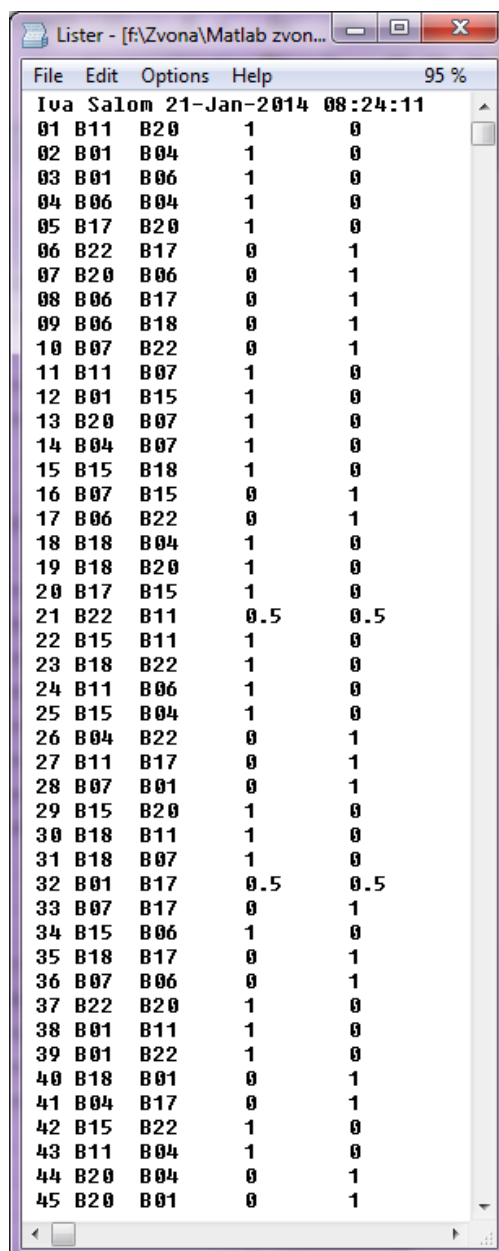
Na početnom prozoru progarama koji je prikazan na slici P8.1 vrši se identifikacija subjekta koja će zajedno sa vremenom početka testa služiti za generisanje imena tri fajla - 2 tekstualna, gde se mogu pogledati rezultati, i jedan koji se kasnije učitava u programu za analizu rezultata napisanom u programskom paketu *MATLAB*. Pritiskom na dugme **Start** započinje test i otvara se prozor prikazan na slici P8.2. Subjekat sprovodi test samostalno i bez vremenskog ograničenja. Pritiskom na dugme **Play Bell No. 1**, odnosno **Play Bell No. 2**, reprodukuje se odgovarajući signal. Kada subjekat donese odluku koji mu se od signala više dopada ili eventualno da nema razlike u kvalitetu (označavanjem odgovarajućeg polja) pritiskom na dugme **Next** učitava se sledeći par audio fajlova. Svaki odgovor se beleži u tri fajla. Prvi tekstualni fajl prikazan je na slici P8.3 i sadrži rezultat svakog poređenja datog subjekta. Audio signal koji je izabran kao bolji po zadanom kriterijumu dobija jedan poen, dok drugi audio signal dobija 0 poena. U slučaju da su signali ocenjeni kao isti oba dobijaju po 0,5 poena. Drugi tekstualni fajl, koji je prikazan na slici P8.4 sadrži ukupne rezultate po zvonu u konkretnom sprovedenom testu, dobijene kao zbir svih poena koje je zvono dobilo poređenjem u posmatranom testu. Treći fajl sadrži rezultate koji se učitavaju u programskom paketu *MATLAB* u delu programa za analizu rezultata.



Slika P8.1 Početni prozor programa za subjektivno testiranje
po metodi poređenjem po parovima

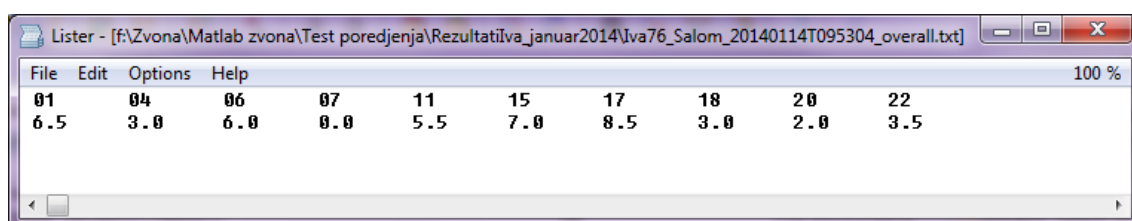


Slika P8.2 Prozor za testiranje programa za subjektivno testiranje
po metodi poređenjem po parovima



Iva Salom 21-Jan-2014 08:24:11				
01	B11	B20	1	0
02	B01	B04	1	0
03	B01	B06	1	0
04	B06	B04	1	0
05	B17	B20	1	0
06	B22	B17	0	1
07	B20	B06	0	1
08	B06	B17	0	1
09	B06	B18	0	1
10	B07	B22	0	1
11	B11	B07	1	0
12	B01	B15	1	0
13	B20	B07	1	0
14	B04	B07	1	0
15	B15	B18	1	0
16	B07	B15	0	1
17	B06	B22	0	1
18	B18	B04	1	0
19	B18	B20	1	0
20	B17	B15	1	0
21	B22	B11	0.5	0.5
22	B15	B11	1	0
23	B18	B22	1	0
24	B11	B06	1	0
25	B15	B04	1	0
26	B04	B22	0	1
27	B11	B17	0	1
28	B07	B01	0	1
29	B15	B20	1	0
30	B18	B11	1	0
31	B18	B07	1	0
32	B01	B17	0.5	0.5
33	B07	B17	0	1
34	B15	B06	1	0
35	B18	B17	0	1
36	B07	B06	0	1
37	B22	B20	1	0
38	B01	B11	1	0
39	B01	B22	1	0
40	B18	B01	0	1
41	B04	B17	0	1
42	B15	B22	1	0
43	B11	B04	1	0
44	B20	B04	0	1
45	B20	B01	0	1

Slika P8.3 Izgled tekstualnog fajla sa rezultatima svakog poređenja



01	04	06	07	11	15	17	18	20	22
6.5	3.0	6.0	0.0	5.5	7.0	8.5	3.0	2.0	3.5

Slika P8.4 Izgled tekstualnog fajla sa ukupnim rezultatima po audio signalima

Prilog 9 Obrazac subjektivnih testova
za određivanje udarnog tona zvona

ODREĐIVANJE UDARNOG TONA ZVONA
 SUBJEKTIVNA METODA ISPITIVANJA ZVUKA ZVONA > POREĐENJE SA SINUSNIM TONOM

ODREĐIVANJE UDARNOG TONA ZVONA

r 2010. god.
 26. MART

POREĐENJE SA SINUSNIM TONOM BR. 2

Ime i prezime:

Andrej Maja

SIGNAL BR.	TONSKA VISINA I OKTAVA (ABECEDNA OZNAKA)	ODSTUPANJE U CENTIMA ($\pm$ c)	NAPOMENE
01	E4	13,3	
02	E4	13,3	
03	A4	0	centruje udar
04	F3	0	
05	F3	0	tyda hony
06	F3	30,3	
07	F#4	-22	
08	B4	-12,3	tyda hony
09	F#3	-12,3	tyda hony
10	A#3	-15	tyda hony
11	B3	-15,4	tyda hony
12	G#4	-13,5	tyda hony
13	C4	0	
14	D#3	#10	tyda hony
15	F#3	0	
16	G#3	#11	tyda hony
17	C4	0	
18	F#3	0	
19	F3	-22,2	tyda hony
20	F#3	#20	tyda hony
21	G#3	#6,4	tyda hony
22	G3	-2,8	tyda hony

Biografija autora

Iva Salom je rođena 1976. godine u Beogradu, gde je završila osnovnu školu i Matematičku gimnaziju. Diplomirala je na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu 2002. godine, na smeru Telekomunikacije, s prosečnom ocenom 9,02. Diplomski rad, pod naslovom „Promena visine tona i dužine trajanja zvuka (*pitch shifting* i *time scaling*)“ bio je iz oblasti digitalne obrade audio signala.

Na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu je 2002. godine upisala postdiplomske studije na smeru Tehnička akustika, gde je položila sve predviđene ispite sa srednjom ocenom 10. Magistarski rad, pod naslovom „Realizacija zvučnih skretnica primenom komplementarnih parova digitalnih filtara“ odbranila je maja 2006. godine.

Od maja 2002. radila je kao spoljni saradnik u Višoj elektrotehničkoj školi u Beogradu, a od septembra 2002. godine do septembra 2004. godine zaposlena je kao stručni saradnik na smeru za Audio i video tehnologije.

Tokom 2003. i 2004. godine učestvovala je kao saradnik u organizaciji laboratorijskih vežbi iz predmeta Elektroakustika na Elektrotehničkom fakultetu u Beogradu.

Od decembra 2004. godine zaposlena je u Institutu Mihajlo Pupin u Beogradu. 2006. godine izabrana je u istraživačko zvanje istraživač saradnik. U Institutu radi na projektima iz različitih oblasti: projektovanje i razvoj telekomunikacionih uređaja, uređaja za praćenje i detekciju akustičkih pojava, razvoj i projektovanje digitalnih i analognih modula korišćenjem VLSI komponenti i različitih tipova mikroprocesora, razvoj aplikativnog i telekomunikacionog softvera na programskom jeziku ANSI C, razvoj laboratorijskih sistema baziranih na virtuelnoj instrumentaciji i razvoj aplikativnog softvera u *LabVIEW* okruženju, realizacija simulacionog okruženja za ispitivanje akustičkih pojava u softverskom paketu *COMSOL Multiphysics*, digitalna obrada signala i realizacije u *MATLAB* okruženju. Učestvovala je u realizaciji nekoliko naučno-stručnih studija i složenih projekata,

od kojih se mogu izdvojiti sistemi za dijagnostiku i ranu detekciju otkaza u elektroprivredi, kao što su uređaj za distantnu zaštitu i sistem za dijagnostiku energetskih i mernih transformatora analizom signala akustičkih emisija, više uređaja namenjenih zaštiti informacija za potrebe vojske. Bila je vođa tima na projektu goniometarski akustički multisenzorski sistem, koji je nagrađen na 59. Međunarodnom sajmu tehnike u Beogradu 2015. godine. Nagrađena je kao najbolji saradnik u Institutu Mihajlo Pupin – Telekomunikacije 2014. godine za višegodišnji doprinos afirmaciji primenjenog inženjerskog i naučno-istraživačkog rada u više oblasti, a posebno u domenu akustike i njene primene u razvoju i realizaciji tehničkih rešenja u praksi.

Iva Salom je do danas objavila ukupno 62 rada, i to 3 rada u međunarodnim časopisima, od kojih 2 kao prvi autor, 3 rada u časopisima od nacionalnog značaja, 32 rada na domaćim konferencijama i 24 radova na međunarodnim konferencijama. Koautor je 29 priznatih tehničkih rešenja. Koautor je tri zbirke zadataka.

Прилог 1.

I. Изјава о ауторству

Потписани-а Ива Салом

број уписа _____

Изјављујем

да је докторска дисертација под насловом

„Анализа акустичких карактеристика звука звона“

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио/ла ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

Потпис докторанда

У Београду, 18.11.2015.



Прилог 2.

II. Изјава о истоветности штампане и електронске верзије докторског рада

Име и презиме аутора _____ Ива Салом

Број уписа _____

Студијски програм _____ телекомуникације

Наслов рада _____ „Анализа акустичких карактеристика звука звона“

Ментор _____ др Миомир Мијић

Потписани _____ Ива Салом

изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао/ла за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

Потпис докторанда

У Београду, _____ 18.11.2015.

Прилог 3.

III. Изјава о коришћењу

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

„Анализа акустичких карактеристика звука звона“

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао/ла сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио/ла.

① Ауторство

- 2. Ауторство - некомерцијално
- 3. Ауторство – некомерцијално – без прераде
- 4. Ауторство – некомерцијално – делити под истим условима
- 5. Ауторство – без прераде
- 6. Ауторство – делити под истим условима

(Молимо да заокружите само једну од шест понуђених лиценци, кратак опис лиценци дат је на полеђини листа).

Потпис докторанда

У Београду, 18.11.2015.



1. Ауторство - Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.

2. Ауторство – некомерцијално. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.

3. Ауторство - некомерцијално – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.

4. Ауторство - некомерцијално – делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада.

5. Ауторство – без прераде. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.

6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољавање умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.