

УНИВЕРЗИТЕТ У БЕОГРАДУ
ЕЛЕКТРОТЕХНИЧКИ ФАКУЛТЕТ
УНИВЕРЗИТЕТ У ЛАКВИЛИ

Драгољуб Гајић

ДЕТЕКЦИЈА ЕПИЛЕПТИФОРМНИХ
АКТИВНОСТИ У БЕГ СИГНАЛИМА
ПРИМЕНОМ СТАТИСТИЧКОГ
ПРЕПОЗНАВАЊА ОБЛИКА

докторска дисертација

Београд и Лаквила, 2014

UNIVERSITY OF BELGRADE
SCHOOL OF ELECTRICAL ENGINEERING
UNIVERSITY OF L'AQUILA

Dragoljub Gajić

DETECTION OF EPILEPTIFORM
ACTIVITIES IN EEG SIGNALS BASED ON
STATISTICAL PATTERN RECOGNITION

PhD Disertation

Belgrade and L'Aquila, 2014

Ментори

проф. др Жељко Ђуровић

Електротехнички факултет Универзитета у Београду

проф. др Стефано Ди Ђенаро

Одсек за информатички инжењеринг, рачунарство и математику Универзитета у

Лаквили

Чланови комисије

проф. др Мирјана Поповић

Електротехнички факултет Универзитета у Београду

проф. др Ружица Максимовић

Медицински факултет Универзитета у Београду

проф. др Бранко Ковачевић

Електротехнички факултет Универзитета у Београду

Датум одбране

ЗАХВАЛНОСТ

На првом месту желим да се захвалим својим менторима, проф. др Жељку Ђуровићу са Универзитета у Београду и проф. др Стефану Ди Ђенару са Универзитета у Лаквили, за изванредно разумевање и крајње коректну сарадњу као и давање веома искрених савета и јасних смерница за све време трајања мојих докторских студија и када год нисам био у стању да самостално проценим куда и на који начин наставити даље.

Огромну захвалност дугујем и својој породици која ме је такође све време подржавала, мотивисала, давала снагу да будем стално радознао и довољно јак да никада не одустанем.

Додатно желео бих да се захвалим и компанијама WIG, Холцим Србија, MOL Group, ThyssenKrupp Acciai Speciali Terni и Tetra Pak South Eastern Europe за њихову несебичну подршку као и флексибилно радно време усклађено са обавезама на докторским студијама. Такође захвалност дугујем и Erasmus Mundus пројектима, Basileus и EUROWEB, као и FP7 Marie Curie ITN пројектима, Energy-SmartOps и InnHF, за финансијску подршку током боравка и обуке на иностраним универзитетима и у међународним истраживачким центрима.

“Whether you think you can, or you think you can't, you're right.”

Henry Ford (1863-1947)

ДЕТЕКЦИЈА ЕПИЛЕПТИФОРМНИХ АКТИВНОСТИ У ЕЕГ СИГНАЛИМА ПРИМЕНОМ СТАТИСТИЧКОГ ПРЕПОЗНАВАЊА ОБЛИКА

Резиме

Епилепсија представља најчесталији поремећај моздане активности и испољава се изненадним и понављајућим нападима који су последица прекомерног и синхроног електричног пражњења великог броја неурона у мозгу које се може у већини случајева визуелно уочити на електроенцефалограму (ЕЕГ). Обзиром да стандардни фармаколошки начин лечења овог поремећаја врло често не даје очекиване резултате најновија истраживања су усмерена у правцу развоја система за директну електричну стимулацију мозга који би се у блиској будућности могли имплантирати у лобању човека и на основу снимљених ЕЕГ сигнала били у стању да најпре предвиде или што је пре могуће детектују епилептични напад а затим га електричном стимулацијом избегну или ставе под контролу односно скрате његово трајање. Један од најкритичнијих делова једног таквог система јесте поуздана техника за детекцију епилептиформних активности у ЕЕГ сигналима чији резултат заправо даље иницира електричну стимулацију. Поред тога поуздана аутоматска техника за детекцију би омогућила и доста бржу и објективнију анализу већ снимљених ЕЕГ сигнала што зна да буде веома напоран посао и захтева ангажовање експерта чиме би такође и евентуалне грешке у анализи биле значајно умањене.

Главни циљ истраживања у оквиру ове докторске дисертације јесте развој и тестирање једне нове технике за детекцију епилептиформних активности у ЕЕГ сигналима. Нова техника је заснована искључиво на информацијама садржаним у ЕЕГ сигналима и покушава превазићи одређене недостатке већ постојећих техника и на тај начин дати свој додатни допринос у овој и даље веома атрактивној истраживачкој области. Поред пажљивог издвајања и оптималне селекције обележја из неколико домена и клиничких подопсега ЕЕГ сигнала као кључних корака нова техника обухвата и пројектовање оптималног део по део квадратног класификатора чија је тачност тестирана на сегментима ЕЕГ сигнала снимљених у Центру за епилепсију Универзитета у Бону и који је у поређењу са већ постојећим

техникама показао прилично високу тачност и тиме потенцијал за даље тестирање у реалним клиничким условима.

Кључне речи

Епилепсија, електроенцефалограм, епилептични напад, детекција напада, предикција напада, статистичко препознавање облика, трансформација таласићима, теорија хаоса

Научна област

Електротехника и рачунарство

Ужа научна област

Управљање системима и обрада сигнала

УДК број: 621.3

DETECTION OF EPILEPTIFORM ACTIVITIES IN EEG SIGNALS BASED ON STATISTICAL PATTERN RECOGNITION

Abstract

Epilepsy is the most common brain activity disorder characterized by sudden and recurrent seizures. Epileptic seizures are a consequence of excessive and synchronous electrical discharges of a large number of neurons that is in most cases evident in the electroencephalogram (EEG). Since the most common treatment of epilepsy is based on regularly administered medication quite often does not give the expected results, a lot of recent studies have focused on the development of a system for direct electrical stimulation of the brain. In the near future, such a system would be implanted in the head of a patient, and based on the recorded EEG signals, we would at first be able to predict or as soon as possible detect seizures and later on using electrical stimulation avoid or control them. One of the most critical points of such a system is a reliable technique for the detection of epileptiform activities in the EEG signals, whose output in fact triggers the electrical stimulation. In addition, reliable and automatic detection would ensure an objective and facilitating analysis of long-term EEG recordings, which is a very tedious and time-consuming process for an expert. The possibility that the expert could misread the data and fail to make a proper decision would be decreased as well.

The main goal of the research within this doctoral dissertation is the development and testing of a new technique for the detection of epileptiform activities in the EEG signals. The new technique is based only on information contained in the EEG signals. It aims to overcome some disadvantages of already existing techniques available in the literature, and in that way give its own contribution to the research field that is still attractive. Apart from a very careful and optimal selection of features from a few domains and sub-bands of the EEG signals, as its key steps the new technique also includes the design of an optimal piecewise quadratic classifier whose accuracy is tested on the EEG signals recorded at the Center for Epilepsy, University of Bonn, Germany. The results obtained demonstrated a quite high accuracy in comparison to the existing techniques, and thus a potential for further testing under real clinical conditions.

Key Words

Epilepsy, Electroencephalogram, Epileptic Seizure, Seizure Detection, Seizure Prediction, Statistical Pattern Recognition, Wavelet Transform, Chaos Theory

Research Area

Electrical Engineering and Computer Science

Specific Research Area

Systems Control and Signal Processing

UDC Number: 621.3

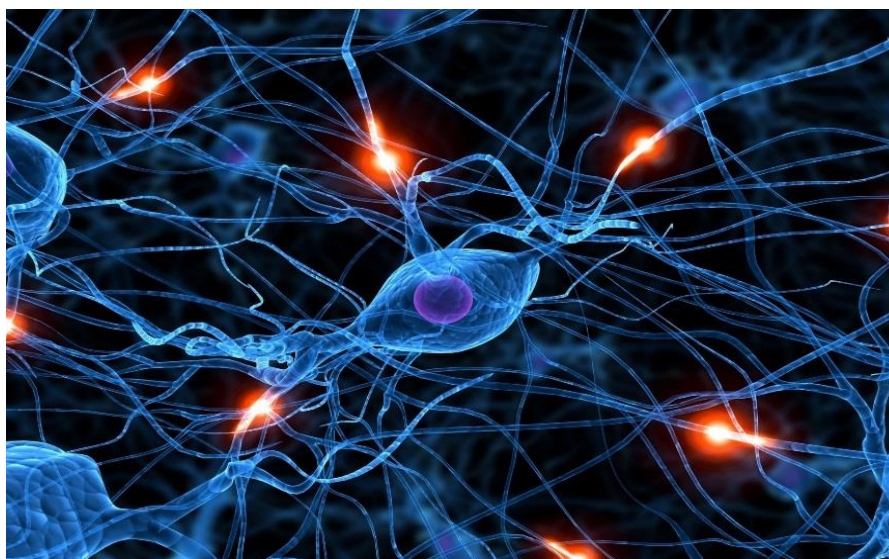
САДРЖАЈ

1. УВОД.....	1
1.1. МОЗАК	2
1.2. ЕПИЛЕПСИЈА	5
1.3. ЕЛЕКТРОЕНЦЕФАЛОГРАМ	10
1.4. ЗНАЧАЈ И ПРЕДМЕТ ИСТРАЖИВАЊА.....	12
1.5. ДОСАДАШЊА ИСТРАЖИВАЊА.....	14
2. ОБРАДА ЕЕГ СИГНАЛА.....	18
2.1. ПРЕДОБРАДА	18
2.2. АНАЛИЗА У ВРЕМЕНСКОМ ДОМЕНУ	20
2.3. АНАЛИЗА У ФРЕКВЕНЦИЈСКОМ ДОМЕНУ.....	22
2.4. АНАЛИЗА У ВРЕМЕНСКО-ФРЕКВЕНЦИЈСКОМ ДОМЕНУ.....	24
2.5. НЕЛИНЕАРНА АНАЛИЗА	27
3. КЛАСИФИКАЦИЈА ЕЕГ СИГНАЛА	33
3.1. ТЕСТИРАЊЕ ХИПОТЕЗА	33
3.2. ПАРАМЕТАРСКА КЛАСИФИКАЦИЈА	36
3.3. НЕПАРАМЕТАРСКА КЛАСИФИКАЦИЈА.....	41
3.4. РЕДУКЦИЈА ДИМЕНЗИЈЕ ПРОСТОРА ОБЕЛЕЖЈА.....	43
3.5. КЛАСТЕРИЗАЦИЈА	48
3.6. ФАЗИ ЛОГИКА	52
3.7. ВЕШТАЧКЕ НЕУРАЛНЕ МРЕЖЕ.....	55
4. НОВА ТЕХНИКА ЗА ДЕТЕКЦИЈУ ЕПИЛЕПТИФОРМНИХ АКТИВНОСТИ.....	59
5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ	64
5.1. ЕЕГ СИГНАЛИ	64
5.2. ПРЕДОБРАДА	66
5.3. АНАЛИЗА И ИЗДВАЈАЊЕ ОБЕЛЕЖЈА	66
5.3.1. Анализа у временском домену.....	67
5.3.2. Анализа у фреквенцијском домену	68
5.3.3. Анализа у временско-фреквенцијском домену	73
5.3.4. Нелинеарна анализа	76
5.3.5. Издвајање обележја.....	81
5.4. РЕДУКЦИЈА ДИМЕНЗИЈЕ ПРОСТОРА ОБЕЛЕЖЈА.....	84

5.5. КЛАСИФИКАЦИЈА	92
5.6. ДИСКУСИЈА РЕЗУЛТАТА	95
ЗАКЉУЧАК	99
ЛИТЕРАТУРА	102
БИОГРАФИЈА АУТОРА	109
ПРИЛОГ 1	112
ПРИЛОГ 2	113
ПРИЛОГ 3	114
ПРИЛОГ 4	116

1. УВОД

Мозак представља један веома сложен систем састављен од неколико десетина милијарди међусобно повезаних нервних ћелија односно неурона чије се активности могу само делимично пратити мерењем и анализом електроенцефалограмских (ЕЕГ) сигнала. На Слици 1.1 је приказан један од неурона који сачињава људски мозак и који може формирати и до двеста хиљада веза односно синапси преко којих преноси сигнале до других неурона. Управо ова чињеница везана за ред величине укупног броја потенцијалних неуралних кола у мозгу којима се могу преносити сигнали представља главни изазов за потпуније разумевање начина на који мозак функционише и одређује понашање човека. Обзиром да није могуће вршити мерења на било ком од неурона појединачно сигнали до којих се у пракси најчешће долази укључујући и ЕЕГ представљају резултат заједничке, односно усредњене активности огромног броја неурона у делу мозга који се снима.



Слика 1.1. Неурон и синапсе са другим неуронима (извор <http://pulpbits.com>)

У овом поглављу представљени су основни појмови неопходни за разумевање проблематике везане за епилепсију и детекцију епилептиформних активности у ЕЕГ сигнаlima. У Одељку 1.1 описана је основна физиологија мозга. Одељак 1.2. описује карактеристике, дијагнозу и начине лечење овог поремећаја мождане

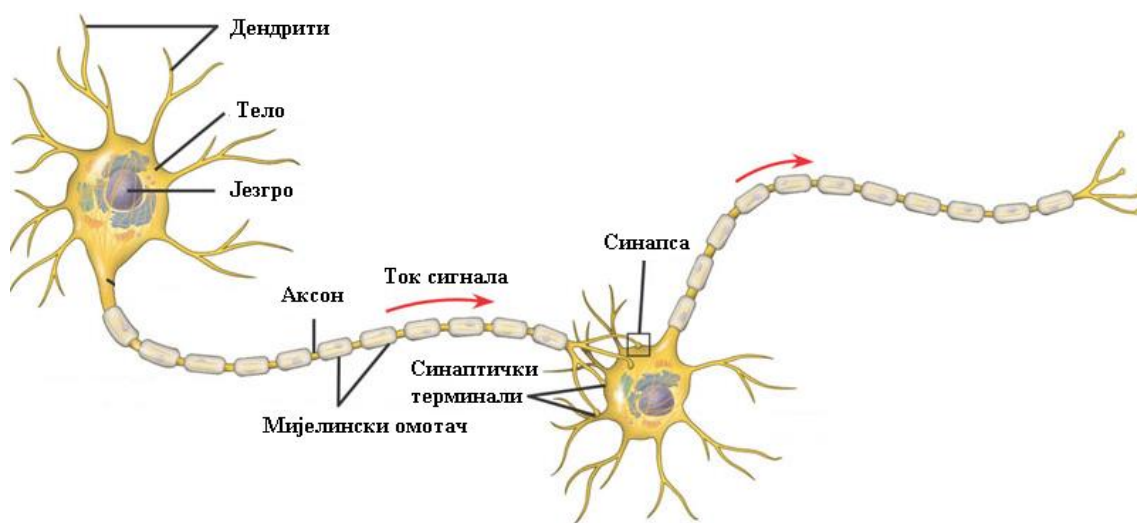
активности. Одељак 1.3 укратко објашњава основне методе за снимање као и карактеристике електроенцефалограмских сигнала. У Одељку 1.4 предстаљен је значај и предмет истраживања у оквиру ове докторске дисертације док Одељак 1.5 даје преглед неких досадашњих истраживања у овој области.

1.1. МОЗАК

Мозак је део централног нервног система и одговоран је за процесирање информација из човекове околине које стижу преко чула (нпр. вида, слуха, мириса, додира) што представља једну од суштинских разлика између човека и других живих бића на планети. Мозак се састоји од неколико области од којих свака има своју примарну функцију. Основне области мозга које регулишу апетит, дисање, телесну температуру и друго налазе се дубоко унутар лобање. Преко тих основних области налази се највећи део мозга, велики мозак, који контролише кретање, осећаје и друге више функције као на пример меморију и свест. Спољашњи слој великог мозга се зове кора великог мозга или кортекс и представља лист сивкастог ткива дебљине око 2 - 4 милиметра набораног у облику језгра ораха. Кора великог мозга садржи готово све неуроне и дубоким усецима је јасно подељена на четири видљиве области, а по дужини на десну и леву хемисферу. У већини случајева све ове области раде заједно чак и када су удаљене једне од других и координисањем својих активности резултују у доста сложеније функције мозга. Области према задњем делу коре великог мозга углавном су задужене за опажање, односно обраду информација које добијају преко чула док се предње области више баве реаговањем на те информације, рецимо говором и покретом. Унутрашњи део великог мозга белкасте боје садржи веома мали број неурона и испуњен је везама између различитих области мозга чиме омогућава размену информација између неурона у различитим областима као и пренос информација од чула према неуронима.

Мождана активност се може анализирати на три просторна нивоа које се додатно одликују својим доминантним опсезима учестаности догађаја као и електричних сигнала који су резултат активности неурона. Микрониво обухвата активности једног или неколико неурона у области од само неколико микрометара, као на

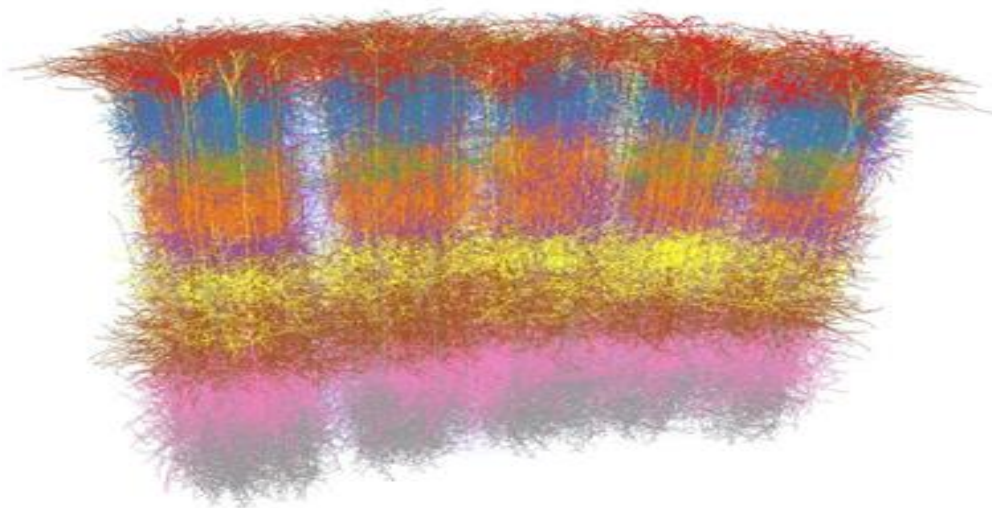
пример на Слици 1.1. Обзиром да су механизми рада појединачног неурона веома брзи, микрониво се углавном одликује учестаностима изнад 1000 Hz. Мезониво се односи на мреже неурона односно неуралне мреже, покрива око пар милиметара и карактерише се учестаностима у опсегу од 10 до 1000 Hz. Макрониво се мери центиметрима, може обухватати читаве области мозга и карактерише се учестаностима до 100 Hz обзиром да бржи догађаји било појединачних или мање мреже неурона нису више толико уочљиви услед заједничке и усредњене активности мноштва неурона у одређеној области што има исти утицај на резултујуће сигнале као и нископропусни филтер учестаности.



Слика 1.2. Структура неурона и ток сигнала

И поред чињенице да епилепсија представља поремећај мождане активности на макронивоу битно је поседовати и разумевање за механизме и догађаје на оним нижим нивоима, односно нивоу једног или мреже повезаних неурона (Kandel и сар., 2000) јер управо догађаји на тим нивоима у понекад представљају узрок појаве епилептичних напада као и епилептиформних активности у ЕЕГ сигнаlima. На Слици 1.2 приказана је типична структура неурона пирамидалног типа који чини већину ткива коре великог мозга и који се састоји од дендрита, тела, језгра и аксона са својим мијелинским омотачем и завршецима, тзв. синаптичким терминалима, којима је повезан за тела и дендрите других неурона или у одређеним случајевима и са мишићима. Синаптички терминали су места преноса хемијских струја или тачније позитивно наелектрисаних натријумових јона, са једног неурона на други. Хемијска струја је последица акционог потенцијала који представља наглу промену

мировног мембранског потенцијала неурона која се у виду електричног импулса амплитуде реда величине милivolта преноси дуж аксона брзином од 5 до 10 метара у секунди (Robinson и сар., 2002) према синаптичким терминалима где иницира хемијску струју и у виду постсинаптичких потенцијала амплитуде реда величине микроволта преноси дуж дендрита до тела следећег неурона. Тело неурона поред својих других функција служи и као интегратор свих постсинаптичких потенцијала и уколико је одређени ниво укупног потенцијала достигнут генерише нови акциони потенцијал који се преноси даље и има амплитуду много већу од било ког улазног синаптичког потенцијала. Зависно од типа неурона постсинаптички потенцијали могу бити или позитивни, односно ексцитаторни и тиме увећавати вероватноћу генерисања акционог потенцијала или негативни односно инхибиторни и тако је умањивати. Максимална учестаност креирања поменутих акционих потенцијала је око 1000 Hz.



Слика 1.3. Кортикалне колоне (извор www.kyb.tuebingen.mpg.de)

Структура ткива коре великог мозга није ни мало случајна, већ састављена од кортикалних макроколоне које су у просеку запремине 1 mm^3 и садрже око 100 хиљада неурона и милијарду синапси (Shepherd и сар., 1998). Просечан људски мозак садржи око милион макрокортикалних колоне у оквиру којих су неурони веома добро повезани један са другим и са релативно доста мање веза са околним макроколонема као што се види на Слици 1.3. Верује се да управо ове макроколоне представљају основну функционалну јединицу мозга и поред чињенице да су

наравно повезане са другим макроколонима и деловима мозга али доста слабије него интерно. Такође макроколоне могу бити додатно подељене у око 1000 миниколони које у просеку садрже око неколико стотина неурона и око милион синапси.

1.2. ЕПИЛЕПСИЈА

Епилепсија је најчесталији поремећај мождане активности од кога према проценама Светске здравствене организације пати око 50 милиона људи на планети. Испољава се изненадним и понављајућим епилептичним нападима који представљају прекомерно синхроно електрично пражњење великог броја неурона у мозгу. Многи људи доживе бар један напад у свом животу, али то не чини епилепсију јер о епилепсији говоримо само у случају понављајућих напада.

Епилептични напади су последица поремећене активности читаве мреже неурона који су веома добро међусобно повезани и који изненадно постају хиперактивни генеришући акционе потенцијале много чешће него обично и у синхронизму са неуронима у окружењу. Ова неконтролисана појава се понекад врло брзо генерализује односно шири даље на остале области коре великог мозга. Када је довољно велика област мозга захваћена овом појавом даље хиперактивно синхроно генерисање акционих потенцијала добија осцилаторни карактер услед резонанци које су последице просторне распрострањености мреже неурона и тиме у вези и са геометријом главе. Тачни механизми који доводе до поремећене активности мреже неурона односно појаве као и престанка епилептичних напада још увек нису сасвим јасно разјашњени. Верује се да до престанка напада највероватније долази услед недостатка довољно кисеоника у мозгу што за последицу има мању активност неурона. Према систему међународне поделе епилептичних напада предложеном 1981. године разликују се три основне категорије и то: парцијални, генерализовани и континуални напади.

Парцијални или фокални напади проузроковани су поремећајем у одређеном делу мозга који се назива епилептични фокус или жариште и где постоји група

оштећених или нефункционалних неурона (Kandel и сар., 2000). Иако ова врста напада не почиње обавезно из жаришта парцијални напад је резултат постојања жаришта и утицаја истог на мрежу неурона у својој околини. Ван трајања напада оштећени неурони у жаришту не учествују активно у нормалном функционисању мозга и контролисани су јаком инхибицијом од стране околних мрежа неурона пошто генеришу акционе потенцијале или доста чешће или са већом амплитудом у поређењу са здравим неуронима (Elger и сар., 2002). До појаве парцијалног напада долази када ови механизми контроле оштећених неурона из неког разлога откажу и тада оштећени неурони постају хиперактивни масовно генеришући акционе потенцијале и након тога ширећи свој негативан утицај и на здраве неуроне у околини. Уколико се у неком случају овакав напад прошири и на остале области онда се то назива секундарно генерализовани напад. Последице парцијалних напада се могу доста разликовати. Мањи парцијални напади углавном не доводе до губитка свести већ само краткотрајног слабљења одређених функција мозга и то углавном у деловима где се налази жариште док они комплекснији доводе до губитка свести, веома неконтролисаног понашања и грчења.

Примарно генерализовани или нефокални напади карактеристични су по томе да читав мозак захватају готово у истом тренутку и самим тим са собом носе доста озбиљније последице у односу на парцијалне нападе. Стварни разлози због којих се уопште јављају ови генерализовани напади као и разлози који доводе до тога да читав мозак из једног нормалног стања пређе у епилептично тако брзо су још мање познати него у случају парцијалних напада.

Континуални напад, у литератури познат и као *status epilepticus*, одликује се доста дужим трајањем и то без икаквих краткотрајних пауза карактеристичних за претходне две категорије напада. Ово је веома озбиљна категорија напада која је опасна по живот јер већ након 5 минута од почетка грчења престаје нормалан доток кисеоника и шећера у мозак што може проузроковати трајно оштећење мозга док грчење у трајању дужем од 30 минута доводи до смрти (Kandel и сар., 2000).

За праву дијагнозу епилепсије неопходно је прилично доста информација. Већ развијене технике за снимање структуре и праћење електричне активности мозга, као на пример електроенцефалограм, нису саме по себи довољне али свакако

представљају огромну подршку и помоћ клиничким стручњацима. Присуство ткива са оштећеним неуронима не мора увек бити узрок напада, поготову ако је слабо повезано са осталим деловима мозга. Узрок напада може бити и потпуно друге неепилептичне природе као што је на пример изненадан и јак стрес. Информације о историји лечења болесника, његовим генетским предиспозицијама и симптомима који се јављају за време напада су такође битни. Уколико је неопходно и вештачки напади могу бити проузроковани било супервентилацијом, лишавањем сна или треперењем јаких светала. Тек након постављене дијагнозе се почиње са лечењем. Најчесталији начин лечења јесте фармаколошки, односно редовним узимањем одређене дозе антиепилептичних лекова у циљу спречавања појаве као и контроле напада. Око две трећине болесника се успешно лечи на овај начин. У случајевима парцијалне епилепсије одстрањивање дела možданог ткива са оштећеним неуронима може бити прихватљива опција за још око 10 % болесника иако такав операциони подухват понекад може резултовати у трајно и делимично оштећење неких других функција мозга. Остатак од око 25 % болесника којима ниједан од претходна два начина лечења није од помоћи прибегава другим методама лечења од којих су неке тек у развоју, као на пример директна електрична стимулација мозга.

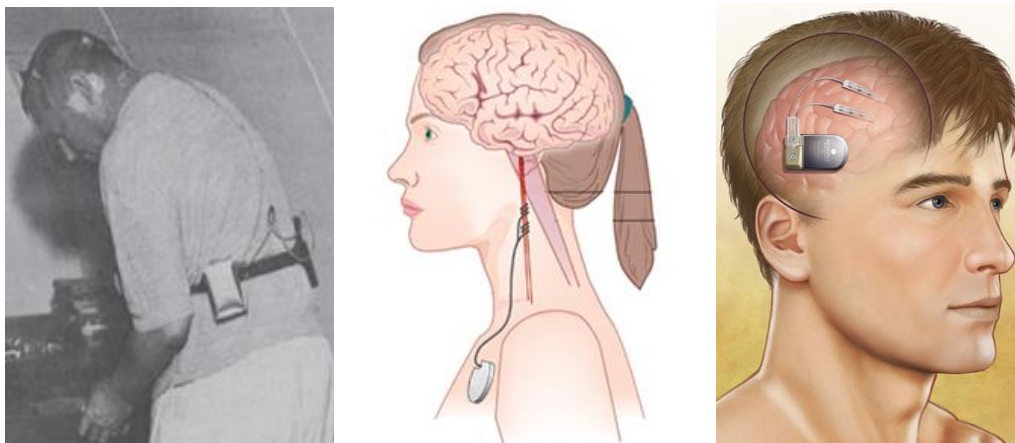
Антиепилептични лекови утичу на хемијске процесе на нивоу неурона и веома је тешко изабрати праву дозу и лек који ће одговарати одређеном случају и болеснику поготову имајући у виду да хемијски процеси који доводе до напада још увек нису добро разјашњени. Врло често овакви лекови имају утицаја не само на друге делове мозга већ и друге делове организма што уопште није могуће предвидети унапред (Регисса, 2005). Обзиром да последице могу бити доста сложене и да варирају зависно од узраста, генетске предиспозиције и типа епилепсије у циљу одређивања праве дозе лека изводи се више тестова са различитим дозама и уколико је неопходно и различитим лековима или пак комбинацијом више њих. И наравно све то уз константан надзор стручног клиничког особља. Најчешће на крају веома захтевних испитивања састав дозе епилептичних лекова која се препоручује болеснику представља одређени компромис између смањења учестаности напада и других могућих негативних последица као на пример промена телесне тежине, вртоглавице, осипа, итд. које могу додатно деградирати квалитет живота болесника

скоро исто као и сами напади. Након тога болесник редовно конзумира препоручену дозу лекова све док иста има дејство. На Слици 1.4 се може видети један систем на ком се радило у раним година истраживања у пољу предикције епилептичних напада и чија је намена била да на основу анализе скалног ЕЕГ-а на време алармира болесника о евентуално надолazeћем нападу и на тај начин га или подсети да узме дозу лекова или му омогући да избегне ситуације које би му угрозиле живот у случају појаве напада, на пример возњу аутомобила или купање у базену.

У случајевима када више тестираних лекова није од помоћи или када болесник постаје имун на такве лекове а пати од парцијалних напада тада се уколико је уопште изводљиво прибегава доста радикалнијој мери односно хируршком одстрањивању оштећених неурона. Нешто слично забележено је још у средњем веку када су здравој малој деци сагоревали односно каутеризовали задњи део главе како би спречили евентуалну појаву епилепсије. Такође веома је интересантно постојање одређеног нивоа редуансе у мозгу тако да у неким случајевима одстрањивање већег дела можданог ткива може имати минорне последице по свеукупну мождану активност. Шта више забележено је неколико случајева када је одстрањена читава једна хемисфера а друга поново научила и преузела готово све функције одстрањеног дела. Но без обзира на све то и најмање операције на мозгу су и даље ризичне и изводе се само када не постоји ниједна друга сигурнија односно мање ризична метода лечења.

Електрична стимулација представља још једну од метода којом се епилепсија може лечити а напади ако не редуковати онда бар контролисати. До сада најзаступљенији начин електричне стимулације јесте стимулација вагусног нерва који представља највећи нерв у човековом организму и чијих око 90 % влакана има било директну или индиректну везу са мозгом. На Слици 1.4 је приказан један такав систем електричне стимулације. Први имплант овог типа уграђен је у човека 1988. године а до сада их има неколико стотина хиљада уграђених. Међутим и поред толико великог броја већ уграђених импланата још увек није у потпуности јасно да ли и ако да на који начин овакав начин електричне стимулације смањује број напада. У литератури се може пронаћи да импланти овог типа редукују укупан број напада и до 50 % (Amarb и сар., 2001). Једном уграђена, стимулација вагусног нерва је увек

активирана те стога може утицати и на доста веће области мозга а не само на одређени део и на тај начин изазвати додатне ефекте од којих неки могу бити негативне (нпр. главобоља) али и позитивне природе (нпр. боље расположење) због чега се ова метода може користити и за лечење депресије.



Слика 1.4. Еволуција система за лечење епилепсије и спречавање напада. Рани систем за предикцију (лево), електрична стимулација вагусног нерва (у средини) и директна електрична стимулација мозга (десно, извор www.neuropace.com)

Примена електричних импулса директно на кортикалне или субкортикалне делове позната је као директна електрична стимулација мозга и у последњих неколико година је попримила посебну пажњу како у истраживачким тако и у клиничким круговима. У овом случају површинске или дубинске кортикалне електроде преко којих се преносе електрични импулси имплантиране су у близини епилептичног жаришта болесника као што је приказано на Слици 1.4. Прелиминарне студије већ указују на прилично задовољавајуће резултате и за сада сличне онима добијеним применом стимулације вагусног нерва. Као и код претходног тако и код овог начина стимулације електрични импулси се шаљу непрестано са претходно дефинисаним трајањем импулса као и паузе између два сукцесивна импулса.

Међутим најновија истраживања су више усмерена у правцу развоја система који не би стимулисали мозак електричним импулсима непрестано већ само када се утврди да је тако нешто стварно неопходно односно након детекције одређених промена у možданој активности. Такви системи би или након почетка епилептичних напада заустављали исте што је пре могуће или у најбољем случају

потпуно их елиминисали након успешне предикције. За разлику од претходних овакви системи имају своје вишеструке предности као на пример додатне последице стимулације по друге функције мозга биле би сведене на минимум, трајање батерије импланта би било значајно продужено, итд. Међутим код система са оваквим начином рада тренутно највећи изазов и уједно препреку за њихову ширу употребу представља развој довољно поузданих метода за детекцију и предикцију напада. Досадашња истраживања су већ показала да се на овакав начин трајање напада може бар редуковати ако не и зауставити одмах након успешне детекције (Weinstein, 2001). И поред свих претходно описаних и још увек присутних изазова почетком 2013. године Америчка савезна администрација за лечење званично је одобрила продају и уградњу једног оваквог импланта након вишегодишњих испитивања. Поменути систем приказан је на Слици 1.4 и до сада је већ имплантиран на око 100 болесника који пате од парцијалне епилепсије а потпуно су постали имуни на антиепилептичне лекове. У сваком случају неопходно је још доста додатних истраживања и клиничких испитивања пре него ли и овакви системи наиђу на ширу употребу.

1.3. ЕЛЕКТРОЕНЦЕФАЛОГРАМ

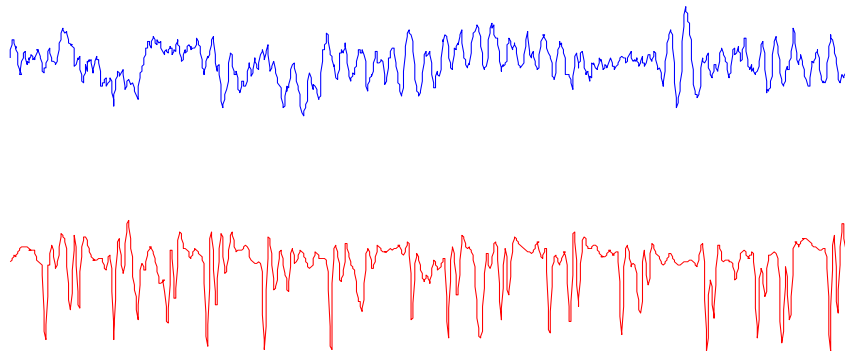
Електроенцефалограм (ЕЕГ) региструје електричну активност мозга било преко електрода смештених на поглавини што је и најчешћи случај познат као стандардни или скалпни ЕЕГ или преко површинских и дубинских електрода смештених на односно унутар самог možданог ткива што резултује у кортикални ЕЕГ или електрокортикограм (ЕКоГ). У оба случаја ЕЕГ има веома добру временску резолуцију и у стању је да региструје веома брзе промене. Међутим просторна резолуција је прилично ограничена и зависи од броја и поставке електрода као и геометријских карактеристика главе. Примера ради типичан систем за снимање ЕЕГ-а региструје електричну активност мозга 512 пута у секунди преко своје 64 електроде односно на 64 канала са резолуцијом од 14 бита што за резултат даје око милион бита у секунди снимљених података. Са друге стране у просечном мозгу одраслог човека се налази око 100 милијарди неурона односно милион кортикалних

колона. Сасвим грубом рачуницом се добија да се након снимања располаже само са једним битом информације по секунди за укупну активност око 100 хиљада неурона. Стога треба имати у виду да је ЕЕГ веома ограничена и груба слика свега онога што се дешава у једном тако сложеном систему као што је мозак.

ЕЕГ-ом се региструју разлике у потенцијалима које су последица кретања струја углавном услед разлике у постсинаптичким а не акционим потенцијалима који су доста краћег трајања и не пклапају се један са другим баш толико као постсинаптички (Nunez и Srinivasan, 2006). Стога много хиљада неурона мора радити у синхронизму да би се уопште регистровао било какав сигнал у ЕЕГ-у што се посебно односи на скалпни ЕЕГ где електрични сигнал пролази кроз доста различитих слојева ткива што га додатно слаби, филтрира а такође уноси и шум. Кортикални ЕЕГ садржи доста прецизније информације о активностима у мозгу у односу на скалпни и углавном се ради у предоперативној фази у циљу лоцирања оштећеног можданог ткива које треба да буде одстрањено операцијом. Но без обзира на сва претходна ограничења ЕЕГ представља огромну подршку и помоћ клиничким стручњацима да прецизно поставе дијагнозу епилепсије пошто у региструје промене у можданој активности заједно са временом.

Интерпретација ЕЕГ-а представља један веома сложен и захтеван задатак обзиром да не постоји глобална дефиниција како би нормалан односно здрав ЕЕГ требао уопште да изгледа што умногоме зависи од доста фактора, на пример старости, геометрије главе, особина унутрашњих ткива, поспаности, отворених или затворених очију, итд. Стога је изузетно тешко обучавати и човека а и рачунар да исправно анализирају ЕЕГ. На Слици 1.5 се може видети пар различитих примера ЕЕГ сигнала. Већина електроенцефалографера који се баве анализом ЕЕГ-а у стању је да препозна одређене облике у ЕЕГ-у присутне код већине људи. Међутим евентуално одсуство таквих облика не мора обавезно да значи да постоји неки поремећај. Такође додатну отежавајућу околност при анализи ЕЕГ-а, нарочито оног скалпног, представља и присуство такозваних артефаката који нису последица можданих активности а не могу се елиминисати за време снимања, као на пример електромагнетна интерференција (на 50 Hz у Европи односно 60 Hz у САД), лош контакт на електродима, намигивање, жвакање, померање скалпа а понекад и откуцаји срца (Niedermeyer и Da Silva, 1999). Иако електроенцефалографер може

бити прилично добро обучен да препозна и класификује ове артефакте аутоматска елиминација истих предстваља озбиљан изазов у области дигиталне обраде сигнала јер је веома тешко у исто време елиминисати артефакт и задржати део ЕЕГ сигнала који је последица неуралне активности. Већ дуже време се раде интензивна истраживања у циљу развоја адекватних метода које би биле и клинички применљиве (Romero и сар., 2009).



Слика 1.5. Сегменти ЕЕГ сигнала без (горе) и са присуством епилептиформних активности (доле).

Опсег учестаности ЕЕГ сигнала који је од значаја за клиничка испитивања се може поделити у пет подопсега и то делта (0–4 Hz), тета (4–8 Hz), алфа (8–12 Hz), бета (12–30 Hz) и гама (30–60 Hz). Од раније је познато да у зависности од нивоа и врсте мождане активности неки од поменутих подопсега може доминирати у односу на друге подопсеге што је претпоставка која ће бити додатно потврђена и на коју ће се једним својим делом ослањати и ово истраживање.

1.4. ЗНАЧАЈ И ПРЕДМЕТ ИСТРАЖИВАЊА

Епилептични напади често нису баш највећи проблем особа које пате од овог поремећаја обзиром да углавном трају неколико секунди или у тежим случајевима до пар минута. Међутим страх од сваког следећег напада и евентуалних последица је готово увек присутан не само код особа које пате од овог поремећаја већ и код

њихових најближих јер се никада тачно не зна када напад може наступити што у многоме деградира квалитет њихових живота (Litt и Lehnertz, 2002). Управо ова чињеница представља једну од главних мотивација за дугогодишња истраживања у области анализе ЕЕГ сигнала односно предикције и детекције епилептичних напада. За разлику од предикције чији је крајњи циљ веома амбициозан и обухвата предвиђање и потпуно спречавање појаве епилептичних напада, детекција има мало скромнији циљ а то је детектовати епилептични напад што је пре могуће након почетка и након тога ставити га под контролу и ублажити евентуалне последице.

За разлику од раније описаног нормалног ЕЕГ-а у случају епилептиформног ЕЕГ-а снимљеног за време или непосредно пре напада могуће је уочити мало више уобичајених облика и неправилности односно епилептиформних активности. На пример ЕЕГ сигнали са електрода које су близу почињу да личе много више један на други, односно у синхронизму су пошто се поремећај или шири или се већ проширио на већу област мозга где неурална активност постаје слична. Такође епилептиформни ЕЕГ сигнали добијају осцилаторни карактер и имају већу амплитуду. Детаљнијом визуелном анализом снимљених ЕЕГ сигнала могуће је уочити и одређене облике као на пример шиљке, оштре таласе, вишеструке шиљке, шиљак-талас комплексе, вишеструки шиљак-спор талас комплексе и сличне који су веома карактеристични за епилептиформни ЕЕГ али се могу регистровати и између напада када су доста краћег трајања и у одређеним случајевима својом појавом чак најавити скорији надолазак напада (Sander и Hart, 1997).

Поуздана аутоматска техника за детекцију епилептиформних активности у ЕЕГ сигналима била од вишеструког значаја. Као прво, омогућила би доста бржу и објективнију анализу већ снимљених ЕЕГ сигнала што зна да буде веома напоран посао који захтева ангажовање тима експерата а тиме би такође и евентуалне грешке у анализи биле значајно умањене. Као друго након успешне детекције таквих активности у ЕЕГ сигналима односно детекције или у најбољем случају предикције епилептичног напада у реалном времену могуће би било ублажити последице истог или га потпуно избећи електричном стимулацијом мозга као што је то раније описано. Такође евентуална исправна предикција напада би довела до потпуне реevaluације фармаколошког начина лечења епилепсије (Lehnertz и сар., 2003).

Главни предмет истраживања у оквиру ове докторске дисертације поред прегледа и анализе одговарајуће литературе у овој области јесте развој и тестирање једне нове технике за детекцију епилептиформних активности у ЕЕГ сигнаlima. Нова техника заснована искључиво на информацијама садржаним у ЕЕГ сигнаlima ће покушати да превазиђе одређене недостатке већ постојећих и тиме да свој скроман допринос у овом и даље веома важном истраживачком пољу чији претходно поменути крајњи циљеви и након више од двадесет година активног истраживања још увек нису у потпуности постигнути. Међутим сва досадашња истраживања су сасвим јасно показала да исправна селекција и издвајање обележја из ЕЕГ сигнала представља веома тежак и кључан корак за исправну детекцију епилептиформних активности због чега је у овом истраживању посебна пажња посвећена управо издвајању и оптималној селекцији обележја.

1.5. ДОСАДАШЊА ИСТРАЖИВАЊА

У области детекције епилептиформних активности у ЕЕГ сигнаlima односно детекције и предикције епилептичних напада разликују се два основна приступа од којих је први заснован на динамичким моделима можданих активности а други искључиво на информацијама садржаним у ЕЕГ сигнаlima.

Приступ заснован на моделима такође користи ЕЕГ у циљу добијања што бољег динамичког модела али и друге информације као на пример оне везане за физиологију мозга (Varsavsky и сар., 2011). Ипак и поред свега тога досадашња истраживања у овом правцу нису дала баш очекиване резулте. Главну препреку за то представља чињеница да се ипак још увек не располаже са довољно знања и информација, на пример сигнала који долазе са чула, на основу којих би се изградио довољно добар модел неопходан за детекцију поремећаја једног тако сложеног система као што је људски мозак.

Са друге стране методе засноване искључиво на информацијама садржаним у ЕЕГ сигнаlima и поред извесних ограничења описаних у Одељку 1.3 дају задовољавајуће резултате. Већина ових метода се састоји из два кључна сукцесивна корака од којих

се у првом коришћењем одређене технике за обраду сигнала издвајају обележја из ЕЕГ сигнала која су од интереса док се у другом кораку врши пројектовање одговарајућег класификатора који је у стању да класификује претходно издвојена обележја и на тај начин детектује ЕЕГ сигнале које у себи садрже епилептиформне активности. Резултат класификације се може проследити даље, на пример према електричном стимулатору као што је приказано на Слици 1.6.



Слика 1.6. Основна структура система за аутоматско заустављање и спречавање епилептичних напада

Селекција одговарајућих обележја из ЕЕГ сигнала директно утиче и на тачност и на сложеност читавог система за аутоматско заустављање и спречавање напада, а посебно на класификацију као следећи корак. Стандардна статистичка обележја ЕЕГ сигнала у временском домену типа средње вредности, варијансе, коефицијента варијације и укупне варијације сама за себе нису довољна да поуздано региструју епилептиформну активност те се углавном користе као статистике обележја из неких других домена (Gajić и сар., 2014; Shoeb и сар., 2004; Gotman, 1982). Међутим и поред тога варијанса и укупна варијација се сматрају доста бољим дискриминаторним обележјима од средње вредности јер су у стању да детектују магнитуду промена вредности сигнала током времена. И поред чињенице да се може уочити одређена периодичност и синхронизација између ЕЕГ сигнала са различитих електрода ни аутокорељација ни кроскорелејација се нису показале као поуздана обележја за детекцију епилептиформних активности. Ово је посебно случај код кортикалног ЕЕГ-а где су електроде доста близу једна друге те се синхронизација може уочити и ван напада али и код потпуно здравог човека. Ипак у литератури се може пронаћи неколико примена и ова два обележја (Niederhauser и сар., 2003; Jeger и сар., 2005). За разлику од свих претходних спектрална обележја ЕЕГ сигнала добијена било обичном или брзом Фуријеовом трансформацијом су наишла на ширу примену у овој области (Polat и Gunes, 2007; Mousavi и сар., 2008).

Наиме сва досадашња истраживања јасно указују да је много боље идентификовати и издвојити обележја од интереса у фреквенцијском домену него у временском иако оба домена садрже готово исте информације. Сходно томе анализа у временско-фреквенцијском домену је дала још боље резултате обзиром да у себи садржи поред фреквенцијске и временску компоненту сигнала која је обичном Фуријеовом трансформацијом изгубљена. На овај начин се могу веома успешно анализирати нестационарни сигнали. У литератури су посебно заступљене технике зановане на трансформацији таласићима (Gajić и сар., 2014; Wang и сар., 2011; Subasi, 2007) која се такође примењује и за истраживања везана за друге поремећаје мозга као на пример шизофренију (Nazarika и сар., 1997) и Алцхајмерову болест (Adeli и Ghosh-Dastidar, 2010). Детекција епилептиформних активности заснована на корелационој димензији и Љапуновом експоненту као нелинераним обележјима сигнала се такође може срести у неким досадашњим истраживањима (Adeli и Ghosh-Dastidar, 2010; Srinivasan и сар., 2007; Iasemidis и сар., 2003; Lehnertz и Elger, 1998). Врло је интересно да још увек нема довољно истраживања која би на неки начин превазишла недостатке а интегрисала предности свих претходно наведених обележја из различитих домена односно евентуално креирала њихову оптималну комбинацију а све у циљу што успешније детекције епилептиформних активности.

Тачност класификације а тиме и читавог система за аутоматску заустављање и спречавање напада директно зависи од претходно изабраних обележја. Односно нема тог класификатора који на било који начин може надокнадити недостатке који су последица информација изгубљених при селекцији обележја. Као и у случају издвајања обележја у литератури се може наићи на примену веома широког спектра класификатора почев од оних најједноставнијих са граничном вредношћу (Altunay и сар., 2010) или правилима (Gotman, 1999) преко линеарних класификатора (Iscan и сар., 2011; Liang и сар., 2010) па све до оних комплекснијих заснованих на фази логици и/или вештачким неуралним мрежама (Gajić, 2007; Subasi, 2007; Tzallas и сар., 2007). Такође приметна је употреба и других техника класификације заснованих на k најближих суседа (Guo и сар., 2011; Orhan и сар., 2011), дрветима одлучивања (Tzallas и сар., 2009), експертским моделима (Ubeyli, 2007; Ubeyli и Guler, 2007) као и Бајесовим класификаторима (Iscan и сар., 2011; Tzallas и сар., 2009). Обзиром да процес издвајања обележја као доста приоритетнији корак може

бити веома захтеван пожељна је употреба што једноставнијих односно рачунски мање захтевнијих класификатора како би читав систем одлучивања у идеалном случају могао радити и у реалном времену.

2. ОБРАДА ЕЕГ СИГНАЛА

У претходном поглављу укратко је описано на који начин се ЕЕГ сигнали генеришу и снимају док ће у овом поглављу бити представљене основне технике и ограничења у области обраде ЕЕГ сигнала и издвајање одређених обележја из истих а у циљу касније детекције потенцијално присутних епилептиформних активности. Идеја је да се издвајањем обележја дође до информација о ЕЕГ сигнаlima које су скривене и не баш тако или не уопште визуелно уочљиве као што су на пример варијација, учестаност, снага, комплексност, итд.

Одељак 2.1 описује одређене припремне активности односно предобраду снимљених ЕЕГ сигнала како би се након тога могло приступити њиховој даљој обради и издавајању обележја коришћењем разних техника из временског, фреквенцијског или временско-фреквенцијског домена као и нелинеарне анализе које су описане у преосталим одељцима овог поглавља.

2.1. ПРЕДОБРАДА

Предобрада ЕЕГ сигнала пре примене било каквих других техника за обраду сигнала је веома пожељна обзиром да у великој мери елиминише одређене недостатке који у каснијим корацима могу онемогућити исправну детекцију епилептиформних активности. Предобрада у већини случајева укључује избор одговарајуће учестаности одабирања, филтрирање и нормализацију сигнала, обраду артефаката као и провера и отклањање евентуалних узрока нестационарности сигнала.

Одабирање аналогног ЕЕГ сигнала се ради у систему за аквизицију у складу са Никвистовим критеријумом, односно аналогни ЕЕГ сигнал се најпре филтрира па затим одабира са учестаношћу која је најмање два пута (углавном два и по пута да би се избегли ивични ефекти одабирања) већа од максималне учестаности присутне у претходно филтрираном сигналу како не би дошло до преклапања спектра.

Нормализација ЕЕГ сигнала се углавном односи на елиминацију средње вредности и нормализацију варијансе. Обзиром да је ЕЕГ сигнал заправо разлика између потенцијала његова средња вредност не садржи било какву корисну информацију. Такође у циљу поређења сигнала снимљених са различитом опремом неопходно је скалирати и варијансу сигнала обзиром да његова амплитуда првенствено зависи од појачања система за аквизицију.

Детектовањем епилептиформних активности се заправо жели детектовати промена у ЕЕГ сигналу са одређеном прецизношћу у времену која у случају детекције напада износи око неколико секунди а предикције неколико минута. Управо ова чињеница представља један од основних изазова у овој области пошто већина техника за обраду сигнала подразумева стационарност односно исту статистичку расподелу сигнала што није случај са ЕЕГ сигналима који се одликују високим степеном нестационарности обзиром да представљају електричну активност једног крајње нестационарног система као што је мозак. Питање је колико брзо се уопште може донети одлука да је детектована нека промена у ЕЕГ сигналу као на пример појава епилептиформне активности. Уколико се овакве промене дешавају доста чешће него што је трајање сегмента ЕЕГ сигнала који је коришћен за прорачун обележја онда такво обележје и није баш од неке велике користи. Стога је веома битно наћи одређени компромис по овом питању обзиром да су краћи сегменти ЕЕГ сигнала неопходни за очување бар оне слабије стационарности и детекцију промена на време а дужи за исправан прорачун обележја која су наравно предуслов за детекцију. У оквиру ове докторске дисертације овај изазов је решен на крајње прагматичан начин и то предпоставком да су сегменти ЕЕГ сигнала у трајању од 20 до 30 слабо стационарни или скоро стационарни (Elger и сар., 2002) што је прихватљиво за већину техника за обраду сигнала. Такође кад год је то могуће потребно је елиминисати и неке вештачки проузроковане нестационарности у сигналу као на пример оне присутне на почетку и на крају које су последица сегментисања.

Као што је раније напоменуто обрада артефаката присутних у ЕЕГ сигналима није уопште једноставна и представља једну засебну област истраживања. У сваком случају на најчешће и увек присутне артефакте се мора обратити пажња и постоји неколико стратегија за то. Артефакти проузроковани откуцајем срца се углавном

игноришу обзиром да имају само минорне ефекте на касније технике издвајања обележја. У случају артефаката коју могу утицати на ефикасност техника издвајања обележја као на пример оних проузрокованих електромагнетном интерференцијом, покретом очију или мишића у близини електрода крајњи циљ је њихова идентификација и елиминација било визуелно или аутоматски употребом одговарајућих техника (Hyvarinen и сар., 2001; Rosso и сар., 2002).

2.2. АНАЛИЗА У ВРЕМЕНСКОМ ДОМЕНУ

Анализом сигнала у временском домену се заправо добијају обележја која квантитативно представљају оно што се може визуелно односно квалитативно уочити посматрањем сигнала у временском домену, као на пример повећање амплитуде у случају присуства епилептиформних активности. Амплитуда односно апсолутна вредност сигнала је дефинитивно једно од најважнијих обележја сваког сигнала и директно је сразмерна енергији и снази сигнала. Обзиром да амплитуда сигнала у одређеном тренутку сама за себе не говори много тога више него што је већ очигледно, доста чешће се за опис понашања сигнала у периоду од интереса користи средња вредност. Нека је сигнал $x(t)$ дискретизован са периодом одабирања T_s односно учестаношћу $f_s = 1/T_s$. Обзиром да је функција густине вероватноће у већини случајева непозната средња вредност сегмента дискретизованог сигнала $x[n]$ од N одбирака се може апроксимирати помоћу следеће форме

$$\mu_x = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x[n]. \quad (2.1)$$

Средња вредност се може уместо за сигнал у временском домену дефинисати и за нека друга обележја сигнала, као на пример амплитуду $|x[n]|$ и снагу $|x[n]|^2$ сигнала у временском домену али и обележја из неких других домена, као на пример коефицијенте трансформације сигнала из временског у фреквенцијски или временско-фреквенцијски домен, итд.

Са друге стране варијанса карактерише одступање сигнала од своје средње вредности и слично као и средња вредност се може апроксимирати са

$$\sigma_x^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x[n] - \mu_x)^2 \quad (2.2)$$

где је σ_x стандардна девијација.

Уколико средња вредност сигнала прилично варира стандардна девијација се тада може нормализовати средњом вредношћу и на тај начин добити коефицијент варијације дефинисан са

$$c_x = \frac{\sigma_x}{\mu_x} \quad (2.3)$$

који је веома осетљив на било какве промене када је средња вредност блиска нули. У присуству нестационарности средња вредност обично значајно варира а тиме и варијанса и коефицијент варијације. Тада се уместо варијансе као мере варијабилности може бројати број промена знака или поларитета сигнала. Укупна варијација сигнала је управо обележје тог типа и дата је са

$$v_x = \frac{1}{N-1} \frac{\sum_{n=2}^N |x[n] - x[n-1]|}{(\max_x - \min_x)} \quad (2.4)$$

чиме се сигнал у суштини нормализује разликом између своје максималне и минималне вредности на сегменту од интереса. Очигледно, вредност укупне варијације се налази у опсегу између $1/(N-1)$ за спорије сигнале и 1 за сигнале са веома честим и великим променама.

Познавајући средњу вредност и стандардну девијацију сигнала исти се може нормализовати на следећи начин

$$x_{norm}[n] = \frac{x[n] - \mu_x}{\sigma_x}. \quad (2.5)$$

Нормализација је обавезна уколико ако се анализирају ЕЕГ сигнали различитих пацијената и са различитих електрода као и они снимљени различитим системима за аквизицију који према томе поседују и различита појачања сигнала.

У циљу одређивања сличности сегмента сигнала са самим собом односно његове периодичности и усклађености са самим собом користи се аутокорељација која се у случају непознате функције густине вероватноће апроксимира са

$$corr_{xx}[\tau] = \frac{1}{N - \tau} \sum_{n=1}^{N-\tau} x[n + \tau]x[n], \quad 0 \leq \tau < N - \tau \quad (2.6)$$

и која има максималну вредност једнаку 1 када је кашњење $\tau = 0$ док је у случају сигнала чија је средња вредност једнака нули а N довољно велико $corr_{xx}[0] = \sigma_x^2$. И поред чињенице да се у присуству епилептиформних активности може уочити повећана регуларност односно осцилаторни карактер у ЕЕГ сигналима аутокорељација није од велике користи за детекцију тих активности чак и за време трајања напада услед нестационарности и сталне промене учестаности сигнала са временом. За опис сличности и синхронизације између два различита сигнала као на пример сигнала са две различите електроде може се користи кроскорелација која се такође може апроксимирати са

$$xcorr_{x_1, x_2}[\tau] = \frac{1}{N - \tau} \sum_{n=1}^{N-\tau} x_1[n + \tau]x_2[n], \quad 0 \leq \tau < N - \tau. \quad (2.7)$$

Очигледно за исправну процену свих претходно дефинисаних обележја сигнала у временском домену веома је битан избор броја одбирака N односно трајање сегмента сигнала који се анализира ради одређивања обележја. Већи броја одбирака резултира у бољу процену обележја али мању способност детектовања промена и обратно. Иако у области анализе ЕЕГ сигнала поменута обележја могу бити прилично добро процењена са око пар хиљада одбирака иста се нису показала баш толико поуздана у области детекције епилептиформних активности поготово уколико се не користе у додатку са обележјима из неких других домена.

2.3. АНАЛИЗА У ФРЕКВЕНЦИЈСКОМ ДОМЕНУ

ЕЕГ сигнали као последица догађаја са различитим периодима понављања садрже сигнале чије различите учестаности није могуће идентификовати у временском

домену пошто су сви ти сигнали приказани заједно. Стога је неопходна трансформација сигнала из временског у фреквенцијски домен што се на случају сегмента дискретизованог сигнала $x[n]$ од N одбирака, тј. $n = 1, 2 \dots N$, постиже такозваном брзом Фуријеовом трансформацијом (БФТ) дефинисаном са

$$fft[\omega] = \sum_{n=1}^N x[n] e^{-i\omega n}, \omega = \frac{2\pi m}{N}, 0 \leq m < N \quad (2.8)$$

где је кружна учестаност $\omega = 2\pi f/f_s$ такође дискретизована у N одбирака (Proakis и Manolakis, 1996). Обзиром да се трансформацијом сигнала у фреквенцијски домен не губе оригиналне информације из временског домена сигнал је могуће у потпуности реконструисати инверзном Фуријеовом трансформацијом помоћу

$$x[n] = \frac{1}{N} \sum_{\omega=0}^{2\pi(N-1)/N} fft[\omega] e^{i\omega n}, 1 \leq n \leq N \quad (2.9)$$

Очигледно што је дужи сегмент $x[n]$ односно веће N већа је и резолуција учестаности.

Спектрална густина снаге је такође једно од веома битних обележја сигнала у фреквенцијском домену и представља допринос сваке појединачне фреквенцијске компоненте снази читавог сегмента сигнала $x[n]$ а дефинише као Фуријеова трансформација аутокорелације дате у (2.6). У пракси се спектрална густина снаге најчешће естимира коришћењем коефицијената брзе Фуријеове трансформације односно периодограмом (Welch, 1967) датим са

$$per[\omega] = \frac{1}{N} |fft[\omega]|^2 \quad (2.10)$$

који је непомерен и неконзистентан естиматор односно са повећањем дужине сегмента сигнала средња вредност естимације тежи правој вредности спектралне густине снаге што је добра ствар за разлику од варијансе естимације која се не смањује односно не тежи нули са повећањем дужине сегмента. Периодограм се може додатно нормализовати укупном снагом сигнала односно

$$per_{norm}[\omega] = \frac{1}{N} |fft[\omega]|^2 / \sum_{\omega=0} per[\omega] \quad (2.11)$$

чиме се добија релативни допринос сваке фреквенцијске компоненте укупној снази сигнала. Ако треба поредити снаге два различита сигнала неопходно их је претходно нормализовати и тек потом приступити издвајању неких од обележја описаних у Одељку 2.2 у циљу поређења истих.

Уколико се оригинални сегмент сигнала $x[n]$ додатно подели на P подсегмената од по N/P одбирака периодограм се може рачунати и на следећи начин

$$per[\omega] = \frac{1}{P} \sum_{p=0}^{P-1} \frac{P}{N} |fft_p[\omega]|^2 \quad (2.12)$$

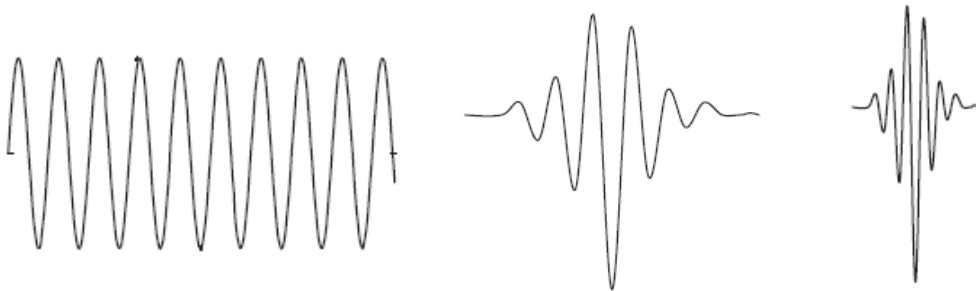
где је $fft_p[\omega]$ брза Фуријеова трансформација сваког од подсегмената са N/P одбирака. На овај начин је периодограм заправо усредњен и са мањом варијансом али очигледно и мањом резолуцијом у фреквенцијском домену. У циљу праћења промена сигнала са временом и у фреквенцијском домену периодограм се може секвенцијално израчунавати на довољно кратким подсегментима односно вршити кратковременска Фуријеова трансформација и након тога заједно са временском осом приказати на такозваном спектрограму. Ако су поменути подсегменти дужег трајања односно са више одбирака већа је резолуција у фреквенцијском а мања у временском домену и обратно. Према томе неопходно је направити одређени компромис како би се добила жељена резолуција у фреквенцијском домену и у исто време очувала стационарност сигнала у оквиру сваког од анализираних подсегмената односно постигла одговарајућа резолуција у временском домену.

2.4. АНАЛИЗА У ВРЕМЕНСКО-ФРЕКВЕНЦИЈСКОМ ДОМЕНУ

Анализом ЕЕГ сигнала искључиво у временском домену се могу издвојити обележја која не садрже било какве информације о учестаностима које су као што ће се касније и видети такође веома важне у циљу што исправније детекције епилептиформних активности. Са друге стране трансформацијом сигнала из временског у фреквенцијски домен се у потпуности губе информације о времену осим наравно у случају секвенцијалне примене на довољно кратке и стационарне

подсегменте што такође има свој недостатак који се односи на исправан избор дужине тих подсегмената како би се истовремено постигла жељена резолуција у оба домена. Такође једном изабрана дужина подсегмента односно резолуција у временском домену остаје фиксна на читавом опсегу учестаности и не може се прилагођавати доминантним учестаностима сигнала у одређеном временском тренутку. Анализа сигнала таласићима веома успешно решава овај недостатак и резултује у сасвим довољно информација о нестационарном сигналу и у временском и у фреквенцијском домену. Од раније је познато да се сигнал може приказати као линеарна комбинација својих основних функција. Јединична импулсна функција чија је снага ограничена а средња вредност различита од нуле је основна функција за приказ сигнала у временском домену док у фреквенцијском домену ту улогу има синусоидална функција која има бесконачну снагу и нулту средњу вредност. За приказ сигнала у временско-фреквенцијском домену као основна функција се користи таласић који је је заправо функција ограничене снаге односно трајања и нулте средње вредности (Рао и Ворардикар, 1998) односно за коју важи

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\psi[n]|^2 < \infty, \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} \psi[n] = 0. \quad (2.13)$$



Слика 2.1. Синусоида и два таласића различитих ширина

Таласић у времену померен односно транслиран за b одбирака и скалиран такозваним параметром дилатације a дат је са

$$\psi_{ab}[n] = \frac{1}{\sqrt{a}} \psi \left[\frac{n-b}{a} \right]. \quad (2.14)$$

Променом параметра дилатације основни таласић ($a = 1$) мења своју ширину односно шири се ($a > 1$) и скупља ($0 \leq a < 1$) у свом временском домену као на пример на Слици 2.1. Приликом анализе нестационарних сигнала могућност промене ширине таласића представља огромну предност ове технике анализе обзиром да се ширим таласићима могу издвојити спорије промене односно ниже учестаности сигнала а ужим таласићима брже промене односно више учестаности. Након избора вредности параметара a и b могуће је извршити трансформацију сегмента сигнала $x[k]$ од N одбирака односно израчунати коефицијенте трансформације таласићима помоћу

$$w_{ab}[n] = \sum_{\tau=1}^N x[k]\psi_{ab}[n - \tau], 1 \leq n \leq N \quad (2.15)$$

На овај начин се заправо из сигнала издвајају само оне учестаности које се налазе у оквиру опсега учестаности таласића $\psi_{ab}[n]$ односно врши филтрирање сигнала таласићем $\psi_{ab}[n]$. Као и раније на основу овако добијених коефицијета оригиналан сигнал је могуће реконструисати инверзном трансформацијом. Наравно уколико је неопходно могуће је независно реконструисати и део сигнала који је филтриран и онај који је одбачен таласићем $\psi_{ab}[n]$ и то на основу такозваних коефицијената детаља и коефицијената апроксимације респективно који су наравно функција коефицијената трансформације $w_{ab}[n]$.

Параметри a и b се могу континуално мењати што баш и није тако практично поготову имајући у виду да се сигнал може сасвим успешно и трансформисати и реконструисати помоћу доста мањег и коначног броја таласића односно коришћењем ограниченог броја дискретних вредности параметара a и b што је познато и као дискретна трансформација таласићима (ДТТ). У том случају параметара a и b су најчешће степени броја 2 чиме се добија такозвана диадска мрежа ортогоналних таласића са опсезима учестаности који се међусобно не преклапају. Параметар дилатације a као степен броја 2 се на сваком следећем вишем нивоу трансформације удвостручује у односу на вредност са претходног нивоа што значи да таласић постаје два пута шири у свом временском домену и поседује два пута ужи али и два пута нижи опсег учестаности чиме се у суштини резолуција у временском домену трансформисаног сигнала двоструко смањује а у

фреквенцијском двоструко повећава. На овај начин се опсег учестаности сигнала са претходног нивоа на сваком следећем нивоу дели на пола и то на виши опсег који садржи више учестаности и описује финије промене односно детаље и нижи опсег који садржи ниже учестаности и заправо представља апроксимацију сигнала са претходног нивоа. Ова техника је у литератури позната и као декомпозиција сигнала таласићима.

2.5. НЕЛИНЕАРНА АНАЛИЗА

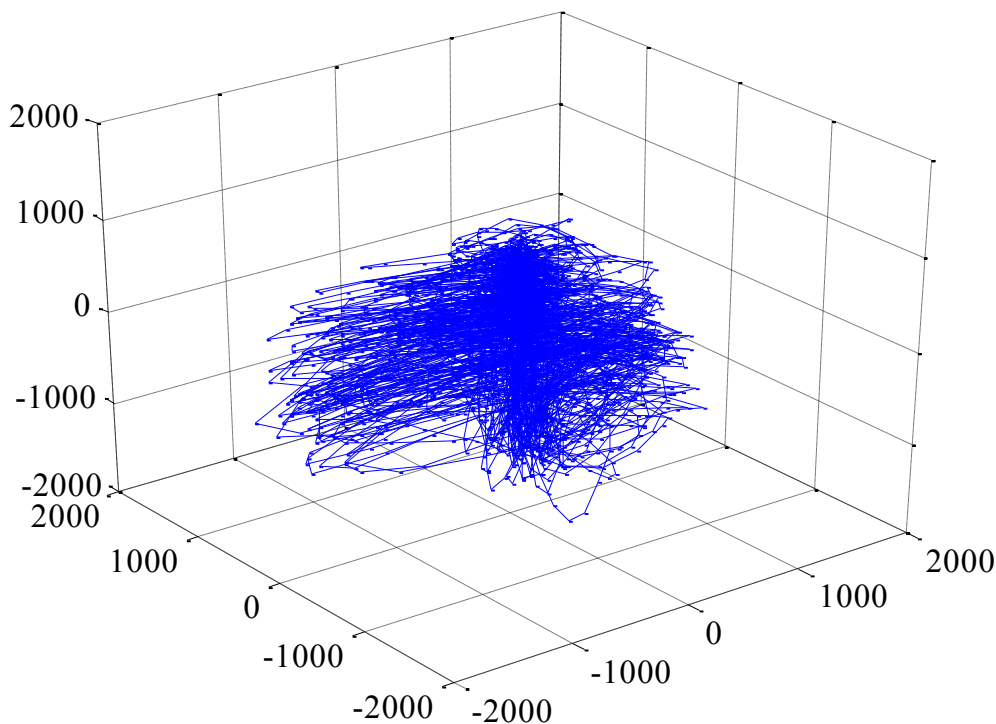
ЕЕГ сигнали као последица активности једног крајње комплексног и нелинеарног система поред прилично добро познатих и претходно описаних линеарних могу се анализирати и неком од нелинеарних техника. Евентуалне нелинеарности присутне у сигналу се применом линеарних техника само апроксимирају што за последицу може имати губитак одређених и потенцијално битних информација. У том случају је пожељна употреба нелинеарних техника обзиром да су оне много поузданије за анализу нелинеарности и поред чињенице да подразумевају бар слабу стационарност сигнала (Varsavsky и сар., 2011) као и да требају сегменте мало дужег трајања па су самим тиме и рачунски захтевније у односу на линеарне технике. Нелинеарна анализа заснована на теорији хаоса једна је од најпознатијих техника за идентификацију и опис евентуално присутне хаотичности и нелинеарности у сигналу.

Као и раније нека је $x[n]$ сегмент сигнала који се жели анализирати где је $n = 1 \dots N$. Такође нека је m временско кашњење за које се могу дефинисати два нова подсегмента сигнала $x[n]$, први x_k који садржи одбирке почев од тренутка k па до $N - m$ и други x_{k+m} са одбирцима од $k + m$ до N . Оба ова подсегмента садрже по $N - k - m + 1$ одбирака и могу се представити један наспрам другог у фазном простору са кашњењем m и такозваном уметнутом димензијом 2. Наравно у случају три подсегмента x_{k+2m} , x_{k+m} и x_k уметнута димензија фазног простора би била 3. Фазни простор са кашњењем пружа један сасвим други поглед на еволуцију сигнала у времену и ком се може приметити да сигнал гравитира у одређеној области фазног простора која се назива атрактор. На пример на Слици 2.2 приказан

је атрактор једног сегмента ЕЕГ сигнала у фазном простору са кашњењем од 5 одбирака и уметнутом димензијом 3.

У циљу конструкције фазног простора односно атрактора сигнала неопходно је унапред дефинисати вредности кашњења и уметнуте димензије која иако много пута мања од стварне димензије простора стања нелинераног система даје једну грубу представу о комплексности и нелинеарности сигнала (Andrzejak и сар., 2001). Кашњење m треба да буде довољно велико како би се ови подсегменти што мање поклапали односно садржали што мање заједничких информација али у исто време и довољно мало како би исти били довољног трајања за било какву даљу и корисну анализу. Оптимално кашњење се добија или на основу одређивања коефицијената аутокорељације или заједничке информације између подсегмената за различите вредности кашњења m . Кофицијент аутокорељације се нормализује и дефинисан је са

$$corr_m = \frac{\sum_{i=1}^{N-m} (x_k[i] - \mu_x)(x_{k+m}[i] - \mu_x)}{\sum_{i=1}^N (x_k[i] - \mu_x)^2}. \quad (2.16)$$



Слика 2.2. Атрактор ЕЕГ сигнала

Први локални минимум на графику зависности коефицијента аутокорејације од кашњења заправо одређује и оптимално кашњење m_o . Слична процедура за одређивање оптималног кашњења се примењује и у случају коефицијената заједничке информације дефинисаних са (Williams, 1997)

$$info_m = \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{j=1}^{N_s} p(x_k[i], x_{k+m}[j]) \log_2 \frac{p(x_k[i], x_{k+m}[j])}{p(x_k[i]) p(x_{k+m}[j])} \quad (2.17)$$

где је N_s број области на колико је сигнал дискретизован по амплитуди а p одговарајућа вероватноћа да подсегмент припада одређеној области.

Након одређивања оптималног кашњења неопходно је проценити и минималну уметнуту димензију фазног простора са кашњењем што се углавном ради применом Каове технике (Сао, 1997). У фазном простору са кашњењем m_o и уметнутом димензијом d оригиналан сегмент сигнала је представљен својим фазним портретима који сви заједно чине атрактор и који је дефинисан следећим тачкама фазног простора

$$y_d[i] = [x[i] \ x[i + m_o] \ \dots \ x[i + m_o(d - 1)]] \quad (2.18)$$

где је $i = 1, 2, \dots, N - m_o(d - 1)$. Према Каовој техници уколико је d права димензија онда су две тачке близу једна друге и у фазном простору димензије d и у фазном простору димензије $d + 1$ и зову се прави суседи (Сао, 1997). Димензија се повећава постепено све док број лажних суседа не буде нула односно Каова уметнута функција дефинисана са

$$e_d = \frac{1}{N - m_o d} \sum_{i=1}^{N - m_o d} \frac{\|y_{d+1}[i] - y_{d+1}[n_{i,d}]\|}{\|y_d[i] - y_d[n_{i,d}]\|} \quad (2.19)$$

не постане константна где је $i = 1, 2, \dots, N - m_o d$ а $y_d[n_{i,d}]$ најближи сусед $y_d[i]$ у d -димензионалном фазном простору са кашњењем m_o . Практично минимална уметнута димензија d_{min} се одређује када се однос e_{d+1}/e_d приближи вредности 1. Обзиром да се овај однос у неким случајевима може приближити 1 и за потпуно случајне сигнале врши се и додатна провера где је Каова уметнута функција редефинисана и дата са

$$e_d^* = \frac{1}{N - m_o d} \sum_{i=1}^{N - m_o d} |x[i + m_o d] - x[n_{i,d} + m_o d]| \quad (2.20)$$

где је $x[n_{i,d} + m_o d]$ најближи сусед $x[i + m_o d]$. Константна вредност односа e_{d+1}^*/e_d^* за различите вредности уметнуте димензије указује да се ради о случајном сигналу. Сигнал није случајан односно детерминистичан је уколико је овај однос различит од 1 бар за најмање једну вредност уметнуте димензије која је у том случају и минимална.

Корелациона димензија је мера комплексности атрактора сигнала у фазном простору са кашњењем. Ова димензија за разлику од већине других већ познатих димензија може имати и нецелобројну вредност и на тај начин окарактерисати димензију односно комплексност атрактора доста прецизније од уметнуте димензије али је у сваком случају мања или максимално једнака уметнутој димензији.

Нека је корелациона сума C_ε сегмента сигнала са N одбирака у радијусу ε свог фазног простора са кашњењем m_o и минималном уметнутом димензијом d_{min} односно $M = N - m_o d_{min}$ тачака $y_{d_{min}}$ дата са (Williams, 1997)

$$C_\varepsilon = \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{1}{M^2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M H(\varepsilon - \|y_{d_{min}}[i] - y_{d_{min}}[j]\|) \quad (2.21)$$

где је H Хевисајдова јединична степенаста функција која резултира у 1 уколико се $y_{d_{min}}[j]$ налази у радијусу ε од $y_{d_{min}}[i]$ односно

$$\varepsilon - \|y_{d_{min}}[i] - y_{d_{min}}[j]\| > 0 \quad (2.22)$$

иначе је 0. Корелациона димензија d_{corr} је апроксимација нагиба природног логаритма корелационе суме у функцији од ε . Обзиром да је укупан број могућих растојања између две тачке у фазном простору са кашњењем једнак $M(M - 1)/2$ корелациона димензија се може директо добити применом Тејкенсовог естиматора (Takens, 1981; Cao, 1997) са

$$d_{corr} = - \left[\frac{2}{M(M-1)} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \log \left(\frac{\|y_{d_{min}}[i] - y_{d_{min}}[j]\|}{\varepsilon} \right) \right] \quad (2.23)$$

Највећи Љапунов експонент λ_{max} представља меру степена хаотичности атрактора и дивергенције трајекторија у фазном простору односно предиктивности сигнала. Дивергенција атрактора представља растојање између две блиске тачке у фазном простору након одређеног временског периода од k одбирака што је познато и као дужина предикције. На основу теорије хаоса односно такозваног ефекта лептира две тачке блиске у фазном простору једног хаотичног система могу имати потпуно различите трајекторије. Према томе дивергенција трајекторија имплицира хаотичност система и обратно а Љапунов експонент заправо карактерише експоненцијалну брзину те дивергенције. Број Љапунових експонената једнак је уметнутој димензији и сваки од ових Љапунових експонената представља меру контракције ($\lambda < 0$) или експанзије ($\lambda > 0$) атрактора у одређеном правцу фазног простора. У случају хаотичног система трајекторије морају дивергирати у најмање једној димензији што значи да најмање један Љапунов експонент мора бити већи од нуле када је то у исто време и највећи Љапунов експонент. Уколико је више Љапунових експонената позитивно онда највећи међу њима указује на правац највеће експанзије атрактора и хаотичности. Средња вредност дивергенције трајекторија након k одбирака и периодом одабирања T_s се може израчунати применом Волфове технике (Wolf и сар., 1985; Rosenstein и сар., 1993) са

$$d_T = \frac{1}{(M-k)} \sum_{i=1}^{M-k} \frac{\|y_{d_{min}}[i+k] - y_{d_{min}}[n_i+k]\|}{\|y_{d_{min}}[i] - y_{d_{min}}[n_i]\|} \quad (2.24)$$

где су $y_{d_{min}}[i]$ и $y_{d_{min}}[n_i]$ две блиске тачке на различитим трајекторијама у фазном простору. Највећи Љапунов експонент λ_{max} је у овом случају апроксимација нагиба природног логаритма дивергенције трајекторија као функције броја одбирака k односно $d_T = d_0 e^{kT_s \lambda_{max}}$ где је d_0 почетна дивергенција. Такође постоји још једна веома слична практичнија техника за процену највећег Љапуновог експонента предложена од стране Sato и сар. у оквиру које се најпре прорачунава грешка предикције за неколико различитих вредности броја одбирака k помоћу

$$p_k = \frac{1}{(M-k)} \sum_{i=1}^{M-k} \log_2 \frac{\|y_{d_{min}}[i+k] - y_{d_{min}}[n_i+k]\|}{\|y_{d_{min}}[i] - y_{d_{min}}[n_i]\|} \quad (2.25)$$

а затим λ_{max} одређује као нагиб средњег и приближно линеарног дела грешке предикције p_k у функцији од kT_s .

И корелациона димензија и највећи Љапунов експонент процењују веома сличне особине система. На пример, избором радијуса ε фазни простор се дели на делове димензије ε . И док корелациона димензија говори о томе колико се тачака може наћи у околним деловима фазног простора, Љапунов експонент описује колико далеко једна од друге завршавају трајекторије које полазе из истог дела. Односно оба ова обележја дају идеју о томе колико је систем комплексан и предвидив што наравно импретирају и квантификују на себи својствен начин.

3. КЛАСИФИКАЦИЈА ЕЕГ СИГНАЛА

Након издвајања обележја следећи корак у циљу детекције епилептиформних активности у ЕЕГ сигналима јесте пројектовање одговарајућег класификатора односно класификација издвојених обележја у најмање две основне класе од којих прва садржи ЕЕГ сигнале са епилептиформним активностима односно ЕЕГ сигнале снимљене непосредно пред или за време епилептичних напада док друга класа садржи ЕЕГ сигнале без епилептиформних активности односно ван напада. У суштини издвајањем обележја сигнал је из свог оригиналног временског домена трансформисан у простор обележја који је доста погоднији за класификацију и чија димензија је једнака броју издвојених обележја n . Тачније сваки од сегмената анализираног ЕЕГ сигнала је у простору обележја окарактерисан својим случајним вектором обележја $X = [X_1 X_2 \dots X_n]^T$. Имајући у виду саму природу проблема као и раније описане особине ЕЕГ сигнала статистичко препознавање облика представља сасвим логичан избор у циљу пројектовања одговарајућег класификатора у простору обележја.

Стога ће у овом поглављу бити описане неке од статистичких техника за пројектовање класификатора. Одељак 3.1 описује тестирање хипотеза. Параметарска и непараметарска класификација су описане у Одељку 3.2. и Одељку 3.3 док је редукција димензија простора обележја описана у Одељку 3.4. Кластеризација је описана у Одељку 3.5. Такође примена фази логике и неуралних мрежа у области класификације је објашњена у Одељку 3.6 и Одељку 3.7 респективно.

3.1. ТЕСТИРАЊЕ ХИПОТЕЗА

Случајном вектору издвојених обележја $X = [x_1 x_2 \dots x_n]^T$ се може придружити функција расподеле вероватноће дата са

$$P(\chi) = P(\chi_1, \chi_2 \dots \chi_n) = Pr\{x_1 \leq \chi_1, x_2 \leq \chi_2 \dots x_n \leq \chi_n\} = Pr\{x \leq \chi\} \quad (3.1)$$

где Pr означава вероватноћу догађаја да је $x_1 \leq \chi_1, x_2 \leq \chi_2 \cdots x_n \leq \chi_n$. Такође случајан вектор се може окарактерисати и функцијом густине вероватноће која представља извод функције расподеле и дефинисана је на следећи начин

$$p(\chi) = \frac{\partial^n P(\chi)}{\partial \chi_1 \partial \chi_2 \cdots \partial \chi_n}. \quad (3.2)$$

Обзиром да случајни вектори могу припадати различитим класама које имају различите функције расподеле условна функција густине уколико случајан вектор припада класи ω_l се означава са $p(\chi/\omega_l)$ или $p_l(\chi)$ где је $l = 1, 2 \cdots L$ а L укупан број могућих класа. Безусловна или миксована функција густине дата је са

$$p(\chi) = \sum_{l=1}^L P_l p_l(\chi) \quad (3.3)$$

где је P_l апериорна вероватноћа појаве класе ω_l . Апостериорна вероватноћа класе ω_l за дати случајан вектор X је на основу Бајесове теореме дефинисана са

$$q_l(X) = P(\omega_l/X) = \frac{P_l p_l(X)}{\sum_{l=1}^L P_l p_l(X)} \quad (3.4)$$

Уколико су условне функције густине познате класификација случајних вектора се своди на статистичко тестирање хипотеза. Односно у случају две класе одлука којој од класа случајни вектор X припада се може донети помоћу следеће хипотезе или критеријума:

$$q_1(X) > q_2(X) \Rightarrow X \in \omega_1 \quad (3.5)$$

$$q_1(X) < q_2(X) \Rightarrow X \in \omega_2. \quad (3.6)$$

Пошто је миксована густина вероватноће заједничка и иста за обе апостериорне вероватноће претходни израз се може написати и у форми:

$$l(X) = \frac{p_1(X)}{p_2(X)} > \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow X \in \omega_1 \quad (3.7)$$

$$l(X) = \frac{p_1(X)}{p_2(X)} < \frac{P_2}{P_1} \Rightarrow X \in \omega_2 \quad (3.8)$$

где је $l(X)$ такозвани количник веродостојности а P_2/P_1 праг одлучивања. Класификација случајних вектора извршена на основу претходних критеријума се назива Бајесова класификација минималне грешке обзиром да је укупна вероватноћа грешке класификације односно збир вероватноћа грешке класификације за сваку од класа на овај начин минимизован. Уколико је неопходно минимизовати вероватноћу грешке класификације само једне класе и у исто време ту вероватноћу за другу класу држати константном примењује се Нојман-Пирсонов тест (Fukunaga, 1990).

У пракси се врло често дешава да када се случајни вектор из прве класе грешком придружи другој има већу тежину него када се вектор из друге класе грешком придружи првој. Тада се уводи цена за сваку од могућих одлука а условна цена одлуке да случајан вектор X припада класи ω_l једнака је $r_l = c_{l1}q_1(X) + c_{l2}q_2(X)$. Класификација се ради по следећем критеријуму:

$$r_1(X) < r_2(X) \Rightarrow X \in \omega_1 \quad (3.9)$$

$$r_1(X) > r_2(X) \Rightarrow X \in \omega_2 \quad (3.10)$$

који се у оптималном односно случају минималне цене своди на

$$\frac{p_1(X)}{p_2(X)} > \frac{(c_{12} - c_{22})P_2}{(c_{21} - c_{11})P_1} \Rightarrow X \in \omega_1 \quad (3.11)$$

$$\frac{p_1(X)}{p_2(X)} < \frac{(c_{12} - c_{22})P_2}{(c_{21} - c_{11})P_1} \Rightarrow X \in \omega_2. \quad (3.12)$$

Очигледно је да се Бајесова класификација минималне цене разликује само у прагу одлучивања од класификације минималне грешке. Уколико априорне вероватноће нису константне односно мењају се током времена а тиме и праг одлучивања P_2/P_1 што у пракси и јесте најчешћи случај примењује се минимакс тест а све у циљу заштите перформанси ове врсте класификатора. Такође у случају да се класификација случајних вектора врши у реалном времену односно како мерења пристижу примењује се Валдов секвенцијални тест (Fukunaga, 1990).

3.2. ПАРАМЕТАРСКА КЛАСИФИКАЦИЈА

Класификација заснована на тестирању хипотеза јесте оптимална и тиме најбоља могућа. Међутим таква класификација захтева тачно познавање условних функција густине вероватноће које у највећем броју проблема у пракси нису познате. Иако је на основу довољно великог броја случајних вектора могуће проценити непознате функције густине у пракси се најчешће прибегава пројектовању класификатора који нису баш оптимални али су доста једноставнији, као на пример линеарни и квадратни класификатори. Такође класификатори ове всте су и прилично робусни односно мање осетљиви на промене у статистичким особинама случајних вектора који се класификују.

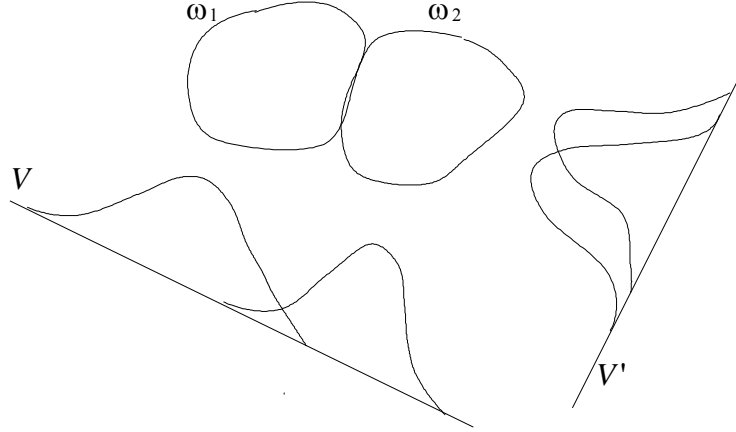
Линеарни класификатор има следећу форму

$$h(X) = V^T X + v_0 < 0 \Rightarrow X \in \omega_1 \quad (3.13)$$

$$h(X) = V^T X + v_0 > 0 \Rightarrow X \in \omega_2 \quad (3.14)$$

где је $h(X)$ линеарна дискриминациона функција а вектор V и скалар v_0 непознате које треба одредити у складу са изабраним критеријумом. Линеаран класификатор је користан само уколико су класе сепарабилне по основу својих вектора средњих вредности. Уколико то није баш случај пожељно је користити или део по део линеарни или квадратни класификатор. Члан дискриминационе функције $V^T X$ заправо значи да се најпре врши пројектовање случајног вектора обележја X на вектор V а затим поређење резултата тог скалараног производа са $-v_0$ на основу чега се доноси одлука о класификацији. На Слици 3.1 је приказан пример пројектовања на два вектора V и V' где се јасно види да избор вектора V резултује у доста мању вероватноћу грешке класификације. Уколико је случајан вектор X нормално расподељен тада је и скалар $h(X)$ такође нормално расподељена случајна променљива а вероватноћа грешке класификације у том случају зависна од $\eta_l = E\{h(X)/\omega_l\}$ и $\sigma_l^2 = var\{h(X)/\omega_l\}$, $l = 1, 2$ који су такође функција вектора V и скалара v_0 . Чак и када случајан вектор X није нормално расподељен, $h(X)$ представља збир n случајних променљивих па стога расподела $h(X)$ тежи нормалној са повећањем димензије X а у складу са централном граничном

теоремом. Према томе параметри η_l и σ_l^2 су и тада мера сепарабилности између класа без обзира на ненормалну расподелу случајног вектора X .



Слика 3.1. Пројектовање случајног вектора обележја X на вектор V

Параметри η_l и σ_l^2 се могу написати и у следећој форми:

$$\eta_l = E\{h(X)/\omega_l\} = E\{V^T X + v_0/\omega_l\} = V^T M_l + v_0 \quad (3.15)$$

$$\sigma_l^2 = \text{var}\{h(X)/\omega_l\} = \text{var}\{V^T X + v_0/\omega_l\} = V^T \Sigma_l V \quad (3.16)$$

где су M_l и Σ_l вектор средњих вредности и коваријациона матрица одговарајућих класа. Ако је $f(\eta_1, \eta_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2)$ критеријум који се жели минимизирати у циљу одређивања вектора V и скалара v_0 тада је

$$\frac{\partial f}{\partial V} = \frac{\partial f}{\partial \eta_1} \frac{\partial \eta_1}{\partial V} + \frac{\partial f}{\partial \eta_2} \frac{\partial \eta_2}{\partial V} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_1^2} \frac{\partial \sigma_1^2}{\partial V} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2^2} \frac{\partial \sigma_2^2}{\partial V} \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial f}{\partial v_0} = \frac{\partial f}{\partial \eta_1} \frac{\partial \eta_1}{\partial v_0} + \frac{\partial f}{\partial \eta_2} \frac{\partial \eta_2}{\partial v_0} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_1^2} \frac{\partial \sigma_1^2}{\partial v_0} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2^2} \frac{\partial \sigma_2^2}{\partial v_0} \quad (3.18)$$

где је $\partial \sigma_l^2 / \partial V = 2 \Sigma_l V$, $\partial \eta_l / \partial V = M_l$, $\partial \sigma_l^2 / \partial v_0 = 0$ и $\partial \eta_l / \partial v_0 = 1$. Из услова да критеријум f треба минимизирати следи:

$$\frac{\partial f}{\partial V} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial \eta_1} M_1 + \frac{\partial f}{\partial \eta_2} M_2 + \frac{\partial f}{\partial \sigma_1^2} 2 \Sigma_1 V + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2^2} 2 \Sigma_2 V = 0 \quad (3.19)$$

$$2 \left[\frac{\partial f}{\partial \sigma_1^2} \Sigma_1 + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2^2} \Sigma_2 \right] V = - \left[\frac{\partial f}{\partial \eta_1} M_1 + \frac{\partial f}{\partial \eta_2} M_2 \right] \quad (3.20)$$

$$\frac{\partial f}{\partial v_0} = 0 \Rightarrow \frac{\partial f}{\partial \eta_1} + \frac{\partial f}{\partial \eta_2} = 0 \quad (3.21)$$

на основу чега се за оптималан вектор V добија

$$V = [s\Sigma_1 - (1-s)\Sigma_2]^{-1}(M_2 - M_1) \quad (3.22)$$

где је

$$s = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_1^2}}{\frac{\partial f}{\partial \sigma_1^2} + \frac{\partial f}{\partial \sigma_2^2}} \quad (3.23)$$

док се оптималан скалар v_0 одређује само на основу услова 3.21. Примера ради у случају избора Фишеровог критеријума (Fukunaga, 1990)

$$f = \frac{(\eta_1 - \eta_2)^2}{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} \quad (3.24)$$

за оптимални вектор V се добија

$$V = \left[\frac{1}{2}\Sigma_1 + \frac{1}{2}\Sigma_2 \right]^{-1} (M_2 - M_1) \quad (3.25)$$

док избор скалара v_0 не утиче уопште на перформансе овако пројектованог класификатора пошто критеријум f не зависи од v_0 .

Такође врло користан и често коришћен критеријум јесте

$$f = \frac{P_1\eta_1^2 + P_2\eta_2^2}{P_1\sigma_1^2 + P_2\sigma_2^2} \quad (3.26)$$

којим се заправо максимизира међукласно а минимизира унутаркласно растојање и на основу ког се за оптималан вектор V добија

$$V = [P_1\Sigma_1 + P_2\Sigma_2]^{-1}(M_2 - M_1) \quad (3.27)$$

а за оптималан скалар

$$v_0 = -V^T(P_1M_1 + P_2M_2). \quad (3.28)$$

Уколико су случајни вектори обележја који се налазе у близини дискриминационе границе важнији од оних који су даље тада се пројектује такозвани линеарни

класификатор на бази жељеног излаза где се уводи нови случајни вектор Z дефинисан на основу оригиналних случајних вектора X на следећи начин (Fukunaga, 1990):

$$Z = [-1 -X_1 -X_2 \cdots -X_n]^T, X \in \omega_1 \quad (3.29)$$

$$Z = [1 X_1 X_2 \cdots X_n]^T, X \in \omega_2. \quad (3.30)$$

Тада је дискриминациона функција дата са:

$$h(Z) = W^T Z = \sum_{i=0}^n w_i z_i > 0 \quad (3.31)$$

и треба да буде позитивна за што је више могуће случајних вектора Z што се постиже одговарајућим избором вектора W . Даље нека је $\gamma(Z)$ функција жељеног излаза уз ограничење да је већа од 0 за сваки случајан вектор Z . Тада се избор вектора W врши минимизацијом неког унапред постављеног критеријума тако да дискриминациона функција $h(Z)$ што више тежи жељеном излазу $\gamma(Z)$, као на пример следећих критеријума:

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [W^T Z_j - |W^T Z_j|]^2 \quad (3.32)$$

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [\text{sign}(W^T Z_j) - 1]^2 \quad (3.33)$$

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [W^T Z_j - \gamma(Z_j)]^2 \quad (3.34)$$

где је N укупан број случајних вектора који се класификују. Имајући у виду нелинеарну природу поменутих критеријума у пракси се користе итеративне процедуре у циљу проналажења вектора W , као на пример градијентна процедура:

$$W(l+1) = W(l) - \rho \left. \frac{\partial \overline{\varepsilon^2}}{\partial W} \right|_{W=W(l)} \quad (3.35)$$

где је l број текуће итерације а ρ позитивна константа. У линеарном случају процедура је доста једноставнија односно:

$$\overline{\varepsilon^2} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [W^T Z_j - \gamma(Z_j)]^2 = \frac{1}{N} (U^T W - \Gamma)^T (U^T W - \Gamma) \quad (3.36)$$

$$\frac{\partial \overline{\varepsilon^2}}{\partial W} = \frac{2}{N} U (U^T W - \Gamma)^T \quad (3.37)$$

где је $U = [Z_1 \ Z_2 \ \dots \ Z_N]$ матрица узорака, $\Gamma = [\gamma(Z_1) \ \gamma(Z_2) \ \dots \ \gamma(Z_N)]^T$ матрица жељених излаза а оптимални вектор $W = (UU^T)^{-1} U \Gamma$. Такође у случају нелинеарних критеријума може се користити нека од следеће три итеративне процедуре:

$$1) \ W(l+1) = W(l) - \frac{2\rho}{N} U [U^T W(l) - |U^T W(l)|] \quad (3.38)$$

$$2) \ W(l+1) = W(l) - \frac{2\rho}{N} U [\text{sign}(U^T W(l)) - \Gamma_0] \quad (3.39)$$

$$3) \ W(l+1) = W(l) - \frac{2\rho}{N} U [U^T W(l) - \Gamma(l)] \quad (3.40)$$

$$\Gamma(l+1) = \Gamma(l) + \frac{2\rho}{N} [U^T W(l) - \Gamma(l)] + L(l) \quad (3.41)$$

где је $|U^T W|$ вектор чији су елементи апсолутне вредности елементата аргумената, Γ_0 колона јединица и $L(l)$ тежински фактор казне чији елементи зависе од $\Gamma(l)$.

Са друге стране квадратни класификатор се дефинише у следећој форми:

$$h(X) = X^T Q X + V^T X + v_0 < 0 \Rightarrow X \in \omega_1 \quad (3.42)$$

$$h(X) = X^T Q X + V^T X + v_0 > 0 \Rightarrow X \in \omega_2. \quad (3.43)$$

Као и раније поново се може усвојити критеријум $f(\eta_1, \eta_2, \sigma_1^2, \sigma_2^2)$ који треба минимизирати у циљу проналажења оптималне матрице Q , вектора V и скалара v_0 . Број параметара које треба одредити у овом случају је доста већи па самим тиме овакав поступак не баш тако подесан. Међутим дискриминациона функција се може привидно линеаризовати на следећи начин (Fukunaga, 1990):

$$h(X) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n q_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n v_i x_i + v_0 = \sum_{i=1}^{\frac{n(n+1)}{2}} \alpha_i y_i + \sum_{i=1}^n v_i x_i + v_0 \quad (3.44)$$

где су q_{ij} и v_i елементи матрице Q и вектора V респективно. Имајући у виду раније добијени резултат при пројектовању линеарног класификатора оптимални параметри α_i и v_i су у овом случају дати са:

$$[\alpha_1 \alpha_2 \cdots \alpha_{n(n+1)/2} v_1 \cdots v_n]^T = [sK_1 - (1-s)K_2]^{-1}(D_2 - D_1) \quad (3.45)$$

где су D_i и K_i вектор средњих вредности и коваријациона матрица новоформираног случајног вектора $Z = |Y^T X^T|^T$.

Линеарни и квадратни класификатори представљају сасвим прихватљиво решење класификационих проблема са две класе док се у случају више класа врши пројектовање система класификатора који су део по део линеарни или квадратни односно део по део хомогени.

3.3. НЕПАРАМЕТАРСКА КЛАСИФИКАЦИЈА

У пракси се врло често располаже бар информацијама о облицима функција густине вероватноће случајних вектора које треба класификовати. Тада се процењују само одређени параметри тих функција густине као на пример средња вредност и варијанса односно врши параметарска процена функција густине и на основу тога касније параметарска класификација. Међутим уколико се не располаже информацијама о типу функција густине од интереса неопходно је исте најпре проценити односно извршити непараметарску процену функција густине а затим на основу тога и непараметарску класификацију.

Један од начина за процену функције густине јесте Парзенова процена. Нека је $L(X)$ област око случајног вектора X односно тачке у простору обележја у којој треба проценити функцију густине вероватноће $f(X)$ за коју се сматра да је константна у довољно малој области $L(X)$. Тада је такозвана маса вероватноће једнака $f(X)v$ где

је v запремина области $L(X)$. Уколико се располаже довољно великом бројем случајних вектора N тада је процена функције густине вероватноће дата са:

$$\hat{f}(X) = \frac{k(X)}{Nv} \quad (3.46)$$

где је $k(X)$ број тачака који се налазе у области $L(X)$ и који је у случају фиксне запремине v случајна променљива зависна од положаја тачке X у којој се функција густине и процењује. Уколико се ова процедура примени на одређени број подједнако удаљених тачака са растојањем v онда се иста своди на већ познату технику хистограма са фиксним областима.

Други начин за процену функције густине јесте техника k најближих суседа. За разлику од Парзенове процене где је запремина v фиксна а $k(X)$ случајна променљива зависна од тачке у којој се процењује функција густине код технике k најближих суседа ситуација је сасвим обратна односно k се фиксира а запремина $v(X)$ је случајна променљива. Тачније област $L(X)$ постаје случајна променљива која се шири око тачке X све док не обухвати k случајних вектора. Шта више техника k најближих суседа се може протумачити и као Парзенова процена са областима $L(X)$ чија се запремина аутоматски подешава зависно од положаја тачке X односно већа је тамо где је функција густине мања и обратно. Техника k најближих суседа се може представити у следећем облику:

$$\hat{f}(X) = \frac{k-1}{Nv(X)}. \quad (3.47)$$

Како би претходна процена била непомерена и конзистентна неопходно је параметар k изабрати тако да буду задовољена следећа два услова:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} k = \infty \text{ и } \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{k}{N} = 0 \quad (3.48)$$

који су задовољени уколико је $k = [N^\alpha]$ где $\alpha \in (0, 1)$.

Након непараметарске процене функција густине вероватноће приступа се непараметарској класификацији која је директна и на даље веома слична раније описаном тестирању хипотеза.

3.4. РЕДУКЦИЈА ДИМЕНЗИЈЕ ПРОСТОРА ОБЕЛЕЖЈА

Нека се применом неке линеарне трансформације n -димензионални случајан вектор X трансформише у n -димензионални случајан вектор $Y = A^T X$ где је A трансформациона квадратна матрица димензије n . Тада су вектор средњих вредности и коваријациона матрица случајног вектора Y једнаки $M_Y = A^T M_X$ и $\Sigma_Y = A^T \Sigma_X A$ а на основу тога функција растојања:

$$d_Y^2(Y) = (Y - M_Y)^T \Sigma_Y^{-1} (Y - M_Y) = (X - M_X)^T \Sigma_X^{-1} (X - M_X) = d_X^2(X) \quad (3.49)$$

односно функција растојања се не мења линеарном трансформацијом.

Ако се изврши транслирање координатног система за вектор средњих вредности M_X добија се случајни вектор $Z = X - M_X$ чији је вектор средњих вредности једнак нули а коваријациона матрица Σ иста као и Σ_X . Уколико се жели одредити случајни вектор Z који максимизира функцију растојања $d_Z^2(Z) = Z^T \Sigma^{-1} Z$ под условом да је $Z^T Z = 1$ неопходно је минимизирати следећи критеријум:

$$J = Z^T \Sigma^{-1} Z - \mu (Z^T Z - 1) \quad (3.50)$$

где је μ Лагранжеов мултипликатор. Применом парцијалног извода $\partial J / \partial Z$ и изједначавањем истог са нулом добија се:

$$\partial J / \partial Z = 2 \Sigma^{-1} Z - 2 \mu Z \Rightarrow \Sigma Z = \lambda Z \quad (3.51)$$

где је $\lambda = 1/\mu$. У циљу добијања ненулног решења које задовољава једнакост

$$\Sigma Z = \lambda Z \Leftrightarrow (\Sigma - \lambda I) Z = 0 \quad (3.52)$$

даље је неопходно пронаћи такав параметар λ који задовољава следећу такозвану карактеристичну једначину матрице Σ :

$$|\Sigma - \lambda I| = 0 \quad (3.53)$$

Свако λ које задовољава ову карактеристичну једначину се назива сопственом вредношћу матрице Σ док се вектор Z који се односи на одговарајућу сопствену вредност назива сопственим вектором. Када је Σ симетрична матрица димензије

$n \times n$ тада постоји n реалних сопствених вредности $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$ и n реалних сопствених вектора $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$ који су међусобно ортогонални и за које сада важи $\Sigma\Phi = \Phi\Lambda$ и $\Phi^T\Phi = I$ где је $\Phi = [\Phi_1 \Phi_2 \dots \Phi_n]$ квадратна матрица сопствених вектора, Λ дијагонална матрица сопствених вредности

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \lambda_n \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

а I јединична матрица.

Ако се матрица Φ употреби као трансформациона матрица приликом линеарне трансформације $Y = \Phi^T X$ тада ће коваријациона матрица случајног вектора Y бити $\Sigma_Y = \Phi^T \Sigma_X \Phi = \Lambda$ на основу чега се даље могу извући следећи веома важни закључци:

- 1) Случајни вектор Y представља вектор X у новом координатном систему чије су осе сопствени вектори $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$;
- 2) Коваријациона матрица случајног вектора Y је дијагонална односно компоненте овако добијеног случајног вектора некорелисане;
- 3) Трансформациона матрица је матрица сопствених вектора коваријационе матрице Σ_X . Обзиром да су сопствени вектори резултат оптимизационог проблема који максимизира функцију растојања $d_Z^2(Z)$ то значи да су за нове осе изабране информативне компоненте у случајном вектору;
- 4) Сопствене вредности матрице Σ_X су варијансе случајних променљивих y_i ;
- 5) Оваква трансформација је ортонормална јер за трансформациону матрицу Φ важи $\Phi^T\Phi = I$. Додатно, приликом свих ортонормалних трансформација Еуклидово растојање се не мења односно $\|Y\|^2 = Y^T Y = X^T \Phi^T \Phi X = X^T X = \|X\|^2$.

Нека је сада X n -димензионални случајан вектор издвојених обележја који се може представити помоћу n линеарно независних вектора у следећој форми:

$$X = \sum_{i=1}^n y_i \Phi_i = \Phi Y \quad (3.55)$$

где је $\Phi = [\Phi_1 \Phi_2 \cdots \Phi_n]$ и $Y = [y_1 y_2 \cdots y_n]$ односно Φ_i базни вектори новог пресликаног n -димензионалног простора а нове координате y_i скаларани производи базног вектора Φ_i и случајног вектора X . Уз претпоставку да су колоне матрице Φ односно базни вектори Φ_i ортонормални, координате случајног вектора X у пресликаном простору се могу добити на следећи начин:

$$y_i = \Phi_i^T X. \quad (3.56)$$

Према томе Y представља пресликани случајни вектор и ортонормалну трансформацију оригиналног случајног вектора X . Случајни вектор X апроксимиран са само m ($m < n$) базних вектора односно пресликаних обележја може се представити на следећи начин:

$$\hat{X}(m) = \sum_{i=1}^m y_i \Phi_i + \sum_{i=m+1}^n b_i \Phi_i \quad (3.57)$$

на основу чега грешка апроксимације постаје

$$\Delta X(m) = X - \hat{X}(m) = \sum_{i=m+1}^n (y_i - b_i) \Phi_i \quad (3.58)$$

а средња квадратна грешка

$$\bar{\varepsilon}^2(m) = E\{\|\Delta X(m)\|^2\} = \sum_{i=m+1}^n E\{(y_i - b_i)^2\} \quad (3.59)$$

има своју минималну вредност за $b_i = E\{y_i\} = \Phi_i^T E\{X\}$. Оптимална средња квадратна грешка се тада може написати у следећем облику:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}_{opt}^2(m) &= \sum_{i=m+1}^n E\{(y_i - E\{y_i\})^2\} = \sum_{i=m+1}^n \Phi_i^T E\{(X - E\{X\})(X - E\{X\})^T\} \Phi_i \\ &= \sum_{i=m+1}^n \Phi_i^T \Sigma_X \Phi_i = \sum_{i=m+1}^n \lambda_i \end{aligned} \quad (3.60)$$

где је Σ_X коваријациона матрица случајног вектора X а λ_i њене сопствене вредности. Дакле минимална средња квадратна грешка апроксимације једнака је збиру сопствених вредности изостављених координата што заправо значи да треба

изостављати координате којима одговарају најмање сопствене вредности. Пресликавање случајног вектора X у простор који чине сопствени вектори његове коваријационе матрице Σ_X се назива Карунен-Лоевеова (КЛ) експанзије. Приликом редукције димензије простора обележја техником КЛ експанзије треба имати у виду следеће особине:

1) Учинак сваког од обележја окарактериан је његовом сопственом вредношћу те стога приликом одбацивања обележја најпре треба одбацити она са најмањом сопственом вредношћу, односно најмањом варијансом у пресликаном простору обележја.

2) Координате y_i су међусобно некорелисане обзиром да је коваријациона матрица случајног вектора Y дијагонална односно:

$$\Sigma_Y = \Phi^T \Sigma_X \Phi = \Lambda = \text{diag}\{\lambda_1 \lambda_2 \cdots \lambda_n\}. \quad (3.61)$$

Поред КЛ експанзије која је у литератури као и пракси најзаступљенија постоје и други поступци који се користе у циљу редукције димензије простора обележја и који се међусобно углавном разликују по критеријуму који се оптимизира (Fukunaga, 1990). Интересантно је поменути и поступак редукције заснован на минимизацији ентропије случајног вектора X дефинисане са $h_X = -E\{\ln f_X(x)\}$ који се даљом анализом своди на минимизацију логаритма детерминанте коваријационе матрице Σ_X и на крају резултира у потпуно обратном решењу од оног добијеног применом технике КЛ експанзије. Тачније, одбацују се обележја са највећим а бирају она са најмањим сопственим вредностима односно најмањом варијансом у пресликаном простору обележја.

За разлику од претходно описаних поступака редукција димензије на бази мере расипања је у овом раду од посебног значаја јер у обзир узима и саму сврху редукције односно класификацију случајних вектора. Нека је L број класа које треба међусобно класификовати а M_i и Σ_i , $i = 1 \cdots L$ вектори средњих вредности и коваријационе матрице тих класа респективно. Тада се матрица унутаркласног расејања може дефинисати са:

$$S_W = \sum_{i=1}^L P_i E\{(X - M_i)(X - M_i)^T / \omega_i\} = \sum_{i=1}^L P_i \Sigma_i \quad (3.62)$$

а матрица међукласног расејања са:

$$S_B = \sum_{i=1}^L P_i (M_i - M_0)(M_i - M_0)^T \quad (3.63)$$

где је M_0 здружени вектор математичког очекивања за све класе заједно односно

$$M_0 = E\{X\} = \sum_{i=1}^L P_i M_i. \quad (3.64)$$

Додатно миксована матрица расејања се може дефинисати са:

$$S_M = E\{(X - M_0)(X - M_0)^T\} = S_W + S_B. \quad (3.65)$$

Тада се проблем редукције димензије своди на проналажење $n \times m$ трансформационе матрице A која случајни вектор X димензије n пресликава у случајни вектор $Y = A^T X$ димензије m и у исто време максимизира један од следећих и најчешће коришћених критеријума:

- 1) $J_1 = tr(S_2^{-1}S_1)$
- 2) $J_2 = \ln(S_2^{-1}S_1)$
- 3) $J_3 = tr(S_1) - \mu(tr(S_2) - c)$
- 3) $J_4 = tr(S_1)/tr(S_2)$

где су матрице S_1 и S_2 било које две међу матрицама S_W , S_B и S_M а најчешће парови (S_B, S_W) , (S_B, S_M) или (S_W, S_M) . Оптимизација критеријума J_1 еквивалентна је оптимизацији $tr(A^T S_1 A)$ под условом да је $A^T S_2 A = I$. У случају примене J_2 није могуће користити матрицу међукласног растојања пошто је $rang(S_B) = L - 1$ ако је $L - 1 < n$. Оптимизација критеријума J_1 и J_2 резултује у исту трансформациону матрицу док се критеријум J_3 заправо своди на оптимизацију $tr(S_1)$ под условом да је $tr(S_2) = c$. За разлику од J_3 и J_4 критеријуми J_1 и J_2 су инваријантни на несингуларне линеарне трансформације. Такође у случају примене критеријума J_1 и J_2 трансформациона матрица се може написати у следећем облику:

$$A = [\Psi_1 \ \Psi_2 \ \dots \ \Psi_m] \quad (3.66)$$

где су $\Psi_i, i = 1, \dots, m$ сопствени вектори матрице $S_2^{-1}S_1$ којима одговарају највеће сопствене вредности односно $(S_2^{-1}S_1)\Psi_i = \lambda_i\Psi_i, i = 1, \dots, n, \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$.

У циљу процене количине информација изгубљених или задржаних приликом редукције димензије простора обележја и пресликавања оригиналног n -димензионалног случајног вектора X у m -димензионални случајни вектор Y може се користити такозвани информациони индекс дефинисан са:

$$I_m = \frac{\sum_{i=1}^m \lambda_i}{\sum_{i=1}^n \lambda_i} \quad (3.67)$$

где се наравно подразумева нерастући низ сопствених вредности $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$.

3.5. КЛАСТЕРИЗАЦИЈА

Кластеризација за разлику од претходних техника класификације не захтева присуство обучавајућег скупа односно супервизију. Познати су приступи параметарске и непараметарске кластеризације. У већини параметарских приступа најпре се дефинише кластеризациони критеријум блискости или сепарабилности између тачака у простору обележја односно случајних вектора обележја према ком се затим оптимално и итеративно вршити класификација. На пример тај критеријум може бити стандардно Еуклидово растојање или Махаланобисово растојање које у обзир узима и евентуалну корелацију између обележја (Dillon и Goldstein, 1984). Такође постоје и параметарски приступи у оквиру којих се претпостави тип функције густине вероватноће случајних вектора као на пример збир Гаусових расподела а затим се траже параметри те расподеле који најбоље одговарају случајним векторима као што је то на пример случај са техником максималне веродостојности (Ђуровић, 2006). Са друге стране непараметарски приступи кластеризацији не подразумевају никакве критеријуме нити тражење одговарајућих параметара претпостављених функција густине вероватноћа већ се сасвим другим техникама траже долине у истима за које се очекује да су границе између различитих класа (Ђуровић, 2006).

Нека су X_1, \dots, X_N вектори које треба класификовати и за које се не претпоставља да су случајни већ познати и фиксни. Сваки од њих треба класификовати у једну од L класа $\omega_1, \dots, \omega_L$ где је броја могућих класа L такође унапред познат. Ако је ω_{k_i} класа којој је додељен вектор X_i тада је класификација Ω вектор ω_{k_i} који су придружени $X^*: \Omega = [\omega_{k_1} \omega_{k_2} \dots \omega_{k_N}]^T$ где је $X^* = [X_1^T X_2^T \dots X_N^T]$. Кластеризациони критеријум J се као функција Ω и X^* може се написати у форми

$$J = J(\Omega, X^*) = J(\omega_{k_1}, \omega_{k_2}, \dots, \omega_{k_N}; X_1, \dots, X_N). \quad (3.68)$$

Оптимална класификација Ω_0 задовољава $J = J(\Omega_0, X^*) = \max_{\Omega} J(\Omega, X^*)$ или $J = J(\Omega_0, X^*) = \min_{\Omega} J(\Omega, X^*)$ зависно од критеријума који се жели оптимизирати. На даље нека је то критеријум који треба минимизирати. За овако задати проблем кластеризације X^* је фиксно док се једино Ω итеративно мења док се не постигне оптимална класификација. Нека је у l -тој итерацији $\Omega(l) = [\omega_{k_1(l)} \omega_{k_2(l)} \dots \omega_{k_N(l)}]^T$. Ако се i -ти вектор рекласификује из $k_i(l)$ -те у j -ту класу тада ће кластеризациони критеријум добити одговарајући прираштај:

$$\Delta J(i, j, l) = J(\omega_{k_1(l)}, \dots, \omega_j, \dots, \omega_{k_N(l)}, X^*) - J(\Omega(l), X^*) \quad (3.69)$$

Уколико је овај прираштај негативан очигледно да рекласификација i -тог вектора смањује критеријум и тако побољшава кластеризацију. Овај алгоритам се може и систематизовати кроз следеће кораке:

- 1) Изабере се почетна класификација $\Omega(0)$;
- 2) За l -ту класификацију $\Omega(l)$ срачуна се $\Delta J(i, j, l)$ за $j = 1, \dots, L$ и $i = 1, \dots, N$;
- 3) За $i = 1, \dots, N$ изврши се рекласификација i -тог вектора у класу t ако је

$$\Delta J(i, t, l) = \min_j \Delta J(i, j, l) \quad (3.70)$$

чиме се добија нова класификација $\Omega(l + 1)$;

- 4) Ако је $\Omega(l + 1) \neq \Omega(l)$ понавља се 2. корак док се у противном алгоритам кластеризације завршава.

Врло често броја могућих класа L није унапред познат те је неопходно на неки начин оптимизирати и овај број што се на пример може урадити тако што се за унапред усвојен броја класа L најпре одреди оптимална вредност критеријума $J^*(L)$. Затим, уколико се даљим повећањем L вредност $J^*(L)$ смањује за оптималан број класа L_0 се узима она вредност након које је функција $J^*(L)$ константна. Врло често у пракси је оправдано цепати али и здруживати класе зависно од величине класа као и њихових статистичких особина.

Као и раније приликом редукције димензије простора обележја и овде се као оптимизациони критеријуми могу бирати критеријуми сепарабилности на бази матрица међукласног и унутаркласног расејања. Такође треба имати у виду да се највећи број техника за кластеризацију у својој суштини заснива само на средњим вредностима случајних вектора пошто је минимизација коваријационих матрица доста компликованија. Отуда је рад са матрицама расејања прилично добар компромис између ова два приступа. Најчешће се приликом кластеризације користи критеријум $J = tr(S_M^{-1}S_W)$ где је S_W и S_M матрица унутаркласног и миксована матрица расејања раније дефинисане у (3.62) и (3.65) респективно. Уколико се без губитка општости усвоји да је $M_0 = 0$ и $S_M = I$ поменути критеријум се може написати у следећем облику:

$$J = tr(S_W) = \frac{1}{N} \sum_{r=1}^L \sum_{j=1}^N \|X_j^{(r)} - M_r\|^2. \quad (3.71)$$

Ако се у току l -те итерације i -ти вектор рекласификује из k_i -те у j -ту класу тада ће кластеризациони критеријум имати прираштај:

$$\Delta J(i, j, l) = \frac{1}{N} \left(\|X_i - M_j(l)\|^2 - \|X_i - M_{k_i}(l)\|^2 \right). \quad (3.72)$$

Обзиром да је други члан у (3.72) независан од j , рекласификација j -тог вектора у l -тој итерацији се одређује на следећи начин:

$$\|X_i - M_t(l)\| = \min_j \|X_i - M_j(l)\| \Rightarrow X \in \omega_t. \quad (3.73)$$

Односно, и овај алгоритам се може систематизовати кроз следеће кораке:

1) Изабере се почетна класификација $\Omega(0)$ и срачуна $M_1(0), \dots, M_L(0)$;

2) На основу срачунатих $M_1(l), \dots, M_L(l)$ у l -тој итерацији се врши рекласификација сваког i -тог вектора према најближем вектору средњих вредности $M_j(l)$;

3) Ако је најмање један вектор рекласификован у l -тој итерацији улази се у нову $l + 1$ -ву итерацију и враћа на 2. корак док се у противном алгоритам кластеризације завршава.

На овај начин кластери су издељени део по део линеарно пошто само средње вредности утичу на формирање границе а не и коваријационе матрице. Такође овај алгоритам кластеризације захтева априорно знање о броју могућих класа односно кластера док се конвергенција истог не гарантује те се читава процедура може зауставити у неком од локалних минимума претходно усвојеног критеријума.

У односу на претходни алгоритам рекласификације по најближој средњој вредности алгоритам квадратне кластеризације резултује у део по део квадратне границе између класа што омогућује кластеризацију и класа које нису линеарно сепарабилне. Међутим овај алгоритам је нумерички доста сложенији па самим тим и осетљивији и на почетну кластеризацију и на број вектора које треба класификовати. Алгоритам квадратне кластеризације се такође може систематизовати кроз следеће кораке:

1) Изабере се почетна класификација $\Omega(0)$ и на основу ње процене априорне вероватноће $P_i(0)$, вектори средњих вредности $M_i(0)$ и коваријационе матрице $\Sigma_i(0)$ класа $i = 1, \dots, L$;

2) У l -тој итерацији сваки i -ти вектор се рекласификује према:

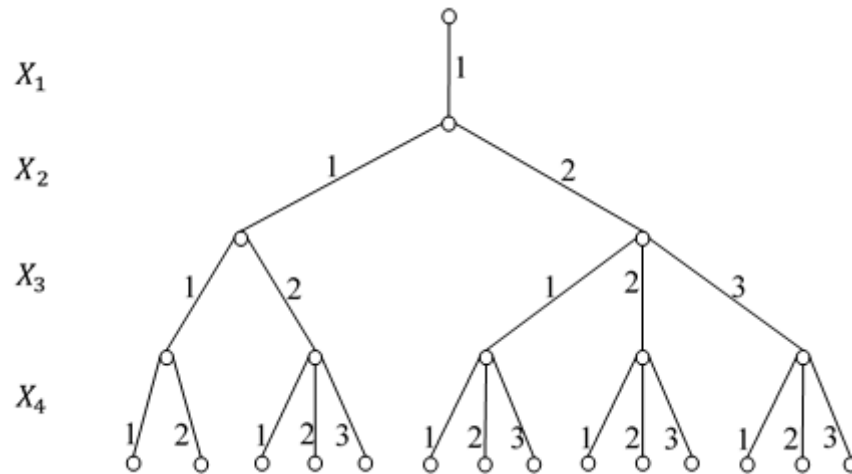
$$\frac{1}{2} \left(X_j - M_t(l) \right)^T \Sigma_t^{-1}(l) \left(X_j - M_t(l) \right) + \frac{1}{2} \ln |\Sigma_t(l)| - \frac{1}{2} \ln P_t(l), t = 1, \dots, L. \quad (3.74)$$

односно вектор се придружује оној класи за коју је израз (3.68) најмањи;

3) Ако је i -ти вектор рекласификован иде се у следећу $l + 1$ -ву итерацију са новим процењеним вредностима за $P_i(l + 1), M_i(l + 1)$ и $\Sigma_i(l + 1)$ и понавља 2. корак. Иначе, алгоритам се завршава.

У пракси се врло често приликом решавања проблема кластеризације може срести и такозвана техника гране и границе илустрована графом на Слици 3.2 за

једноставан случај четири вектора и три класе и чијом се употребом број могућих кластеризационих комбинација значајно смањује. Додатно, ова техника такође веома ефикасно омогућава редукцију броја комбинација које се уопште разматрају.



Слика 3.2. Илустрација технике гране и границе

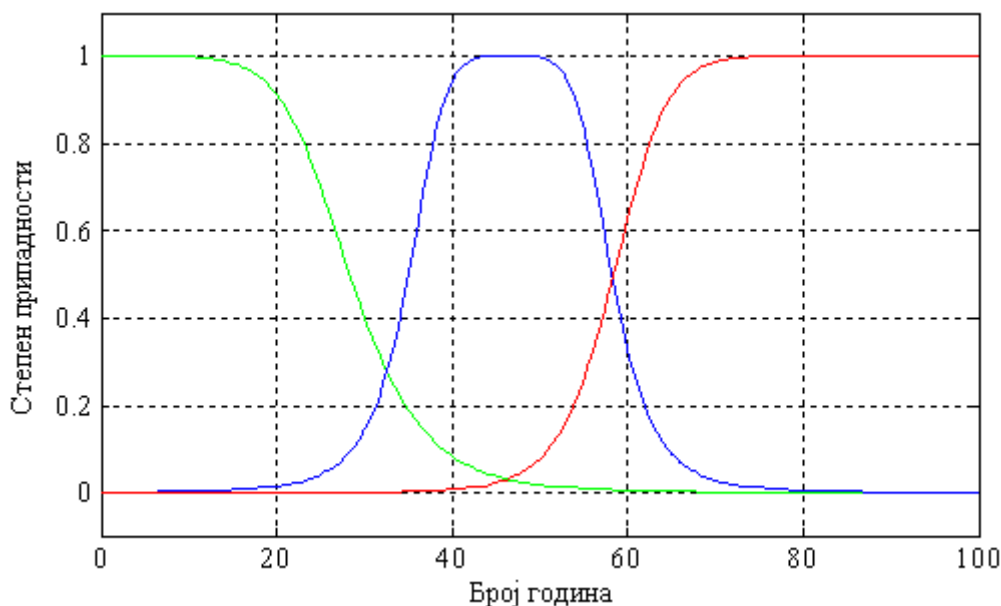
Тачније, након формирања графа по пријему i -тог вектора за сваки од чворова из истог нивоа се одреди критеријум и изврши кластеризација која минимизира исти. Затим уколико у претходном нивоу постоји чвор у ком исти критеријум има већу вредност од најмање вредности критеријума у l -том нивоу цео тај део графа се избацује. Овакав начин редукције графа захтева критеријум који поседује особину монотоности односно дасе исти повећава са повећањем броја вектора које треба кластеризовати што и јесте случај са на пример критеријумом $J = tr(S_M^{-1}S_W)$.

3.6. ФАЗИ ЛОГИКА

Фази логика односно фази скупови су по својој природи врло примерена техника за класификацију случајних вектора имајући у виду да су појмови класа случајних вектора врло често у пракси описани одређеним ненумеричким особинама као на пример млад, стар, здрав, болестан, па самим тиме и доста субјективне природе.

Основна идеја фази скупова је крајње једноставна. Наиме за разлику од класичних одређених (нефази) скупова где елементи универзалног скупа могу само или

припадати или не припадати таквим скуповима код фази скупова та припадност се може окарактерисати бројем из интервала $[0,1]$. Односно такозвана функција припадности фази скупа пресликава сваки елемент универзалног скупа у овај интервал бројева што заправо значи да фази скупови поништавају оштру границу између чланова и оних који то нису. На пример на Слици 3.3 су приказане функције припадности за три фази скупа на основу којих се може класификовати сваки човек старости до 100 година. Очигледно да човек од 90 година припада само фази скупу старији човек и то са максималним степеном припадности једнаким 1 док се за човека од 60 година на основу његових степена припадности може закључити да је исти члан два фази скупа али да ипак више припада фази скупу старији човек него фази скупу човек средњих година.



Слика 3.3. Степен припадности у функцији година за три фази скупа, млад човек (у зеленом), човек средњих година (у плавом) и старији човек (у црвеном)

За разлику од класичних скупова чија је функција припадности јединствена, тачније има или вредност 1 за чланове или 0 за оне који то нису, фази скупови могу имати бесконачно много различитих функција припадности што им на неки начин даје одређену флексибилност да се прилагођавају својој примени. Фази логика се у област класификације случајних вектора може увести на два начина и то или фазификацијом простора обележја (Гајић, 2007) односно пресликавањем случајних

вектора помоћу одговарајућих функција припадности у интервале $[0,1]$ или фазификацијом самих класификатора.

Фази кластеризација је једна од техника класификације базирана на фази логици. Ако је N укупан број случајних вектора обележја које је неопходно класификовати у c класа тада се крајњи резултат фази кластеризације може описати такозваном матрицом припадања $U = [u_{ij}]$ где је $u_{ij}, i = 1, \dots, c, j = 1, \dots, N$ број из интервала $[0,1]$ који представља степен припадности j -тог случајног вектора i -тој класи. Додатно укупна сума степена припадности j -тог случајног вектора свим класама једнака је 1. Такође обзиром да свака класа може садржати минимално 0 и максимално N случајних вектора збир степена припадности свих вектора по било којој класи мора бити у интервалу $[0, N]$. Као и раније даље је неопходно дефинисати критеријум по ком ће се оптимално вршити класификација и који се у овом случају генерално може дефинисати са:

$$J(u_{ij}, \mu_k) = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^c g[w(X_j), u_{ij}] d(X_j, \mu_k) \quad (3.75)$$

где је $w(X_j)$ априорна тежина која се даје j -том случајном вектору, $d(X_j, \mu_k)$ степен различитости између j -тог случајног вектора и вектора μ_k који је центар k -те класе. Степен различитости је мера за коју важи да је $d(X_j, \mu_k) \geq 0$ и $d(X_j, \mu_k) = d(\mu_k, X_j)$. Једна од најубичајених техника фази кластеризације јесте фази техника c средњих вредности (Bezdek и сар., 1981) чији је оптимизациони критеријум дат са:

$$J(u_{ij}, \mu_k) = \sum_{i=1}^c \sum_{j=1}^N (u_{ij})^m \|X_j - \mu_k\|^2, m > 1 \quad (3.76)$$

где је са m експоненцијални тежински фактор који утиче на степен фазификације матрице припадања. У циљу минимизације поменутог критеријума неопходно га је диференцирати по елементима μ_k али и по елементима матрице припадања u_{ij} чиме се добија следећи систем од $c + c * N$ једначина:

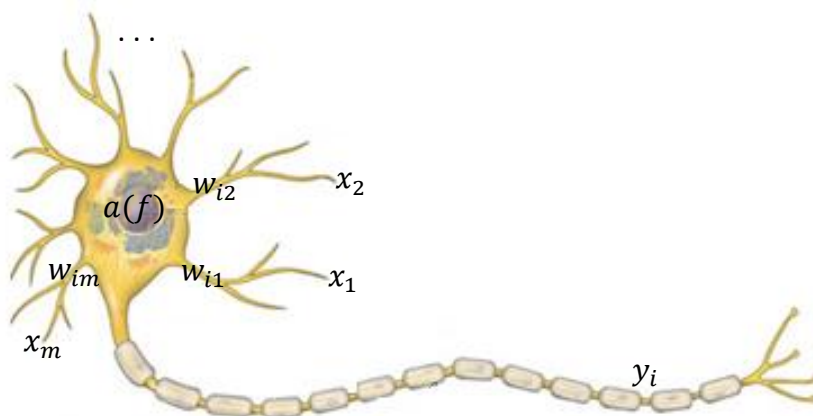
$$\mu_i = \frac{1}{\sum_{j=1}^N (u_{ij})^m} \sum_{j=1}^N (u_{ij})^m X_j, i = 1, \dots, c \quad (3.77)$$

$$u_{ij} = \frac{(1/\|X_j - \mu_k\|^2)^{1/(m-1)}}{\sum_{k=1}^c (1/\|X_j - \mu_k\|^2)^{1/(m-1)}}, i = 1, \dots, c, j = 1, \dots, N \quad (3.78)$$

који се у пракси решава итеративно.

3.7. ВЕШТАЧКЕ НЕУРАЛНЕ МРЕЖЕ

Вештачке неуралне мреже (ВНМ) представљају још један веома распрострањен приступ у готово свим областима процесирања сигнала укључујући и класификацију ЕЕГ сигнала. Сам развој ВНМ је заправо у својој суштини мотивисан понашањем биолошких неурона у мозгу претходно описаних у Поглављу 1. ВНМ се састоје од великог броја густо повезаних процесорских елемената који се називају чворови или вештачки неурони и који су обично организовани по неким стандардним и унапред усвојеним архитектурама. На Слици 3.4 приказан је једноставно математичко моделирање биолошког неурона које резултује у вештачки неурон у литератури познат као М-П неурон предложен давне 1943. године од стране Мек Кулока и Питса.



Слика 3.4. Математичко моделовање биолошког неурона

М-П неурон у великој мери опонаша раније описане активности биолошког неурона. Тачније у овом моделу i -ти чвор који је еквивалентан телу биолошког неурона рачуна тежинску суму са свих својих улаза (екв. дендрита) и као излаз генерише сигнал $y_i = 1$ или $y_i = 0$ (екв. акциони потенцијал) у зависности да ли је

тежинска сума већа или мања од неког унапред дефинисаног активационог прага Θ_i као на пример на следећи начин:

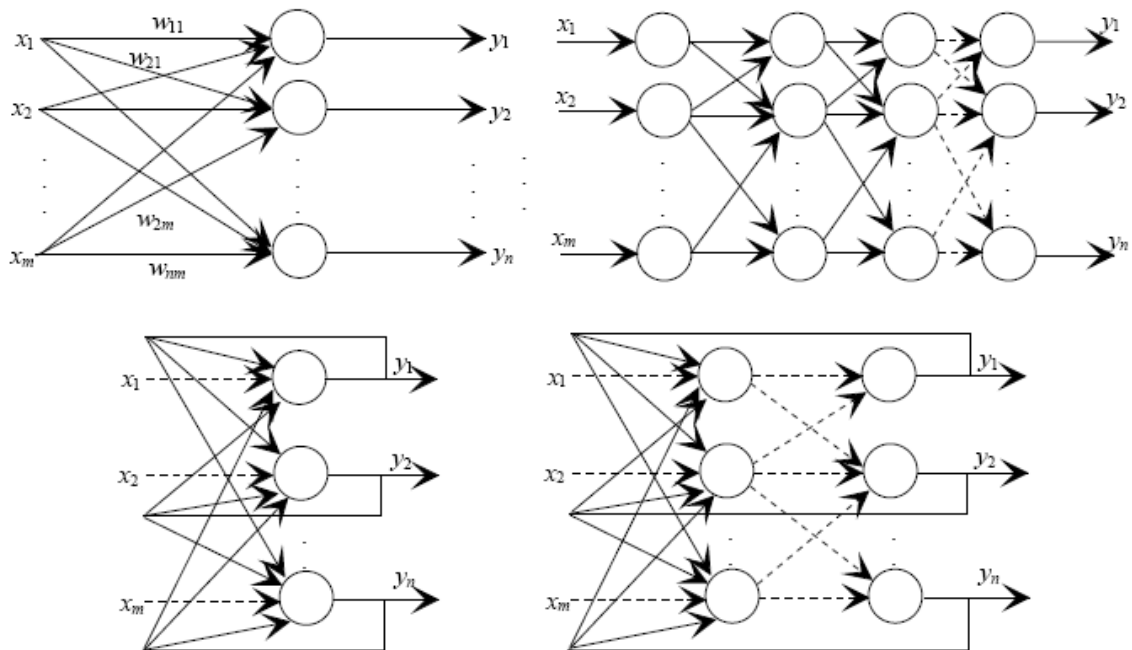
$$y_i[k + 1] = a \left(\sum_{j=1}^m w_{ij} X_j [k] - \Theta_i \right) \quad (3.79)$$

где активациона функција $a(f)$ може бити јединична степ функција једнака 1 ако је вредност интеграционе функције $f \geq 0$ и 0 иначе. Наравно зависно од потребе и интеграциона и активациона функција могу бити и неке друге функције као на пример квадратна, сферна или полиномијални функција у случају интеграционе функције и функција рампе, униполарна или биполарна сигмоидна функција за случај активационе функције. Тежински коефицијенти w_{ij} представљају снагу везе односно синапсе између вештачког неурона j који је извор и неурона i као дестинације сигнала y_i . Уколико је тежински коефицијент позитиван то значи да се ради о екситорној синапси док негативни тежински коефицијент представља инхибиторну синапсу. Наравно у случају нултог тежинског коефицијента веза између та два неурона не постоји. Такође претпоставља се да постоји одређено кашњење од тренутка пријема улазних сигнала k до генерисања излазног сигнала у тренутку $k + 1$. Дакле као и у случају биолошких неуралних мрежа активности ВНМ су углавном одређене синапсама односно поменути тежинским коефицијентима који се у пракси подешавају зависно од примене и кроз одговарајућу обуку помоћу обучавајућег скупа након које су ВНМ у стању да самостално даље уче, памте и делују.

Иако врло једноставан М-П неурон има изванредан рачунски потенцијал обзиром да је у случају избора одговарајућих активационих прагова у стању да реализује основне логичке операције и на тај начин у спреси са довољно великим бројем других М-П неурона и понекад са самим собом такође опонаша функцију рачунара. На Слици 3.5 приказано је неколико типичних структура ВНМ односно међусобних веза и геометрија између чворова.

Вештачки неурони односно чворови су очигледно организовани по слојевима где у случају вишеслојних ВНМ први слој представља улазни, последњи излазни а они између скривене слојеве. За мрежу се каже да је потпуно повезана уколико је сваки

чвор из претходног слоја повезан са сваким чвором у наредном слоју. Излазни сигнали се могу и враћати као улази у чворове из истог или неког од претходних слојева и тада се ради о ВНМ са повратном спрегом или рекурентним ВНМ.



Слика 3.5. Једнослојне (лево) и вишеслојне (десно) вештачке неуралне мреже без (горе) и са повратном спрегом (доле)

Поред математичких функција и архитектуре још један веома важан елемент при дефинисању ВНМ јесте правило обучавања. Генерално постоје два правила која се могу примењивати било одвојено или комбиновано и то параметарско обучавање везано за подешавање тежинских коефицијената и структурално обучавање које подразумева промену структуре мреже као на пример броја слојева и чворова у њима. Такође ВНМ се могу обучавати са и без супервизије као и са критиком. Обучавање са супервизијом подразумева употребу обучавајућег скупа за који се знају унапред и улази и излази и тако подешавају тежински коефицијенти. Обучавање без супервизије је проблем аналоган кластеризацији где се не зна који случајан вектор припада којој класи а врло често ни број класа. Код обучавања са критиком се не располаже информацијом шта је добар а шта лош резултат ВНМ већ се ради само са неким генералним индикаторима понашања мреже.

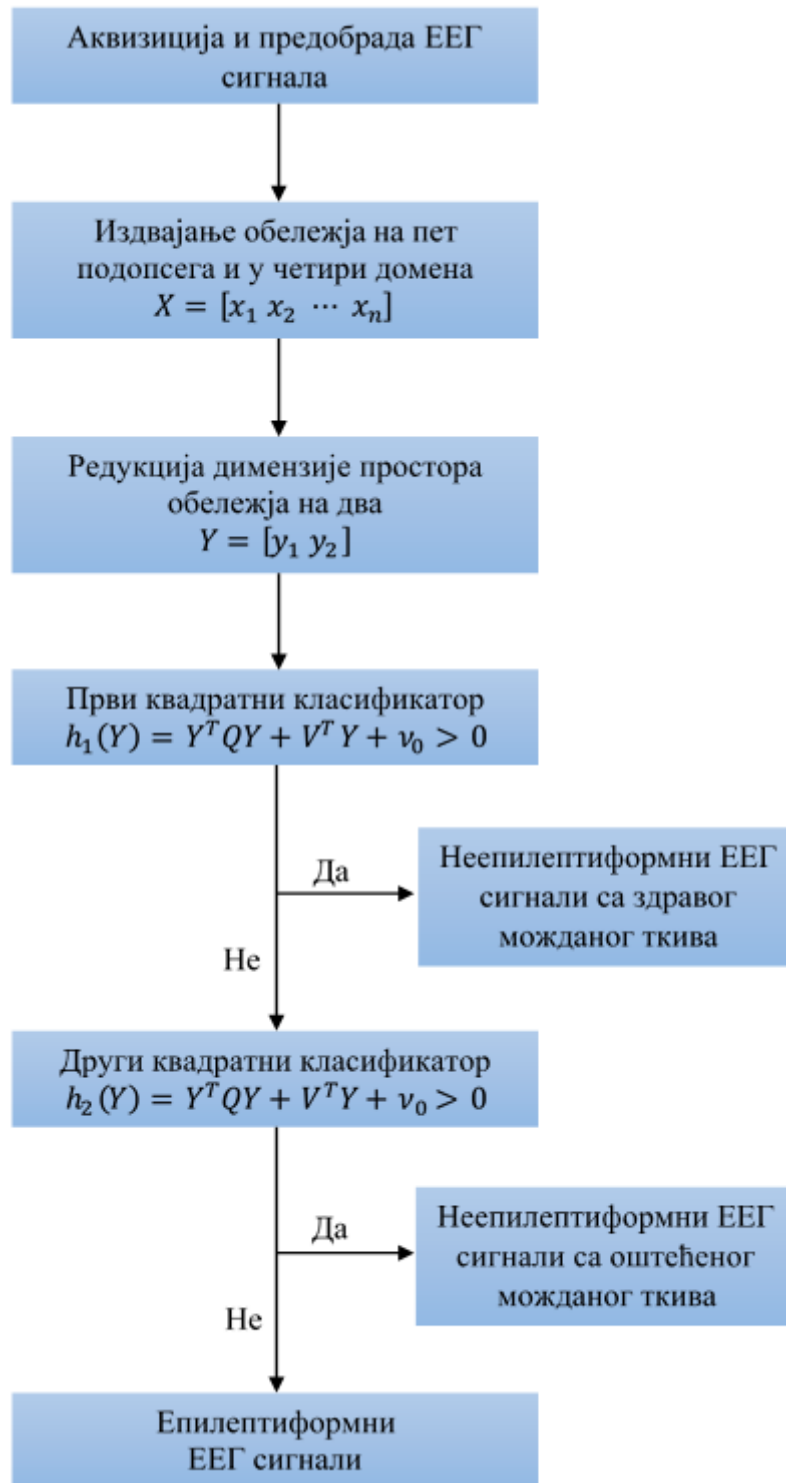
У теорији ВНМ постоји неколико карактеристичних техника које се користе за обучавање као на пример Хебова техника и техника пропације грешке уназад (Bryson и Ho, 1969).

4. НОВА ТЕХНИКА ЗА ДЕТЕКЦИЈУ ЕПИЛЕПТИФОРМНИХ АКТИВНОСТИ

На основу Поглавља 2 у ком су описане различите технике за обраду и издвајање обележја из ЕЕГ сигнала сасвим је јасно да сваки анализирани домен заједно са својим обележјима поседује одређене предности али и недостатке у погледу детекције епилептиформних активности. Главни циљ нове технике која је уопштено описана у овом а детљније и тестирана у наредном поглављу и чија је основна структура за случај три различите класе ЕЕГ сигнала приказана на Слици 4.1 јесте да на што бољи начин интегрише предности а елиминише недостатке обележја из различитих домена и тако повећа поузданост и робусност детекције у односу на већ постојеће технике присутне у литератури и базиране на само једном домену ЕЕГ сигнала.

Први корак након аквизиције односно снимања ЕЕГ сигнала са можданог ткива одговарајућим електродама јесте предобрада. Предобрада има за циљ да отклони евентуалне недостатке управо снимљених односно сирових ЕЕГ сигнала који касније могу да утичу на тачност детекције. Поред филтрирања виших учестаности које су најчешће последица шума а не можданих активности предобрада ЕЕГ сигнала обухвата и сегментисање истог као и елиминацију артефаката одговарајућим техникама (Rosso и сар., 2002). За разлику од постојећих техника за детекцију епилептиформних активности нова техника у оквиру предобраде укључује и нормализацију ЕЕГ сигнала тако да сигнал након тога има нулту средњу вредност и јединичну варијансу чиме се умногоме повећава робусност и отклања веома непоуздан утицај амплитуде на каснију детекцију.

Након предобраде један од кључних делова нове технике јесте издвајање обележја на основу којих ће касније бити извршена класификација. Издвајање обележја засновано је на дискретној трансформацији таласићима (ДТТ) односно декомпозицији ЕЕГ сигнала на четири нивоа којима приближно одговара пет клиничких подопсега делта (0–4 Hz), тета (4–8 Hz), алфа (8–12 Hz), бета (12–30 Hz)



Слика 4.1. Структура нове технике за детекцију епилептиформних активности

и гама (30–60 Hz). Трансформација таласићима се већ раније показала као веома поуздана техника за анализу нестационарних сигнала у временско-фреквенцијском домену укључујући и EEG сигнале (Гајић и сар., 2014). Додатно, декомпозицијом

таласићима на четири нивоа се управо добијају одговарајући подопсези коју су од значаја за клиничка испитивања као и епилептичне нападе и који као што ће се и видети у оквиру наредног поглавља поседују доста боље дискриминационе карактеристике у односу на читав опсег учестаности ЕЕГ сигнала. Резултат декомпозиције јесу коефицијенти трансформације таласићима чија ће се стандардна девијација и релативна снага на сваком од поменутих подопсега даље користити као обележја издвојена у временско-фреквенцијском домену. Након декомпозиције инверзном ДТТ врши се реконструкција ЕЕГ сигнала у временски домен на сваком од подопсега засебно а све у циљу издвајања обележја и из других домена од интереса, тачније укупне варијације у временском домену, релативне снаге коефицијената брзе Фуријеове трансформације у фреквенцијском домену као и корелационе димензије и највећег Љапуновог експонента након нелинеарне анализе ЕЕГ сигнала. На овај начин издвојена су репрезентативна обележја из свих домена од интереса.

Редукција димензије простора обележја на два у циљу касније класификације квадратним класификаторима у дводимензионалном простору представља други кључни део нове технике детекције епилептиформних активности и постиже се применом технике редукције на бази мере расипања која бар у овом случају у односу на друге технике редукције има одређене предности раније описане у Одељку 3.4. Оригиналан случајан вектор претходно издвојених обележја $X = [x_1 \ x_2 \ \dots \ x_n]$ се пресликава у нови простор обележја $Y = [y_1 \ y_2]$ помоћу трансформационе матрице коју чине два сопствена вектора која одговарају двома највећим сопственим вредностима матрице $S_W^{-1}S_B$ односно максимизацијом критеријума $J = tr(S_W^{-1}S_B)$ чиме се жели постићи што веће међукласно и што мање унутаркласно расејање између обележја која припадају различитим класама епилептиформних и неепилептиформних ЕЕГ сигнала у новом пресликаном простору обележја односно постићи што боља сепарабилност. Овиме се заправо и завршава процес редукције димензије оригиналног простора обележја на дводимензионални простор чија су обележја y_1 и y_2 у суштини најоптималнија комбинација оригиналних обележја у погледу њихове што боље класификације што је и био један од главних циљева редукције димензије.

Крајњи корак у оквиру детекције епилептиформних активности новом техником јесте пројектовање квадратних класификатора који су у стању да раздвоје епилептиформне ЕЕГ сигнале од оних који то нису, и то наравно у новом редукованом дводимензионалном простору обележја y_1 и y_2 . Квадратни класификатори су се већ од раније познати као веома добра робусна решења за проблеме класификације случајних вектора чије су статистичке особине непознате или се пак мењају током времена. Додатно, квадратни класификатори омогућавају и визуелни увид у сам резултат класификације. Као што се и види на Слици 4.1. нова техника је поред детекције епилептиформних активности као своје основне функције у стању да раздвоји ЕЕГ сигнале са оштећеног од оних са здравог мозданог ткива и на тај начин помогне у одређивању степена оштећености мозданог ткива што се постиже пројектовањем део по део квадратног класификатора односно секвенцијалним пројектовањем два квадратна класификатора, најпре првог који раздваја ЕЕГ сигнале са здравог од оних са оштећеног мозданог ткива а затим и другог квадратног класификатора који детектује епилептиформне активности присутне наравно само у случају оштећеног мозданог ткива. Оба поменута класификатора имају исту структуру дефинисану квадратном једначином:

$$h(Y) = Y^T Q Y + V^T Y + v_0 = [y_1 \ y_2] \begin{bmatrix} q_{11} & q_{12} \\ q_{21} & q_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + [v_1 \ v_2] \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + v_0 \quad (4.1)$$

где су матрица Q , вектор V и скалар v_0 непознате које је неопходно такође оптимално одредити. Квадратна једначина (4.1) се може представити и у линеарном облику као:

$$h(Y) = [q_{11} \ q_{12} \ q_{22} \ v_1 \ v_2] \begin{bmatrix} y_1^2 \\ 2y_1y_2 \\ y_2^2 \\ y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + v_0 = V_z^T Z + v_0. \quad (4.2)$$

Како би се као и приликом редукције димензије простора обележја постигло што веће међукласно и што мање унутаркласно расејање за оптимизациони критеријум се бира следећа функција (Fukunaga, 1990):

$$f = \frac{P_1 \eta_1^2 + P_2 \eta_2^2}{P_1 \sigma_1^2 + P_2 \sigma_2^2} \quad (4.3)$$

где су поред вероватноћа P_1 и P_2

$$\eta_l = E\{h(Z)/\omega_l\} = E\{V_z^T Z + v_0/\omega_l\} = V_z^T M_l + v_0 \quad (4.4)$$

$$\sigma_l^2 = \text{var}\{h(Z)/\omega_l\} = \text{var}\{V_z^T Z + v_0/\omega_l\} = V_z^T \Sigma_l V_z \quad (4.5)$$

а M_l и Σ_l вектори средњих вредности и коваријационе матрице респективно случајног вектора Z за сваку од две класе l које треба класификовати. Даље се оптимизацијом функције f на начин већ описан раније у Одељку 3.2 за оптималне вредности вектора V_z односно матрице Q и вектора V из (4.1) добија

$$V_z = \begin{bmatrix} q_{11} \\ q_{12} \\ q_{22} \\ v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = [P_1 \Sigma_1 + P_2 \Sigma_2]^{-1} (M_2 - M_1) \quad (4.6)$$

а за оптималан скалар

$$v_0 = -V_z^T (P_1 M_1 + P_2 M_2) \quad (4.7)$$

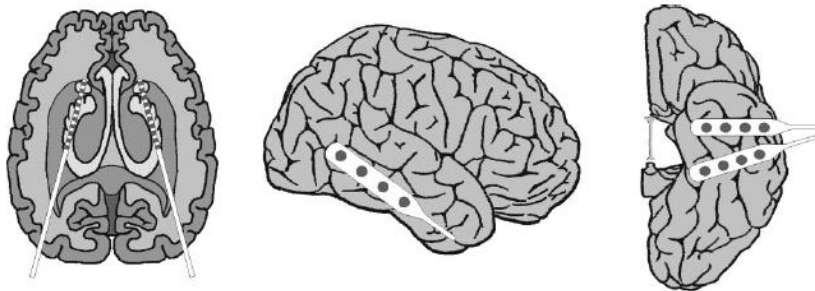
чиме се пројектовање квадратних скласификатора а тиме и нове технике за детекцију епилептиформних активности завршава.

5. ЕКСПЕРИМЕНТАЛНИ РЕЗУЛТАТИ

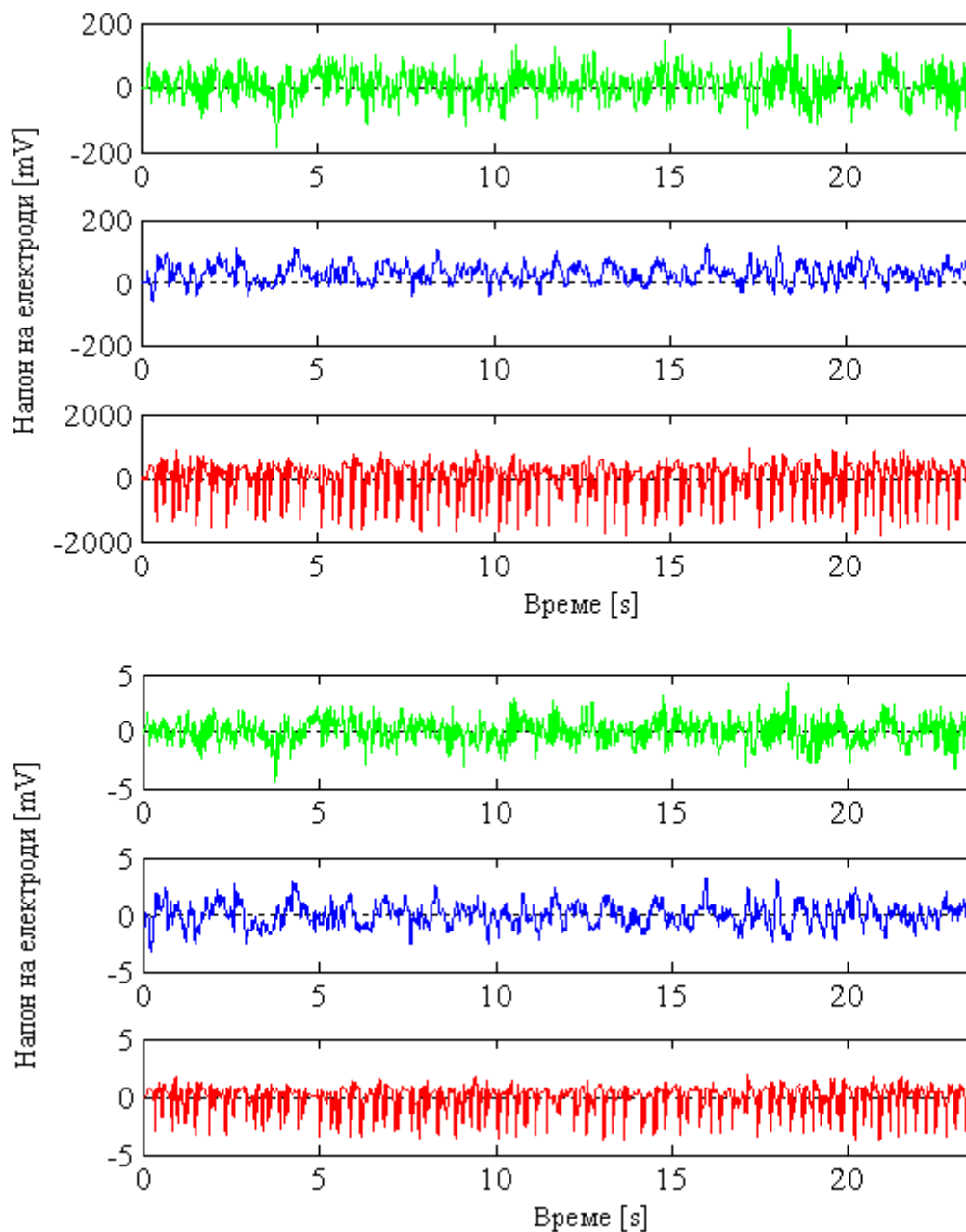
У овом поглављу су описани експериментални резултати обраде ЕЕГ сигнала и детекције епилептиформних активности применом нове технике описане у претходном поглављу а реализоване у програмском пакету МАТЛАБ. Одељак 5.1 укратко даје опис ЕЕГ сигнала коришћених у овом експерименту док Одељак 5.2 описује одређене предобрадне активности пре него што се приступи издвајању обележја описаном у Одељку 5.3. У Одељку 5.4 су приказани резултати редукције димензије простора претходно издвојених обележја а у Одељку 5.5 класификација сегмената ЕЕГ сигнала на оне са и без епилептиформних активности као и оне снимљене са потпуно здравог možданог ткива. Одељак 5.6 је резервисан за дискусију добијених резултата.

5.1. ЕЕГ СИГНАЛИ

ЕЕГ сигнали коришћени у овом експерименту су снимљени у Центру за епилепсију Универзитета у Бону, Немачка (Andrzejak и сар., 2001) истим системом за аквизицију са учестаношћу одабирања од 173.61 Hz али преко различитих било кортикалних електрода приказаних на Слици 5.1 и за време предоперативне фазе код неколико пацијената оболелих од епилепсије којима је каснијом операцијом успешно уклоњен део оштећеног možданог ткива или површинских електрода код неколико потпуно здравих волонтера.



Слика 5.1. Имплантиране кортикалне електроде за снимање ЕЕГ-а



Слика 5.2. Ненормализовани (горе) и нормализовани (доле) епилептиформни (у црвеном) и неепилептиформни (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегменти ЕЕГ сигнала

Снимљени ЕЕГ сигнали су додатно пропуштени кроз нископропусни филтер са коначним импулсним одзивом и пропусним опсегом од 0 до 60 Hz обзиром да

учестаности више од 60 Hz представљају шум и врло мали удео у укупној енергији сигнала на читавом опсегу до 86.8 Hz који је регистрован системом за аквизицију.

5.2. ПРЕДОБРАДА

У циљу даље обраде и издвајања одговарајућих обележја неопходних за детекцију епилептиформних активности потребна је одређена предобрада снимљених ЕЕГ сигнала. Најпре су визуелном анализом одстрањени артефакти који на пример могу бити последица мишићних активности, помераја ока или електромагнетне интерференције. Затим је у циљу тестирања нове технике за детекцију издвојено 100 сегмената ЕЕГ сигнала са присуством епилептиформних активности као и 200 сегмената без епилептиформних активности од којих је првих 100 снимљено код пацијената оболелих од епилепсије и то у пределу оштећеног и касније одстрањеног можданог ткива одговорног за појаву епилептичних напада а других 100 сегмената код волонтера чија су мождана ткива потуно здрава. Дакле, на располагању је укупно три групе од по 100 сегмената ЕЕГ сигнала. Сви издвојени сегменти су у трајању од 4096 одбирака односно 23.6 секунде и додатно су тестирани и на слабу стационарност (Andrzejak и сар., 2001) а све то како би била могућа и њихова каснија нелинеарна анализа. Обзиром да су ЕЕГ сигнали снимљени код различитих пацијената и са различитим електродама сви издвојени сегменти су додатно и нормализовани како би имали нулту средњу вредност и јединичну варијансу као на примеру са Слике 5.2. На овај начин се заправо жели пројектовати техника детекције која је веома робусна и што мање зависна како од пацијента тако и од система за снимање ЕЕГ сигнала.

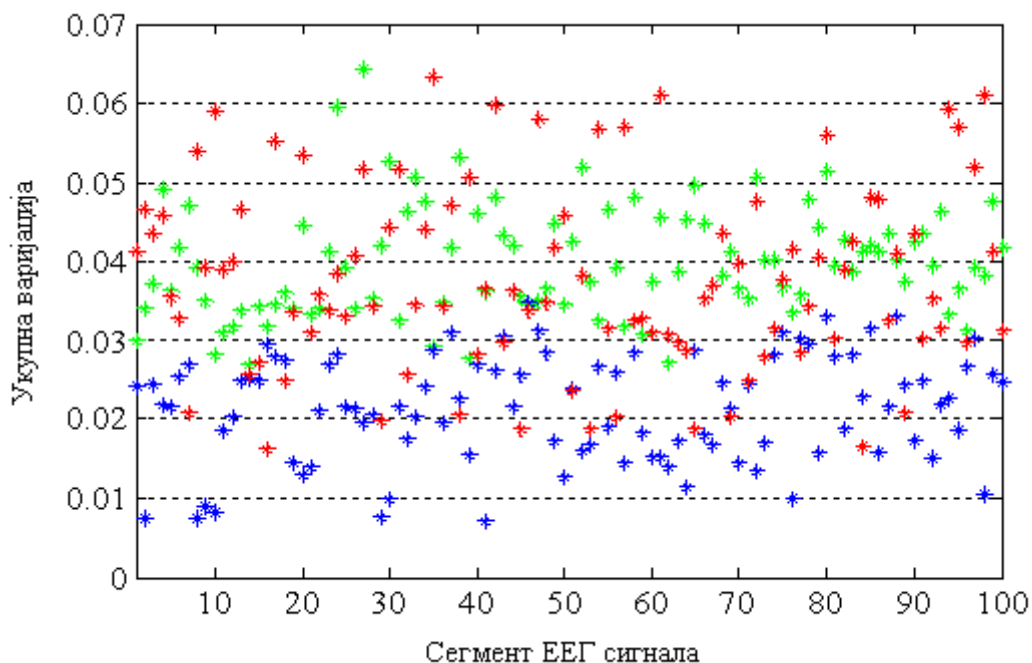
5.3. АНАЛИЗА И ИЗДВАЈАЊЕ ОБЕЛЕЖЈА

Након предобrade приступа се издвајању обележја из претходно описаних сегмената ЕЕГ сигнала. Као што је раније већ напоменуто исправно издвајање и избор обележја представља кључан корак при пројектовању система за детекцију

эпилептиформних активности. Према томе овај одељак се искључиво фокусира на издвајање обележја у разним доменама од интереса као и њихову дискриминациону способност односно способност да раздвоје епилептиформне сегменте ЕЕГ сигнала од оних који то нису.

5.3.1. Анализа у временском домену

Већина обележја која су резултат анализе у временском домену се може бар квалитативно уочити визуелном анализом сигнала као на пример амплитуда и варијација. Међутим како би та обележја била уопште од користи за аутоматску класификацију неопходно их је и квантитативно односно нумерички охарактерисати.



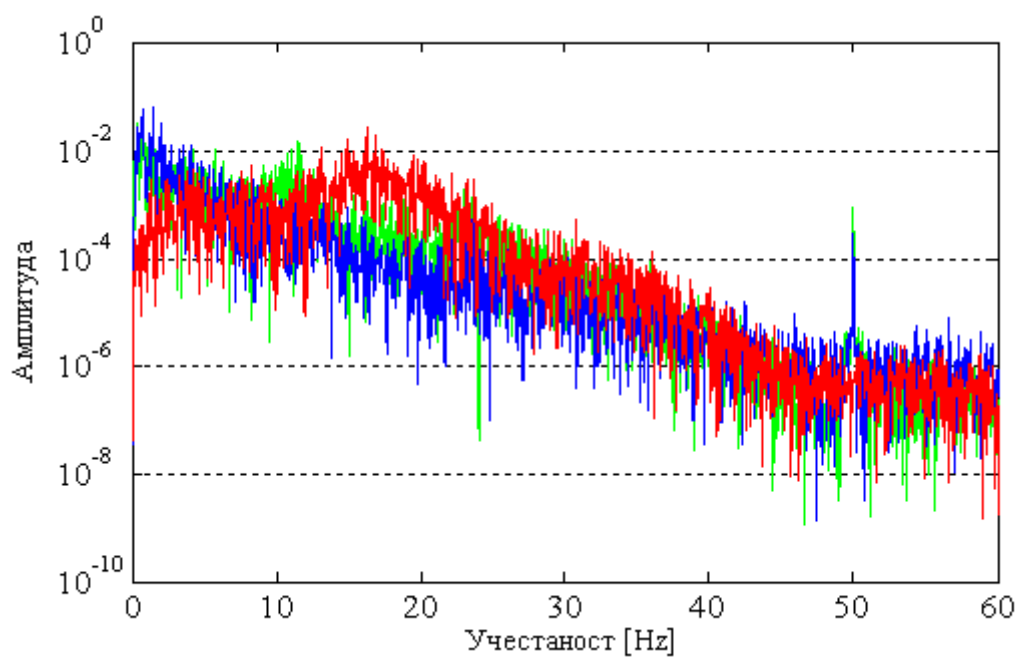
Слика 5.3. Укупна варијација епилептиформних (у црвеном) и неепилептиформних (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегмената

Обзиром да су сегменти ЕЕГ сигнала већ нормализовани и по средњој вредности и по варијанси накнадно издвајање ова два обележја као и коефицијента варијације који је функција средње вредности и варијансе нема неког смисла. Према томе

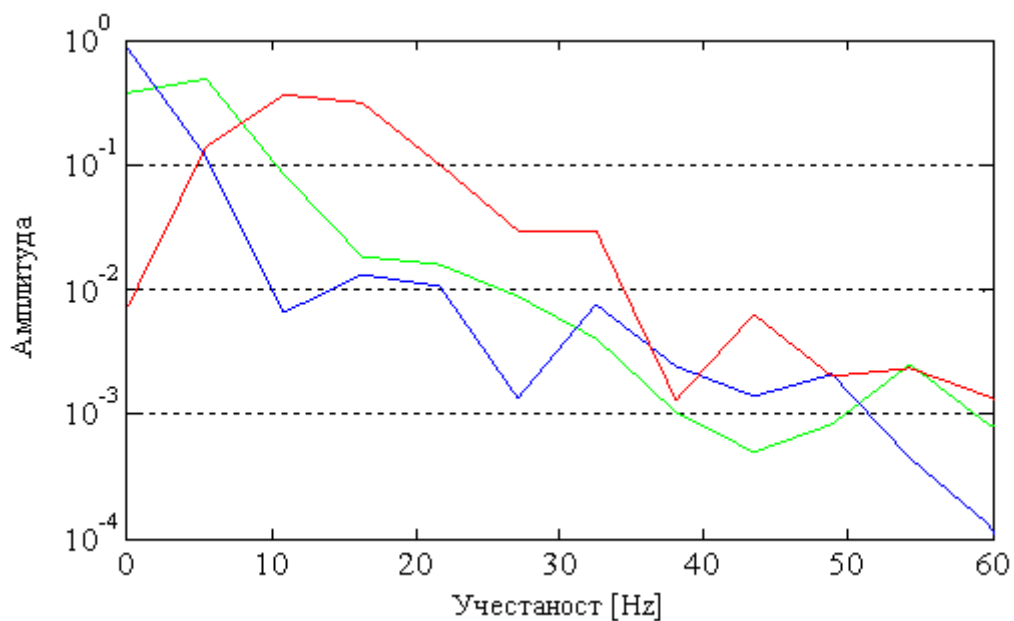
тотална варијација је једино обележје које се у овом тренутку и након нормализације може издвојити у временском домену. На Слици 5.3 се може уочити да тотална варијација поседује одређени потенцијал за детекцију епилептиформних активности али да ипак није толико поуздана и поред чињенице да је прилично добро процењена имајући у виду трајање сваког од анализираних сегмената ЕЕГ сигнала.

5.3.2. Анализа у фреквенцијском домену

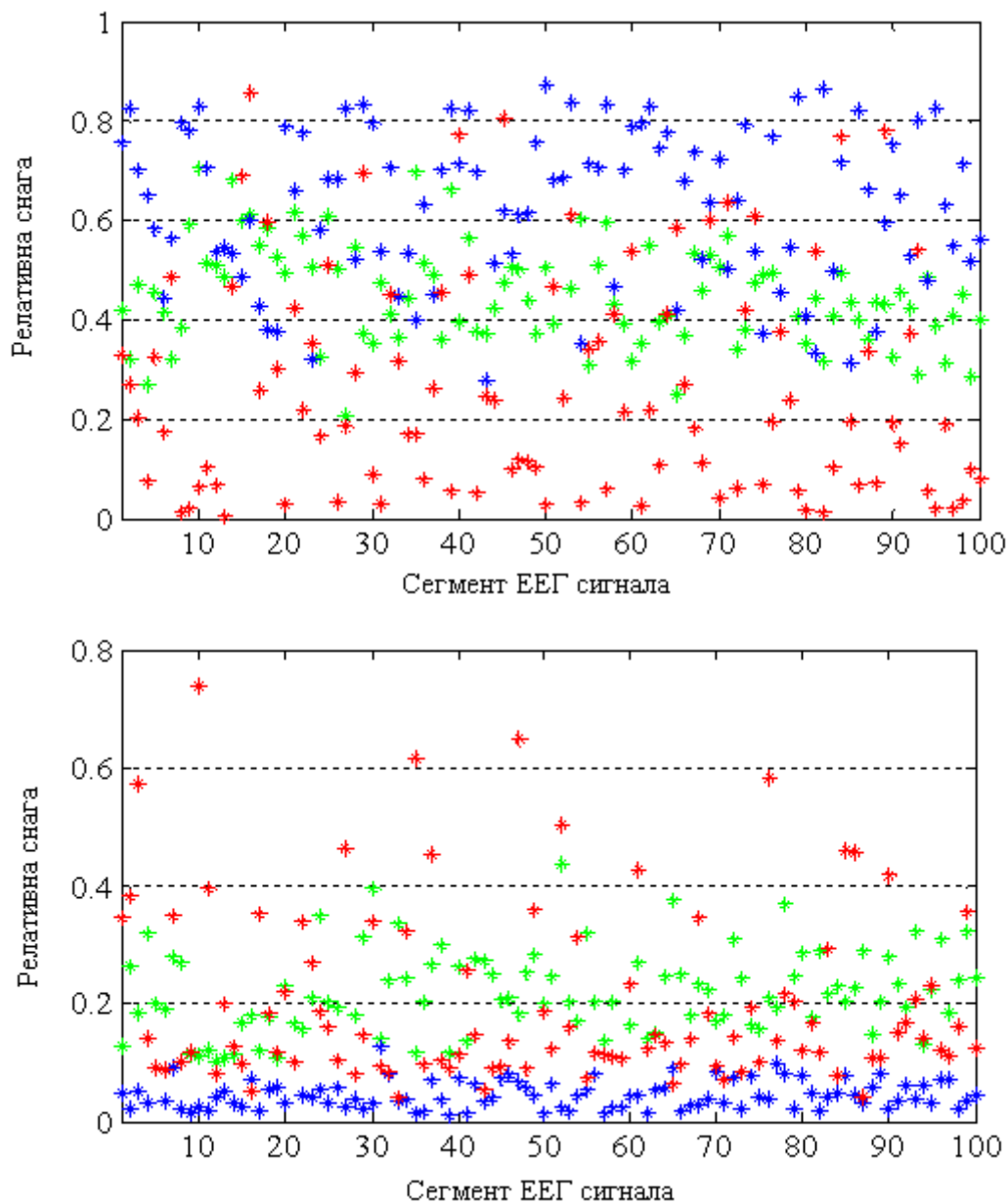
Обзиром да само анализом у временском домену није могуће доћи до информација које се тичу учестаности присутних у ЕЕГ сигналу неопходна је трансформација из временског у фреквенцијски домен која се у случају анализе сегмената сигнала најефикасније постиже применом брзе Фуријеове трансформације. На основу коефицијената добијених брзом Фуријеовом трансформацијом могуће је проценити спектралну густину снаге (СГС) периодограмом који представља веома битно обележје сигнала у фреквенцијском домену обзиром да се на основу истог може закључити колики је релативни допринос било сваке појединачне или одређеног опсега учестаности укупној снази анализираног сигнала. У циљу поређења, на Слици 5.4 су приказани периодограми једног епилептиформног и два неепилептиформна (са оштећеног и здравог можданог ткива) сегмента ЕЕГ сигнала нормализована укупном снагом сегмента и у трајању од 4096 одбирака што директно имплицира резолуцију у фреквенцијском домену једнаку $173.6 \text{ Hz} / 4096$. Овако добијен периодограм се може додатно усредњити уколико се оригиналан сегмент од 4096 одбирака најпре подели на пример на 128 подсегмента од по 32 одбирка и на сваком од њих израчуна периодограм који се на крају усредњи по свим тим подсегментима. Резултат таквог усредњавања је приказан на Слици 5.5 где се види да је усредњени периодограм доста мање зашумљен али и са доста мањом резолуцијом која је сада $173.6 \text{ Hz}/64$. Према томе и овде је неопходан одређени компромис у смислу избору дужине сегмента зависно од тога да ли се жели постићи већа резолуција у фреквенцијском домену или мање зашумљен периодограм и боље процењена СГС.



Слика 5.4. Нормализован периодограм епилептиформног (у црвеном) и неепилептиформних (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегмента



Слика 5.5. Нормализован усредњен периодограм епилептиформног (у црвеном) и неепилептиформних (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегмента

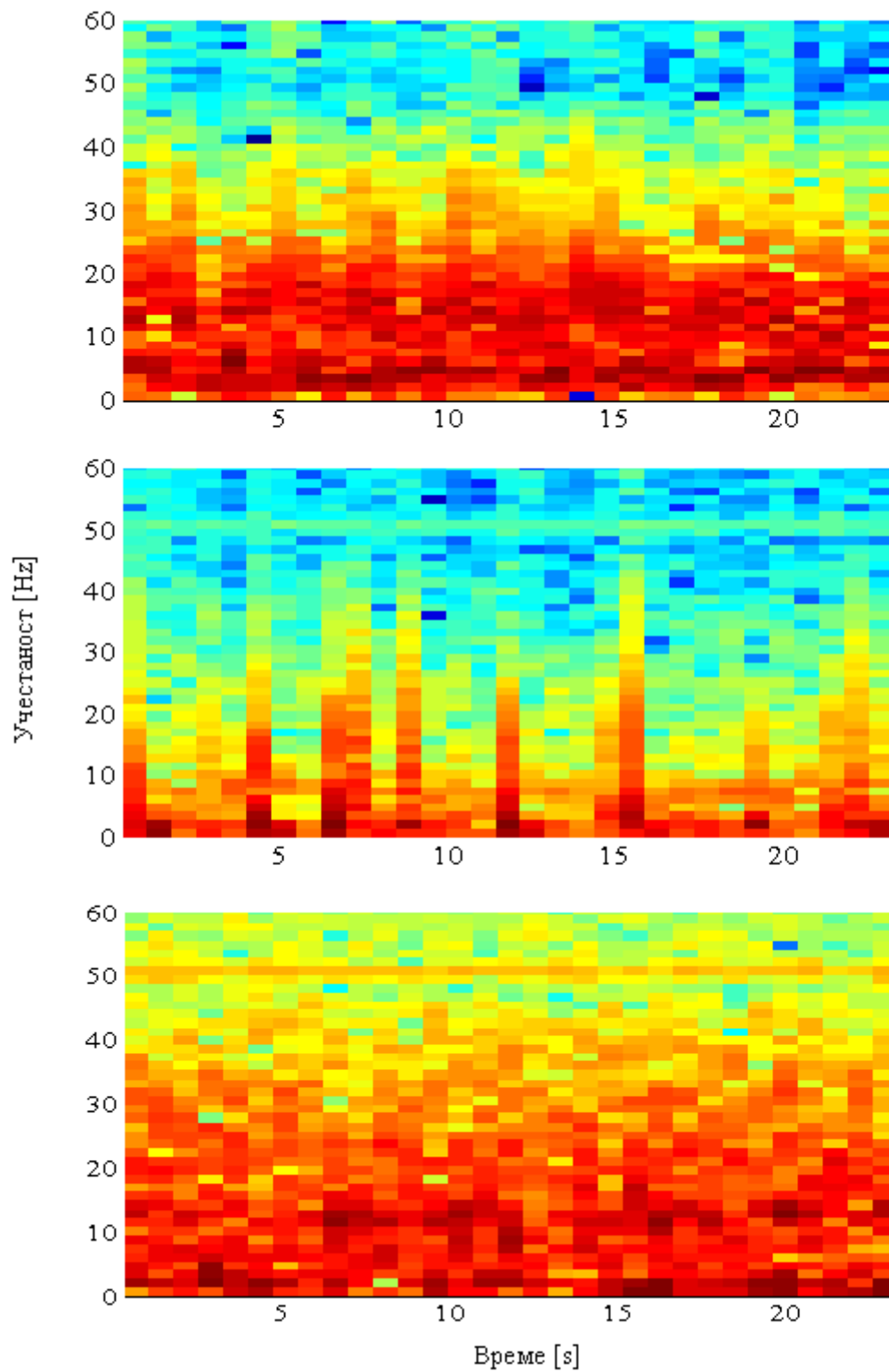


Слика 5.6. Релативна снага делта (горе) и бета (доле) подопсега епилептиформног (у црвеном) и неепилептиформних (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегмента

У сваком случају на основу приказаних периододиграма се ипак може уочити да се у случају присуства епилептиформних активности снага сигнала помера са нижих ка вишим учестаностима. Према томе овде је од интереса издвојити обележја која представљају релативни допринос укупној снази сигнала сваког од раније поменутих пет подоспега ЕЕГ сигнала од значаја за клиничка испитивања односно

делта (0–4 Hz), тета (4–8 Hz), алфа (8–12 Hz), бета (12–30 Hz) и гама (30–60 Hz) подопсега. На Слици 5.6 приказане су релативне снаге делта и бета подопсега који су у односу на друге подопсеге показали најбоље дискриминационе карактеристике наравно у смислу раздвајања епилептиформних од неепилептиформних сегмената. Такође на Слици 5.6 се јасно види да се снага сигнала из најнижег делта опсега у присуству епилептиформних активности помера ка вишим учестаностима.

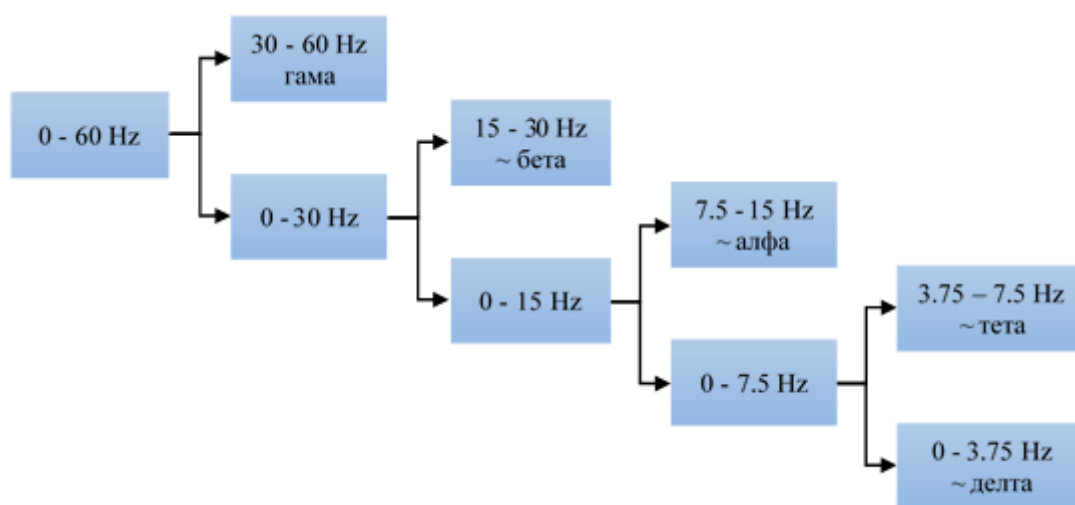
Брзом Фуријеовом трансформацијом изгубљена је временска компонента па тиме и могућност да се види у ком се то временском тренутку јављају и нестају одређене учестаности што је имајућу у виду нестационарност ЕЕГ сигнала од посебне важности поготову у области предикције и детекције епилептичних напада. Поменути недостатак брзе Фуријеове трансформације се може бар делимично надоместити секвенцијалном трансформацијом краћих подсегмената сигнала односно кратковременском Фуријеовом трансформацијом која резултује у спектрограм као на Слици 5.7. на основу ког је сада могуће истовремено пратити промене сигнала и у фреквенцијском и у временском домену. Избор дужине подсегмената сигнала који се секвенцијално обрађују директно утиче на резолуцију спектрограма али не на начин који је баш тако погодан обзиром да већој резолуцији у временском одговара мања резолуција у фреквенцијском домену и обратно. Тачније није могуће истовремено постићи већу резолуцију у временском домену на вишим и мању на нижим учестаностима што је веома важно при анализи нестационарних сигнала. На Слици 5.7 анализирани подсегменти садрже по 128 одбирака што одговара резолуцији у временском домену од $128/173.6 \text{ Hz}=0.74$ секунде и у фреквенцијском од $173.6 \text{ Hz}/128=1.34 \text{ Hz}$. Такође на трећем спектрограму са Слике 5.7 који се односи на сегмент ЕЕГ сигнала здравог ткива интересантно је уочити последицу електромагнетне интерференције која се јавља на учестаности од 50 Hz и која у овом случају није у потпуности уклоњена.



Слика 5.7. Спектрограм епилептиформног (горе) и неепилептиформних (са оштећеног у средини и здравог ткива доле) сегмента ЕЕГ сигнала

5.3.3. Анализа у временско-фреквенцијском домену

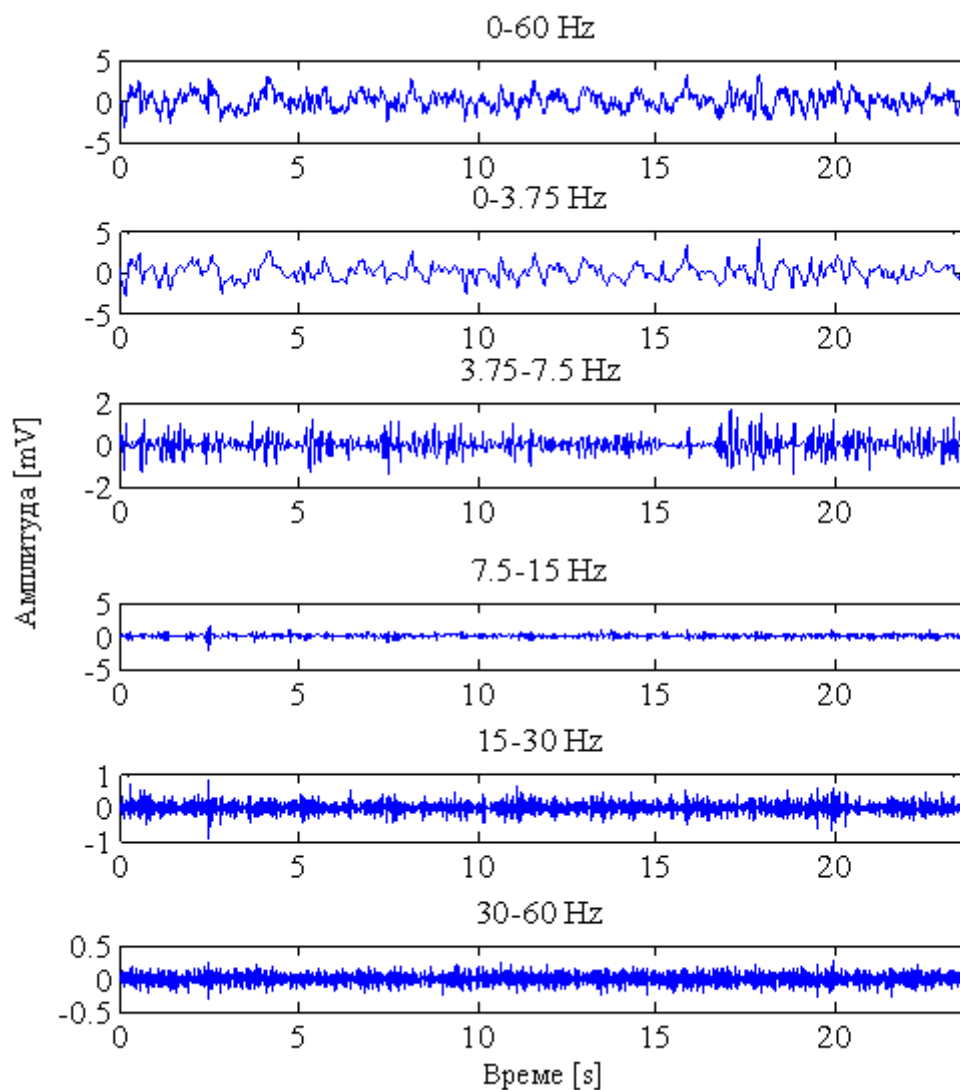
За разлику од кратковременске Фуријеове трансформације техником дискретне трансформације таласићима (ДТТ) је могуће сасвим независно издвојити више и ниже учестаности сигнала и то са различитом резолуцијом у временском домену која је овог пута баш као што и треба да буде већа за више а мања за ниже учестаности. Управо због тога ДТТ је веома погодна за анализу нестационарних сигнала.



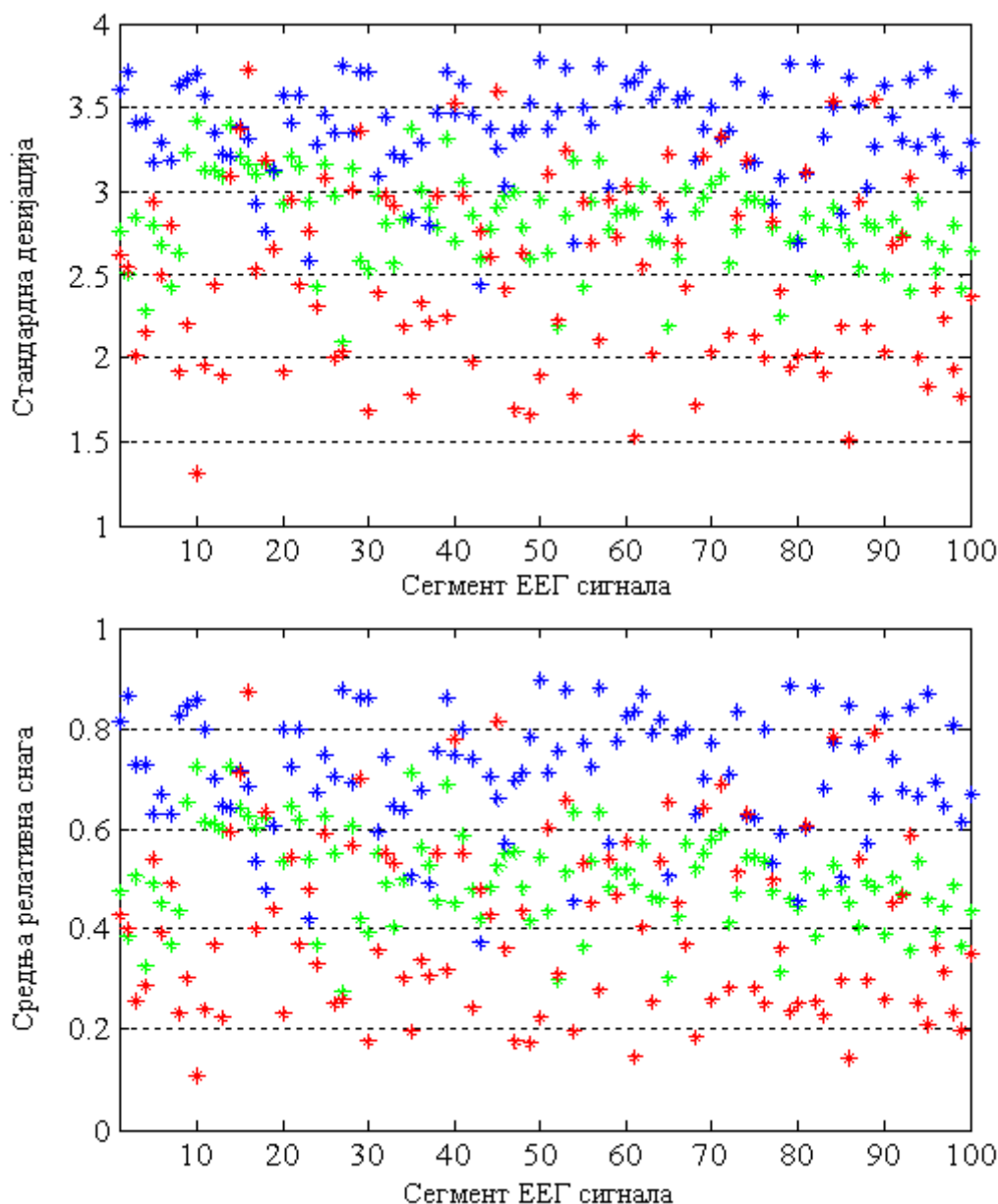
Слика 5.8. Декомпозиција ЕЕГ сигнала на четири нивоа

Приликом ДТТ поред броја нивоа на којим се сигнал анализира неопходно је изабрати и врсту основног таласића. Након тестирања више врста основних таласића у оквиру овог истраживања је коришћен Даубичијев таласић четвртог реда (Rao и Вордикар, 1998) који се захваљујући свом облику показао као веома подесан у области обраде ЕЕГ сигнала. Сегменти ЕЕГ сигнала су анализирани на четири нивоа односно извршена је декомпозиција сигнала таласићима на четири нивоа као што је и приказано на Слици 5.8. На првом нивоу декомпозиције оригиналан опсег учестаности сваког сегмента ЕЕГ сигнала (0–60 Hz) се дели на свој виши (30–60 Hz) и нижи део (0–30 Hz) односно детаље и апроксимацију сигнала на првом нивоу декомпозиције респективно. Затим се опсег учестаности апроксимације сигнала са првог нивоа додатно дели на свој виши (15–30 Hz) и нижи (0–15 Hz) део на другом нивоу декомпозиције односно детаље и апроксимацију сигнала на другом нивоу респективно. Након четири нивоа декомпозиције

оригиналан опсег је подељен на укупно пет подопсега односно четири подопсега са детаљима и један са апроксимацијом који приближно одговарају раније дефинисаним клиничким подопсезима и који су након инверзне ДТТ за случај једног сегмента ЕЕГ сигнала приказани су на Слици 5.9.



Слика 5.9. Сегмент ЕЕГ сигнала на различитим подопсезима учестаности

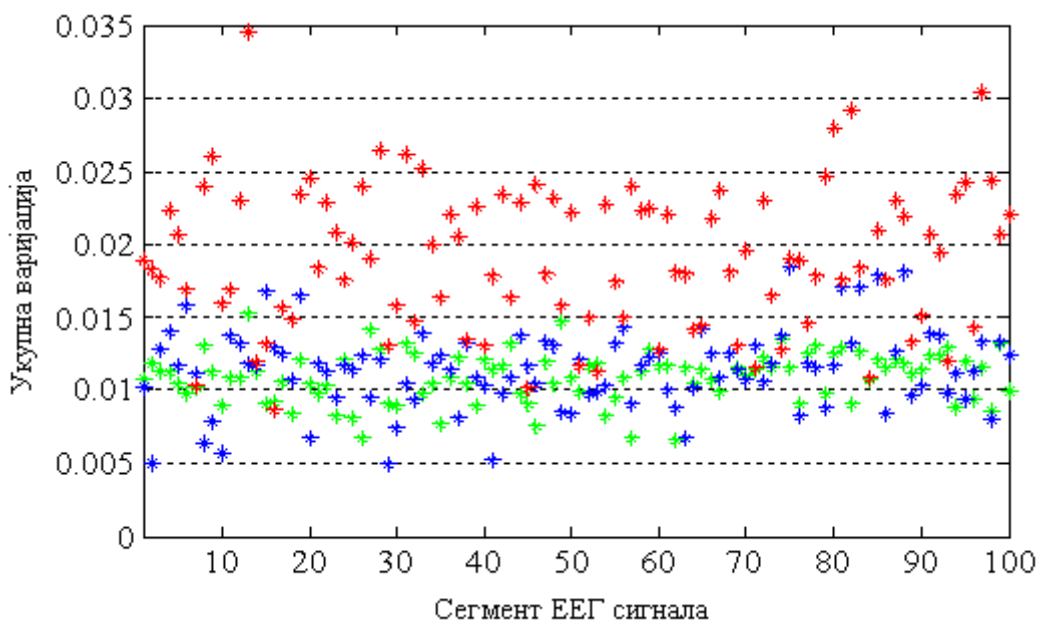


Слика 5.10. Стандардна девијација (горе) и средња релативна снага (доле) коефицијената ДТТ на делта подопсегу епилептиформних (у црвеном) и неепилептиформних (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегмената

Расподела снаге ЕЕГ сигнала у временско-фреквенцијском домену је прилично добро описана коефицијентима ДТТ. Међутим као и у случају сигнала у временском домену у циљу редукације димензије проблема као и даље класификације пожељно је израчунати одређене статистике ових коефицијената на сваком подопсегу. На примеру на Слици 5.10 су приказане стандардне девијације

и средње релативне снаге односно квадрати апсолутних вредности коефицијената ДТТ на делта подопсегу сваког од анализираних сегмената. Такође и на другим подопсезима је примећена повећана сепарабилност у односу на анализу брзом Фуријеовом трансформацијом.

Очигледно се издвајањем обележја на сваком од подопсега појединачно постиже доста боља сепарабилност између епилептиформних и неепилептиформних сегмената ЕЕГ сигнала него што је то случај са обележјима која карактеришу читав опсег учестаности. Такође поређењем укупне варијације са Сликe 5.2 и укупне варијације сигнала у временском домену на делта подопсегу са Сликe 5.11 је само додатно потврђена претходна претпоставка.



Слика 5.11. Укупна варијација епилептиформних (у црвеном) и неепилептиформних (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегмената на делта подопсегу

5.3.4. Нелинеарна анализа

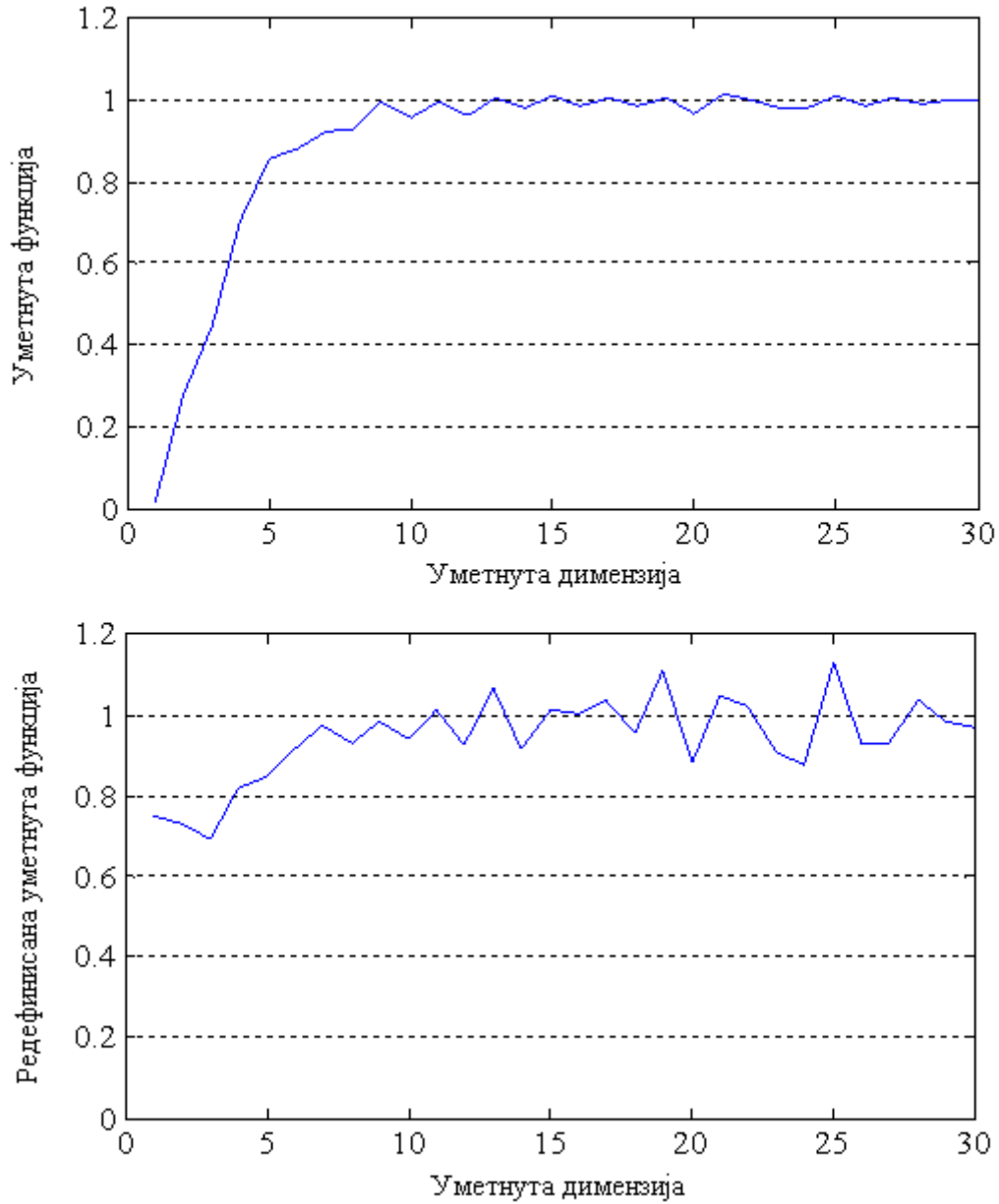
Обзиром да ЕЕГ сигнал на неки начин представља динамику једног читавог и веома сложеног нелинеарног система као што је мозак у циљу издвајања информација које нису могле бити обухваћене раније описаним линеарним техникама

примењена је и нелинеарна анализа иначе заснована на теорији хаоса. Интересантно је да за разлику од других техника за издвајање обележја у овој области још није постигнута потпуна сагласност око тога да ли и на који начин треба вршити нелинеарну анализу ЕЕГ сигнала. Тако се у литератури врло често могу наћи контрадикторни резултати експеримената који су врло тешко или нису уопште поновљиви што додатно доводи у сумњу њихову практичну применљивост као на пример у радовима Adeli и Ghosh-Dastidar, 2010, Nively и сар., 1999 и Iasemidis и Sackellares, 1991 где корелациона димензија и највећи Љапунов експонент имају потпуно различите вредности. Технике издвајања обележја и нелинеарне анализе реализоване и примењене у овом истраживању су искључиво и дубоко укорењене у теорији хаоса која је укратко описана у теријском делу и никакава додатна и субјектива прилагођавања ЕЕГ сигналима нису примењена што обезбеђује висок ниво поновљивости добијених резултата у било ком тренутку.

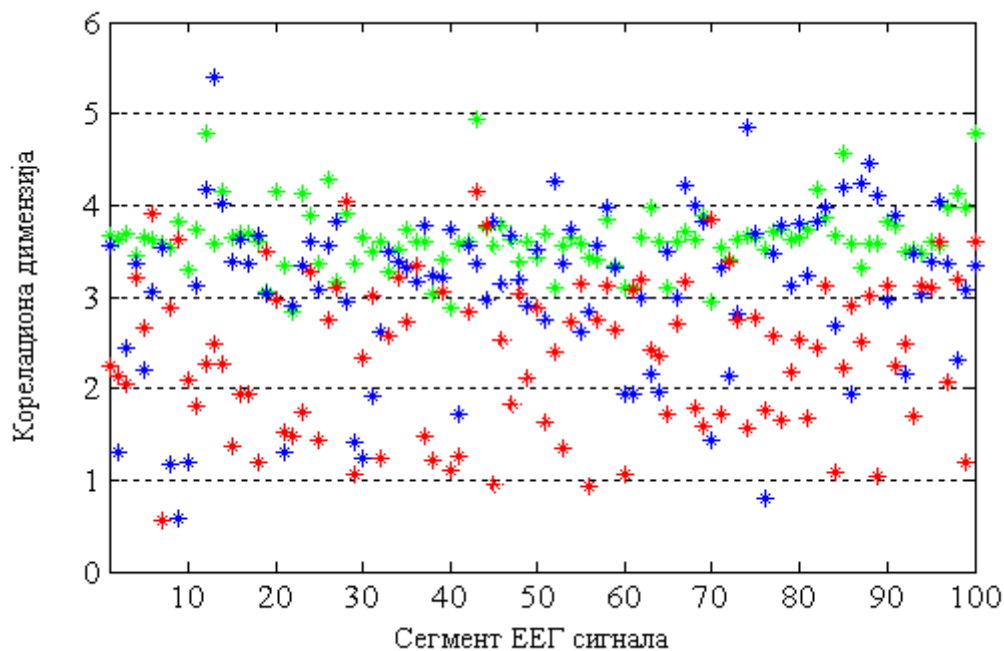
Најпре су у циљу реконструкције сегмента ЕЕГ сигнала у свом фазном простору са кашњењем одређени оптимално кашњење и уметнута димензија. Оптимално кашњење m_o је добијено као први локални минимум функције коефицијента заједничке информације. На већини анализираних сегмена та вредност оптималног кашњења је варијала између 5 и 7. Минимална уметнута димензија d_{min} је одређена применом Каове технике односно на основу засићења уметнуте функције e_d као што је на примеру једног сегмента приказано на Слици 5.12. односно када даљим повећањем уметнуте димензије не долази до већег од 5 % повећања вредности уметнуте функције. На свим обрађеним сегментима ЕЕГ сигнала вредност уметнуте функције је тежила 1 што заправо потврђује одређени ниво хаоса у истима који није случајне већ детерминистичне природе обзиром да вредност редефинисане уметнуте функције e_d^* није константна за све вредности уметнуте димензије као што се и види на Слици 5.12. Вредност минималне уметнуте димензије је на свих 300 обрађених сегмента варијала између 4 и 10.

Након реконструкције сигнала у фазном простору са кашњењем корелациона димензија атрактора је процењена применом Тејкенсовог естиматора у оквиру ког је након више тестирања вредност радијуса ϵ у фазном простору постављена на пет

процената од укупне величине атрактора обзиром да су веће вредности резултирале у много а мање у недовољан број тачака за добру процену корелационе димензије.



Слика 5.12. Уметнута функција e_d (горе) и рedefинисана уметнута функција e_d^* (доле) за различите вредности уметнуте димензије m

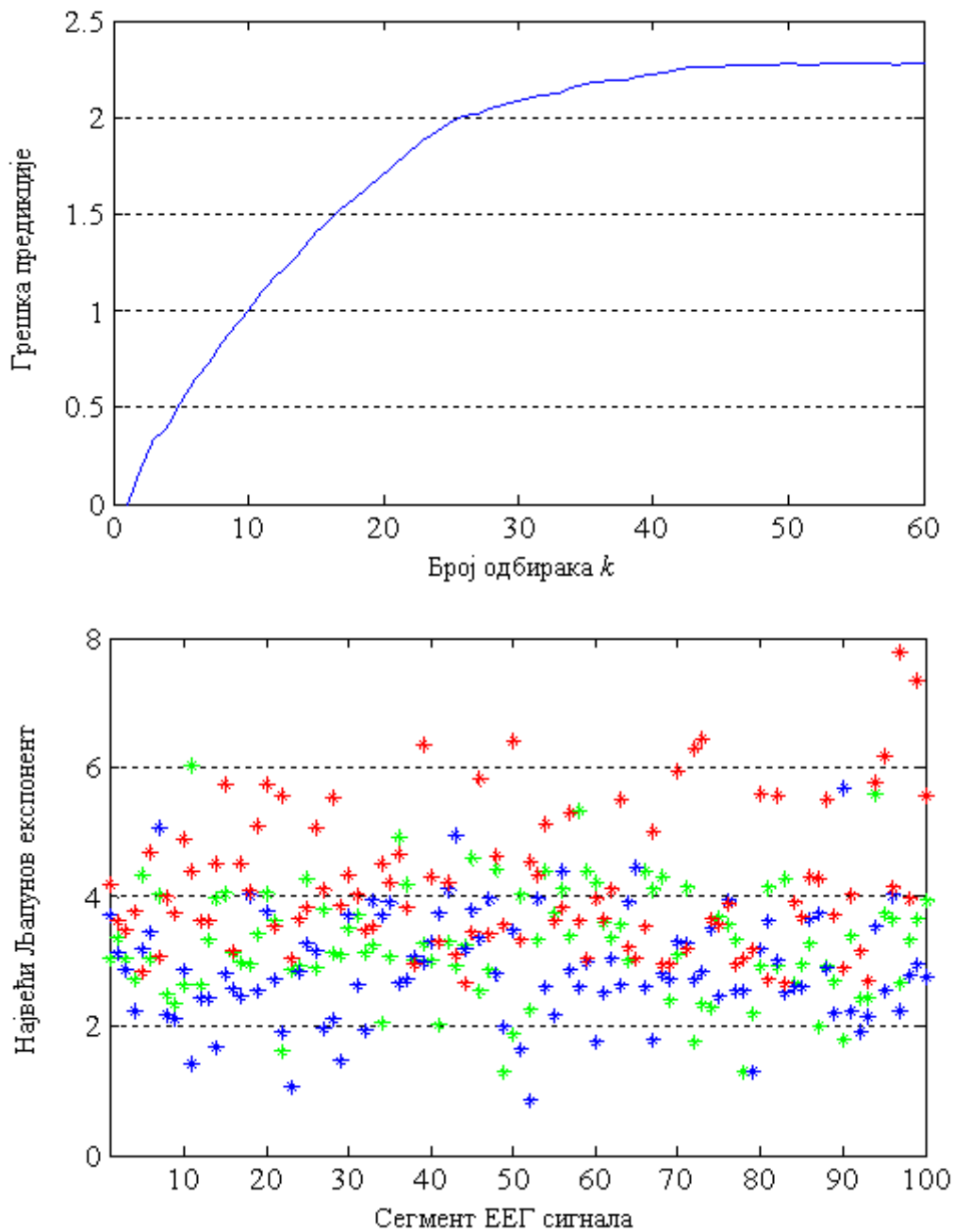


Слика 5.13. Корелациона димензија епилептиформних (у црвеном) и неепилептиформних (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегмената на бета подопсегу

На Слици 5.13 приказана је на тај начин процењена корелациона димензија свих обрађених сегмената на основу које се може закључити да и корелациона димензија као једно нелинеарно обележје такође поседује потенцијал за детекцију епилептиформних активности обзиром да је очигледно у присуству епилептиформних активности комплексност атрактора односно хаотичност ЕЕГ сигнала мања. Важно је и напоменути да су вредности корелационе димензије у свим овде анализираним случајевима веће од уметнуте димензије фазног простора што је сасвим у складу са теоријом хаоса.

Највећи Љапунов експонент као мера предиктибилности сигнала процењен је применом Сатове технике односно најпре је одређена грешка предикције у функцији броја одбирака k као на примеру на Слици 5.14 за случај једног сегмента а затим на основу њеног нагиба у средњем делу процењен највећи Љапунов експонент. Као што се види на Слици 5.14 највећи Љапунов експонент поседује понајмању дискриминациону способност од свих до сада поменутих обележја. Ипак се може приметити да присуство епилептиформних активности смањује

предиктибилност ЕЕГ сигнала пошто је највећи Љапунов експонент у том случају мало већи.



Слика 5.14. Грешка предикције на једном сегменту (горе) и највећи Љапунов експонент епилептиформних (у црвеном) и неепилептиформних (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегмената на делта подопсегу

5.3.5. Издвајање обележја

Обрадом свих 300 сегмената ЕЕГ сигнала у временском, фреквенцијском и временско-фреквенцијском домену као и нелинеарном анализом истих издвојено је укупно 30 обележја која су заједно са својим средњим вредностима и стандардним девијацијама за све три различите класе приказана у Табели 5.1. Издвојена обележја се односе на одговарајуће клиничке подопсеге обзиром да исти поседују боље дискриминационе карактеристике у односу на читав опсег учестаности од 0 до 60 Hz.

У циљу лакшег међусобног поређења дискриминационих карактеристика издвојена обележја су накнадно нормализована тако да имају нулту средњу вредност и јединичну стандардну девијацију на свим обрађеним сегментима а затим поново израчунате њихове засебне нормализоване статистике по класама приказане у Табели 5.2. Такође за сва обележја након нормализације израчунат је индекс сепарабилности као мера њиховог дискриминационог потенцијала. Индекс сепарабилности је овом случају заправо критеријум $J = tr(S_W^{-1}S_B)$ из Одељка 3.5 а S_W и S_B такође раније дефинисане матрице унутар- и међукласног расејања респективно. На основу тако дефинисаних матрица виши индекс одговара бољој сепарабилности између различитих класа ЕЕГ сигнала. У циљу даље редукције проблема сва обележја из Табеле 5.2 чији је индекс сепарабилности испод 0.3 су одбачена као незадовољавајућа односно недовољно информативна и дискриминаторна за адекватно раздвајање епилептиформних од неепилептиформних сегмената што резултира у укупно 19 обележја од значаја за даљу анализу и на основу којих се сваки оригинални сегмент ЕЕГ сигнала из временског домена сада може представити својим вектором обележја $X = [x_1 x_2 \dots x_{19}]^T$ односно тачком у простору обележја димензије 19.

Табела 5.1. Обележја издвојена на различитим подопсезима учестаности

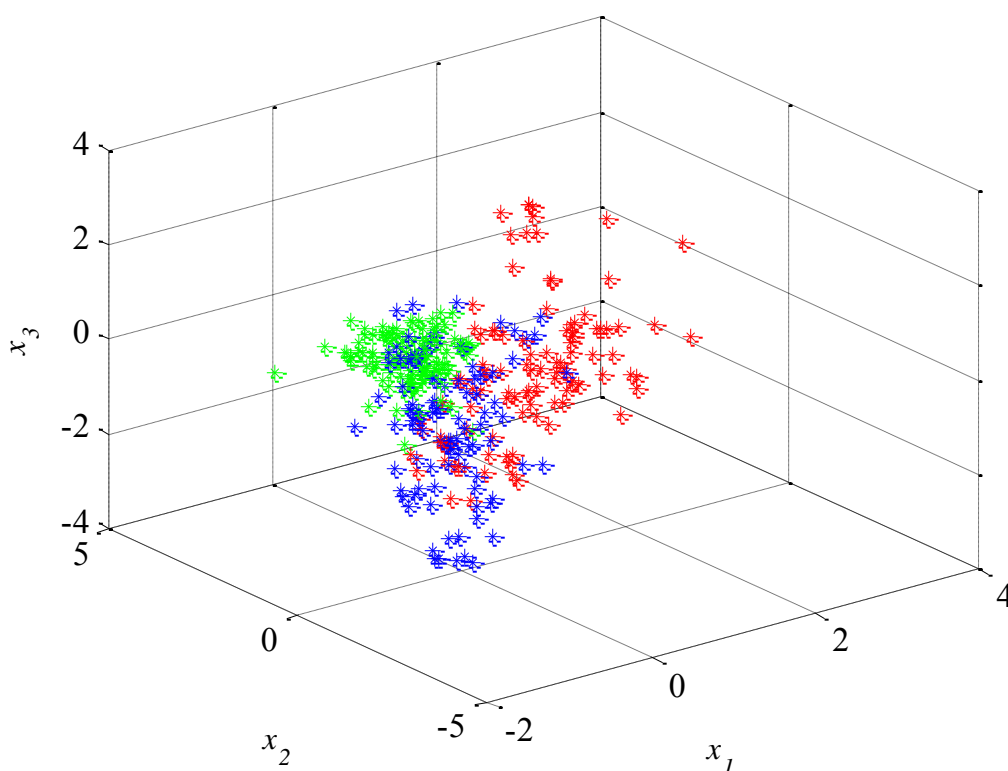
Бр.	Обележје	Неепилепти- формни здрово ткиво		Неепилепти- формни оште- ћено ткиво		Епилепти- формни	
		μ	σ	μ	σ	μ	σ
1	Укупна варијација - делта	0.011	0.002	0.011	0.003	0.019	0.005
2	Укупна варијација - тета	0.027	0.004	0.022	0.006	0.028	0.006
3	Укупна варијација - алфа	0.044	0.005	0.034	0.011	0.042	0.011
4	Укупна варијација - бета	0.075	0.008	0.057	0.024	0.062	0.023
5	Укупна варијација - гама	0.149	0.019	0.102	0.047	0.103	0.041
6	Релативна снага БФТ - делта	0.446	0.090	0.628	0.147	0.267	0.220
7	Релативна снага БФТ - тета	0.159	0.049	0.236	0.119	0.390	0.224
8	Релативна снага БФТ - алфа	0.162	0.043	0.086	0.066	0.134	0.057
9	Релативна снага БФТ - бета	0.221	0.075	0.046	0.024	0.205	0.151
10	Релативна снага БФТ - гама	0.012	0.010	0.004	0.003	0.004	0.005
11	Станд. девијација коеф. ДТТ - делта	2.825	0.275	3.362	0.290	2.507	0.549
12	Станд. девијација коеф. ДТТ - тета	1.795	0.180	1.709	0.366	2.181	0.505
13	Станд. девијација коеф. ДТТ - алфа	1.266	0.140	0.766	0.175	1.275	0.288
14	Станд. девијација коеф. ДТТ - бета	0.556	0.122	0.267	0.072	0.466	0.146
15	Станд. девијација коеф. ДТТ - гама	0.154	0.039	0.085	0.028	0.115	0.040
16	Релативна снага ДТТ - делта	0.501	0.097	0.708	0.118	0.408	0.175
17	Релативна снага ДТТ - тета	0.203	0.039	0.190	0.081	0.311	0.132
18	Релативна снага ДТТ - алфа	0.202	0.043	0.077	0.035	0.213	0.097
19	Релативна снага ДТТ - бета	0.081	0.038	0.020	0.011	0.060	0.039
20	Релативна снага ДТТ - гама	0.013	0.007	0.005	0.003	0.008	0.006
21	Корелациона димензија - делта	6.979	3.443	6.494	1.605	5.763	1.489
22	Корелациона димензија - тета	4.621	0.594	4.288	0.925	4.206	0.884
23	Корелациона димензија - алфа	4.184	0.442	3.701	0.886	3.230	0.833
24	Корелациона димензија - бета	3.635	0.359	3.097	0.940	2.348	0.832
25	Корелациона димензија - гама	6.729	1.248	6.374	1.838	4.003	1.994
26	Највећи Љапунов експонент - делта	3.282	0.873	2.910	0.856	4.203	1.102
27	Највећи Љапунов експонент - тета	8.213	1.935	8.188	1.914	8.286	1.933
28	Највећи Љапунов експонент - алфа	17.58	2.165	17.57	2.160	17.58	2.377
29	Највећи Љапунов експонент - бета	32.91	5.991	32.65	5.977	33.04	5.091
30	Највећи Љапунов експонент - гама	11.71	2.985	11.62	2.965	11.89	5.210

Табела 5.2. Нормализована обележја

Индекс	Обележје	Неепилепти- формни здрово ткиво		Неепилепти- формни оште- ћено ткиво		Епилепти- формни		Сепара- билност <i>J</i>
		μ	σ	μ	σ	μ	σ	
		x_1	Укупна варијација - делта	-0.572	0.339	-0.482	0.541	
x_2	Укупна варијација - тета	0.184	0.604	-0.660	0.959	0.476	1.017	0.300
	Укупна варијација - алфа	0.400	0.488	-0.584	1.087	0.184	1.031	0.215
	Укупна варијација - бета	0.490	0.398	-0.375	1.142	-0.115	1.077	0.150
x_3	Укупна варијација - гама	0.710	0.440	-0.365	1.082	-0.346	0.945	0.335
x_4	Релативна снага БФТ - делта	-0.146	0.425	0.857	0.694	-0.710	1.042	0.720
x_5	Релативна снага БФТ - тета	-0.579	0.274	-0.148	0.674	0.727	1.263	0.417
x_6	Релативна снага БФТ - алфа	0.540	0.674	-0.648	1.021	0.108	0.891	0.316
x_7	Релативна снага БФТ - бета	0.503	0.597	-0.882	0.192	0.380	1.200	0.641
	Релативна снага БФТ - гама	0.647	1.309	-0.355	0.398	-0.292	0.716	0.264
x_8	Станд. дев. коеф. ДТТ - делта	-0.138	0.521	0.881	0.550	-0.742	1.042	0.810
x_9	Станд. дев. коеф. ДТТ - тета	-0.235	0.421	-0.436	0.859	0.671	1.184	0.300
x_{10}	Станд. дев. коеф. ДТТ - алфа	0.515	0.441	-1.059	0.552	0.544	0.906	1.276
x_{11}	Станд. дев. коеф. ДТТ - бета	0.750	0.728	-0.967	0.427	0.217	0.866	1.057
x_{12}	Станд. дев. коеф. ДТТ - гама	0.777	0.860	-0.718	0.618	-0.059	0.874	0.596
x_{13}	Релативна снага ДТТ - делта	-0.205	0.527	0.921	0.643	-0.716	0.956	0.873
x_{14}	Релативна снага ДТТ - тета	-0.296	0.369	-0.420	0.759	0.716	1.234	0.347
x_{15}	Релативна снага ДТТ - алфа	0.429	0.478	-0.976	0.390	0.546	1.091	0.913
x_{16}	Релативна снага ДТТ - бета	0.662	0.928	-0.824	0.258	0.162	0.968	0.613
	Релативна снага ДТТ - гама	0.641	1.089	-0.593	0.458	-0.048	0.923	0.291
	Корелациона димензија - делта	0.236	1.434	0.034	0.669	-0.270	0.620	0.045
	Корелациона димензија - тета	0.300	0.715	-0.101	1.112	-0.199	1.064	0.048
	Корелациона димензија - алфа	0.570	0.525	-0.005	1.055	-0.565	0.991	0.272
x_{17}	Корелациона димензија - бета	0.662	0.391	0.077	1.024	-0.739	0.905	0.490
x_{18}	Корелациона димензија - гама	0.488	0.594	0.320	0.874	-0.808	0.948	0.493
x_{19}	Највећи Љапунов експ. - делта	-0.168	0.799	-0.508	0.783	0.676	1.009	0.327
	Највећи Љапунов експ. - тета	-0.009	1.007	-0.021	0.996	0.030	1.006	0.000
	Највећи Љапунов експ. - алфа	0.000	0.972	-0.002	0.968	0.002	1.067	0.000
	Највећи Љапунов експ. - бета	0.008	1.054	-0.038	1.051	0.030	0.896	0.001
	Највећи Љапунов експ. - гама	-0.008	0.774	-0.031	0.769	0.039	1.352	0.001

5.4. РЕДУКЦИЈА ДИМЕНЗИЈЕ ПРОСТОРА ОБЕЛЕЖЈА

Након претходног издвајања обележја на свим сегментима ЕЕГ сигнала јасно је да ниједно од издвојених обележја индивидуално па чак ни у комбинацији са другим обележјима из свог домена углавном због повишене корелације (Табела 5.3) није довољно поуздано за исправну детекцију епилептиформних активности што се на пример може видети на Слици 5.15 за случај три обележја из временског домена.



Слика 5.15. Епилептиформни (у црвеном) и неепилептиформни (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегменти у простору обележја x_1 , x_2 и x_3 из временског домена

Управо ова чињеница и представља главни разлог у оквиру овог истраживања за издвајање обележја из неколико различитих домена од интереса уз претпоставку да сваки од њих садржи бар неку нову информацију о сигналу која није присутна ни у једном другом домену и која на тај начин касније доприноси тачнијој класификацији. Према томе одређеном оптималном комбинацијом обележја из

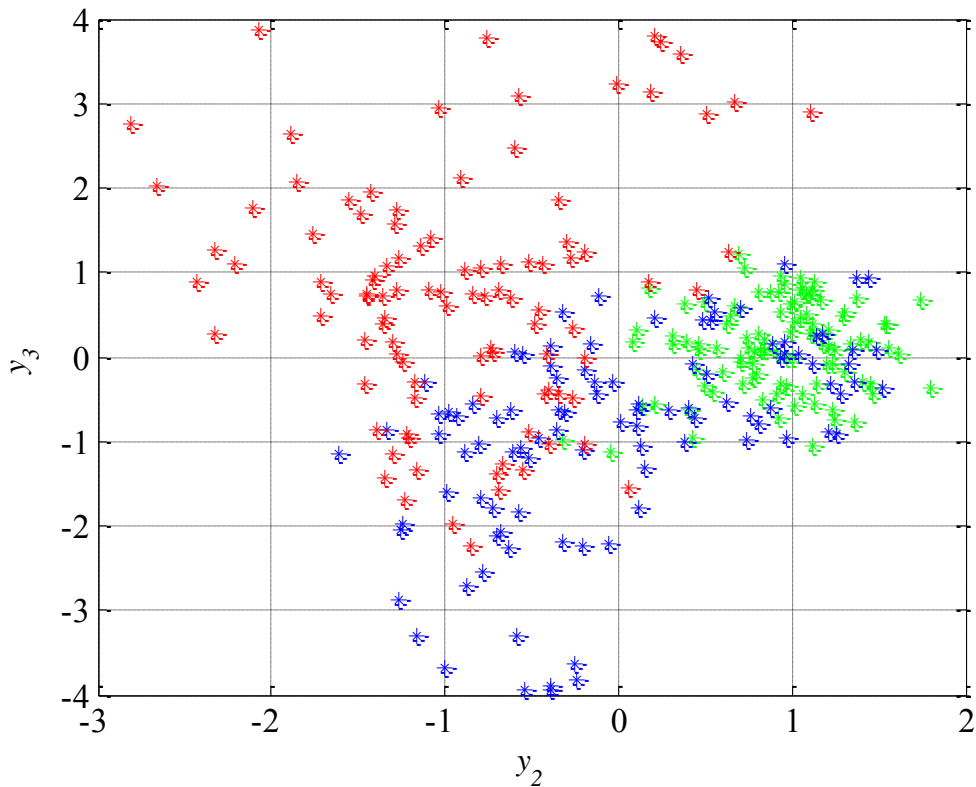
различитих домена треба очекивати бољу сепарабилност између класа епилептиформних и неепилептиформних сегманата него у случају употребе обележја из само једног домена на шта се готово сва досадашња литература у овој области и односи.

Након иницијалне редукције засноване искључиво на индивидуалној сепарабилности издвојених обележја неопходно је приступити даљем смањењу димензије простора обележја и тиме проблема класификације што може бити урађено применом техника описаних у Одељку 3.5 чије су перформансе најпре демонстриране на обележјима из временског домена x_1 , x_2 и x_3 односно редукцијом димензије простора обележја приказаног на Слици 5.15 са три на два и то применом технике Карунен-Лоевеове (КЛ) експанзије, технике редукције на бази минималне ентропије као и технике редукције на бази мере расипања.

Први корак у оквиру редукције димензије техником КЛ експанзије јесте израчунавање сопствених вредности λ_i коваријационе матрице Σ_X случајног вектора $[x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ које су у овом случају једнаке $\lambda_1 = 0.29$, $\lambda_2 = 1.02$ и $\lambda_3 = 1.69$. Након тога се оригиналан случајан вектор $[x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ помоћу трансформационе матрице сачињене од сопствених вектора Ψ_2 и Ψ_3 који одговарају већим сопственим вредностима λ_2 и λ_3 пресликава у дводимензионални случајан вектор $[y_2 \ y_3]^T = [\Psi_2 \ \Psi_3][x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ односно свој нови простор обележја димензије два приказан на Слици 5.16. Индекс сепарабилности у новом дводимензионалном простору обележја једнак је 1.89 док информациони индекс након ове редукције добија вредност $I = (\lambda_2 + \lambda_3)/(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) = 90.3 \%$. Даље смањење димензије простора обележја са два на један би се постигло избором оног обележја у пресликаном простору ком одговара већа варијанса односно највећа сопствена вредност коваријационе матрице оригиналног случајног вектора $[x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ а то је обележје y_3 као што се и види на Слици 5.16 након чега би индекс сепарабилности драстично пао на 0.38 а информациони индекс био само 56.3 %.

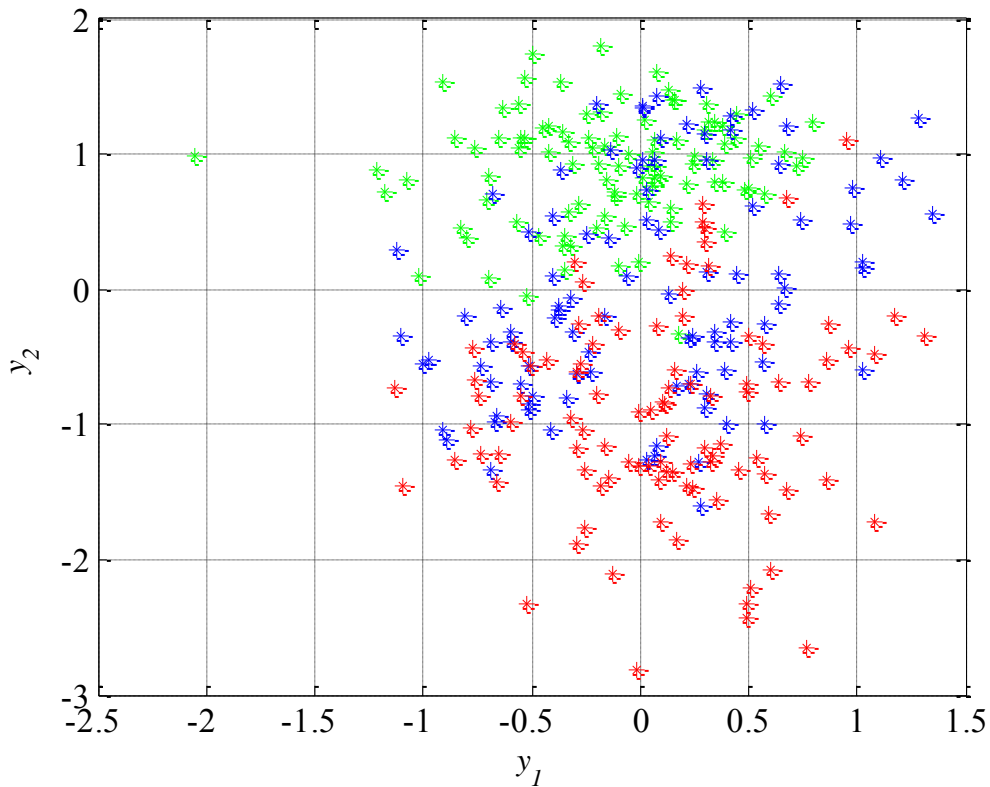
Табела 5.3. Коэффициенти корелације између обележја

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}	x_{19}
x_1	1,00	0,55	-0,02	-0,69	0,78	0,17	0,17	-0,62	0,73	0,36	0,09	-0,06	-0,61	0,74	0,35	0,05	-0,16	-0,24	0,49
x_2	0,55	1,00	0,43	-0,66	0,42	0,44	0,34	-0,64	0,56	0,54	0,35	0,27	-0,64	0,56	0,50	0,29	0,24	0,04	0,35
x_3	-0,02	0,43	1,00	-0,32	0,07	0,28	0,22	-0,28	0,20	0,31	0,29	0,32	-0,30	0,18	0,27	0,24	0,66	0,53	0,02
x_4	-0,69	-0,66	-0,32	1,00	-0,63	-0,59	-0,55	0,94	-0,83	-0,78	-0,57	-0,43	0,96	-0,81	-0,74	-0,50	-0,12	0,07	-0,46
x_5	0,78	0,42	0,07	-0,63	1,00	0,06	-0,20	-0,46	0,87	0,07	-0,21	-0,30	-0,47	0,89	0,02	-0,24	0,04	0,04	0,40
x_6	0,17	0,44	0,28	-0,59	0,06	1,00	0,37	-0,61	0,49	0,66	0,51	0,47	-0,64	0,44	0,59	0,41	0,23	0,06	0,19
x_7	0,17	0,34	0,22	-0,55	-0,20	0,37	1,00	-0,71	0,06	0,89	0,93	0,82	-0,70	0,02	0,93	0,93	-0,07	-0,30	0,20
x_8	-0,62	-0,64	-0,28	0,94	-0,46	-0,61	-0,71	1,00	-0,72	-0,87	-0,69	-0,54	0,99	-0,71	-0,87	-0,65	-0,03	0,18	-0,45
x_9	0,73	0,56	0,20	-0,83	0,87	0,49	0,06	-0,72	1,00	0,40	0,11	0,00	-0,74	0,99	0,33	0,03	0,13	0,04	0,42
x_{10}	0,36	0,54	0,31	-0,78	0,07	0,66	0,89	-0,87	0,40	1,00	0,88	0,75	-0,89	0,36	0,98	0,82	0,01	-0,23	0,33
x_{11}	0,09	0,35	0,29	-0,57	-0,21	0,51	0,93	-0,69	0,11	0,88	1,00	0,94	-0,71	0,06	0,88	0,97	0,05	-0,20	0,17
x_{12}	-0,06	0,27	0,32	-0,43	-0,30	0,47	0,82	-0,54	0,00	0,75	0,94	1,00	-0,57	-0,05	0,74	0,93	0,19	-0,07	0,05
x_{13}	-0,61	-0,64	-0,30	0,96	-0,47	-0,64	-0,70	0,99	-0,74	-0,89	-0,71	-0,57	1,00	-0,72	-0,86	-0,65	-0,06	0,16	-0,44
x_{14}	0,74	0,56	0,18	-0,81	0,89	0,44	0,02	-0,71	0,99	0,36	0,06	-0,05	-0,72	1,00	0,29	-0,01	0,10	0,03	0,45
x_{15}	0,35	0,50	0,27	-0,74	0,02	0,59	0,93	-0,87	0,33	0,98	0,88	0,74	-0,86	0,29	1,00	0,83	-0,03	-0,26	0,31
x_{16}	0,05	0,29	0,24	-0,50	-0,24	0,41	0,93	-0,65	0,03	0,82	0,97	0,93	-0,65	-0,01	0,83	1,00	0,02	-0,21	0,13
x_{17}	-0,16	0,24	0,66	-0,12	0,04	0,23	-0,07	-0,03	0,13	0,01	0,05	0,19	-0,06	0,10	-0,03	0,02	1,00	0,78	-0,09
x_{18}	-0,24	0,04	0,53	0,07	0,04	0,06	-0,30	0,18	0,04	-0,23	-0,20	-0,07	0,16	0,03	-0,26	-0,21	0,78	1,00	-0,16
x_{19}	0,49	0,35	0,02	-0,46	0,40	0,19	0,20	-0,45	0,42	0,33	0,17	0,05	-0,44	0,45	0,31	0,13	-0,09	-0,16	1,00



Слика 5.16. Епилептиформни (у црвеном) и неепилептиформни (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегменти у новом дводимензионалном простору обележја након редукције техником КЛ експанзије

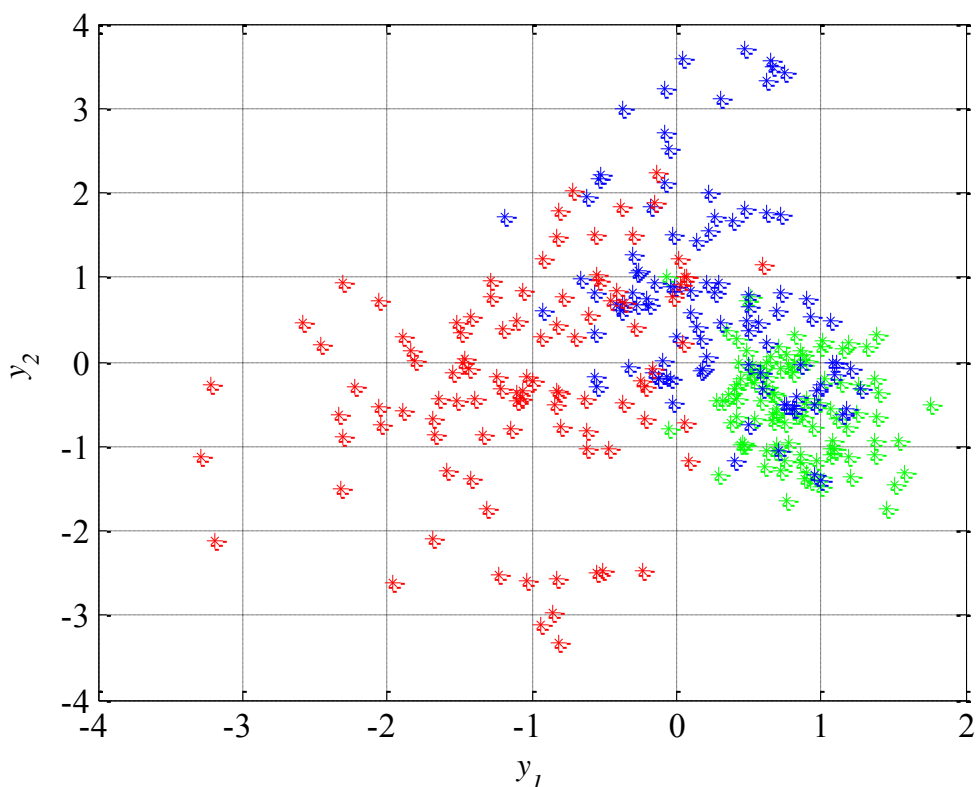
Са друге стране редукција димензије простора обележја на бази минималне ентропије резултује у обратан избор обележја односно оних којима одговарају мање сопствене вредности коваријационе матрице Σ_X односно мање варијансе у пресликаном простору. На Слици 5.17 приказан је резултат таквог пресликавања у простор обележја димензије два чији је индекс сепарабилности једнак 1.39 а информациони индекс $I = (\lambda_1 + \lambda_2) / (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) = 43.7\%$. Евентуално даље смањење димензије простора на један би резултовало у још лошије резултате односно веома низак индекс сепарабилности од 0.03 и информациони индекс једнак само 9.6 %. Очигледно да ова техника у односу на претходну технику на бази КЛ експанзије нема довољан потенцијал за постизање жељених резултата редукцијом димензије простора обележја те се иста даље у овом раду неће ни разматрати.



Слика 5.17. Епилептиформни (у црвеном) и неепилептиформни (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегменти у новом дводимензионалном простору обележја након редукције димензије на бази минималне ентропије

За разлику од претходне две технике редукције где су улогу трансформационе матрице имали сопствени вектори коваријационе матрице случајног вектора $[x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ приликом редукције димензије на бази мере расипања ту улогу имају сопствени вектори матрице расејања $S_W^{-1}S_B$ на којој је иначе заснован и индекс сепарабилности односно критеријум $J = tr(S_W^{-1}S_B)$ који се редукцијом жели максимизирати. Након тога се редукција димензије простора обележја врши на исти начин као и техником КЛ експанзије односно одабиром оних обележја у пресликаном простору којима одговарају највеће сопствене вредности матрице расејања $S_W^{-1}S_B$. На овај начин се редукцијом димензије са три на два добија простор обележја приказан на Слици 5.18 ком одговара индекс сепарабилности од 2.1 и максималан информациони индекс од 100 % обзиром да је ранг матрице међукласног расејања у случају три класе једнак 2 што уједно значи да евентуално повећање редукване димензије на више од два не би уопште резултовало у бољу

сепарабилност већ само већу димензију и тиме отежано пројектовање класификатора док би информациони индекс и даље био на нивоу од 100%. Другим речима оптимална димензија редукованог простора обележја у случају са три класе јесте два што ће на даље и бити коришћено у овом раду. Међутим као и раније даљом редукијом димензије простора обележја на један односно избором обележја y_1 са Сlike 5.18 се добија индекс сепарабилности од 1.83 и информациони индекс од 87 %.



Слика 5.18. Епилептиформни (у црвеном) и неепилептиформни (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегменти у новом дводимензионалном простору обележја након редукије димензије на бази мере расипања

Техника КЛ експанзије и техника редукије на бази мере расипања додатно су тестиране и на обележјима из других домена а добијени резултати односно одговарајући индекси сепарабилности пре и после редукије димензије простора обележја приказани у Табели 5.4 на основу које се може закључити да техника редукије на бази мере расипања даје доста боље резултате на свим доменима од интереса и такође сасвим очекивано увек резултује у индекс сепарабилности већи

од било ког одговарајућег индивидуалног индекса сепарабилности приказаног у Табели 5.3.

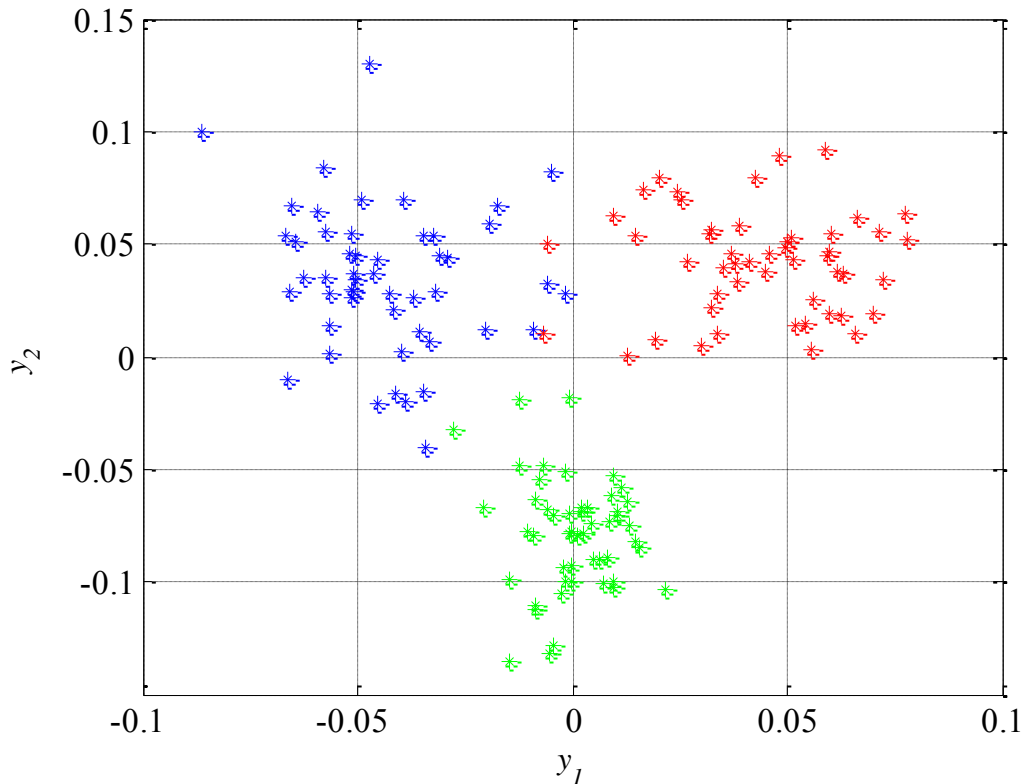
Табела 5.4. Индекси сепарабилности након примене две различите технике редукције димензије простора обележја

Анализирана обележја	Димензија		Индекс сепарабилности	
	пре	после	КЛ експанзија	Мера расипања
Временски домен (x_{1-3})	3	2	1.89	2.10
Фреквенцијски (x_{4-7})	4	2	1.22	2.13
Временско-фреквенцијски (x_{8-16})	9	2	1.31	4.65
Нелинеарна анализа (x_{17-19})	3	2	1.05	1.12

У Табели 5.4 се такође види да од свих анализираних обележја највећи индекс сепарабилности а тиме уједно и најбоље дискриминационе карактеристике између епилептиформних и неепилептиформних сегмената поседују обележја добијена након дискретне трансформације таласићима. Остала обележја и поред нижег индекса сепарабилности такође су од користи за даљу класификацију што се може закључити на основу додатне анализе чији су резултати приказани у Табели 5.5 у којој се види да индекс сепарабилности расте са постепеним укључивањем обележја из других домена. У циљу каснијег пројектовања адекватног класификатора простор обележја након редукције на бази мере расипања има димензију два.

Табела 5.5. Индекси сепарабилности након редукције на бази мере расипања и постепеног укључивања обележја из различитих домена

Анализирана обележја	Димензија		Индекс сепарабилности
	пре	после	
Временски домен (x_{1-2})	3	2	2.10
Укључујући и фреквенцијски (x_{1-7})	7	2	3.46
Укључујући и временско-фреквенцијски (x_{1-16})	16	2	6.68
Укључујући и нелинеарну анализу (x_{1-19})	19	2	8.67



Слика 5.19. Епилептиформни (у црвеном) и неепилептиформни (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегменти у свом новом простору обележја након редукције димензије са деветнаест на два

За разлику од раније на Слици 5.19 је овог пута приказано по 50 оригиналних деветнаестодимензионалних вектора обележја X из сваке од три класе сегмената ЕЕГ сигнала пресликаних у свој нови редуковани простор обележја односно дводимензионалне векторе Y који ће се даље користити у наредном одељку за пројектовање класификатора док ће се другом половином од по 50 сегмената из сваке класе тестирати перформансе пројектованих класификатора као и свеукупна тачност нове технике за детекцију епилептиформних активности. На основу вредности у трансформационој матрици коришћеној при овом пресликавању односно сопственим векторима $\Psi_1 = [0.008 \ 0.001 \ 0.003 \ 0.018 \ 0.023 \ 0.004 \ 0.017 \ 0.004 \ -0.051 \ 0.025 \ 0.122 \ -0.061 \ -0.774 \ -0.404 \ -0.396 \ -0.242 \ -0.004 \ -0.005 \ 0.002]^T$ и $\Psi_2 = [0.021 \ -0.004 \ -0.009 \ 0.062 \ 0.052 \ 0.016 \ 0.048 \ -0.043 \ 0 \ -0.027 \ -0.167 \ 0.094 \ 0.758 \ 0.427 \ 0.391 \ 0.205 \ -0.015 \ -0.009 \ 0.002]^T$ који одговарају два највећим сопственим вредностима матрице расејања $S_W^{-1}S_B$ може се проценити индивидуални допринос

сваког од деветнаест оригиналних обележја x_i новим пресликаним обележјима y_1 и y_2 . Обзиром да су релативно најниже вредности у овим сопственим векторима оне које одговарају обележјима из нелинеарне анализе и временског домена може се закључити да иста понајмање доприносе пресликавању оригиналног деветнаестодимезионалног вектора обележја X у нови редуковани простор обележја димензије два.

5.5. КЛАСИФИКАЦИЈА

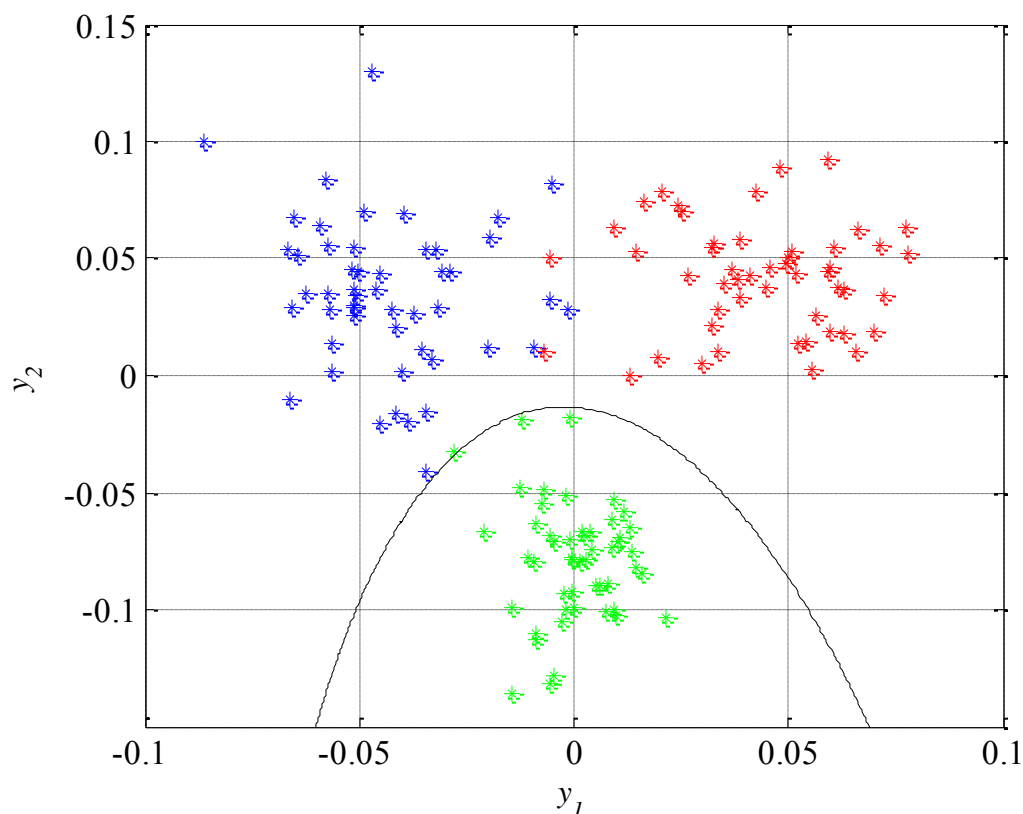
Након редукције димензије простора обележја на два, приступа се пројектовању одговарајућих класификатора који су у стању да раздвоје епилептиформне од неепилептиформних сегмената ЕЕГ сигнала у редукованом простору обележја приказаном на Слици 5.19 што уједно представља и последњи корак у оквиру нове технике за детекцију епилептиформних активности. Имајући у виду саму природу ЕЕГ сигнала односно могуће промене у његовим статистичким особинама и због тога пожељну одређену робусност класификатора као и на основу Слике 5.19 може се закључити да квадратни класификатори представљају савим логичан избор у циљу даље класификације иако су све три класе приказане на Слици 5.19 чак и део по део линеарно сепарабилне али очигледно са доста већом грешком класификације. Пројектовано је укупно два квадратна класификатора у складу са процедуром описаном раније у Поглављу 4.

Као што се види на Слици 5.20 први класификатор раздваја неепилептиформне сегменте ЕЕГ сигнала са здравог можданог ткива од неепилептиформних сегмената са оштећеног ткива као и епилептиформних сегмената и дефинисан је следећом једначином:

$$h(Y) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 q_{ij} y_i y_j + \sum_{i=1}^2 v_i y_i + v_0 \quad (5.1)$$

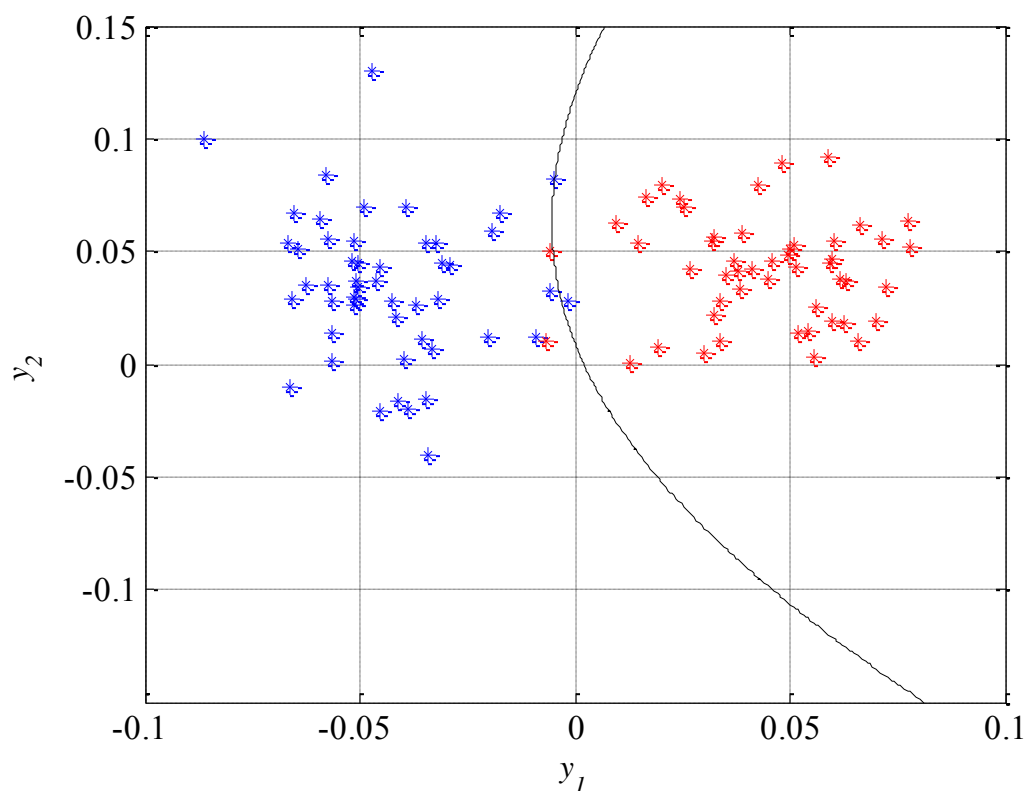
где су коефицијенти $q_{11} = -4870.8$, $q_{12} = q_{21} = -239.9$, $q_{22} = -174.9$, $v_1 = -29.2$, $v_2 = -174.9$ и $v_0 = -2.3$. Након тога пројектован је и други квадратни

класификатор који раздваја преостале две неклассификоване класе сегмената ЕЕГ сигнала односно епилептиформне и неепилептиформне сегменте са оштећеног мозданог ткива. Коефицијенти једначине (5.1) овог класификатора су $q_{11} = -436.7$, $q_{12} = q_{21} = -128.2$, $q_{22} = 444.6$, $v_1 = -237.9$, $v_2 = -57.2$ и $v_0 = 0.5$ док је исти приказан на Слици 5.21.



Слика 5.20. Први квадратни класификатор који раздваја неепилептиформне сегменте са здравог ткива (у зеленом) од осталих

Перформансе пројектованих класификатора су процењене класификацијом преосталих 150 сегмената који нису претходно коришћени при пројектовању истих а резултат приказан на Слици 5.22 где се заправо комбинацијом два квадратна класификатора добија такозвани део по део квадратни класификатор.

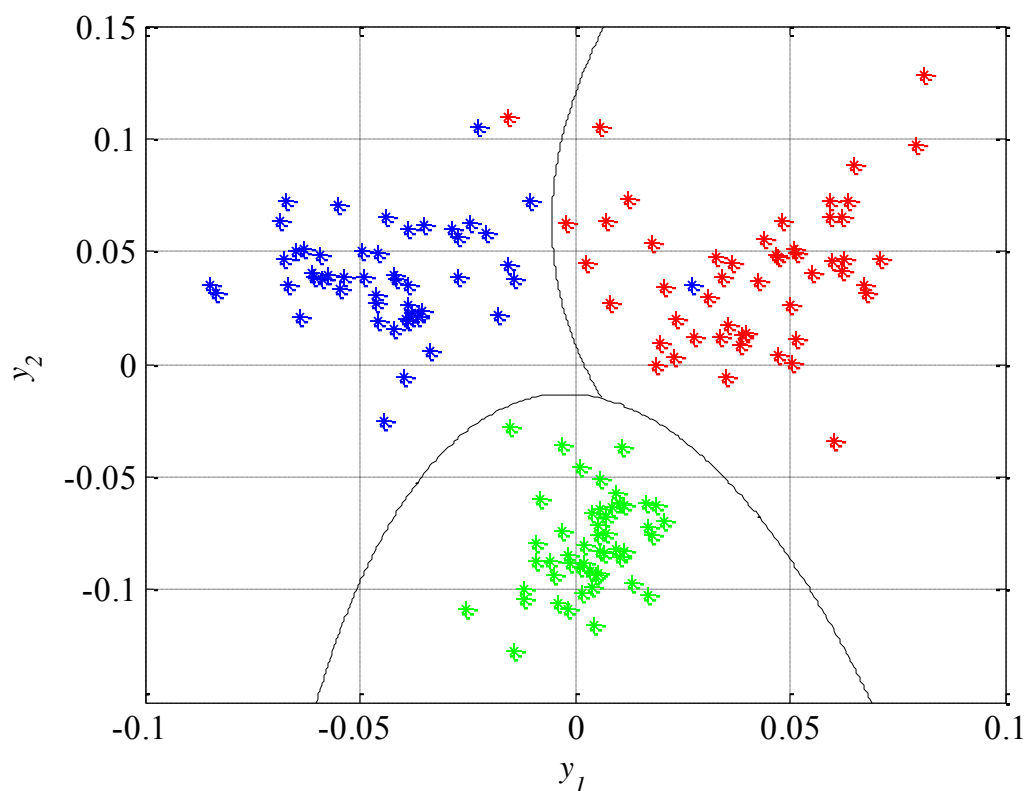


Слика 5.21. Други квадратни класификатор који раздваја епилептиформне (у црвеном) од неепилептиформних сегмената са оштећеног ткива (у плавом)

Табела 5.6. Конфузиона матрица класификације

Сегменти ЕЕГ сигнала (улаз/излаз)	Неепилептиформни		Епилептиформни
	здравог	оштећеног	
Неепилептиформни са здравог ткива	50	0	0
Неепилептиформни са оштећеног ткива	0	49	1
Епилептиформни	0	1	49

Резултати класификације се могу представити и конфузионом матрицом датом у Табели 5.6 где свака ћелија садржи број класификованих обележја за сваку комбинацију три класе сегмената ЕЕГ сигнала. На основу конфузионе матрице а и Сlike 5.22 може се закључити да су све неепилептиформни сегменти са здравог ткива исправно класификовани док је по један сегмент преостале две класе неисправно класификован односно класификован као да припада оној другој.



Слика 5.22. Део по део квадратни класификатор који раздваја епилептиформне (у црвеном) од неепилептиформних (са оштећеног у плавом и здравог ткива у зеленом) сегмената

5.6. ДИСКУСИЈА РЕЗУЛТАТА

На основу конфузионе матрице из претходног одељка даље се могу се проценити и друге статистичке перформансе као на пример осетљивост, специфичност и тачност пројектованог део по део квадратног класификатора односно нове технике за детекцију епилептиформних активности. Осетљивост се дефинише као однос исправно класификованих сегмената и укупног броја сегмената за сваку од класа засебно. Специфичност се такође рачуна за сваку од класа и представља однос исправно класификованих обележја друге две класе и укупног броја сегмената те исте две класе. Тачност се рачуна као однос укупног броја исправно класификованих сегмената и укупног броја сегмената у све три класе заједно.

Поменуте перформансе пројектованог део по део квадратног класификатора су приказане у Табели 5.6 где се види да укупна тачност новопројектоване технике за детекцију епилептиформних активности износи 98.7 %.

Табела 5.7. Статистичке перформансе класификације

Сегменти ЕЕГ сигнала	Статистичке перформансе [%]		
	Осетљивост	Специфичност	Тачност
Неепилептиформни са здравог ткива	100	100	
Неепилептиформни са оштећеног ткива	98	99	98.7
Епилептиформни	98	99	

Имајући у виду резултате других техника у литератури такође тестираних на идентичним сегментима ЕЕГ сигнала чије су тачности приказане у Табели 5.8 и варирају између 85 и 99 % може се рећи да новопројектована техника има прилично добре перформансе и тиме потенцијал за стварну клиничку примену. Поред постигнуте високе тачности треба посебно нагласити и чињеницу да су сви сегменти анализираних ЕЕГ сигнала у оквиру овог рада нормализовани пре издвајања било каквих обележја чиме је отклоњен један од највећих недостатака већ постојећих техника у литератури и њихову клиничку примену. А то је ослањање на амплитуду ЕЕГ сигнала као кључно дискриминационо обележје која се показала као крајње непоуздана у стварној клиничкој примени обзиром да знатно варира чак и код потуно здравих особа зависно како од можданих тако и од других активности читавог тела. Такође нормализацијом је додатно отклоњен и негативан утицај различитих електрода за снимање као и различитих пацијената и њихових можданих ткива на технику детекције. За разлику од постојећих техника које у обзир узимају углавном обележја из само једног од домена новопројектована техника се ослања на пажљиво издвојена обележја из готово свих домена од интереса. То је чини робуснијом и мање осетљивом на промене у ЕЕГ сигналу које доминантно утичу на обележја из само једног или два домена док су у другим доменима невидљиве а иначе немају везе са евентуалним присуством епилептиформних активности које би требало детектовати.

Табела 5.8. Друге технике за детекцију епилептиформних активности

Аутори и година	Издавање обележја	Класификација	Тачност
Nigam и сар. 2004	Нелинеарни филтер	Дијагностичка неурална мрежа	97.2
Kannathal и сар. 2005	Нелинеарна анализа	Анализа сурогатних података	90.0
Kannathal и сар. 2005	Ентропија	Адаптивни неуро-фази инференцијски систем	92.2
Guler и сар. 2005	Љапунови експоненти	Рекурентна неурална мрежа	96.8
Ubeyli 2006	Љапунови експоненти	Вештачке неуралне мреже	95.0
Sadati и сар. 2006	Трансформација таласићима	Адаптивна неуро-фази мрежа	85.9
Subasi 2007	Трансформација таласићима	Експертски модели	95.0
Tzallas и сар. 2007	Временско-фреквенцијска анализа	Вештачке неуралне мреже	99.3
Chua и сар. 2008	Спектрална густина снаге	Гаусов миксовани модел	93.1
Ghosh-Dastidar и сар. 2008	Принципијална анализа компонената	Вештачке неуралне мреже	99.3
Osak 2008	Трансформација таласићима, апроксимативна ентропија и генетски алгоритам	Квантизација обучавајућим вектором	98.0
Mousavi и сар. 2008	Трансформација таласићима и ауторегресивни модел	Вештачке неуралне мреже	96.0
Ubeyli 2008	Трансформација таласићима	Експертски модели	93.2
Chandaka и сар. 2009	Кроскорелација	Подршка векторских машина	96.0
Osak 2009	Трансформација таласићима и апроксимативна ентропија	Анализа сурогатних података	96.7
Guo 2009	Трансформација таласићима и релативна енергија таласића	Вештачке неуралне мреже	95.2
Naghsh-Nilchi и сар. 2010	Технике сопствених вектора	Вештачке неуралне мреже	97.5
Guo и сар. 2011	Генетско програмирање	Техника k најближих суседа	93.5
Orhan и сар. 2011	Трансформација таласићима	Кластеризација и вештачке неуралне мреже	96.7
Gajić и сар. 2014	Трансформација таласићима и редукција на бази мере расипања	Квадратни класификатори	99.0

Као и у другим случајевима а у циљу повећања тачности детекције приликом клиничке примене новопроектване технике веома је пожељна претходна елиминација артефаката одмах након аквизиције односно пре обраде и издвајања обележја из ЕЕГ сигнала што се може урадити веома поуздано раније развијеним техникама (Huvarinen и сар., 2001; Rosso и сар., 2002). Такође неопходан је и одређен компромис у погледу трајања сегмената ЕЕГ сигнала који би се секвенцијално анализирали у реалном времену што би требало подесити накнадно зависно од примене и пацијента. Не само приликом издвајања обележја и редукције димензије њиховог простора већ и приликом пројектовања класификатора посебно је обрађена пажња на робусност технике што је резултовало у избор квадратних класификатора који се поред своје једноставности одликују и високим нивоом робусности у применама ове врсте. Додатно квадратни класификатори поседују још једну важну особину а то је могућност визуелизације резултата у дводимензионалном простору у овом случају. Наиме и поред тога што се пресликана обележја y_1 и y_2 као линеарна комбинација оригиналних обележја x_i издвојених на више различитих домена не могу више стварно повезати са неким одређеним особинама ЕЕГ сигнала на Слици 5.21 се види да обележје y_1 може бити од помоћи при утврђивању степена оштећености мозданог ткива док обележје y_2 више говори о степену присуства односно одсуства епилептиформних активности у ЕЕГ сигналу.

ЗАКЉУЧАК

И поред чињенице да су ЕЕГ сигнали једна веома ограничена и груба слика дешавања у мозгу и да приближно садрже само један бит информације по секунди за укупну активност око сто хиљада неурона ипак се понекад чак и визуелним посматрањем ЕЕГ записа може уочити присуство епилептиформних активности у истима што је наравно доста непоуздано и базирано углавном на амплитуди сигнала која је чешће резултат случајног и синхроног генерисања акционих потенцијала него одређене абнормалне активности у мозгу. Поуздана аутоматска детекција епилептиформних активности има вишеструки значај и представља кључни део система директне електричне стимулације мозга који би био у стању да на време предвиди, детектује и стави под контролу евентуално надолazeћи епилептични напад и који би се у веома блиској будућности могао имплантирати у главу пацијената који болују од епилепсије и када лекови не дају више жељене резултате. Поуздана аутоматска детекције би такође омогућила бржу и објективнију анализу већ снимљених ЕЕГ сигнала у циљу одређивања тачније дијагнозе што зна да буде веома исцрпан посао и захтева ангажовање тима експерата.

Истраживачки рад у оквиру ове дисертације заједно са својом новом техником за детекцију епилептиформних активности додатно доприноси даљем развоју у овој доста важној и актуелној области истраживања. Главни циљ пројектовања нове технике био је превазилажење одређених недостатака раније развијених техника присутних у литератури као и даље повећање тачности и поузданости детекције епилептиформних активности. Као и већина других и нова техника за детекцију се састоји од два кључна дела а то су издвајање обележја из ЕЕГ сигнала након предобrade и њихова класификација на оне са и без присуства епилептиформних активности. У оквиру оба ова дела направљен је један корак напред у односу на већ постојеће технике. Наиме, најпре је приликом издвајања обележја употребљен један потпуно нови интегрисани односно хибридни приступ којим су издвојена најрепрезентативнија обележја из више домена (временског, фреквенцијског, временско-фреквенцијског и нелинеарном анализом) као и више фреквенцијских

подопсега ЕЕГ сигнала интереса (делта 0–4 Hz, тета 4–8 Hz, алфа 8–12 Hz, бета 12–30 Hz и гама 30–60 Hz) који су показали доста боље дискриминационе карактеристике у односу на читав опсег учестаности од клиничког интереса. Свако обележје издвојено на овај начин повећава поузданост детекције и са собом носи бар неку нову информацију која је од користи за класификацију јер у противном исто нема никакву нову дискриминациону моћ и само додатно рачунски компликује читав систем детекције и отежава имплементацију истог у реалном времену. Изабране технике употребљене при издвајању обележја су у стању да прилично успешно елиминишу шум као и да се изборе са готово увек присутном нестационарношћу али и евентуалном нелинеарношћу ЕЕГ сигнала. Такође, веома је битно да су сви ЕЕГ сигнали нормализовани одмах након аквизиције што је касније омогућило њихово међусобно поређење као и пројектовање технике детекције која је што мање зависна како од пацијента тако и од електрода за снимање и система за аквизицију ЕЕГ сигнала. Наравно, тачност сваке па и ове нове технике може бити само додатно побољшана уколико се иста накнадно прилагоди пацијенту, месту жаришта и врсти епилептичних напада који се најчешће јављају (Gabor, 1998). Након пажљиве селекције око тридесет релевантних обележја димензија простора обележја је оптимално редукована техником на бази мере расипања која у обзир узима сврху редукације димензије простора односно каснију класификацију. Класификација у редукованом дводемензионалном простору обележја извршена је део по део квадратним класификатором који је у стању да међусобно раздвоји ЕЕГ сигнале са и без епилептиформних активности. Квадратни класификатори су од раније познати као веома робусна и једноставна решења за класификацију случајних вектора обележја. Нова техника је тестирана на ЕЕГ сигналима снимљеним у Центру за Епилепсију Универзитета у Бону са možданог ткива више различитих пацијената као и помоћу различитих електрода приликом чега је добијена укупна тачност детекције од 98.7 %. Овима је и практично потврђена ранија претпоставка о смањеном утицају разлике у пацијентима и електродама за снимање на тачност детекције односно додатно повећана евентуална применљивост нове технике у реалном окружењу.

У целини гледано остварени научни доприноси истраживачког рада у оквиру ове докторске дисертације су следећи:

- предложена је и тестирана нова техника за детекцију епилептиформних активности у ЕЕГ сигнаlima;
- издвајање обележја се врши тек након нормализације ЕЕГ сигнала што повећава поузданост детекције и смањује њену зависност како од пацијента тако и од система за снимање ЕЕГ сигнала;
- издвајање обележја се врши у неколико различитих фреквенцијских подопсега и домена сигнала што повећава ниво информација и робусност технике;
- редукација димензије простора обележја је оптимизована тако да у обзир узима каснију класификацију док се сама класификација врши у редукованом дводимензионалном простору квадратним класификаторима који додатно повећавају робусност технике и истовремено омогућују визуелну класификацију.

У поређењу са перформансама већ постојећих нова техника је показала прилично високу тачност па тиме и потенцијал за даље тестирање на другим већим и углавном комерцијално доступним базама ЕЕГ сигнала (нпр. <http://epilepsy-database.eu>) а све у циљу њеног даљег развоја и адаптације за примену у реалном окружењу. Још једна интересантна област за даљи развој нове технике јесте њена интеграција са раније развијеним техникама за аутоматску детекцију и елиминацију артефаката и електромагнетне интерференције из ЕЕГ сигнала који могу да значајно деградирају тачност детекције епилептиформних активности уколико нису одстрањени пре издвајања обележја. Такође било би врло интересантно тестирати могућности и перформансе нове технике у области детекције абнормалних активности повезаних са неким другим поремећајима мозга као на пример Алцхајмеровом болешћу и/или шизофренијом.

ЛИТЕРАТУРА

Adeli H, Ghosh-Dastidar S, *Automated EEG-based diagnosis of neurological disorders*, CRC Press, 2010.

Altunay S, Telatar Z, Erogul O, Epileptic EEG detection using the linear prediction error energy, *Expert Syst Appl*, **37**:5661-5665, 2010.

Amarb A, Levya M, McComba J, Apuzzo M, Vagus nerve stimulation for control of intractable seizures in childhood, *Pediatr Neurosurg*, **34**:218-223, 2001.

Andrzejak R, Lehnertz K, Mormann F, Rieke C, David P, Elger C, Indications of nonlinear deterministic and finite-dimensional structures in time series of brain electrical activity: Dependence on recording region and brain state, *Phys Rev E*, **64**(6):061907, 2001.

Bezdek JC, *Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms*, 1981.

Bryson AE, Ho Y, *Applied optimal control: optimization, estimation, and control*, Blaisdell Publishing Company, 1969.

Cao L, Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series, *Phys D*, **110**(1-2):43–50, 1997.

Chandaka S, Chatterjee A, Munshi S, Cross-correlation aided support vector machine classifier for classification of EEG signals, *Expert Syst Appl*, **36**(2):1329-1336, 2009.

Chua KC, Chandran V, Acharya R, Lim CM, Automatic identification of epilepsy by HOS and power spectrum parameters using EEG signals: a comparative study, *Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc*, **2008**:3824-3827, 2008.

Dillon WR, Goldstein M, *Multivariate Analysis: Methods and Applications*, John Wiley and Sons, New York, 1984.

Ђуровић Ж, *Скрипта за праћење предавања на предмету Препознавање облика*, Електротехнички факултет, Београд, 2006.

Ehlers CL, Havstad J, Prichard D, Theiler J, Low doses of ethanol reduce evidence for nonlinear structure in brain activity, *J Neurosci*, **18**:7474 -7486, 1998.

Elger C, Mormann F, Kreuz T, Andrzejak R, Rieke C, Sowa R, Florin S, David P, Lehnertz K, Characterizing the spatio-temporal dynamics of the epileptogenic process with nonlinear EEG analysis, Proceedings of the 7th IEEE International Workshop in Cellular Neural Networks and their Applications, pp. 228-248, 2002.

Fukunaga K, *Introduction to Statistical Pattern Recognition*, Academic Press, Boston, 1990.

Gabor A, Seizure detection using a self organising neural network: Variation and comparison with other detection strategies, *Electroen Clin Neuro*, **107**:27-32, 1998.

Gajić D, Đurović Ž, Di Gennaro S, Gustafsson F, Classification of EEG signals for detection of epileptic seizures based on wavelets and statistical pattern recognition, *Biomed Eng Appl Basis Commun*, **26**(2):1450021, 2014.

Gajić D, Detekcija epileptičnih napada primenom transformacije talasićima i fazi logike, Diplomski rad, Elektrotehnički fakultet, Beograd, 2007.

Ghosh-Dastidar S, Adeli H, Dadmehr N, Principal component analysis enhanced cosine radial basis function neural network for robust epilepsy and seizure detection, *IEEE Trans Biomed Eng*, **55**(2 Pt 1):512-518, 2008.

Gotman J, Automatic recognition of epileptic seizures in the EEG, *Electroen Clin Neuro*, **54**: 530-540, 1982.

Gotman J, Automatic detection of seizures and spikes, *J Clin Neurophysiol*, **16**(2):130-140, 1999.

Guler I, Ubeyli ED, Adaptive neuro-fuzzy inference system for classification of EEG signals using wavelet coefficients, *J Neurosci Methods*, **148**(2):113-121, 2005.

Guo L, Rivero D, Seoane JA, Pazos A, Classification of EEG signals using relative wavelet energy and artificial neural networks, Proceedings of the 1st ACM/SIGEVO Summit on Genetic and Evolutionary Computation, 2009.

Guo L, Rivero D, Dorado J, Munteanu CR, Pazos A, Automatic feature extraction using genetic programming: An application to epileptic EEG classification, *Expert Sys Appl*, **38**:10425-10436, 2011.

- Hazarika N, Chen J, Tsoi A, Sergejew A, Classification of EEG signals using the wavelet transform, *Signal Process*, **59**:61-72, 1997.
- Hively LM, Gailey PC, Protopopescu VA, Detecting dynamical change in nonlinear time series, *Phys Lett A*, **258**(2-3): 103-114, 1999.
- Hyvarinen A, Karhunen J, Oja E, *Independent Component Analysis*, John Wiley and Sons, New York, 2001.
- Iasemidis LD, Sackellares JC, *The temporal evolution of the largest Lyapunov exponent on the human epileptic cortex*, In: *Measuring chaos in the human brain*, Duke DW, Pritchard WS, Eds., World Scientific, Singapore, pp. 49-82, 1991.
- Iasemidis L, Shiau D, Chaovalitwongse W, Sackellares J, Pardalos P, Principe J, Carney P, Prasad A, Veeramani B, Tsakalis K, Adaptive epileptic seizure prediction system, *IEEE T Bio-med Eng*, **50**(5):616-627, 2003.
- Iscan Z, Dokur Z, Tamer D, Classification of electroencephalogram signals with combined time and frequency features, *Expert Sys Appl*, **38**:10499–10505, 2011.
- Jerger K, Netoff T, Francis J, Sauer T, Pecora L, Weinstein S, Schiff S, Early seizure detection, *J Clin Neurophysiol*, **18**:259-268, 2001.
- Jerger K, Weinstein S, Sauer T, Schiff S, Multivariate linear discrimination of seizures, *Clin Neurophysiol*, **116**:545-551, 2005.
- Kannathal N, Acharya UR, Lim CM, Sadasivan PK, Characterization of EEG-a comparative study, *Comput Methods Programs Biomed*, **80**(1):17-23, 2005.
- Kannathal N, Choo ML, Acharya UR, Sadasivan PK, Entropies for detection of epilepsy in EEG, *Comput Methods Programs Biomed*, **80**(3):187-194, 2005.
- Lehnertz K, Elger C, Can epileptic seizures be predicted? Evidence from nonlinear time series analysis of brain electrical activity, *Phys Rev Lett*, **80**(22):5019-5022, 1998.
- Lehnertz K, Mormann F, Kreuz T, Andrzejak R, Rieke C, David P, Elger C, Seizure prediction by nonlinear EEG analysis, *IEEE Eng Med Biol*, **Jan-Feb**:57-63, 2003.
- Liang SF, Wang HC, Chang WL, Combination of EEG complexity and spectral analysis for epilepsy diagnosis and seizure detection, *EURASIP J Adv Sig Pr*, **2010**:853434, 2010.

- Litt B, Lehnertz K, Seizure prediction and the preseizure period, *Curr Opin Neurol*, 15:173-177, 2002.
- Kandel E, Schwartz J, Jessell T, Principles of neural science, 4th ed. McGraw Hill Companies, 2000.
- Mousavi SR, Niknazar M, Vahdat BV, Epileptic seizure detection using AR model on EEG signals, Proceedings of the International Biomedical Engineering Conference, Cairo, Egypt, 2008.
- Naghsh-Nilchi AR, Aghashahi M, Epilepsy seizure detection using eigensystem spectral estimation and Multiple Layer Perceptron neural network, *Biomed Signal Process*, 5:147-157, 2010.
- Nigam VP, Graupe D, A neural-network-based detection of epilepsy, *Neurol Res*, 26(1):55-60, 2004.
- Niedermeyer E, Da Silva F, *Electroencephalography: Basic principles, clinical applications, and related fields*, 4th ed. Williams and Wilkins, 1999.
- Niederhauser J, Esteller R, Echaz J, Vachtsevanos G, Litt B, Detection of seizure precursors from depth EEG using a sign periodogram transform, *IEEE T Bio-med Eng*, 51(4):449-458, 2003.
- Nunez P, Srinivasan R, *Electric fields of the brain: The neurophysics of EEG*, 2nd ed. Oxford University Press, 2006.
- Ocak H, Optimal classification of epileptic seizures in EEG using wavelet analysis and genetic algorithm, *Signal Process*, 88(7):1858-1867, 2008.
- Ocak H, Automatic detection of epileptic seizures in EEG using discrete wavelet transform and approximate entropy, *Expert Sys Appl*, 36(2):2027-2036, 2009.
- Orhan U, Hekim M, Ozer M, EEG signals classification using the K-means clustering and a multilayer perceptron neural network model, *Expert Sys Appl*, 38(10):13475-13481, 2011.
- Perucca E, An introduction to antiepileptic drugs, *Epilepsia*, 46(4):31-37, 2005.

- Polat K, Gunes S, Classification of epileptiform EEG using a hybrid system based on decision tree classifier and fast fourier transform, *Appl Math Comp*, **187**(2):1017-1026, 2007.
- Proakis J, Manolakis D, *Digital signal processing: Principles, algorithms, and applications*, 3rd ed. Prentice Hall, 1996.
- Rao R, Bopardikar A, *Wavelet transforms: Introduction to theory and applications*, Addison-Wesley Longman, Inc., 1998.
- Robinson P, Rennie C, Rowe D, Dynamics of large-scale brain activity in normal arousal states and epileptic seizures, *Phys Rev E*, **65**:41924-9, 2002.
- Romero S, Mananas M, Barbanoj M, Ocular reduction in EEG signals based on adaptive filtering, regression and blind source separation, *Ann Biomed Eng*, **37**(1):176-191, 2009.
- Rosenstein MT, Collins JJ, De Luca CJ, A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets, *Phys D*, **65**(1-2):117-134, 1993.
- Rosso O, Martin M, Plastino A, Brain electrical activity analysis using wavelet-based informational tools, *Phys A*, **313**:587-608, 2002.
- Sadati N, Mohseni HR, Magshoudi A, Epileptic Seizure Detection Using Neural Fuzzy Networks, *Conf Proc IEEE Intern Conf on Fuzzy Syst*, 16-21 July, Canada, 2006.
- Sander J, Hart Y, *Epilepsy: Questions and answers*, Merit Publishing International, 1997.
- Sato S, Sano M, Sawada Y, Practical methods of measuring the generalized dimension and largest Lyapunov exponent in high dimensional chaotic systems, *Prog Theor Phys*, **77**:1-5, 1987.
- Shepherd G, *Synaptic organization of the brain*, 4th ed. Oxford University Press, 1998.
- Shoeb A, Edwards H, Connolly J, Bourgeois B, Treves T, Guttag J, Patient-specific seizure onset detection, *Epilepsy Behav*, **5**:483-498, 2004.
- Srinivasan V, Eswaran C, Sriraam N, Approximate entropy-based epileptic EEG detection using artificial neural networks, *IEEE Trans Inf Technol Biomed*, **11**(3):288-295, 2007.

- Subasi A, Application of adaptive neuro-fuzzy inference system for epileptic seizure detection using wavelet feature extraction, *Comput Biol Med*, **37**(2):227-244, 2007.
- Subasi A, Signal Classification using wavelet feature extraction and a mixture of expert model, *Expert Sys Appl*, **32**(4):1084-1093, 2007.
- Takens F, *Lecture Notes in Mathematics*, Springer, Berlin, 1981.
- Tzallas AT, Tsipouras MG, Fotiadis DI, Automatic seizure detection based on time-frequency analysis and artificial neural networks, *Comput Intell Neurosci*, **2007**: 80510-80523, 2007.
- Tzallas AT, Tsipouras MG, Fotiadis DI, Epileptic seizure detection in EEGs using time-frequency analysis, *IEEE Trans Inf Technol Biomed*, **13**(5):703-710, 2009.
- Varsavsky A, Mareels I, Cook M, *Epileptic seizures and the EEG: measurement, models, detection and prediction*, CRC Press, 2011.
- Ubeyli ED, Analysis of EEG signals using Luapunov exponents, *Neural Netwk World*, **16**(3):257-273, 2006.
- Ubeyli ED, Modified mixture of experts for analysis of EEG signals, *Conf Proc IEEE Eng Med Biol Soc*, **2007**:1546-1549, 2007.
- Ubeyli ED, Guler I, Features extracted by eigenvector methods for detection variability of EEG signals, *Pattern Recogn Lett*, **28**(5):592-603, 2007.
- Ubeyli ED, Wavelet / mixture of experts network structure for EEG classification, *Expert Sys Appl*, **37**:1954-1962, 2008.
- Wang D, Miao D, Xie C, Best basis-based wavelet packet entropy feature extraction and hierarchical EEG classification for epileptic detection, *Expert Sys Appl*, **38**(11):14314-14320, 2011.
- Weinstein S, The anticonvulsant effect of electric fields, *Curr Neurol Neurosci*, **1**:155-161, 2001.
- Welch PD, The use of fast Fourier transform for the estimation of power spectra: A method based on time averaging over short, modified periodograms, *IEEE Trans Audio Electroacoust*, **AU-15**:70-73, 1967.

Williams GP, *Chaos Theory Tamed*, National Academy Press, Washington, DC, 1997.

Wolf A, Swift JB, Swinney HL, Vastano JA, Determining Lyapunov exponents from a time series, *Phys D*, **16**(1):285-317, 1985.

БИОГРАФИЈА АУТОРА

ОБРАЗОВАЊЕ

Драгољуб Гајић је рођен 03.11.1982. године у Ваљеву, Србија. Након завршене основне школе у Оглађеновцу и Ваљевској Каменици као и гимназије у Ваљеву 2001. године уписује основне академске студије на Електротехничком факултету Универзитета у Београду где 2007. године и дипломира на Одсеку за сигнале и систем на тему „Предикција епилептичних напада применом технике таласића“ под руководством проф. др Жељка Ђуровића. Након тога 2008. године Драгољуб уписује докторске академске студије на истом факултету на Модулу за управљање системима и обраду сигнала такође под руководством проф. др Жељка Ђуровића. Драгољуб исте 2008. године уписује и дипломске академске студије на Машинском факултету Универзитета у Београду где 2011. године дипломира на тему „Моделирање и оптимизација у рафинеријама нафте“ под руководством проф. др Драгутина Дебелковића. Такође Драгољуб 2010. године након успешно завршеног једногодишњег професионалног специјалистичког програма организованог у сарадњи са мађарском националном нафтном и гасном компанијом МОЛ дипломира и на Факултету за информационе технологије Панонија Универзитета у Веспрем, Мађарска у области оптимизације ланца вредности у нафтној индустрији. Од јула 2012. Драгољуб је докторант и на Одеску за информатички инжењеринг, рачунарство и математику Универзитета у Лаквили, Италија под руководством проф. др Стефана Ди Ђенара а у оквиру међууниверзитетског споразума о коменторству и дуплом докторату између Универзитета у Београду и Универзитета у Лаквили (Прилог 4).

РАДНО ИСКУСТВО

У периоду од марта 2007. до новембра 2008. године Драгољуб је био запослен у WIG д.о.о., Београд и ангажован на пројектима везаним за управљање процесима у

нафтној и гасној индустрији. У периоду од децембра 2008. до августа 2009. године Драгољуб бива запослен у Холцим (Србија) д.о.о., Фабрика цемента Поповац и задужен за одржавање система за управљање и мониторинг производног процеса. Период од септембра 2009. до јуна 2010. године Драгољуб проводи у МОЛ-овој рафинерији нафте „Дунав“ у близини Будимпеште и похађајући горе поменути професионални специјалистички програм. Период од августа 2010. до јуна 2011. године проводи на Одеску за аутоматику Универзитета у Лунду у Шведској као и Групи за аутоматику и управљање Одсека за електротехнику Техничког универзитета Данске у Копенхагену углавном као сарадник радећи на развојном пројекту везаном за рану детекцију испада у млиновима цемента у сарадњи са компанијом FLSmidth, светским лидером у производњи опреме за цементну и рударску индустрију. У периоду од октобра 2011. до јула 2012. Драгољуб бива поново ангажован у рафинерији нафте „Дунав“ на пословима планирања производње и оптимизације читавог ланца вредности почев од набавке сирове нафте, преко процесирања исте па све до продаје нафтних деривата како на домаћем мађарском тако и на свим иностраним тржиштима у региону. Такође, Драгољуб у току овог периода бива ангажован и као повремено предавач у области моделовања и оптимизације у процесној индустрији у оквиру професионалног специјалистичког програма на ком је дипломирао само две године раније. Од јануара 2013. Драгољуб је сарадник за енергетску ефикасност и оптимизацију производње у фабрици нерђајућег челика у Тернију у Италији, чланица ThyssenKrupp. Од октобра 2014. Драгољуб је и сарадник за предиктивно одржавање и безбедност на раду у фабрици картонске амбалаже у Горњем Милановцу, чланица Tetra Pak.

ПУБЛИКАЦИЈЕ

Bjelajac A, Gajić D, Stevanović D, Brkić I, McGurk M, Serbian national technology brokers network: structure, opportunities and challenges, Proceedings of the International Conference on Technology Transfer, Nis, Serbia, 2013.

Gajić D, Đurović Ž, Di Gennaro S, Gustafsson F, Classification of EEG signals for detection of epileptic seizures based on wavelets and statistical pattern recognition, *Biomed Eng Appl Basis Commun*, **26(2)**:1450021, 2014.

Gajić D, Onofri L, Harjunoski I, Grossmann IE, Đurović Ž, Di Gennaro S, Production scheduling optimization in a melt shop, Proceedings of the 46th International October Conference on Mining and Metallurgy, Bor, Serbia, 2014.

Дебељковић Д, Симеуновић Г, Димитријевић Н, Гајић Д, Дебељковић А, *Динамика објеката и процеса у системима аутоматског управљања*, Машински факултет Универзитета у Београду, 2013.

Savić I, Savić I, Stojiljković S, Gajić D, Modelling and optimization of energy-efficient procedures for removing lead (II) and zinc (II) ions from aqueous solution using the central composite design, *Energy*, **77**:66-72, 2014.

Savić I, Gajić D, Stojiljković S, Savić I, Di Gennaro S, Modelling and optimization of methylene blue adsorption from aqueous solution using bentonite clay, *Comput Aided Chem Eng*, **33(B)**:1417-1422, 2014.

Savić I, Stojiljković S, Savić I, Gajić D, Industrial application of clays and clays minerals in *Clays and clay minerals: Geological origin, mechanical properties and industrial applications*, Nova Science Publishers, Hauppauge, NY, USA, 2014.

Savić I, Gajić D, Stojiljković S, Savić I, Di Gennaro S, Optimization of a bentonite-based heterogeneous system for thermal energy storage, Proceedings of the 1st South East European Conference on Sustainable Development of Energy, Water and Environment Systems, Ohrid, Macedonia, 2014.

ПРИЛОГ 1

ИЗЈАВА О АУТОРСТВУ

Потписани Драгољуб Гајић

број уписа 07/5035

ИЗЈАВЉУЈЕМ

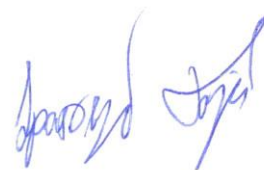
да је докторска дисертација под насловом

Детекција епилептиформних активности у ЕЕГ сигнаlima применом статистичког препознавања облика

- резултат сопственог истраживачког рада,
- да предложена дисертација у целини ни у деловима није била предложена за добијање било које дипломе према студијским програмима других високошколских установа осим на Универзитету у Лаквили, Италија а у складу са међууниверзитетским споразумом о коменторству и дуплом докторату (Прилог 4) који је потписан између Универзитета у Београду и Универзитета у Лаквили,
- да су резултати коректно наведени и
- да нисам кршио ауторска права и користио интелектуалну својину других лица.

У Београду, 28.11.2014. год.

Потпис докторанда



ПРИЛОГ 2

ИЗЈАВА О ИСТОВЕТНОСТИ ШТАМПАНЕ И ЕЛЕКТРОНСКЕ ВЕРЗИЈЕ ДОКТОРСКОГ РАДА

Име и презиме аутора Драгољуб Гајић

Број уписа 07/5035

Студијски програм Електротехника и рачунарство

Наслов рада Детекција епилептиформних активности у ЕЕГ сигнаlima применом статистичког препознавања облика

Ментор проф. др Жељко Ђуровић

Потписани Драгољуб Гајић

изјављујем да је штампана верзија мог докторског рада истоветна електронској верзији коју сам предао за објављивање на порталу **Дигиталног репозиторијума Универзитета у Београду**.

Дозвољавам да се објаве моји лични подаци везани за добијање академског звања доктора наука, као што су име и презиме, година и место рођења и датум одбране рада.

Ови лични подаци могу се објавити на мрежним страницама дигиталне библиотеке, у електронском каталогу и у публикацијама Универзитета у Београду.

У Београду, 28.11.2014. год.

Потпис докторанда



ПРИЛОГ 3

ИЗЈАВА О КОРИШЋЕЊУ

Овлашћујем Универзитетску библиотеку „Светозар Марковић“ да у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду унесе моју докторску дисертацију под насловом:

Детекција епилептиформних активности у ЕЕГ сигнаlima применом статистичког препознавања облика

која је моје ауторско дело.

Дисертацију са свим прилозима предао сам у електронском формату погодном за трајно архивирање.

Моју докторску дисертацију похрањену у Дигитални репозиторијум Универзитета у Београду могу да користе сви који поштују одредбе садржане у одабраном типу лиценце Креативне заједнице (Creative Commons) за коју сам се одлучио.

1. Ауторство
2. Ауторство - некомерцијално
- ③ Ауторство - некомерцијално - без прераде
4. Ауторство - некомерцијално - делити под истим условима
5. Ауторство - без прераде
6. Ауторство - делити под истим условима

(Кратак опис лиценци је дат на следећој страни).

У Београду, 28.11.2014. год.

Потпис докторанда



1. Ауторство. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце, чак и у комерцијалне сврхе. Ово је најслободнија од свих лиценци.
2. Ауторство - некомерцијално. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела.
3. Ауторство - некомерцијално - без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца не дозвољава комерцијалну употребу дела. У односу на све остале лиценце, овом лиценцом се ограничава највећи обим права коришћења дела.
4. Ауторство - некомерцијално - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом.
5. Ауторство - без прераде. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, без промена, преобликовања или употребе дела у свом делу, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела.
6. Ауторство - делити под истим условима. Дозвољаваате умножавање, дистрибуцију и јавно саопштавање дела, и прераде, ако се наведе име аутора на начин одређен од стране аутора или даваоца лиценце и ако се прерада дистрибуира под истом или сличном лиценцом. Ова лиценца дозвољава комерцијалну употребу дела и прерада. Слична је софтверским лиценцама, односно лиценцама отвореног кода.

ПРИЛОГ 4

КЕРЕРТОРИО № 514/614
Прот. № 28835 DEL
30/08/2014

СПОРАЗУМ О КОМЕНТОРСТВУ ПРИ ИЗРАДИ ДОКТОРСКЕ ДИСЕРТАЦИЈЕ Г-ДИНА ДРАГОЉУБА ГАЈИЋА

Универзитет у Аквилу, са седиштем на адреси Виа Ђовани ди Винћенцо 16/Б, Аквила, Италија, чији је законски заступник, ректор проф. др Паола Инверарди

и

Универзитет у Београду, са седиштем на адреси Студентски трг 1, Београд, Србија, чији је законски заступник ректор, проф. др Владимир Бумбаширевић

За Универзитет у Аквилу у складу са следећим позитивним прописима у предметној области:

- у складу са чланом 4. Закона бр. 210 од 3. јула 1998. о докторатима;
- у складу са чланом 19. Закона бр. 240 од 30. децембра 2010. године;
- у складу са министарском уредбом бр. 45/2013 о правилима која регулишу докторате;
- у складу са министарским уредбама бр. 509/99 и бр. 270/2004 о правилима која уређују аутономију универзитетских програма;
- у складу са универзитетским одредбама о докторатима;

За Универзитет у Београду у складу са следећим позитивним прописима у предметној области:

- Законом о Високом образовању ("Сл. гласник РС", бр. 76/2005, 100/2007 - аутентично тумачење, 97/2008, 44/2010, 93/2012 и 89/2013)
- Статутом Универзитета у Београду (Гласник Универзитета у Београду 62/11 - пречишћен текст, 167/12, 172/13 и 178/14),
- Правилником о докторским студијама које организује и изводи Универзитет у Београду (26.10.2012, Гласник Универзитета у Београду 155)

уједињени у својој жељи да допринесу успостављању и даљем развоју научне сарадње између својих и страних истраживача кроз размену студената докторских студија

сагласни су у следећем

Први део - Административна питања

Члан 1. - Универзитет у Аквилу и Универзитет у Београду (у даљем тексту "Институције") су сагласни да у складу са законима, правилима и прописима који регулишу предметну материју и који су на снази у свакој од њихових земаља и на свакој од Институција, да заједнички организују рад при изради докторске дисертацији следећег докторанта:

Г-дина Драгољуба Гајића, рођеног 3. новембра 1982. године у Ваљеву, држављанина Републике Србије, уписаног на докторске студије на Универзитету у Београду - Електротехничком факултету на студијски програм „Електротехника и рачунарство“ и уписаног на докторске студије на Универзитету у Аквилу на студијски програм „Електротехника и информатичко инжењерство“ (у даљем тексту "**Кандидат**"). Кандидат је уписао докторске студије на Универзитету у Београду академске 2007/2008 године. Кандидат је уписао докторске студије на Универзитету у Аквилу академске 2013/2014 године. Тема докторске дисертације носи назив „Детекција епилептиформних активности у ЕЕГ сигналама применом статистичког препознавања облика“.

PAULINE RETTRICE
(Prof. ssa Paola Inverardi)

(Handwritten signatures)

Начела која важе за заједничку докторску дисертацију, као и питања која се односе на одговарајуће административне процедуре и само истраживање и одбрану дисертације су наведена у овом споразуму.

Члан 2. - Период предвиђен за истраживање, писање и одбрану докторске дисертације је до три године проведене на обе Институције, с тим да у законом предвиђеним случајевима, може бити продужен у складу са прописаном процедуром, те се одбрана докторске дисертације мора спровести најкасније до краја зимског семестра академске 2014/2015 године, тачније најкасније до 28. фебруара 2015. године.

Институције су сагласне да је Кандидат вршио и да ће наставити да врши истраживања и писање докторске дисертације према следећем плану рада који је одобрен од стране ментора и надлежних лица на обе Институције:

- Период од марта 2008. године до јуна 2012. године на Универзитету у Београду.
- Период од јула 2012. године до фебруара 2015. године на Универзитету у Аквили.

Боравак Кандидата на свакој Институцији биће у складу са прописима који су на снази на конкретној Институцији.

Након сваког периода боравка на једној од Институција, ментор на тој Институцији је у обавези да састави извештај о академским достигнућима Кандидата током предметног периода боравка и да га потпише, а конкретна Институција да га овери и потом да га достави партнерској Институцији.

Члан 3. - По добијању сагласности одговарајућих тела и у складу са прописима о докторским студијама који су на снази на свакој од Институција, као и у складу са овим споразумом, Кандидат мора бити уписан сваке академске године на обе Институције. У супротном, овај споразум се аутоматски раскида. Кандидат је у обавези да извести обе Институције о постигнутим научним резултатима. Кандидат је дужан да сам сноси све трошкове студија на Универзитету у Београду. Кандидат ће бити изузет од свих трошкова студија на Универзитету у Аквили. Кандидат је дужан да сам сноси трошкове смештаја, исхране, превоза и све друге трошкове боравка које Кандидат има за време боравка у земљи сваке од Институција.

Члан 4. - За време трајања периода истраживања и израде дисертације, Кандидат има право на коришћење здравствених услуга у Италији у складу са важећим прописима који се на то односе (Образац E128). Кандидат може самостално платити додатно лично осигурање за све ризике који превазилазе оне које покрива систем здравствене заштите Италије.

У Републици Србији током трајања докторских студија Кандидат мора имати здравствено осигурање и друго обавезно осигурање чије ће трошкове Кандидат сам сносити.

Други део - Истраживање и одбрана дисертације

Члан 5. - Кандидат ће да обави истраживање и напише докторску дисертацију под заједничким менторством следећих ментора:

- др Стефана Ди Ђенара, ванредног професора на Одсеку за информатичко инжењерство, рачунарство и математику Универзитета у Аквили и

LA RETTRICE
(Prof.ssa Paola Invernardi)

▪ др Жељка Ђуровића, редовног професора на Одсеку за сигнале и системе Универзитета у Београду - Електротехничког факултета од којих се сваки обавезује да ће у потпуности обављати своје менторске дужности и путем засебних реферата у писаној форми, оценити докторску дисертацију.

Позитивна оцена оба ментора ће бити један од основних предуслова за одбрану дисертације.

Члан 6. - Одбрана докторске дисертације ће се спровести само једанпут и биће одржана на Универзитету у Београду.

Члан 7. - Комисију за одбрану докторске дисертације одређују релевантни органи оба универзитета у складу са својим позитивним прописима и мора да се састоји од подједнаког броја чланова са обе Институције. Комисија за одбрану докторске дисертације мора да има најмање шест чланова укључујући оба ментора.

Члан 8. - Све путне трошкове и трошкове боравка на партнерском универзитету ментора и чланова Комисије за одбрану докторске дисертације са Универзитета у Аквили сносиће Кандидат.

Члан 9. - Докторска дисертација биће написана на српском и на енглеском језику. Докторска дисертација ће се бранити на енглеском језику, а приликом одбране мора бити презентован опширан усмени резиме на српском језику.

Члан 10. - Обе Институције се обавезују да свака изда своју диплому о стеченом научном називу доктора наука Кандидату након одбране дисертације и позитивног извештаја Комисије за одбрану докторске дисертације.

Универзитет у Аквили ће доделити звање Доктора наука - електротехника и информатичко инжењерство.

Универзитет у Београду ће доделити звање Доктора наука - електротехника и рачунарство

Трећи део - Закључак

Члан 11. - Кандидат мора да поштује позитивне прописе на обе Институције.

Члан 12. - Обе Институције се обавезују да се преко својих ментора међусобно извештавају о свим информацијама и документацији неопходној за одбрану дисертације која је предмет овог споразума.

Члан 13. - Презентација, предаја и умножавање дисертације треба да буду обављени у обе земље, на обе Институције, у складу са важећим прописима у свакој од њих. Заштита резултата добијених истраживањем Кандидата у оквиру дисертације подлеже одговарајућим законима који су на снази у свакој од земаља обе Институције и биће спроведена и гарантована у складу са посебним процедурама које се на то односе и које су на снази у свакој од земаља обе Институције.

Уколико је неопходно, додатне одредбе које се односе на права интелектуалног власништва се могу уговорити путем посебних протокола и/или докумената.

LA BRETTRICE
(Prof.ssa Paola Invernardi)

Члан 14. - Овај споразум ступа на снагу даном потписивања од стране законских заступника свих Институција и биће на снази до 28. фебруара 2015. године.

У случају да током трајања овог споразума кандидат не изврши упис сваке академске године на некој од партнерских Институција, или прекине рад на изради докторске дисертације, или му буде забрањено од стране једног од ментора да врши истраживања, партнерске Институције ће без одлагања споразумно раскинути овај споразум.


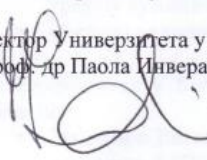
Члан 15. - Овај споразум је сачињен у четрнаест (14) истоветних примерка, од којих су седам (7) на италијанском и седам (7) на српском језику, сви примерци имају исту обавезујућу правну снагу.

У Аквили, 29 SET. 2014

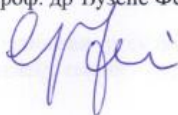
У Београду, 01 SEP 2014

За Универзитет у Аквили

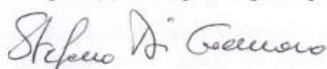
Ректор Универзитета у Аквили
проф. др Паола Инверарди



Координатор докторских студија
Универзитета у Аквили
проф. др Ђузепе Фери

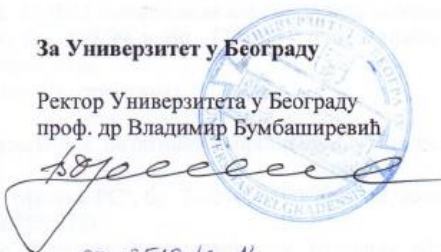


Ментор на Универзитету у Аквили
др Стефано Ди Ђенаро, ванред. проф.



За Универзитет у Београду

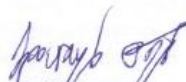
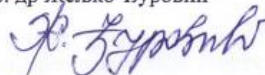
Ректор Универзитета у Београду
проф. др Владимир Бумбаширевић



68-3510/2-14
Декан Универзитета у Београду -
Електротехничког факултета
2 проф. др Бранко Ковачевић



Ментор на Универзитету у Београду
проф. др Жељко Ђуровић



Кандидат
Драгољуб Гајић